DẠNG 29. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

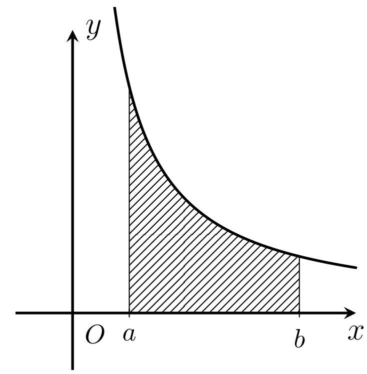
1 KIẾN THỨC CẦN NHỚ

A TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1 HÌNH PHẲNG GIỚI HẠN BỞI ĐƯỜNG CONG $Y = F(X)$ VÀ TRỤC HOÀNH

Định lí 1.
Cho $(\mathcal{H})$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.
Diện tích hình phẳng $(\mathcal{H})$ được tính theo công thức

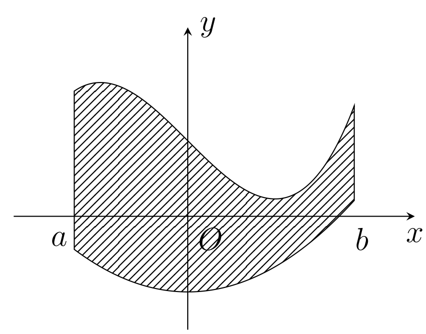
$$S = \int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x.$$



2 HÌNH PHẲNG GIỚI HẠN BỞI HAI ĐƯỜNG CONG

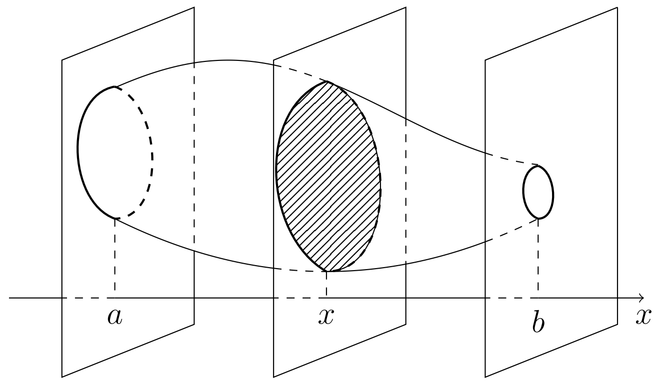
Định lí 2.
Cho $(\mathcal{H})$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Diện tích của $(\mathcal{H})$ bằng $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|\mathrm{d}x.$



3 THỂ TÍCH VẬT THỂ

Định lí 3. *Cắt vật thể $\mathcal{V}$ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a, x = b (a < b)$. Một mặt phẳng tuỳ ý vuông góc với Ox tại điểm $x, (a \leq x \leq b)$ cắt $\mathcal{V}$ theo thiết diện có diện tích $S(x)$. Với $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.*



Thể tích của vật thể $\mathcal{V}$ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x.$$

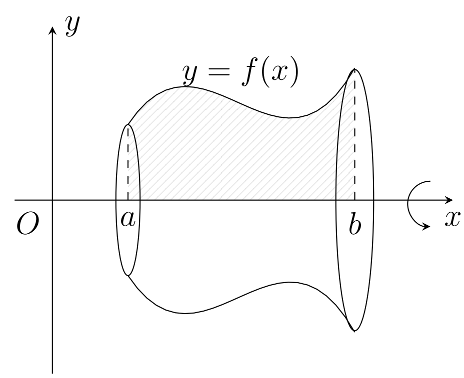
4 THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Định lí 4.

Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ $(a < b)$ quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay.

Thể tích của khối tròn xoay đó được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x.$$

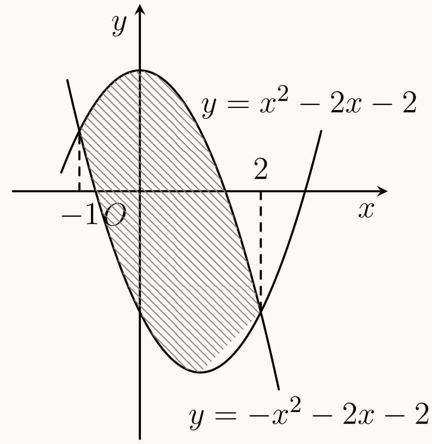


5 BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1.
Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

Ⓐ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\,\mathrm{d}x$. Ⓑ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\,\mathrm{d}x$.

Ⓒ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)\,\mathrm{d}x$. Ⓓ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)\,\mathrm{d}x$.



Lời giải.
Phân tích hướng dẫn giải.
1. *DẠNG TOÁN:* Viết công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong.
2. *HƯỚNG GIẢI:* Viết công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 hàm số.
Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:
Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là

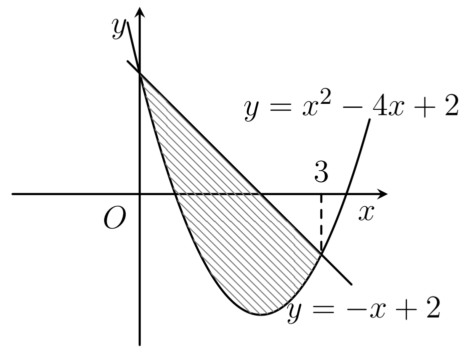
$$\int_{-1}^{2}\left(\left(-x^2+2\right)-\left(x^2-2x-2\right)\right)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án Ⓐ

6 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



(A) $\int\limits_0^3 \left(x^2 - 3x\right)\, \mathrm{d}x$.

(B) $\int\limits_0^3 \left(-x^2 + 3x\right)\, \mathrm{d}x$.

(C) $\int\limits_0^3 \left(x^2 - 4x + 2\right)\, \mathrm{d}x - \int\limits_0^3 (-x + 2)\, \mathrm{d}x$.

(D) $\int\limits_0^3 (-x + 2)\, \mathrm{d}x + \int\limits_0^3 \left(x^2 - 4x + 2\right)\, \mathrm{d}x$.

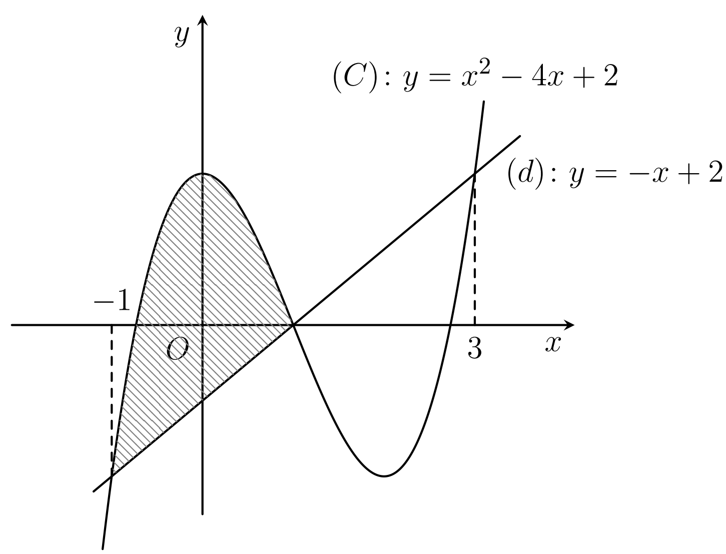
Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 \left[(-x + 2) - \left(x^2 - 4x + 2\right)\right]\, \mathrm{d}x = \int\limits_0^3 \left(-x^2 + 3x\right)\, \mathrm{d}x$.

Chọn phương án (B)

Câu 2.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



(A) $\int\limits_{-1}^1 \left(x^3 - 3x^2 - x + 3\right)\, \mathrm{d}x$.

(B) $\int\limits_{-1}^3 \left(x^3 - 3x^2 - x + 3\right)\, \mathrm{d}x$.

(C) $\int\limits_{-1}^1 \left(x^3 - 3x^2 + x + 1\right)\, \mathrm{d}x$.

(D) $\int\limits_{-1}^1 \left(-x^3 + 3x^2 + x - 3\right)\, \mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_{-1}^1 \left[\left(x^3 - 3x^2 + 2\right) - (x - 1)\right]\, \mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^1 \left(x^3 - 3x^2 - x + 3\right)\, \mathrm{d}x$.

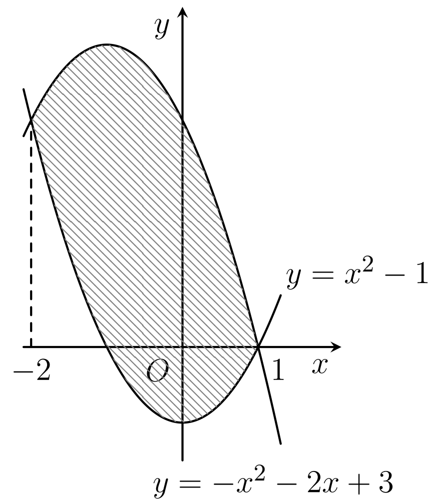
Chọn phương án (A)

Câu 3.

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

(A) $\displaystyle\int_{-2}^{1}\left(-2x^2+2x+4\right)\,\mathrm{d}x$. **(B)** $\displaystyle\int_{-2}^{1}\left(2x^2-2x-4\right)\,\mathrm{d}x$.

(C) $\displaystyle\int_{-2}^{1}\left(-2x^2-2x+4\right)\,\mathrm{d}x$. **(D)** $\displaystyle\int_{-2}^{1}\left(2x^2+2x-4\right)\,\mathrm{d}x$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là

$$\int_{-2}^{1}\left[\left(-x^2-2x+3\right)-\left(x^2-1\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left(-2x^2-2x+4\right)\,\mathrm{d}x.$$

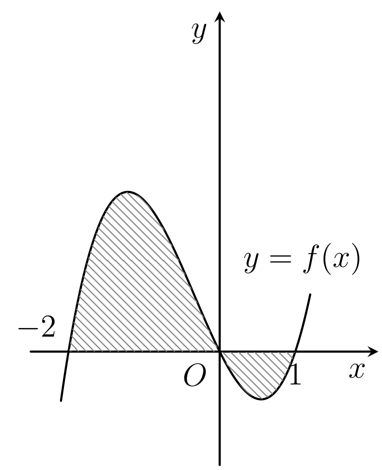
Chọn phương án (C)

Câu 4.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là

(A) $S=\displaystyle\int_{-2}^{\circ}f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{0}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x$. **(B)** $S=\displaystyle\int_{-2}^{\circ}f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S=\displaystyle\int_{0}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{-2}^{\circ}f(x)\,\mathrm{d}x$. **(D)** $\displaystyle\left|\int_{-2}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.



Lời giải.

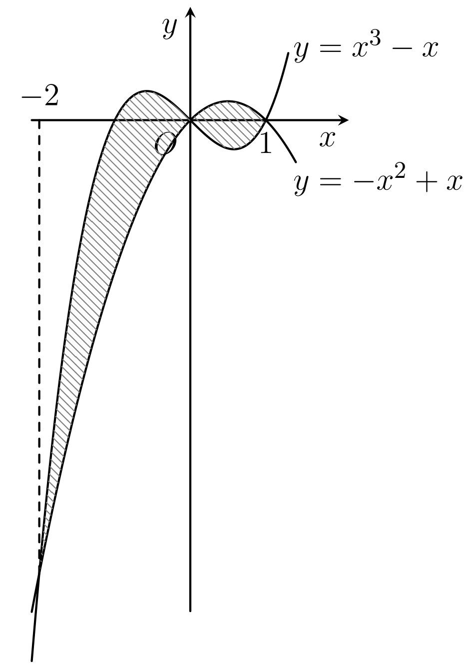
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là

$$S=\int_{-2}^{\circ}f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{0}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án (A)

Câu 5.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



Ⓐ $\displaystyle\int_{-2}^{1} \left(x^3 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x.$

Ⓑ $\displaystyle\int_{-2}^{\circ} \left(x^3 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x - \int_{0}^{1} \left(x^3 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x.$

Ⓒ $\displaystyle\int_{-2}^{1} \left(-x^3 - x^2 + 2x\right)\,\mathrm{d}x.$

Ⓓ $\displaystyle\int_{-2}^{\circ} \left(x^3 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{1} \left(x^3 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x.$

Lời giải.

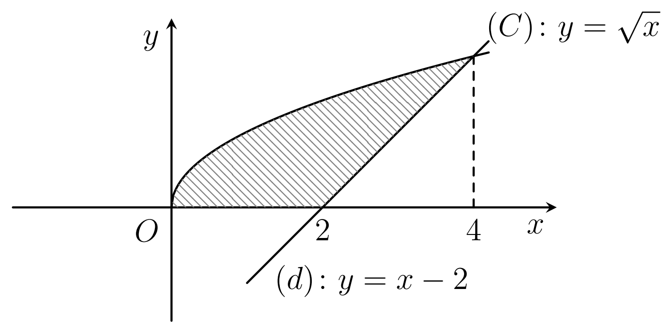
Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là

$$\int_{-2}^{1} \left|\left(x^3 - x\right) - \left(-x^2 + x\right)\right|\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{1} \left|x^3 + x^2 - 2x\right|\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{\circ} \left(x^3 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x - \int_{0}^{1} \left(x^3 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án B

Câu 6.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



Ⓐ $\displaystyle\int_{0}^{2} \left(\sqrt{x} - x + 2\right)\,\mathrm{d}x.$

Ⓑ $\displaystyle\int_{0}^{4} \left(\sqrt{x} - x + 2\right)\,\mathrm{d}x.$

Ⓒ $\displaystyle\int_{0}^{2} \sqrt{x}\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{4} \left(\sqrt{x} - x + 2\right)\,\mathrm{d}x.$

Ⓓ $\displaystyle\int_{0}^{2} \sqrt{x}\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{4} \left(x - 2 - \sqrt{x}\right)\,\mathrm{d}x.$

Lời giải.

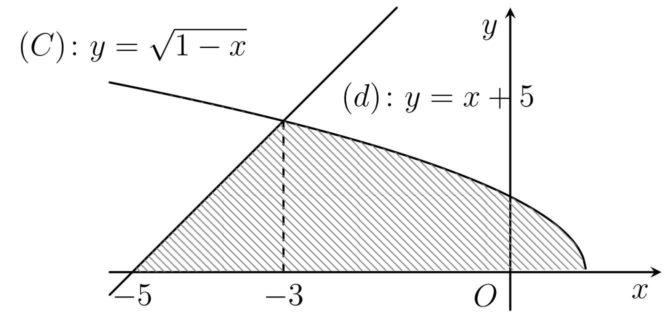
Ta chia hình phẳng gạch chéo làm 2 phần. Nên ta có

$$\int_{0}^{2} \sqrt{x}\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{4} \left(\sqrt{x} - (x - 2)\right)\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{2} \sqrt{x}\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{4} \left(\sqrt{x} - x + 2\right)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án C

Câu 7.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



A $\int\limits_{-5}^{-3}(x+5)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{-3}^{1}\sqrt{1-x}\,\mathrm{d}x.$

B $\int\limits_{-5}^{-3}(x+5)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{-3}^{1}\sqrt{1-x}\,\mathrm{d}x.$

C $\int\limits_{-5}^{1}\left[(x+5)-\sqrt{1-x}\right]\,\mathrm{d}x.$

D $\int\limits_{-5}^{1}\left[\sqrt{1-x}-(x+5)\right]\,\mathrm{d}x.$

Lời giải.

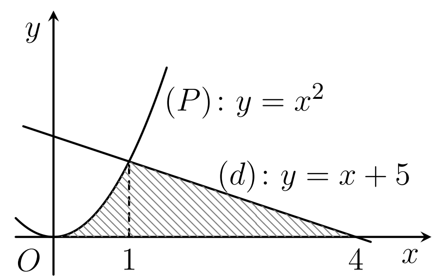
Ta chia hình phẳng gạch chéo làm 2 phần.

Nên ta có $\int\limits_{-5}^{-3}(x+5)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{-3}^{1}\sqrt{1-x}\,\mathrm{d}x.$

Chọn phương án B

Câu 8.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



A $\int\limits_{0}^{1}x^2\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}\left(\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}\right)\,\mathrm{d}x.$ **B** $\int\limits_{0}^{4}\left(x^2+\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}\right)\,\mathrm{d}x.$

C $\int\limits_{0}^{4}\left(x^2-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)\,\mathrm{d}x.$ **D** $\int\limits_{0}^{1}x^2\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}\left(\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}\right)\,\mathrm{d}x.$

Lời giải.

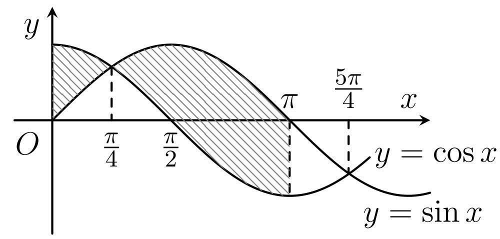
Ta chia hình phẳng gạch chéo làm 2 phần. Nên ta có

$$\int\limits_{0}^{1}x^2\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}\left(-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}x^2\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}\left(\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}\right)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án D

Câu 9.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



(A) $\displaystyle\int_0^{\pi} (\sin x - \cos x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\,\mathrm{d}x - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $\displaystyle\int_0^{\pi} (\cos x - \sin x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

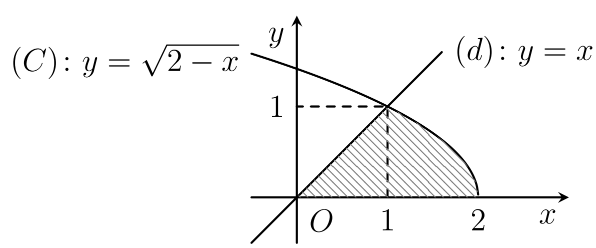
Ta có $\displaystyle\int_0^{\pi} |\cos x - \sin x|\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\cos x - \sin x|\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} |\cos x - \sin x|\,\mathrm{d}x$.

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án (B)

Câu 10.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



(A) $\displaystyle\int_0^{1} x\,\mathrm{d}x + \int_1^{2} \sqrt{2-x}\,\mathrm{d}x$.

(B) $\displaystyle\int_0^{1} x\,\mathrm{d}x - \int_1^{2} \sqrt{2-x}\,\mathrm{d}x$.

(C) $\displaystyle\int_0^{2} \left(x - \sqrt{2-x}\right)\mathrm{d}x$.

(D) $\displaystyle\int_0^{2} \left(\sqrt{2-x} - x\right)\mathrm{d}x$.

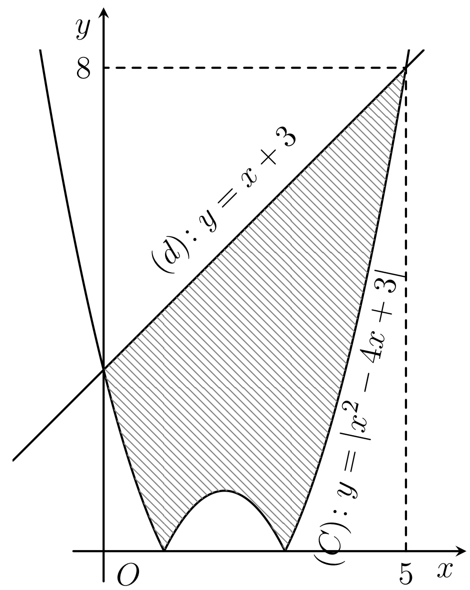
Lời giải.

Ta chia hình phẳng gạch chéo làm 2 phần. Nên ta có: $\int\limits_0^1 x\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 \sqrt{2-x}\,\mathrm{d}x$.

Chọn phương án A

Câu 11.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



A $\int\limits_0^1 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 \left(x^2-3x+6\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x$.

B $\int\limits_0^1 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^3 \left(x^2-3x+6\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x$.

C $\int\limits_0^1 \left(x^2-5x\right)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^3 \left(x^2-3x+6\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 \left(x^2-5x\right)\,\mathrm{d}x$.

D $\int\limits_0^1 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 \left(x^2-3x+6\right)\,\mathrm{d}x - \int\limits_3^5 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có diện tích hình phẳng

$$S = \int\limits_0^5 \left[(x+3) - \left|x^2-4x+3\right|\right]\,\mathrm{d}x.$$

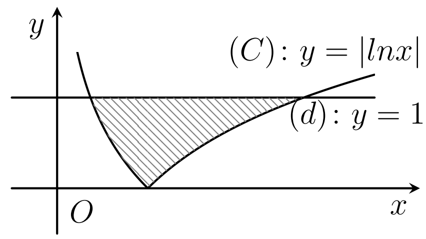
$$= \int\limits_0^1 \left[(x+3) - \left(x^2-4x+3\right)\right]\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 \left[(x+3) - \left(-x^2+4x-3\right)\right]\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 \left[(x+3) - \left(x^2-4x+3\right)\right]\,\mathrm{d}x$$

$$= \int\limits_0^1 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 \left(x^2-3x+6\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 \left(-x^2+5x\right)\,\mathrm{d}x$$

Chọn phương án A

Câu 12.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



A $\displaystyle\int\limits_{\frac{1}{e}}^{1} (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{e} (1 - \ln x)\,\mathrm{d}x$.

B $\displaystyle\int\limits_{\frac{1}{e}}^{1} (1 - \ln x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{e} (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x$.

C $\displaystyle\int\limits_{\frac{1}{e}}^{1} (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{e} (1 - \ln x)\,\mathrm{d}x$.

D $\displaystyle\int\limits_{\frac{1}{e}}^{1} (1 - \ln x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{e} (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x$.

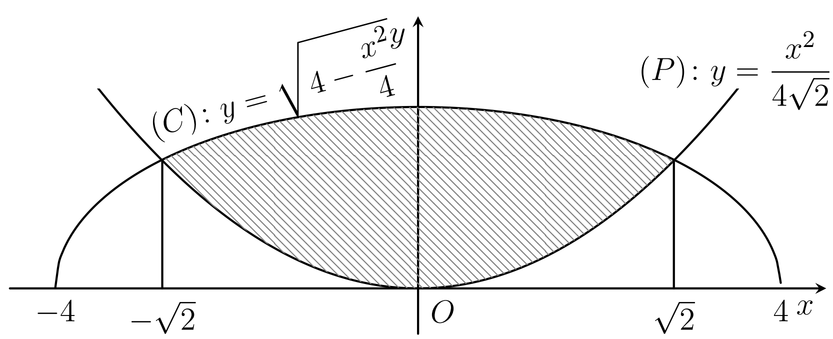
Lời giải.

Ta có: $\displaystyle\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e} |1 - |\ln x||\,\mathrm{d}x = \int\limits_{\frac{1}{e}}^{1} (1 - (-\ln x))\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{e} (1 - \ln x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{\frac{1}{e}}^{1} (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{e} (1 - \ln x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn phương án A

Câu 13.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?



A

$$\int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2}\,\mathrm{d}x + \frac{1}{2\sqrt{2}} \int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} x^2\,\mathrm{d}x.$$

B

$$\int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2}\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} x^2\,\mathrm{d}x.$$

C

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} x^2\,\mathrm{d}x - \int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2}\,\mathrm{d}x.$$

D

$$2\int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2}\,\mathrm{d}x - \frac{1}{\sqrt{2}} \int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} x^2\,\mathrm{d}x.$$

Lời giải.

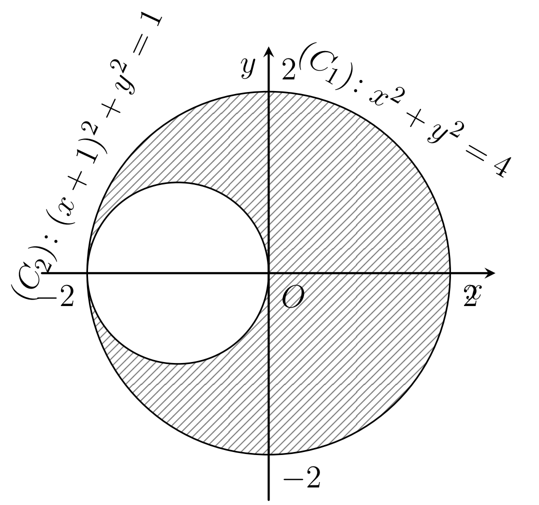
Do tính đối xứng của hình phẳng cần tính (như hình vẽ) nên

$$S = 2\int_0^{2\sqrt{2}} \left(\sqrt{4-\frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{4\sqrt{2}}\right) \mathrm{d}x = \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2\sqrt{2}}\int_0^{2\sqrt{2}} x^2\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án B

Câu 14.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được giới hạn bởi 2 đường tròn có phương trình $x^2+y^2=4$ và $(x+1)^2+y^2=1$ được tính theo công thức nào?



A $\left[\int_{-2}^{0}\left(\sqrt{4-x^2}-\sqrt{1-(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x + \int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x\right]$.

B $2\left[\int_{-2}^{0}\left(\sqrt{4-x^2}+\sqrt{1-(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x - \int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x\right]$.

C $2\left[\int_{-2}^{0}\left(\sqrt{4-x^2}-\sqrt{1-(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x + \int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x\right]$.

D $\left[\int_{-2}^{0}\left(\sqrt{4-x^2}+\sqrt{1-(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x - \int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x\right]$.

Lời giải.

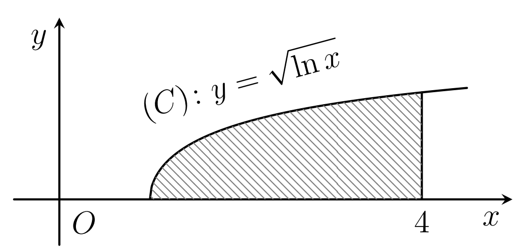
Ta chia hình phẳng gạch chéo làm 4 phần theo hệ trục tọa độ:

Do tính đối xứng của hình phẳng cần tính (như hình vẽ) nên $S = 2\left[\int_{-2}^{0}\left(\sqrt{4-x^2}-\sqrt{1-(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x + \int_0^{2}\right.$

Chọn phương án C

Câu 15.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là



A $\pi\int_1^4 \ln x \cdot \mathrm{d}x$.

B $\pi\int_1^4 \sqrt{\ln x}\,\mathrm{d}x$.

C $\pi\int_1^4 \left(\sqrt{\ln x}-1\right)\mathrm{d}x$.

D $\pi\int_1^4 (\ln x - 1)\cdot\mathrm{d}x$.

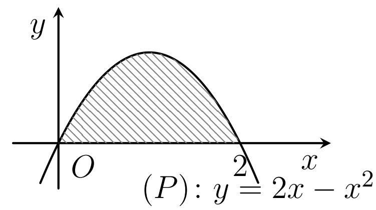
Lời giải.

Áp dụng công thức thể tích vật thể tròn xoay quanh trục Ox: $V = \pi\int_1^4 \ln x \cdot \mathrm{d}x$.

Chọn phương án (A)

Câu 16.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là



(A) $\pi\displaystyle\int_0^2 \left(2x-x^2\right)\,\mathrm{d}x$. **(B)** $\pi\displaystyle\int_0^2 \left(x^2-2x\right)\,\mathrm{d}x$.

(C) $\pi\displaystyle\int_0^2 \left(4x^2-4x^3+x^4\right)\,\mathrm{d}x$. **(D)** $\pi\displaystyle\int_0^2 \left(4x^2+4x^3-x^4\right)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

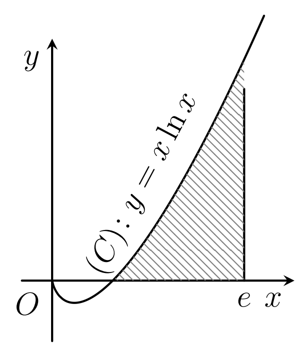
Áp dụng công thức thể tích vật thể tròn xoay quanh trục Ox:

$V=\pi\displaystyle\int_0^2 \left(2x-x^2\right)^2\,\mathrm{d}x=\pi\displaystyle\int_0^2 \left(4x^2-4x^3+x^4\right)\,\mathrm{d}x.$

Chọn phương án (C)

Câu 17.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là



(A) $\pi\displaystyle\int_1^e \left[(x\cdot\ln x)^2-\mathrm{e}^2\right]\,\mathrm{d}x$. **(B)** $\pi\displaystyle\int_1^e (x\cdot\ln x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $\pi\displaystyle\int_1^e (x\cdot\ln x-e)\,\mathrm{d}x$. **(D)** $\pi\displaystyle\int_1^e (x\cdot\ln x)^2\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

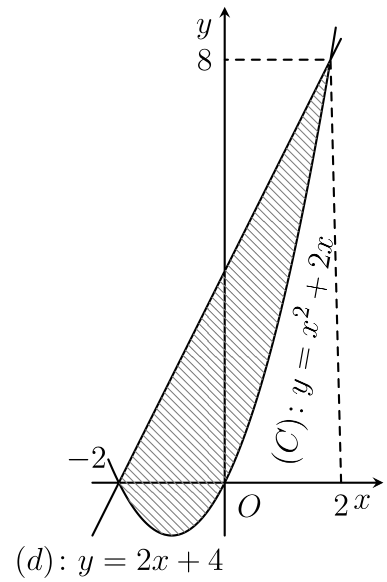
Áp dụng công thức thể tích vật thể tròn xoay quanh trục Ox

$$V=\pi\int_1^e (x\cdot\ln x)^2\,\mathrm{d}x.$$

Chọn phương án (D)

Câu 18.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là



A $\pi \displaystyle\int_{-2}^{2} \left[x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 16x + 16\right] \mathrm{d}x$.

B $\pi \displaystyle\int_{-2}^{2} \left(4 - x^2\right) \mathrm{d}x$.

C $\pi \displaystyle\int_{-2}^{2} \left[-x^4 - 4x^3 + 16x + 16\right] \mathrm{d}x$.

D $\pi \displaystyle\int_{-2}^{2} \left(x^2 + 4x + 4\right) \mathrm{d}x$.

Lời giải.

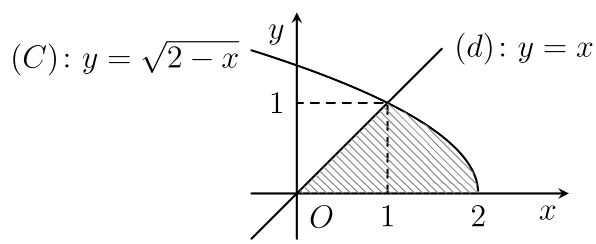
Áp dụng công thức thể tích vật thể tròn xoay quanh trục Ox

$$V = \pi \int_{-2}^{2} \left[(2x+4)^2 - \left(2x + x^2\right)^2\right] \mathrm{d}x = \pi \int_{-2}^{2} \left[-x^4 - 4x^3 + 16x + 16\right] \mathrm{d}x.$$

Chọn phương án C

Câu 19.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là



A $\pi \displaystyle\int_{0}^{1} (2-x)\,\mathrm{d}x + \pi \int_{1}^{2} x^2\,\mathrm{d}x$.

B $\pi \displaystyle\int_{0}^{1} x^2\,\mathrm{d}x + \pi \int_{1}^{2} (2-x)\,\mathrm{d}x$.

C $\pi \displaystyle\int_{0}^{2} \left(2 - x + x^2\right) \mathrm{d}x$.

D $\pi \displaystyle\int_{0}^{2} x^2\,\mathrm{d}x + \pi \int_{2}^{4} (2-x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

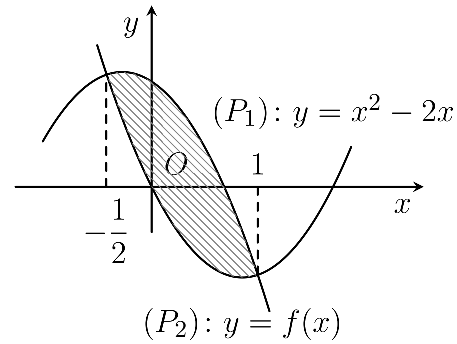
Ta chia hình phẳng gạch chéo làm 2 phần.

Áp dụng công thức thể tích vật thể tròn xoay quanh trục Ox: $V = \pi \displaystyle\int_{0}^{1} x^2\,\mathrm{d}x + \pi \int_{1}^{2} (2-x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn phương án B

Câu 20.

Miền phẳng trong hình vẽ giới hạn bởi hàm số $y = f(x)$ và parbol $y = x^2 - 2x$. Biết $\int\limits_{-\frac{1}{2}}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{7}{5}$. Khi đó diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bằng



A $S = 1$. **B** $S = \frac{71}{40}$. **C** $S = \frac{41}{40}$. **D** $S = 2$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bằng

$$S = \int\limits_{-\frac{1}{2}}^{1} \left[f(x) - \left(x^2 - 2x\right)\right]\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-\frac{1}{2}}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{-\frac{1}{2}}^{1} \left(x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x = \frac{7}{5} + \frac{3}{8} = \frac{71}{40}.$$

Chọn phương án B