Câu 1. **[1D4-1]** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $\lim|u_n| = +\infty$, thì $\lim u_n = +\infty$.

B. Nếu $\lim|u_n| = +\infty$, thì $\lim u_n = -\infty$.

C. Nếu $\lim u_n = 0$, thì $\lim|u_n| = 0$.

D. Nếu $\lim u_n = -a$, thì $\lim|u_n| = a$.

Lời giải

Chọn C.

Theo nội dung định lý.

Câu 2. **[1D4-2]** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{4^n}$ và $\frac{u_{n+1}}{u_n} < \frac{1}{2}$. Chọn giá trị đúng của $\lim u_n$ trong các số sau:

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học ta có $n \le 2^n, \forall n \in \mathbb{N}$

Nên ta có : $n \le 2^n \Leftrightarrow \frac{n}{2^n} \le 1 \Leftrightarrow \frac{n}{2^n.2^n} \le \frac{1}{2^n} \Leftrightarrow \frac{n}{4^n} \le \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Suy ra : $0 < u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^n$, mà $\lim\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 \Rightarrow \lim u_n = 0$.

Câu 3. **[1D4-2]** Kết quả đúng của $\lim\left(5 - \frac{n\cos 2n}{n^2+1}\right)$ là:

A. 4.

B. 5.

C. –4.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

$$-\frac{n}{n^2+1} \le \frac{n\cos 2n}{n^2+1} \le \frac{n}{n^2+1}$$

Ta có $\lim -\frac{n}{n^2+1} = \lim -\frac{1}{n}.\frac{1}{1+1/n^2} = 0$; $\lim -\frac{n}{n^2+1} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \lim\left(\frac{n\cos 2n}{n^2+1}\right) = 0 \Rightarrow \lim\left(5 - \frac{n\cos 2n}{n^2+1}\right) = 5.$$

Câu 4. **[1D4-1]** Kết quả đúng của $\lim\frac{2-5^{n-2}}{3^n+2.5^n}$ là:

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{1}{50}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim\frac{2-5^{n-2}}{3^n+2.5^n}=\lim\frac{\frac{2}{5^n}-\frac{1}{25}}{\left(\frac{3}{5}\right)^n+2.}=\frac{0-\frac{1}{25}}{0+2}=-\frac{1}{50}.$$

Câu 5. **[1D4-2]** Kết quả đúng của $\lim\frac{-n^2+2n+1}{\sqrt{3n^4+2}}$ là

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\lim\frac{-n^2+2n+1}{\sqrt{3n^4+2}}=\lim\frac{\left(-1+2/n+1/n^2\right)}{\sqrt{3+2/n^2}}=\frac{-1+0+0}{\sqrt{3+0}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 6. **[1D4-1]** Giới hạn dãy số (u_n) với $u_n=\frac{3n-n^4}{4n-5}$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

$$\lim u_n=\lim\frac{3n-n^4}{4n-5}=\lim n^3\frac{3/n^3-1}{4-5/n}=-\infty.$$

Vì $\lim n^3=+\infty;\lim\frac{3/n^3-1}{4-5/n}=-\frac{1}{4}$.

Câu 7. **[1D4-1]** $\lim\frac{3^n-4.2^{n-1}-3}{3.2^n+4^n}$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim\frac{3^n-4.2^{n-1}-3}{3.2^n+4^n}=\lim\frac{3^n-2.2^n-3}{3.2^n+4^n}=\lim\frac{3^n\left(1-4.\left(\frac{2}{3}\right)^n-3.\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)}{4^n\left(3.\left(\frac{2}{4}\right)^n+1\right)}$$

$$=\lim\left(\frac{3}{4}\right)^n\frac{\left(1-4.\left(\frac{2}{3}\right)^n-3.\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)}{\left(3.\left(\frac{2}{4}\right)^n+1\right)}=0.$$

Câu 8. **[1D4-2]** Chọn kết quả đúng của $\lim\frac{\sqrt{n^3-2n+5}}{3+5n}$:

A. 5. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn D.

$$\lim\frac{\sqrt{n^3-2n+5}}{3+5n}=\lim\sqrt{n}.\frac{\sqrt{\left(1-2/n^2+5/n^3\right)}}{3/n+5}=+\infty.$$

Vì $\lim\sqrt{n}=+\infty;\lim\frac{\sqrt{\left(1-2/n^2+5/n^3\right)}}{3/n+5}=\frac{1}{5}$.

Câu 9. **[1D4-2]** Giá trị đúng của $\lim\left(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{3n^2+2}\right)$ là:

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim\left(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{3n^2+2}\right)=\lim n\left(\sqrt{1-1/n^2}-\sqrt{3+2/n^2}\right)=-\infty.$$

Vì $\lim n=+\infty;\lim\left(\sqrt{1-1/n^2}-\sqrt{3+2/n^2}\right)=1-\sqrt{3}<0$.

Câu 10. **[1D4-1]** Giá trị đúng của $\lim\left(3^n-5^n\right)$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim\left(3^n-5^n\right)=\lim 5^n\left(\left(\frac{3}{5}\right)^n-1\right)=-\infty.$$

Vì $\lim 5^n=+\infty;\lim\left(\left(\frac{3}{5}\right)^n-1\right)=-1$.

Câu 11. **[1D4-2]** $\lim\left(n^2\sin\frac{n\pi}{5}-2n^3\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** -2. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim\left(n^2\sin\frac{n\pi}{5}-2n^3\right)=\lim n^3\left(\frac{\sin\frac{n\pi}{5}}{n}-2\right)=-\infty$$

Vì $\lim n^3=+\infty;\lim\left(\frac{\sin\frac{n\pi}{5}}{n}-2\right)=-2$

$$\left|\frac{\sin\frac{n\pi}{5}}{n}\right|\le\frac{1}{n};\lim\frac{1}{n}=0\Rightarrow\lim\left(\frac{\sin\frac{n\pi}{5}}{n}-2\right)=-2.$$

Câu 12. **[1D4-2]** Giá trị đúng của $\lim\left[\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}\right)\right]$ là:

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim\left[\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}\right)\right]=\lim\left[\frac{\sqrt{n}\left(n+1-n+1\right)}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1}}\right]=\lim\frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{n}\left(\sqrt{1+1/n}+\sqrt{1-1/n}\right)}=1.$$

Câu 13. [1D4-3] Cho dãy số u_n với $u_n=(n-1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim u_n$ là:

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim u_n=\lim(n-1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$

$$=\lim\sqrt{\frac{(n-1)^2(2n+2)}{n^4+n^2-1}}$$

$$=\lim\sqrt{\frac{2n^3-2n^2-2n+2}{n^4+n^2-1}}$$

`

$$=\lim\sqrt{\frac{\frac{2}{n}-\frac{2}{n^2}-\frac{2}{n^3}+\frac{2}{n^4}}{1+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n^4}}}=0.$$

Câu 14. [1D4-3] $\lim\frac{5^n-1}{3^n+1}$ bằng :

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** 0 **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\lim\dfrac{5^n-1}{3^n+1}=\lim\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{5}\right)^n}{\left(\dfrac{3}{5}\right)^n+\left(\dfrac{1}{5}\right)^n}$

Nhưng $\lim\left(1-\left(\dfrac{1}{5}\right)^n\right)=1>0$, $\lim\left(\dfrac{3}{5}\right)^n+\left(\dfrac{1}{5}\right)^n=0$ và $\left(\dfrac{3}{5}\right)^n+\left(\dfrac{1}{5}\right)^n>0\ \forall n\in\mathbb{N}^*$

Nên $\lim\dfrac{5^n-1}{3^n+1}=+\infty$.

Câu 15. [1D4-2] $\lim\dfrac{10}{\sqrt{n^4+n^2+1}}$ bằng :

A. $+\infty$. **B.** 10. **C.** 0. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\lim\dfrac{10}{\sqrt{n^4+n^2+1}}=\lim\dfrac{10}{n^2\sqrt{1+\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{1}{n^4}}}$

Nhưng $\lim\sqrt{1+\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{1}{n^4}}=1$ và $\lim\dfrac{10}{n^2}=0$

Nên $\lim\dfrac{10}{\sqrt{n^4+n^2+1}}=0.$

Câu 16. [1D4-2] $\lim\sqrt[5]{200-3n^5+2n^2}$ bằng :

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\lim\sqrt[5]{200-3n^5+2n^2}=\lim n\sqrt[5]{\dfrac{200}{n^5}-3+\dfrac{2}{n^3}}$

Nhưng $\lim\sqrt[5]{\dfrac{200}{n^5}-3+\dfrac{2}{n^3}}=\sqrt[5]{-3}<0$ và $\lim n=+\infty$

Nên $\lim\sqrt[5]{200-3n^5+2n^2}=-\infty$

Câu 17. [1D4-3] Cho dãy số có giới hạn (u_n) xác định bởi : $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{2}\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2-u_n}, n\geq 1\end{cases}$. Tìm kết quả đúng của $\lim u_n$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\dfrac{1}{2}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $u_1=\dfrac{1}{2};u_2=\dfrac{2}{3};u_3=\dfrac{3}{4};u_4=\dfrac{4}{5};u_5=\dfrac{5}{6}.;...$

Dự đoán $u_n=\dfrac{n}{n+1}$ với $n\in\mathbb{N}^*$

Dễ dàng chứng minh dự đoán trên bằng phương pháp quy nạp.

Từ đó $\lim u_n=\lim\dfrac{n}{n+1}=\lim\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{n}}=1$.

Câu 18. [1D4-3] Tìm giá trị đúng của $S=\sqrt{2}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+...+\dfrac{1}{2^n}+.......\right)$.

A. $\sqrt{2}+1$. **B.** 2 . **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $S=\sqrt{2}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+...+\dfrac{1}{2^n}+.......\right)=\sqrt{2}.\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}=2\sqrt{2}$.

Câu 19. [1D4-3] $\lim\sqrt[4]{\dfrac{4^n+2^{n+1}}{3^n+4^{n+2}}}$ bằng :

A. 0 . **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim\sqrt[4]{\dfrac{4^n+2^{n+1}}{3^n+4^{n+2}}}$.

$$=\lim\sqrt[4]{\dfrac{1+2^{1-n}}{\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+4^2}}$$

$$=\lim\sqrt[4]{\dfrac{1+2.\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}{\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+4^2}}=\dfrac{1}{2}$$

Vì $\lim\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=0;\lim\left(\dfrac{3}{4}\right)^n=0.$

Câu 20. [1D4-3] Tính giới hạn: $\lim\dfrac{\sqrt{n+1}-4}{\sqrt{n+1}+n}$

A. 1. **B.** 0. **C.** -1 **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim\dfrac{\sqrt{n+1}-4}{\sqrt{n+1}+n}=\lim\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}-\dfrac{4}{n}}{\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}+1}=\dfrac{0}{1}=0$.

Câu 21. [1D4-3] Tính giới hạn: $\lim\dfrac{1+3+5+....+(2n+1)}{3n^2+4}$

A. 0 . **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1 .

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim\dfrac{1+3+5+....+(2n+1)}{3n^2+4}=\lim\dfrac{n^2}{3n^2+4}=\lim\dfrac{1}{3+\dfrac{4}{n^2}}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 22. [1D4-3] Tính giới hạn: $\lim\left[\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+....+\dfrac{1}{n(n+1)}\right]$

A. 0 **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** Không có giới hạn.

Lời giải

Chọn B.

Đặt :

$$A=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+....+\frac{1}{n(n+1)}$$

$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

$$=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$$

$$\Rightarrow\lim\left[\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+....+\frac{1}{n(n+1)}\right]=\lim\frac{n}{n+1}=\lim\frac{1}{1+\dfrac{1}{n}}=1$$

Câu 23. [1D4-3] Tính giới hạn: $\lim\left[\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{3.5}+....+\dfrac{1}{n(2n+1)}\right]$

A. 1. **B.** 0 . **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn B.

Đặt

$A=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+....+\frac{1}{n\left(2n+1\right)}$

$\Rightarrow 2A=\frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+....+\frac{2}{n\left(2n+1\right)}$

$\Rightarrow 2A=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...+\frac{1}{n}-\frac{1}{2n+1}$

$\Rightarrow 2A=1-\frac{1}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}$

$\Rightarrow A=\frac{n}{2n+1}$

Nên $\lim\left[\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+....+\frac{1}{n\left(2n+1\right)}\right]=\lim\frac{n}{2n+1}=\lim\frac{1}{2+\frac{1}{n}}=\frac{1}{2}$.

Câu 24. [1D4-3] Tính giới hạn: $\lim\left[\frac{1}{1.3}+\frac{1}{2.4}+....+\frac{1}{n\left(n+2\right)}\right]$

A. $\frac{3}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\lim\left[\frac{1}{1.3}+\frac{1}{2.4}+....+\frac{1}{n\left(n+2\right)}\right]=\lim\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1.3}+\frac{2}{2.4}+....+\frac{2}{n\left(n+2\right)}\right]$

$=\lim\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}...+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=\lim\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{3}{4}$.

Câu 25. [1D3-3] Tính giới hạn: $\lim\left[\frac{1}{1.4}+\frac{1}{2.5}+...+\frac{1}{n(n+3)}\right]$.

A. $\frac{11}{18}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

$\lim\left[\frac{1}{1.4}+\frac{1}{2.5}+...+\frac{1}{n(n+3)}\right]=\lim\left[\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+...+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3}\right)\right]$

$=\lim\left[\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}\right)\right]$

$=\frac{11}{18}-\lim\left[\frac{3n^2+12n+11}{\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(n+3\right)}\right]=\frac{11}{18}$.

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\sum_{1}^{100}\frac{1}{x(x+3)}$ và so đáp án (có thể thay 100 bằng số nhỏ hơn hoặc lớn hơn).

Câu 26. [1D3-3] Tính giới hạn: $\lim\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)...\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right]$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1:

$$\lim\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)...\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right]=\lim\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)...\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)\right]$$

$$=\lim\left[\frac{1}{2}.\frac{3}{2}.\frac{2}{3}.\frac{4}{3}...\frac{n-1}{n}.\frac{n+1}{n}\right]=\lim\frac{1}{2}.\frac{n+1}{n}=\frac{1}{2}$$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\prod_{2}^{100}\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$ và so đáp án (có thể thay 100 bằng số nhỏ hơn hoặc lớn hơn).

Câu 27. [1D3-2] Chọn kết quả đúng của $\lim\sqrt{3+\frac{n^2-1}{3+n^2}-\frac{1}{2^n}}$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim\sqrt{3+\frac{n^2-1}{3+n^2}-\frac{1}{2^n}}=\lim\sqrt{3+\frac{1-\frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n^2}+1}-\frac{1}{2^n}}=\sqrt{3+\frac{1}{1}-0}=2$$

BÀI 2: GIỚI HẠN HÀM SỐ.

Câu 28. [1D3-1] $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{3x+2}$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{3x+2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{5}{x}}{3+\frac{2}{x}}=0$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\frac{5}{3x+2}$ + CACL + $x=10^9$ và so đáp án (với máy casio 570 VN Plus)

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim \left.\frac{5}{3x+2}\right|_{x\to 10^9}$ và so đáp án.

Câu 29. [1D3-2] Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+2x+1}{2x^3+2}$ là:

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+2x+1}{2x^3+2}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+1)^2}{2(x+1)(x^2-x+1)}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{2(x^2-x+1)}=0$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\frac{x^2+2x+1}{2x^3+2}$ + CACL + $x=-1+10^{-9}$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim \left.\frac{x^2+2x+1}{2x^3+2}\right|_{x\to -1+10^{-9}}$ và so đáp án.

Câu 30. [1D3-1] Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+2x^2+1}{2x^5+1}$ là:

A. -2. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+2x^2+1}{2x^5+1}=\frac{(-1)^3+2.(-1)^2+1}{2(-1)^5+1}=-2$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\frac{x^3+2x^2+1}{2x^5+1}$ + CACL + $x=-1+10^{-9}$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim \left.\frac{x^3+2x^2+1}{2x^5+1}\right|_{x\to -1+10^{-9}}$ và so đáp án.

Câu 31. [1D3-4] Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim\limits_{x\to 0}x^2\cos\frac{2}{nx}$ là:

A. Không tồn tại. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: $0\le\left|\cos\frac{2}{nx}\right|\le 1\Leftrightarrow 0\le\left|x^2\cos\frac{2}{nx}\right|\le x^2$

Mà $\lim\limits_{x\to 0} x^2 = 0$ nên $\lim\limits_{x\to 0} x^2\cos\dfrac{2}{nx} = 0$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: Chuyển qua chế độ Rad + $x^2\cos\dfrac{2}{nx}$ + CACL + $x = 10^{-9}$ + $n = 10$ và so đáp án.

Câu 32. [1D3-1] $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-1}{3-x^2}$ bằng:

A. -2. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-1}{3-x^2} = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x^2}}{\dfrac{3}{x^2}-1} = 2$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\dfrac{2x^2-1}{3-x^2}$ + CACL + $x = 10^9$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim\left.\dfrac{2x^2-1}{3-x^2}\right|_{x\to 10^9}$ và so đáp án.

Câu 33. [1D3-1] Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\dfrac{4x^2-3x}{(2x-1)(x^3-2)}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$:

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt{\dfrac{4x^2-3x}{(2x-1)(x^3-2)}} = \sqrt{\dfrac{4.2^2-3.2}{(2.2-1)(2^3-2)}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\sqrt{\dfrac{4x^2-3x}{(2x-1)(x^3-2)}}$ + CACL + $x = 2+10^{-9}$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim\left.\sqrt{\dfrac{4x^2-3x}{(2x-1)(x^3-2)}}\right|_{x\to 2+10^{-9}}$ và so đáp án.

Câu 34. [1D3-2] Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+1}{2x^4+x^2-3}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^2+1}{2x^4+x^2-3}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}}{2+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{3}{x^4}}}=0$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\sqrt{\dfrac{x^2+1}{2x^4+x^2-3}}$ + CACL + $x=10^9$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim\sqrt{\dfrac{x^2+1}{2x^4+x^2-3}}\Bigg|_{x\to 10^9}$ và so đáp án.

Câu 35. [1D3-3] $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$ bằng:

A. $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x^2}+3}{-\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}}=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: $\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$ + CACL + $x=-10^9$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: $\lim\dfrac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}\Bigg|_{x\to-10^9}$ và so đáp án.

Câu 36. [1D3-4] Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\cos 5x}{2x}$ là:

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: $0\le|\cos 5x|\le 1\Rightarrow 0\le\left|\dfrac{\cos 5x}{2x}\right|\le\dfrac{1}{|2x|},\forall x\ne 0$

Mà $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{|2x|}=0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\cos 5x}{2x}=0$

Cách 2: Bấm máy tính như sau: Chuyển qua chế độ Rad + $\dfrac{\cos 5x}{2x}$ + CACL + $x=-10^9$ và so đáp án.

Cách 3: Dùng chức lim của máy VNCALL 570ES Plus: chuyển chế độ Rad + $\lim \left.\dfrac{\cos 5x}{2x}\right|_{x\to -10^9}$ và so đáp án.

Câu 37. **[1D4-2]** Giá tri đúng của $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{|x-3|}{x-3}$

A. Không tồn tại. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn A.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{|x-3|}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-3}{x-3}=1 \\ \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{|x-3|}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{-x+3}{x-3}=-1 \end{array}\right\}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{|x-3|}{x-3}\ne \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{|x-3|}{x-3}$$

Vậy không tồn tại giới hạn trên.

Câu 38. **[1D4-3]** $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x-5\sin 2x+\cos^2 x}{x^2+2}$ bằng:

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 3. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x-5\sin 2x+\cos^2 x}{x^2+2}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x}{x^2+2}-\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{5\sin 2x}{x^2+2}+\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\cos^2 x}{x^2+2}$$

$$A_1=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x}{x^2+2}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\dfrac{3}{x}}{1+\dfrac{2}{x^2}}=0$$

$$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-5}{x^2+2}=0\le A_2=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{5\sin 2x}{x^2+2}\le \lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{5}{x^2+2}=0\Rightarrow A_2=0$$

$$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{0}{x^2+2}=0\le A_3=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\cos^2 x}{x^2+2}\le \lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1}{x^2+2}=0\Rightarrow A_3=0$$

Vậy $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x-5\sin 2x+\cos^2 x}{x^2+2}=0$.

Câu 39. **[1D4-3]** Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^4+8x}{x^3+2x^2+x+2}$ là:

A. $-\dfrac{21}{5}$. **B.** $\dfrac{21}{5}$. **C.** $-\dfrac{24}{5}$. **D.** $\dfrac{24}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^4+8x}{x^3+2x^2+x+2}$ thành $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+8x}{x^3+2x^2+x+2}$

$$\lim_{x\to-2}\frac{x^4+8x}{x^3+2x^2+x+2}=\lim_{x\to-2}\frac{x(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)(x^2+1)}=\lim_{x\to-2}\frac{x(x^2-2x+4)}{(x^2+1)}=-\frac{24}{5}.$$

Câu 40. **[1D4-3]** $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x^3-x^2}}{\sqrt{x-1}+1-x}$ bằng:

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt{x^3-x^2}}{\sqrt{x-1}+1-x}=\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt{x^2(x-1)}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{(x-1)^2}}=\lim_{x\to1^+}\frac{x\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}\left(1-\sqrt{x-1}\right)}=\lim_{x\to1^+}\frac{x}{\left(1-\sqrt{x-1}\right)}=1..$$

Câu 41. **[1D4-2]** $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-x+1}{x^2-1}$ bằng:

A. $-\infty$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn D.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-x+1}{x^2-1}=+\infty$ vì $\lim\limits_{x\to1^+}\left(x^2-x+1\right)=1>0$ và $\lim\limits_{x\to1^+}\left(x^2-1\right)=0; x^2-1>0$.

Câu 42. **[1D4-2]** Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4x^5-3x^3+x+1\right)$ là:

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 4. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn A.

$$\lim_{x\to-\infty}\left(4x^5-3x^3+x+1\right)=\lim_{x\to-\infty}x^5\left(4-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^5}\right)=-\infty..$$

Câu 43. **[1D4-2]** Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^4-x^3+x^2-x}$ là:

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn D.

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^4-x^3+x^2-x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^4\left(1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)}=+\infty..$$

Câu 44. **[1D4-2]** $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x^2-x+3}}{2|x|-1}$ bằng:

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn A.

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x^2-x+3}}{2|x|-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{2x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{\left(2-\frac{1}{x}\right)}=3..$$

Câu 45. **[1D4-3]** Cho hàm số $f(x)=(x+2)\sqrt{\dfrac{x-1}{x^4+x^2+1}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn A.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+2)\sqrt{\frac{x-1}{x^4+x^2+1}}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{(x-1)(x+2)}{x^4+x^2+1}}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^4}}{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}}}=0.$$

Câu 46. **[1D4-2]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2-3 & \text{khi } x\ge 2\\ x-1 & \text{khi } x<2\end{cases}$. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$:

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x^2-3)=1$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(x-1)=1$

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=1$ nên $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=1$.

Câu 47. **[1D4-3]** Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x^3}\right)$:

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)=\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{x-2}{x^3}\right)$$

$$\lim_{x\to 0^-}(x-2)=-2<0$$

Khi $x \to 0^- \Rightarrow x < 0 \Rightarrow x^3 < 0$

Vậy $\lim\limits_{x \to 0^-}\left(\dfrac{x-2}{x^3}\right) = +\infty$.

Câu 48. **[1D4-2]** Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x^3-1} - \dfrac{1}{x-1}$. Chọn kết quả đúng của $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$:

A. $-\infty$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn A.

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+}\left(\dfrac{-x^2-x}{x^3-1}\right)$

$\lim\limits_{x \to 1^+}(-x^2-x) = -2$

Khi $x \to 1^+ \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x^3 - 1 > 0$

Vậy $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$.

Câu 49. **[1D4-1]** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

(I) $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b) > 0$ thì tồn tại ít nhất một số $c \in (a;b)$ sao cho $f(c) = 0$

(II) $f(x)$ liên tục trên đoạn $(a;b]$ và trên $[a;b)$ nhưng không liên tục $(a;c)$

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II).

C. Cả (I) và (II) đúng. **D.** Cả (I) và (II) sai.

Hướng dẫn giải.

Câu 50. **[1D4-2]** Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$. Giá trị đúng của $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$ là:

A. $-\infty$.. **B.** 0.. **C.** $\sqrt{6}$.. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{\sqrt{(x-3)^2}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}}$.

$= \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{\sqrt{(x-3)}}{\sqrt{(x+3)}} = 0$.

Câu 51. **[1D4-2]** $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{4x^3-1}{3x^2+x+2}$ bằng:

A $-\infty$.. **B.** $-\dfrac{11}{4}$.. **C.** $\dfrac{11}{4}$.. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4x^3-1}{3x^2+x+2}=-\dfrac{11}{4}$.

Câu 52. **[1D4-1]** Giá trị đúng của $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^4+7}{x^4+1}$ là:

A. -1.. **B.** 1.. **C.** 7.. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x^4+7}{x^4+1}=\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{1+\frac{7}{x^4}}{1+\frac{1}{x^4}}=1.$$

BÀI 3: HÀM SỐ LIÊN TỤC.

Câu 53. **[1D4-2]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$ và $f(2)=m^2-2$ với $x\neq 2$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại $x=2$ là:

A. $\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** $\pm\sqrt{3}$. **D.** ± 3

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục tại $x=2 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2}f(x)=f(2)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to 2}(x-1)=1$.

Vậy $m^2-2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\sqrt{3} \\ m=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Câu 54. **[1D4-2]** Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-4}$. Chọn câu **đúng** trong các câu sau:

(I) $f(x)$ liên tục tại $x=2$.

(II) $f(x)$ gián đoạn tại $x=2$.

(III) $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$.

A. Chỉ (I) và (III). **B.** Chỉ (I). **C.** Chỉ (II). **D.** Chỉ (II) và (III)

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $D=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\sqrt{x^2-4}=0$.

$f(2)=0$.

Vậy hàm số liên tục tại $x=2$.

Câu 55. **[1D4-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^3-x+6}} & x\neq 3;\ x\neq 2\\ b+\sqrt{3} & x=3;\ b\in\mathbb{R}\end{cases}$. Tìm b để $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=3$.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số liên tục tại $x=3\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 3} f\left(x\right)=f\left(3\right)$.

$\lim\limits_{x\to 3}\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^3-x+6}}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}$.

$f\left(3\right)=b+\sqrt{3}$.

Vậy: $b+\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}\Leftrightarrow b=-\sqrt{3}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{-2}{\sqrt{3}}$.

Câu 56. **[1D4-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

$\left(I\right)$ $f\left(x\right)$ gián đoạn tại $x=1$.

$\left(II\right)$ $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=1$.

$\left(III\right)$ $\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$

A. Chỉ $\left(I\right)$. **B.** Chỉ $\left(I\right)$. **C.** Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(III\right)$. **D.** Chỉ $\left(II\right)$ và $\left(III\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{1}{2}$

Hàm số không xác định tại $x=1$. Nên hàm số gián đoạn tại $x=1$..

Câu 57. **[1D4-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+8}-2}{\sqrt{x+2}} & x>-2\\ 0 & x=-2\end{cases}$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

$\left(I\right)$ $\lim\limits_{x\to -2^+} f\left(x\right)=0$.

$\left(II\right)$ $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=-2$.

$\left(III\right)$ $f\left(x\right)$ gián đoạn tại $x=-2$.

A. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(III\right)$. **B.** Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$. **C.** Chỉ $\left(I\right)$. **D.** Chỉ $\left(I\right)$

Lời giải

Chọn B.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{\sqrt{2x+8}-2}{\sqrt{x+2}}=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{2x+8-4}{\left(\sqrt{2x+8}+2\right)\sqrt{x+2}}=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{2\sqrt{x+2}}{\left(\sqrt{2x+8}+2\right)}=0$.

Vậy $\lim\limits_{x\to -2^+} f\left(x\right)=f\left(-2\right)$ nên hàm số liên tục tại $x=-2$..

Câu 58. **[1D4-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\sqrt{4-x^2} & -2\le x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:.

$\left(I\right)$ $f\left(x\right)$ không xác định tại $x=3$.

$\left(II\right)$ $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=-2$.

$\left(III\right)$ $\lim\limits_{x\to 2} f\left(x\right)=2$

A. Chỉ $\left(I\right)$.

B. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$.

C. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(III\right)$.

D. Cả $\left(I\right)$; $\left(II\right)$; $\left(III\right)$ đều sai.

Lời giải

Chọn B.

$D=\left[-2;\ 2\right]$

$f\left(x\right)$ không xác định tại $x=3$.

$\lim\limits_{x\to -2}\sqrt{4-x^2}=0$; $f\left(-2\right)=0$. Vậy hàm số liên tục tại $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to 2^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2^-}\sqrt{4-x^2}=0$; $\lim\limits_{x\to 2^+} f\left(x\right)=1$. Vậy không tồn tại giới hạn của hàm số khi $x\to 2$..

Câu 59. **[1D4-2]** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

$\left(I\right)$ $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\left(II\right)$ $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{x}$ có giới hạn khi $x\to 0$.

$\left(III\right)$ $f\left(x\right)=\sqrt{9-x^2}$ liên tục trên đoạn $\left[-3;3\right]$.

A. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$.
B. Chỉ $\left(II\right)$ và $\left(III\right)$.
C. Chỉ $\left(II\right)$.
D. Chỉ $\left(III\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Dễ thấy kđ (I) sai, Kđ (II) là lí thuyết.

Hàm số: $f\left(x\right)=\sqrt{9-x^2}$ liên tục trên khoảng $\left(-3;3\right)$. Liên tục phải tại 3 và liên tục trái tại -3.

Nên $f\left(x\right)=\sqrt{9-x^2}$ liên tục trên đoạn $\left[-3;3\right]$.

Câu 60. **[1D4-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sin 5x}{5x} & x\ne 0\\ a+2 & x=0\end{cases}$. Tìm a để $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=0$.

A. 1.
B. -1.
C. -2.
D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{5x}=1$; $f\left(0\right)=a+2$.

Vậy để hàm số liên tục tại $x=0$ thì $a+2=1\Leftrightarrow a=-1$.

Câu 61. **[1D4-1]** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

$\left(I\right)$ $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và $f\left(a\right).f\left(b\right)>0$ thì tồn tại ít nhất một số $c\in\left(a;b\right)$ sao cho $f\left(c\right)=0$.

$\left(II\right)$ $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left(a;b\right]$ và trên $\left[b;c\right)$ nhưng không liên tục $\left(a;c\right)$

A. Chỉ $\left(I\right)$.
B. Chỉ $\left(II\right)$.
C. Cả $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$ đúng.
D. Cả $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$ sai.

Lời giải

Chọn D.

KĐ 1 sai.

KĐ 2 sai.

Câu 62. **[1D4-1]**Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

I. $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và $f\left(a\right).f\left(b\right)<0$ thì phương trình $f\left(x\right)=0$ có nghiệm.

II. $f\left(x\right)$ không liên tục trên $\left[a;b\right]$ và $f\left(a\right).f\left(b\right)\ge 0$ thì phương trình $f\left(x\right)=0$ vô nghiệm.

A. Chỉ I đúng.
B. Chỉ II đúng.
C. Cả I và II đúng.
D. Cả I và II sai.

Lời giải

Chọn **A.**

Câu 63. **[1D4-2]**Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

$\left(I\right)$. $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ liên tục với mọi $x\ne 1$.

$\left(II\right)$. $f\left(x\right)=\sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\left(III\right)$. $f\left(x\right)=\dfrac{\left|x\right|}{x}$ liên tục tại $x=1$.

A. Chỉ $\left(I\right)$ đúng.
B. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$.
C. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(III\right)$.
D. Chỉ $\left(II\right)$ và $\left(III\right)$.

Lời giải

Chọn **D.**

Ta có $\left(II\right)$ đúng vì hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định.

Ta có $\left(III\right)$ đúng vì $f\left(x\right)=\dfrac{\left|x\right|}{x}=\begin{cases}\dfrac{x}{x}&,\text{ khi } x\ge 0\\-\dfrac{x}{x}&,\text{ khi } x<0\end{cases}$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to 1^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-}f\left(x\right)=f\left(1\right)=1$.

Vậy hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{\left|x\right|}{x}$ liên tục tại $x=1$.

Câu 64. **[1D4-2]**Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3}{x-\sqrt{3}} & ,x\ne\sqrt{3}\\ 2\sqrt{3} & ,x=\sqrt{3}\end{cases}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

$\left(I\right)$. $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=\sqrt{3}$.

$\left(II\right)$. $f\left(x\right)$ gián đoạn tại $x=\sqrt{3}$.

$\left(III\right)$. $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$. **B.** Chỉ $\left(II\right)$ và $\left(III\right)$.

C. Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(III\right)$. **D.** Cả $\left(I\right),\left(II\right),\left(III\right)$ đều đúng.

Lời giải

Chọn **C.**

Với $x\ne\sqrt{3}$ ta có hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$, $\left(1\right)$.

Với $x=\sqrt{3}$ ta có $f\left(\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}$ và $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=f\left(\sqrt{3}\right)$nên hàm số liên tục tại $x=\sqrt{3}$, $\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ ta có hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 65. **[1D4-2]**Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

$\left(I\right)$. $f\left(x\right)=x^5-x^2+1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\left(II\right)$. $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ liên tục trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

$\left(III\right)$. $f\left(x\right)=\sqrt{x-2}$ liên tục trên đoạn $\left[2;+\infty\right)$.

A. Chỉ $\left(I\right)$ đúng. **B.** Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$. **C.** Chỉ $\left(II\right)$ và $\left(III\right)$. **D.** Chỉ $\left(I\right)$ và $\left(III\right)$.

Lời giải

Chọn **D.**

Ta có $\left(I\right)$ đúng vì $f\left(x\right)=x^5-x^2+1$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $\left(III\right)$ đúng vì $f\left(x\right)=\sqrt{x-2}$ liên tục trên $\left(2;+\infty\right)$ và $\lim\limits_{x\to 2^+}f\left(x\right)=f\left(2\right)=0$ nên hàm số liên tục trên $\left[2;+\infty\right)$.

Câu 66. **[1D4-3]**Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\left(x+1\right)^2 & ,x>1\\ x^2+3 & ,x<1\\ k^2 & ,x=1\end{cases}$. Tìm k để $f\left(x\right)$ gián đoạn tại $x=1$.

A. $k\ne\pm2$. **B.** $k\ne2$. **C.** $k\ne-2$. **D.** $k\ne\pm1$.

Lời giải

Chọn **A.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Với $x=1$ ta có $f\left(1\right)=k^2$

Với $x \neq 1$ ta có

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-}(x^2+3) = 4$; $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+}(x+1)^2 = 4$ suy ra $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 4$.

Vậy để hàm số gián đoạn tại $x = 1$ khi $\lim\limits_{x \to 1} f(x) \neq k^2 \Leftrightarrow k^2 \neq 4 \Leftrightarrow k \neq \pm 2$.

Câu 67. **[1D4-3]**Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3-\sqrt{9-x}}{x} & , 0 < x < 9 \\ m & , x = 0 \\ \dfrac{3}{x} & , x \geq 9 \end{cases}$. Tìm m để $f(x)$ liên tục trên $[0;+\infty)$ là.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn **C.**

TXĐ: $D = [0;+\infty)$.

Với $x = 0$ ta có $f(0) = m$.

Ta có $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{3-\sqrt{9-x}}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{3+\sqrt{9-x}} = \dfrac{1}{6}$.

Vậy để hàm số liên tục trên $[0;+\infty)$ khi $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = m \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{6}$.

Câu 68. **[1D4-1]**Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+5x+6}$.Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-3;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn **B.**

Hàm số có nghĩa khi $x^2+5x+6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Vậy theo định lí ta có hàm số $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+5x+6}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;-3)$; $(-3;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 69. **[1D4-2]**Cho hàm số $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

I. $(-1;0)$. II. $(0;1)$. III. $(1;2)$.

A. Chỉ I. **B.** Chỉ I và II. **C.** Chỉ II. **D.** Chỉ III.

Lời giải

Chọn **B.**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $[-1;0]$, $[0;1]$ và $[1;2]$, (1).

Ta có $f(-1) = -1000,99$; $f(0) = 0,01$ suy ra $f(-1).f(0) < 0$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-1;0)$.

Ta có $f(0)=0,01$; $f(1)=-999,99$ suy ra $f(0).f(1)<0$, (3).

Từ (1) và (3) suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(0;1)$.

Ta có $f(1)=-999,99$; $f(2)=-39991,99$ suy ra $f(1).f(2)>0$, (4).

Từ (1) và (4) ta chưa thể kết luận về nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trên khoảng $(1;2)$.

Câu 70. **[1D4-4]**Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\tan x}{x} & ,x\neq 0\wedge x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\\ 0 & ,x=0\end{cases}$. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A. $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{\pi}{4}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn **A.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Với $x=0$ ta có $f(0)=0$.

$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}.\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\cos x}=1$ hay $\lim\limits_{x\to 0}f(x)\neq f(0)$.

Vậy hàm số gián đoạn tại $x=0$.

Câu 71. **[1D4-3]**Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}a^2x^2 & ,x\le\sqrt{2},a\in\mathbb{R}\\ (2-a)x^2 & ,x>\sqrt{2}\end{cases}$. Giá trị của a để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ là:

A. 1 và 2. **B.** 1 và -1. **C.** -1 và 2. **D.** 1 và -2.

Lời giải

Chọn **D.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Với $x>\sqrt{2}$ ta có hàm số $f(x)=a^2x^2$ liên tục trên khoảng $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Với $x<\sqrt{2}$ ta có hàm số $f(x)=(2-a)x^2$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;\sqrt{2}\right)$.

Với $x=\sqrt{2}$ ta có $f\left(\sqrt{2}\right)=2a^2$.

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}f(x)=\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}(2-a)x^2=2(2-a)$; $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-}f(x)=\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-}a^2x^2=2a^2$.

Để hàm số liên tục tại $x=\sqrt{2}\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}f(x)=\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-}f(x)=f\left(\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow 2a^2=2(2-a)$

$\Leftrightarrow a^2+a-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\ a=-2\end{array}\right.$.

Vậy $a=1$hoặc $a=-2$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 72. **[1D4-4]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases} x^2 & ,x\ge 1 \\ \dfrac{2x^3}{1+x} & ,0\le x<1 \\ x\sin x & ,x<0 \end{cases}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\left\{0\right\}$.

C. $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\left\{1\right\}$.

D. $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\left\{0;1\right\}$.

Lời giải

Chọn **A.**

TXĐ:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Với $x>1$ ta có hàm số $f\left(x\right)=x^2$ liên tục trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$. $\left(1\right)$

Với $0<x<1$ ta có hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x^3}{1+x}$ liên tục trên khoảng $\left(0;1\right)$. $\left(2\right)$

Với $x<0$ ta có $f\left(x\right)=x\sin x$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$. $\left(3\right)$

Với $x=1$ ta có $f\left(1\right)=1$; $\lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^+} x^2=1$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x^3}{1+x}=1$

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=1=f\left(1\right)$.

Vậy hàm số liên tục tại $x=1$.

Với $x=0$ ta có $f\left(0\right)=0$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x^3}{1+x}=0$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(x.\sin x\right)$ $=\lim\limits_{x\to 0^-} x^2.\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sin x}{x}=0$ suy ra $\lim\limits_{x\to 0} f\left(x\right)=0=f\left(0\right)$.

Vậy hàm số liên tục tại $x=0$. $\left(4\right)$

Từ $\left(1\right)$, $\left(2\right)$, $\left(3\right)$ và $\left(4\right)$ suy ra hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.