DẠNG 16. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1 KIẾN THỨC CẦN NHỚ

a) Phương trình chính tắc của đường thẳng:
Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c), a \cdot b \cdot c \neq 0$ có phương trình là

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

b) Phương trình tham số của đường thẳng:
Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

2 BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. (ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d: $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$.

(A) $P(-1; 2; 1)$. (B) $Q(1; -2; -1)$. (C) $N(-1; 3; 2)$. (D) $M(1; 2; 1)$.

Lời giải.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán nhận biết điểm thuộc, không thuộc đường thẳng có phương trình cho trước.
Phương pháp.
- B1: Lần lượt thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình của đường thẳng d.
- B2: Dựa vào kết quả sau khi thay, kết quả đúng suy ra điểm tương ứng thuộc d.
3. HƯỚNG GIẢI:
- B1: Lần lượt thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình của đường thẳng d.
- B2: Dựa vào kết quả sau khi thay, kết quả đúng suy ra điểm tương ứng thuộc d.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

+) Thay tọa độ điểm $P(-1; 2; 1)$ vào phương trình của đường thẳng d ta được:
$\frac{-1+1}{-1} = \frac{2-2}{3} = \frac{1-1}{3}$ (luôn đúng). Vậy điểm $P \in d$.
+) Thay tọa độ điểm $Q(1; -2; -1)$ vào phương trình của đường thẳng d ta được:
$\frac{1+1}{-1} = \frac{-2-2}{3} = \frac{-1-1}{3} \Leftrightarrow -2 = -\frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$ (vô lí). Vậy $Q \notin d$.

+) Thay tọa độ điểm $N(-1;3;2)$ vào phương trình của đường thẳng d ta được:
$\dfrac{-1+1}{-1}=\dfrac{3-2}{3}=\dfrac{2-1}{3}\Leftrightarrow 0=\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$ (vô lí). Vậy $N\notin d$.
+) Thay tọa độ điểm $M(1;2;1)$ vào phương trình của đường thẳng d ta được:
$\dfrac{1+1}{-1}=\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{1-1}{3}\Leftrightarrow -2=0=0$ (vô lí). Vậy $M\notin d$.
Chọn phương án A

3 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. B. $(1;-2;3)$. C. $(-3;4;5)$. D. $(3;-4;-5)$.

Lời giải.
Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)$ có phương trình:

$$d\colon \frac{x-x_0}{u_1}=\frac{y-y_0}{u_2}=\frac{z-z_0}{u_3}.$$

Suy ra đường thẳng đi qua điểm $(-1;2;-3)$.
Chọn phương án A

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d?

A. $N(2;-1;3)$. B. $P(5;-2;-1)$. C. $Q(-1;0;-5)$. D. $M(-2;1;3)$.

Lời giải.
Nhận xét N,P,Q thuộc đường thẳng d.
Điểm M không thuộc đường thẳng d.
Chọn phương án D

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=t\\ y=1-t\\ z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

A. $K(1;-1;1)$. B. $H(1;2;0)$. C. $E(1;1;2)$. D. $F(0;1;2)$.

Lời giải.
Đường thẳng d đi qua điểm $F(0;1;2)$.

Chọn phương án D

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(-1;-2;0)$. B. $M(-1;1;2)$. C. $M(2;1;-2)$. D. $M(3;3;2)$.

Lời giải.
Thay tọa độ từng phương án vào phương trình của d chỉ có điểm $M(-1;1;2)$ thỏa mãn.

Chọn phương án B

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

A $P(4; 1; -4)$. **B** $Q(3; 1 - 5)$. **C** $M(2; 1; -2)$. **D** $N(0; 1; 4)$.

Lời giải.

Thế tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng Δ, ta thấy tọa độ điểm P thỏa.

Chọn phương án A

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ đi qua điểm $Q(1; m; n)$. Tính $T = 2m + n$.

A $T = 6$. **B** $T = -7$. **C** $T = 7$. **D** $T = -1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 1 = 1 + 2t \\ m = 2 - 3t \\ n = 3 - t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ m = 2 \\ n = 3. \end{cases}$

Vậy $T = 2m + n = 2 \cdot 2 + 3 = 7$.

Chọn phương án C

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$. Tọa độ điểm M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - 3z + 2 = 0$ là

A $M(5; -1; -3)$. **B** $M(1; 0; 1)$. **C** $M(2; 0; -1)$. **D** $M(-1; 1; 1))$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2} \\ x + 2y - 3z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 1; 1).$$

Chọn phương án D

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P)\colon 7x + y - 4z = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là

A $\dfrac{x-7}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+4}{1}$. **B** $\dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-4}$.

(C) $\dfrac{x+2}{-7}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$.

(D) $\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{4}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A=d\cap d_1, B=d\cap d_2$.

$A\in d_1\Rightarrow A\left(2a;1-a;-2+a\right)$

$B\in d_2\Rightarrow B\left(-1+2b;1+b;3\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(-2a+2b-1;a+b;-a+5\right)$

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(7;1;-4)$.

$d\perp(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_P}$ cùng phương

$\Leftrightarrow$ có một số k thỏa $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{n_P}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2a+2b-1=7k\\ a+b=k\\ -a+5=-4k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2a+2b-7k=1\\ a+b-k=0\\ -a+4k=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-2\\ k=-1.\end{cases}$$

d đi qua điểm $A(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\overrightarrow{n_P}=(7;1-4)$.

Vậy phương trình của d là $\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-4}$.

Chọn phương án (B)

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

(A) $(-1;0;4)$. (B) $(7;1;-1)$. (C) $(2;1;-2)$. (D) $(0;2;-5)$.

Lời giải.

Cách 1. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng (P) là $1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d , khi đó $H=d\cap(P)$ Suy ra $H\in d\Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mặt khác $H\in(P)\Rightarrow -1+t+2(-3+2t)+2(-2+2t)-7=0\Leftrightarrow t=2$. Vậy $H(1;1;2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA", suy ra $A'(-1;0;4)$.

Cách 2. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d thì ta có $H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, suy ra $\overrightarrow{AH}=(t-4;2t-5;2t-2)$.

Do $AH\perp d$ nên $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{u_{cp(d)}}=0\Leftrightarrow t=2$. Vậy $H(1;1;2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA", suy ra $A'(-1;0;4)$.

Chọn phương án (A)

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C, $\widehat{ABC}=60^\circ$, $AB=3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha)\colon x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a;b;c)$ là tọa độ điểm C, giá trị của $a+b+c$ bằng

(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 7.

Lời giải.

Vì A là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α) nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+8}{-4} \\ x+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}.$$

Vậy điểm $A(1;2;0)$.
Điểm B nằm trên đường thẳng AB nên điểm B có tọa độ $B\left(3+t;4+t;-8-4t\right)$.
Theo giả thiết thì $t+3>0 \Leftrightarrow t>-3$.
Do $AB = 3\sqrt{2}$, ta có $(t+2)^2+(t+2)^2+16(t+2)^2 = 18 \Rightarrow t=-1$ nên $B(2;3;-4)$.
Theo giả thiết thì $AC = AB\sin 60^\circ = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$; $BC = AB\cos 60^\circ = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy ta có hệ $\begin{cases} a+c=1 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+c^2 = \dfrac{27}{2} \\ (a-2)^2+(b-3)^2+(c+4)^2 = \dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=1 \\ 2a+2b-8c=9 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+c^2 = \dfrac{27}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{7}{2} \\ b=3 \\ c=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$.

Vậy $C\left(\dfrac{7}{2};3;-\dfrac{5}{2}\right)$ nên $a+b+c=2$.
Chọn phương án B

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(1;0;-1), C(2;-1;2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\dfrac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

A $(0;0;1)$. **B** $(0;0;3)$. **C** $(0;0;2)$. **D** $(0;0;4)$.

Lời giải.
Mặt phẳng (ABC) đi qua $B(1;0;-1)$ và có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (-10;-4;2) = -2(5;2;-1)$.
Phương trình mặt phẳng (ABC): $5x+2y-z-6=0$.
Độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh $D(0;0;d)$ của tứ diện $ABCD$ bằng $\mathrm{d}(D,(ABC))$.

Theo bài ra ta có $\dfrac{|-d-6|}{\sqrt{25+4+1}} = \dfrac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow |-d-6| = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=-15 \\ d=3 \end{array}\right.$.

Do D thuộc tia Oz nên $D(0;0;3)$.
Chọn phương án B

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-4=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=2+2t \\ z=-2-t \end{cases}$. Tam giác ABC có $A(-1;2;1)$, các điểm B, C nằm trên (P) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d . Tọa độ trung điểm I của BC là

A $I(1;-1;-4)$. **B** $I(2;1;2)$. **C** $I(2;-1;-2)$. **D** $I(0;1;-2)$.

Lời giải.
Gọi $G(2+t;2+2t;-2-t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AG} = (3+t;2t;-3-t)$.
Mà G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ (với I là trung điểm của BC).

$\Rightarrow I\left(\dfrac{7+3t}{2}; 2+3t; \dfrac{-7-3t}{2}\right)$.

Mặt khác $I \in (P)$ nên $2\cdot\dfrac{7+3t}{2}+2\cdot(2+3t)-\dfrac{-7-3t}{2}-4=0 \Leftrightarrow 21t+21=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Với $t=-1$ thì $I(2;-1;-2)$.

Chọn phương án C

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(3;-2;-1)$. B. $(-3;8;-3)$. C. $(0;3;-2)$. D. $(6;-7;0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

Gọi $M=AB\cap d \Rightarrow M(1+2t;-1+t;2-t) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2t;t-3;3-t)$.

$AB\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{u_d}=0 \Leftrightarrow 4t+t-3-3+t=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)=2(1;-1;1)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm A, có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1)$ nên có phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Ta có: $B=AB\cap(P)$ nên tọa độ B thỏa mãn hệ $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\\x+y+2z+1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-1\\x=0\\y=3\\z=-2\end{cases}$.

Suy ra $B(0;3;-2)$.

Chọn phương án C

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-z+4=0$ và cắt cả hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d'\colon \begin{cases}x=3+t\\y=3t\\z=2t\end{cases}$; trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

A. $M(6;5;-4)$. B. $N(4;5;6)$. C. $P(5;6;5)$. D. $Q(4;4;5)$.

Lời giải.

Gọi $A=\Delta\cap d$, $B=\Delta\cap d' \Rightarrow A(-3+a;2-a;2a), B(3+t;3t;2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với VTPT $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}$ nên $\dfrac{6+t-a}{1}=\dfrac{-2+3t+a}{2}=\dfrac{2t-2a}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases}t=2\\a=4\end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(4;8;-4)$ và $B(5;6;4)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(5;6;4)$ có VTCP $\vec{u}=(1;2;-1)$ là $\begin{cases}x=5+t\\y=6+2t\\z=4-t\end{cases}$.

Suy ra $Q(4;4;5) \in \Delta$.

Chọn phương án D

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;-6)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại hai điểm A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A $\sqrt{38}$. **B** $2\sqrt{10}$. **C** 8. **D** 12.

Lời giải.

Vì A thuộc $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$ nên $A(1+2t;1-t;-1+t)$.

Vì B thuộc $d_2\colon \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ nên $B(-2+3t';-1+t';2+2t')$.

Suy ra $\overrightarrow{MA} = (-1+2t;2-t;5+t)$, $\overrightarrow{MB} = (-4+3t';t';8+2t')$.

A, B, M thẳng hàng khi và chỉ khi $\left[\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{vmatrix} 2-t & 5+t \\ t' & 8+2t' \end{vmatrix} = 0 \\ \begin{vmatrix} 5+t & -1+2t \\ 8+2t' & -4+3t' \end{vmatrix} = 0 \\ \begin{vmatrix} -1+2t & 2-t \\ -4+3t' & t' \end{vmatrix} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5tt' - 4t - 7t' + 8 = 0 \\ -3tt' - 8t - t' + 16 = \\ -tt' - 20t + 17t' - 1 \end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} 5tt' - 4t - 7t' + 8 = 0 \\ t' = -2t + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 3t + 2 = 0 \\ t' = -2t + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t = 1 \\ t' = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} t = 2 \\ t' = 0 \end{cases} \end{array}\right.$.

Thay vào (3) ta được $t = 1, t' = 2$ thỏa mãn.

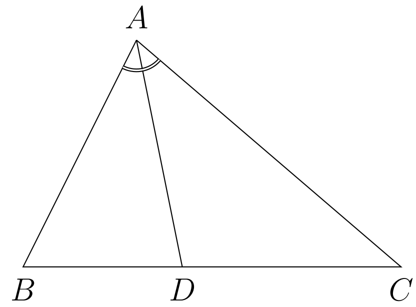
Suy ra $A(3;0;0)$ và $B(4;1;6)$. Vậy $AB = \sqrt{38}$.

Chọn phương án A

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1), B(-2;2;1), C(1;-2;2)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm nào dưới đây?

A $\left(0;-\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$. **B** $\left(0;-\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **C** $\left(0;-\dfrac{2}{3};\dfrac{8}{3}\right)$. **D** $\left(0;\dfrac{2}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$.

Lời giải.



+) Gọi D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC.
Ta có $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = 5, AC = \left|\overrightarrow{AC}\right| = 1$.
Khi đó $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = 5 \Rightarrow \overrightarrow{DB} = 5\overrightarrow{CD} \Rightarrow D\left(\dfrac{1}{2}; -\dfrac{4}{3}; \dfrac{11}{6}\right)$.
+) Đường thẳng AD qua A, có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AD} = \left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{2}{3}; \dfrac{5}{6}\right)$ cùng phương với $\vec{u} = (-3; 4; 5)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 4t \\ z = 1 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. +) Gọi $E = AD \cap (Oyz)$.
$E \in AD \Rightarrow E(1 - 3t; -2 + 4t; 1 + 5t)$.
$E \in (Oyz) \Rightarrow 1 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3}$.
Từ đó $E\left(0; -\dfrac{2}{3}; \dfrac{8}{3}\right)$.
Cách trắc nghiệm.
Gọi Δ là đường phân giác trong góc A của tam giác ABC, khi đó Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \dfrac{1}{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = \dfrac{1}{5} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
Suy ra $\vec{u} = \left(-\dfrac{3}{5}; \dfrac{4}{5}; 1\right)$ cùng phương với $\vec{v} = (-3; 4; 5)$.
Từ đó làm tương tự như trên, ta tìm được $E\left(0; -\dfrac{2}{3}; \dfrac{8}{3}\right)$.
Chọn phương án C

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 1; 0), B(2; 2; 2), C(-2; 3; 1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$. Tìm điểm M thuộc d để thể tích V của tứ diện $MABC$ bằng 3.

A $M\left(-\dfrac{15}{2}; \dfrac{9}{4}; -\dfrac{11}{2}\right)$; $M\left(-\dfrac{3}{2}; -\dfrac{3}{4}; \dfrac{1}{2}\right)$.
B $M\left(-\dfrac{3}{5}; -\dfrac{3}{4}; \dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(-\dfrac{15}{2}; \dfrac{9}{4}; \dfrac{11}{2}\right)$.
C $M\left(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{3}{4}; \dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(\dfrac{15}{2}; \dfrac{9}{4}; \dfrac{11}{2}\right)$.
D $M\left(\dfrac{3}{5}; -\dfrac{3}{4}; \dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(\dfrac{15}{2}; \dfrac{9}{4}; \dfrac{11}{2}\right)$.

Lời giải.
Cách 1. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1; 2), \overrightarrow{AC} = (-2; 2; 1)$.
Do $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-3; -6; 6)$ nên $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = \dfrac{9}{2}$.
Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) thì $\vec{n} = (1; 2; -2) \Rightarrow$ phương trình mặt

phẳng (ABC) là $x+2y-2z-2=0$.

Gọi $M(1+2t;-2-t;3+2t)\in d \Rightarrow \mathrm{d}\left(M,(ABC)\right)=\dfrac{|4t+11|}{3}$.

Do thể tích V của tứ diện $MABC$ bằng 3 nên $\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{9}{2}\cdot\dfrac{|4t+11|}{3}=3 \Leftrightarrow |4t+11|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\dfrac{5}{4} \\ t=-\dfrac{17}{4} \end{array}\right.$.

Với $t=-\dfrac{5}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$.

Với $t=-\dfrac{17}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};-\dfrac{11}{2}\right)$.

Cách 2. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1;2),\overrightarrow{AC}=(-2;2;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-6;6)$.

Gọi $M(1+2t;-2-t;3+2t)\in d\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(1+2t;-3-t;3+2t)$.

Vì $V_{MABC}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AM}\right|$ nên $|12t+33|=18\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=-\dfrac{5}{4} \\ t=-\dfrac{17}{4} \end{array}\right.$.

Với $t=-\dfrac{5}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$.

Với $t=-\dfrac{17}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};-\dfrac{11}{2}\right)$.

Chọn phương án A

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình tham số $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A $M(-1;-12;3)$. **B** $N(3;-2;1)$. **C** $P(0;-7;3)$. **D** $Q(1;-2;5)$.

Lời giải.

Cách giải:

$BC\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_{BC}}=(-1;1;2)$ là một vec-tơ chỉ phương của BC.

Xét (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc BC nên (P) qua $A(6;3;5)$ và nhận $\overrightarrow{u_{BC}}=(-1;1;2)$ làm 1 VTPT $\Rightarrow(P)\colon -(x-6)+y-3+2(z-5)=0\Leftrightarrow -x+y+2z-7=0$.

H là hình chiếu của A lên BC thì $H=BC\cap(P)$ hay tọa độ của H thỏa mãn hệ phương trình:

$\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \\ -x+y+2z-7=0 \end{cases}$

$\Rightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(0;3;2)$.

Lại có $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AH}\Rightarrow G(2;3;3)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH}=(-6;0;-3),\overrightarrow{u_{BC}}=(-1;1;2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{u_{BC}}\right]=(3;15;-6)$.

Đường thẳng Δ đi qua $G(2;3;3)$ và nhận $\frac{1}{3}\left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{u_{BC}}\right]=(1;5;-2)$ làm VTCP $\Rightarrow \Delta\colon \frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-3}{-2}$.

Kiểm tra mỗi đáp án ta thấy chỉ có điểm $Q\in\Delta$.

Chọn phương án D

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$ và hai điểm $A(1;0;-1)$, $B(2;1;1)$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất.

(A) $M(1;1;0)$. (B) $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$. (C) $M\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. (D) $M\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Do $M\in d$ nên $M(1+2t;1-t;t)$.

$MA+MB=\sqrt{4t^2+(t-1)^2+(t+1)^2}+\sqrt{(2t-1)^2+t^2+(t-1)^2}$.

$=\sqrt{6t^2+2}+\sqrt{6t^2-6t+2}=\sqrt{6t^2+2}+\sqrt{6\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}$.

Chọn $\vec{u}=\left(\sqrt{6}t;\sqrt{2}\right)$, $\vec{v}=\left(\sqrt{6}\left(\frac{1}{2}-t\right);\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\Rightarrow \vec{u}+\vec{v}=\left(\frac{\sqrt{6}}{2};\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

Ta có: $MA+MB=|\vec{u}|+|\vec{v}|\geq|\vec{u}+\vec{v}|=\sqrt{\frac{6}{4}+\frac{9}{2}}=\sqrt{6}$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng $\Rightarrow \frac{\sqrt{6}t}{\sqrt{6}\left(\frac{1}{2}-t\right)}=\frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\Leftrightarrow 1=1-2t\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$.

Vậy $MA+MB$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Chọn phương án D

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$; $d_2\colon \frac{x-5}{-3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A,B. Độ dài đoạn AB là

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{14}$. (C) 5. (D) $\sqrt{15}$.

Lời giải.

d_1 có phương trình tham số là $\begin{cases}x=3-t\\y=3-2t\\z=-2+t\end{cases}$ và d_2 có phương trình tham số là $\begin{cases}x=5-3k\\y=-1+2k\\z=2+k\end{cases}$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Vì $A\in d_1\Rightarrow A\left(3-t;3-2t;-2+t\right)$ và $B\in d_2\Rightarrow B\left(5-3k;-1+2k;2+k\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2-3k+t;-4+2k+2t;4+k-t)$.

Mà $d\perp(P)$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương, suy ra $\frac{2-3k+t}{1}=\frac{-4+2k+2t}{2}=\frac{4+k-t}{3}\Rightarrow\begin{cases}t=2\\k=1.\end{cases}$

Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;1;3)$. Vậy $AB=\sqrt{14}$.

Chọn phương án B

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. D	4. B	5. A	6. C	7. D	8. B	9. A	10. B
11. B	12. C	13. C	14. D	15. A	16. C	17. A	18. D	19. D	20. B