DẠNG 1. PHÉP ĐẾM

1 KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Quy tắc đếm cơ bản

1. **Quy tắc cộng:** Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện.
   Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$.

2. **Quy tắc nhân:** Một công việc được hoành thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m.n$ cách hoàn thành công việc.
   Dạng toán tìm số các số tạo thành: Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc\cdots}$, tuỳ theo yêu cầu bài toán:
   Nếu số lẻ thì số tận cùng là số lẻ.
   Nếu số chẵn thì số tận cùng là số chẵn.

2 BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Từ một nhóm học sinh 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?
A. 14. B. 48. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán quy tắc đếm, cụ thể là quy tắc cộng.
2. HƯỚNG GIẢI:
B1: Số cách chọn 1 học sinh nữ từ 8 học sinh nữ có 8 cách.
B2: Số cách chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam có 6 cách.
B3: Số cách chọn ra một học sinh là $8+6=14$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:
Cách 1. Số cách chọn 1 học sinh nữ từ 8 học sinh nữ có 8 cách.
Số cách chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam có 6 cách Số cách chọn ra một học sinh là $8+6=14$.
Cách 2. Tổng số học sinh là $8+6=14$.
Số cách chọn 1 học sinh nữ từ 14 học sinh có 14 cách.
Chọn phương án A

3 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số từ 7 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 1. B. 3. C. 6. D. 9.

Lời giải.

Mỗi quả cầu được đánh một số khác nhau, nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần.

Số quả cầu là $6 + 3 = 9$.

Tương ứng với 9 cách.

Chọn phương án D

Câu 2. Lớp 12A có 43 học sinh, lớp 12B có 30 học sinh. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ lớp 12A và 12B. Hỏi có bao nhiêu cách

A. 43. B. 30. C. 73. D. 1290.

Lời giải.

Tổng số học sinh 2 lớp là $43 + 30 = 73$.

Số cách chọn là 73.

Chọn phương án A

Câu 3. Từ các chữ số $1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 1 chữ số?

A. 5. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Số tự nhiên cần lập có 1 chữ số được lấy ra từ 4 số trên, do đó có 4 cách.

Chọn phương án D

Câu 4. Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách

A. 16. B. 2. C. 64. D. 3.

Lời giải.

Mua một cây bút mực có 8 cách.

Mua một cây bút chì có 8 cách.

Công việc mua bút là hành động liên tiếp, theo quy tắc nhân ta có $8.8 = 64$ cách.

Chọn phương án C

Câu 5. Bạn cần mua một cây bút để viết bài. Bút mực có 8 loại khác nhau, bút chì có 8 loại khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách

A. 16. B. 2. C. 64. D. 3.

Lời giải.

Công việc mua bút có 2 phương án độc lập nhau.

Phương án 1 mua một cây bút mực có 8 cách.

Phương án 2 mua một cây bút chì có 8 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có: $8 + 8 = 16$ cách.

Chọn phương án A

Câu 6. Từ thành phố A có 10 con đường đến thành phố B, từ thành phố B có 7 con đường đến thành phố C. Từ A đến C phải qua B, hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến C?

(A) 10. (B) 7. (C) 17. (D) 70.

Lời giải.

Công việc đi từ A đến C gồm 2 hành động liên tiếp.

Hành động 1: đi từ A đến B có 10 cách.

Hành động 2: đi từ B đến C có 7 cách.

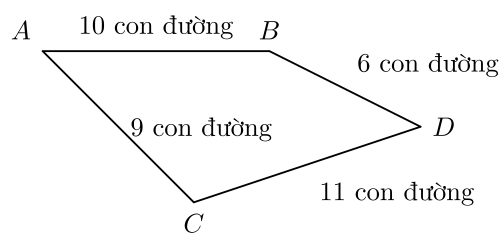
Theo quy tắc nhân, đi từ A đến C có $10 \cdot 7 = 70$ cách.

Chọn phương án (D)

Câu 7. Từ thành phố A có 10 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố C, từ thành phố B đến thành phố D có 6 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 11 con đường và không có con đường nào nối B với C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố D.

(A) 156. (B) 159. (C) 162. (D) 176.

Lời giải.



Phương án 1: đi từ A đến B rồi đến D.

Đây là hành động liên tiếp nên ta áp dụng quy tắc nhân: $10 \cdot 6 = 60$.

Phương án 2: đi từ A đến C rồi đến D.

Tương tự ta áp dụng quy tắc nhân: $9.11 = 99$.

Hai phương án độc lập nhau nên ta áp dụng quy tắc cộng.

$60 + 99 = 159$ cách.

Chọn phương án (B)

Câu 8. Trong một giải đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra?

(A) 120. (B) 39. (C) 380. (D) 190.

Lời giải.

Mỗi đội phải đấu với 19 đội còn lại, nên theo quy tắc nhân ta có $19 \cdot 20 = 380$ trận.

Nhưng đội A gặp đội B thì được tính hai lần. Do đó số trận đấu thực tế là $\dfrac{380}{2} = 190$ trận.

Chọn phương án (D)

Câu 9. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả trong 5 loại, 1 loại nước uống trong 3 loại. Hỏi có bao nhiêu cách lập thực đơn?

(A) 73. (B) 75. (C) 85. (D) 95.

Lời giải.

Lập thực đơn gồm 3 hành động liên tiếp:
Chọn món ăn có 5 cách.
Chọn quả có 5 cách.
Chọn nước uống có 3 cách.
Theo quy tắc nhân: $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$ cách.
Chọn phương án B

Câu 10. Cho hai tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{e, f, g\}$. Kết quả của $n(A \cup B)$ là

A. 7. B. 5. C. 8. D. 9.

Lời giải.

Ta có $A \cap B = \emptyset$ nên A và B rời nhau.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 4 + 3 = 7$.
Chọn phương án A

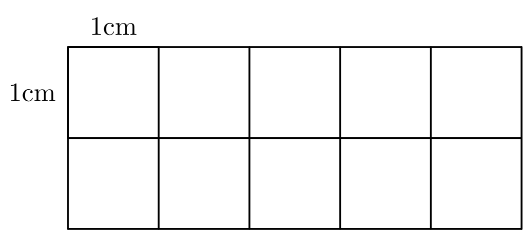
Câu 11. Cho hai tập hợp $A = \{a, b, c, d\}; B = \{c, d, e\}$. Kết quả của $n(A \cup B)$ là

A. 7. B. 5. C. 8. D. 9.

Lời giải.

Ta có $A \cap B = \{c, d\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.
$n(A \cup B) = 4 + 3 - 2 = 5$.
Chọn phương án B

Câu 12. Có bao nhiêu hình vuông trong hình dưới đây?



A. 14. B. 12. C. 10. D. 5.

Lời giải.

Gọi A là tập hợp hình vuông có cạnh $1cm$.
B là tập hợp hình vuông có cạnh $2cm$.
A và B là hai tập hợp rời nhau.
Số hình vuông trong hình là $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 10 + 4 = 14$.
Chọn phương án A

Câu 13. Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100?

A. 42. B. 54. C. 62. D. 36.

Lời giải.

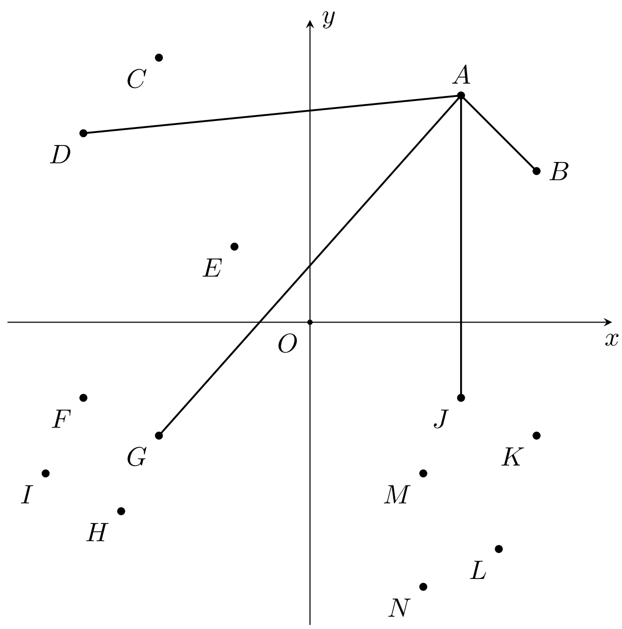
TH1: Số tự nhiên có một chữ số: 6 số.
TH2: Số tự nhiên có hai chữ số:
Ta đặt là $\overline{ab}$.

Ta có: $6 \cdot 6 = 36$ số thoả mãn.
Vậy số số tự nhiên thoả yêu cầu bài toán là $6 + 36 = 42$.
Chọn phương án A

Câu 14. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư lần lượt lấy $3, 4, 5$ điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục toạ độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ và nối chúng lại, hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng cắt hai trục toạ độ, biết đoạn thẳng nối 2 điểm bất kì không qua O.

A 91. B 42. C 29. D 23.

Lời giải.



Để chọn 2 điểm trong 14 điểm đã cho nối lại cắt hai trục toạ độ thì hai điểm đó phải thuộc hai góc phần tư đối đỉnh với nhau.
TH1: Chọn 1 điểm ở góc phần tư thứ I và 1 điểm ở góc phần tư thứ III.
Số đoạn thẳng tạo thành: $2.4 = 8$.
TH2: Chọn 1 điểm ở góc phần tư thứ II và 1 điểm ở góc phần tư thứ IV.
Số đoạn thẳng tạo thành: $3.5 = 15$.
Theo quy tắc cộng ta có $8 + 15 = 23$ đoạn thẳng.
Chọn phương án D

Câu 15. Cho tập hợp số $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hỏi có thể lập thành bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A 114. B 144. C 146. D 148.

Lời giải.
Ta có một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.
Trong tập A, các tập con có 4 chữ số chia hết cho 3 là
$\{0, 1, 2, 3\}, \{0, 1, 2, 6\}, \{0, 2, 3, 4\}, \{0, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 6\}, \{1, 3, 5, 6\}$.
Xét bộ số $\{0, 1, 2, 3\}$, số số có 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ bộ này là $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$.

Tương tự các bộ $\{0,1,2,6\}$, $\{0,2,3,4\}$, $\{0,3,4,5\}$ cũng lập được 18 số.
Xét bộ số $\{1,2,4,5\}$, số số có 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ bộ này là $4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=24$.
Tương tự cách bộ $\{1,2,3,6\}$, $\{1,3,5,6\}$ cũng lập được 24 số.
Vậy số số thoả yêu cầu bài toán là $18\cdot 4+24\cdot 3=144$.
Chọn phương án B

Câu 16. Từ các chữ số $1,2,3,4$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau?
A 24. **B** 9. **C** 64. **D** 4.

Lời giải.
Gọi số tự nhiên có 3 chữ số cần lập có dạng $\overline{abc}$.
a có 4 cách chọn (từ $1,2,3,4$).
b có 3 cách chọn (từ $1,2,3,4$ trừ số a đã chọn).
c có 2 cách chọn (từ $1,2,3,4$ trừ số a,b đã chọn).
Theo quy tắc nhân, ta có: $4\cdot 3\cdot 2=24$ cách.
Chọn phương án A

Câu 17. Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số chia hết cho 5?
A 180. **B** 120. **C** 360. **D** 216.

Lời giải.
Gọi số có 4 chữ số cần lập có dạng $\overline{abcd}$.
Để số lập được chia hết cho 5 thì số tận cùng phải chia hết cho 5, khi đó
$d=5$, có 1 cách chọn.
a có 6 cách
b có 5 cách
c có 4 cách
Theo quy tắc nhân ta có: $1\cdot 6\cdot 5\cdot 4=120$ cách.
Chọn phương án B

Câu 18. Từ các số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau.
A 180. **B** 480. **C** 360. **D** 120.

Lời giải.
Gọi số có 4 chữ số cần lập có dạng $\overline{abcd}$.
Số lập được là số lẻ thì số tận cùng là số lẻ $\Rightarrow d\in\{1,3,5,7\}$, suy ra:
d có 4 cách
a có 6 cách
b có 5 cách
c có 4 cách
Theo quy tắc nhân ta có: $4\cdot 6\cdot 5\cdot 4=480$ cách.
Chọn phương án B

Câu 19. Cho tập hợp $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 5.

A 660. **B** 420. **C** 679. **D** 523.

Lời giải.

Gọi số có 5 chữ số cần lập có dạng $\overline{abcde}$.

Trường hợp 1: $e = 0$, suy ra

a có 6 cách chọn

b có 5 cách chọn

c có 4 cách chọn

d có 3 cách chọn

e có 1 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 360$ cách.

Trường hợp 2: $e = 5$, suy ra

a có 5 cách chọn

b có 5 cách chọn

c có 4 cách chọn

d có 3 cách chọn

e có 1 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có: $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 300$ cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $360 + 300 = 660$ cách.

Chọn phương án A

Câu 20. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số gồm 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9?

A $10^{2010} - 16151 \cdot 9^{2008}$. **B** $10^{2010} - 16153 \cdot 9^{2008}$.

C $10^{2010} - 16148 \cdot 9^{2008}$. **D** $10^{2010} - 16161 \cdot 9^{2008}$.

Lời giải.

Đặt $A_1 = \{0; 9\}; A_2 = \{1\}; A_3 = \{2\}; A_4 = \{3\}; A_5 = \{4\}; A_6 = \{5\}; A_7 = \{6\}; A_8 = \{7\}; A_9 = \{8\}$.

Gọi số cần tìm là $n = \overline{a_1 a_2 \cdots a_{2010} a_{2011}} \quad (a_1 \neq 0)$.

- Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số

+ Mỗi vị trí từ a_2 đến a_{2011} đều có 10 cách chọn.

+ a_1 phụ thuộc vào tổng $(a_2 + a_3 + \cdots + a_{2011})$ nên có 1 cách chọn.

Vậy có 10^{2010} số.

- Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số nhưng không có mặt chữ số 9

+ a_1 có 8 cách chọn.

+ Từ a_2 đến a_{2010}, mỗi vị trí đều có 9 cách chọn.

+ a_{2011} có 1 cách chọn.

Vậy có $8 \cdot 9^{2009}$ số.

- Xét các số tự nhiên chia hết cho 9, gồm 2011 chữ số trong đó có đúng 1 chữ số 9

+ Trường hợp $a_1 = 9$ ta có:

. Từ a_2 đến a_{2010}, mỗi vị trí đều có 9 cách chọn.

. a_{2011} có 1 cách chọn.

Do đó có 9^{2009} số.

+ Trường hợp $a_1 \neq 9$ ta có:
. a_1 có 8 cách chọn.
. Có 2010 cách xếp chữ số 9.
. Ở 2008 vị trí còn lại, mỗi vị trí có 9 cách chọn.
. Vị trí cuối cùng có 1 cách chọn.
Do đó có $8.2010 \cdot 9^{2008}$ số.
Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là
$10^{2010} - \left(8 \cdot 9^{2009} + 9^{2009} + 8 \cdot 2010 \cdot 9^{2008}\right) = 10^{2010} - 16161 \cdot 9^{2008}$ số.
Chọn phương án D

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. D	4. C	5. A	6. D	7. B	8. D	9. B	10. A
11. B	12. A	13. A	14. D	15. B	16. A	17. B	18. B	19. A	20. D