

## DẠNG 8. CỰC TRỊ HÀM SỐ

### 1 KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm đổi dấu từ  $-$  sang  $+$  tại  $x = x_0$  thì hàm số đạt cực tiểu tại  $x = x_0$ , giá trị cực tiểu  $y = y(x_0)$ .
- Hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm đổi dấu từ  $+$  sang  $-$  tại  $x = x_0$  thì hàm số đạt cực đại tại  $x = x_0$ , giá trị cực đại  $y = y(x_0)$ .
- Cực đại và cực tiểu của hàm số gọi chung là điểm cực trị hàm số.

### 2 BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-4$	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 2.

(B) 3.

(C) 0.

(D)  $-4$ .

**Lời giải.**

#### Phân tích hướng dẫn giải

- a) DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán dựa trên bảng biến thiên của hàm số, tìm điểm cực trị và giá trị cực trị của hàm số.
- b) HƯỚNG GIẢI:  
Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận giá trị cực tiểu của hàm số.

#### LỜI GIẢI CHI TIẾT

Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $-4$ .

Chọn phương án (D)

### 3 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$y'$		-	0	+	0	-	
$y$	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 0.

(B) -1.

(C) 2.

(D) 3.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $y_{CT} = -1$ .

Chọn phương án (B)

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$y'$		-	0	+	0	-	0	+	
$y$	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) -4.

(B) 0.

(C) 1.

(D) -3.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $y_{CD} = -3$ .

Chọn phương án (D)

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$y'$		+	0	-	0	+	0	-	
$y$	$-\infty$		2		1		2		$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 4.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên thì số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Chọn phương án (A)

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$+$
$y$	$-\infty$		$-2$		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A) 2.                      (B) -3.                      (C) -1.                      (D) -2.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên thì giá trị cực đại của hàm số là  $-2$ .

Chọn phương án (D)

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	1	$\frac{4}{3}$	2	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$			$\frac{4}{27}$			$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A)  $\frac{4}{27}$ .                      (B)  $\frac{4}{3}$ .                      (C) 2.                      (D) 0.

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên thì điểm cực đại của hàm số đã cho là  $x = \frac{4}{3}$ .

Chọn phương án (B)

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$			
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Hàm số đạt cực tiểu tại

- (A)  $x = -1$ .                      (B)  $x = 0$ .                      (C)  $x = 1$ .                      (D)  $x = 2$ .

**Lời giải.**

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $y'$  đổi dấu từ âm sang dương.

Chọn phương án (B)

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$0$	$-1$	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số có đúng một cực trị.  
 (B) Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .  
 (C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng  $-1$ .  
 (D) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

**Lời giải.**

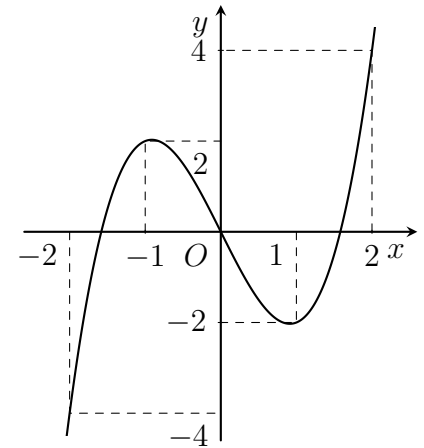
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .

Chọn phương án (B)

**Câu 8.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số  $f(x)$  đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- (A)  $x = -2$ .      (B)  $x = -1$ .      (C)  $x = 1$ .      (D)  $x = 2$ .



**Lời giải.**

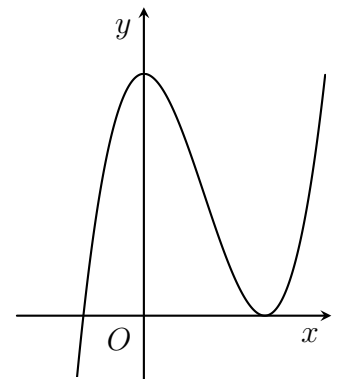
Dựa vào đồ thị hàm số ta có  $x_{CD} = -1$ .

Chọn phương án (B)

**Câu 9.**

Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 0.      (B) 1.      (C) 2.      (D) 3.



**Lời giải.**

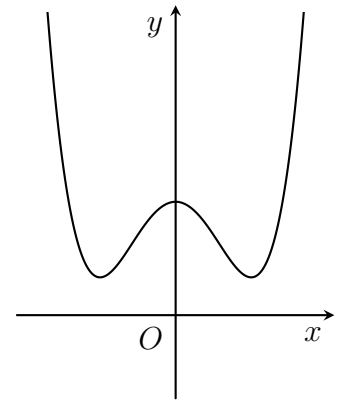
Đồ thị hàm số đổi chiều 2 lần ta được 2 điểm cực trị.

Chọn phương án **C**

### Câu 10.

Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A** 3.      **B** 2.      **C** 1.      **D** 0.



### Lời giải.

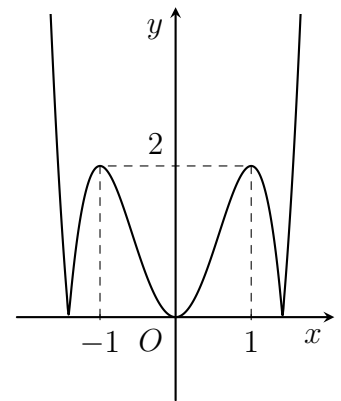
Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy có 2 điểm cực tiểu.

Chọn phương án **B**

### Câu 11.

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A** 2.      **B** 3.      **C** 4.      **D** 5.



### Lời giải.

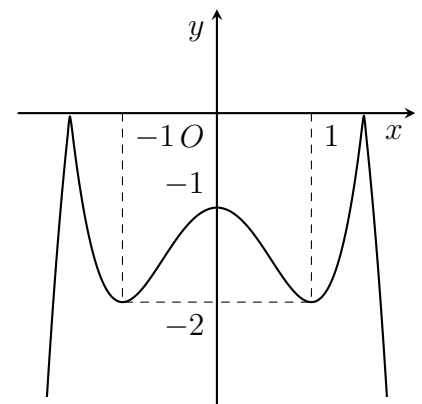
Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy có 3 điểm cực tiểu.

Chọn phương án **B**

### Câu 12.

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A** 2.      **B** 3.      **C** 4.      **D** 5.



### Lời giải.

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đổi chiều 5 lần nên hàm số có 5 cực trị.

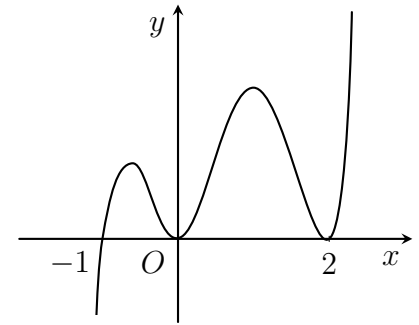
Chọn phương án **D**

**Câu 13.**

Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $f'(x)$  trên khoảng  $K$  như hình bên.

Hỏi hàm số  $f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 0.                      (B) 1.                      (C) 2.                      (D) 4.

**Lời giải.**

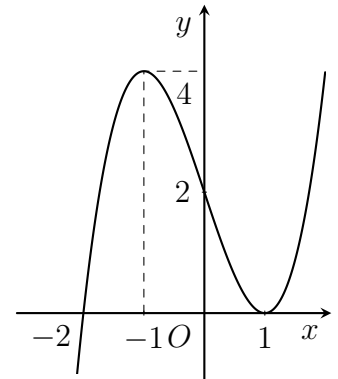
Đồ thị hàm số  $f(x)$  cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất (không tính tiếp xúc) có nghĩa là đạo hàm chỉ đổi dấu một lần nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Chọn phương án (B)

**Câu 14.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm  $f'(x)$ . Biết rằng hình vẽ bên là đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = -1$ .  
 (B) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = -2$ .  
 (C) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .  
 (D) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = -2$ .

**Lời giải.**

Từ đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$ , ta suy ra BBT

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$+\infty$
$y'$	$-$	$0$	$+$	$+$
$y$				

Vậy hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = -2$ .

Chọn phương án (D)

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 3.

**Lời giải.**

Vì hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x)$  đổi dấu 2 lần nên hàm số đó có 2 điểm cực trị.

Chọn phương án (A)

**Câu 16.**

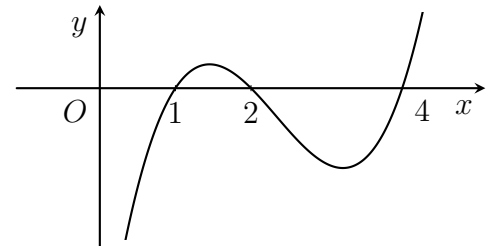
Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm  $f'(x)$ . Đồ thị của hàm số  $g = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Điểm cực đại của hàm số là

(A)  $x = 4$ .

(B)  $x = 3$ .

(C)  $x = 1$ .

(D)  $x = 2$ .



**Lời giải.**

Từ đồ thị của hàm số  $g = f'(x)$ , ta suy ra BBT

$x$	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$			
$y'$		-	0	+	0	-	0	+
$y$	$+\infty$			$y_{CD}$			$y_{CT}$	$+\infty$

$\swarrow$   $\searrow$   $\swarrow$   $\searrow$   
 $y_{CT}$   $y_{CT}$

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 2$ .

Chọn phương án (D)

**Câu 17.**

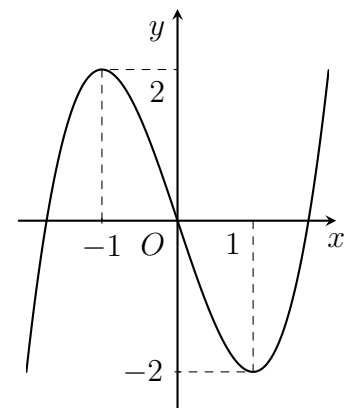
Cho hàm số  $y = f(x)$  đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A)  $f(0)$ .

(B)  $f(1)$ .

(C)  $f(2)$ .

(D)  $f(-1)$ .



**Lời giải.**

Từ đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$ , ta suy ra BBT

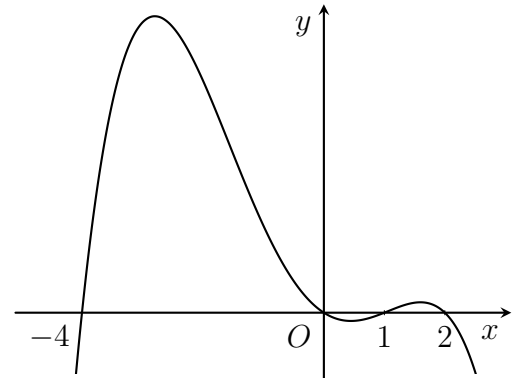
$x$	$-\infty$	$x_1$	$0$	$x_2$	$+\infty$							
$y'$		-	0	+	0	-	0	+				
$y$		↘		$f(x_1)$	↗		$f(0)$	↘		$f(x_2)$	↗	

Từ BBT ta được giá trị cực đại của hàm số bằng  $f(0)$ .

Chọn phương án **(A)**

**Câu 18.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- (A)** 3.      **(B)** 2.      **(C)** 1.      **(D)** 4.

**Lời giải.**

Ta có bảng biến thiên

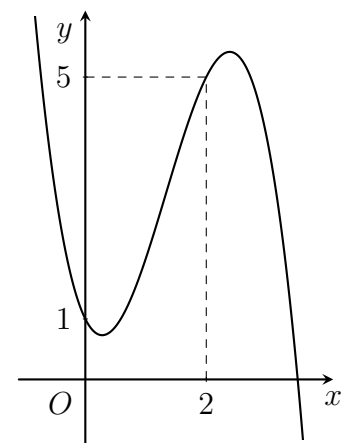
$x$	$-\infty$	$-4$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$									
$y'$		-	0	+	0	-	0	+	0	-					
$y$		↘		$f(-4)$	↗		$f(0)$	↘		$f(1)$	↗		$f(2)$	↘	

Suy ra hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn phương án **(D)**

**Câu 19.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



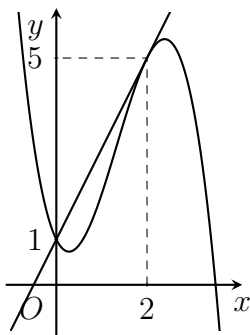
- (A)** Hàm số  $y = f(x) - x^2 - x$  đạt cực đại tại  $x = 0$ .  
**(B)** Hàm số  $y = f(x) - x^2 - x$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .  
**(C)** Hàm số  $y = f(x) - x^2 - x$  không đạt cực trị tại  $x = 0$ .  
**(D)** Hàm số  $y = f(x) - x^2 - x$  không có cực trị.

**Lời giải.**



Ta có:  $y' = f'(x) - (2x + 1)$ .

Suy ra  $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x + 1$ .



Từ đồ thị ta thấy  $x = 0$  là nghiệm đơn của phương trình  $y = 0$ .

Ta có bảng biến thiên trên  $(-\infty; 2)$  là

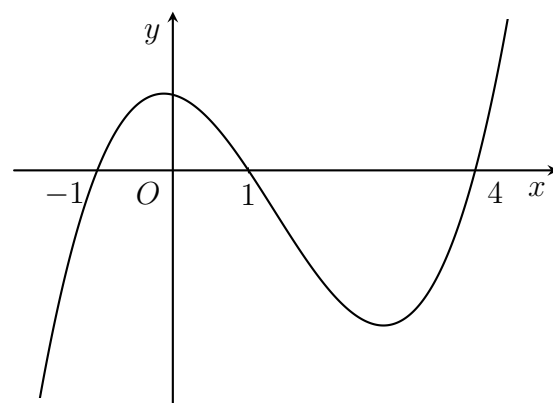
$x$	$-\infty$	$0$	$2$
$y'$	$+$	$0$	$-$
$y$	$f(0)$ 		

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ .

Chọn phương án **(A)**

**Câu 20.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Hỏi hàm số  $y = f(x^2)$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?



- (A)** 3.      **(B)** 2.      **(C)** 1.      **(D)** 4.

**Lời giải.**

$$y' = [f(x^2)]' = 2xf'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = -1(L) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên là

$x$	$-\infty$		$-2$		$-1$		$0$		$1$		$2$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$					$f(-1)$				$f(1)$				
			$f(-2)$				$f(0)$				$f(2)$		

Hàm số có ba điểm cực tiểu.

Chọn phương án **A**

**📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖**

1. B	2. D	3. A	4. D	5. B	6. B	7. B	8. B	9. C	10. B
11. B	12. D	13. B	14. D	15. A	16. D	17. A	18. D	19. A	20. A