❍ Bài 02

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Giả sử hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$ (a có thể là $-\infty$, b có thể là $+\infty$) và $x_0\in(a;b)$.

1. Định lí 1

- Nếu tồn tại số h sao cho $f(x)<f(x_0)$ với mọi $x\in(x_0-h;x_0+h)$ và $x\neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0. Khi đó:
  - ✓ x_0 được gọi là một **điểm cực đại của hàm số** $f(x)$.
  - ✓ $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại của hàm số** $f(x)$.
- Nếu tồn tại số h sao cho $f(x)>f(x_0)$ với mọi $x\in(x_0-h;x_0+h)$ và $x\neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0. Khi đó:
  - ✓ x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu của hàm số** $f(x)$.
  - ✓ $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu của hàm số** $f(x)$.

Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị của hàm số** và điểm cực trị phải là một điểm trong tập xác định K.

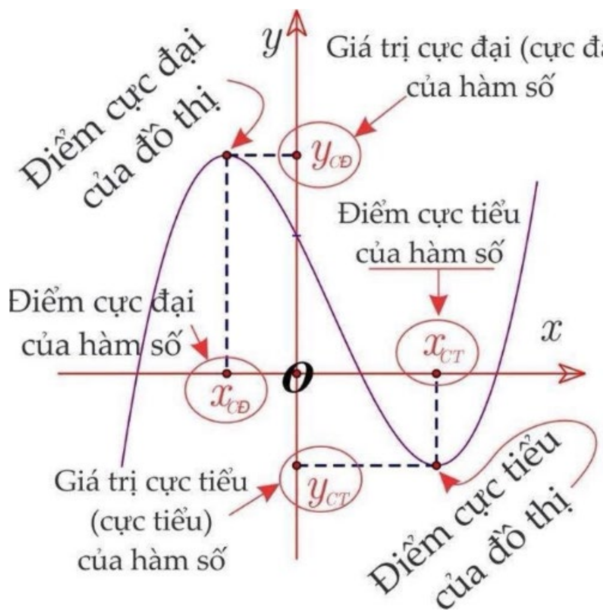
Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **giá trị cực trị (hay cực trị)**.

2. Chú ý

Giá trị cực đại (cực tiểu) $f(x_0)$ của hàm số f nói chung không phải là giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) của hàm số f trên tập xác định K mà $f(x_0)$ chỉ là giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) của hàm số f trên khoảng $(a,b)\subset K$ và (a,b) chứa x_0.

Nếu $f'(x)$ không đổi dấu trên tập xác định K của hàm số f thì hàm số f không có cực trị.

Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số f thì người ta nói rằng hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0 và điểm có tọa độ $(x_0;f(x_0))$ được gọi là **điểm cực trị của đồ thị hàm số** f.



3. Định lý 2

- $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases} \longrightarrow x_0$ là điểm cực đại của $f(x)$.
- $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{cases} \longrightarrow x_0$ là điểm cực tiểu của $f(x)$.

4. Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ là $y=mx+n$, trong đó $mx+n$ là dư thức trong phép chia $f(x)$ cho $f'(x)$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

C. Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \in (a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

D. Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0;b)$.

Câu 2. Cho khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0, hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ (có thể trừ điểm x_0). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại x_0.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

Câu 3. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của $f'(x)=0$.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ và x_0 là một điểm trên khoảng đó. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f'(x)$ bằng 0 tại x_0 thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

B. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

C. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

D. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Câu 5. Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0-h;x_0+h)$, với $h>0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì chưa kết luận được x_0 có là điểm cực trị của hàm số.

Câu 6. (ĐỀ MINH HỌA 2016 - 2017) Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x^3-3x+2$ là?

A. $y_{CD}=4$. **B.** $y_{CD}=1$. **C.** $y_{CD}=0$. **D.** $y_{CD}=-1$.

Câu 7. Tìm điểm cực trị x_0 của hàm số $y=x^3-5x^2+3x+1$.

A. $x_0=-3$ hoặc $x_0=-\frac{1}{3}$. **B.** $x_0=0$ hoặc $x_0=\frac{10}{3}$.

C. $x_0=0$ hoặc $x_0=-\frac{10}{3}$. **D.** $x_0=3$ hoặc $x_0=\frac{1}{3}$.

Câu 8. Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y=x^3-3x+1$.

A. $x_0=-1$. **B.** $x_0=0$. **C.** $x_0=1$. **D.** $x_0=2$.

Câu 9. Tìm các điểm cực trị của đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2$.

A. $(0;0)$ hoặc $(1;-2)$. **B.** $(0;0)$ hoặc $(2;4)$.

C. $(0;0)$ hoặc $(2;-4)$. **D.** $(0;0)$ hoặc $(-2;-4)$.

Câu 10. Biết rằng hàm số $y=x^3+4x^2-3x+7$ đạt cực tiểu tại x_{CT}. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_{CT}=\frac{1}{3}$. **B.** $x_{CT}=-3$. **C.** $x_{CT}=-\frac{1}{3}$. **D.** $x_{CT}=1$.

Câu 11. Gọi y_{CD}, y_{CT} lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $y_{CT}=2y_{CD}$. **B.** $y_{CT}=\frac{3}{2}y_{CD}$. **C.** $y_{CT}=y_{CD}$. **D.** $y_{CT}=-y_{CD}$.

Câu 12. Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+4$. Tính $P=y_1.y_2$.

A. $P=-302$. **B.** $P=-82$. **C.** $P=-207$. **D.** $P=25$.

Câu 13. Tính khoảng cách d giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=(x+1)(x-2)^2$.

A. $d=2\sqrt{5}$. **B.** $d=2$. **C.** $d=4$. **D.** $d=5\sqrt{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=(x^2-3)^2$. Giá trị cực đại của hàm số $f'(x)$ bằng:

A. -8. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 15. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2+1$.

A. $y=x-1$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x-1$.

Câu 16. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{4}$. **D.** $m=\frac{3}{4}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

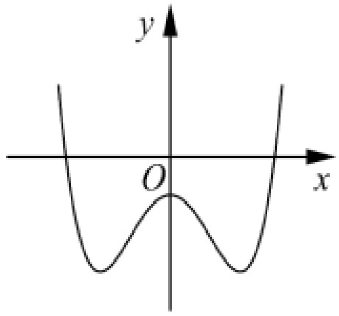
A. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 18. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a,\ b,\ c$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?



A. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.

B. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

C. Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

D. Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 19. Tính diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$.

A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=4$. **D.** $S=\frac{1}{2}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có ba giá trị cực trị.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		x_0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘	$-\infty$ $\|$ $-\infty$	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

B. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

C. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

D. Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{x_1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	
y			$\Vert$				$+\infty$
		$\nearrow$	$\Vert$	$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$		$\Vert$		$f(x_2)$		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Hàm số đã cho không có cực trị.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

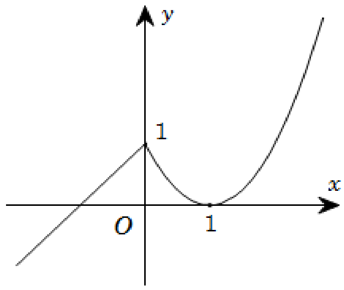
Câu 24*. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				1		

Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

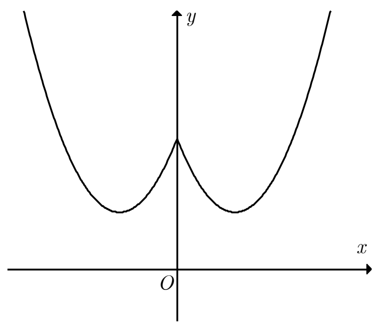
Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0. **B.** 1.

C. 3. **D.** 2.

Câu 26. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



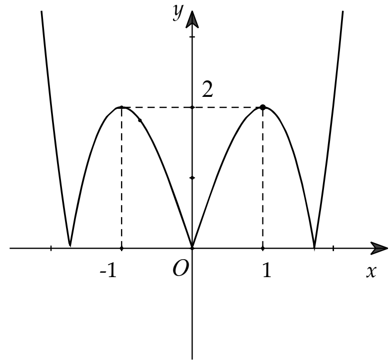
A. 3.

B. 2.

C. 1.

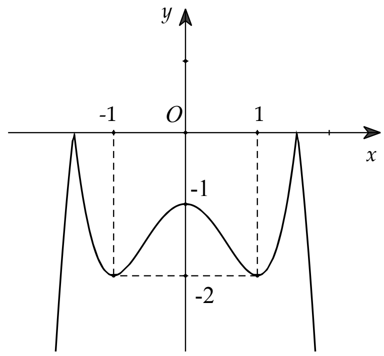
D. 0.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



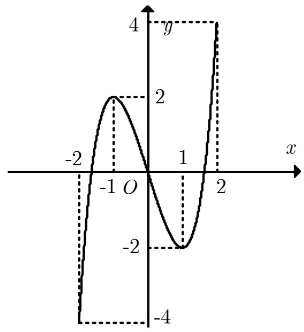
A. 2.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Câu 29. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



A. $x=-2$. **B.** $x=-1$.
C. $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 30. Hỏi hàm số $y=\sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có hai điểm cực trị. **B.** Có một điểm cực trị.
C. Không có điểm cực trị. **D.** Có vô số điểm cực trị.

Câu 31. Hỏi hàm số $y=|x|^3-3x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. Không có điểm cực trị. **B.** Có một điểm cực trị.
C. Có hai điểm cực trị. **D.** Có ba điểm cực trị.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+6mx+m$ có hai điểm cực trị.

A. $m\in(0;2)$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup(8;+\infty)$.
C. $m\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ **D.** $m\in(0;8)$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3+x^2+x+2017$ có cực trị.

A. $m\in(-\infty;1]$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup(0;1)$.
C. $m\in(-\infty;0)\cup(0;1]$. **D.** $m\in(-\infty;1)$.

Câu 34. Biết rằng hàm số $y=(x+a)^3+(x+b)^3-x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $ab > 0$. **B.** $ab < 0$. **C.** $ab \geq 0$. **D.** $ab \leq 0$.

Câu 35. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$ không có cực trị.

A. $m = 3$. **B.** $m = 0$, $m = 3$. **C.** $m = 0$. **D.** $m \neq 3$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2 + 3m + 1)x - 4$. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị là $x = 3$ và $x = 5$.

A. $m = 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Câu 37. Cho hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Biết $M(1;-6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm cực đại N của đồ thị hàm số.

A. $N(2;21)$. **B.** $N(-2;21)$. **C.** $N(-2;11)$. **D.** $N(2;6)$.

Câu 38. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

A. $y(-2) = 2$. **B.** $y(-2) = 22$. **C.** $y(-2) = 6$. **D.** $y(-2) = -18$.

Câu 39. Biết rằng hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx \ (a \neq 0)$ nhận $x = -1$ là một điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a + c = b$. **B.** $2a - b = 0$. **C.** $3a + c = 2b$. **D.** $3a + 2b + c = 0$.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2 - 3)x + 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực trị tại $x = -1$.

A. $m = 0$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 0, m = -2$. **D.** $m = 0, m = 2$.

Câu 41. Biết rằng hàm số $y = 3x^3 - mx^2 + mx - 3$ có một điểm cực trị $x_1 = -1$. Tìm điểm cực trị còn lại x_2 của hàm số.

A. $x_2 = \frac{1}{4}$. **B.** $x_2 = \frac{1}{3}$. **C.** $x_2 = -\frac{1}{3}$. **D.** $x_2 = -2m - 6$.

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 + 5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

A. $m = 0, m = 2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

A. $m = 1$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 1$, $m = -3$. **D.** $-3 \leq m \leq 1$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 12x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -2$.

A. $m = -9$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 9$. **D.** Không có m.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số $y = ax^3 - ax^2 + 1$ có điểm cực tiểu $x = \frac{2}{3}$.

A. $a = 0$. **B.** $a > 0$. **C.** $a = 2$. **D.** $a < 0$.

Câu 46. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Tìm các giá trị của tham số m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

A. $m = 0$. **B.** $m = \pm\frac{9}{2}$. **C.** $m = \pm\frac{1}{2}$. **D.** $m = \pm 2$.

Câu 47. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$. Tìm các giá trị thực của tham số m để $x_1 + 4x_2 = 0$.

A. $m=\pm\frac{9}{2}$. **B.** $m=\pm\frac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=\pm\frac{1}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

A. $y=-8x+m$. **B.** $y=-8x+m-3$. **C.** $y=-8x+m+3$. **D.** $y=-8x-m+3$.

Câu 49. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+2)x^2+(2m+3)x+2017$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để $x=1$ là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m=-1$. **B.** $m\neq-1$.

C. $m=-\frac{3}{2}$. **D.** Không tồn tại giá trị m.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3mx+1$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

A. $m=1,m=-1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3,m=-1$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 51. Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

A. $m\in(-1;3)\cup(3;4)$. **B.** $m\in(1;3)$.

C. $m\in(3;4)$. **D.** $m\in(-1;4)$.

Câu 52. Cho hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-6$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2$.

A. $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m<-1$.

Câu 53. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017;2018]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x$ có hai điểm cực trị nằm trong khoảng $(0;+\infty)$.

A. 2015. **B.** 2016. **C.** 2018. **D.** 4035.

Câu 54. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+1$ có các điểm cực trị nhỏ hơn 2.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;1)$.

C. $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in(0;1)$.

Câu 55. Cho hàm số $y=2x^3-3(2a+1)x^2+6a(a+1)x+2$ với a là tham số thực. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính $P=|x_2-x_1|$.

A. $P=a+1$. **B.** $P=a$. **C.** $P=a-1$. **D.** $P=1$.

Câu 56. Cho hàm số $y=2x^3+mx^2-12x-13$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 57. Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2-3m-1$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị đối xứng với nhau qua đường thẳng $d:x+8y-74=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Câu 58. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(2m+1)x-\frac{4}{3}$ với $m>0$ là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại thuộc trục hoành.

A. $m=\frac{1}{2}.$ **B.** $m=1.$ **C.** $m=\frac{3}{4}.$ **D.** $m=\frac{4}{3}.$

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=2x^3-3x^2-m$ có các giá trị cực trị trái dấu.

A. $m=-1$, $m=0$. **B.** $m<0$, $m>-1$.

C. $-1<m<0$. **D.** $0\le m\le 1$.

Câu 60. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ với m là tham số thực, có đồ thị là (C_m). Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có các điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía đối với trục hoành.

A. $m<2$. **B.** $m\le 3$. **C.** $m<3$. **D.** $m\le 2$.

Câu 61. Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khi đó, điều kiện nào sau đây cho biết đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ O?

A. $c=0$. **B.** $9+2b=3a$. **C.** $ab=9c$. **D.** $a=0$.

Câu 62. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-mx+2$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo với đường thẳng $d: x+4y-5=0$ một góc $\alpha=45^0$.

A. $m=-\frac{1}{2}.$ **B.** $m=\frac{1}{2}.$ **C.** $m=0.$ **D.** $m=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Câu 63. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-3$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

A. $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty).$ **B.** $m\in(0;2).$

C. $m\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty).$ **D.** $m\in\left(-\frac{1}{2};1\right).$

Câu 64. Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx+m^3$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $AB=\sqrt{2}$.

A. $m=0$. **B.** $m=0$ hoặc $m=2$.

C. $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 65. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^2-2$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho $I(1;0)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2.$

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

A. $m=0$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=-\sqrt{2}$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

Câu 67. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=-x^3+3mx+1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O, với O là gốc tọa độ.

A. $m=-1.$ **B.** $m=1.$ **C.** $m=\frac{1}{2}.$ **D.** $m=0.$

Câu 68. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\quad(a\ne 0)$. Với điều kiện nào của các tham số a, b, c thì hàm số có ba điểm cực trị?

A. a, b cùng dấu và c bất kì. **B.** a, b trái dấu và c bất kì.

C. $b=0$ và a, c bất kì. **D.** $c=0$ và a, b bất kì.

Câu 69. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1\ (a \neq 0)$. Với điều kiện nào của các tham số a, b thì hàm số có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại?

A. $a < 0,\ b < 0$. B. $a < 0,\ b > 0$. C. $a > 0,\ b < 0$. D. $a > 0,\ b > 0$.

Câu 70. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1\ (a \neq 0)$. Với điều kiện nào của các tham số a, b thì hàm số có một điểm cực trị và là điểm cực tiểu.

A. $a < 0,\ b \leq 0$. B. $a < 0,\ b > 0$. C. $a > 0,\ b < 0$. D. $a > 0,\ b \geq 0$.

Câu 71. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$ có ba điểm cực trị.

A. $m = 0$. B. $m > 0$. C. $m < 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 72. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^4 + (m+1)x^2 + 1$ có một điểm cực tiểu.

A. $m > 0$. B. $m \geq 0$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > -1$.

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có đúng một điểm cực trị.

A. $m \in [1;+\infty)$. B. $m \in (-\infty;0]$.

C. $m \in [0;1]$. D. $m \in (-\infty0] \cup [1;+\infty)$.

Câu 74. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = -14$. B. $S = 14$. C. $S = -20$. D. $S = 34$.

Câu 75. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có điểm đại $A(0;-3)$ và có điểm cực tiểu $B(-1;-5)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \\ c = -5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = -3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \\ c = -3 \end{cases}$.

Câu 76. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - m + 1)x^2 + m - 1$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu, đồng thời khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất.

A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = \frac{3}{2}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

Câu 77. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị A, B, C thỏa mãn $OA.OB.OC = 12$ với O là gốc tọa độ?

A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

Câu 78. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 4$ có đồ thị là (C_m). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tất cả các điểm cực trị của (C_m) đều nằm trên các trục tọa độ.

A. $m = \pm 2$. B. $m = 2$.

C. $m > 0$. D. $m = -2$, $m > 0$.

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC = 4$.

A. $m = \pm 4$. B. $m = \sqrt{2}$. C. $m = 4$. D. $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 80. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m > -1$.

Câu 81. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Tìm giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

A. $m=-\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D.** $m=1$.

Câu 82. Cho hàm số $y=3x^4+2(m-2018)x^2+2017$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có một góc bằng 120^0.

A. $m=-2018$. **B.** $m=-2017$. **C.** $m=2017$. **D.** $m=2018$.

Câu 83. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-(3m+1)x^2+2(m+1)$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ.

A. $m=-\frac{2}{3}$. **B.** $m=\frac{2}{3}$. **C.** $m=-\frac{1}{3}$. **D.** $m=\frac{1}{3}$.

Câu 84. Cho hàm số $y=\frac{9}{8}x^4+3(m-3)x^2+4m+2017$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2017$.

Câu 85. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $0<m<1$.

Câu 86. Cho hàm số $y=x^4-mx^2+m-2$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1.

A. $m=-2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=4$.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x^2+mx-1}{x-1}$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m<0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m>0$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực đại tại $x=2$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Câu 89. Gọi x_{CD}, x_{CT} lần lượt là điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số $y=\sin 2x-x$ trên đoạn $[0;\pi]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_{\text{CD}}=\frac{\pi}{6}; x_{\text{CT}}=\frac{5\pi}{6}$. **B.** $x_{\text{CD}}=\frac{5\pi}{6}; x_{\text{CT}}=\frac{\pi}{6}$.

C. $x_{\text{CD}}=\frac{\pi}{6}; x_{\text{CT}}=\frac{\pi}{3}$. **D.** $x_{\text{CD}}=\frac{\pi}{3}; x_{\text{CT}}=\frac{2\pi}{3}$.

Câu 90. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x+2\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$.

A. $y_{\text{CD}}=\frac{5\pi}{6}+\sqrt{3}$. **B.** $y_{\text{CD}}=\frac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$. **C.** $y_{\text{CD}}=\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$. **D.** $y_{\text{CD}}=\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}$.

Câu 91. Biết rằng trên khoảng $(0;2\pi)$ hàm số $y=a\sin x+b\cos x+x$ đạt cực trị tại $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\pi$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=3$. B. $S=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+1$. C. $S=\sqrt{3}+1$. D. $S=\sqrt{3}-1$.

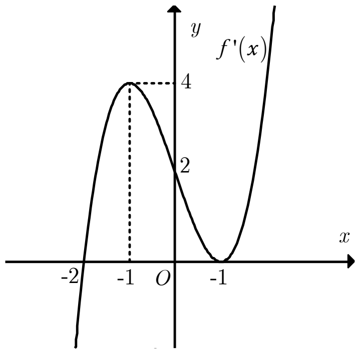
Câu 92. Hàm số $y=\left(x^2-4\right)^2(1-2x)^3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 93. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^5$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 94. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng ?



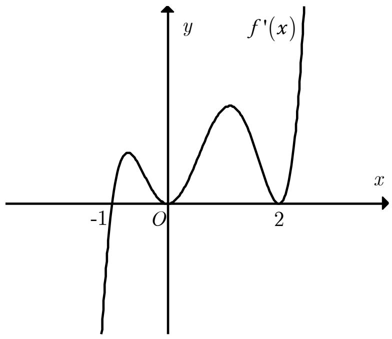
A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Câu 95. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

❍ Bài 02

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Giả sử hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$ (a có thể là $-\infty$, b có thể là $+\infty$) và $x_0\in(a;b)$.

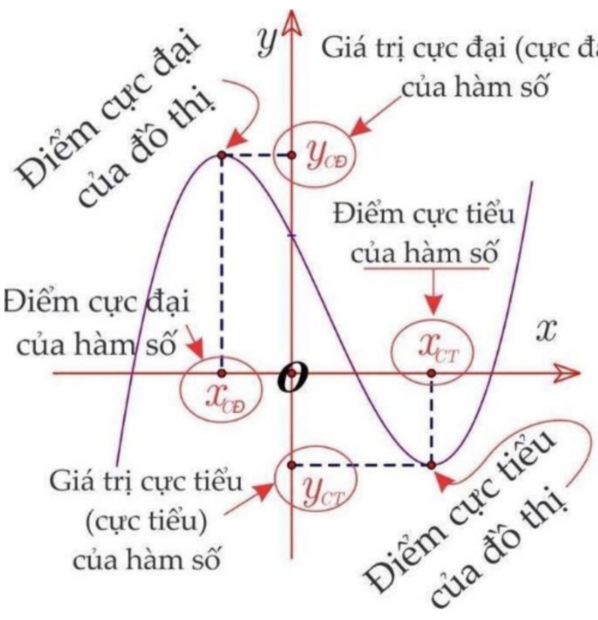
1. Định lí 1

- Nếu tồn tại số h sao cho $f(x)<f(x_0)$ với mọi $x\in(x_0-h;x_0+h)$ và $x\neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0. Khi đó:
  - ✓ x_0 được gọi là một **điểm cực đại của hàm số** $f(x)$.
  - ✓ $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại của hàm số** $f(x)$.
- Nếu tồn tại số h sao cho $f(x)>f(x_0)$ với mọi $x\in(x_0-h;x_0+h)$ và $x\neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0. Khi đó:
  - ✓ x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu của hàm số** $f(x)$.
  - ✓ $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu của hàm số** $f(x)$.

Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị của hàm số** và điểm cực trị phải là một điểm trong tập xác định K.
Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **giá trị cực trị (hay cực trị)**.

2. Chú ý

Giá trị cực đại (cực tiểu) $f(x_0)$ của hàm số f nói chung không phải là giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) của hàm số f trên tập xác định K mà $f(x_0)$ chỉ là giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) của hàm số f trên khoảng $(a,b)\subset K$ và (a,b) chứa x_0.
Nếu $f'(x)$ không đổi dấu trên tập xác định K của hàm số f thì hàm số f không có cực trị.
Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số f thì người ta nói rằng hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0 và điểm có tọa độ $(x_0;f(x_0))$ được gọi là **điểm cực trị của đồ thị hàm số** f.



3. Định lý 2

- $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases} \longrightarrow x_0$ là điểm cực đại của $f(x)$.
- $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{cases} \longrightarrow x_0$ là điểm cực tiểu của $f(x)$.

4. Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ là $y=mx+n$, trong đó $mx+n$ là dư thức trong phép chia $f(x)$ cho $f'(x)$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

C. Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

D. Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0\in(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0;b)$.

Lời giải. Các Mệnh đề A, B, C đều đúng theo định nghĩa trong SGK.
Xét mệnh đề D. Vì mệnh đề này chưa chỉ rõ ngoài $x_0\in(a;b)$ là cực đại của $f(x)$ thì còn có cực trị nào khác nữa hay không. Nếu có thêm điểm cực đại (hoặc cực tiểu khác) thì tính đơn điệu của hàm sẽ bị thay đổi theo.
Có thể xét ví dụ khác: Xét hàm $f(x)=x^4-2x^2$, hàm số này đạt cực đại tại $x_0=0\in(-2;2)$, nhưng hàm số này không đồng biến trên $(-2;0)$ và cũng không nghịch biến trên $(0;2)$. **Chọn D.**

Câu 2. Cho khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0, hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ (có thể trừ điểm x_0). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại x_0.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

Lời giải. Chọn D vì theo định lí trong SGK. Các mệnh đề sau sai vì:
Mệnh đề A sai, ví dụ hàm $y=|x|$ không có đạo hàm tại $x=0$ nhưng đạt cực tiểu tại $x=0$.
Mệnh đề B thiếu điều kiện $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0.
Mệnh đề C sai, ví dụ hàm $y=x^4$ có $\begin{cases} f'(0)=0 \\ f''(0)=0 \end{cases}$ nhưng $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 3. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của $f'(x)=0$.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

Lời giải. Chọn A vì đúng theo lý thuyết SGK. Các mệnh đề sau sai vì:
Mệnh đề B thiếu điều kiện $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0.
Mệnh đề C sai, ví dụ hàm $y=x^4$ có $\begin{cases} f'(0)=0 \\ f''(0)=0 \end{cases}$ nhưng $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.
Mệnh đề D sai. Sửa lại cho đúng là "Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0".

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ và x_0 là một điểm trên khoảng đó. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f'(x)$ bằng 0 tại x_0 thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

B. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

C. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

D. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Lời giải. Mệnh đề A sai (phải thêm điều kiện $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0).
Mệnh đề B sai. Sửa lại cho đúng là "Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của hàm số".
Mệnh đề C đúng, từ đó hiểu rõ tại sao D sai. (**Phân biệt điểm cực tiểu của hàm số và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số**). **Chọn C.**

Câu 5. Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0-h;x_0+h)$, với $h>0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì chưa kết luận được x_0 có là điểm cực trị của hàm số.

Lời giải. Chọn C.

Câu 6. **(ĐỀ MINH HỌA 2016 - 2017)** Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x^3-3x+2$ là?

A. $y_{CD}=4$. **B.** $y_{CD}=1$. **C.** $y_{CD}=0$. **D.** $y_{CD}=-1$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=4 \\ x=1 \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$.
Do đó giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=4$. **Chọn A.**

Câu 7. Tìm điểm cực trị x_0 của hàm số $y=x^3-5x^2+3x+1$.

A. $x_0=-3$ hoặc $x_0=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $x_0=0$ hoặc $x_0=\dfrac{10}{3}$.

C. $x_0=0$ hoặc $x_0=-\dfrac{10}{3}$. **D.** $x_0=3$ hoặc $x_0=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-10x+3$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-10x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 8. Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y=x^3-3x+1$.

A. $x_0=-1$. **B.** $x_0=0$. **C.** $x_0=1$. **D.** $x_0=2$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-3=3\left(x^2-1\right)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\to y(-1)=3\\ x=1\to y(1)=-1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$. **Chọn A.**

Câu 9. Tìm các điểm cực trị của đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2$.

A. $(0;0)$ hoặc $(1;-2)$. **B.** $(0;0)$ hoặc $(2;4)$.

C. $(0;0)$ hoặc $(2;-4)$. **D.** $(0;0)$ hoặc $(-2;-4)$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\to y=0\\ x=2\to y=-4\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 10. Biết rằng hàm số $y=x^3+4x^2-3x+7$ đạt cực tiểu tại x_{CT}. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_{CT}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $x_{CT}=-3$. **C.** $x_{CT}=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $x_{CT}=1$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2+8x-3$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Vẽ bảng biến thiên, ta kết luận được $x_{CT}=\dfrac{1}{3}$. **Chọn A.**

Câu 11. Gọi y_{CD}, y_{CT} lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $y_{CT}=2y_{CD}$. **B.** $y_{CT}=\dfrac{3}{2}y_{CD}$. **C.** $y_{CT}=y_{CD}$. **D.** $y_{CT}=-y_{CD}$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\to y(1)=-2\\ x=-1\to y(-1)=2\end{array}\right.$. Do đó $y_{CT}=-y_{CD}$. **Chọn D.**

Câu 12. Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+4$. Tính $P=y_1.y_2$.

A. $P=-302$. **B.** $P=-82$. **C.** $P=-207$. **D.** $P=25$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\to y(3)=-23\\ x=-1\to y(-1)=9\end{array}\right.$.

Suy ra $P=y_1.y_2=9.(-23)=-207$. **Chọn C.**

Câu 13. Tính khoảng cách d giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=(x+1)(x-2)^2$.

A. $d=2\sqrt{5}$. **B.** $d=2$. **C.** $d=4$. **D.** $d=5\sqrt{2}$.

Lời giải. Ta có $y'=(x-2)^2+(x+1).2(x-2)=3x(x-2)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\to y=4\\ x=2\to y=0\end{array}\right.$.

Khi đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;4)$ và $B(2;0)$.

Suy ra $AB=2\sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=(x^2-3)^2$. Giá trị cực đại của hàm số $f'(x)$ bằng:

A. -8. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải. Ta có $f(x)=x^4-6x^2+9 \longrightarrow f'(x)=4x^3-12x$.

Tính $f''(x)=12x^2-12; f''(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Vẽ bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$, giá trị cực đại $f'(-1)=8$.

Chọn C.

Nhận xét. Rất nhiều học sinh đọc đề không kỹ đi tìm giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ và dẫn tới chọn đáp án D.

Câu 15. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2+1$.

A. $y=x-1$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x-1$.

Lời giải. Ta có $y'=-6x^2+6x;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=1 \Rightarrow y=2 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số đã hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(1;2)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua hai điểm cực trị chính là đường thẳng AB có phương trình $y=x+1$. **Chọn B.**

Cách 2. Lấy y chia cho y', ta được $\Leftrightarrow y=\frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)y'+x+1$.

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là phần dư trong phép chia, đó là $y=x+1$.

Câu 16. **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{4}$. **D.** $m=\frac{3}{4}$.

Lời giải. Xét hàm $y=x^3-3x^2+1$, có $y'=3x^2-6x \longrightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \rightarrow y(0)=1 \\ x=2 \rightarrow y(2)=-3 \end{array}\right.$.

Suy ra $A(0;1)$, $B(2;-3)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Suy ra đường thẳng AB có một VTCP là $\overrightarrow{AB}=(2;-4) \longrightarrow$ VTPT $\overrightarrow{n_{AB}}=(2;1)$.

Đường thẳng $d: y=(2m-1)x+3+m$ có một VTCP là $\overrightarrow{n_d}=(2m-1;-1)$.

Ycbt $\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{AB}}.\overrightarrow{n_d}=0 \Leftrightarrow 2.(2m-1)-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{4}$. **Chọn D.**

Câu 17. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
B. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

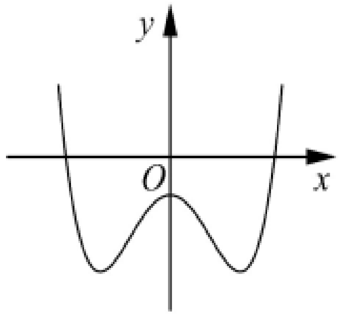
Lời giải. Ta có $y'=-4x^3+4x=-4x(x^2-1);\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vẽ phát họa bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại. **Chọn D.**

Cách 2. Ta có $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \longrightarrow ab<0 \longrightarrow$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Vì $a=-1<0$ nên đồ thị có dạng chữ M. Từ đó suy ra đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 18. **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a,\ b,\ c$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?



A. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.

B. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

C. Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

D. Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

Lời giải. Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\longrightarrow$ phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt với $a,\ b,\ c$ là các số thực. **Chọn D.**

Câu 19. Tính diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$.

A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=4$. **D.** $S=\frac{1}{2}$.

Lời giải. Ta có $f'(x)=4x^3-4x \longrightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \to f(0)=3 \\ x=\pm 1 \to f(\pm 1)=2 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0;3)$, $B(1;2)$, $C(-1;2)$.

Gọi H là trung điểm $BC \longrightarrow \begin{cases} H(0;2) \\ AH \perp BC \end{cases}$. Khi đó $S=\frac{1}{2}BC.AH=1$. **Chọn B.**

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải. Nhận thấy y' đổi dấu khi qua $x=-3$ và $x=2$ nên hàm số có 2 điểm cực trị. ($x=1$ không phải là điểm cực trị vì y' không đổi dấu khi qua $x=1$). **Chọn A.**

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗ $+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có ba giá trị cực trị.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Lời giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta có các nhận xét sau:

● Hàm số có ba điểm cực trị, gồm các điểm $x=-1,\ x=1,\ x=0$ vì đạo hàm y' đổi dấu đi qua các điểm đó.

● Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$.

Chọn B. (đáp án A sai vì hàm số chỉ có hai giá trị cực trị là $y_{\text{CĐ}}=-3$ và $y_{\text{CT}}=-4$. Nói đến đồ thị hàm số thì khi đó mới có ba điểm cực trị là $A(0;-3),\ B(-1;4),\ C(1;-4)$.)

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		x_0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

B. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

C. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

D. Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Lời giải. ● Tại $x=x_2$ hàm số $y=f(x)$ không xác định nên không đạt cực trị tại điểm này.

● Tại $x=x_1$ thì dễ thấy hàm số đạt cực đại tại điểm này.

● Tại $x=x_0$, hàm số không có đạo hàm tại x_0 nhưng liên tục tại x_0 thì hàm số vẫn đạt cực trị tại x_0 và theo như bảng biến thiên thì đó là cực tiểu.

Vậy hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu. **Chọn D.**

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{x_1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	‖	$+$	
y	$-\infty$	↗	‖	↘	$f(x_2)$	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Hàm số đã cho không có cực trị.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

- $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "−" khi đi qua điểm x_1 nhưng tại x_1 hàm số $f(x)$ không xác định nên x_1 không phải là điểm cực đại.
- $f'(x)$ đổi dấu từ "−" sang "+" khi đi qua điểm x_2 suy ra x_2 là điểm cực tiểu của hàm số. **Chọn A.**

Câu 24*. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

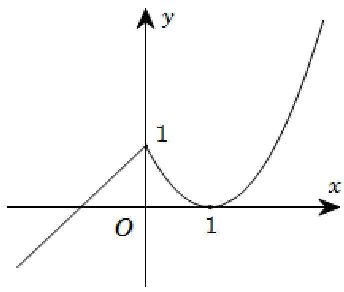
A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất và đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị. **Chọn B.**

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1.

C. 3. **D.** 2.



Lời giải. Dễ nhận thấy hàm số có một điểm cực trị là điểm cực tiểu tại $x = 1$.

Xét hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, ta có $f(x) < f(0)$ với mọi $x \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Suy ra $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị. **Chọn D.**

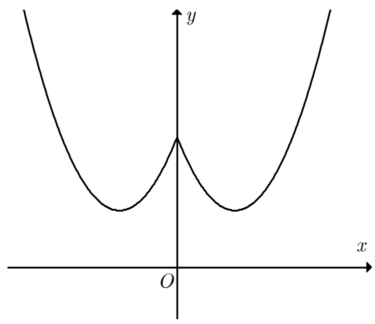
Câu 26. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

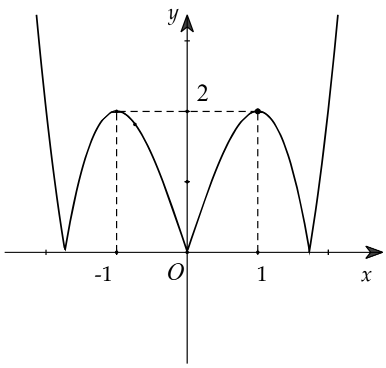


Lời giải. Dễ nhận thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua Oy.

Vấn đề nằm ở chỗ là điểm có đồ thị gấp khúc có phải là điểm cực trị của đồ thị hàm số hay không? Câu trả lời là có (tương tự lời giải thích như câu 25).

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị, gồm 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. **Chọn A.**

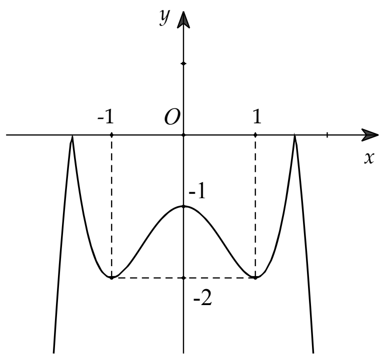
Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Lời giải. Chọn D.

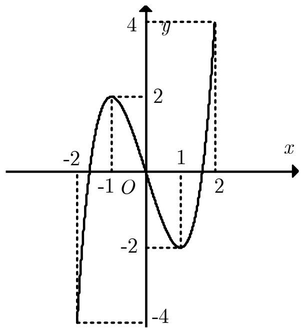
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Lời giải. Chọn D.

Câu 29. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



A. $x=-2$.   B. $x=-1$.
C. $x=1$.   D. $x=2$.

Lời giải. Chọn B.

Câu 30. Hỏi hàm số $y=\sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có hai điểm cực trị.   B. Có một điểm cực trị.
C. Không có điểm cực trị.   D. Có vô số điểm cực trị.

Lời giải. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=\dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}}$, $\forall x\neq 0$.

Ta có $\left[\begin{array}{l} y'>0,\ \forall x>0 \\ y'<0,\ \forall x<0 \end{array}\right. \longrightarrow y'$ đổi dấu khi qua $x=0$.

Vậy $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số. **Chọn B.**

Câu 31. Hỏi hàm số $y=|x|^3-3x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. Không có điểm cực trị.   B. Có một điểm cực trị.
C. Có hai điểm cực trị.   D. Có ba điểm cực trị.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=\begin{cases} x^3-3x+1, & x\geq 0 \\ -x^3-3x+1, & x<0 \end{cases} \longrightarrow y'=\begin{cases} 3x^2-3, & x>0 \\ -3x^2-3, & x<0 \end{cases}$. Suy ra $y'=0 \Leftrightarrow x=1$.

Lập bảng biến thiên ta thấy y' chỉ đổi dấu khi qua $x=1$.

Vậy hàm số có một điểm cực trị. **Chọn B.**

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+6mx+m$ có hai điểm cực trị.

A. $m\in(0;2)$.
B. $m\in(-\infty;0)\cup(8;+\infty)$.
C. $m\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$
D. $m\in(0;8)$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6mx+6m=3\left(x^2-2mx+2m\right)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow x^2-2mx+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2-2m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3+x^2+x+2017$ có cực trị.

A. $m\in(-\infty;1]$.
B. $m\in(-\infty;0)\cup(0;1)$.
C. $m\in(-\infty;0)\cup(0;1]$.
D. $m\in(-\infty;1)$.

Lời giải. Nếu $m=0$ thì $y=x^2+x+2017$: Hàm bậc hai luôn có cực trị.

Khi $m\neq 0$, ta có $y'=mx^2+2x+1$.

Để hàm số có cực trị khi và chỉ khi phương trình $mx^2+2x+1=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=1-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\neq m<1$.

Hợp hai trường hợp ta được $m<1$. **Chọn D.**

Nhận xét. Sai lầm thường gặp là không xét trường hợp $m=0$ dẫn đến chọn đáp án B.

Câu 34. Biết rằng hàm số $y=(x+a)^3+(x+b)^3-x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $ab>0$.
B. $ab<0$.
C. $ab\geq 0$.
D. $ab\leq 0$.

Lời giải. Ta có $y'=3(x+a)^2+3(x+b)^2-3x^2, \forall x\in\mathbb{R}$.

Có $y'=0 \Leftrightarrow (x+a)^2+(x+b)^2-x^2=0 \Leftrightarrow x^2+2(a+b)x+a^2+b^2=0.\ (*)$

Để hàm số đã cho đạt cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=(a+b)^2-\left(a^2+b^2\right)>0 \Leftrightarrow ab>0$. **Chọn A.**

Câu 35. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=(m-3)x^3-2mx^2+3$ không có cực trị.

A. $m=3$.
B. $m=0$, $m=3$.
C. $m=0$.
D. $m\neq 3$.

Lời giải. • Nếu $m=3$ thì $y=-6x^2+3$. Đây là một Parabol nên luôn có một cực trị.

• Nếu $m\neq 3$, ta có $y'=3(m-3)x^2-4mx$.

Để hàm số có không có cực trị khi $y'=0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta'=4m^2\leq 0 \Leftrightarrow m=0.$ **Chọn C.**

Câu 36. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(3m+2)x^2+\left(2m^2+3m+1\right)x-4$. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị là $x=3$ và $x=5$.

A. $m=0$.
B. $m=1$.
C. $m=2$.
D. $m=3$.

Lời giải. Ta có $y'=x^2-(3m+2)x+\left(2m^2+3m+1\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm $x=3$ hoặc $x=5$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9-3(3m+2)+\left(2m^2+3m+1\right)=0 \\ 25-5(3m+2)+\left(2m^2+3m+1\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2-6m+4=0 \\ 2m^2-12m+16=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$. **Chọn C.**

Câu 37. Cho hàm số $y=2x^3+bx^2+cx+1$. Biết $M(1;-6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm cực đại N của đồ thị hàm số.

A. $N(2;21)$. **B.** $N(-2;21)$. **C.** $N(-2;11)$. **D.** $N(2;6)$.

Lời giải. Đạo hàm $y'=6x^2+2bx+c$ và $y''=12x+2b$.

Điểm $M(1;-6)$ là điểm cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(1)=0 \\ y(1)=-6 \\ y''(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+c=-6 \\ b+c=-9 \\ 2b+12>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ c=-12 \end{cases}$.

Khi đó $y=f(x)=2x^3+3x^2-12x+1$.

Ta có $f'(x)=6x^2+6x-12;\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right. \longrightarrow \begin{cases} f(-2)=21 \\ f''(-2)<0 \end{cases}$.

Suy ra $N(-2;21)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số. **Chọn B.**

Câu 38. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. **B.** $y(-2)=22$. **C.** $y(-2)=6$. **D.** $y(-2)=-18$.

Lời giải. Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên

$$\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases}; \qquad (1)$$

$$\begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \end{cases}. \qquad (2)$$

Giải hệ (1) và (2), ta được $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases} \longrightarrow y=x^3-3x^2+2 \longrightarrow y(-2)=-18$. **Chọn D.**

Câu 39. Biết rằng hàm số $y=ax^3+bx^2+cx\ (a\neq 0)$ nhận $x=-1$ là một điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a+c=b$. **B.** $2a-b=0$. **C.** $3a+c=2b$. **D.** $3a+2b+c=0$.

Lời giải. Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Hàm số nhận $x=-1$ là một điểm cực trị nên suy ra $y'(-1)=0$

$\Leftrightarrow 3a-2b+c=0 \Leftrightarrow 3a+c=2b$. **Chọn C.**

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-(m+1)x^2+(m^2-3)x+1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực trị tại $x=-1$.

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=0,\ m=-2$. **D.** $m=0,\ m=2$.

Lời giải. Ta có $y'=x^2-2(m+1)x+m^2-3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1\neq x_2=-1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=(m+1)^2-(m^2-3)>0 \\ y'(-1)=m^2+2m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+4>0 \\ m^2+2m=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$. **Chọn A.**

Câu 41. Biết rằng hàm số $y=3x^3-mx^2+mx-3$ có một điểm cực trị $x_1=-1$. Tìm điểm cực trị còn lại x_2 của hàm số.

A. $x_2=\frac{1}{4}$. **B.** $x_2=\frac{1}{3}$. **C.** $x_2=-\frac{1}{3}$. **D.** $x_2=-2m-6$.

Lời giải. Ta có $y'=9x^2-2mx+m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2-9m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>9 \end{array}\right.$. $(*)$

Theo giả thiết: $y'(-1)=0 \Leftrightarrow 9+3m=0 \Leftrightarrow m=-3$ (thỏa mãn $(*)$).

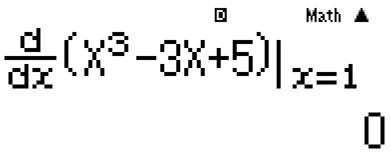
Với $m=-3$ thì $y'=9x^2+6x-3;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 42. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-3m^2+5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

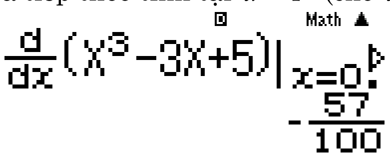
A. $m=0,\ m=2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

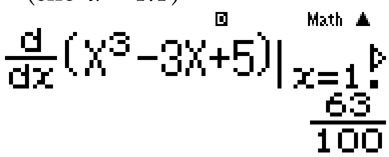
Lời giải. Thử từng đáp án.

● Kiểm tra khi $m=0$ thì hàm số có đạt cực đại tại $x=1$ không



Và tiếp theo tính tại $x=1^-$ (cho $x=0.9$) và $x=1^+$ (cho $x=1.1$)

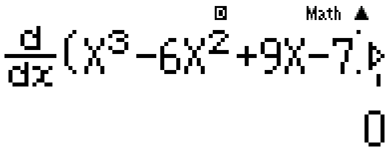




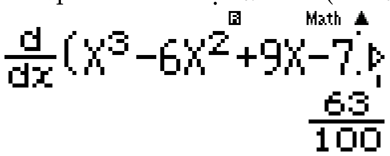
Vậy y' đổi dấu từ âm sang dương qua giá trị $x=1 \longrightarrow x=1$ là điểm cực tiểu.

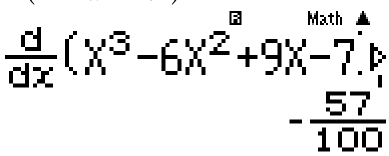
$\longrightarrow m=0$ loại $\longrightarrow$ Đáp án A hoặc D sai.

● Tương tự kiểm tra khi $m=2$



Và tiếp theo tính tại $x=1^-$ (cho $x=0.9$) và $x=1^+$ (cho $x=1.1$)





Ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm qua giá trị $x=1 \longrightarrow x=1$ là điểm cực đại.

$\longrightarrow m=2$ thỏa mãn $\longrightarrow$ Đáp án B chính xác. **Chọn B.**

Câu 43. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.

A. $m=1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=1$, $m=-3$. **D.** $-3\le m\le 1$.

Lời giải. Ta có $y'=x^2-2mx+(m^2-4)$.

Vì $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số $\longrightarrow y'(-1)=0 \Leftrightarrow m^2+2m-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

Thử lại ta thấy chỉ có giá trị $m=-3$ thỏa mãn y' đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi qua $x=-1$. **Chọn B.**

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=4x^3+mx^2-12x$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

A. $m=-9$. **B.** $m=2$. **C.** $m=9$. **D.** Không có m.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x)=12x^2+2mx-12$ và $f''(x)=24x+2m$.

Riêng hàm bậc ba, yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} f'(-2)=0 \\ f''(-2)>0 \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} 12.4-4m-12=0 \\ -48+2m>0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} m=9 \\ m>24 \end{cases}$: vô nghiệm. **Chọn D.**

Cách trắc nghiệm. Thay ngược đáp án nhưng lâu hơn cách tự luận.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số $y=ax^3-ax^2+1$ có điểm cực tiểu $x=\dfrac{2}{3}$.

A. $a=0$. **B.** $a>0$. **C.** $a=2$. **D.** $a<0$.

Lời giải. • Nếu $a=0$ thì $y=1$: Hàm hằng nên không có cực trị.

• Với $a\neq 0$, ta có $y'=3ax^2-2ax=ax(3x-2); y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

▪ $a>0 \longrightarrow y'$ đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi qua $x=\dfrac{2}{3} \longrightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=\dfrac{2}{3}$. Do đó $a>0$ thỏa mãn.

▪ $a<0 \longrightarrow y'$ đổi dấu từ "$+$" sang "$-$" khi qua $x=\dfrac{2}{3} \longrightarrow$ hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{2}{3}$. Do đó $a<0$ không thỏa mãn.

Chọn B.

Nhận xét. Nếu dùng $\begin{cases} y'\left(\dfrac{2}{3}\right)=0 \\ y''\left(\dfrac{2}{3}\right)>0 \end{cases}$ mà bổ sung thêm điều kiện $a\neq 0$ nữa thì được, tức là giải hệ $\begin{cases} a\neq 0 \\ y'\left(\dfrac{2}{3}\right)=0 \\ y''\left(\dfrac{2}{3}\right)>0 \end{cases}$. Như vậy, khi gặp hàm $y=ax^3+bx^2+cd+d$ mà chưa chắc chắn hệ số $a\neq 0$ thì cần xét hai trường hợp $a=0$ và $a\neq 0$ (giải hệ tương tự như trên).

Câu 46. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3+m$. Tìm các giá trị của tham số m để $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7$.

A. $m=0$. **B.** $m=\pm\dfrac{9}{2}$. **C.** $m=\pm\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\pm 2$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6mx+3(m^2-1)=3\left[x^2-2mx+(m^2-1)\right]$.

Do $\Delta'=m^2-m^2+1=1>0, \forall m\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2.

Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=m^2-1 \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-3x_1x_2=7 \Leftrightarrow 4m^2-3(m^2-1)=7 \Leftrightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Chọn D.

Câu 47. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y=4x^3+mx^2-3x$. Tìm các giá trị thực của tham số m để $x_1+4x_2=0$.

A. $m=\pm\frac{9}{2}$. B. $m=\pm\frac{3}{2}$. C. $m=0$. D. $m=\pm\frac{1}{2}$.

Lời giải. Ta có $y'=12x^2+2mx-3$.

Do $\Delta'=m^2+36>0, \forall m\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2.

Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{m}{6} \\ x_1x_2=-\frac{1}{4} \end{cases}$. Mà $x_1+4x_2=0$.

Suy ra $\begin{cases} x_1=-\frac{2}{9}m, x_2=\frac{m}{18} \\ x_1x_2=-\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \left(-\frac{2}{9}m\right).\frac{m}{18}=-\frac{1}{4} \Leftrightarrow m^2=\frac{81}{4} \Leftrightarrow m=\pm\frac{9}{2}$. **Chọn A.**

Câu 48. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

A. $y=-8x+m$. B. $y=-8x+m-3$. C. $y=-8x+m+3$. D. $y=-8x-m+3$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6x-9$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=5+m \\ x=3 \Rightarrow y=-27+m \end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị là $A(-1;5+m)$ và $B(3;-27+m)$.

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm A, B có phương trình $y=-8x+m-3$. **Chọn B.**

Câu 49. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+2)x^2+(2m+3)x+2017$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để $x=1$ là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m=-1$. B. $m\neq-1$.

C. $m=-\frac{3}{2}$. D. Không tồn tại giá trị m.

Lời giải. Đạo hàm $y'=x^2-2(m+2)x+(2m+3)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2m+3 \end{array}\right.$.

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi $2m+3\neq1 \Leftrightarrow m\neq-1$. (*)

Gọi $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khi đó theo định lí Viet, ta có $x_1+x_2=2m+4$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{2m+4}{2}=1 \Leftrightarrow m=-1$: không thỏa mãn (*). **Chọn D.**

Nhận xét. Qua khảo sát 99% học sinh chọn đáp án A, lý do là quên điều kiện để có hai cực trị. Tôi cố tình ra giá trị m đúng ngay giá trị loại đi.

Nếu gặp bài toán không ra nghiệm đẹp như trên thì ta giải như sau: " x_0 là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $(\Delta>0)$ và $y''(x_0)=0$".

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3mx+1$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

A. $m=1, m=-1$. B. $m=-1$. C. $m=3, m=-1$. D. Không tồn tại m.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2+3m$; $y'=0 \Leftrightarrow x^2=-m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m<0$. $(*)$

Thực hiện phép chia y cho y' ta được phần dư $2mx+1$, nên đường thẳng $\Delta: y=2mx+1$ chính là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow d[M,\Delta]=\dfrac{2}{\sqrt{4m^2+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow m^2=1 \Leftrightarrow m=\pm 1$.

Đối chiếu điều kiện $(*)$, ta chọn $m=-1$. **Chọn B.**

Câu 51. Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

A. $m\in(-1;3)\cup(3;4)$. **B.** $m\in(1;3)$.

C. $m\in(3;4)$. **D.** $m\in(-1;4)$.

Lời giải. Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2-m \end{array}\right.$.

Để hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2-m\neq -1 \Leftrightarrow m\neq 3$.

• Nếu $-1<2-m \Leftrightarrow m<3$, ycbt $\Leftrightarrow -2<-1<2-m<3 \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ m<3 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m<3$.

• Nếu $2-m<-1 \Leftrightarrow m>3$, ycbt $\Leftrightarrow -2<2-m<-1<3 \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ m<4 \end{cases} \Leftrightarrow 3<m<4$.

Vậy $m\in(-1;3)\cup(3;4)$. **Chọn A.**

Câu 52. Cho hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-6$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2$.

A. $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m<-1$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2+12x+3(m+2)=3\left[x^2+4x+(m+2)\right]$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2$

$\Leftrightarrow y'(-1)<0 \Leftrightarrow m<1$. **Chọn B.**

Nhận xét. Nhắc lại kiến thức lớp dưới "phương trình $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ thỏa mãn $x_1<x_0<x_2 \Leftrightarrow af(x_0)<0$".

Câu 53. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017;2018]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x$ có hai điểm cực trị nằm trong khoảng $(0;+\infty)$.

A. 2015. **B.** 2016. **C.** 2018. **D.** 4035.

Lời giải. Ta có: $y'=x^2-2mx+m+2$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=m^2-m-2>0 \\ S=x_1+x_2>0 \\ P=x_1x_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2)>0 \\ 2m>0 \\ m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>2$$

$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}\ \&\ m\in[-2017;2018]} m=\{3;4;5;...2018\} \longrightarrow$ có 2016 giá trị. **Chọn B.**

Câu 54. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+1$ có các điểm cực trị nhỏ hơn 2.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;1)$.

C. $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in(0;1)$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6x+3m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1<x_2<2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=9-9m>0 \\ (x_1-2)+(x_2-2)<0 \\ (x_1-2)(x_2-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ x_1+x_2<4 \\ x_1x_2-2(x_1+x_2)+4>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ 2<4 \\ m-2.2+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<1.$$ **Chọn D.**

Câu 55. Cho hàm số $y=2x^3-3(2a+1)x^2+6a(a+1)x+2$ với a là tham số thực. Gọi $x_1,\ x_2$ lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính $P=|x_2-x_1|$.

A. $P=a+1$. **B.** $P=a$. **C.** $P=a-1$. **D.** $P=1$.

Lời giải. Ta có $y'=6x^2-6(2a+1)x+6a(a+1)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a=x_1 \\ x=a+1=x_2 \end{array}\right.$.

Vậy $P=|x_2-x_1|=|(a+1)-a|=1$. **Chọn D.**

Nhận xét. Nếu phương trình $y'=0$ không ra nghiệm đẹp như trên thì ta dùng công thức tổng quát $P=|x_2-x_1|=\left|\dfrac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$.

Câu 56. Cho hàm số $y=2x^3+mx^2-12x-13$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Lời giải. Ta có $y'=6x^2+2mx-12$.

Do $\Delta'=m^2+72>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị $x_1,\ x_2$ với $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $y'=0$. Theo định lí Viet, ta có $x_1+x_2=-\dfrac{m}{3}$.

Gọi $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |x_1|=|x_2| \Leftrightarrow x_1=-x_2$ (do $x_1\neq x_2$)

$\Leftrightarrow x_1+x_2=0 \Leftrightarrow -\dfrac{m}{3}=0 \Leftrightarrow m=0.$ **Chọn D.**

Câu 57. Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2-3m-1$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x+8y-74=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Lời giải. Ta có $y'=-3x^2+6mx=-3x(x-2m)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó gọi $A(0;-3m-1)$ và $B(2m;4m^3-3m-1)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Suy ra trung điểm của AB là điểm $I(m;2m^3-3m-1)$ và $\overrightarrow{AB}=(2m;4m^3)=2m(1;2m^2)$.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(8;-1)$.

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} I\in d \\ \overrightarrow{AB}.\vec{u}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+8(2m^3-3m-1)-74=0 \\ 8-2m^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$ **Chọn D.**

Câu 58. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(2m+1)x-\dfrac{4}{3}$ với $m>0$ là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại thuộc trục hoành.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\frac{3}{4}$. **D.** $m=\frac{4}{3}$.

Lời giải. Đạo hàm $y'=x^2-2(m+1)x+(2m+1)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2m+1\end{array}\right.$.

Do $m>0\longrightarrow 2m+1\neq 1$ nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Do $m>0\longrightarrow 2m+1>1\longrightarrow$ hoành độ điểm cực đại là $x=1$ nên $y_{CD}=y(1)=m-1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y_{CD}=0\Leftrightarrow m-1=0\Leftrightarrow m=1$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=2x^3-3x^2-m$ có các giá trị cực trị trái dấu.

A. $m=-1$, $m=0$. **B.** $m<0$, $m>-1$.
C. $-1<m<0$. **D.** $0\leq m\leq 1$.

Lời giải. Ta có $f'(x)=6x^2-6x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\to f(0)=-m\\x=1\to f(1)=-m-1\end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m(m+1)<0\Leftrightarrow -1<m<0$. **Chọn C.**

Câu 60. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ với m là tham số thực, có đồ thị là (C_m). Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có các điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía đối với trục hoành.

A. $m<2$. **B.** $m\leq 3$. **C.** $m<3$. **D.** $m\leq 2$.

Lời giải. Đạo hàm $y'=3x^2+6x+m$. Ta có $\Delta'_{y'}=9-3m$.

Hàm số có cực đại và cực tiểu khi $\Delta'_{y'}>0\Leftrightarrow m<3$.

Ta có $y=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\right).y'+\left(\frac{2m}{3}-2\right)x+\left(\frac{2m}{3}-2\right)$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ của hai điểm cực trị khi đó $\begin{cases}y_1=\left(\frac{2m}{3}-2\right)x_1+\left(\frac{2m}{3}-2\right)\\y_2=\left(\frac{2m}{3}-2\right)x_2+\left(\frac{2m}{3}-2\right)\end{cases}$.

Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-2\\x_1x_2=\frac{m}{3}\end{cases}$.

Hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi $y_1.y_2<0$

$\Leftrightarrow\left(\frac{2m}{2}-2\right)^2(x_1+1)(x_2+1)<0\Leftrightarrow\left(\frac{2m}{2}-2\right)^2(x_1x_2+x_1+x_2+1)<0$

$\Leftrightarrow\left(\frac{2m}{3}-2\right)^2\left(\frac{m}{3}-1\right)<0\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\m\neq 3\end{cases}\Leftrightarrow m<3$: thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 61. Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khi đó, điều kiện nào sau đây cho biết đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ O?

A. $c=0$. **B.** $9+2b=3a$. **C.** $ab=9c$. **D.** $a=0$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2+2ax+b$.

Thực hiện phép chia y cho y', ta được $y=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}a\right).y'+\left(\frac{2}{3}b-\frac{2}{9}a^2\right)x+c-\frac{1}{9}ab$.

Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $y=\left(\frac{2}{3}b-\frac{2}{9}a^2\right)x+c-\frac{1}{9}ab$.

Do AB đi qua gốc tọa độ $O\longrightarrow c-\frac{1}{9}ab=0\Leftrightarrow ab=9c$. **Chọn C.**

Câu 62. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-mx+2$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo với đường thẳng $d: x+4y-5=0$ một góc $\alpha=45^0$.

A. $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6x-m$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=9+3m>0 \Leftrightarrow m>-3$.

Ta có $y=y'.\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{2m}{3}+2\right)x+2-\frac{m}{3}$.

$\longrightarrow$ đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A và B là $\Delta: y=-\left(\frac{2m}{3}+2\right)x+2-\frac{m}{3}$.

Đường thẳng $d: x+4y-5=0$ có một VTPT là $\vec{n}_d=(1;4)$.

Đường thẳng $\Delta: y=-\left(\frac{2m}{3}+2\right)x+2-\frac{m}{3}$ có một VTPT là $\vec{n}_\Delta=\left(\frac{2m}{3}+2;1\right)$.

Ycbt $\longleftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\cos 45^0=\cos(d,\Delta)=\left|\cos\left(\vec{n}_d,\vec{n}_\Delta\right)\right|=\dfrac{\left|1.\left(\frac{2m}{3}+2\right)+4.1\right|}{\sqrt{1^2+4^2}.\sqrt{\left(\frac{2m}{3}+2\right)^2+1^2}}$

$\longleftrightarrow 60m^2+264m+117=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\frac{1}{2} \\ m=-\frac{39}{10}\end{array}\right. \xrightarrow{m>-3} m=-\frac{1}{2}$: thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 63. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-3$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

A. $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty)$. **B.** $m\in(0;2)$.

C. $m\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in\left(-\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải. Đạo hàm $y'=x^2-2mx+2m-1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt và cùng dấu

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=m^2-(2m-1)>0 \\ P=2m-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m>\frac{1}{2} \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 64. Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx+m^3$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $AB=\sqrt{2}$.

A. $m=0$. **B.** $m=0$, $m=2$.

C. $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải. Ta có $y'=6x^2-6(m+1)x+6m$, $y'=0 \Leftrightarrow x^2-(m+1)x+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=m\end{array}\right.$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m\neq 1$.

Tọa độ các điểm cực trị là $A\left(1;m^3+3m-1\right)$ và $B\left(m;3m^2\right)$.

Suy ra $AB^2=(m-1)^2+\left(m^3-3m^2+3m-1\right)^2=(m-1)^2+(m-1)^6$.

Ycbt $\Leftrightarrow AB^2=2\Leftrightarrow (m-1)^6+(m-1)^2-2=0\Leftrightarrow \left[(m-1)^2\right]^3-1+\left[(m-1)^2-1\right]=0$

$\Leftrightarrow \left[(m-1)^2-1\right].\left[(m-1)^4+(m-1)^2+2\right]=0\Leftrightarrow (m-1)^2-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=0 \end{array}\right.$: thỏa. **Chọn B.**

Câu 65. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^2-2$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho $I(1;0)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó tọa độ hai điểm cực trị là $A(0;4m^2-2)$ và $B(2m;4m^2-4m^3-2)$.

Do $I(1;0)$ là trung điểm của AB nên $\left\{\begin{array}{l} x_A+x_B=2x_I \\ y_A+y_B=2y_I \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 0+2m=2 \\ (4m^2-2)+(4m^2-4m^3-2)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow m=1$: thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

A. $m=0$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=-\sqrt{2}$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

Lời giải. Ta có $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0\neq 2m\Leftrightarrow m\neq 0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;2)$ và $B(2m;2-4m^3)$.

Suy ra $\overrightarrow{MA}=(-1;4)$, $\overrightarrow{MB}=(2m-1;4-4m^3)$.

Theo giả thiết A, B và M thẳng hàng $\Leftrightarrow \dfrac{2m-1}{-1}=\dfrac{4-4m^3}{4}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\ (\text{loại}) \\ m=\pm\sqrt{2}\ (\text{thỏa mãn}) \end{array}\right.$.

Chọn D.

Câu 67. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=-x^3+3mx+1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O, với O là gốc tọa độ.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Lời giải. Ta có $y'=-3x^2+3m=-3(x^2-m)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow x^2-m=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(-\sqrt{m};1-2m\sqrt{m})$ và $B(\sqrt{m};1+2m\sqrt{m})$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow 4m^3+m-1=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$ (thỏa mãn). **Chọn C.**

Câu 68. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \ (a\neq 0)$. Với điều kiện nào của các tham số a, b, c thì hàm số có ba điểm cực trị?

A. a, b cùng dấu và c bất kì. **B.** a, b trái dấu và c bất kì.

C. $b=0$ và a, c bất kì. **D.** $c=0$ và a, b bất kì.

Lời giải. Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\dfrac{b}{2a} \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow x^2=-\dfrac{b}{2a}$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a}>0 \Leftrightarrow ab<0$. Khi đó $a,\ b$ trái dấu và c bất kì. **Chọn B.**

Câu 69. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1\ \left(a\neq 0\right)$. Với điều kiện nào của các tham số $a,\ b$ thì hàm số có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại?

A. $a<0,\ b<0$. **B.** $a<0,\ b>0$. **C.** $a>0,\ b<0$. **D.** $a>0,\ b>0$.

Lời giải. Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right);\ y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x^2=-\dfrac{b}{2a}\end{array}\right.$.

Để hàm số có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0\\ -\dfrac{b}{2a}>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a<0\\ b>0\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 70. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1\ \left(a\neq 0\right)$. Với điều kiện nào của các tham số $a,\ b$ thì hàm số có một điểm cực trị và là điểm cực tiểu.

A. $a<0,\ b\le 0$. **B.** $a<0,\ b>0$. **C.** $a>0,\ b<0$. **D.** $a>0,\ b\ge 0$.

Lời giải. Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right);\ y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x^2=-\dfrac{b}{2a}\quad (*)\end{array}\right.$.

Để hàm số có một điểm cực trị $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 0

$\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a}\le 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0\\ ab>0\end{array}\right.$. $\qquad (1)$

Khi đó, để điểm cực trị này là điểm cực tiểu thì $a>0$. $\qquad (2)$

Từ (1) và (2), suy ra $a>0, b\ge 0$. **Chọn D.**

Câu 71. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+2mx^2+m^2+m$ có ba điểm cực trị.

A. $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải. Ta có $y'=4x^3+4mx=4x\left(x^2+m\right);\ y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x^2=-m\end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m>0\Leftrightarrow m<0$.

Chọn C.

Câu 72. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^4+\left(m+1\right)x^2+1$ có một điểm cực tiểu.

A. $m>0$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $m>-1$.

Lời giải. **TH1.** Với $a=0\leftrightarrow m=0$, khi đó $y=x^2+1$ có đồ thị là một parabol có bề lõm quay lên nên hàm số có duy nhất một điểm cực tiểu.

$\longrightarrow m=0$ thỏa mãn.

TH2. Với $a>0\leftrightarrow m>0$, ycbt $\Leftrightarrow ab\ge 0\Leftrightarrow m\left(m+1\right)\ge 0$: đúng với $m>0$.

$\longrightarrow m>0$ thỏa mãn.

TH3. Với $a<0\leftrightarrow m<0$, ycbt $\Leftrightarrow ab<0\xrightarrow{a<0} b>0\leftrightarrow m+1>0\leftrightarrow m>-1$.

$\longrightarrow -1<m<0$ thỏa mãn.

Hợp các trường hợp ta được $m>-1$. **Chọn D.**

Nhận xét. Bài toán hỏi hàm số có một điểm cực tiểu nên hàm số có thể có điểm cực đại hoặc không có điểm cực đại. Khi nào bài toán hỏi hàm số có đúng một cực tiểu và không có cực đại thì lúc đó ta chọn đáp án B.

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có đúng một điểm cực trị.

A. $m \in [1;+\infty)$.

B. $m \in (-\infty;0]$.

C. $m \in [0;1]$.

D. $m \in (-\infty 0] \cup [1;+\infty)$.

Lời giải. • Nếu $m = 0$ thì $y = -x^2 + 1$ là hàm bậc hai nên chỉ có duy nhất một cực trị.

• Khi $m \neq 0$, ta có $y' = 4mx^3 + 2(m-1)x = 2x[2mx^2 + (m-1)]$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{1-m}{2m} \end{array}\right.$.

Để hàm số có đúng một điểm cực trị khi $\dfrac{1-m}{2m} \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $\left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 74. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = -14$.

B. $S = 14$.

C. $S = -20$.

D. $S = 34$.

Lời giải. Ta có $y' = 4x^3 - 6x + a$ và $y'' = 12x^2 - 6$.

Do $A(2;-2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nên $\longrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y(2) = -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 32 - 12 + a = 0 \\ 16 - 12 + 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \\ b = 34 \end{cases}$.

Thử lại với $\begin{cases} a = -20 \\ b = 34 \end{cases} \longrightarrow y = x^4 - 3x^2 - 20x + 34$.

Tính đạo hàm và lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ (thỏa).

Vậy $\begin{cases} a = -20 \\ b = 34 \end{cases} \longrightarrow S = a + b = 14$. **Chọn B.**

Câu 75. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ có điểm đại $A(0;-3)$ và có điểm cực tiểu $B(-1;-5)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \\ c = -5 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = -3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \\ c = -3 \end{cases}$.

Lời giải. Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$.

Đồ thị có điểm cực đại $A(0;-3) \longrightarrow \begin{cases} y'(0) = 0 \\ y(0) = -3 \end{cases} \rightarrow c = -3$. $\quad (1)$

Đồ thị có điểm cực tiểu $B(-1;-5) \longrightarrow \begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y(-1) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b = 0 \\ a + b + c = -5 \end{cases}$. $\quad (2)$

Giải hệ gồm (1) và (2), ta được $\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$.

Thử lại với $\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases} \longrightarrow y = 2x^4 - 4x^2 - 3$. Tính đạo hàm và lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, đạt cực tiểu tại $x = -1$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 76. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - m + 1)x^2 + m - 1$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu, đồng thời khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất.

A. $m = -\frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = \frac{3}{2}$. **D.** $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m^2 - m + 1)x = 4x\left[x^2 - (m^2 - m + 1)\right]$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2 - m + 1} \end{array}\right..$$

Suy ra đồ thị có hai điểm cực tiểu là $A\left(-\sqrt{m^2 - m + 1}; y_{CT}\right)$ và $B\left(\sqrt{m^2 - m + 1}; y_{CT}\right)$.

Khi đó $AB^2 = 4(m^2 - m + 1) = 4\left[\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] \geq 3$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 77. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị A, B, C thỏa mãn $OA.OB.OC = 12$ với O là gốc tọa độ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải. Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0 \Leftrightarrow 1.(-2m) < 0 \Leftrightarrow m > 0.$

Khi đó $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{array}\right..$

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0;2),\ B\left(\sqrt{m}; -m^2 + 2\right),\ C\left(-\sqrt{m}; -m^2 + 2\right).$$

Ycbt $OA.OB.OC = 12 \Leftrightarrow 2.\left[m + (-m^2 + 2)^2\right] = 12 \longrightarrow m = 2 \longrightarrow$ có một giá trị nguyên.

Chọn B.

Câu 78. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 4$ có đồ thị là (C_m). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tất cả các điểm cực trị của (C_m) đều nằm trên các trục tọa độ.

A. $m = \pm 2$. **B.** $m = 2$.

C. $m > 0$. **D.** $m = -2$, $m > 0$.

Lời giải. Ta có $y' = -4x^3 + 4mx = -4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right..$

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0;-4) \in Oy,\ B\left(-\sqrt{m}; m^2 - 4\right) \text{ và } C\left(\sqrt{m}; m^2 - 4\right).$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow B, C \in Ox \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2\ (\text{loại}) \\ m = 2\ (\text{thỏa mãn}) \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Ycbt $\longrightarrow b^2 - 4ac = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2\ (\text{loại}) \\ m = 2\ (\text{thỏa mãn}) \end{array}\right..$

Cho hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$. Khi đó:

<table>
<tr><th colspan="2">y có 1 cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$</th><th colspan="2">$y$ có 3 cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$</th></tr>
<tr><td>$a > 0$: 1 cực tiểu</td><td>$a < 0$: 1 cực đại</td><td>$a > 0$: 1 cực đại, 2 cực tiểu</td><td>$a < 0$: 2 cực đại, 1 cực tiểu</td></tr>
</table>

Xét trường hợp có ba cực trị $\longrightarrow$ tọa độ các điểm cực trị

$A(0;c)$, $B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right)$, $C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

- $BC = 2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$, $AB = AC = \sqrt{\frac{b^4}{16a^2}-\frac{b}{2a}}$ với $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Phương trình qua điểm cực trị: $BC: y = -\frac{\Delta}{4a}$ và $\left[\begin{array}{l} AB: y = \left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)^3 x + c \\ AC: y = -\left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)^3 x + c \end{array}\right.$.

- Gọi $\widehat{BAC} = \alpha$, luôn có $\cos\alpha = \frac{b^3+8a}{b^3-8a}$.

- Diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}}$.

- Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{b^3-8a}{8|a|b}$.

- Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r = \frac{b^2}{4|a|\left(1+\sqrt{1-\frac{b^3}{8a}}\right)}$.

Dữ kiện	**Công thức thỏa** $ab<0$
1) $B, C \in Ox$	$b^2 - 4ac = 0$
2) $BC = m_0$	$am_0^2 + 2b = 0$
3) $AB = AC = n_0$	$16a^2n_0^2 - b^4 + 8ab = 0$
4) $BC = kAB = kAC$	$b^3.k^2 - 8a\left(k^2-4\right) = 0$
5) $ABOC$ nội tiếp	$c.\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$
6) $ABOC$ là hình thoi	$b^2 - 2ac = 0$
---	----------------------------------
7) Tam giác ABC vuông cân tại A	$8a + b^3 = 0$
8) Tam giác ABC đều	$24a + b^3 = 0$
9) Tam giác ABC có góc $\widehat{BAC} = \alpha$	$8a + b^3.\tan^2\frac{\alpha}{2} = 0$
10) Tam giác ABC có 3 góc nhọn	$b\left(8a + b^3\right) > 0$
11) Tam giác ABC có diện tích S_0	$32a^3\left(S_0\right)^2 + b^5 = 0$
12) Tam giác ABC có trọng tâm O	$b^2 - 6ac = 0$
14) Tam giác ABC có trực tâm O	$b^3 + 8a - 4ac = 0$
16) Tam giác ABC có O là tâm đường tròn nội tiếp	$b^3 - 8a - 4abc = 0$
17) Tam giác ABC có O là tâm đường tròn ngoại tiếp	$b^3 - 8a - 8abc = 0$
18) Tam giác ABC có điểm cực trị cách đều trục hoành	$b^2 - 8ac = 0$

Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại 4 điểm lập thành một cấp số cộng thì điều kiện là $\begin{cases} ac > 0 \\ ab < 0 \\ b^2 = \frac{100}{9}ac \end{cases}$.

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC=4$.

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

Lời giải. Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0;1),\ B\left(\sqrt{m};1-m^2\right) \text{ và } C\left(-\sqrt{m};1-m^2\right).$$

Ycbt: $BC=4\Leftrightarrow 2\sqrt{m}=4\Leftrightarrow \sqrt{m}=2\Leftrightarrow m=4$ (thỏa mãn). **Chọn C.**

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab<0\Leftrightarrow m>0$.

Ycbt: $BC=m_0\to am_0^2+2b=0\Leftrightarrow 1.4^2+2.(-2m)=0\Leftrightarrow m=4.$

Câu 80. Cho hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m>-1$.

Lời giải. Ta có $y'=4x^3-4(m+1)x=4x\left(x^2-m-1\right)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m+1 \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1>0\Leftrightarrow m>-1$.

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(0;m^2\right),\ B\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right) \text{ và } C\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right).$$

Khi đó $\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{m+1};-2m-1-m^2\right)$ và $\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m+1};-2m-1-m^2\right)$.

Ycbt $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow -(m+1)+(m+1)^4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1(\text{loại}) \\ m=0(\text{thỏa mãn}) \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab<0\Leftrightarrow m>-1$.

Ycbt $\longrightarrow 8a+b^3=0\Leftrightarrow 8.1+\left[-2(m+1)\right]^3=0\Leftrightarrow m=0.$

Câu 81. **(ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017)** Tìm giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

A. $m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D.** $m=1$.

Lời giải. Ta có $y'=4x^3+4mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow -m>0\Leftrightarrow m<0.$

Khi đó, toạ độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0;1),\ B\left(\sqrt{-m};-m^2+1\right),\ C\left(-\sqrt{-m};-m^2+1\right).$$

Ycbt $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow m+m^4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0(\text{loại}) \\ m=-1(\text{thỏa mãn}) \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 82. Cho hàm số $y=3x^4+2(m-2018)x^2+2017$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có một góc bằng 120^0.

A. $m=-2018.$ **B.** $m=-2017.$ **C.** $m=2017.$ **D.** $m=2018.$

Lời giải. Ta có $y'=12x^3+4(m-2018)x$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 3x^2=2018-m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow 2018-m>0\Leftrightarrow m<2018$.

Khi đó, tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A(0;2017), B\left(\sqrt{\frac{2018-m}{3}};-\frac{(m-2018)^2}{3}+2017\right), C\left(-\sqrt{\frac{2018-m}{3}};-\frac{(m-2018)^2}{3}+2017\right)$

Do tam giác ABC cân tại A nên ycbt $\Leftrightarrow 3AB^2=BC^2$

$\Leftrightarrow 3\left[\frac{2018-m}{3}+\frac{(m-2018)^4}{9}\right]=4\frac{2018-m}{3}\Leftrightarrow (m-2018)^3=-1\Leftrightarrow m=2017$ (thỏa mãn).

Chọn C.

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab<0\Leftrightarrow m<2018$.

Áp dụng công thức giải nhanh $\cos\alpha=\frac{b^3+8a}{b^3-8a}$ (với $\alpha=\widehat{BAC}$, A là điểm cực trị thuộc Oy), ta được $-\frac{1}{2}=\frac{b^3+8a}{b^3-8a}\longleftrightarrow -\left(b^3-8a\right)=2\left(b^3+8a\right)\longleftrightarrow 3b^3=-8a$

$\longleftrightarrow 3\left[2(m-2018)\right]^3=-8.3\longleftrightarrow m=2017$: thỏa mãn.

Câu 83. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-(3m+1)x^2+2(m+1)$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ.

A. $m=-\frac{2}{3}$. **B.** $m=\frac{2}{3}$. **C.** $m=-\frac{1}{3}$. **D.** $m=\frac{1}{3}$.

Lời giải. Ta có $y'=x^3-2(3m+1)x=x\left[x^2-2(3m+1)\right]$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=2(3m+1)\end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow 2(3m+1)>0\Leftrightarrow m>-\frac{1}{3}$.

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là:

$A(0;2(m+1))$, $B\left(-\sqrt{2(3m+1)};-9m^2-4m+1\right)$ và $C\left(\sqrt{2(3m+1)};-9m^2-4m+1\right)$.

Suy ra tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G=\left(0;\frac{2(m+1)+2\left(-9m^2-4m+1\right)}{3}\right)$.

Ycbt: $G\equiv O\Leftrightarrow 2(m+1)+2\left(-9m^2-4m+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{1}{3}\text{(thỏa mãn)}\\m=-\frac{2}{3}\text{(loại)}\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab<0\Leftrightarrow m>-\frac{1}{3}$.

Ycbt: $G\equiv O\longrightarrow b^2-6ac=0\Leftrightarrow (3m+1)^2-6.\frac{1}{4}.2(m+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{1}{3}\text{(thỏa mãn)}\\m=-\frac{2}{3}\text{(loại)}\end{array}\right.$.

Câu 84. Cho hàm số $y=\frac{9}{8}x^4+3(m-3)x^2+4m+2017$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2017$.

Lời giải. Ta có $y'=\frac{9}{2}x^3+6(m-3)x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\3x^2=4(3-m)\quad(*)\end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow 4(3-m)>0\Leftrightarrow m<3$.

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A(0;4m+2017)$, $B\left(2\sqrt{\frac{3-m}{3}};4m+2017-2(3-m)^2\right)$, $C\left(-2\sqrt{\frac{3-m}{3}};4m+2017-2(3-m)^2\right)$.

Do dam giác ABC cân tại A nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow AB^2 = BC^2$

$$\frac{4(3-m)}{3}+4(3-m)^4=\frac{16(3-m)}{3}\Leftrightarrow(3-m)^4=3-m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-m=0\\3-m=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3(\text{loại})\\m=2(\text{thỏa mãn})\end{array}\right..$$

Chọn B.

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab<0\Leftrightarrow m<3$.

Ycbt $\longrightarrow b^3=-24a\Leftrightarrow 27(m-3)^3=-27\Leftrightarrow m=2.$

Câu 85. **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m>0.$ **B.** $m<1.$ **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}.$ **D.** $0<m<1.$

Lời giải. Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\quad(*)\end{array}\right..$

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0.$

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;0)$, $B\left(\sqrt{m};-m^2\right)$, $C\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$.

Tam giác ABC cân tại A, suy ra $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}d[A,BC].BC=\frac{1}{2}m^2.2\sqrt{m}=m^2\sqrt{m}$.

Theo bài ra, ta có $S_{\Delta ABC}<1\Leftrightarrow m^2\sqrt{m}<1\Leftrightarrow 0<m<1:(\text{thỏa mãn})$. **Chọn D.**

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab<0\Leftrightarrow m>0.$

Ycbt $\longrightarrow\sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}}<1\Leftrightarrow\sqrt{m^5}<1\longrightarrow 0<m<1.$

Câu 86. Cho hàm số $y=x^4-mx^2+m-2$ với m là tham số thực. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1.

A. $m=-2.$ **B.** $m=1.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m=4.$

Lời giải. Ta có $y'=4x^3-2mx=2x\left(2x^2-m\right)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^2=m\end{array}\right..$

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0.$

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0;m-2),\ B\left(\sqrt{\frac{m}{2}},-\frac{m^2}{4}+m-2\right),\ C\left(-\sqrt{\frac{m}{2}};-\frac{m^2}{4}+m-2\right).$$

Suy ra $AB=AC=\sqrt{\frac{m}{2}+\frac{m^4}{16}}$, $BC=2\sqrt{\frac{m}{2}}$.

Ta có $S=pr=\frac{1}{2}BC.d[A,BC]\longrightarrow\frac{AB+BC+AC}{2}.r=\frac{1}{2}BC.d[A,BC]$

$\Leftrightarrow\sqrt{\frac{m}{2}+\frac{m^4}{16}}+\sqrt{\frac{m}{2}}=\frac{1}{2}.\frac{m^2}{4}.2\sqrt{\frac{m}{2}}$.

Đặt $t=\sqrt{\frac{m}{2}}>0$ ta được phương trình $\sqrt{t^2+t^8}+t=t^5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\ (\text{loại})\\t=\sqrt{2}\longrightarrow m=4\end{array}\right..$ **Chọn D.**

Cách áp dụng công thức giải nhanh: Điều kiện để có ba cực trị $ab<0\Leftrightarrow m>0.$

Ycbt $\longrightarrow\frac{b^2}{4|a|\left(1+\sqrt{1-\frac{b^3}{8a}}\right)}=1\Leftrightarrow\frac{(-m)^2}{4.\left(1+\sqrt{1+\frac{m^3}{8}}\right)}=1\longrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2(\text{loại})\\m=4(\text{thỏa mãn})\end{array}\right..$

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-1}{x-1}$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m<0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m>0$.

Lời giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Đạo hàm $y'=\dfrac{x^2-2x-m+1}{(x-1)^2}$.

Đặt $g(x)=x^2-2x-m+1$.

Để hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'_{g(x)}>0\\ g(1)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0\\ m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow m>0$. **Chọn D.**

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực đại tại $x=2$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Lời giải. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Đạo hàm $y'=\dfrac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=2\longrightarrow y'(2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1\\ m=-3\end{array}\right.$.

Thử lại với $m=-1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$: không thỏa mãn.

Thử lại với $m=-3$ thì hàm số đạt cực đại tại $x=2$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 89. Gọi x_{CD}, x_{CT} lần lượt là điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số $y=\sin 2x-x$ trên đoạn $[0;\pi]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_{CD}=\dfrac{\pi}{6}; x_{CT}=\dfrac{5\pi}{6}$. **B.** $x_{CD}=\dfrac{5\pi}{6}; x_{CT}=\dfrac{\pi}{6}$.

C. $x_{CD}=\dfrac{\pi}{6}; x_{CT}=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x_{CD}=\dfrac{\pi}{3}; x_{CT}=\dfrac{2\pi}{3}$.

Lời giải. Ta có $y'=2\cos 2x-1$ và $y''=-4\sin 2x$.

Xét trên đoạn $[0;\pi]$, ta có $y'=0\Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{\pi}{6}\\ x_2=\dfrac{5\pi}{6}\end{array}\right.$.

Do $y''\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-4\dfrac{\sqrt{3}}{2}<0$ và $y''\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)=-4\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)>0$.

Vậy $x_{CD}=\dfrac{\pi}{6}; x_{CT}=\dfrac{5\pi}{6}$. **Chọn C.**

Câu 90. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x+2\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$.

A. $y_{CD}=\dfrac{5\pi}{6}+\sqrt{3}$. **B.** $y_{CD}=\dfrac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$. **C.** $y_{CD}=\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$. **D.** $y_{CD}=\dfrac{\pi}{6}-\sqrt{3}$.

Lời giải. Đạo hàm $y'=1-2\sin x$ và $y''=-2\cos x$.

Xét trên khoảng $(0;\pi)$, ta có $y'=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}\\ x=\dfrac{5\pi}{6}\end{array}\right.$.

Do đó $y''\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}<0$ và $y''\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=-2\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)>0$.

Vậy giá trị cực đại của hàm số là $y\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 91. Biết rằng trên khoảng $(0;2\pi)$ hàm số $y=a\sin x+b\cos x+x$ đạt cực trị tại $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\pi$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=3$. **B.** $S=\frac{\sqrt{3}}{3}+1$. **C.** $S=\sqrt{3}+1$. **D.** $S=\sqrt{3}-1$.

Lời giải. Đạo hàm $y'=a\cos x-b\sin x+1$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\pi$ nên $\begin{cases} y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=0 \\ y'(\pi)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a-\frac{\sqrt{3}}{2}b+1=0 \\ -a+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\sqrt{3} \end{cases} \longrightarrow S=a+b=\sqrt{3}+1$. **Chọn C.**

Câu 92. Hàm số $y=\left(x^2-4\right)^2(1-2x)^3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải. Đạo hàm $y'=2.2x\left(x^2-4\right)(1-2x)^3+\left(x^2-4\right)^2.3.(-2)(1-2x)^2$

$=(1-2x)^2\left(x^2-4\right).\left[4x(1-2x)-6\left(x^2-4\right)\right]=-2(1-2x)^2\left(x^2-4\right)\left(7x^2-2x-12\right)$.

Phương trình $y'=0$ có 4 nghiệm đơn nên hàm số có 4 điểm cực trị. **Chọn B.**

Câu 93. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^5$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải. Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0,\ x=1 \\ x=2,\ x=3 \end{array}\right.$. Tuy nhiên lại xuất hiện nghiệm kép tại $x=1$ (nghiệm kép thì y' qua nghiệm không đổi dấu) nên hàm số đã cho có ba điểm cực trị. **Chọn B.**

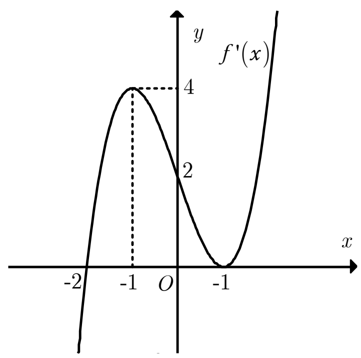
Câu 94. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

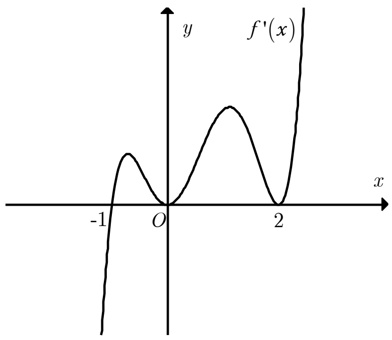


Lời giải. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có các nhận xét sau:

- $f'(x)$ đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi đi qua điểm $x=-2$ suy ra $x=-2$ là điểm cực trị và là **điểm cực tiểu** của hàm số $y=f(x)$.
- $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm $x=-1,\ x=1$ suy ra $x=-1,\ x=1$ không là các điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$. **Chọn C.**

Câu 95. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. 4.

Lời giải. Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f'(x)=0$ chỉ có một nghiệm đơn (cắt trục hoành tại một điểm) và hai nghiệm kép (tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm) nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua nghiệm đơn. Do đó suy ra hàm số $f(x)$ có đúng một cực trị. **Chọn B.**

Nhận xét. Đây là một dạng toán suy ngược đồ thị.