CHỦ ĐỀ: ĐƯỜNG TIỆM CẬN

VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

DẠNG 2

XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CÓ CHỨA THAM SỐ

Câu 1. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 2. Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+m}$. Với giá trị nào của m thì hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình vuông

A. $m=-2$. **B.** $m\neq 2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\pm 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m\neq 0$ .Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây ?

A. $2x+y=0$. **B.** $y=2x$. **C.** $x-2y=0$. **D.** $x+2y=0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2019m$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2020m^4$ (với m là tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2-2x+2m}{(x-1)(x+m)}$. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng?

A. 4 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** 3 .

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+mx+4}$ có đúng 1 tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+5}{x-1}\left(C_m\right)$. Tìm m để giao điểm của hai tiệm cận của $\left(C_m\right)$ thuộc Parabol $(P): y=x^2-2x+2019$.

A. $m=2022$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2018$. **D.** $m=-2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 8. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 11.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\left[x^2-(2m+1)x+2m\right]\sqrt{x-m}}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases}0<m<1\\ m\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m<1\\ m\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}$. **C.** $m>1$. **D.** $\begin{cases}0\le m\le 1\\ m\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\dfrac{1-x}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases}m\neq\dfrac{5}{2}\\ \left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m>2\\ m\neq\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.$.

Câu 14. Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007. **B.** 2010. **C.** 2009. **D.** 2008.

Câu 15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-2019;2019)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4036x+2}{\sqrt{mx^2+3}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. 0. **B.** 2018. **C.** 4036. **D.** 25.

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) có tiệm cận ngang và tồn tại tiếp tuyến của (C) song song và cách tiệm cận ngang của (C) một khoảng bằng 3. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $a\in\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $a\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $a\in\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1\le m<0$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

Câu 18. Cho hàm số $y=\dfrac{12+\sqrt{4x-x^2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có đồ thị (C_m). Tìm tập S tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) có đúng hai tiệm cận đứng.

A. $S=[8;9)$. **B.** $S=\left[4;\dfrac{9}{2}\right)$. **C.** $S=\left(4;\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $S=(0;9]$.

Câu 19. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. $m<0$. **B.** $m=0$.

C. $m>0$. **D.** Không có giá trị thực của m

Câu 21. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-\sqrt{4x^2+3x+2}+mx$ có tiệm cận ngang. Tổng các phần tử của S là

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 22. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-\sqrt{25x^2-7x+2}-\dfrac{m}{2}x$ có tiệm cận ngang. Tích các phần tử của S là

A. 8. **B.** -84. **C.** 21. **D.** -21.

Câu 23. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt{9x^2-5x+3}-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}+mx$ có tiệm cận ngang. Tổng bình phương tất cả các phần tử của S là

A. 10. **B.** 15. **C.** 50. **D.** 51.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+m}-3}{x+5}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 5. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(\tan x)=\cos^4 x$. Tìm tất cả các số thực m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2019}{f(x)-m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$ **C.** $m>0$. **D.** $m<1$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tìm tham số m để đồ thì hàm số $y=\frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Ta có:

Tiệm cận ngang của hàm số $y=\frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ là:

$y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(m+1)x-5m}{2x-m}=\frac{m+1}{2}=1\Rightarrow m=1$.

Câu 2. Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{m}{x}+\frac{4}{x^2}}=0$.

N.C.Đ

Nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Do đó để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận thì phương trình: $x^2+mx+4=0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m^2-16=0\\m\neq-5\end{cases}\\\begin{cases}m^2-16>0\\m=-5\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m^2-16=0\\m\neq-5\end{cases}\\\begin{cases}m^2-16>0\\m=-5\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-4\\m=-5\end{array}\right.$.

Vậy $m\in\{-4;4;-5\}$. Nên có 3 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Kí hiệu (C) là đồ thị hàm số $y=\frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$.

* Trường hợp 1: $m=0$.

Khi đó $y=\frac{6x-3}{(-6x+3)(9x^2+1)}$. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó chọn $m=0$.

* Trường hợp 2: $m\neq 0$.

Xét phương trình $(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)=0$ (1)

Nhận thấy: (C) luôn có một đường tiệm cận ngang $y=0$ và phương trình (1) không thể có duy nhất một nghiệm đơn với mọi m.

Do đó (C) có đúng một đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) không có tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow (1)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 9-3m<0 \\ 9m^2-9<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ -1<m<1 \end{cases}$, (không tồn tại m).

Kết hợp các trường hợp ta được $m=0$.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}=m$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}=m$ suy ra $y=m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận thì đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ 4m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+m}$. Với giá trị nào của m thì hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình vuông

A. $m=-2$. **B.** $m\neq 2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\pm 2$.

Lời giải

Với $m\neq 0$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $d_1: x=-m$ và tiệm cận ngang $d_2: y=2$.

Ta có $d_1\cap Ox=A(-m;0)$, $d_2\cap Oy=B(0;2)$.

Để hai đường tiệm cận cùng với 2 trục tọa độ tạo thành hình vuông thì tam giác OAB vuông cân tại O $\Leftrightarrow OA=OB \Leftrightarrow |-m|=2 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m\neq 0$ .Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây ?

A. $2x+y=0$. **B.** $y=2x$. **C.** $x-2y=0$. **D.** $x+2y=0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x-2m}$ có tiệm cận đứng $x=2m$; tiệm cận ngang $y=m$

$\Rightarrow$Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(2m;m)$

$\Rightarrow x=2y \Rightarrow x-2y=0$

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2019m$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2020m^4$ (với m là tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Để hàm số có duy nhất một tiệm cận ngang điều kiện cần và đủ là

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} f(x)=a\in\mathbb{R}\Rightarrow 2020m^4=2019m \Leftrightarrow m\left(2020m^3-2019\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{\dfrac{2019}{2020}} \end{array}\right..$$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn để hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2-2x+2m}{\left(x-1\right)\left(x+m\right)}$. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

N.C.Đ

Đặt $g\left(x\right)=x^2-2x+2m$.

Khi $m=-1$ ta có hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2-2x-2}{\left(x-1\right)^2}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2-2x-2}{\left(x-1\right)^2}=-\infty$ suy ra đồ thị của hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x=1$.

Khi $m\neq-1$ xét hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2-2x+2m}{\left(x-1\right)\left(x+m\right)}$

Trường hợp 1: Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x=1$.

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} g\left(1\right)\neq0 \\ g\left(-m\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1+2m\neq0 \\ m^2+4m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-4 \end{array}\right..$$

Trường hợp 2: Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x=m$.

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} g\left(1\right)=0 \\ g\left(-m\right)\neq0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+4m\neq0 \\ -1+2m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq-4 \\ m\neq0 \\ m=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}.$$

Kết luận: Vậy có 4 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy đáp án là **A**.

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+mx+4}$ có đúng 1 tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

TH1: $x^2+mx+4=0$ có nghiệm kép. $\Leftrightarrow \Delta_m=0 \Leftrightarrow m^2-16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=4 \end{array}\right.$.

TH2: $x^2+mx+4=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm là $x=-1$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_m>0 \\ (-1)^2-m+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<-4 \end{array}\right. \\ m=5 \end{cases} \Leftrightarrow m=5$.

Vậy có 3 giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+mx+4}$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+5}{x-1}\ (C_m)$. Tìm m để giao điểm của hai tiệm cận của (C_m) thuộc Parabol $(P): y=x^2-2x+2019$.

A. $m=2022$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2018$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Để đồ thị hàm số có hai tiệm cận khi $m\neq -5$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=m$.

Giao điểm của hai tiệm cận là $\mathrm{I}(1;\mathrm{m})$

Vì $\mathrm{I}(1;\mathrm{m})\in(P): y=x^2-2x+2019 \Leftrightarrow m=1-2+2019$ nên $m=2018$ (thỏa mãn).

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)\mathrm{x}-\mathrm{m}}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 8. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)\mathrm{x}-\mathrm{m}}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)\mathrm{x}-\mathrm{m}}=0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Do đó (C) có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) có 3 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)\mathrm{x}-\mathrm{m}=0\,(1)$ có 3 nghiệm phân biệt khác 3.

Ta có (1) $\Leftrightarrow (x-m)\left(x^2-2mx+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2-2mx+1=0 \end{array}\right.$.

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác 3 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 1 > 0 \\ m^2 - 2m^2 + 1 \neq 0 \\ 3^2 - 6m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right. \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup \left(1; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; 3\right) \cup (3; +\infty)$.

Do $m \in [-6; 6]$, m nguyên nên $m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; 2; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 9 giá trị m thỏa mãn.

Câu 12. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{\left[x^2 - (2m+1)x + 2m\right]\sqrt{x-m}}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} 0 < m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. **C.** $m > 1$. **D.** $\begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x > m \\ x^2 - (2m+1)x + 2m \neq 0 \end{cases}$.

N.C.Đ

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1}{\left[x^2 - (2m+1)x + 2m\right]\sqrt{x-m}} = 0$ nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang $y = 0$. Do đó để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 3 đường tiệm cận đứng. Ta có $\lim\limits_{x \to m^+} y = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = m$ làm đường tiệm cận đứng. Như vậy ta cần có phương trình $x^2 - (2m+1)x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn $m \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 2m \\ 1 > m \\ 2m > m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ 0 < m < 1 \end{cases}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \dfrac{1-x}{x^2 - 2mx + 4}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m \neq \frac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$. **C.** $-2 < m < 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận thì đồ thị có hai đường tiệm cận đứng.

$\Leftrightarrow x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\neq 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4>0 \\ 1-2m+4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right. \\ m\neq \dfrac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 14. Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007. **B.** 2010. **C.** 2009. **D.** 2008.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$.

+) TXĐ: $D=[3;+\infty)$

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{3}{x^4}}}{1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{m}{x^2}}=0.$ Do đó ĐTHS có 1 tiệm cận ngang $y=0$.

+) Để ĐTHS có 2 đường tiệm cận thì phải có thêm 1 tiệm cận đứng. Vậy yêu cầu bài toán trở thành: Tìm điều kiện để phương trình $x^2+x-m=0$ phải có 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3.

Trường hợp 1: Phương trình $x^2+x-m=0$ phải có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<3<x_2$.

$\Leftrightarrow a.f(3)<0\Leftrightarrow 12-m<0\Leftrightarrow m>12.$

Trường hợp 2: Phương trình $x^2+x-m=0$ có nghiệm $x=3$ thì $m=12$.

Với $m=12$ phương trình trở thành: $x^2+x-12=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-4 \end{array}\right.$ (tmđk)

Trường hợp 3: Phương trình $x^2+x-m=0$ có nghiệm kép $x>3$.

Khi $m=\dfrac{-1}{4}$ thì phương trình có nghiệm $x=\dfrac{-1}{2}$. (không thỏa mãn)

Theo đề bài $m\in[-2019;2019]$, m nguyên do đó $m\in[12;2019]$.

Vậy có $(2019-12)+1=2008$ giá trị của m.

Câu 15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-2019;2019)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4036x+2}{\sqrt{mx^2+3}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. 0. **B.** 2018. **C.** 4036. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

□ Với $m<0$ ta có tập xác định của hàm số: $D=\left(-\sqrt{-\frac{3}{m}};\sqrt{-\frac{3}{m}}\right)$ nên không tồn tại tiệm cận ngang.

□ Với $m=0$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số cũng không có tiệm cận ngang.

□ Với $m>0$ ta có tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Khi đó:

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(4036+\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4036+\frac{2}{x}}{\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}}=\frac{4036}{\sqrt{m}}.$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(4036+\frac{2}{x}\right)}{-x\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4036+\frac{2}{x}}{-\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}}=-\frac{4036}{\sqrt{m}}$$

nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y=\pm\frac{4036}{\sqrt{m}}$.

N.C.Đ

Suy ra $\begin{cases} m>0 \\ m\in(-2019;2019) \\ m\in\mathbb{Z}\end{cases} \Leftrightarrow m\in\{1;2;3;...;2018\}$.

Vậy có 2018 giá trị nguyên của m.

Câu 16. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) có tiệm cận ngang và tồn tại tiếp tuyến của (C) song song và cách tiệm cận ngang của (C) một khoảng bằng 3. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a\in\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $a\in\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $a\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $a\in\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Để đường cong (C) có tiệm cận ngang khi và chỉ khi: $a>0$

Suy ra ta có hai đường tiệm cận ngang là: $y_1=\frac{1}{\sqrt{a}};y_2=-\frac{1}{\sqrt{a}}$

Ta có: $y'=\dfrac{\sqrt{ax^2+1}-(x+1).\frac{ax}{\sqrt{ax^2+1}}}{ax^2+1}=\dfrac{1-ax}{\sqrt{(ax^2+1)^3}}$

Gọi tiếp tuyến của đường cong (C) tại điểm $M(x_M;y_M)$ là đường thẳng Δ

Ta có Δ song song tiệm ngang của (C) suy ra:

+) $y'(x_M)=0 \Rightarrow 1-ax_M=0 \Leftrightarrow x_M=\frac{1}{a} \Rightarrow M\left(\frac{1}{a};\sqrt{1+\frac{1}{a}}\right)$

Ta có khoảng cách từ Δ đến tiệm cận ngang của (C) bằng 3

+) Khoảng cách từ Δ đến tiệm cận ngang cũng chính là khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang.

Ta có: $\left[\begin{array}{l} d(M;y_1)=3 \\ d(M;y_2)=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left|\sqrt{1+\frac{1}{a}}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right|=3 \\ \left|\sqrt{1+\frac{1}{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right|=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow a=\frac{9}{16}$. Vậy $a\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1\le m<0$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn A

+) Nếu $m\ge 0$ ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}\right)=\pm\sqrt{m} \Rightarrow y=\pm\sqrt{m}$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to -1^{\pm}}\left(\frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}\right)=\pm\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy $m\ge 0$ không thỏa mãn đề bài.

+) Nếu $m<0$ ta có hàm số xác định trên $D=\left[\frac{-1}{\sqrt{-m}};\frac{1}{\sqrt{-m}}\right]$ không phải là một khoảng vô cùng nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=-1$ khi $\lim\limits_{x\to -1^{\pm}}\left(\frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}\right)=\pm\infty$.

Khi đó m phải thỏa mãn hệ $\left\{\begin{array}{l} \frac{-1}{\sqrt{-m}}\le -1\le \frac{1}{\sqrt{-m}} \\ m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -1\le m<0$.

Câu 18. Cho hàm số $y=\frac{12+\sqrt{4x-x^2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có đồ thị (C_m). Tìm tập S tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) có đúng hai tiệm cận đứng.

A. $S=[8;9)$. **B.** $S=\left[4;\frac{9}{2}\right)$. **C.** $S=\left(4;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $S=(0;9]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $4x-x^2\ge 0 \Leftrightarrow x\in[0;4]$.

Dễ thấy $12+\sqrt{4x-x^2}>0, \forall x\in[0;4]$.

Xét $g(x)=x^2-6x=-2m$ có $g'(x)=2x-6=0\Leftrightarrow x=3\in(0;4)$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên đoạn $(0;4)$:

x	0		3		4
g'		-	0	+	
g	0	↘	-9	↗	-8

Từ đó ta thấy phương trình $x^2-6x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $(0;4)$ khi $-9<-2m<-8\Leftrightarrow 4<m<\dfrac{9}{2}$.

Câu 19. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

N.C.Đ

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $1+\sqrt{x+1}>0, \forall x\geq -1$.

Hàm số có đúng hai tiệm cận đứng khi $x^2-mx-3m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x>-1$.

Với $x\geq -1$, phương trình $x^2-mx-3m=0\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{x+3}=m$.

Đặt $f(x)=\dfrac{x^2}{x+3}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{2x(x+3)-x^2}{(x+3)^2}=\dfrac{x^2+6x}{(x+3)^2}=0\Rightarrow x^2+6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-6\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $[-1;+\infty)$:

x	-1		0		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$\frac{1}{2}$	↘	0	↗	$+\infty$

GIÁO VIÊN TRƯỜNG THPT ĐẦM DƠI

NGUYỄN CÔNG ĐỊNH

Từ bảng biến thiên trên ta thấy để phương trình $x^2-mx-3m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x>-1$ thì $m\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. $m<0$. **B.** $m=0$.

C. $m>0$. **D.** Không có giá trị thực của m

Lời giải

Chọn C

Ta thấy khi $m\ge 0$ thì tập xác định của hàm số mới chứa ∞.

Nếu $m=0$ thì hàm số $y=x+1$ không có đường tiệm cận ngang.

Nếu $m>0$ thì ta có $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x\left(\frac{1}{x}+1\right)}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\pm\frac{1}{\sqrt{m}}$, suy ra đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y=\frac{1}{\sqrt{m}},y=\frac{-1}{\sqrt{m}}$.

Câu 21. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-\sqrt{4x^2+3x+2}+mx$ có tiệm cận ngang. Tổng các phần tử của S là

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-\sqrt{4x^2+3x+2}+mx\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-x+2x-\sqrt{4x^2+3x+2}+(m-1)x\right)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-x\right)=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x-\sqrt{4x^2+3x+2}\right)=-\frac{3}{4}$

* $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-\sqrt{4x^2+3x+2}+mx\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-x-2x-\sqrt{4x^2+3x+2}+(m+3)x\right)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-x\right)=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x-\sqrt{4x^2+3x+2}\right)=\frac{3}{4}$

* Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}y$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty}y$ hữu hạn

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-1=0\\m+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-3\end{array}\right.$

Câu 22. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-\sqrt{25x^2-7x+2}-\frac{m}{2}x$ có tiệm cận ngang. Tích các phần tử của S là

A. 8. **B.** -84. **C.** 21. **D.** -21.

Lời giải

Chọn B

* $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-\sqrt{25x^2-7x+2}-\frac{m}{2}x\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-2x+5x-\sqrt{25x^2-7x+2}-\left(\frac{m}{2}+3\right)x\right)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-2x\right)=-\frac{5}{12}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(5x-\sqrt{25x^2-7x+2}\right)=\frac{7}{10}$

* $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-\sqrt{25x^2-7x+2}-\frac{m}{2}x\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-2x-5x-\sqrt{25x^2-7x+2}+\left(7-\frac{m}{2}\right)x\right)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{8x^3-5x^2-2}-2x\right)=-\frac{5}{12}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(5x-\sqrt{25x^2-7x+2}\right)=-\frac{7}{10}$

* Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} y$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ hữu hạn

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{m}{2}+3=0\\ 7-\frac{m}{2}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-6\\ m=14\end{array}\right.$

N.C.Đ

Câu 23. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sqrt{9x^2-5x+3}-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}+mx$ có tiệm cận ngang. Tổng bình phương tất cả các phần tử của S là

A. 10. **B.** 15. **C.** 50. **D.** 51.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2-5x+3}-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}+mx\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2-5x+3}-3x+4x-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}+(m-1)x\right)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2-5x+3}-3x\right)=\frac{-5}{6}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(4x-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}\right)=-\frac{1}{16}$

* $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2-5x+3}-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}+mx\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2-5x+3}+3x+4x-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}+(m-7)x\right)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2-5x+3}-3x\right)=\frac{5}{6}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4x-\sqrt[3]{64x^3+3x^2-5x+2}\right)=-\frac{1}{16}$

* Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} y$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ hữu hạn

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ m-7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=7 \end{array}\right.$

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+m}-3}{x+5}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 5. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\dfrac{\sqrt{x+m}-3}{x+5}=\dfrac{x+m-9}{(x+5)\left(\sqrt{x+m}+3\right)}$.

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0, \forall m$. Do đó đồ thị hàm số có một đường TCN là $y=0$.

Để đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng ta xét thường hợp sau: -5 là nghiệm của tử hoặc -5 làm $\sqrt{x+m}$ không xác định.

TH1: -5 là nghiệm của tử thì $-5+m-9=0 \Leftrightarrow m=14$.

Thử lại:

$\lim\limits_{x\to-5} y=\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x+14-9}{(x+5)\left(\sqrt{x+14}+3\right)}=\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{1}{\sqrt{x+14}+3}=\dfrac{1}{6}$. Không có TCĐ.

TH2: -5 làm $\sqrt{x+m}$ không xác định thì $-5\notin[-m;+\infty) \Leftrightarrow -5<-m \Leftrightarrow m<5$.

Khi đó không tồn tại $\lim\limits_{x\to-5} y$ nên không đường tiệm cận đứng.

Mặt khác đề bài yêu cầu tìm giá trị nguyên dương của m nên $m\in\{1;2;3;4\}$.

Vậy $m\in\{1;2;3;4;14\}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(\tan x)=\cos^4 x$. Tìm tất cả các số thực m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2019}{f(x)-m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$ **C.** $m>0$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos^4 x=\left(\cos^2 x\right)^2=\dfrac{1}{\left(1+\tan^2 x\right)^2}$, suy ra $f(\tan x)=\dfrac{1}{\left(1+\tan^2 x\right)^2}$ hay $f(x)=\dfrac{1}{\left(1+x^2\right)^2}$

.

Yêu cầu bài toán tương đương tìm m để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2019}{\dfrac{1}{(x^2+1)^2}-m}$ có hai đường tiệm cận đứng tương đương phương trình $\dfrac{1}{(x^2+1)^2}-m=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{1}{(1+x^2)^2}$

$h'(x)=-\dfrac{4x}{(1+x^2)^3}\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $\dfrac{1}{(x^2+1)^2}-m=0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m<1$