

DẠNG 20. BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC LÔGARIT

1 KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa 1. Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

Tính chất 1. Cho $a, b > 0, a \neq 1$, Ta có:

$$\log_a a = 1; \quad \log_a 1 = 0; \quad a^{\log_a b} = b; \quad \log_a(a^\alpha) = \alpha.$$

Các quy tắc

— Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, Ta có:

$$\log_a(b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2.$$

— Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, Ta có:

$$\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2.$$

Đặc biệt: với $a, b > 0, a \neq 1$ thì $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$.

— Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α , Ta có:

$$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b.$$

Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$.

— Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, Ta có:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

Đặc biệt: $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

2 BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. (ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = b^2$.

(B) $a^3 = b$.

(C) $a = b$.

(D) $a^2 = b$.

Lời giải.

Phân tích hướng dẫn giải

a) **DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán biến đổi đẳng thức lôgarit.

b) **HƯỚNG GIẢI:**

Bước 1: Biến đổi đưa về cùng cơ số 2.

Bước 2: Cho 2 biểu thức trong lôgarit bằng nhau.

Bước 3: Dựa vào các đáp án, kết luận mệnh đề đúng.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Ta có:

$$\log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \log_{2^3}(ab)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a = \log_2(ab)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Leftrightarrow a = (ab)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b.$$

Chọn phương án **(D)**

3 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $x = y$.

(B) $x > y$.

(C) $x < y$.

(D) $x = y^2$.

Lời giải.

Với $x, y > 0$ Ta có:

$$\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2) = \log_2 2xy$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2xy$$

$$\Leftrightarrow x = y.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 2. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $\ln \frac{a}{c} + \ln \frac{b}{c} = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $abc = 1$.

(B) $ab = c$.

(C) $a + b = c$.

(D) $ab = c^2$.

Lời giải.

Ta có:

$$\ln \frac{a}{c} + \ln \frac{b}{c} = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln a + \ln b - 2 \ln c = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln a + \ln b = 2 \ln c$$

$$\Leftrightarrow \ln ab = \ln c^2$$

$$\Leftrightarrow ab = c^2.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 3. Cho $M = \log_{12} x = \log_3 y$. Khi đó M bằng biểu thức nào sau đây?

(A) $\log_4 \frac{x}{y}$.

(B) $\log_{36} \frac{x}{y}$.

(C) $\log_9(x - y)$.

(D) $\log_{15}(x + y)$.

Lời giải.

Do $M = \log_{12} x = \log_3 y$ nên $\begin{cases} x = 12^M > 0 \\ y = 3^M > 0. \end{cases}$

Suy ra $\frac{x}{y} = \frac{12^M}{3^M} = 4^M$ hay $M = \log_4 \frac{x}{y}$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 4. Cho $a = \log_9 8$ và $b = \log_2 3$. Tính ab .

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{3}{2}$.

(C) $\frac{2}{9}$.

(D) $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có:

$$ab = \log_9 8 \cdot \log_2 3 = \log_{3^2} 2^3 \cdot \log_2 3 = \frac{3}{2} \log_3 2 \cdot \log_2 3 = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2}.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 5. Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

(A) $A = (3 + a)a$.

(B) $A = (3 - a)a$.

(C) $A = \frac{3 + a}{a}$.

(D) $A = \frac{3 - a}{a}$.

Lời giải.

Ta có:

$$A = \log_m(8m) = \log_m 8 + \log_m m = 3 \log_m 2 + 1$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{\log_2 m} + 1 = \frac{3}{a} + 1 = \frac{3 + a}{a}.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 6. Với mọi số thực dương a và b thoả mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

(B) $\log(a + b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

(C) $\log(a + b) = 1 + \log a + \log b$.

(D) $\log(a + b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Lời giải.

Ta có:

$$a^2 + b^2 = 8ab$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 10ab$$

$$\Leftrightarrow (a + b)^2 = 10ab$$

$$\Leftrightarrow \log(a + b)^2 = \log(10ab)$$

$$\Rightarrow 2 \log(a + b) = 1 + \log a + \log b$$

$$\Rightarrow \log(a + b) = \frac{1}{2} (1 + \log a + \log b).$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 7. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

(B) $5 \log(a + 2b) = \log a - \log b$.

(C) $2 \log(a + 2b) = 5 (\log a + \log b)$.

(D) $\log(a + 1) + \log b = 1$.

Lời giải.

Ta có:

$$a^2 + 4b^2 = 5ab$$

$$\Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 9ab$$

$$\Leftrightarrow \log [(a + 2b)^2] = \log(9ab)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \log(a + 2b) = 2 \cdot \log 3 + \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \log \frac{a + 2b}{3} = \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 8. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\log(a + 1) + \log b = 1$.

(B) $\log \frac{a + 3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

(C) $3 \log(a + 3b) = \log a - \log b$.

(D) $2 \log(a + 3b) = 2 \log a + \log b$.

Lời giải.

Ta có:

$$a^2 + 9b^2 = 10ab$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a + 3b)^2}{16} = ab$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{(a + 3b)^2}{16} = \log ab \quad \text{vì } a > 0, b > 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \log \frac{a + 3b}{4} = \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{a + 3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 9. Cho các số dương a, b thỏa mãn $4a^2 + 9b^2 = 13ab$. Chọn câu trả lời đúng.

(A) $\log \sqrt{2a + 3b} = \log \sqrt{a} + 2 \log \sqrt{b}$.

(B) $\frac{1}{4} \log(2a + 3b) = 3 \log a + 2 \log b$.

$$\textcircled{C} \log \left(\frac{2a+3b}{5} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b).$$

$$\textcircled{D} \log \left(\frac{2a+3b}{4} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b).$$

Lời giải.

Ta có:

$$4a^2 + 9b^2 = 13ab$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 12ab + 9b^2 = 25ab$$

$$\Leftrightarrow (2a+3b)^2 = 25ab$$

$$\Leftrightarrow \frac{2a+3b}{5} = \sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{2a+3b}{5} \right) = \log \sqrt{ab}$$

$$\Leftrightarrow \log \left(\frac{2a+3b}{5} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b).$$

Chọn phương án \textcircled{C}

Câu 10. Cho các số thực x, a, b, c, d dương thỏa mãn $\log x = 2 \log(2a) - 3 \log b - 4 \log \sqrt[4]{c}$. Biểu diễn x theo a, b, c được kết quả là

$$\textcircled{A} x = \frac{2a^2}{b^3 c}$$

$$\textcircled{B} x = \frac{4a^2}{b^3 c}$$

$$\textcircled{C} x = \frac{2a^2 c}{b^3}$$

$$\textcircled{D} x = \frac{2a^2 c}{b^3}$$

Lời giải.

$$\log x = 2 \log(2a) - 3 \log b - 4 \log \sqrt[4]{c}$$

$$\Leftrightarrow \log x = \log(4a^2) - \log(b^3) - \log c$$

$$\Leftrightarrow \log x = \log \frac{4a^2}{b^3 c}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4a^2}{b^3 c}$$

Chọn phương án \textcircled{B}

Câu 11. Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

$$\textcircled{A} 2^9.$$

$$\textcircled{B} 2.$$

$$\textcircled{C} 8.$$

$$\textcircled{D} 2^{18}.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 5 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b = 5 \\ \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 6 \\ \log_2 b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^6 \\ b = 2^3 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } ab = 2^6 \cdot 2^3 = 2^9.$$

Chọn phương án \textcircled{A}

Câu 12. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \frac{2}{3}$. Tính $I = 2 \log_6 [\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3$.

$$\textcircled{A} I = 3.$$

$$\textcircled{B} I = -2.$$

$$\textcircled{C} I = 1.$$

$$\textcircled{D} I = 2 \log_6 5 + 1.$$

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 I &= 2 \log_6 [\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3 \\
 &= 2 \log_6(1 + \log_5 a) - \frac{3}{2} \log_3 b \\
 &= 2 \log_6 6 - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \\
 &= 2 - 1 = 1.
 \end{aligned}$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 13. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương và $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

(A) 32.

(B) 40.

(C) 43.

(D) 23.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} &= \frac{210}{\log_3 x} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{3}{\log_3 x} + \dots + \frac{n}{\log_3 x} &= \frac{210}{\log_3 x} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 x} (1 + 2 + 3 + \dots + n) &= \frac{210}{\log_3 x} \\
 \Leftrightarrow \frac{n(1+n)}{2} &= 210 \\
 \Leftrightarrow n^2 + n - 420 &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -21. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Do n là số nguyên dương nên $n = 20 \Rightarrow P = 43$.

Chọn phương án **(C)**

Câu 14. Xét các số thực thực dương x, y thỏa mãn $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x + y)$. Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ là

(A) $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

(B) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

(C) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

(D) $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x + y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t & (1) \\ y = 12^t & (2) \\ x + y = 16^t \end{cases}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{4}\right)^t > 0.$$

$$x + y = 16^t \Leftrightarrow 9^t + 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 15. Xét các số thực dương a, b, c , $b \neq 1$ thỏa mãn $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn

$\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4})$ theo x và y .

(A) $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4}) = \frac{5+4y}{6x}$.

(B) $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4}) = \frac{20y}{3x}$.

(C) $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4}) = \frac{5+3y^4}{3x^2}$.

(D) $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4}) = 20x + \frac{20y}{3}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b} = x \Rightarrow \ln a = x \cdot \ln b \quad (a, b > 0).$$

$$\log_b c = \frac{\ln c}{\ln b} = y \Rightarrow \ln c = y \cdot \ln b \quad (b, c > 0).$$

$$\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4}) = \frac{\ln(\sqrt[3]{b^5c^4})}{\ln(a^2)} = \frac{\ln(b^{\frac{5}{3}} \cdot c^{\frac{4}{3}})}{2 \cdot \ln a} = \frac{\frac{5}{3} \ln b + \frac{4}{3} \ln c}{2 \cdot \ln a} = \frac{\frac{5}{3} \ln b + \frac{4}{3} y \cdot \ln b}{2 \cdot x \cdot \ln b} = \frac{5+4y}{6x}.$$

Cách khác:

Ta có $\log_b a = x \Leftrightarrow a = b^x$ và $\log_b c = y \Leftrightarrow c = b^y$.

$$\text{Do đó } \log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4}) = \log_{b^{2x}}(\sqrt[3]{b^5b^{4y}}) = \log_{b^{2x}}\left(b^{\frac{5+4y}{3}}\right) = \frac{5+4y}{6x}.$$

Chọn phương án (A)

Câu 16. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$, đặt $T = \frac{a}{b}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

(A) $-2 < T < 0$.

(B) $0 < T < \frac{1}{2}$.

(C) $1 < T < 2$.

(D) $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử } \log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = t \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16^t & (1) \\ b = 20^t & (2) \\ \frac{2a-b}{3} = 25^t & (3) \end{cases}$$

Thế (1) và (2) vào (3) được phương trình:

$$2 \cdot 16^t - 20^t = 3 \cdot 25^t \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^t = -1 & (VN) \\ \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = \frac{a}{b} = \frac{16^t}{20^t} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2}.$$

Chọn phương án (C)

Câu 17. Cho $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$. Hãy tính $S = x + y + z$.

(A) $S = 105$.

(B) $S = 89$.

(C) $S = 98$.

(D) $S = 88$.

Lời giải.

Ta có: $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\log_4 x) = 1 \\ \log_4(\log_2 y) = 1 \\ \log_2(\log_3 z) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x = 3 \\ \log_2 y = 4 \\ \log_3 z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4^3 \\ y = 2^4 \\ z = 3^2. \end{cases}$$

Do đó: $x + y + z = 4^3 + 2^4 + 3^2 = 89$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 18. Cho $m = \log_a (\sqrt[3]{ab})$, với $a > 1, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $m = 1$.

(B) $m = \frac{1}{2}$.

(C) $m = 4$.

(D) $m = 2$.

Lời giải.

Ta có: $m = \log_a (\sqrt[3]{ab}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b \Rightarrow \log_a b = 3m - 1; \log_b a = \frac{1}{3m - 1}$.

Vì $a > 1, b > 1$ nên $\log_a b > \log_a 1 = 0$. Suy ra $3m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}$.

Do đó $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1}, m > \frac{1}{3}$.

Xét hàm số $y = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1}$, với $m > \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow y' = 6(3m - 1) - \frac{48}{(3m - 1)^2} = \frac{6(3m - 1)^3 - 48}{(3m - 1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6(3m - 1)^3 - 48 = 0 \Leftrightarrow (3m - 1)^3 = 8 \Leftrightarrow 3m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1.$$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$		
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		12		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min_{\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)} y = f(1) = 12$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 12 khi $m = 1$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 19. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b}\right)$.

(A) 6.

(B) 7.

(C) 5.

(D) 4.

Lời giải.

Ta có: $P = \frac{1}{1 - \log_a b} + 4 \cdot (\log_b a - 1) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\log_b a}} + 4 \cdot (\log_b a - 1)$.

Đặt $t = \log_b a$. Vì $\sqrt{a} \leq b < a \Rightarrow \log_b(\sqrt{a}) \leq 1 \leq \log_b a \Leftrightarrow \frac{t}{2} < 1 < t \Leftrightarrow 1 < t < 2$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{1 - \frac{1}{t}} + 4(t - 1) = \frac{t}{t - 1} + 4(t - 1) \text{ với } t \in (1; 2).$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{t - 1} + 4(t - 1)$ với $t \in (1; 2)$.

$$f'(t) = \frac{-1}{(t-1)^2} + 4, f(t) = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} (tm) \\ t = \frac{1}{2} (l). \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	1	$\frac{3}{2}$	2		
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$	$+\infty$		5		6

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min_{(1;2)} f(t) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 5.

Chọn phương án **C**

Câu 20. Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

(A) $P = 56$.

(B) $P = 16$.

(C) $P = 8$.

(D) $P = 64$.

Lời giải.

Ta có:

$$\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_2 |x| + \frac{1}{2} \log_2 y^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \sqrt[3]{|x|} + \log_2 |y| = 5 \Leftrightarrow \sqrt[3]{|x|} \cdot |y| = 2^5 \Leftrightarrow |x| \cdot |y|^3 = (2^5)^3 = 2^{15}. \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } \log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7 \Leftrightarrow |y| \cdot |x|^3 = 2^{21}. \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) nhân (2) được } x^4 \cdot y^4 = 2^{36} \Leftrightarrow x^2 \cdot y^2 = 2^{18}. \quad (3)$$

$$\text{Lấy (1) chia (2) được } \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{2^6} \Leftrightarrow x^2 = 2^6 \cdot y^2. \quad (4)$$

$$\text{Thay (4) vào (3) được } 2^6 \cdot y^4 = 2^{18} \Leftrightarrow y^4 = 2^{12} = (2^3)^4 \Leftrightarrow |y| = 2^3 = 8.$$

$$\text{Thay } |y| = 8 \text{ vào (4) được } x^2 = 2^6 \cdot 64 = (2^6)^2 \Leftrightarrow |x| = 2^6 = 64.$$

$$\text{Do đó } P = |x| - |y| = 56.$$

Chọn phương án **A**

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. A	2. D	3. A	4. B	5. C	6. B	7. A	8. B	9. C	10. B
11. A	12. C	13. C	14. C	15. A	16. C	17. B	18. A	19. C	20. A