Phần I CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CHỦ ĐỀ 1. HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

Bài 01

SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

Kí hiệu K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng.

1) Điều kiện cần để hàm số đơn điệu

Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K

- Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\geq 0,\forall x\in\mathrm{K}$.
- Nếu hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x)\leq 0,\forall x\in\mathrm{K}$.

2) Điều kiện đủ để hàm số đơn điệu

Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K

- Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.
- Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K.
- Nếu $f'(x)=0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ không đổi trên K (hàm số $y=f(x)$ còn gọi là hàm hằng trên K).

3) Định lý mở rộng

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên K. Nếu $f'(x)\geq 0\ \left(f'(x)\leq 0\right),\ \forall x\in\mathrm{K}$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên K.

Chú ý: $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm. Tuy nhiên một số hàm số có $f'(x)=0$ tại vô hạn điểm nhưng các điểm rời rạc thì hàm số vẫn đơn điệu.

Ví dụ: Hàm số $y=2x-\sin 2x$.

Ta có $y'=2-2\cos 2x=2(1-\cos 2x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$y'=0\Leftrightarrow 1-\cos 2x=0\Leftrightarrow x=k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$ có vô hạn điểm làm cho $y'=0$ nhưng các điểm đó rời rạc nên hàm số $y=2x-\sin 2x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên K. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathrm{K}$.

B. Nếu $f'(x)>0,\ \forall x\in\mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

C. Nếu $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

D. Nếu $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathrm{K}$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(a;b)$, với x_1, x_2 bất kỳ thuộc $(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_1-x_2} > 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_2 > x_1 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải trên $(a;b)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì đồ thị của nó đi xuống từ trái sang phải trên $(a;b)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a;b)$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một hữu hạn điểm $x \in (a;b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} < 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.

Câu 5. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x)+g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ và đều nhận giá trị dương trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x).g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C. Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x).g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ và đều nhận giá trị âm trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x).g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $-f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $\dfrac{1}{f(x)}$ nghịch biến trên $(a;b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)+2016$ đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $-f(x)-2016$ nghịch biến trên $(a;b)$.

Câu 7. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ thì hàm số $y = f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(-2;4)$.

Câu 8. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ thì hàm số $y=f(2x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. Hàm số $y=-f(x)-1$ nghịch biến trên $(a;b)$.

C. Hàm số $y=-f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)+1$ đồng biến trên $(a;b)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến $(1;+\infty)$.

Câu 11. Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ nghịch biến trên khoảng nào được cho dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-3)$ hoặc $(1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;-1)$ hoặc $(3;+\infty)$.

Câu 12. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên toàn trục số?

A. $y=x^3-3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x^2-3x+2$.

C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3$.

Câu 13. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 14. Cho hàm số $y=2x^4-4x^2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$, $y'<0$ nên hàm số đã cho nghịch biến.

D. Trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, $y'>0$ nên hàm số đã cho đồng biến.

Câu 15. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+x^2-2x-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 16. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 18. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;0)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 19. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **B**. $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C**. $y=\dfrac{x-2}{-x+2}$. **D**. $y=\dfrac{x+2}{-x+2}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $[0;1]$

B. Hàm số đã cho đồng biến trên toàn tập xác định

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $[0;1]$

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên toàn tập xác định.

Câu 21. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào đã cho dưới đây?

A. $(0;2)$. **B**. $(0;1)$. **C**. $(1;2)$. **D**. $(-1;1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1;4)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\dfrac{5}{2};4\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B**. $y=2x-\cos 2x-5$.

C. $y=x^3-2x^2+x+1$. **D**. $y=\sqrt{x^2-x+1}$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=(x-1)^2-3x+2$. **B**. $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

C. $y=\dfrac{x}{x+1}$. **D**. $y=\tan x$.

Câu 25. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y=2x+\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=-x^3-3x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

D. Hàm số $y=2x^4+x^2+1$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề sai?

I. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-3;-2)$.

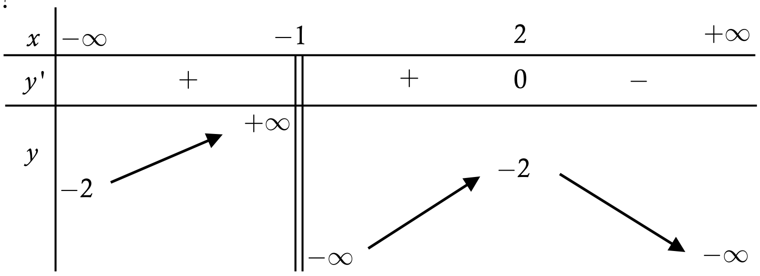
II. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

III. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



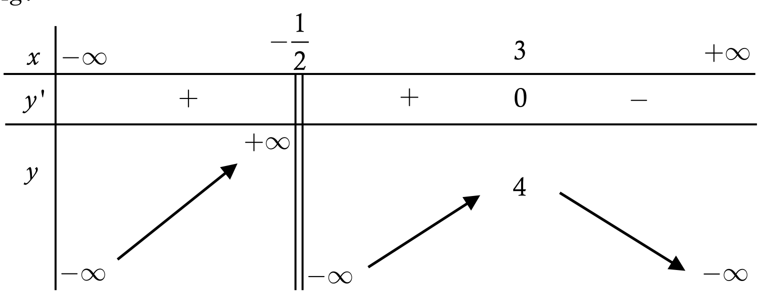
A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-2;+\infty)$ và $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2;2)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



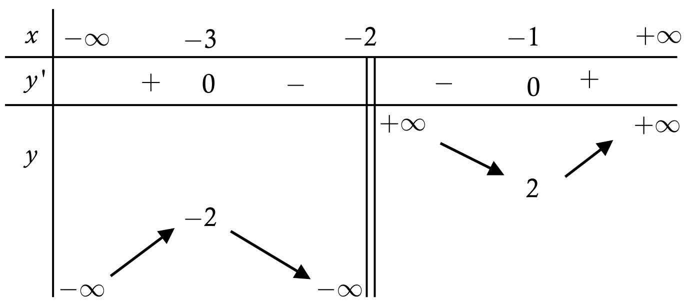
A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

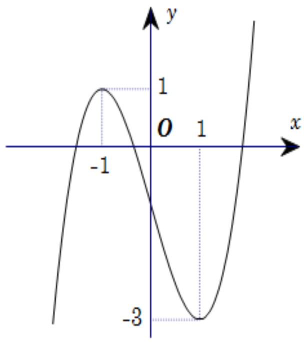
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)\cup(-2;-1)$.

B. Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng -3.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu là 2.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là sai?



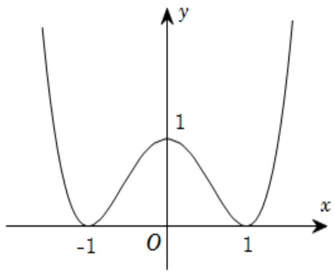
A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



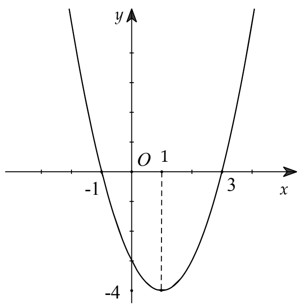
A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x^3+x^2+8x+\cos x$ và hai số thực $a,\ b$ sao cho $a<b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(a)=f(b)$. **B.** $f(a)>f(b)$.

C. $f(a)<f(b)$. **D.** Không so sánh được $f(a)$ và $f(b)$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ và hai số thực $u,\ v\in(0;1)$ sao cho $u>v$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(u)=f(v)$. **B.** $f(u)>f(v)$.

C. $f(u)<f(v)$. **D.** Không so sánh $f(u)$ và $f(v)$ được.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'(x)>0,\ \forall x>0$. Biết $e\simeq 2,718$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(e)+f(\pi)<f(3)+f(4)$. **B.** $f(e)-f(\pi)\ge 0$.

C. $f(e)+f(\pi)<2f(2)$. **D.** $f(1)+f(2)=2f(3)$.

Câu 36. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

A. $\left[\begin{array}{l} a=b=0;\ c>0 \\ b^2-3ac\le 0 \end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l} a=b=c=0 \\ a>0;\ b^2-3ac<0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} a=b=0;\ c>0 \\ a>0;\ b^2-3ac\le 0 \end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l} a=b=0;\ c>0 \\ a>0;\ b^2-3ac\ge 0 \end{array}\right.$.

Câu 37. Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m$ đồng biến trên tập xác định.

A. $m\le 1$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $-1\le m\le 3$. **D.** $m<3$.

Câu 38. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+2017$. Tìm giá trị lớn nhất của tham số thực m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=3$.

Câu 39. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-2x^2+(m+3)x+m$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Câu 41. Cho hàm số $y=(m+2)\frac{x^3}{3}-(m+2)x^2+(m-8)x+m^2-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m<-2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m\le -2$. **D.** $m\ge -2$.

Câu 42. Cho hàm số $y=x^3-(m+1)x^2-(2m^2-3m+2)x+2m(2m-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $[2;+\infty)$.

A. $m<5$. **B.** $-2\le m\le \frac{3}{2}$. **C.** $m>-2$. **D.** $m<\frac{3}{2}$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc khoảng $(-1000;1000)$ để hàm số $y=2x^3-3(2m+1)x^2+6m(m+1)x+1$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 999. **B.** 1001. **C.** 998. **D.** 1998.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$.

A. $m\le 0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $-1\le m\le 0$. **D.** $m\ge -1$.

Câu 45. Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(m+3)x-4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

A. $m\ge \frac{12}{7}$. **B.** $m\le \frac{12}{7}$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $1\le m\le \frac{12}{7}$.

Câu 46. Biết rằng hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+3(m-1)x^2+9x+1$ (với m là tham số thực) nghịch biến trên khoảng $(x_1;x_2)$ và đồng biến trên các khoảng giao với $(x_1;x_2)$ bằng rỗng. Tìm tất cả các giá trị của m để $|x_1-x_2|=6\sqrt{3}$.

A. $m=-1$. **B.** $m=3$.

C. $m=-3$, $m=1$. **D.** $m=-1$, $m=3$.

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m$ giảm trên đoạn có độ dài lớn nhất bằng 1.

A. $m=-\dfrac{9}{4}$. **B.** $m=3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m=\dfrac{9}{4}$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m$ giảm trên đoạn có độ dài lớn nhất bằng 2.

A. $m=0$. **B.** $m<3$. **C.** $m=2$. **D.** $m>3$.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $1<m\le 2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\le 1$. **D.** $1<m<2$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m=1$. **C.** $m>0$. **D.** $m\ne 0$.

Câu 51. Cho hàm số $y=(m^2-2m)x^4+(4m-m^2)x^2-4$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 52. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

A. $m>2$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m>1$.

Câu 53. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 54. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-14)$. Tính tổng T của các phần tử trong S.

A. $T=-9$. **B.** $T=-5$. **C.** $T=-6$. **D.** $T=-10$.

Câu 55. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là khoảng $(a;b)$. Tính $P=b-a$.

A. $P=-3$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

Câu 56. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Tính tổng T của các phần tử trong S.

A. $T=35$. **B.** $T=40$. **C.** $T=45$. **D.** $T=50$.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m+1}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\in[1;+\infty)$. **B.** $m\in(3;+\infty)$.

C. $m\in[2;3)$. **D.** $m\in(-\infty;1]\cup[2;3)$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

A. $m\geq -1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-1$. **D.** $m\leq -1$.

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2\cos x+3}{2\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $m\in(-3;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-3)$. **D.** $m\in(-3;1]\cup[2;+\infty)$.

Câu 60. Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2-mx-1}{1-x}$ nghịch biến trên các khoảng xác định.

A. $m<0$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

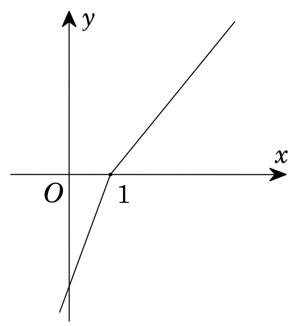
Câu 61. Biết rằng hàm số $y=2x+a\sin x+b\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a^2+b^2\leq 2$. **B.** $a^2+b^2\geq 2$. **C.** $a^2+b^2\leq 4$. **D.** $a^2+b^2\geq 4$.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $f(x)=\sin x-bx+c$ nghịch biến trên toàn trục số.

A. $b\geq 1$. **B.** $b<1$. **C.** $b=1$. **D.** $b\leq 1$.

Câu 63. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



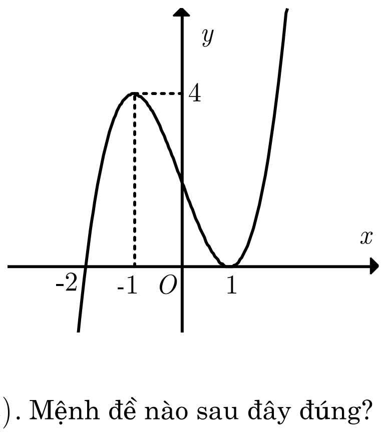
A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 64. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây là sai?



A. Trên $(-2;1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn tăng.

B. Hàm $f(x)$ giảm trên đoạn $[-1;1]$.

C. Hàm $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Câu 65. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Phần I — CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CHỦ ĐỀ 1. HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

❍ Bài 01

SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

Kí hiệu K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng.

1) Điều kiện cần để hàm số đơn điệu

Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K

- Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathrm{K}$.
- Nếu hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x)\le 0,\forall x\in\mathrm{K}$.

2) Điều kiện đủ để hàm số đơn điệu

Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K

- Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.
- Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K.
- Nếu $f'(x)=0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ không đổi trên K (hàm số $y=f(x)$ còn gọi là hàm hằng trên K).

3) Định lý mở rộng

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên K. Nếu $f'(x)\ge 0$ $\left(f'(x)\le 0\right)$, $\forall x\in\mathrm{K}$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên K.

Chú ý: $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm. Tuy nhiên một số hàm số có $f'(x)=0$ tại vô hạn điểm nhưng các điểm rời rạc thì hàm số vẫn đơn điệu.

Ví dụ: Hàm số $y=2x-\sin 2x$.

Ta có $y'=2-2\cos 2x=2(1-\cos 2x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$y'=0\Leftrightarrow 1-\cos 2x=0\Leftrightarrow x=k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ có vô hạn điểm làm cho $y'=0$ nhưng các điểm đó rời rạc nên hàm số $y=2x-\sin 2x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên K. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathrm{K}$.

B. Nếu $f'(x)>0,\ \forall x\in\mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

C. Nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

D. Nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathrm{K}$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K.

Lời giải. Chọn C.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(a;b)$, với $x_1,\ x_2$ bất kỳ thuộc $(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Lời giải. A sai. Sửa lại cho đúng là "$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$".

B sai: Sửa lại cho đúng là "$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$".

C sai: Sửa lại cho đúng là "$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$".

D đúng (theo định nghĩa). **Chọn D.**

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_1-x_2} > 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $x_2 > x_1 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải trên $(a;b)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì đồ thị của nó đi xuống từ trái sang phải trên $(a;b)$.

Lời giải. A sai: Sửa lại cho đúng là "$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} > 0$".

B sai: Sửa lại cho đúng là "$x_2 > x_1 \Leftrightarrow f(x_2) > f(x_1)$".

C đúng (theo dáng điệu của đồ thị hàm đồng biến). **Chọn C.**

D sai (đối nghĩa với đáp án C).

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu $f'(x) > 0,\ \forall x \in (a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0,\ \forall x \in (a;b)$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một hữu hạn điểm $x \in (a;b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì $f'(x) > 0,\ \forall x \in (a;b)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} < 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.

Lời giải. Chọn C. Sửa lại cho đúng là "Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x) \geq 0,\ \forall x \in (a;b)$"

Câu 5. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x)+g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ và đều nhận giá trị dương trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x).g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C. Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x).g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$nghịch biến trên $(a;b)$ và đều nhận giá trị âm trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x).g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

Lời giải. A sai: Vì tổng của hàm đồng biến với hàm nghịch biến không kết luận được điều gì.

B sai: Để cho khẳng định đúng thì $g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C sai: Hàm số $f(x)$, $g(x)$ phải là các hàm dương trên $(a;b)$ mới thoả mãn.

D đúng. **Chọn D.**

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $-f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $\dfrac{1}{f(x)}$ nghịch biến trên $(a;b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x)+2016$ đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $-f(x)-2016$ nghịch biến trên $(a;b)$.

Lời giải. Ví dụ hàm số $f(x)=x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$, trong khi đó hàm số $\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{x}$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$. Do đó B sai. **Chọn B.**

Câu 7. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ thì hàm số $y=f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(-2;4)$.

Lời giải. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2 đơn vị, ta sẽ được đồ thị của hàm số $y=f(x+2)$. Khi đó, do hàm số $y=f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ nên hàm số $y=f(x+2)$ đồng biến trên $(-3;0)$. **Chọn C.**

Cách trắc nghiệm nhanh. Ta ốp $x+2\in(-1;2)\longrightarrow -1<x+2<2\leftrightarrow -3<x<0$.

Câu 8. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ thì hàm số $y=f(2x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải. Tổng quát: Hàm số $y=f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số $y=f(nx)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{a}{n};\dfrac{b}{n}\right)$. **Chọn C.**

Cách trắc nghiệm nhanh. Ta ốp $2x\in(0;2)\longrightarrow 0<2x<2\leftrightarrow 0<x<1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. Hàm số $y=-f(x)-1$ nghịch biến trên $(a;b)$.

C. Hàm số $y=-f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)+1$ đồng biến trên $(a;b)$.

Lời giải. Chọn A.

Câu 10. Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-x^2+x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến $(1;+\infty)$.

Lời giải. Đạo hàm: $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Suy ra hàm số đã cho luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 11. Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ nghịch biến trên khoảng nào được cho dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-3)$ hoặc $(1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;-1)$ hoặc $(3;+\infty)$.

Lời giải. Ta có: $y'=3x^2-6x-9$.

Ta có $y'\leq 0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9\leq 0\Leftrightarrow -1\leq x\leq 3$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **Chọn A.**

Câu 12. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên toàn trục số?

A. $y=x^3-3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x^2-3x+2$.

C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3$.

Lời giải. Để hàm số nghịch biến trên toàn trục số thì hệ số của x^3 phải âm. Do đó A & D không thỏa mãn.

Xét B: Ta có $y'=-3x^2+6x-3=-(x-1)^2\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Suy ra hàm số này luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn B.**

Câu 13. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải. Ta có $y'=8x^3>0\Leftrightarrow x>0$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 14. Cho hàm số $y=2x^4-4x^2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$, $y'<0$ nên hàm số đã cho nghịch biến.

D. Trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, $y'>0$ nên hàm số đã cho đồng biến.

Lời giải. Ta có $y'=8x^3-8x=8x(x^2-1)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$.

Vẽ phác họa bảng biến thiên và kết luận được rằng hàm số

• Đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

• Nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **Chọn B.**

Câu 15. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+x^2-2x-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải. Hàm trùng phương không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó ta loại C & D.
Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ số thì hệ số của x^3 phải âm. Do đó loại A.
Vậy chỉ còn lại đáp án B. **Chọn B.**
Thật vậy: Với $y=-x^3+x^2-2x-1 \longrightarrow y'=-3x^2+2x-2$ có $\Delta'=-5<0$.

Câu 16. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
B. $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.
C. $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
D. $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Đạo hàm: $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\neq 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn C.**

Chú ý: Sai lầm hay gặp là chọn A hoặc B. Lưu ý rằng hàm bậc nhất trên nhất này là đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Đạo hàm: $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\neq 1$. .

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 18. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;0)$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. Đạo hàm $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0,\ \forall x\neq -2$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$. **Chọn D.**

Bình luận: Hàm số đồng biến trên tất cả các khoảng con của các khoảng đồng biến của hàm số. Cụ thể trong bài toán trên:

- Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$;
- $(1;+\infty)\subset(-2;+\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 19. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{-x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{-x+2}$.

Lời giải. Ta có

A. $y'=\dfrac{4}{(x+2)^2}>0,\ \forall x\neq -2$.
B. $y'=\dfrac{-4}{(x+2)^2}<0,\ \forall x\neq -2$.
C. $y'=0,\ \forall x\neq 2$
D. $y'=\dfrac{4}{(x-2)^2}>0,\ \forall x\neq 2$.

Chọn B.

Câu 20. Cho hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $[0;1]$

B. Hàm số đã cho đồng biến trên toàn tập xác định

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $[0;1]$

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên toàn tập xác định.

Lời giải. Tập xác định $\mathrm{D}=[-1;1]$. Đạo hàm $y'=\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Vẽ bảng biến thiên, suy ra được hàm số nghịch biến trên $[0;1]$. **Chọn C.**

Câu 21. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào đã cho dưới đây?

A. $(0;2)$. **B**. $(0;1)$. **C**. $(1;2)$. **D**. $(-1;1)$.

Lời giải. Tập xác định $\mathrm{D}=[0;2]$. Đạo hàm $y'=\frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Vẽ bảng biến thiên, suy ra được hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. **Chọn C.**

Câu 22. Cho hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1;4)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(1;\frac{5}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\frac{5}{2};4\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải. Tập xác định: $\mathrm{D}=[1;4]$. Đạo hàm $y'=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}-\frac{1}{2\sqrt{4-x}}$.

Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow\sqrt{x-1}=\sqrt{4-x}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(1;4)\\x-1=4-x\end{cases}\longrightarrow x=\frac{5}{2}\in(1;4)$.

Vẽ bảng biến thiên, suy ra được hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};4\right)$.. **Chọn C.**

Câu 23. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **B**. $y=2x-\cos 2x-5$.

C. $y=x^3-2x^2+x+1$. **D**. $y=\sqrt{x^2-x+1}$.

Lời giải. Chọn B. Vì $y'=2+2\sin 2x=2(\sin 2x+1)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0\Leftrightarrow\sin 2x=-1$. Phương trình $\sin 2x=-1$ có vô số nghiệm nhưng các nghiệm tách rời nhau nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=(x-1)^2-3x+2$. **B**. $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

C. $y=\frac{x}{x+1}$. **D**. $y=\tan x$.

Lời giải. Xét hàm số $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Ta có $y'=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}>0,\forall x\in\mathbb{R}\longrightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn B.**

Câu 25. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = 2x + \cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = -x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

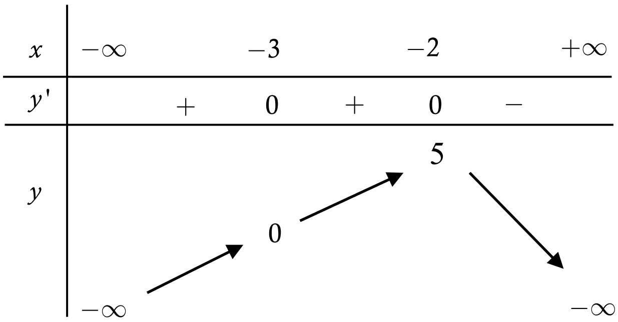
C. Hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

D. Hàm số $y = 2x^4 + x^2 + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Lời giải. Xét hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. Ta có $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề sai?

I. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-3;-2)$.

II. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

III. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

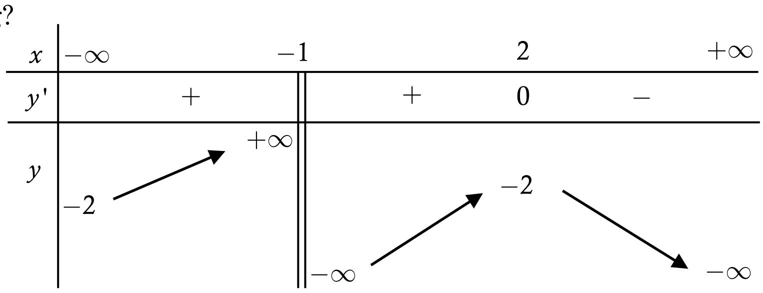
Lời giải. Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$; nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Suy ra II. Sai; III. Đúng; IV. Đúng.

Ta thấy khoảng $(-\infty;-3)$ chứa khoảng $(-\infty;-5)$ nên I Đúng.

Vậy chỉ có II sai. **Chọn A.**

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-2;+\infty)$ và $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1) \cup (-1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2;2)$.

Lời giải. Vì $(0;2)\subset(-1;2)$, mà hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ nên suy ra C đúng. **Chọn C.**

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số

- Đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2};3\right)$.
- Nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)\cup(-2;-1)$.

B. Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng -3.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu là 2.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta có nhận xét sau

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$ và $(-2;-1)\longrightarrow$ A sai (sai chỗ dấu $\cup$).

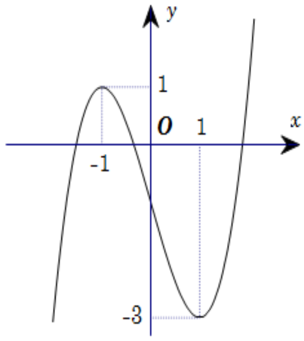
Hàm số có giá trị cực đại $y_{CĐ}=-2\longrightarrow$ B sai.

Hàm số đồng biến khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)\longrightarrow$ C đúng.

Hàm số có điểm cực tiểu là $-1\longrightarrow$ D sai.

Chọn C.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là sai?



A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

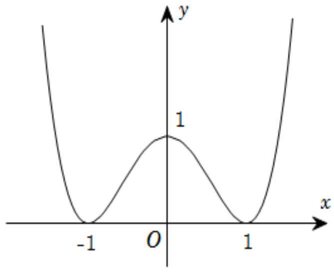
Lời giải. Dựa vào đồ thị ta có kết quả: Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$ nên các khẳng định **A, B, C** đúng.

Theo định nghĩa hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì khẳng định **D** sai.

Ví dụ: Ta lấy $-1{,}1\in(-\infty;-1)$, $1{,}1\in(1;+\infty)$: $-1{,}1<1{,}1$ nhưng $f(-1{,}1)>f(1{,}1)$.

Chọn D.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

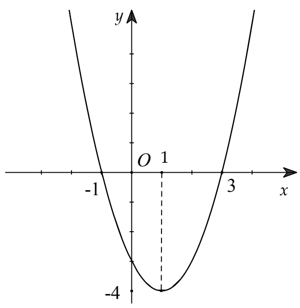
B. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải. Chọn D.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải. Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có nhận xét:

- $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "−" khi qua điểm $x=-1$.
- $f'(x)$ đổi dấu từ "−" sang "+" khi qua điểm $x=3$.

Do đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy B đúng. **Chọn B.**

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x^3+x^2+8x+\cos x$ và hai số thực $a,\ b$ sao cho $a<b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(a)=f(b)$. **B.** $f(a)>f(b)$.

C. $f(a)<f(b)$. **D.** Không so sánh được $f(a)$ và $f(b)$.

Lời giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x)=3x^2+2x+8-\sin x=(3x^2+2x+1)+(7-\sin x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $a<b\Rightarrow f(a)<f(b)$. **Chọn C.**

Câu 34. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ và hai số thực $u,\ v\in(0;1)$ sao cho $u>v$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(u)=f(v)$. **B.** $f(u)>f(v)$.

C. $f(u)<f(v)$. **D.** Không so sánh $f(u)$ và $f(v)$ được.

Lời giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x)=4x^3-4x=4x(x^2-1);\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Vẽ bảng biến thiên ta thấy được hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

Do đó với $u,\ v\in(0;1)$ thỏa mãn $u>v\Rightarrow f(u)<f(v)$. **Chọn C.**

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'(x)>0,\ \forall x>0$. Biết $e\simeq 2{,}718$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(e)+f(\pi)<f(3)+f(4)$. **B.** $f(e)-f(\pi)\ge 0$.

C. $f(e)+f(\pi)<2f(2)$. **D.** $f(1)+f(2)=2f(3)$.

Lời giải. Từ giải thiết suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Do đó

- $\begin{cases}e<3\to f(e)<f(3)\\ \pi<4\to f(\pi)<f(4)\end{cases}\longrightarrow f(e)+f(\pi)<f(3)+f(4)$. Vậy A đúng. **Chọn A.**
- $e<\pi\to f(e)<f(\pi)\to f(e)-f(\pi)<0$. Vậy B sai.

Tương tự cho các đáp án C và D.

Câu 36. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

A. $\left[\begin{array}{l}a=b=0;\ c>0\\b^2-3ac\le 0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}a=b=c=0\\a>0;\ b^2-3ac<0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}a=b=0;\ c>0\\a>0;\ b^2-3ac\le 0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}a=b=0;\ c>0\\a>0;\ b^2-3ac\ge 0\end{array}\right.$.

Lời giải. Quan sát các đáp án, ta sẽ xét hai trường hợp là: $a=b=0$ và $a\ne 0$.

- Nếu $a=b=0$ thì $y=cx+d$ là hàm bậc nhất $\to$ để y đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $c>0$.
- Nếu $a\ne 0$, ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b^2-3ac\le 0\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 37. Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m$ đồng biến trên tập xác định.

A. $m\le 1$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $-1\le m\le 3$. **D.** $m<3$.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm $y'=3x^2+6x+m$.

Ycbt $\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ ($y'=0$ có hữu hạn nghiệm) $\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3>0\\9-3m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 3$.

Chọn B.

Cách giải trắc nghiệm. Quan sát ta nhận thấy các giá trị m cần thử là:

✓ $m=3$ thuộc B & C nhưng không thuộc A, D.

✓ $m=2$ thuộc C & D nhưng không thuộc A, B.

• Với $m=3 \longrightarrow y=x^3+3x^2+3x+3 \longrightarrow y'=3x^2+6x+3=3(x+1)^2 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó ta loại A và D.

• Với $m=2 \longrightarrow y=x^3+3x^2+2x+2 \longrightarrow y'=3x^2+6x+2$.

Phương trình $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2+6x+2=0$ có $\Delta>0$ nên $m=2$ không thỏa nên loại C.

Câu 38. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+2017$. Tìm giá trị lớn nhất của tham số thực m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=3$.

Lời giải. Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm $y'=x^2-2mx+4m-3$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ($y'=0$ có hữu hạn nghiệm) $\Leftrightarrow \Delta'=m^2-4m+3 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$.

Suy ra giá trị lớn nhất của tham số m thỏa mãn ycbt là $m=3$. **Chọn D.**

Câu 39. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm $y'=-3x^2-2mx+4m+9$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ($y'=0$ có hữu hạn nghiệm) $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2+3(4m+9) \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$

$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=\{-9;-8;...;-3\}$. **Chọn C.**

Sai lầm hay gặp là "Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $\Leftrightarrow y'<0, \forall x \in \mathbb{R}$ ". Khi đó ra giải ra $-9<m<-3$ và chọn D.

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-2x^2+(m+3)x+m$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $y'=mx^2-4x+m+3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ ($y'=0$ có hữu hạn nghiệm):

TH1. • $m=0$ thì $y'=-4x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{4}$ (không thỏa mãn).

TH2. • $\begin{cases} a=m>0 \\ \Delta'_{y'}=-m^2-3m+4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Suy ra giá trị m nhỏ nhất thỏa mãn bài toán là $m=1$. **Chọn D.**

Câu 41. Cho hàm số $y=(m+2)\frac{x^3}{3}-(m+2)x^2+(m-8)x+m^2-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m<-2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m \leq -2$. **D.** $m \geq -2$.

Lời giải. Ta có $y'=(m+2)x^2-2(m+2)x+m-8$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ ($y'=0$ có hữu hạn nghiệm):

TH1 • $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$, khi đó $y'=-10 \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

TH2 • $\begin{cases} a = m+2 < 0 \\ \Delta' = (m+2)^2 - (m+2)(m-8) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ 10(m+2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2$.

Hợp hai trường hợp ta được $m \le -2$. **Chọn C.**

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $[2;+\infty)$.

A. $m < 5$. **B.** $-2 \le m \le \dfrac{3}{2}$. **C.** $m > -2$. **D.** $m < \dfrac{3}{2}$.

Lời giải. Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x - (2m^2 - 3m + 2)$.

Xét phương trình $y' = 0$ có $\Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) = 7(m^2 - m + 1) > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm $x_1 < x_2$ với mọi m.

Để hàm số đồng biến trên $[2;+\infty) \Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 < x_2 \le 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 2) + (x_2 - 2) < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 < 4 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2(m+1)}{3} < 4 \\ \dfrac{-(2m^2 - 3m + 2)}{3} - 2.\dfrac{2(m+1)}{3} + 4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ -2 \le m \le \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m \le \dfrac{3}{2}$. **Chọn B.**

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc khoảng $(-1000;1000)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 999. **B.** 1001. **C.** 998. **D.** 1998.

Lời giải. Ta có $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) = 6.\left[x^2 - (2m+1)x + m(m+1)\right]$.

Xét phương trình $y' = 0$ có $\Delta = (2m+1)^2 - 4m(m+1) = 1 > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm $x_1 < x_2$ với mọi m.

Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 x_2 = m(m+1) \end{cases}$.

Để hàm số đồng biến trên $(2;+\infty) \Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 < x_2 \le 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 2) + (x_2 - 2) < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 < 4 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 < 4 \\ m(m+1) - 2(2m+1) + 4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 1$

$\xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-999; -998; \ldots; 1\}$.

Vậy có 1001 số nguyên m thuộc khoảng $(-1000;1000)$. **Chọn B.**

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$.

A. $m \le 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $-1 \le m \le 0$. **D.** $m \ge -1$.

Lời giải. Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3m(m+2) = 3.\left[x^2 - 2(m+1)x + m(m+2)\right]$.

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m(m+2) = 1 > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x = m,\ x = m+2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		m		$m+2$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, để hàm số nghịch biến trên $[0;1] \longleftrightarrow [0;1] \subset [m;m+2]$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ m+2 \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 0$. **Chọn C.**

Câu 45. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

A. $m \ge \frac{12}{7}$. **B.** $m \le \frac{12}{7}$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $1 \le m \le \frac{12}{7}$.

Lời giải. Ta có $y' = -x^2 + 2(m-1)x + m + 3$.

Xét phương trình $y' = 0$ có $\Delta' = (m-1)^2 + (m+3) = m^2 - m + 4 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm $x_1 < x_2$ với mọi m.

Để hàm số đồng biến trên $(0;3) \Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 \le 0 < 3 \le x_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -y'(0) \le 0 \\ -y'(3) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 \ge 0 \\ -9 + 6(m-1) + m + 3 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -3 \\ m \ge \frac{12}{7} \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{12}{7}$. **Chọn A.**

Cách 2. YCBT $\Leftrightarrow y' = -x^2 + 2(m-1)x + m + 3 \ge 0,\ \forall x \in (0;3)$

$\longleftrightarrow m(2x+1) \ge x^2 + 2x - 3,\ \forall x \in (0;3) \longleftrightarrow m \ge \frac{x^2+2x-3}{2x+1},\ \forall x \in (0;3).$ (*)

Khảo sát hàm $g(x) = \frac{x^2+2x-3}{2x+1}$ trên khoảng $x \in (0;3)$, ta được $\max\limits_{(0;3)} g(x) = g(3) = \frac{12}{7}$.

Do đó $(*) \longleftrightarrow m \ge \max\limits_{(0;3)} g(x) = \frac{12}{7}$.

Câu 46. Biết rằng hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 3(m-1)x^2 + 9x + 1$ (với m là tham số thực) nghịch biến trên khoảng $(x_1;x_2)$ và đồng biến trên các khoảng giao với $(x_1;x_2)$ bằng rỗng. Tìm tất cả các giá trị của m để $|x_1 - x_2| = 6\sqrt{3}$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 3$.

C. $m = -3$, $m = 1$. **D.** $m = -1$, $m = 3$.

Lời giải. Ta có $y' = x^2 + 6(m-1)x + 9$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 6\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = \frac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|} = 6\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \sqrt{\Delta'} = 3\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' = 27$

$\Leftrightarrow 9(m-1)^2 - 9 = 27 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -1 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ giảm trên đoạn có độ dài lớn nhất bằng 1.

A. $m = -\frac{9}{4}$. **B.** $m = 3$. **C.** $m \le 3$. **D.** $m = \frac{9}{4}$.

Lời giải. Ta có $y' = 3x^2 + 6x + m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 3m > 0 \\ 2\frac{\sqrt{\Delta'}}{|a|} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ 2.\frac{\sqrt{9-3m}}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$. **Chọn D.**

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ giảm trên đoạn có độ dài lớn nhất bằng 2.

A. $m = 0.$ **B.** $m < 3.$ **C.** $m = 2.$ **D.** $m > 3.$

Lời giải. Tính $y' = 3x^2 + 6x^2 + m.$

Ta nhớ công thức tính nhanh "Nếu hàm bậc ba $(a > 0)$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng α thì phương trình đạo hàm có hai nghiệm và trị tuyệt đối hiệu hai nghiệm bằng α"

Với α là một số xác định thì m cũng là một số xác định chứ không thể là khoảng $\longrightarrow$ Đáp số phải là A hoặc C.

Thử với $m = 0$ phương trình đạo hàm $3x^2 + 6x = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \end{array}\right.$ và khoảng cách giữa chúng bằng 2. **Chọn A.**

Câu 49. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $1 < m \le 2.$ **B.** $m \le 2.$ **C.** $m \le 1.$ **D.** $1 < m < 2.$

Lời giải. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x\left[x^2 - (m-1)\right]$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{array}\right.$.

• Nếu $m - 1 \le 0 \Leftrightarrow m \le 1 \longrightarrow y' = 0$ có một nghiệm $x = 0$ và y' đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi qua điểm $x = 0 \longrightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(1;3)$. Vậy $m \le 1$ thỏa mãn.

• Nếu $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\sqrt{m-1} \\ x = \sqrt{m-1} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{m-1}$		0		$\sqrt{m-1}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến tiên, ta có ycbt $\Leftrightarrow \sqrt{m-1} \le 1 \Leftrightarrow m \le 2 \xrightarrow{m>1} 1 < m \le 2$.

Hợp hai trường hợp ta được $m \in (-\infty;2]$. **Chọn B.**

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A. $m \le 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \ne 0$.

Lời giải. Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

TH1 • $m \le 0 \longrightarrow y' = 0$ có một nghiệm $x = 0$ và y' đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi qua điểm $x = 0 \longrightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

TH2 • $m > 0 \longrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $-\sqrt{m}$; 0; $\sqrt{m}$.

Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\sqrt{m};0\right)$ và $\left(\sqrt{m};+\infty\right)$, nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\sqrt{m}\right)$ và $\left(0;\sqrt{m}\right)$. Do đó trường hợp này không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Cách khác. Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì hàm số chỉ có một cực trị $\Leftrightarrow a.b \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$ nhưng vấn đề cực trị ở bài này chưa học.

Câu 51. Cho hàm số $y=\left(m^2-2m\right)x^4+\left(4m-m^2\right)x^2-4$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Ta xét hai trường hợp:

• Hệ số $a=m^2-2m=0 \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \longrightarrow y=-4(\text{loại}) \\ m=2 \longrightarrow y=4x^2-4 \end{array}\right.$. Hàm số $y=4x^2-4$ có đồ thị là một parabol nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$, đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Do đó $m=2$ thỏa mãn. (Học sinh rất mắc phải sai lầm là không xét trường hợp $a=0$)

• Hệ số $a=m^2-2m\neq 0$. Dựa vào dáng điệu đặc trưng của hàm trùng phương thì yêu cầu bài toán tương đương với đồ thị thàm số có một cực trị và đó là cực tiểu $\longleftrightarrow \begin{cases} ab\geq 0 \\ a>0 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\geq 0 \end{cases}$

$\longleftrightarrow \begin{cases} m^2-2m>0 \\ 4m-m^2\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \vee m>2 \\ 0\leq m\leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2<m\leq 4 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=\{3;4\}$.

Vậy $m=\{2;3;4\}$. **Chọn D.**

Nhận xét. (Bài này có nhắc đến cực trị của hàm số, kiến thức về cực trị nó nằm ở Bài sau)

Câu 52. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

A. $m>2$. **B.** $m\geq 1$. **C.** $m\geq 2$. **D.** $m>1$.

Lời giải. Ta có $y'=\dfrac{-m+1}{(x-m)^2}$.

Với $-m+1<0 \Leftrightarrow m>1$ thì $y'<0, \forall x\neq m \longrightarrow$ hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$.

Ycbt $\longleftrightarrow (-\infty;2)\subset(-\infty;m) \Leftrightarrow m\geq 2$: (thỏa mãn). **Chọn C.**

Cách 2. Ta có $y'=\dfrac{-m+1}{(x-m)^2}$.

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} y'<0, \forall x<2 \\ x\neq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+1<0 \\ m\neq(-\infty;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+1<0 \\ m\in[2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m\geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m\geq 2.$

Câu 53. **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải. Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'>0, \forall x\neq m$

$\Leftrightarrow -m^2+2m+3>0 \Leftrightarrow -1<m<3 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=\{0;1;2\}$. **Chọn D.**

Sai lầm hay gặp là cho $y'\ge 0, \forall x\ne m \Leftrightarrow -1\le m\le 3 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=\{-1;0;1;2;3\}$.

Câu 54. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-14)$. Tính tổng T của các phần tử trong S.

A. $T=-9$. **B.** $T=-5$. **C.** $T=-6$. **D.** $T=-10$.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3m-2\}$. Đạo hàm $y'=\dfrac{-5m+5}{(x-3m+2)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-14) \Leftrightarrow y'>0,\ \forall x\in(-\infty;-14)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-5m+5>0\\ x\ne 3m-2\end{cases}, \forall x<-14 \Leftrightarrow \begin{cases}-5m+5>0\\ 3m-2\notin(-\infty;-14)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-5m+5>0\\ 3m-2\ge -14\end{cases}$

$\Leftrightarrow -4\le m<1 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-4;-3;-2;-1;0\} \longrightarrow T=-10$. **Chọn D.**

Câu 55. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là khoảng $(a;b)$. Tính $P=b-a$.

A. $P=-3$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3-m\}$. Đạo hàm $y'=\dfrac{m^2-3m+2}{(x+m-3)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\longleftrightarrow y'<0, \forall x\ne 3-m \Leftrightarrow m^2-3m+2<0$

$\Leftrightarrow 1<m<2 \Leftrightarrow m\in(1;2)\equiv(a;b) \longrightarrow P=b-a=1$. **Chọn D.**

Câu 56. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Tính tổng T của các phần tử trong S.

A. $T=35$. **B.** $T=40$. **C.** $T=45$. **D.** $T=50$.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{-1}{2m}\right\}$. Đạo hàm $y'=\dfrac{m^2-10m}{(2mx+1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty) \Leftrightarrow y'<0, \forall x\in(3;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-10m<0\\ x\ne \dfrac{-1}{2m}\end{cases}, \forall x>3 \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-10m<0\\ \dfrac{-1}{2m}\notin(3;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-10m<0\\ \dfrac{-1}{2m}\le 3\end{cases}$

$\Leftrightarrow 0<m<10 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{1;2;3...;9\} \longrightarrow T=45$. **Chọn C.**

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m+1}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\in[1;+\infty)$. **B.** $m\in(3;+\infty)$.

C. $m\in[2;3)$. **D.** $m\in(-\infty;1]\cup[2;3)$.

Lời giải. Đặt $t=\tan x$, với $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \longrightarrow t\in(0;1)$.

Hàm số trở thành $y(t)=\dfrac{t-2}{t-m+1} \longrightarrow y'(t)=\dfrac{3-m}{(t-m+1)^2}$.

Ta có $t'=\dfrac{1}{\cos^2 x}>0,\ \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$, do đó $t=\tan x$ **đồng biến** trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Do đó YCBT $\longleftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;1) \longleftrightarrow y'(t)>0,\ \forall t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-m>0 \\ t-m+1\neq 0 \end{cases}, \forall t\in(0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m>0 \\ m-1\neq t \end{cases}, \forall t\in(0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m>0 \\ m-1\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\leq 1 \\ 2\leq m<3 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

A. $m\geq -1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-1$. **D.** $m\leq -1$.

Lời giải. Đặt $t=\sin x$, với $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)\longrightarrow t\in(0;1)$.

Hàm số trở thành $y(t)=\dfrac{t+m}{t-1}\longrightarrow y'(t)=\dfrac{-1-m}{(t-1)^2}$.

Ta có $t'=\cos x<0,\ \forall x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$, do đó $t=\sin x$ **nghịch biến** trên $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

Do đó YCBT $\longleftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)\longleftrightarrow y'(t)>0,\ \forall t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1-m>0 \\ t-1\neq 0 \end{cases},\ \forall t\in(0;1)\Leftrightarrow -1-m>0\Leftrightarrow m<-1$. **Chọn C.**

Nhận xét. Khi ta đặt ẩn t, nếu t là hàm đồng biến trên khoảng đang xét thì giữ nguyên câu hỏi trong đề bài. Còn nếu t là hàm nghịch biến thì ta làm ngược lại câu hỏi trong đề bài.

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2\cos x+3}{2\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $m\in(-3;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-3)$. **D.** $m\in(-3;1]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải. Đặt $t=\cos x$, với $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)\longrightarrow t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Hàm số trở thành $y(t)=\dfrac{2t+3}{2t-m}\longrightarrow y'(t)=\dfrac{-2m-6}{(2t-m)^2}$.

Ta có $t'=-\sin x<0,\ \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$, do đó $t=\cos x$ **nghịch biến** trên $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Do đó YCBT $\longleftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)\longleftrightarrow y'(t)>0,\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m-6>0 \\ 2t-m\neq 0 \end{cases},\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow \begin{cases} m<-3 \\ m\neq 2t \end{cases},\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow \begin{cases} m<-3 \\ m\notin(1;2) \end{cases}\Leftrightarrow m<-3.$ **Chọn C.**

Nhận xét. Do $t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\rightarrow 2t\in(1;2)$. Và $m\notin(1;2)\longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\leq 1 \\ m\geq 2 \end{array}\right.$.

Câu 60. Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2-mx-1}{1-x}$ nghịch biến trên các khoảng xác định.

A. $m<0$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải. TXĐ: $\mathrm{D}=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$. Đạo hàm $y'=\dfrac{-x^2+2x-m-1}{(1-x)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -x^2+2x-m-1\leq 0,\forall x\in\mathrm{D}\longleftrightarrow x^2-2x+1+m\geq 0,\ \forall x\in\mathrm{D}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ -4m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 0$. **Chọn B.**

Câu 61. Biết rằng hàm số $y = 2x + a\sin x + b\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a^2+b^2 \le 2$. **B.** $a^2+b^2 \ge 2$. **C.** $a^2+b^2 \le 4$. **D.** $a^2+b^2 \ge 4$.

Lời giải. Ta có $y' = 2 + a.\cos x - b.\sin x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Để hàm số đã cho luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ($y'=0$ có hữu hạn nghiệm) $\Leftrightarrow 2 + a.\cos x - b.\sin x \ge 0 \Leftrightarrow b.\sin x - a.\cos x \le 2.$ (*)

- Nếu $a^2+b^2=0$ thì A đúng & C cũng đúng.
- Nếu $a^2+b^2 \ne 0$ thì $(*) \Leftrightarrow \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}.\sin x - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}.\cos x \le \frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\Leftrightarrow \sin(x-\alpha) \le \frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}}$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}} \ge 1 \Leftrightarrow a^2+b^2 \le 4$. **Chọn C.**

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $f(x) = \sin x - bx + c$ nghịch biến trên toàn trục số.

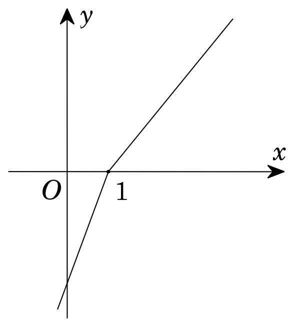
A. $b \ge 1$. **B.** $b < 1$. **C.** $b = 1$. **D.** $b \le 1$.

Lời giải. Ta có $f'(x) = \cos x - b$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \longleftrightarrow f'(x) \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \longleftrightarrow \cos x \le b, \forall x \in \mathbb{R} \longleftrightarrow b \ge 1$.

Chọn A.

Câu 63. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.

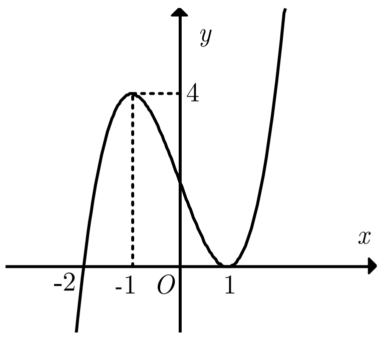
B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$, ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (1;+\infty)$ suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 64. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $(a \ne 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây là sai?



A. Trên $(-2;1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn tăng.

B. Hàm $f(x)$ giảm trên đoạn $[-1;1]$.

C. Hàm $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Lời giải. Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy:

- $f'(x) > 0$ khi $\left[\begin{array}{l} -2 < x < 1 \\ x > 1 \end{array}\right. \longrightarrow f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-2;1)$, $(1;+\infty)$.

Suy ra A và C đều đúng.

- $f'(x) < 0$ khi $x < -2 \longrightarrow f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Suy ra D đúng, B sai. **Chọn B.**

Câu 65. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Lời giải. Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$			$f(-2)$		$f(0)$		

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

- Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.
- Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Chọn A.