

○ Bài 06

TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ

Xét hai đồ thị $(C): y = f(x)$ và $(D): y = g(x)$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và (D) là: $f(x) = g(x)$. (1)

Số điểm chung giữa (C) và (D) đúng bằng số nghiệm của phương trình (1).

(C) và (D) được gọi là tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.

Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. (C) không cắt trục hoành. B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 3. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 3$. B. $AB = 2\sqrt{2}$. C. $AB = 2$. D. $AB = 1$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 + mx + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \in (4; +\infty)$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.
C. $m \in (0; 4)$. D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (4; +\infty)$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \in (-4; 0)$. B. $m \in (0; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; -4)$. D. $m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

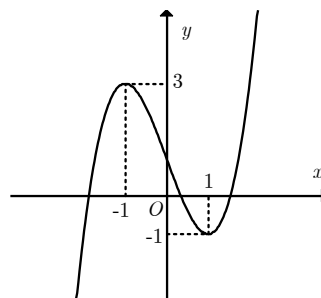
- A. $\frac{1}{3} < m < \frac{5}{3}$. B. $1 < m < \frac{5}{3}$. C. $2 < m < \frac{7}{3}$. D. $-2 < m < \frac{4}{3}$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt:

- A. $m = -\frac{1}{2}, m = -1$. B. $m = -\frac{1}{2}, m = -\frac{5}{2}$.
C. $m = \frac{1}{2}, m = \frac{5}{2}$. D. $m = 1, m = -\frac{5}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có duy nhất một nghiệm.

- A. $m = 2015, m = 2019.$ B. $2015 < m < 2019.$
 C. $m < 2015, m > 2019.$ D. $m \leq 2015, m \geq 2019.$



Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + 4$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \neq 0.$ B. $m > 3.$ C. $m \neq 3.$ D. $m > 0.$

Câu 10. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có đúng hai điểm chung với trục hoành.

- A. $m = \frac{1}{6}.$ B. $m = \sqrt[3]{2}.$ C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$ D. $m = \sqrt{3}.$

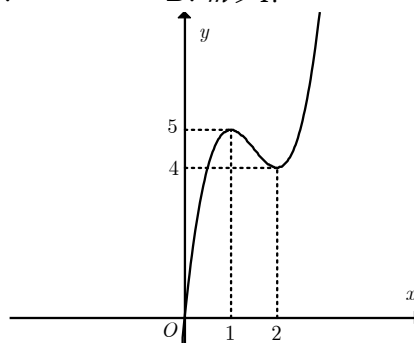
Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất.

- A. $0 < m < 1.$ B. $m < 1.$ C. $m \leq 0.$

D. $m > 1.$

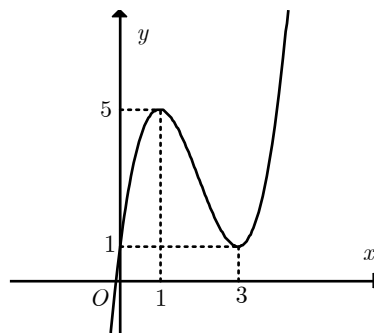
Câu 12. Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| + m = 0$ có sáu nghiệm phân biệt.

- A. $m < -5.$
 B. $-5 < m < -4.$
 C. $4 < m < 5.$
 D. $m > -4.$



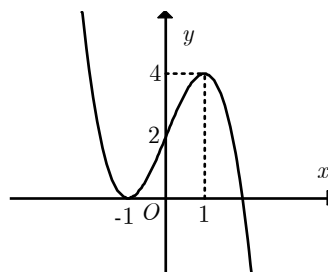
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1.$ B. $m > 5.$
 C. $m = 1, m = 5.$ D. $0 < m < 1, m > 5.$

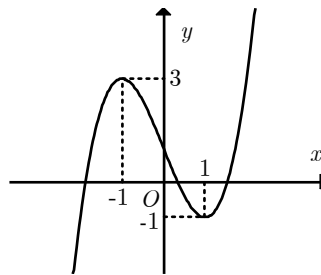


Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2|f(x)| - m = 0$ có đúng bốn nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 8.$ B. $0 < m < 4.$
 C. $m < 0, m > 8.$ D. $-2 < m < 8.$



Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $f(|x-2|) = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. 2. B. 0.
C. 6. D. 4.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		0		$+\infty$	

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -1 -1

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

- A. $-2 < m < -1$. B. $m > 0, m = -1$. C. $m = -2, m > -1$. D. $m = -2, m \geq -1$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và liên tục trên từng khoảng xác định, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	2		$+\infty$

\searrow \nearrow
 $-\infty$ 1

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2m - 1$ tại hai điểm phân biệt.

- A. $1 \leq m < \frac{3}{2}$. B. $1 < m < 2$. C. $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$. D. $1 < m < \frac{3}{2}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		2		$-\infty$

\searrow \nearrow \searrow
 -1 $-\infty$ $-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm.

- A. $m < 2$. B. $m < -1, m = 2$. C. $m \leq 2$. D. $m \leq -1, m = 2$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		-	+	0	-
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $-1 \leq m \leq 2$. B. $-1 < m < 2$. C. $-1 < m \leq 2$. D. $m \leq 2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$, xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		-	-	-	-
y	$-\infty$	2	$-\infty$	3	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng $y = 2m + 1$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

- A. $m \leq -2$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq -2, m \geq 1$. D. $m < -2, m > 1$.

Câu 21. Giả sử tồn tại hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	
y'		-	0	+	+	0	+	
y	0	-2	$+\infty$	1	$-\infty$	$+\infty$	0	1

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm.

- A. $-2 \leq m \leq 0$. B. $-2 < m < 0, m = 1$. C. $-2 < m \leq 0$. D. $-2 < m < 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$		$-\infty$	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có nhiều nghiệm thực nhất.

- A. $m \in (-\infty; -1] \cup [15; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -15) \cup (1; +\infty)$.
 C. $m \in (-\infty; -1) \cup (15; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -15] \cup [1; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'		$+$	$+$	0	$-$
y	2	4	3	3	-1

Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m \leq -1 \\ 3 < m < 4 \end{cases}$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba đường tiệm cận.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = m(x-1) + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ tại ba điểm phân biệt $A(1;1)$, B , C .

- A. $m \neq 0$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $0 \neq m < \frac{9}{4}$. D. $m = 0, m > \frac{9}{4}$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$.

- A. $m > -3$. B. $m = -3$. C. $m > -2$. D. $m = -2$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ (C_m) tại ba điểm phân biệt $A(0;4)$, B , C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4, với $M(1;3)$.

- A. $m = 2, m = 3$. B. $m = 3$. C. $m = -2, m = -3$. D. $m = -2, m = 3$.

Câu 27. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -mx$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

- A. $m \in (1; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 3)$. C. $m \in (-\infty; -1)$. D. $m \in (-\infty; +\infty)$.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx - 8$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

- A. $m = 1$. B. $m = 2, m = -1$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 30. Với điều kiện nào của tham số k thì phương trình $4x^2(1-x^2) = 1-k$ có bốn nghiệm phân biệt?

- A. $0 < k < 2$. B. $k < 3$. C. $-1 < k < 1$. D. $0 < k < 1$.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^4 - m(m+1)x^2 + m^3$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

- A. $m > 1$. B. $m > -\sqrt{2}$. C. $m > \sqrt{2}$. D. $0 < m \neq 1$.

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 2017 - m = 0$ có đúng ba nghiệm.

- A. $m = 2015$. B. $m = 2016$. C. $m = 2017$. D. $m = 2018$.

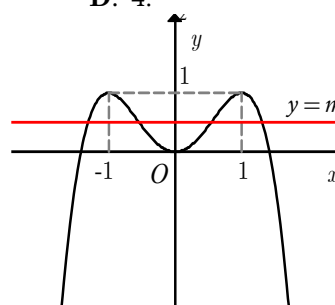
Câu 33. Cho hàm số $y = -x^4 + 2(2+m)x^2 - 4 - m$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho không có điểm chung với trục hoành?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 34. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên.

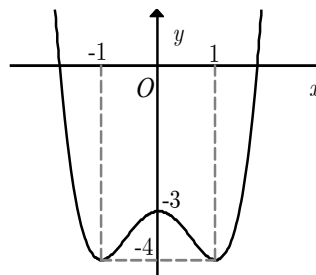
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $0 < m < 1$.
C. $m < 1$. D. $m > 0$.



Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có sáu nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 4$. B. $0 < m < 3$.
C. $3 < m < 4$. D. $-4 < m < -3$.



Câu 36. Cho hàm số $y = x^4 - (2m+4)x^2 + m^2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{3}{4}, m = 3$. D. $m = 3$.

Câu 37. Tìm tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2018}{2x+1}$ với trục tung.

- A. $M(0;0)$. B. $M(0;-2018)$. C. $M(2018;0)$. D. $M(2018;-2018)$.

Câu 38. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x}$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + x + 1$ cắt nhau tại hai điểm. Kí hiệu $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ là tọa độ của hai điểm đó. Tìm $y_1 + y_2$.

- A. $y_1 + y_2 = 4$. B. $y_1 + y_2 = 6$. C. $y_1 + y_2 = 0$. D. $y_1 + y_2 = 2$.

Câu 39. Đường thẳng $y = 2x + 2016$ và đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 40. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $d: y = x + 1$ và đồ thị $(C): y = \frac{2x+4}{x-1}$. Tìm hoành độ trung điểm x_I của đoạn thẳng MN .

- A. $x_I = \frac{5}{2}$. B. $x_I = 2$. C. $x_I = 1$. D. $x_I = -\frac{5}{2}$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2mx + m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{2x+1}$ (C) tại hai điểm phân biệt.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m > 1$. D. $m < 0$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x - 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

- A. $0 < m < 1$. B. $m < -2, m > 5$. C. $1 < m < \frac{3}{2}$. D. $0 < m < \frac{1}{3}$.

Câu 43. Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;0)$ và có hệ số góc m . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để d cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị.

- A. $m \neq 0$. B. $m > 0$. C. $m < 0$. D. $0 < m \neq 1$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

- A. $m = -2, m = 1$. B. $m = -7, m = 1$. C. $m = -7, m = 5$. D. $m = -1, m = 1$.

Câu 45. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x - m + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất.

- A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 46. Tìm giá trị thực của tham số k sao cho đường thẳng $d: y = x + 2k + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho các khoảng cách từ A và B đến trục hoành là bằng nhau.

- A. $k = -1$. B. $k = -3$. C. $k = -4$. D. $k = -2$.

Câu 47. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -2$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 48. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$, với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -2$. B. $m = -\frac{1}{5}$. C. $m = -\frac{11}{5}$. D. $m = 0$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $4S_{\Delta IAB} = 15$, với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

- A. $m = \pm 5$. B. $m = 5$. C. $m = -5$. D. $m = 0$.

Câu 50. Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ (C) hai điểm A, B mà chúng đối xứng nhau qua điểm $I(-1; 3)$.

- A. $A(-1; 0)$ và $B(-1; 6)$. B. $A(0; 2)$ và $B(-2; 4)$.
C. $A(1; 4)$ và $B(-3; 2)$. D. Không tồn tại.

Câu 51. Tìm trên đồ thị hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - \frac{11}{3}$ hai điểm phân biệt A, B mà chúng đối xứng nhau qua trục tung.

- A. $A\left(3; -\frac{16}{3}\right)$ và $B\left(-3; -\frac{16}{3}\right)$. B. $A\left(3; \frac{16}{3}\right)$ và $B\left(-3; \frac{16}{3}\right)$.
C. $A\left(\frac{16}{3}; 3\right)$ và $B\left(-\frac{16}{3}; 3\right)$. D. Không tồn tại.

Câu 52. Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 1$ với m là tham số thực, có đồ thị là (C). Tìm tọa độ các điểm cố định thuộc đồ thị (C).

- A. $(-1; 0)$ và $(1; 0)$. B. $(1; 0)$ và $(0; 1)$.
C. $(-2; 1)$ và $(-2; 3)$. D. $(2; 1)$ và $(0; 1)$.

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị (C) mà tọa độ là số nguyên?

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 54. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục Oy bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục Ox ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 55. Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến trục hoành.

- A. $M(2; 1)$, $M(4; 3)$. B. $M(0; -1)$, $M(4; 3)$.
C. $M(0; -1)$, $M(3; 2)$. D. $M(2; 1)$, $M(3; 2)$.

O Bài 06

TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ

Xét hai đồ thị (C): $y = f(x)$ và (D): $y = g(x)$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và (D) là: $f(x) = g(x)$. (1)

Số điểm chung giữa (C) và (D) đúng bằng số nghiệm của phương trình (1).

(C) và (D) được gọi là tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $-2x + 2 = x^3 + x + 2$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \longrightarrow y = 2. \text{ Chọn C.}$$

Câu 2. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. (C) không cắt trục hoành. B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) với trục hoành:

$$(x-2)(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm. **Chọn B.**

Câu 3. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

- A. $AB = 3$. B. $AB = 2\sqrt{2}$. C. $AB = 2$. D. $AB = 1$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y=-1 \\ x=2 \rightarrow y=-1 \end{cases}$$

Suy ra $A(1; -1), B(2; -1) \longrightarrow AB = 1$. **Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

- Nếu nắm được một nghiệm x_0 thì phương trình tương đương $\begin{cases} x = x_0 \\ ax^2 + b'x + c' = 0 \end{cases}$.
- Cô lập tham số m và lập bảng biến thiên hoặc dùng đồ thị.
- Nếu không nắm được nghiệm và không cô lập được m thì bài toán được giải quyết theo hướng tích hai cực trị, cụ thể:
 - Đồ thị cắt trục hoành đúng ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} < 0$.
 - Đồ thị có hai điểm chung với trục hoành $\Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} = 0$.
 - Đồ thị có một điểm chung với trục hoành $\Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} > 0$ hoặc hàm số không có cực trị.

Chú ý: Nếu $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ nhằm được hai nghiệm thì tính y_{CD}, y_{CT} dễ dàng. Trường hợp không nhằm được nghiệm thì dùng mối liên hệ hai nghiệm đó là hệ thức Viet.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 + mx + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \in (4; +\infty)$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.
 C. $m \in (0; 4)$. D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$(x-1)(x^2 + mx + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + mx + m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ycbt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 + m \cdot 1 + m \neq 0 \\ \Delta = m^2 - 4m > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 \neq 0 \\ m(m-4) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -\frac{1}{2} \\ m > 4 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \neq -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \in (-4; 0)$. B. $m \in (0; +\infty)$.
 C. $m \in (-\infty; -4)$. D. $m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải. Xét hàm bậc ba $y = x^3 - 3x^2$, có

$$y' = 3x^2 - 6x \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y_{CD} = 0 \\ x = 2 \longrightarrow y_{CT} = -4 \end{cases}$$

Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm bậc ba, ta có ycbt $\Leftrightarrow y_{CT} < m < y_{CD} \Leftrightarrow -4 < m < 0$.

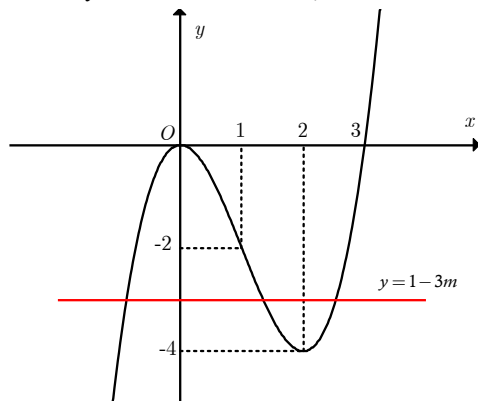
Chọn A.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

- A. $\frac{1}{3} < m < \frac{5}{3}$. B. $1 < m < \frac{5}{3}$. C. $2 < m < \frac{7}{3}$. D. $-2 < m < \frac{4}{3}$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 1 - 3m$.

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, ta được



Dựa vào đồ thị, ta có ycbt $\Leftrightarrow -4 < 1 - 3m < -2 \Leftrightarrow 1 < m < \frac{5}{3}$. **Chọn B.**

Chú ý: Sai lầm hay gặp là cho $-4 < 1 - 3m < 0$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt:

- A. $m = -\frac{1}{2}, m = -1$. B. $m = -\frac{1}{2}, m = -\frac{5}{2}$.
 C. $m = \frac{1}{2}, m = \frac{5}{2}$. D. $m = 1, m = -\frac{5}{2}$.

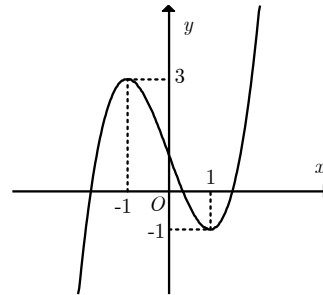
Lời giải. Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2$, có

$$f'(x) = 6x^2 - 6x \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y_{CD} = 0 \\ x = 1 \longrightarrow y_{CT} = -1 \end{cases}$$

Dựa vào dạng đặc trưng của đồ thị hàm bậc ba, phương trình đã cho có đúng hai

nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} 2m+1 = y_{CD} \\ 2m+1 = y_{CT} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 = 0 \\ 2m+1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ m = -1 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có duy nhất một nghiệm.



- A. $m = 2015, m = 2019$. B. $2015 < m < 2019$.
 C. $m < 2015, m > 2019$. D. $m \leq 2015, m \geq 2019$.

Lời giải. Phương trình $f(x) + m - 2018 = 0 \iff f(x) = 2018 - m$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2018 - m$ (có phương song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} 2018 - m > 3 \\ 2018 - m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2015 \\ m > 2019 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + 4$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \neq 0$. B. $m > 3$. C. $m \neq 3$. D. $m > 0$.

Lời giải. Đối với dạng bài này ta không cô lập được m nên bài toán được giải quyết theo hướng tích hai cực trị.

Ta có $y' = 3x^2 - 2mx = x(3x - 2m) \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2m}{3} \end{cases}$

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{2m}{3} \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó ycbt $\Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} < 0 \Leftrightarrow y(0) \cdot y\left(\frac{2m}{3}\right) < 0 \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{-4m^3}{27} + 4\right) < 0 \Leftrightarrow m > 3$. **Chọn B.**

Câu 10. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có đúng hai điểm chung với trục hoành.

- A. $m = \frac{1}{6}$. B. $m = \sqrt[3]{2}$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $m = \sqrt{3}$.

Lời giải. Ta có $y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m) \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$

Ycbt \Leftrightarrow hàm số có hai cực trị và tích hai cực trị bằng 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m \neq 0 \\ y(0) \cdot y(2m) = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2 \cdot (-4m^3 + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất.

- A. $0 < m < 1$. B. $m < 1$. C. $m \leq 0$. D. $m > 1$.

Lời giải. Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ và trục hoành.

Xét hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$, có $y' = 3x^2 - 3m = 3(x^2 - m) \rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$.

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương với:

- **TH1.** Hàm số có hai cực trị $y_{\text{CD}}, y_{\text{CT}}$ thỏa mãn $y_{\text{CD}} \cdot y_{\text{CT}} > 0$

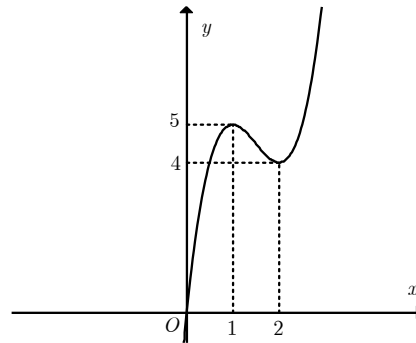
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ y(-\sqrt{m}) \cdot y(\sqrt{m}) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (2 + 2m\sqrt{m})(2 - 2m\sqrt{m}) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

- **TH2.** Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm $\Leftrightarrow m \leq 0$.

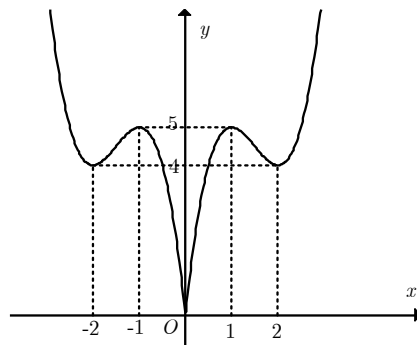
Kết hợp hai trường hợp ta được $m < 1$. **Chọn B.**

Câu 12. Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| + m = 0$ có sáu nghiệm phân biệt.

- A. $m < -5$.
 B. $-5 < m < -4$.
 C. $4 < m < 5$.
 D. $m > -4$.



Lời giải. Trước tiên từ đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ như hình dưới đây:



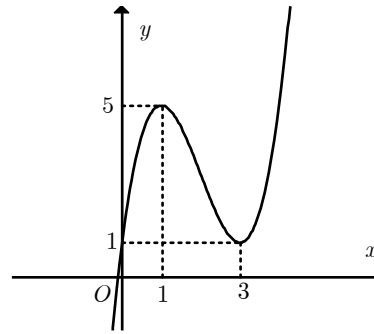
Phương trình $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| + m = 0 \Leftrightarrow 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| = -m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ và đường thẳng $y = -m$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$, ta có ycbt $\Leftrightarrow 4 < -m < 5 \Leftrightarrow -5 < m < -4$.

Chọn B.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$. B. $m > 5$.
 C. $m = 1, m = 5$. D. $0 < m < 1, m > 5$.

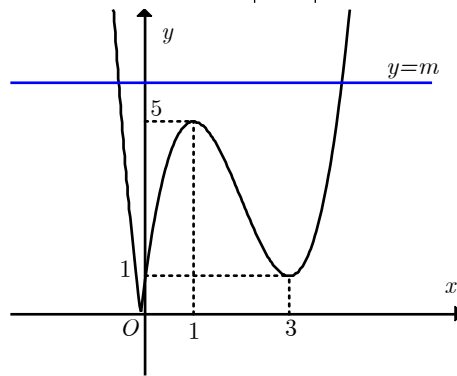


Lời giải. Ta có $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & ; f(x) \geq 0 \\ -f(x) & ; f(x) < 0 \end{cases}$. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số

(C) từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $y = f(x)$ phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị $y = f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành (bỏ phần dưới).

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ.

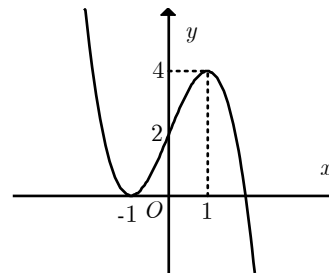


Phương trình $|f(x)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương với trục hoành).

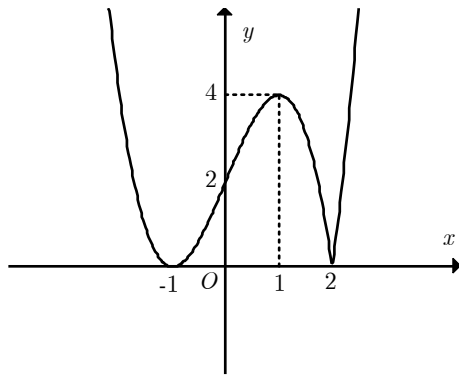
Dựa vào đồ thị, ta có ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2|f(x)| - m = 0$ có đúng bốn nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 8$. B. $0 < m < 4$.
 C. $m < 0, m > 8$. D. $-2 < m < 8$.



Lời giải. Trước tiên từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình dưới đây:

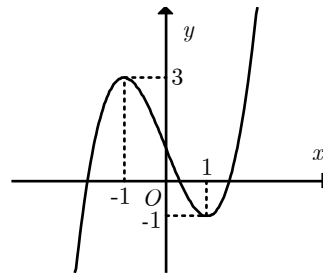


Phương trình $2|f(x)| - m = 0 \iff |f(x)| = \frac{m}{2}$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = \frac{m}{2}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$, ta có ycbt $\iff 0 < \frac{m}{2} < 4 \iff 0 < m < 8$. **Chọn A.**

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $f(|x-2|) = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

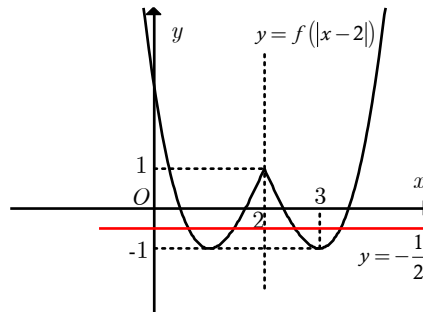
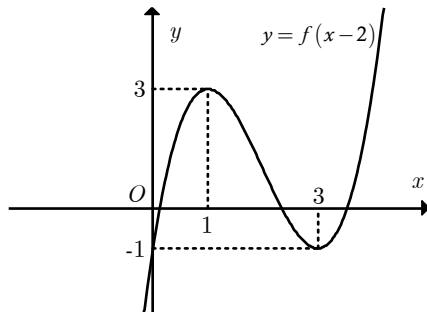
- A. 2. B. 0.
C. 6. D. 4.



Lời giải. Trước tiên tịnh tiến đồ thị sang phải 2 đơn vị để được đồ thị hàm số $y = f(x-2)$.

Tiếp theo giữ phần đồ thị phía bên phải đường thẳng $x = 2$, xóa bỏ phần đồ thị phía bên trái đường thẳng $x = 2$.

Cuối cùng lấy đối xứng phần đồ thị vừa giữ lại ở trên qua đường thẳng $x = 2$. Ta được toàn bộ phần đồ thị của hàm số $y = f(|x-2|)$. (hình vẽ bên dưới)



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(|x-2|)$, ta thấy đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(|x-2|)$ tại 4 điểm phân biệt \implies phương trình $f(|x-2|) = -\frac{1}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt. **Chọn D.**

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$				$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

- A. $-2 < m < -1$. B. $m > 0, m = -1$. C. $m = -2, m > -1$. D. $m = -2, m \geq -1$.

Lời giải. Phương trình $f(x) - 1 = m \iff f(x) = m + 1$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m + 1$ (cùng phương với trục hoành).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m + 1 > 0 \\ m + 1 = -1 \end{cases} \iff \begin{cases} m > -1 \\ m = -2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và liên tục trên từng khoảng xác định, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	2		$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2m - 1$ tại hai điểm phân biệt.

- A. $1 \leq m < \frac{3}{2}$. B. $1 < m < 2$. C. $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$. D. $1 < m < \frac{3}{2}$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2m - 1$ tại hai điểm phân biệt $\iff 1 < 2m - 1 < 2 \iff 1 < m < \frac{3}{2}$. **Chọn D.**

Sai lầm hay gặp là cho $1 \leq 2m - 1 \leq 2 \iff 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \implies$ Chọn C. Lí do là giá trị của hàm số không bằng 2 mà chỉ tồn tại $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ và giá trị của hàm số không bằng 1 mà chỉ tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = 1$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-		+	0	-
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm.

- A. $m < 2$. B. $m < -1, m = 2$. C. $m \leq 2$. D. $m \leq -1, m = 2$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m < -1 \\ m = 2 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-		+	0	-
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $-1 \leq m \leq 2$. B. $-1 < m < 2$. C. $-1 < m \leq 2$. D. $m \leq 2$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m < 2$. **Chọn B.**

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$, xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-		-	-	-
y	$+\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$	3

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng $y = 2m + 1$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

- A. $m \leq -2$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq -2, m \geq 1$. D. $m < -2, m > 1$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = 2m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases} 2m + 1 > 3 \\ 2m + 1 < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$. **Chọn D.**

Nếu yêu cầu bài toán có duy nhất một nghiệm thực $\Leftrightarrow -3 \leq 2m + 1 \leq 3$.

Câu 21. Giả sử tồn tại hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y		0	$+\infty$		1	0	1

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm.

- A. $-2 \leq m \leq 0$. B. $-2 < m < 0, m = 1$. C. $-2 < m \leq 0$. D. $-2 < m < 0$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm khi và chỉ khi $-2 < m < 0$. **Chọn C.**

Nhận xét. Học sinh rất dễ sai lầm vì cho rằng $-2 < m < 0$. Nếu bài toán yêu cầu có hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$, có ba nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$, có năm nghiệm $0 < m < 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	$+\infty$		-15	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có nhiều nghiệm thực nhất.

- A. $m \in (-\infty; -1] \cup [15; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -15) \cup (1; +\infty)$.
 C. $m \in (-\infty; -1) \cup (15; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -15] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải. Phương trình $f(x) + m = 0 \iff f(x) = -m$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -m$ (cùng phương với trục hoành).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình đã cho có nhiều nghiệm thực nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} -m > 1 \\ -m < -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 15 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'		+	+	0	-
y		2	4	3	-1

$-\infty$ $-\infty$

Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m \leq -1 \\ 3 < m < 4 \end{cases}$.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba đường tiệm cận.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$. Vì vậy khẳng định C là sai. **Chọn C.**

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = m(x-1) + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ tại ba điểm phân biệt $A(1; 1)$, B , C .

- A. $m \neq 0$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $0 \neq m < \frac{9}{4}$. D. $m = 0, m > \frac{9}{4}$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3 + 3x - 1 = m(x-1) + 1$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + x - 2 + m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình $(*)$ có hai

nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$.

- A. $m > -3$. B. $m = -3$. C. $m > -2$. D. $m = -2$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 2 = m(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - m - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân

biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + m + 2 > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3$.

Giả sử $x_1 = 1$. Khi đó x_2, x_3 là hai nghiệm của phương trình $(*)$.

Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 x_3 = -m - 2 \end{cases}$.

Ycbt $\Leftrightarrow x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 = 4 \Leftrightarrow 4 + 2(m+2) = 4 \Leftrightarrow m = -2$ (thỏa). **Chọn D.**

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ (C_m) tại ba điểm phân biệt $A(0;4)$, B , C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4, với $M(1;3)$.

A. $m = 2, m = 3$. B. $m = 3$. C. $m = -2, m = -3$. D. $m = -2, m = 3$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để d cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ -2 \neq m < -1 \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*). Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 \cdot x_2 = m + 2 \end{cases}$.

Giải sử $B(x_1; x_1 + 4)$, $C(x_2; x_2 + 4)$.

Ta có $BC = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2}$ và $d[M, d] = \frac{|1 - 3 + 4|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Theo đề: $S_{\triangle MBC} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(M, d)BC = 4 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 16$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ (thỏa mãn)} \\ m = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \text{ Chọn B.}$$

Câu 27. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -mx$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

A. $m \in (1; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 3)$. C. $m \in (-\infty; -1)$. D. $m \in (-\infty; +\infty)$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 - m + 2 = -mx$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 + m(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x + m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x + m - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - (m-2) > 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Theo định lí Viet, ta có $x_1 + x_2 = 2$ nên suy ra $x_1 > 1$ hoặc $x_2 > 1$. Giả sử $x_2 > 1$ thì $x_1 = 2 - x_2 < 1$, suy ra $x_1 < 1 < x_2$.

Theo giả thiết $BA = BC$ nên B là trung điểm của AC do đó $x_B = 1$ và $x_A = x_1$, $x_C = x_2$. Khi đó ta có $x_A + x_C = 2x_B$ nên d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C thỏa mãn $AB = BC$.

Vậy với $m < 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx - 8$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. $m = 1$. B. $m = 2, m = -1$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3mx^2 + 6mx - 8 = 0$. (*)

Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số cộng \longrightarrow phương trình có một nghiệm $x_0 = -\frac{b}{3a}$.

Suy ra phương trình (*) có một nghiệm $x = m$.

Thay $x = m$ vào phương trình (*), ta được $m^3 - 3m.m^2 + 6m.m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Thử lại: ● Với $m = -1$, ta được $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$: thỏa mãn.

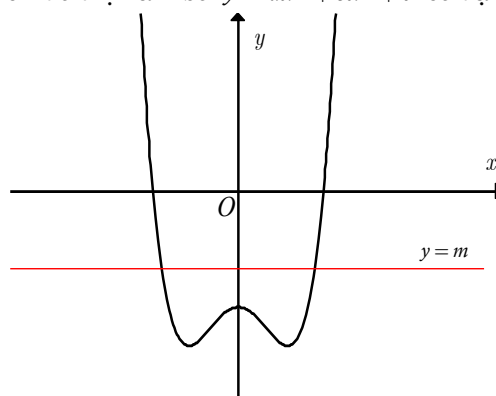
● Với $m = 2$, ta được $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2$: không thỏa mãn.

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Biện luận số nghiệm của phương trình $ax^4 + bx^2 + c = m$ ($a > 0, b < 0$). (1)

Cách 1. Phương trình $ax^4 + bx^2 + c = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ và đường thẳng $y = m$ (có phương song song với trục hoành)

Do hệ số $a > 0, b < 0$ nên đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có dạng như sau:

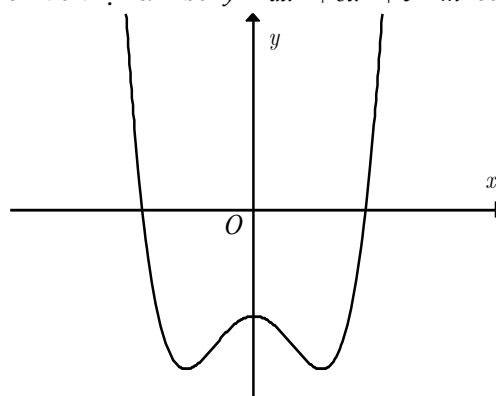


Dựa vào đồ thị ta có:

- (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow m < y_{CT}$.
- (1) có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m = y_{CT} \\ m > y_{CD} \end{cases}$.
- (1) có 3 nghiệm $\Leftrightarrow m = y_{CD}$.
- (1) có 4 nghiệm $\Leftrightarrow y_{CT} < m < y_{CD}$.

Cách 2. Phương trình $ax^4 + bx^2 + c = m \Leftrightarrow ax^4 + bx^2 + c - m = 0$. (2)

Do hệ số $a > 0, b < 0$ nên đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c - m$ có dạng như sau:



Ta có các trường hợp sau:

- (2) vô nghiệm $\Leftrightarrow y_{CT} > 0$.
- (2) có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} y_{CT} = 0 \\ y_{CD} < 0 \end{cases}$.

- (2) có 3 nghiệm $\Leftrightarrow y_{\text{CD}} = 0$.
- (2) có 4 nghiệm $\Leftrightarrow y_{\text{CT}} < 0 < y_{\text{CD}}$.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$.

Suy ra đồ thị hàm số có ba điểm chung với trục hoành. **Chọn C.**

Câu 30. Với điều kiện nào của tham số k thì phương trình $4x^2(1-x^2) = 1-k$ có bốn nghiệm phân biệt?

- A. $0 < k < 2$. B. $k < 3$. C. $-1 < k < 1$. D. $0 < k < 1$.

Lời giải. Phương trình đã cho lập tham số nên ta nên giải theo cách 1.

Xét hàm số $y = 4x^2(1-x^2) = -4x^4 + 4x^2$, có

$$y' = -16x^3 + 8x \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y(0) = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow y\left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 \end{cases}$$

Ycbt $\Leftrightarrow y_{\text{CT}} < 1-k < y_{\text{CD}} \Leftrightarrow 0 < 1-k < 1 \Leftrightarrow 0 < k < 1$. **Chọn D.**

Câu 31. Cho hàm số $y = x^4 - m(m+1)x^2 + m^3$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

- A. $m > 1$. B. $m > -\sqrt{2}$. C. $m > \sqrt{2}$. D. $0 < m \neq 1$.

Lời giải. Bài này ta giải theo cách 2.

Xét hàm số $y = x^4 - m(m+1)x^2 + m^3$, có

$$y' = 4x^3 - 2m(m+1)x = 2x[2x^2 - m(m+1)]; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y = m^3 \\ x^2 = \frac{m(m+1)}{2} \longrightarrow y = -\frac{m^2(m+1)^2}{4} + m^3 \end{cases}$$

Ycbt \Leftrightarrow hàm số có hai cực trị $y_{\text{CT}}, y_{\text{CD}}$ và $y_{\text{CT}} < 0 < y_{\text{CD}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m(m+1)}{2} > 0 \\ -\frac{m^2(m+1)^2}{4} + m^3 < 0 < m^3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \neq 1. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 2017 - m = 0$ có đúng ba nghiệm.

- A. $m = 2015$. B. $m = 2016$. C. $m = 2017$. D. $m = 2018$.

Lời giải. Ta có $x^4 - 2x^2 + 2017 - m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 = m - 2017$.

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2$, có

$$y' = 4x^3 - 4x \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y(0) = 0 \\ x = \pm 1 \longrightarrow y(\pm 1) = -1 \end{cases}$$

Ycbt $\Leftrightarrow m - 2017 = y_{\text{CD}} \Leftrightarrow m - 2017 = 0 \Leftrightarrow m = 2017$. **Chọn D.**

Câu 33. Cho hàm số $y = -x^4 + 2(2+m)x^2 - 4 - m$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho không có điểm chung với trục hoành?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải. Hàm số $y = -x^4 + 2(2+m)x^2 - 4 - m$ có hệ số của x^4 âm.

Ta có $y' = -4x^3 + 4(2+m)x = -4x[x^2 - (2+m)] \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2+m \end{cases}$.

Dựa vào dáng điệu của hàm trùng phương, ta có các trường hợp sau thỏa mãn yêu cầu bài toán:

• Hàm số có một cực trị và cực trị đó âm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2+m \leq 0 \\ y(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m \leq 0 \\ -4-m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m \leq -2$.

• Hàm số có hai cực trị và giá trị cực đại âm

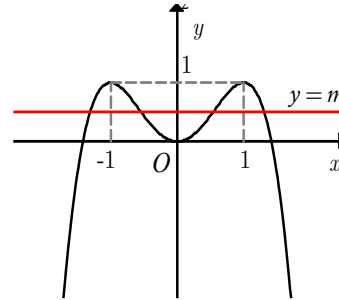
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2+m > 0 \\ y(\pm\sqrt{2+m}) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m > 0 \\ m^2 + 3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $-4 < m < 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-3; -2; -1\}$. **Chọn C.**

Câu 34. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $0 < m < 1$.
C. $m < 1$. D. $m > 0$.



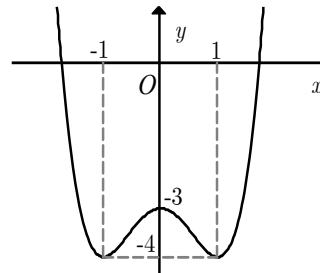
Lời giải. Phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương với trục hoành).

Dựa vào đồ thị ta thấy để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 1$.

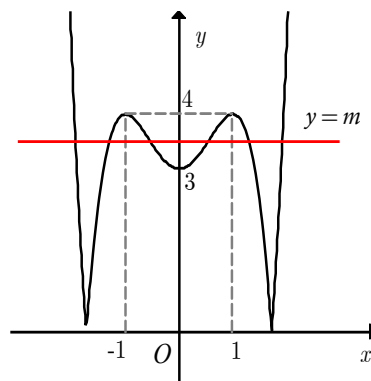
Chọn B.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có sáu nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 4$. B. $0 < m < 3$.
C. $3 < m < 4$. D. $-4 < m < -3$.



Lời giải. Trước tiên từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình sau:



Dựa vào đồ thị, để phương trình $|f(x)| = m$ có sáu nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3 < m < 4$.

Chọn C.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^4 - (2m+4)x^2 + m^2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{3}{4}, m = 3$. D. $m = 3$.

Lời giải. Sử dụng công thức giải nhanh sau:

Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại bốn điểm lập thành một cấp số cộng

$$\text{thì điều kiện là } \begin{cases} ac > 0 \\ ab < 0 \\ b^2 = \frac{100}{9}ac \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1.m^2 > 0 \\ 1.[-(2m+4)] < 0 \\ (2m+4)^2 = \frac{100}{9}m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -2 \\ 9.(2m+4)^2 = 100m^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$\text{Ta có } (3) \Leftrightarrow 64m^2 - 144m - 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{3}{4} \\ m = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn (1) \& (2)). } \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 37. Tìm tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2018}{2x+1}$ với trục tung.

- A. $M(0;0)$. B. $M(0;-2018)$. C. $M(2018;0)$. D. $M(2018;-2018)$.

Lời giải. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = \frac{x-2018}{2x+1} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow M(0;-2018)$. **Chọn B.**

Câu 38. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x}$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + x + 1$ cắt nhau tại hai điểm. Kí hiệu $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ là tọa độ của hai điểm đó. Tìm $y_1 + y_2$.

- A. $y_1 + y_2 = 4$. B. $y_1 + y_2 = 6$. C. $y_1 + y_2 = 0$. D. $y_1 + y_2 = 2$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x} = x^2 + x + 1 \quad (x \neq 0)$

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 + x = 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \longrightarrow y(1) = 3 \\ x = -1 \longrightarrow y(-1) = 1 \end{cases}$$

Khi đó $y_1 + y_2 = y(1) + y(-1) = 4$. **Chọn A.**

Câu 39. Đường thẳng $y = 2x + 2016$ và đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1} = 2x + 2016 \quad (x \neq 1)$

$$2x + 1 = (2x + 2016)(x - 1) \Leftrightarrow 2x^2 + 2012x - 2017 = 0.$$

Ta có $ac = 2 \cdot (-2017) = -4034 < 0 \rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt. **Chọn C.**

Câu 40. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $d: y = x + 1$ và đồ thị $(C): y = \frac{2x+4}{x-1}$. Tìm hoành độ trung điểm x_I của đoạn thẳng MN .

- A. $x_I = \frac{5}{2}$. B. $x_I = 2$. C. $x_I = 1$. D. $x_I = -\frac{5}{2}$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+4}{x-1} = x + 1 \quad (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow 2x + 4 = (x + 1)(x - 1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0.$$

Theo định lí Viet, ta có $x_1 + x_2 = 2$.

Suy ra $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2} = 1$. **Chọn C.**

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2mx + m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{2x+1}$ (C) tại hai điểm phân biệt.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m > 1$. D. $m < 0$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-2}{2x+1} = 2mx + m + 1 \quad \left(x \neq -\frac{1}{2} \right)$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 = (2mx + m + 1)(2x + 1) \Leftrightarrow 4mx^2 + 4mx + m + 3 = 0. \quad (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = -12m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0. \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x - 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

- A. $0 < m < 1$. B. $m < -2, m > 5$. C. $1 < m < \frac{3}{2}$. D. $0 < m < \frac{1}{3}$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-3}{x+1} = x - 2m \quad (x \neq -1)$

$$\Leftrightarrow x - 3 = (x - 2m)(x + 1) \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 2m + 3 = 0. \quad (*)$$

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + 2m - 3 > 0 \\ S = 2m > 0 \\ P = -2m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{3}{2}. \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 43. Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;0)$ và có hệ số góc m . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để d cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị.

- A. $m \neq 0$. B. $m > 0$. C. $m < 0$. D. $0 < m \neq 1$.

Lời giải. Đường thẳng d có dạng $y = m(x-1) = mx - m$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x+2}{x-1} = mx - m \quad (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow x + 2 = (mx - m)(x - 1) \Leftrightarrow \underbrace{mx^2 - (2m+1)x + m - 2}_{g(x)} = 0. \quad (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị \Leftrightarrow phương trình (*)

$$\text{có hai nghiệm phân biệt } x_1 < x_2 \text{ thỏa mãn } x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ mg(1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m[m - (2m+1) + m - 2] < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0. \quad \text{Chọn B.}$$

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

- A. $m = -2, m = 1$. B. $m = -7, m = 1$. C. $m = -7, m = 5$. D. $m = -1, m = 1$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{-2x+1}{x+1} = -x + m \quad (x \neq -1)$

$$\Leftrightarrow -2x+1=(-x+m)(x+1) \Leftrightarrow x^2-(m+1)x+1-m=0. \quad (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta=(m+1)^2-4(1-m)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} m>-3+2\sqrt{3} \\ m<-3-2\sqrt{3} \end{cases}$$

Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=1-m \end{cases}$. Giả sử $A(x_1;-x_1+m)$ và $B(x_2;-x_2+m)$.

Yêu cầu bài toán $AB=2\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2=8 \Leftrightarrow 2(x_2-x_1)^2=8 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2-4(1-m)=4 \Leftrightarrow m^2+6m-7=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-7 \end{cases} \text{ (thỏa mãn). Chọn B.}$$

Câu 45. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=x-m+2$ cắt đồ thị

hàm số $y=\frac{2x}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất.

A. $m=-3$. B. $m=-1$. C. $m=3$. D. $m=1$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x}{x-1}=x-m+2 \quad (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow 2x=(x-m+2)(x-1) \Leftrightarrow x^2-(m+1)x+m-2=0. \quad (*)$$

Ta có $\Delta=(m+1)^2-4(m-2)=m^2-2m+9>0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$. Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=m-2 \end{cases}$.

Giả sử $A(x_1;x_1-m+2)$ và $B(x_2;x_2-m+2)$ là tọa độ giao điểm của d và (C) .

Ta có $AB^2=2(x_2-x_1)^2=2(x_1+x_2)^2-8x_1x_2=2(m+1)^2-8(m-2)=2(m-1)^2+16 \geq 16$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=1$. **Chọn D.**

Công thức giải nhanh: AB ngắn nhất $\longrightarrow \Delta$ nhỏ nhất.

Mà $\Delta=m^2-2m+9=(m-1)^2+8 \geq 8$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=1$.

Câu 46. Tìm giá trị thực của tham số k sao cho đường thẳng $d: y=x+2k+1$ cắt đồ

thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho các khoảng cách từ A

và B đến trục hoành là bằng nhau.

A. $k=-1$. B. $k=-3$. C. $k=-4$. D. $k=-2$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x+1}=x+2k+1 \quad (x \neq -1)$

$$\Leftrightarrow 2x+1=(x+2k+1)(x+1) \Leftrightarrow x^2+2kx+2k=0. \quad (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta'=k^2-2k>0 \Leftrightarrow \begin{cases} k>2 \\ k<0 \end{cases}$$

Gọi $x_1 \neq x_2$ là hai nghiệm của $(*)$. Giả sử $A(x_1;x_1+2k+1)$ và $B(x_2;x_2+2k+1)$.

Yêu cầu bài toán: $d[A, Ox]=d[B, Ox] \Leftrightarrow |x_1+2k+1|=|x_2+2k+1|$

$$\Leftrightarrow x_1+2k+1=-(x_2+2k+1) \text{ (do } x_1 \neq x_2)$$

$$\Leftrightarrow x_1+x_2=-4k-2 \Leftrightarrow -2k=-4k-2 \Leftrightarrow k=-1 \text{ (thỏa mãn). Chọn A.}$$

Câu 47. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -2$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x-1} = x + m$ ($x \neq 1$)

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = (x + m)(x - 1) \Leftrightarrow x^2 + (m - 3)x + 1 - m = 0. \quad (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = (m - 3)^2 - 4(1 - m) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 5 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*). Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = 1 - m \end{cases}$.

Giả sử $A(x_1; x_1 + m)$ và $B(x_2; x_2 + m)$.

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + m)(x_2 + m) = 0 \Leftrightarrow 2x_1 x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(1 - m) + m(3 - m) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 48. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$, với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -2$. B. $m = -\frac{1}{5}$. C. $m = -\frac{11}{5}$. D. $m = 0$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1} = -3x + m$ ($x \neq 1$)

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = (-3x + m)(x - 1) \Leftrightarrow 3x^2 - (1 + m)x + m + 1 = 0. \quad (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 10m - 11 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 11 \end{cases}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*). Theo Viet, ta có $x_1 + x_2 = \frac{1+m}{3}$ và $x_1 x_2 = \frac{m+1}{3}$.

Giả sử $A(x_1; -3x_1 + m)$ và $B(x_2; -3x_2 + m)$. Suy ra $G\left(\frac{x_1 + x_2}{3}; \frac{-3(x_1 + x_2) + 2m}{3}\right)$.

$$\text{Vì } G \in \Delta \text{ nên } \frac{x_1 + x_2}{3} - 2 \cdot \frac{-3(x_1 + x_2) + 2m}{3} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1+m}{9} - 2 \cdot \frac{-(m+1) + 2m}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{11}{5} \text{ (thỏa mãn)}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $4S_{\Delta IAB} = 15$, với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

- A. $m = \pm 5$. B. $m = 5$. C. $m = -5$. D. $m = 0$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-4}{x-1} = 2x + m$ ($x \neq 1$)

$$\Leftrightarrow 2x - 4 = (2x + m)(x - 1) \Leftrightarrow 2x^2 + (m - 4)x - m + 4 = 0. \quad (*)$$

Đề d cắt (C) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 4 \end{cases}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$. Theo Viet, ta có $x_1 + x_2 = \frac{4-m}{2}$ và $x_1 x_2 = \frac{4-m}{2}$.

Giả sử $A(x_1; 2x_1 + m)$ và $B(x_2; 2x_2 + m)$.

Theo giả thiết: $4S_{IAB} = 15 \Leftrightarrow 2AB \cdot d[I, AB] = 15 \Leftrightarrow 2AB \cdot \frac{|m|}{\sqrt{5}} = 15 \Leftrightarrow 4AB^2 m^2 = 1125$

$$\Leftrightarrow 20(x_1 - x_2)^2 m^2 = 1125 \Leftrightarrow 4[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] m^2 = 225$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 16)m^2 = 225 \Leftrightarrow m^2 = 25 \Leftrightarrow m = \pm 5 (\text{thỏa mãn}). \text{ Chọn A.}$$

Câu 50. Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ (C) hai điểm A, B mà chúng đối xứng nhau qua điểm $I(-1; 3)$.

A. $A(-1; 0)$ và $B(-1; 6)$.

B. $A(0; 2)$ và $B(-2; 4)$.

C. $A(1; 4)$ và $B(-3; 2)$.

D. Không tồn tại.

Lời giải. Gọi $A(x_0; -x_0^3 + 3x_0 + 2)$ là điểm thuộc (C) .

Do B đối xứng với A qua I nên suy ra $B(-2 - x_0; 4 + x_0^3 - 3x_0)$.

Lại có B cũng thuộc (C) nên $4 + x_0^3 - 3x_0 = -(-2 - x_0)^3 + 3(-2 - x_0) + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$.

Suy ra $A(0; 2)$ và $B(-2; 4)$ hoặc ngược lại. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm. Nhận thấy ba đáp án A, B, C đều có trung điểm là $I(-1; 3)$.

Bây giờ ta thử đến $A \in (C)$ và $B \in (C)$.

Thử đáp án A, ta thấy $A \in (C)$ nhưng $B \notin (C)$. Vậy loại A.

Thử đáp án B, ta thấy $A \in (C)$ và $B \in (C)$. Vậy chọn B.

Câu 51. Tìm trên đồ thị hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - \frac{11}{3}$ hai điểm phân biệt A, B mà chúng đối xứng nhau qua trục tung.

A. $A\left(3; -\frac{16}{3}\right)$ và $B\left(-3; -\frac{16}{3}\right)$.

B. $A\left(3; \frac{16}{3}\right)$ và $B\left(-3; \frac{16}{3}\right)$.

C. $A\left(\frac{16}{3}; 3\right)$ và $B\left(-\frac{16}{3}; 3\right)$.

D. Không tồn tại.

Lời giải. Hai điểm $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thuộc đồ thị và đối xứng nhau qua trục tung

nên $\begin{cases} x_2 = -x_1 \neq 0 \\ y_1 = y_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -x_1 \neq 0 \\ -\frac{x_1^3}{3} + x_1^2 + 3x_1 - \frac{11}{3} = -\frac{x_2^3}{3} + x_2^2 + 3x_2 - \frac{11}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 3 \end{cases}$. Vậy $A\left(3; \frac{16}{3}\right)$ và $B\left(-3; \frac{16}{3}\right)$ hoặc ngược lại. **Chọn B.**

Câu 52. Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 1$ với m là tham số thực, có đồ thị là (C) . Tìm tọa độ các điểm cố định thuộc đồ thị (C) .

A. $(-1; 0)$ và $(1; 0)$.

B. $(1; 0)$ và $(0; 1)$.

C. $(-2; 1)$ và $(-2; 3)$.

D. $(2; 1)$ và $(0; 1)$.

Lời giải. Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$.

Ta có $y_0 = x_0^4 + mx_0^2 - m - 1 \Leftrightarrow (x_0^2 - 1)m + x_0^4 - y_0 - 1 = 0$. (1)

Để M là điểm cố định của (C) khi và chỉ khi (1) luôn đúng với mọi $m \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 1 = 0 \\ x_0^4 - y_0 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 0 \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị (C) mà tọa độ là số nguyên?

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải. Gọi $M(x_0; y_0) \in (C) \longrightarrow y_0 = \frac{2x_0-2}{x_0+1} = 2 - \frac{4}{x_0+1}$.

Để $y_0 \in \mathbb{Z}$ thì $x_0 + 1$ là ước của 4 hay $x_0 + 1 = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$.

Suy ra $x_0 \in \{-5; -3; -2; 0; 1; 3\}$. Vậy có 6 điểm thỏa mãn bài toán. **Chọn D.**

Câu 54. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục Oy bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục Ox ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải. Gọi $M\left(a; \frac{a+2}{a-1}\right)$, với $a \neq 1$ là điểm thuộc đồ thị.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |a| = 2 \cdot \left| \frac{a+2}{a-1} \right|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \cdot \frac{a+2}{a-1} \\ a = -2 \cdot \frac{a+2}{a-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3a - 4 = 0 \\ a^2 + a + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \\ M(4; 2) \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Câu 55. Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến trục hoành.

- A. $M(2;1), M(4;3)$. B. $M(0;-1), M(4;3)$.
C. $M(0;-1), M(3;2)$. D. $M(2;1), M(3;2)$.

Lời giải. Gọi $M\left(a; \frac{2a+1}{a-1}\right)$ (với $a \neq 1$) là điểm thuộc đồ thị.

Phương trình đường TCD của đồ thị là $d: x - 1 = 0$.

Ycbt: $d[M, d] = d[M, Ox] \Leftrightarrow |a-1| = \left| \frac{2a+1}{a-1} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4a \\ a^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(0;-1) \\ M(4;3) \end{cases}. \text{ Chọn B.}$