CHỦ ĐỀ 2.	HÀM SỐ LŨY THỪA HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

❍ Bài 01

LŨY THỪA – HÀM SỐ LŨY THỪA

I. LŨY THỪA

1. Lũy thừa số mũ nguyên dương

$$a^n = a.a....a, \ (n \text{ thừa số}).$$

Ở đây $n \in \mathbb{Z}^+,\ n > 1$. Quy ước $a^1 = a$.

2. Lũy thừa số mũ 0 - Lũy thừa số mũ nguyên âm

$$a^0 = 1(a \neq 0);\ \ a^{-n} = \frac{1}{a^n}(a \neq 0), \text{ với } n \in \mathbb{Z}^+.$$

3. Lũy thừa số mũ hữu tỷ

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, (a > 0)}$$

Lũy thừa số mũ hữu tỷ có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

4. Lũy thừa số thực

$$\boxed{a^\alpha = \lim_{n \to +\infty} a^{r_n} \ (\alpha \text{ là số vô tỉ, } r_n \text{ là số hữu tỉ và } \lim r_n = \alpha).}$$

Lũy thừa số mũ thực có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

5. Tính chất của lũy thừa số mũ nguyên

a) Với $a,\ b \in \mathbb{R};\ a \neq 0,\ b \neq 0;\ m,\ n \in \mathbb{Z}$, ta có

$$a^m.a^n = a^{m+n};\ \frac{a^m}{a_n} = a^{m-n};\ \left(a^m\right)^n = a^{m.n};\ (ab)^m = a^m b^m;\ \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

b) Nếu $0 < a < b \Rightarrow \begin{cases} a^n < b^n,\ \forall n > 0 \\ a^n > b^n,\ \forall n < 0 \end{cases}$.

Nếu $a > 1 \Rightarrow a^m > a^n$ với $m > n$.

Nếu $0 < a < 1 \Rightarrow a^m < a^n$ với $m > n$.

6. Công thức lãi kép

a) **Định nghĩa:** Lãi kép là phần lãi của kì sau được tính trên số tiền gốc kì trước cộng với phần lãi của kì trước.

b) **Công thức:** Giả sử số tiền gốc là A; lãi suất $r\%$ /kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm).

- Số tiền nhận được <u>cả gốc và lãi</u> sau n kì hạn gửi là $\boxed{A(1+r)^n}$
- Số <u>tiền lãi</u> nhận được sau n kì hạn gửi là $\boxed{A(1+r)^n - A = A\left[(1+r)^n - 1\right]}$

c) **Ví dụ:** Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Tính **<u>số tiền lãi</u>** thu được sau 10 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hoa thu về là:

$A(1+r)^n = 100\text{tr}.(1+0,08)^{10} \approx 215,892\text{tr}$.

Suy ra số tiền lãi bà Hoa thu về sau 10 năm là:

$A(1+r)^n - A = 100\text{tr}(1+0,08)^{10} - 100\text{tr} = 115,892\text{tr}$.

II. HÀM SỐ LŨY THỪA

1. Định nghĩa: $y = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$ gọi là hàm số lũy thừa.

2. Tập xác định: $y = x^\alpha$ tùy thuộc giá trị α. Cụ thể:

- α nguyên dương thì hàm số có TXĐ là $\mathbb{R}$.
- α nguyên âm hoặc bằng 0 thì hàm số xác định khi cơ số khác 0.
- α không nguyên thì hàm số xác định khi cơ số dương.

Chú ý: Theo định nghĩa, đẳng thức $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ chỉ xảy ra nếu $x > 0$. Do đó hàm số $y = x^{\frac{1}{n}}$ không đồng nhất với hàm số $y = \sqrt[n]{x}$ $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$. Chẳng hạn: hàm số $y = \sqrt{x}$ có $\text{D} = [0;+\infty)$ còn hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ có $\text{D} = (0;+\infty)$; hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có $\text{D} = \mathbb{R}$ còn hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ có $\text{D} = (0;+\infty)$.

3. Đạo hàm: $y = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$ với $\forall x > 0$. Đạo hàm $y' = \left(x^\alpha\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

4. Tính chất của hàm số lũy thừa: (Xét trên khoảng $(0;+\infty)$)

- Đồ thị qua điểm $(1;1)$.
- $\alpha > 0$ hàm số đồng biến; $\alpha < 0$ hàm số nghịch biến.
- Khi $\alpha > 0$ đồ thị không có tiệm cận; khi $\alpha < 0$ đồ thị có tiệm cận ngang $y = 0$, tiệm cận đứng $x = 0$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^3 - 27\right)^{\frac{\pi}{2}}$.

A. $\text{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $\text{D} = \mathbb{R}$. **C.** $\text{D} = [3;+\infty)$. **D.** $\text{D} = (3;+\infty)$.

Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$.

A. $\text{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\text{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;2\}$.

C. $\text{D} = (-\infty;-1) \cup (2;+\infty)$. **D.** $\text{D} = (0;+\infty)$.

Câu 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^4 - 3x^2 - 4\right)^{\sqrt{2}}$.

A. $\text{D} = (-\infty;-1) \cup (4;+\infty)$. **B.** $\text{D} = (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

C. $\text{D} = (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **D.** $\text{D} = (-\infty;+\infty)$.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left[x^2(x+1)\right]^{\sqrt{\pi}}$.

A. $\text{D} = (0;+\infty)$. **B.** $\text{D} = (-1;+\infty) \setminus \{0\}$.

C. $\text{D} = (-\infty;+\infty)$. **D.** $\text{D} = (-1;+\infty)$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \dfrac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ với $a > 0,\ b > 0$.

A. $P = 2\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$. **B.** $P = -\sqrt[4]{b}$. **C.** $P = \sqrt[4]{b}$. **D.** $P = \sqrt[4]{a}$.

Câu 6. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^2$. **B.** $P = \sqrt{x}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{3}}$. **D.** $P = x^{\frac{1}{9}}$.

Câu 7. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{20}{21}}$. **B.** $P = x^{\frac{21}{12}}$. **C.** $P = x^{\frac{20}{5}}$. **D.** $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Câu 8. Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.

A. $P = a^4$. **B.** $P = a$. **C.** $P = a^5$. **D.** $P = a^3$.

Câu 9. Rút gọn biểu thức $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1 - 2\sqrt{\dfrac{y}{x}} + \dfrac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x > 0,\ y > 0$.

A. $K = x$. **B.** $K = 2x$. **C.** $K = x + 1$. **D.** $K = x - 1$.

Câu 10. Với giá trị nào của a thì đẳng thức $\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}} = \sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$ đúng?

A. $a = 1$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = 0$. **D.** $a = 3$.

Câu 11. Cho số thực $a \neq 0$. Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\dfrac{1}{2}\left(a^x + a^{-x}\right) = 1$ đúng?

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = a$. **D.** $x = \dfrac{1}{a}$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2}$.

A. $a = 0$. **B.** $a < 0$. **C.** $a > 1$. **D.** $0 < a < 1$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}}$.

A. $a > 2$. **B.** $a > 1$. **C.** $1 < a < 2$. **D.** $0 < a < 1$.

Câu 14. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Câu 15. Bác An đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất $2,1\%$ một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

A. 36080251 đồng. **B.** 36080254 đồng.

C. 36080255 đồng. **D.** 36080253 đồng.

CHỦ ĐỀ 2.	HÀM SỐ LŨY THỪA HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

❍ Bài 01

LŨY THỪA – HÀM SỐ LŨY THỪA

I. LŨY THỪA

1. Lũy thừa số mũ nguyên dương

$$\boxed{a^n = a.a....a,\ (n \text{ thừa số}).}$$

Ở đây $n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$. Quy ước $a^1 = a$.

2. Lũy thừa số mũ 0 - Lũy thừa số mũ nguyên âm

$$\boxed{a^0 = 1(a \neq 0);\ \ a^{-n} = \frac{1}{a^n}(a \neq 0), \text{ với } n \in \mathbb{Z}^+.}$$

3. Lũy thừa số mũ hữu tỷ

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, (a > 0)}$$

Lũy thừa số mũ hữu tỷ có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

4. Lũy thừa số thực

$$\boxed{a^\alpha = \lim_{n \to +\infty} a^{r_n}\ (\alpha \text{ là số vô tỉ, } r_n \text{ là số hữu tỉ và } \lim r_n = \alpha).}$$

Lũy thừa số mũ thực có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

5. Tính chất của lũy thừa số mũ nguyên

a) Với $a, b \in \mathbb{R};\ a \neq 0,\ b \neq 0;\ m, n \in \mathbb{Z}$, ta có

$$a^m.a^n = a^{m+n};\ \frac{a^m}{a_n} = a^{m-n};\ \left(a^m\right)^n = a^{m.n};\ (ab)^m = a^m b^m;\ \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

b) Nếu $0 < a < b \Rightarrow \begin{cases} a^n < b^n, \forall n > 0 \\ a^n > b^n, \forall n < 0 \end{cases}$.

Nếu $a > 1 \Rightarrow a^m > a^n$ với $m > n$.

Nếu $0 < a < 1 \Rightarrow a^m < a^n$ với $m > n$.

6. Công thức lãi kép

a) **Định nghĩa:** Lãi kép là phần lãi của kì sau được tính trên số tiền gốc kì trước cộng với phần lãi của kì trước.

b) **Công thức:** Giả sử số tiền gốc là A; lãi suất $r\%$ /kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm).

- Số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $\boxed{A(1+r)^n}$
- Số tiền lãi nhận được sau n kì hạn gửi là $\boxed{A(1+r)^n - A = A\left[(1+r)^n - 1\right]}$

c) **Ví dụ:** Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Tính **số tiền lãi** thu được sau 10 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hoa thu về là:

$A(1+r)^n = 100\text{tr}.(1+0,08)^{10} \approx 215,892\text{tr}$.

Suy ra số tiền lãi bà Hoa thu về sau 10 năm là:

$A(1+r)^n - A = 100\text{tr}(1+0,08)^{10} - 100\text{tr} = 115,892\text{tr}$.

II. HÀM SỐ LŨY THỪA

1. Định nghĩa: $y = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$ gọi là hàm số lũy thừa.

2. Tập xác định: $y = x^\alpha$ tùy thuộc giá trị α. Cụ thể:

- α nguyên dương thì hàm số có TXĐ là $\mathbb{R}$.
- α nguyên âm hoặc bằng 0 thì hàm số xác định khi cơ số khác 0.
- α không nguyên thì hàm số xác định khi cơ số dương.

Chú ý: Theo định nghĩa, đẳng thức $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ chỉ xảy ra nếu $x > 0$. Do đó hàm số $y = x^{\frac{1}{n}}$ không đồng nhất với hàm số $y = \sqrt[n]{x}$ $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$. Chẳng hạn: hàm số $y = \sqrt{x}$ có $\mathrm{D} = [0;+\infty)$ còn hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ có $\mathrm{D} = (0;+\infty)$; hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có $\mathrm{D} = \mathbb{R}$ còn hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ có $\mathrm{D} = (0;+\infty)$.

3. Đạo hàm: $y = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$ với $\forall x > 0$. Đạo hàm $y' = \left(x^\alpha\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

4. Tính chất của hàm số lũy thừa: (Xét trên khoảng $(0;+\infty)$)

- Đồ thị qua điểm $(1;1)$.
- $\alpha > 0$ hàm số đồng biến; $\alpha < 0$ hàm số nghịch biến.
- Khi $\alpha > 0$ đồ thị không có tiệm cận; khi $\alpha < 0$ đồ thị có tiệm cận ngang $y = 0$, tiệm cận đứng $x = 0$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^3 - 27\right)^{\frac{\pi}{2}}$.

A. $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$. **C.** $\mathrm{D} = [3;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D} = (3;+\infty)$.

Lời giải. Áp dụng lý thuyết "Lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số phải dương".

Do đó hàm số $y = \left(x^3 - 27\right)^{\frac{\pi}{2}}$ xác định khi $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$. **Chọn D.**

Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$.

A. $\mathrm{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;2\}$.

C. $\mathrm{D} = (-\infty;-1) \cup (2;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D} = (0;+\infty)$.

Lời giải. Áp dụng lý thuyết "Lũy thừa với số mũ nguyên âm thì cơ số phải khác 0".

Do đó hàm số đã cho xác định khi $x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^4 - 3x^2 - 4\right)^{\sqrt{2}}$.

A. $\mathrm{D} = (-\infty;-1) \cup (4;+\infty)$. **B.** $\mathrm{D} = (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

C. $\mathrm{D} = (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D} = (-\infty;+\infty)$.

Lời giải. Áp dụng lý thuyết "Lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số phải dương".

Do đó hàm số đã cho xác định khi $x^4-3x^2-4>0$

$\Leftrightarrow (x^2-4)(x^2+1)>0 \Leftrightarrow x^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-2 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left[x^2(x+1)\right]^{\sqrt{\pi}}$.

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=(-1;+\infty)\setminus\{0\}$.

C. $D=(-\infty;+\infty)$. **D.** $D=(-1;+\infty)$.

Lời giải. Hàm số xác định khi $x^2(x+1)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$ với $a>0,\ b>0$.

A. $P=2\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$. **B.** $P=-\sqrt[4]{b}$. **C.** $P=\sqrt[4]{b}$. **D.** $P=\sqrt[4]{a}$.

Lời giải. Ta có $P=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}\right)^2+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}\right)^2-\left(\sqrt[4]{b}\right)^2}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$

$=\dfrac{\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}=\sqrt[4]{a}-\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)=-\sqrt[4]{b}$. **Chọn B.**

Câu 6. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=x^2$. **B.** $P=\sqrt{x}$. **C.** $P=x^{\frac{1}{3}}$. **D.** $P=x^{\frac{1}{9}}$.

Lời giải. Ta có $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}$.

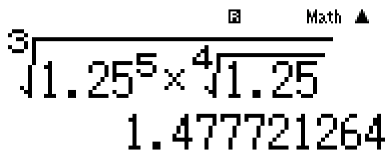
Vì $x>0$ nên $x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$. **Chọn B.**

Câu 7. Rút gọn biểu thức $P=\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}$ với $x>0$.

A. $P=x^{\frac{20}{21}}$. **B.** $P=x^{\frac{21}{12}}$. **C.** $P=x^{\frac{20}{5}}$. **D.** $P=x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải. Cách CASIO. Chọn $x>0$ ví dụ như $x=1,25$ chẳng hạn.

Tính giá trị $\sqrt[3]{1,25^5\sqrt[4]{1,25}}$ rồi lưu vào A



Tiếp theo ta tính hiệu, ví dụ như đáp án A ta cần tính $A-(1,25)^{\frac{20}{21}}$. Nếu màn hình máy tính xuất hiện kết quả bằng 0 thì chứng tỏ đáp án A đúng.

Đáp số chính là B. **Chọn B.**

Câu 8. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ với $a>0$.

A. $P=a^4$. **B.** $P=a$. **C.** $P=a^5$. **D.** $P=a^3$.

Lời giải. Ta có $\begin{cases} a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}=a^{\sqrt{3}+1+(2-\sqrt{3})}=a^3 \\ \left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}=a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}=a^{2-4}=a^{-2} \end{cases} \to P=\dfrac{a^3}{a^{-2}}=a^{3-(-2)}=a^5$. **Chọn C.**

Câu 9. Rút gọn biểu thức $K=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\dfrac{y}{x}}+\dfrac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x>0,\ y>0$.

A. $K=x$. **B.** $K=2x$. **C.** $K=x+1$. **D.** $K=x-1$.

Lời giải. Rút gọn $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$.

Rút gọn $\left(1-2\sqrt{\dfrac{y}{x}}+\dfrac{y}{x}\right)^{-1}=\left[\left(\sqrt{\dfrac{y}{x}}-1\right)^2\right]^{-1}=\left(\dfrac{\sqrt{y}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{-2}=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}}\right)^2$.

Vậy $K=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}}\right)^2=x$. **Chọn A.**

Câu 10. Với giá trị nào của a thì đẳng thức $\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}}=\sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$ đúng?

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=3$.

Lời giải. Ta có $\begin{cases}\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}}=\left[a.\left(a.a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{17}{24}}\\ \sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}=2^{\frac{5}{24}}.2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{17}{24}}\end{cases}\rightarrow\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}}=\sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}\Leftrightarrow a=2.$

Chọn B.

Câu 11. Cho số thực $a\neq 0$. Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\dfrac{1}{2}\left(a^x+a^{-x}\right)=1$ đúng?

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=a$. **D.** $x=\dfrac{1}{a}$.

Lời giải. Ta có $\dfrac{1}{2}\left(a^x+a^{-x}\right)=1\Leftrightarrow a^x+\dfrac{1}{a^x}=2\Leftrightarrow\left(a^x\right)^2-2a^x+1=0$

$\Leftrightarrow\left(a^x-1\right)^2=0\Leftrightarrow a^x=1\Leftrightarrow x=0$. **Chọn B.**

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[15]{a^7}>\sqrt[5]{a^2}$.

A. $a=0$. **B.** $a<0$. **C.** $a>1$. **D.** $0<a<1$.

Lời giải. Ta có $\sqrt[15]{a^7}>\sqrt[5]{a^2}\Leftrightarrow a^{\frac{7}{15}}>a^{\frac{2}{5}}\Leftrightarrow a^{\frac{7}{15}}>a^{\frac{6}{15}}\longrightarrow a>1$. **Chọn C.**

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$.

A. $a>2$. **B.** $a>1$. **C.** $1<a<2$. **D.** $0<a<1$.

Lời giải. Ta có $-\dfrac{2}{3}<-\dfrac{1}{3}$, kết hợp với $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$. Suy ra hàm số đặc trưng $y=(a-1)^x$ đồng biến $\longrightarrow$ cơ số $a-1>1\Leftrightarrow a>2$. **Chọn A.**

Câu 14. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Lời giải. Số tiền nhận về sau 1 năm của 100 triệu gửi trước là $100(1+2\%)^4$ triệu.

Số tiền nhận về sau 6 tháng của 100 triệu gửi sau là $100(1+2\%)^2$ triệu.

Vậy tổng số tiền là $100(1+2\%)^4+100(1+2\%)^2=212{,}283216(\approx 212{,}283)$ triệu.**Chọn C.**

Câu 15. Bác An đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất $2{,}1\%$ một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất $0{,}73\%$ một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

A. 36080251 đồng. **B.** 36080254 đồng.

C. 36080255 đồng. **D.** 36080253 đồng.

Lời giải. Số tiền nhận về sau 15 tháng của 140 triệu gửi trước là $140.(1+2,1\%)^5$ triệu.

Số tiền nhận về sau 15 tháng của 180 triệu gửi sau là $180.(1+0,73\%)^{15}$ triệu.

Suy ra tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà bác An thu được là

$$140.(1+2,1\%)^5+180.(1+0,73\%)^{15}\approx 356,080253 \text{ triệu.}$$

Suy ra số tiền lãi: $356,080253-320=360,80253=36080253$ đồng. **Chọn D.**