

DẠNG 24. NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

1 KIẾN THỨC CẦN NHỚ

$$— \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \text{ với } \alpha \neq -1.$$

$$— \int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C \text{ với } a \neq 0.$$

2 BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

(A) $x + 3 \ln(x-1) + C.$

(B) $x - 3 \ln(x-1) + C.$

(C) $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C.$

(D) $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C.$

Lời giải.

Phân tích hướng dẫn giải

1) DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán tìm nguyên hàm cơ bản.

2) HƯỚNG GIẢI:

$$— \text{Phân tích } f(x) = \frac{x+2}{x-1} = 1 + \frac{3}{x-1}.$$

$$— \text{Áp dụng công thức trong bảng nguyên hàm: } \int f(x) dx = \int \left(1 + \frac{3}{x-1}\right) dx = x + 3 \ln|x-1| + C.$$

$$— \text{Vì } x \in (1; +\infty) \text{ nên } \int f(x) dx = x + 3 \ln(x-1) + C.$$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Ta có

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \frac{x+2}{x-1} dx = \int \frac{(x-1)+3}{x-1} dx \\ &= \int \left(1 + \frac{3}{x-1}\right) dx = x + 3 \ln|x-1| + C. \end{aligned}$$

Vì $x \in (1; +\infty)$ nên $|x-1| = x-1$.

Do đó $\int f(x) dx = x + 3 \ln(x-1) + C.$

Chọn phương án (A)

3 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ trên khoảng $(3; +\infty)$ là

(A) $\ln \frac{x-3}{x-1} + C.$

(B) $\frac{1}{2} \ln \frac{x-3}{x-1} + C.$

(C) $\frac{1}{2} \ln(x^2 - 4x + 3) + C.$

(D) $\ln(x^2 - 4x + 3) + C.$

Lời giải.

Phân tích hướng dẫn giải:

1) DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán về tính nguyên hàm cơ bản.

2) KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

— $\frac{1}{(x-a)(x-b)} = \frac{1}{a-b} \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-b} \right)$ với $a \neq b.$

— $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + C$ với $a \neq 0.$

— $\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b}$ với $a, b > 0.$

— $\int \frac{dx}{(x-a)(x-b)} = \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right|$ với $a \neq b.$

3) HƯỚNG GIẢI:

— Phân tích nhân tử mẫu số và đưa $f(x)$ về thành hiệu hai phân thức.

— Áp dụng công thức trong bảng nguyên hàm.

— Chú ý điều kiện $x \in (3; +\infty)$ để khử dấu giá trị tuyệt đối.

Ta có lời giải cụ thể như sau:

Ta có:

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \frac{dx}{x^2 - 4x + 3} = \int \frac{1}{(x-1)(x-3)} dx \\ &= \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln |x-3| - \ln |x-1|) + C \\ &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| + C. \end{aligned}$$

Vì $x \in (3; +\infty)$ nên $|x-1| = x-1; |x-3| = x-3.$

Do đó $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \frac{x-3}{x-1} + C.$

Chọn phương án (B)

Câu 2. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$.

Tìm $F(x)$.

(A) $F(x) = 2 \ln(x-1) + 2$.

(B) $F(x) = \ln(x-1) + 3$.

(C) $F(x) = 4 \ln(x-1)$.

(D) $F(x) = \ln(x-1) - 3$.

Lời giải.

Ta có: $F(x) = \int \frac{dx}{x-1} + C = \ln|x-1| + C$.

Vì $x \in (1; +\infty)$ nên $F(x) = \ln(x-1) + C$.

Lại có $F(e+1) = 4$. Suy ra $1 + C = 4$ hay $C = 3$.

Vậy $F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx + C = \ln|x-1| + 3$.

Chọn phương án (B)

Câu 3. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0) = 2$, hãy tính $F(1)$.

(A) $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$.

(B) $F(1) = \ln 3 + 2$.

(C) $F(1) = 2 \ln 3 - 2$.

(D) $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

Lời giải.

Ta có $F(x) = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$.

Lại có:

$$F(0) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln|2 \cdot 0 + 1| + C = 2 \Leftrightarrow C = 2.$$

Vậy $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2 \Rightarrow F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

Chọn phương án (D)

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ với mọi $x \neq 1$. Biết $f(0) = 2017$ và $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

(A) $S = \ln 4035$.

(B) $S = 4$.

(C) $S = \ln 2$.

(D) $S = 1$.

Lời giải.

Trên khoảng $(1; +\infty)$ ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln(x-1) + C_1$.

Mà $f(2) = 2018$, suy ra $C_1 = 2018$.

Trên khoảng $(-\infty; 1)$ ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln(1-x) + C_2$.

Mà $f(0) = 2017$, suy ra $C_2 = 2017$.

$$\text{Vậy } f(x) = \begin{cases} \ln(x-1) + 2018 & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + 2017 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$$

Suy ra $f(3) = \ln 2 + 2018$ và $f(-1) = \ln 2 + 2017$.

Vậy $S = f(3) - f(-1) = 1$.

Chọn phương án (D)

Câu 5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$.

(A) $F(x) = x + 4 \ln|2x-3| + 1$.

(B) $F(x) = x + 2 \ln(2x-3) + 1$.

$$\textcircled{C} F(x) = x + 2 \ln |2x - 3| + 1.$$

$$\textcircled{D} F(x) = x + 2 \ln |2x - 3| - 1.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } F(x) = \int \frac{2x+1}{2x-3} dx = \int \left(1 + \frac{4}{2x-3}\right) dx = x + 2 \ln |2x-3| + C.$$

$$\text{Lại có } F(2) = 3 \Leftrightarrow 2 + 2 \ln |1| + C = 3 \Leftrightarrow C = 1.$$

Vậy nguyên hàm cần tìm là $F(x) = x + 2 \ln |2x - 3| + 1$.

Chọn phương án \textcircled{C}

Câu 6. Cho biết $\int \frac{4x+1}{2x+3} dx = ax - \frac{b}{2} \ln(2x+3) + C$ với $x \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ (a, b là các tham số thực).

Mệnh đề nào sau đây?

$$\textcircled{A} 2a - b = -1.$$

$$\textcircled{B} 2a - b = -3.$$

$$\textcircled{C} 2a - b = 9.$$

$$\textcircled{D} 2a - b = 7.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \int \frac{4x+1}{2x+3} dx = \int \left(2 - \frac{5}{2x+3}\right) dx = 2x - \frac{5}{2} \ln |2x+3| + C.$$

Vì $x \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ nên $|2x+3| = 2x+3$.

$$\text{Do đó } \int \frac{4x+1}{2x+3} dx = 2x - \frac{5}{2} \ln(2x+3) + C. \text{ Vậy } a = 2, b = 5, \text{ suy ra } 2a - b = -1.$$

Chọn phương án \textcircled{A}

Câu 7. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2+a}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ (a là tham số thực). Biết $F(1) = F(e) = 2$. Tìm a .

$$\textcircled{A} a = -1.$$

$$\textcircled{B} a = 1 - e^2.$$

$$\textcircled{C} T = 1 + e^2.$$

$$\textcircled{D} a = 1.$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} F(x) &= \int f(x) dx = \int \frac{2x^2+a}{x} dx \\ &= \int \left(2x + \frac{a}{x}\right) dx = x^2 + a \ln |x| + C. \end{aligned}$$

Vì $x \in (0; +\infty)$ nên $|x| = x$. Suy ra $F(x) = x^2 + a \ln x + C$.

Theo giả thiết:

$$\begin{cases} F(1) = 2 \\ F(e) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + C = 2 \\ e^2 + a + C = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 1 - e^2.$$

Vậy $a = 1 - e^2$.

Chọn phương án \textcircled{B}

Câu 8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x+3}$ trên khoảng $(-3; +\infty)$ là

$$\textcircled{A} \frac{x^2}{2} + 2 \ln(x+3) + C.$$

$$\textcircled{B} x + 2 \ln(x+3) + C.$$

$$\textcircled{C} \frac{x^2}{2} + \ln(x+3) + C.$$

$$\textcircled{D} \frac{x^2}{2} - 2 \ln(x+3) + C.$$

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x) dx = \int \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 3} dx = \int \left(x + \frac{2}{x + 3}\right) dx = \frac{x^2}{2} + 2 \ln |x + 3| + C.$$

Vì $x \in (-3; +\infty)$ nên $|x + 3| = x + 3$.

Do đó $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 2 \ln(x + 3) + C$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 9. Biết $\int \frac{3}{x^2 + 4x + 3} dx = \frac{a}{b} \ln \left| \frac{x + 1}{x + 3} \right| + C$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $a + 2b = 8$. **(B)** $a + b = 8$. **(C)** $2a + b = 8$. **(D)** $a - b = 8$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} \int \frac{3}{x^2 + 4x + 3} dx &= \int \frac{3}{(x + 1)(x + 3)} dx = \frac{3}{2} \int \left(\frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x + 3} \right) dx \\ &= \frac{3}{2} (\ln |x + 1| - \ln |x + 3|) = \frac{3}{2} \ln \left| \frac{x + 1}{x + 3} \right| + C. \end{aligned}$$

Vậy $a = 3$, $b = 2$, suy ra $2a + b = 8$.

Chọn phương án **(C)**

Câu 10. Biết $\int \frac{2x - 13}{(x + 1)(x - 2)} dx = a \ln |x + 1| + b \ln |x - 2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $a + 2b = 8$. **(B)** $a + b = 8$. **(C)** $2a - b = 8$. **(D)** $a - b = 8$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int \frac{2x - 13}{(x + 1)(x - 2)} dx &= \int \left(\frac{5}{x + 1} - \frac{3}{x - 2} \right) dx \\ &= 5 \int \frac{1}{x + 1} dx - 3 \int \frac{1}{x - 2} dx \\ &= 5 \ln |x + 1| - 3 \ln |x - 2| + C. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 5$ và $b = -3$. Do đó, $a - b = 8$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 11. Biết $I = \int_0^1 \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1} dx = a \ln b + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

- (A)** $T = 3$. **(B)** $T = 0$. **(C)** $T = 1$. **(D)** $T = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{2x}{x^2+1}\right) dx \\ &= \left(x - \ln|x^2+1|\right) \Big|_0^1 = 1 - \ln 2. \end{aligned}$$

Suy ra $a = -1, b = 2, c = 1$.

Vậy $a + b + c = 2$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 12. Biết hàm số $F(x) = (ax + b)\sqrt{4x + 1}$ (a, b là các tham số thực) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{12x}{\sqrt{4x + 1}}$. Tính $a + b$.

(A) $a + b = 0$.

(B) $a + b = 1$.

(C) $a + b = 2$.

(D) $a + b = 3$.

Lời giải.

Ta có

$$F(x) = a\sqrt{4x + 1} + (ax + b) \cdot \frac{2x}{\sqrt{4x + 1}} = \frac{6ax + a + 2b}{\sqrt{4x + 1}}.$$

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên

$$\frac{6ax + a + 2b}{\sqrt{4x + 1}} = \frac{12x}{\sqrt{4x + 1}}, \forall x > -\frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a = 12 \\ a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1. \end{cases}$$

Do đó $a + b = 1$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 13. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ (a, b, c là các số nguyên) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x - 3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Tính $T = a + b + c$.

(A) $T = 8$.

(B) $T = 5$.

(C) $T = 6$.

(D) $T = 7$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} F'(x) &= (2ax + b)\sqrt{2x - 3} + (ax^2 + bx + c) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x - 3}} \\ &= \frac{(2ax + b)(2x - 3) + ax^2 + bx + c}{\sqrt{2x - 3}} \\ &= \frac{5ax^2 + (3b - 6a)x - 3b + c}{\sqrt{2x - 3}}. \end{aligned}$$

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên

$$\begin{aligned} \frac{5ax^2 + (3b - 6a)x - 3b + c}{\sqrt{2x - 3}} &= \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x - 3}}, \forall x > \frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = 20 \\ 3b - 6a = -30 \\ -3b + c = 11 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $T = 7$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 14. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1$ thỏa mãn $F(0) = 0$ và $F(3) = 7$ (m là tham số thực). Tính m .

- (A)** $m = -2$. **(B)** $m = 3$. **(C)** $m = -3$. **(D)** $m = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } F(x) = \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1 \right) dx = \sqrt{x+1} + (m-1)x + C.$$

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} F(0) = 0 \\ F(3) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C + 1 = 0 \\ C + 3m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = -1 \\ m = 3. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } F(x) = \sqrt{x+1} + 2x - 1.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1}}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$

là

- (A)** $(x+3)\sqrt{x+3} - (x+1)\sqrt{x+1} + C$. **(B)** $\frac{3}{4} [(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$.
(C) $\frac{1}{3} [(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$. **(D)** $\frac{1}{4} [(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \frac{dx}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1}} = \int \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1}}{2} dx \\ &= \frac{1}{2} \int \left[(x+3)^{\frac{1}{2}} + (x+1)^{\frac{1}{2}} \right] dx = \frac{1}{3} \left[(x+3)^{\frac{3}{2}} + (x+1)^{\frac{3}{2}} \right] + C \\ &= \frac{1}{3} [(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \sin 2x + 3 \cos x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $f(\pi) = 0$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- (A)** $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{7}{2}$. **(B)** $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$. **(C)** $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$. **(D)** $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có:

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (\sin 2x + 3 \cos x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + 3 \sin x + C.$$

Từ giả thiết $f(\pi) = 0$, ta có $-\frac{1}{2} + C = 0$ hay $C = \frac{1}{2}$.

Do đó, $f(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + 3 \sin x + \frac{1}{2}$.

Vậy $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{2} = 4$.

Chọn phương án **C**

Câu 17. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3e^{2x} + 2$. Biết $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$.

A $F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x - \frac{3}{2}$.

B $F(x) = 3e^{2x} + 2x - 3$.

C $F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x$.

D $F(x) = -\frac{3}{2}e^{2x} + 2x + \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có:

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (3e^{2x} + 2) dx = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x + C.$$

Từ giả thiết $F(0) = 0$, suy ra $\frac{3}{2}e^0 + C = 0$ hay $C = -\frac{3}{2}$.

Vậy $F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x - \frac{3}{2}$.

Chọn phương án **A**

Câu 18. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 + a \cdot e^x$ (a là tham số thực). Biết $F(0) = 2$, $F(1) = 2$. Tính $T = (1 - e) \cdot a$.

A $T = -1$.

B $T = -2$.

C $T = e$.

D $T = 2$.

Lời giải.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (2 + a \cdot e^x) dx = 2x + ae^x + C$.

Theo giả thiết:

$$\begin{cases} F(0) = 2 \\ F(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + C = 2 \\ a \cdot e + C = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{1 - e}.$$

Vậy $T = (1 - e) \cdot \frac{2}{1 - e} = 2$.

Chọn phương án **D**

Câu 19. Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x) + 1}{e^x}$.

A $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$.

B $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$.

C $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C$.

D $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$.

Lời giải.

Vì hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$ nên ta có $f(x) = F'(x) = 2e^{2x}$.

Do đó:

$$\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = \int \frac{2e^{2x} + 1}{e^x} dx = \int (2e^x + e^{-x}) dx = 2e^x - e^{-x} + C.$$

Chọn phương án **B**

Câu 20. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 3}$. Biết $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3F(x) + \ln(e^x + 3) = 2$.

A $S = \{2\}$.

B $S = \{-2; 2\}$.

C $S = \{1; 2\}$.

D $S = \{-2; 1\}$.

Lời giải.

Ta có:

$$F(x) = \int \frac{dx}{e^x + 3} = \frac{1}{3} \int \left(1 - \frac{e^x}{e^x + 3}\right) dx = \frac{1}{3} (x - \ln(e^x + 3)) + C.$$

Vì $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$ nên $C = 0$. Vậy $F(x) = \frac{1}{3} (x - \ln(e^x + 3))$.

Do đó, $3F(x) + \ln(e^x + 3) = 2 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn phương án **A**

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. B	2. B	3. D	4. D	5. C	6. A	7. B	8. A	9. C	10. D
11. D	12. B	13. D	14. B	15. C	16. C	17. A	18. D	19. B	20. A