CHỦ ĐỀ: CỰC TRỊ

VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

DẠNG 1

TÌM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=3$

A. $y(3)=2$. **B.** $y(3)=11$.

C. $y(3)=0$. **D.** $y(3)=-3$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $M(0;-1)$. **B.** $Q(-1;10)$. **C.** $P(1;0)$. **D.** $N(1;-10)$.

Câu 3. Hàm số $f(x)=C_{2019}^0+C_{2019}^1x+C_{2019}^2x^2+...+C_{2019}^{2019}x^{2019}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2018. **C.** 1. **D.** 2019.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=1+C_{10}^1x+C_{10}^2x^2+...+C_{10}^{10}x^{10}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

A. 10. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 5. Giá trị cực đại của hàm số $y=x+\sin 2x$ trên $(0;\pi)$ là:

A. $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng

A. $\sqrt{2}+1$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}-1$. **D.** 1.

Câu 7. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác, gọi là ΔABC. Tính diện tích ΔABC.

A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=\frac{1}{2}$. **D.** $S=4$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=x^2(x-1)e^{3x}$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Số điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|\sin x-\frac{x}{4}\right|$, $x\in(-\pi;\pi)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 11. Biết phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ $(a\neq 0)$ có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(-2x^2+4x)$ là.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 13. Biết rằng đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{1}{x}$ có ba điểm cực trị thuộc một đường tròn (C). Bán kính của (C) gần đúng với giá trị nào dưới đây?

A. $12,4$. **B.** $6,4$. **C.** $4,4$. **D.** 27.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)(x^2-1)+2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y=f'(x)-x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$, $c>2018$ và $a+b+c<2018$. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2018\right|$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 16. Hàm số $f(x)=\left|\frac{x}{x^2+1}-m\right|$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x-4)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=3f(-x^4+4x^2-6)+2x^6-3x^4-12x^2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1 || -1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

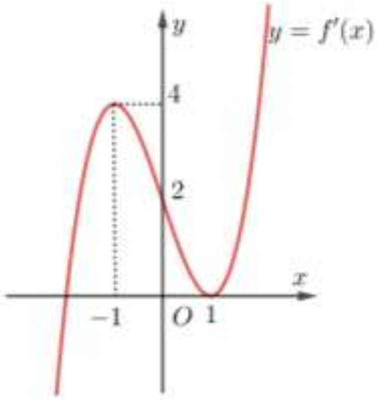
Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$

x	$-\infty$		-2		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $g\left(x\right)=f\left(1-x\right)+\dfrac{x^3}{3}-x^2-3x$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-3$.

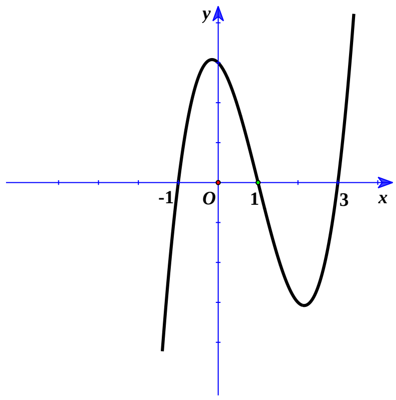
Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là

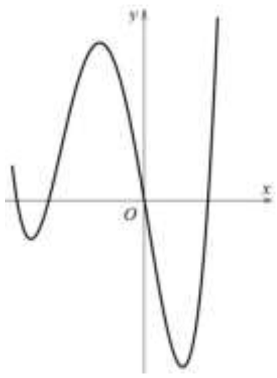
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc bốn. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $f\left(\sqrt{x^2+2x+2019}\right)$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

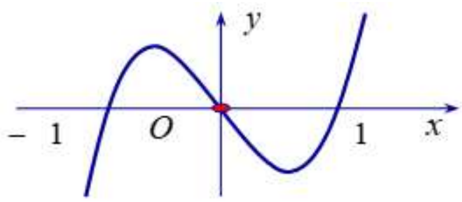
Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2018}\right)^{f(x)}-2019^{f(x)}$

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

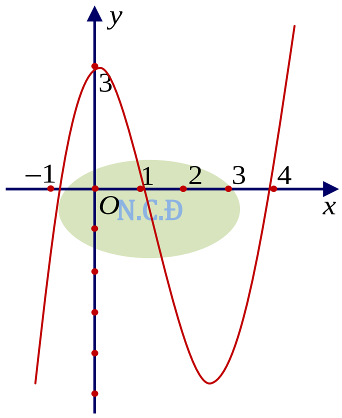
Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $\forall x\in\mathbb{R}$, hàm số $f'(x)=x^3+ax^2+bx+c$ Có đồ thị (như hình vẽ)



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left[f'(x)\right]$ là

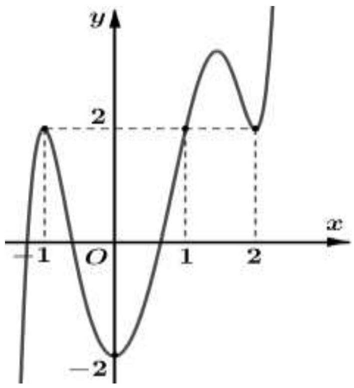
A. 7. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đặt $g(x)=3f\left(f(x)\right)+4$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)$?



A. 2. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

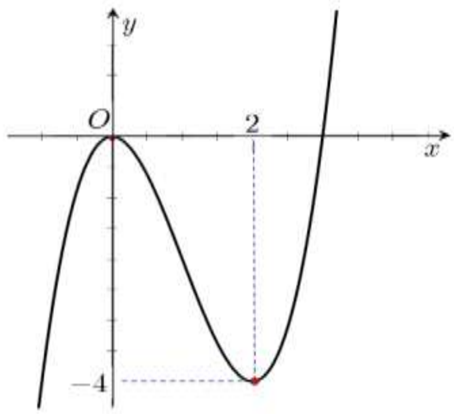
Câu 26. Cho hàm số $y=f'(x-1)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=\pi^{2f(x)-4x}$ đạt cực tiểu tại điểm nào?

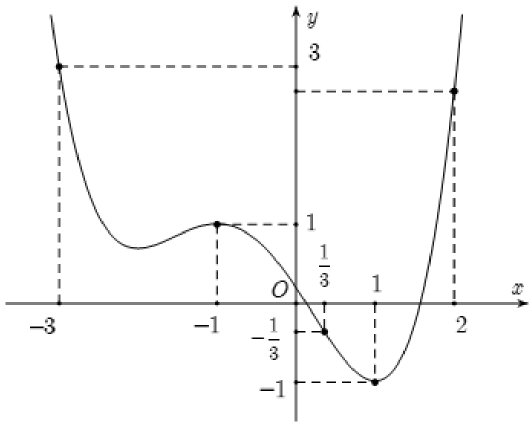
A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|2f(x)+5\right|+3$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=2f\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)+\dfrac{(5\sin x-1)^2}{4}+3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0;2\pi)$?



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x^2(x-1)^3(x^2-2mx+m+6)$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Vậy $m\in[-2;3]\cup\{7\}$, mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2;3;7\}$.

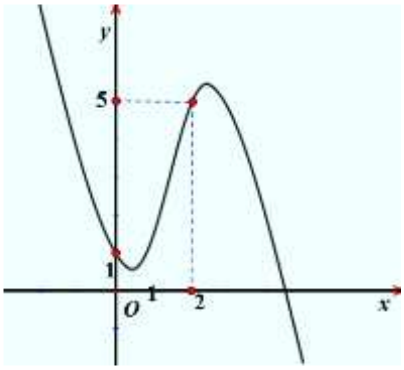
Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=2(f(x))^3+4(f(x))^2+1$ là

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

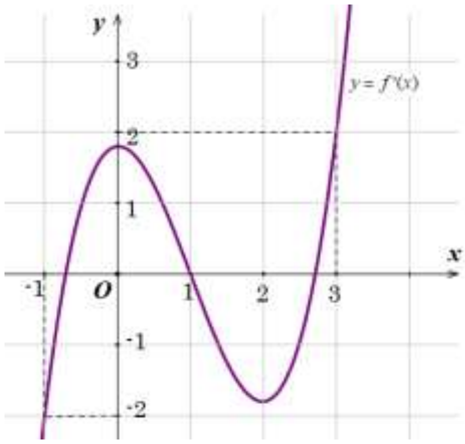
A. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2019$ đạt cực đại tại $x = 0$.

B. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2019$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2019$ không có cực trị.

D. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2019$ không có cực trị tại $x = 0$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây **đúng ?**

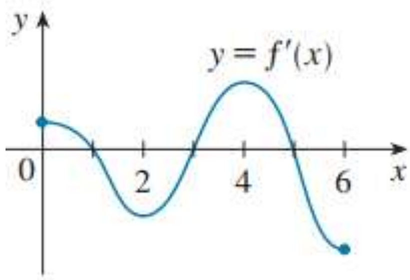
A. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

B. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

D. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0;6]$ được cho bởi hình bên dưới. Hỏi hàm số $y = [f(x)]^2 + 2019$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị trên đoạn $[0;6]$.



A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

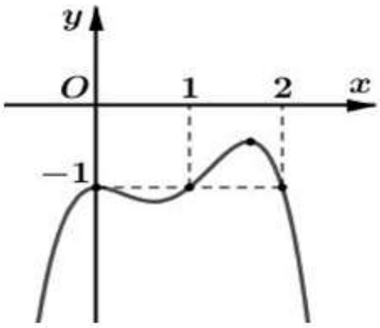
x	$-\infty$		-2		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Xét hàm số $y=g(x)=f\left(|x-4|\right)+2018^{2019}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.

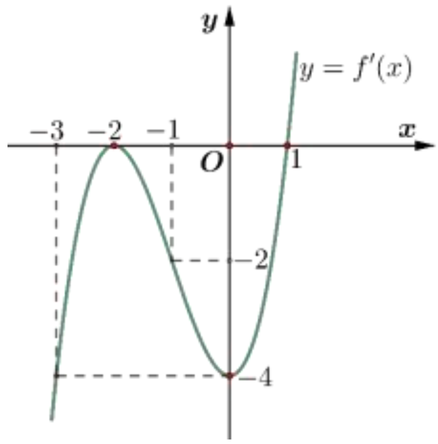
Hàm số $g(x)=f(x)+x$ đạt cực tiểu tại điểm.



A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** không có điểm cực tiểu. **D.** $x=0$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong

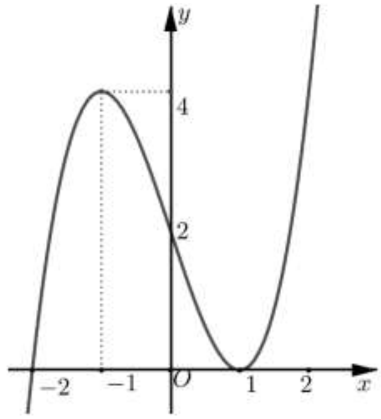
hình vẽ dưới đây



Số điểm cực đại của hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x\right)$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

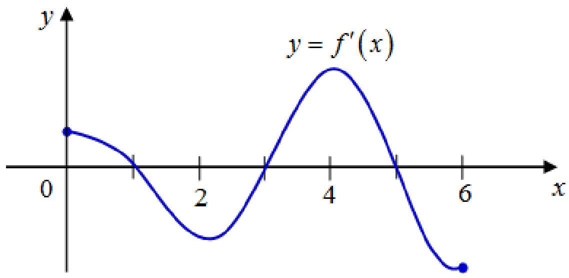
Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2|x|\right)$ là

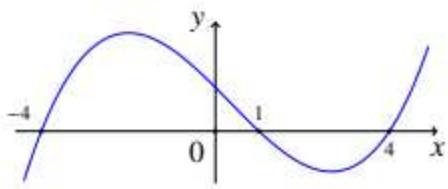
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left[0;6\right]$. Đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;6\right]$ được cho bởi hình bên dưới. Hỏi hàm số $y=\left[f\left(x\right)\right]^2$ có tối đa bao nhiêu cực trị?



A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Biết rằng hàm số $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f\left(2x-x^2\right)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

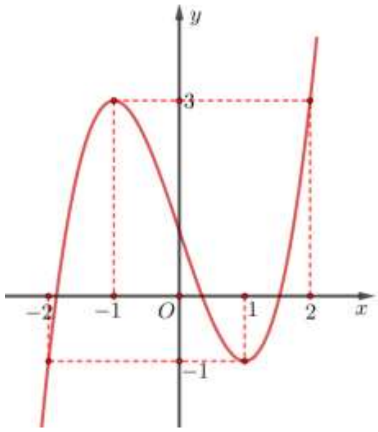
Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(-x+3)$ đạt cực đại tại

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f(x)$		↗	1	↘	-2	↗	1	↘	

A. $x=-1$ **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=3$.

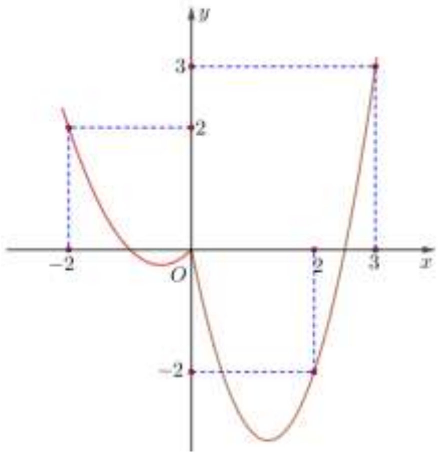
Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$

có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



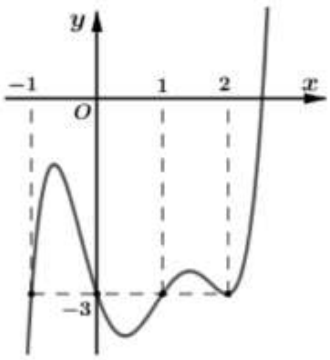
A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|f(x)+\frac{1}{2}x^2-f(0)\right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2;3)$?



A. 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 43. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0)<0$ và đồ thị hình bên dưới là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x)=|f(x)+3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

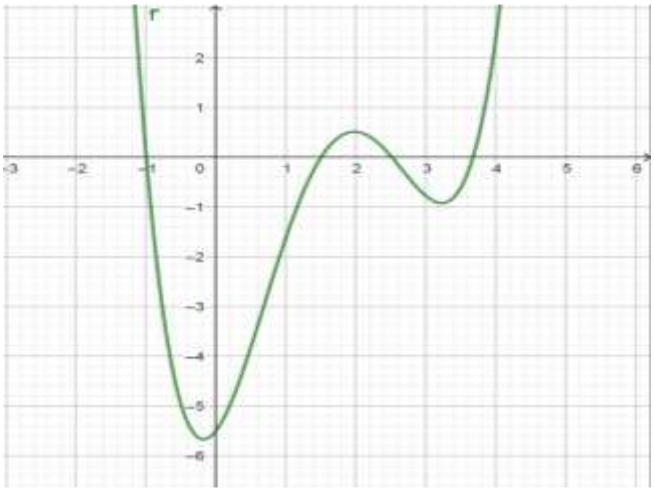
Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$ ↘		-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=2f^3(x)+4f^2(x)+1$ là

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.

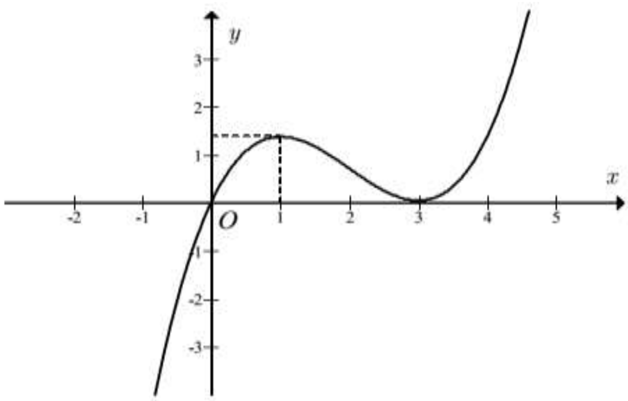
Câu 45. Cho hàm số đa thức $f(x)=mx^5+nx^4+px^3+qx^2+hx+r$, $(m,n,p,q,h,r\in\mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ (như hình vẽ bên dưới) cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là $-1;\ \frac{3}{2};\ \frac{5}{2};\ \frac{11}{3}$.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-(m+n+p+q+h+r)\right|$ là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

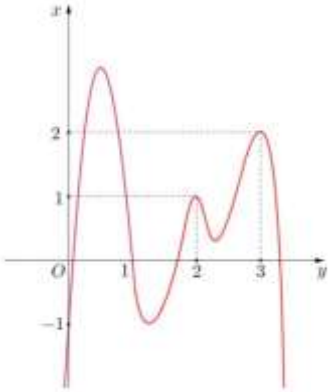
Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-100;100]$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x+2)+4f(x+2)+3m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

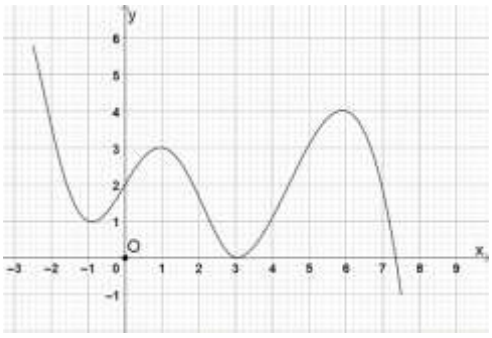
A. 5047. **B.** 5049. **C.** 5050. **D.** 5043.

Câu 47. Cho $f(x)$ là một hàm đa thức và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|2f(x)-(x-1)^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị ?



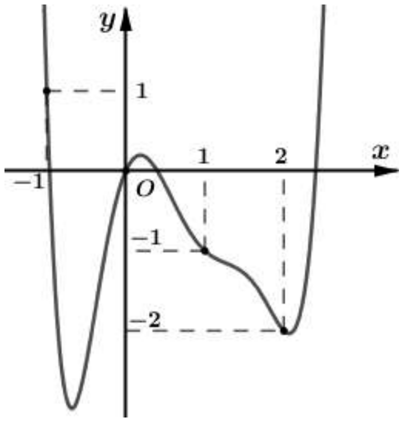
A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=2019^{f(f(x)-1)}$.



A. 13. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực tiểu của hàm số $g\left(x\right)=2f\left(x+2\right)+\left(x+1\right)\left(x+3\right)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=3$

A. $y(3)=2$. **B.** $y(3)=11$.
C. $y(3)=0$. **D.** $y(3)=-3$

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm $y'=3ax^2+2bx+c$

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \\ y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \\ c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases}$

$\Rightarrow y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y(3)=2$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $M(0;-1)$. **B.** $Q(-1;10)$. **C.** $P(1;0)$. **D.** $N(1;-10)$.

Lời giải

Chọn D

N.C.Đ

Cách 1: Xét hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2-9x+1$, $f'(x)=3x^2-6x-9$.

Ta có $f(x)=\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}\right).f'(x)-8x-2$.

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị A và B nên $f'(x_A)=f'(x_B)=0$.

Suy ra $\begin{cases} y_A=f(x_A)=-8x_A-2 \\ y_B=f(x_B)=-8x_B-2 \end{cases}$

Do đó phương trình đường thẳng AB là $y=-8x-2$.

Khi đó ta có $N(1;-10)$ thuộc đường thẳng AB. Chọn D

Cách 2: Xét hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2-9x+1$, $f'(x)=3x^2-6x-9$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(3;-26)$ và $B(-1;6)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-4;32)$ cùng phương với $\vec{u}(-1;8)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua $B(-1;6)$ và nhận $\vec{u}(-1;8)$ làm vecto chỉ phương là $\begin{cases} x=-1-t \\ y=6+8t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Khi đó ta có $N(1;-10)$ thuộc đường thẳng AB. Chọn D

Câu 3. Hàm số $f(x)=C_{2019}^0+C_{2019}^1x+C_{2019}^2x^2+...+C_{2019}^{2019}x^{2019}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2018. **C.** 1. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=C_{2019}^{0}+C_{2019}^{1}x+C_{2019}^{2}x^{2}+...+C_{2019}^{2019}x^{2019}=(1+x)^{2019}$

$\Rightarrow f'(x)=2019.(1+x)^{2018}$

$\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$

Vì $x=-1$ là nghiệm bội chẵn nên $x=-1$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=1+C_{10}^{1}x+C_{10}^{2}x^{2}+...+C_{10}^{10}x^{10}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

A. 10. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng khai triển nhị thức Niu tơn, ta có:

$$f(x)=1+C_{10}^{1}x+C_{10}^{2}x^{2}+...+C_{10}^{10}x^{10}=(1+x)^{10}$$

$$\Rightarrow f'(x)=10(1+x)^{9}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có duy nhất một điểm cực trị $x=-1$.

Câu 5. Giá trị cực đại của hàm số $y=x+\sin 2x$ trên $(0;\pi)$ là:

A. $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=1+2\cos 2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow \cos 2x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Xét trên $(0;\pi)$ ta có $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\frac{2\pi}{3}$.

Ta có $y''=-4\sin 2x$.

$y''\left(\frac{\pi}{3}\right)=-2\sqrt{3}<0$ nên $x=\frac{\pi}{3}$ là điểm cực đại.

$y''\left(\frac{2\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}>0$ nên $x=\frac{2\pi}{3}$ là điểm cực tiểu.

Vậy giá trị cực đại là $y\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^{4}-2x^{2}+4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng

A. $\sqrt{2}+1$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}-1$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có $y'=4x^3-4x$. Khi đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+4$ có ba điểm cực trị là $A(0;4)$, $B(1;3)$ và $C(-1;3)$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, ta có $BC.\overrightarrow{IA}+AC.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Mà $AB=AC=\sqrt{2}$ và $BC=2$ nên suy ra $I\left(0;\dfrac{4+3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}\right)$.

Phương trình đường thẳng BC là $y=3$.

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r=d(I,BC)=\sqrt{2}-1$.

Cách 2:

Áp dụng công thức tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC ta có:

$$r=\frac{S_{ABC}}{p}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}=\sqrt{2}-1$$

trong đó $a=BC=2$; $b=c=AB=AC=\sqrt{2}$; $p=\dfrac{a+b+c}{2}$

Cách 3:

Áp dụng công thức tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC ta có:

$$r=(p-a)\tan\frac{A}{2}=\sqrt{2}-1 \text{ với } \cos A=\frac{(-2)^3+8.1}{(-2)^3-8-1}=0 \Rightarrow A=90^0.$$

Câu 7. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác, gọi là ΔABC. Tính diện tích ΔABC.

A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=\dfrac{1}{2}$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3-4x; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;1)$, $B(-1;0)$, $C(1;0)$

$$\overrightarrow{AB}=(-1;-1);\overrightarrow{AC}=(1;-1) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \\ AB=AC=\sqrt{2} \end{array}\right..$$

Suy ra ΔABC vuông cân tại A do đó $S=\dfrac{1}{2}AB.AC=1$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Do hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f'(x) = 0$ có ba nghiệm (đơn hoặc bội lẻ) là $x = -2; x = -1; x = 0$.

Đặt $g(x) = f(x^2 - 2x) \Rightarrow g'(x) = (2x-2).f'(x^2-2x)$. Vì $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g'(x)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$. Do đó những điểm $g'(x)$ có thể đổi dấu thuộc tập các điểm thỏa mãn

$$\left[\begin{array}{l} 2x-2=0 \\ x^2-2x=-2 \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

. Ba nghiệm trên đều là nghiệm đơn hoặc bội lẻ nên hàm số $g(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = x^2(x-1)e^{3x}$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Số điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)$ có TXĐ là $\mathbb{R}$, có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$ $\Rightarrow F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $F'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x-1)e^{3x} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu $F'(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$F'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng trên, ta thấy hàm số $F(x)$ có một điểm cực trị.

Câu 10. Số điểm cực trị của hàm số $y = \left|\sin x - \frac{x}{4}\right|$, $x \in (-\pi; \pi)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = \sin x - \frac{x}{4}$ với $x \in (-\pi; \pi)$.

Ta có $f'(x) = \cos x - \frac{1}{4}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \\ x = x_2 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{array}\right.$.

$$f(x_1) = \sin x_1 - \frac{x_1}{4} = -\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{x_1}{4} < -\frac{\sqrt{15}}{4} + \frac{\pi}{8} < 0.$$

$f\left(x_2\right)=\sin x_2-\dfrac{x_2}{4}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}-\dfrac{x_2}{4}>\dfrac{\sqrt{15}}{4}-\dfrac{\pi}{8}>0$.

BBT

x	$-\pi$		x_1		x_2		π
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$\dfrac{\pi}{4}$	↘	$f\left(x_1\right)$	↗	$f\left(x_2\right)$	↘	$\dfrac{-\pi}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có hai điểm cực trị và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại

ba điểm phân biệt khác x_1,x_2. Suy ra hàm số $y=\left|\sin x-\dfrac{x}{4}\right|$, với $x\in\left(-\pi;\pi\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 11. Biết phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0\ \left(a\neq 0\right)$ có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

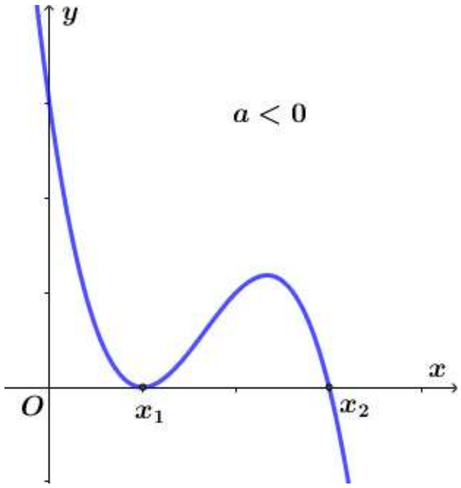
Lời giải

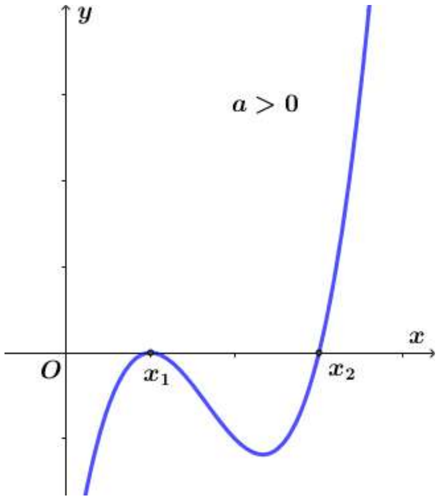
Chọn D

Phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$, $a\neq 0$ là sự tương giao của đồ thị hàm số $ax^3+bx^2+cx+d=0$, $a\neq 0$ và trục hoành.

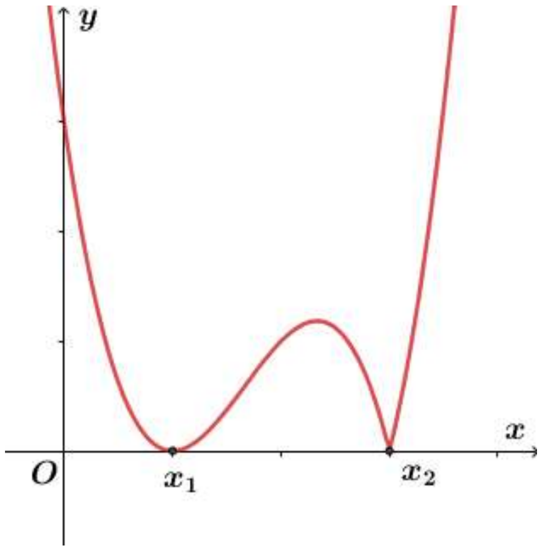
Do phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$, $a\neq 0$ có đúng hai nghiệm thực nên phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ có thể viết dưới dạng $a\left(x-x_1\right)^2\left(x-x_2\right)=0$ với x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình (giả sử $x_1<x_2$). Khi đó đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ tiếp xúc trục hoành tại điểm có hoành độ x_1 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ x_2.

Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ ứng với từng trường hợp $a>0$ và $a<0$:





Đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|\ (a\neq 0)$ tương ứng là



Vậy đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|\ (a\neq 0)$ có tất cả 3 điểm cực trị.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(-2x^2+4x)$ là.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị $f(x)$, ta thấy hàm số có hai điểm cực trị $x=-2; x=0$ vì vậy $f'(x)=3ax^2+2bx+c$ có hai nghiệm $x=-2; x=0$ nên $f'(x)=3a(x+2)x$.

Ta có :

$y'=\left[f(-2x^2+4x)\right]'=(-4x+4)f'(-2x^2+2x)=(-4x+4)(-2x^2+4x)$.

$=3a(-4x+4)(-2x^2+4x)(-2x^2+4x+2)$

$\Leftrightarrow y'=-48ax(x-2)(x-1)(x^2-2x-1)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=1+\sqrt{2} \\ x=1-\sqrt{2} \end{array}\right.$ và dấu của y' đổi khi x qua mỗi nghiệm trên. Vậy hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Câu 13. Biết rằng đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{1}{x}$ có ba điểm cực trị thuộc một đường tròn (C). Bán kính của (C) gần đúng với giá trị nào dưới đây?

A. $12,4$. **B.** $6,4$. **C.** $4,4$. **D.** 27.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

$y'=x-3+\frac{1}{x^2}=\frac{x^3-3x^2+1}{x^2}$

$y'=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \approx 2,8794 \\ x_2 \approx 0,6527 \\ x_3 \approx -0,5321 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Tọa độ các điểm cực trị: $A\approx(2,879;-4,84), B\approx(0,653;-3,277), C\approx(-0,532;3,617)$.

Gọi $(C): x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (1) là đường tròn đi qua ba điểm cực trị.

Thay tọa độ ba điểm A,B,C vào (1) ta được hệ phương trình 3 ẩn sau:

$\begin{cases} 5,758a-9,68b-c \approx 31,71 \\ 1,306a-6,554b-c \approx 11,17 \\ -1,064a+7,234b-c \approx 13,37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \approx 5,374 \\ b \approx 1,0833 \\ c \approx -11,25 \end{cases}$

$\Rightarrow R \approx \sqrt{a^2+b^2-c} \approx \sqrt{41,3} \approx 6,4 \Rightarrow$ Chọn B

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)(x^2-1)+2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y=f'(x)-x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=-x^3+3x^2+3x-3 \Rightarrow y'=f''(x)-2x=-3x^2+4x+3$.

$y'=0 \Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{13}}{3}$;

$y''=-6x+4$; $y''\left(\frac{2+\sqrt{13}}{3}\right)=-2\sqrt{13}<0$; $y''\left(\frac{2-\sqrt{13}}{3}\right)=2\sqrt{13}>0$

Suy ra hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$, $c>2018$ và $a+b+c<2018$. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-2018|$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

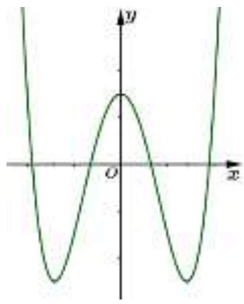
Chọn D

Xét hàm số $g(x)=f(x)-2018=ax^4+bx^2+c-2018$.

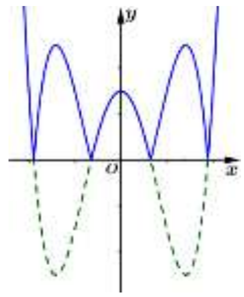
Ta có $\begin{cases} a>0 \\ c>2018 \\ a+b+c<2018 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ b<0 \\ c>2018 \end{cases} \Rightarrow a.b<0 \Rightarrow$ hàm số $y=g(x)$ là hàm trùng phương có 3 điểm cực trị.

Mà $g(0)=c-2018 \Rightarrow g(0)>0$, $g(1)=a+b+c-2018<0 \Rightarrow g(x_{CT})\le g(1)<0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có dáng điệu như sau



Từ đồ thị $y=g(x)$, ta giữ nguyên phần phía trên trục Ox, phần dưới trục Ox ta lấy đối xứng qua trục Ox, ta được đồ thị hàm số $y=|g(x)|$.



Từ đó ta nhận thấy đồ thị $y=|g(x)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 16. Hàm số $f(x)=\left|\dfrac{x}{x^2+1}-m\right|$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x}{x^2+1}-m$, TXĐ: $\mathbb{R}$.

GIÁO VIÊN TRƯỜNG THPT ĐẦM DƠI

NGUYỄN CÔNG ĐỊNH

Ta có $g'(x)=\dfrac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↘		↗		↘	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=g(x)$ luôn có hai điểm cực trị.

Xét phương trình $g(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{x^2+1}-m=0 \Leftrightarrow mx^2-x+m=0$, phương trình này có nhiều nhất hai nghiệm.

Vậy hàm số $f(x)$ có nhiều nhất bốn điểm cực trị.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-1\right)(x-4)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

N.C.Đ

Chọn B

Từ giả thiết, ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Ta có $g(x)=f(3-x) \Rightarrow g'(x)=-f'(3-x)$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có

$$g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(3-x)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x\le -1 \\ 1\le 3-x\le 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 4 \\ -1\le x\le 2 \end{array}\right..$$

Như thế ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên, ta nhận thấy hàm số $g(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=3f(-x^4+4x^2-6)+2x^6-3x^4-12x^2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Có $y'=-(12x^3-24x).f'(-x^4+4x^2-6)+12x^5-12x^3-24x$

$=-12x(x^2-2).f'(-x^4+4x^2-6)+12x\left(x^4-x^2-2\right)$

$=-12x(x^2-2).\left(f'(-x^4+4x^2-6)-\left(x^2+1\right)\right)$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ f'(-x^4+4x^2-6)-(x^2+1)=0\\ x^2-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ x=\pm\sqrt{2}\\ f'(-x^4+4x^2-6)=x^2+1\end{cases}$.

Ta có $-x^4+4x^2-6=-(x^2-2)^2-2\le -2,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó $f'(-x^4+4x^2-6)\le f'(-2)=0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Mà $x^2+1\ge 1,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó phương trình $f'(-x^4+4x^2-6)=x^2+1$ vô nghiệm.

Hàm số $y=3f(-x^4+4x^2-6)+2x^6-3x^4-12x^2$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=3f(-x^4+4x^2-6)+2x^6-3x^4-12x^2$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1 || -1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)|$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Gọi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $\left(C\right)$.

Đặt $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)\right|$ và gọi $\left(C'\right)$ là đồ thị của hàm số $y=g\left(x\right)$. Đồ thị $\left(C'\right)$ được suy ra từ đồ thị $\left(C\right)$ như sau:

+) Giữ nguyên phần đồ thị của $\left(C\right)$ phía trên Ox ta được phần I.

+) Với phần đồ thị của (C) phía dưới Ox ta lấy đối xứng qua Ox, ta được phần II.

Hợp của phần I và phần II ta được (C').

Từ cách suy ra đồ thị của (C') từ (C), kết hợp với bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = g(x) = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	a	-1	b	0	c	1	$+\infty$
$y = \|f(x)\|$	$+\infty$ ↘	0 ↗	2 ↘	0 ↗	1 ‖ 1 ↘	0 ↗	3 ↘	$+\infty$ … 2

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $g(x) = f(1-x) + \dfrac{x^3}{3} - x^2 - 3x$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x = -1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Chọn B

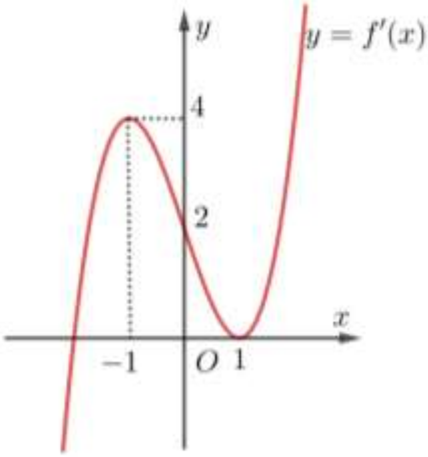
Ta có: $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2, x = 5$ và đạt cực đại tại $x = 2$, nên : $\begin{cases} f''(-2) > 0 \\ f''(2) < 0 \\ f''(5) > 0 \end{cases}$.

$+ \ g'(x) = -f'(1-x) + x^2 - 2x - 3 \Rightarrow \begin{cases} g'(-1) = -f'(2) + 0 = 0 \\ g'(3) = 0 \\ g'(2) = -f'(-1) - 3 < 0 \\ g'(-3) = -f'(4) + 12 > 0 \end{cases}$.

Mặt khác: $g''(x) = f''(1-x) + 2x - 2 \Rightarrow \begin{cases} g''(-1) = f''(2) - 4 < 0 \\ g''(3) = f''(-2) + 4 > 0 \end{cases}$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

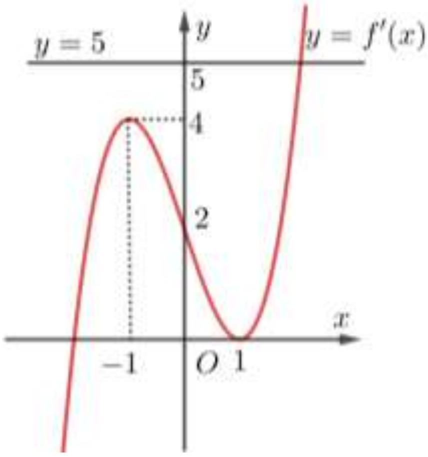
Lời giải

Chọn C

Ta có $y = f(x) - 5x$. Suy ra $y' = f'(x) - 5$.

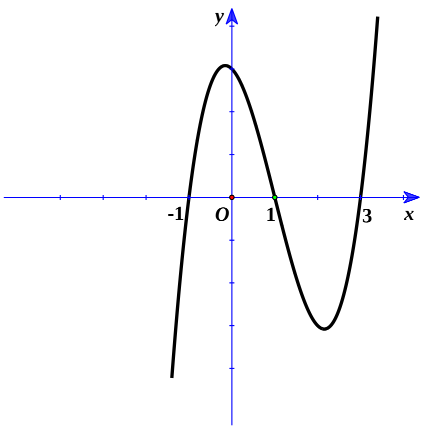
Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$.

Ta có $y' = f'(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 5$.



Dựa vào đồ thị ta có $y = f'(x)$ cắt đường thẳng $y = 5$ tại duy nhất một điểm. Suy ra số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là 1.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $f\left(\sqrt{x^2 + 2x + 2019}\right)$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-1)$	↗	$f(1)$	↘	$f(3)$	↗	$+\infty$

Xét hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+2x+2019}\right)$.

$$g'(x)=f'\left(\sqrt{x^2+2x+2019}\right).\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x+2019}}=f'\left(\sqrt{x^2+2x+2019}\right).\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2019}}.$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'\left(\sqrt{x^2+2x+2019}\right).\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2019}}=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(\sqrt{x^2+2x+2019}\right)=0 \\ \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2019}}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+2x+2019}=-1 \\ \sqrt{x^2+2x+2019}=1 \\ \sqrt{x^2+2x+2019}=3 \\ x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+2x+2019}=-1\,(vn) \\ x^2+2x+2018=0\,(vn) \\ x^2+2x+2010=0\,(vn) \\ x=-1 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow x=-1$.

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có: $x>3$ thì $f'(x)>0$.

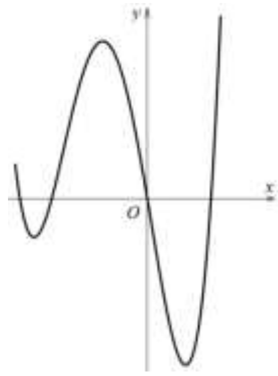
Mà $\sqrt{x^2+2x+2019} \ge \sqrt{2018}>3$ nên $f'\left(\sqrt{x^2+2x+2019}\right)>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗	

Vậy $g'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x=-1$. Số điểm cực trị của hàm số là 1.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=\left(\frac{1}{2018}\right)^{f(x)}-2019^{f(x)}$

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=g(x)=\left(\frac{1}{2018}\right)^{f(x)}-2019^{f(x)}$.

Ta có: $g'(x)=f'(x)\left(\frac{1}{2018}\right)^{f(x)}\ln\left(\frac{1}{2018}\right)-f'(x)2019^{f(x)}\ln 2019$

$=f'(x)\left[\left(\frac{1}{2018}\right)^{f(x)}\ln\left(\frac{1}{2018}\right)-2019^{f(x)}\ln 2019\right]$ (1)

Ta có: $\left[\left(\frac{1}{2018}\right)^{f(x)}\ln\left(\frac{1}{2018}\right)-2019^{f(x)}\ln 2019\right]<0;\forall x$ (2) .

Xét phương trình:

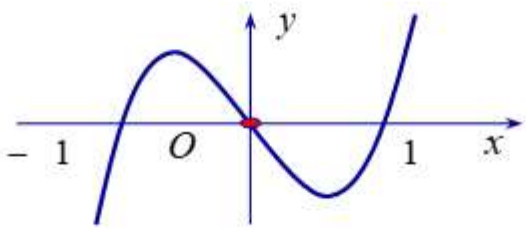
$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)\left[\left(\frac{1}{2018}\right)^{f(x)}\ln\left(\frac{1}{2018}\right)-2019^{f(x)}\ln 2019\right]=0\Leftrightarrow f'(x)=0$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Mà từ (1) và (2) ta thấy $g'(x)$ trái dấu với $f'(x)$.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $\forall x\in\mathbb{R}$, hàm số $f'(x)=x^3+ax^2+bx+c$ Có đồ thị (như hình vẽ)



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left[f'(x)\right]$ là

A. 7. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số $f'(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua các điểm $O(0;0); A(-1;0); B(1;0)$. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c=0 \\ a+b=-1 \\ a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-1 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=x^3-x \Rightarrow f''(x)=3x^2-1.$$

Đặt: $g(x)=f\left(f'(x)\right)$

Ta có: $g'(x)=\left(f\left[f'(x)\right]\right)'=f'\left[f'(x)\right].f''(x)=\left[\left(x^3-x\right)^3-\left(x^3-x\right)\right]\left(3x^2-1\right)$

$$=x(x-1)(x+1)\left(x^3-x-1\right)\left(x^3-x+1\right)\left(3x^2-1\right)$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \\ x^3-x-1=0 \\ x^3-x+1=0 \\ 3x^2-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \\ x=a\,(\approx 0,76) \\ x=b\,(b\approx -1,32) \\ x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:

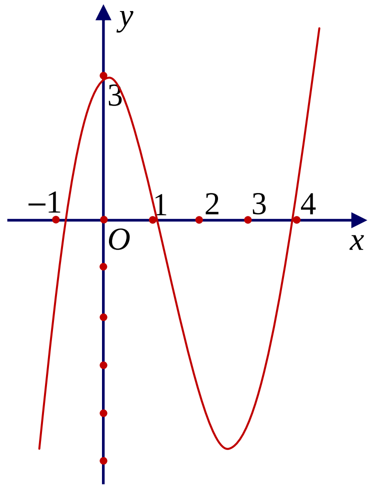
x	$-\infty$		b		-1		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		a		1		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↘		↗		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

* *Cách xét dấu* $g'(x)$: chọn $x=2\in(1;+\infty)$ ta có: $g'(2)>0 \Rightarrow g'(x)>0\ \forall x\in(1;+\infty)$, từ đó suy ra dấu của $g'(x)$ trên các khoảng còn lại.

Dựa vào BBT suy ra hàm số có 7 điểm cực trị.

*** Trắc nghiệm:** Số điểm cực trị bằng số nghiệm đơn (nghiệm bội lẻ) của phương trình đa thức $g'(x)=0$. PT $g'(x)=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

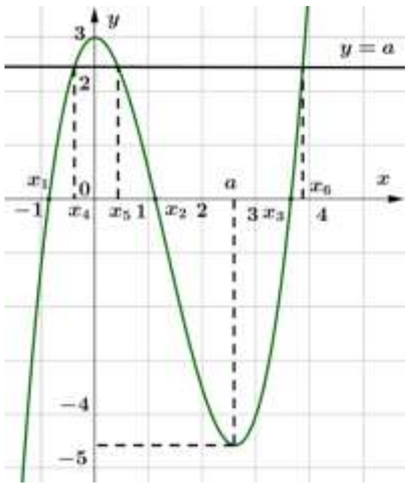
Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đặt $g(x)=3f\left(f(x)\right)+4$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)$?



A. 2 . **B.** 8 . **C.** 10 . **D.** 6 .

Lời giải

Chọn B



$g'(x)=3f'(f(x)).f'(x)$.

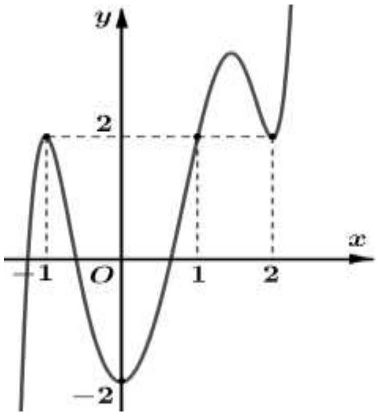
$$g'(x)=0\Leftrightarrow 3f'(f(x)).f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(f(x))=0\\ f'(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\ f(x)=a\\ x=0\\ x=a\end{array}\right.,\ (2<a<3).$$

$f(x)=0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2, x_3 khác 0 và a.

Vì $2<a<3$ nên $f(x)=a$ có 3 nghiệm đơn phân biệt x_4, x_5, x_6 khác x_1, x_2, x_3, 0, a.

Suy ra $g'(x)=0$ có 8 nghiệm đơn phân biệt. Do đó hàm số $g(x)=3f(f(x))+4$ có 8 điểm cực trị.

Câu 26. Cho hàm số $y=f'(x-1)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=\pi^{2f(x)-4x}$ đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

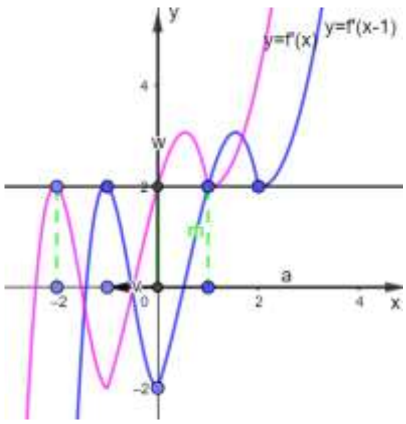
Lời giải:

Chọn B

Ta có: $y'=\left[2f'(x)-4\right]\pi^{2f(x)-4x}\ln\pi$.

$y'=0\Leftrightarrow 2f'(x)-4=0\Leftrightarrow f'(x)=2$.

Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nhận được từ việc tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f'(x-1)$ sang trái 1 đơn vị



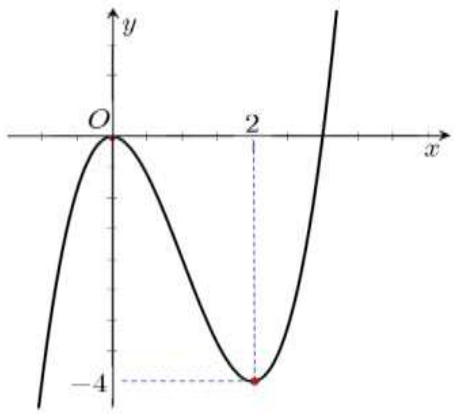
nên $f'(x)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Do $x=-2$ và $x=1$ là nghiệm bội chẵn nên ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|2f(x)+5\right|+3$ là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\left|2f(x)+5\right|+3=\sqrt{\left(2f(x)+5\right)^2}+3$. Khi đó $y'=\dfrac{2\left(2f(x)+5\right)f'(x)}{\sqrt{\left(2f(x)+5\right)^2}}$.

Xét $f'(x)=0$ dựa vào đồ thị có hai nghiệm $x=0;\ x=2$.

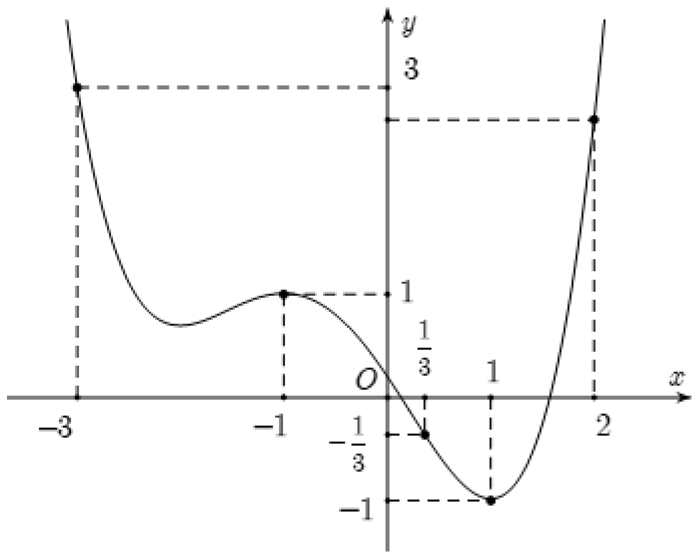
Xét $2f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-5}{2}$ dựa vào đồ thị có ba nghiệm $x_1,\ x_2,\ x_3$ thỏa mãn $x_1<0<x_2<2<x_3$.

Khi đó hàm số $y=\left|2f(x)+5\right|+3$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		2		x_3		$+\infty$
y'		-	‖	+	0	-	‖	+	0	-	‖	+	
y		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Do đó hàm số $y=\left|2f(x)+5\right|+3$ có 5 điểm cực trị.

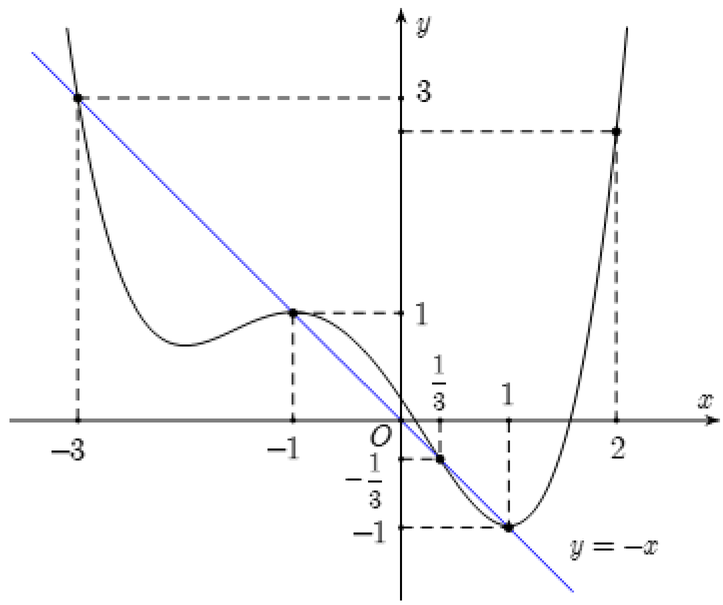
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=2f\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)+\dfrac{(5\sin x-1)^2}{4}+3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0;2\pi)$?



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g\left(x\right)=2f\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)^2+3$

$$g'\left(x\right)=\frac{5\cos x}{2}\left[2f'\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\2f'\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)=0\end{array}\right.$$

Đặt $t=\frac{5\sin x-1}{2}$ vì $x\in\left(0;2\pi\right)\Rightarrow t\in\left[-3;2\right]$

Khi đó : $2f'\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)=0$ thành $f'\left(t\right)=-t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=\frac{1}{3}\\t=-1\\t=-3\end{array}\right.$

- Với $t=1 \Rightarrow \dfrac{5\sin x-1}{2}=1 \Leftrightarrow \sin x=\dfrac{3}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha_1 \in (0;2\pi) \\ x=\alpha_2 \in (0;2\pi) \end{array}\right.$.
- Với $t=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{5\sin x-1}{2}=\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \sin x=\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha_3 \in (0;2\pi) \\ x=\alpha_4 \in (0;2\pi) \end{array}\right.$.
- Với $t=-1 \Rightarrow \dfrac{5\sin x-1}{2}=-1 \Leftrightarrow \sin x=-\dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha_5 \in (0;2\pi) \\ x=\alpha_6 \in (0;2\pi) \end{array}\right.$.
- Với $t=-3 \Rightarrow \dfrac{5\sin x-1}{2}=-3 \Leftrightarrow \sin x=-1 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\pi}{2} \in (0;2\pi)$.
- $\cos x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2} \in (0;2\pi) \\ x=\dfrac{3\pi}{2} \in (0;2\pi) \end{array}\right.$.

Vì $x=\dfrac{3\pi}{2}$ là nghiệm kép nên không là điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 7 điểm cực trị trên khoảng $(0;2\pi)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x^2(x-1)^3(x^2-2mx+m+6)$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

N.C.Đ

Lời giải

Chọn A

Cho $f'(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ g(x)=x^2-2mx+m+6=0 \end{array}\right.$.

Trong đó $x=0$ là nghiệm bội chẵn và $x=1$ là nghiệm bội lẻ.

Hàm số đã có một cực trị khi và chỉ khi $f'(x)$ đổi dấu một lần khi và chỉ khi $f'(x)=0$ có một nghiệm bội lẻ.

+ Trường hợp 1: Phương trình $g(x)=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép:

Khi đó: $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m^2-m-6 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le 3$.

+ Trường hợp 2: $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm $x_1=1$

Với $x_1=1$, ta có: $g(1)=1-2m+m+6=0 \Leftrightarrow m=7$.

Với $m=7 \Rightarrow g(x)=x^2-14x+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=13 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy $m \in [-2;3] \cup \{7\}$, mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;1;2;3;7\}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=2\left(f(x)\right)^3+4\left(f(x)\right)^2+1$ là

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm: $g'(x)=6f'(x)\left(f(x)\right)^2+8f'(x)f(x)$.

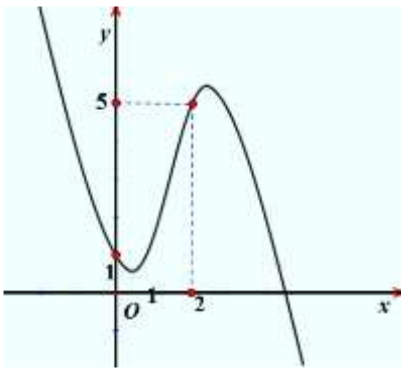
$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{-4}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \\ x=x_1<-1 \\ x=x_2>1 \\ x=x_3(-1>x_3>x_1) \\ x=x_4\left(-1<x_4<0\right) \\ x=x_5\left(0<x_5<1\right) \\ x=x_6\left(1<x_6<x_2\right)\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$ x_1 x_3 -1 x_4 0 x_5 1 x_6 x_2 $+\infty$
$g'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực tiểu.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ không có cực trị.

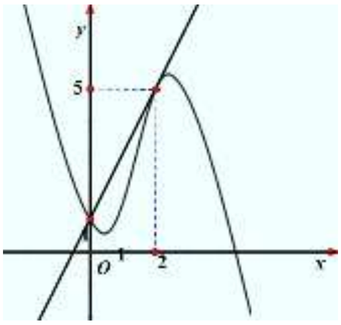
D. Hàm số $y=f(x)-x^2-x+2019$ không có cực trị tại $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = f'(x) - 2x - 1$.

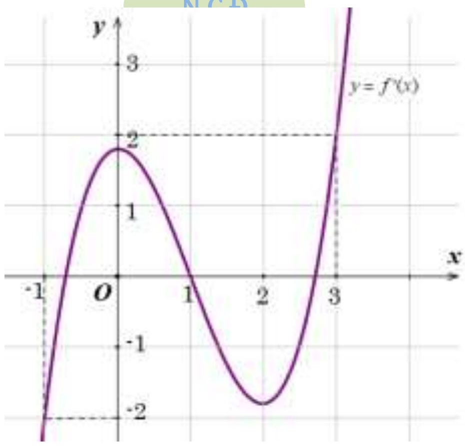
Cho $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x + 1 \; (1)$.



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ ta có thể nhận thấy phương trình (1) có ít nhất 2 nghiệm là $x = 0$ và $x = 2$.

Xét dấu $x = 1 \in (0;2)$, ta có $y'(1) = f'(1) - 5 < 0$ từ đó ta nhận định hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2019$ đạt cực đại tại $x = 0$. Ta chọn đáp án A.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây **đúng ?**

A. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

B. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

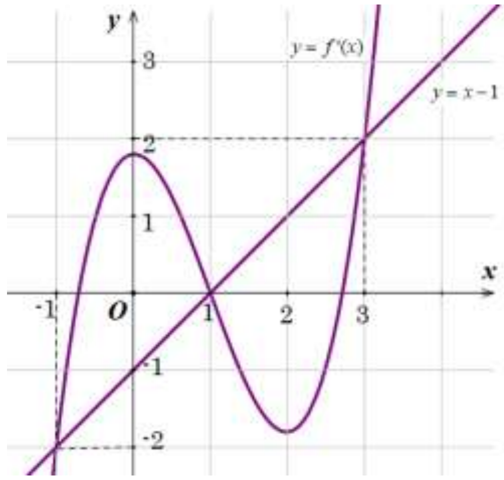
D. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = f'(x) - (x - 1)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$ đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x - 1$.



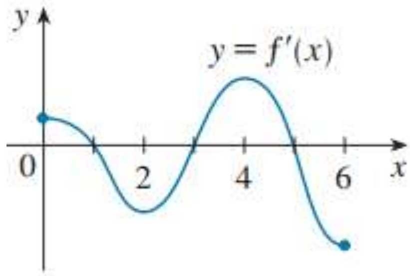
Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x-1$ ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1,\ x=1,\ x=3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	$g(-1)$	↗	$g(1)$	↘	$g(3)$	↗	

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[0;6]$ được cho bởi hình bên dưới. Hỏi hàm số $y=[f(x)]^2+2019$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị trên đoạn $[0;6]$.



A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=2f(x)f'(x);\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f'(x)=0 \end{array}\right.$.

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[0;6]$ suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;6]$:

x	0		1		3		5		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘		↗		↘	$y=0$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x)=0$ có tối đa 4 nghiệm phân biệt trong $[0;6]$ là $x_1\in(0;1)$, $x_2\in(1;3)$, $x_3\in(3;5)$, $x_4\in(5;6)$.

Vậy hàm số $y=\left[f(x)\right]^2+2019$ có tối đa 7 điểm cực trị trên đoạn $[0;6]$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Xét hàm số $y=g(x)=f\left(|x-4|\right)+2018^{2019}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.

Khi đó hàm số $y=f(x-4)$ có đồ thị (C') với (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến sang phải 4 đơn vị.

Từ bảng biến thiên của hàm $y=f(x)$ suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=f(x-4)$ là :

x	$-\infty$		2		3		7		9		$+\infty$
$y=f(x-4)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(|x-4|\right)$ là

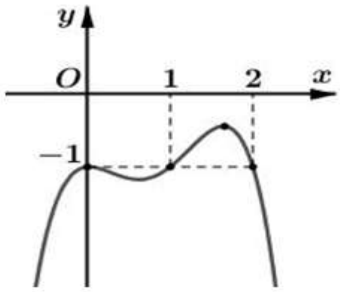
x	$-\infty$		-1		1		4		7		9		$+\infty$
$y=f\left(\lvert x-4\rvert\right)$		↗		↘		↗		↘		↗		↘	

Vậy hàm số $y=f\left(|x-4|\right)$ cho có 5 cực trị.

Do đó hàm số $y=g(x)=f\left(|x-4|\right)+2018^{2019}$ có 5 cực trị.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $g(x)=f(x)+x$ đạt cực tiểu tại điểm.



A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** không có điểm cực tiểu. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=f'(x)+1$. Khi đó $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-1$ (1).

Nghiệm của (1) là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=-1$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta thấy đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=-1$ có

ba điểm chung có hoành độ là $0;1;2$. Do đó $f'(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Trên $(-\infty;1)$ đường thẳng $y=-1$ tiếp xúc hoặc nằm trên đồ thị hàm số $y=f'(x)$.

Trên $(1;2)$ đường thẳng $y=-1$ nằm dưới đồ thị hàm số $y=f'(x)$.

Trên $(2;+\infty)$ đường thẳng $y=-1$ nằm trên đồ thị hàm số $y=f'(x)$.

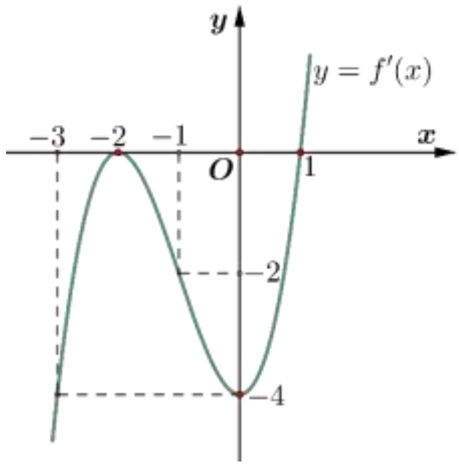
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	↘				$g(1)$	↗	$g(2)$	↘	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong

hình vẽ dưới đây



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f\left(x^3 - 3x\right)$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x) = \left(3x^2 - 3\right) f'\left(x^3 - 3x\right)$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 3x^3 - 3 = 0 & (1) \\ f'\left(x^3 - 3x\right) = 0 & (2) \end{array}\right.$

(1) $\Leftrightarrow x = \pm 1$.

Dựa vào đồ thị đã cho thì (2) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 3x = -2 \\ x^3 - 3x = 1 \end{array}\right.$

Trong đó phương trình $x^3 - 3x = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

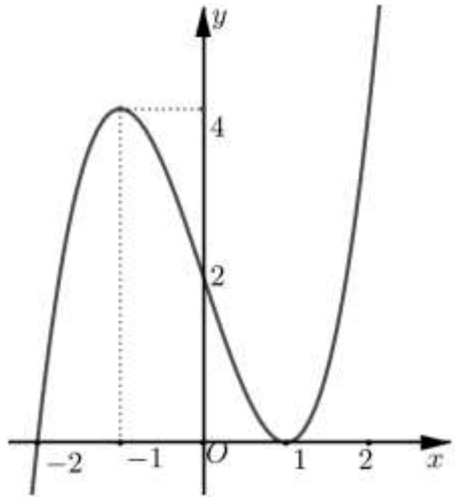
Còn phương trình: $x^3 - 3x = 1$ có 3 nghiệm phân biệt: $-2 < x_1 < -1$, $-1 < x_2 < 0$ và $1 < x_3 < 2$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-2		x_1		-1		x_2		1		x_3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực đại

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2 - 2|x|\right)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f\left(x^2 - 2x\right)$ có $\left[f\left(x^2 - 2x\right)\right]' = 2(x-1)f'\left(x^2 - 2x\right)$

Cho $\left[f\left(x^2 - 2x\right)\right]' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ f'\left(x^2 - 2x\right) = 0 \end{array}\right.$

Dựa theo đồ thị hàm số $f(x)$, ta thấy $f(x)$ có 2 cực trị tại $x = -1; x = 1$. Do đó

$$f'\left(x^2 - 2x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 \end{array}\right.$$

+ Với $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$ thì $0 < (x-1)^2 < 2 \Leftrightarrow -1 < x^2 - 2x < 1$. Khi đó, $f'\left(x^2 - 2x\right) < 0$ (theo đồ thị hàm số $f(x)$)

+ Với $x < 1 - \sqrt{2}$ hay $x > 1 + \sqrt{2}$ thì $(x-1)^2 > 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 1$. Khi đó, $f'\left(x^2 - 2x\right) > 0$ (theo đồ thị hàm số $f(x)$)

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $\left[f\left(x^2 - 2x\right)\right]'$

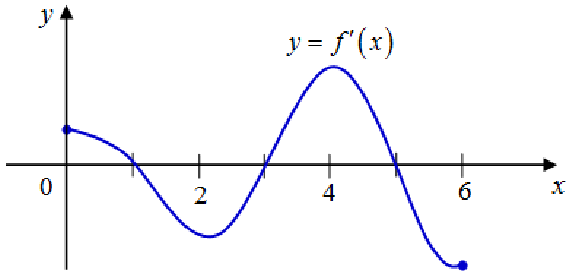
x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		1		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$\left[f\left(x^2-2x\right)\right]'$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f\left(x^2-2x\right)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Bảng biến thiên của $y = f\left(x^2 - 2|x|\right)$ như sau

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		-1		0		1		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$y = f\left(x^2-2\|x\|\right)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số $y = f\left(x^2 - 2|x|\right)$ có 5 cực trị.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[0;6]$ được cho bởi hình bên dưới. Hỏi hàm số $y=[f(x)]^2$ có tối đa bao nhiêu cực trị?



A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=[f(x)]^2 \Rightarrow y'=2f(x).f'(x)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f'(x)=0 \end{array}\right.$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x\in\{1;3;5\}$.

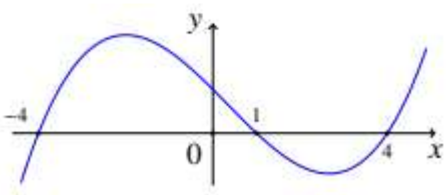
Dựa vào đồ thị hàm số của $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;6]$ là

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x)=0$ có tối đa bốn nghiệm phân biệt với $0<x_1<1<x_2<3<x_3<5<x_4<6$.

Do đó, phương trình $y'=0$ có tối đa 7 nghiệm phân biệt và đều là nghiệm đơn.

Vậy hàm số $y=[f(x)]^2$ có tối đa 7 cực trị.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f(2x-x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

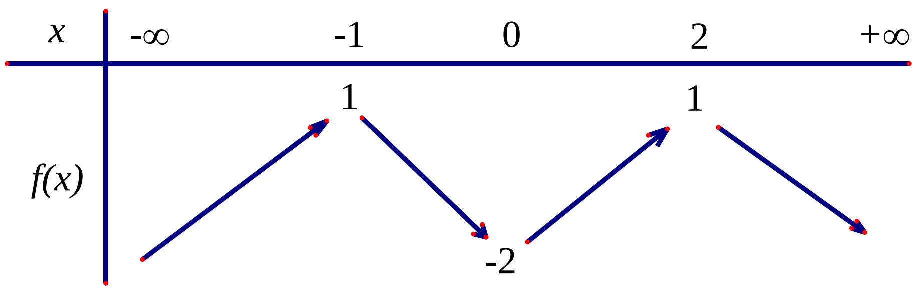
Ta có: $y'=(2-2x).f'(2x-x^2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ 2x-x^2=-4 \\ 2x-x^2=1 \\ 2x-x^2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1\pm\sqrt{5} \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		$1-\sqrt{5}$		1		$1+\sqrt{5}$		$+\infty$
$2-2x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f'(2x-x^2)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số có 1 cực đại.

Lưu ý: Ở bài toán này, vấn đề mấu chốt là chúng ta phải xét dấu được lượng $f'(2x-x^2)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(-x+3)$ đạt cực đại tại



A. $x=-1$ **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $-x+3=t$.

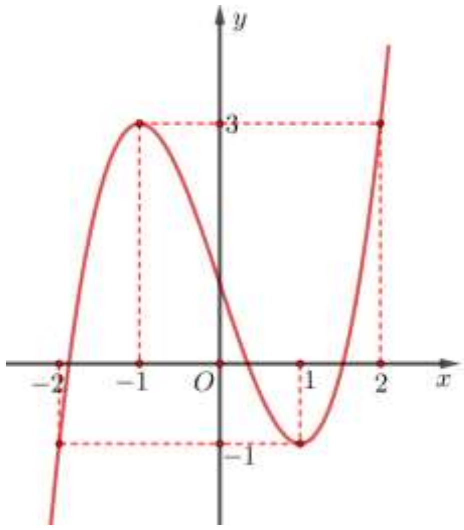
Ta thấy $\left[f(-x+3)\right]'=-f'(-x+3)=-f'(t)$ nên để hàm số $y=f(-x+3)$ đạt cực đại thì hàm số $y=f(t)$ phải đạt cực tiểu

Theo bảng biến thiên thì hàm số $y=f(t)$ đạt cực tiểu tại $t=0$

Suy ra hàm số $y=f(-x+3)$ đạt cực đại tại $-x+3=0$ hay $x=3$

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$

có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Gọi các nghiệm của phương trình $f(x)=0$ lần lượt là $x_1;x_2;x_3$ trong đó $x_1<0<x_2<1<x_3$.

$$y=\begin{cases} f(|x|) \text{ khi } f(|x|)\ge 0 \\ -f(|x|) \text{ khi } f(|x|)<0 \end{cases} = \begin{cases} f(x), \forall x\in(0;x_2)\cup(x_3;+\infty) \\ -f(x), \forall x\in(x_2;x_3) \\ f(-x), \forall x\in(-\infty;-x_3)\cup(-x_2;0) \\ -f(-x), \forall x\in(-x_3;-x_2) \end{cases}.$$

$$y'=\begin{cases} f'(x), \forall x\in(0;x_2)\cup(x_3;+\infty) \\ -f'(x), \forall x\in(x_2;x_3) \\ -f'(-x), \forall x\in(-\infty;-x_3)\cup(-x_2;0) \\ f'(-x), \forall x\in(-x_3;-x_2) \end{cases}$$

$y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

y' không xác định tại $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm x_2 \\ x=\pm x_3 \end{array}\right.$

Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ như sau:

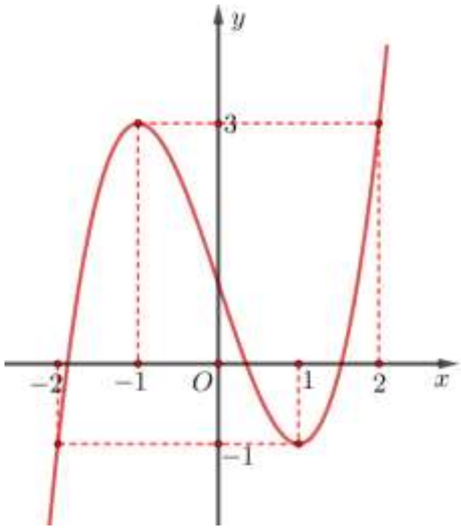
x	$-\infty$		$-x_3$		-1		$-x_2$		0		x_2		1		x_3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	‖	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	
y		↘		↗		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Nên hàm số có 7 cực trị.

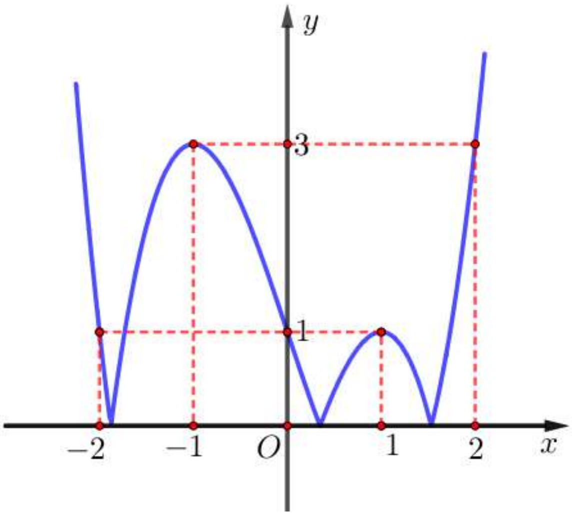
Cách 2:

Hàm số $y=f(x)$ có một cực trị dương là $x=1$ và phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm dương nên hàm số $y=f(|x|)$ có 3 cực trị và phương trình $f(|x|)=0$ có 4 nghiệm nên hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ có 7 cực trị.

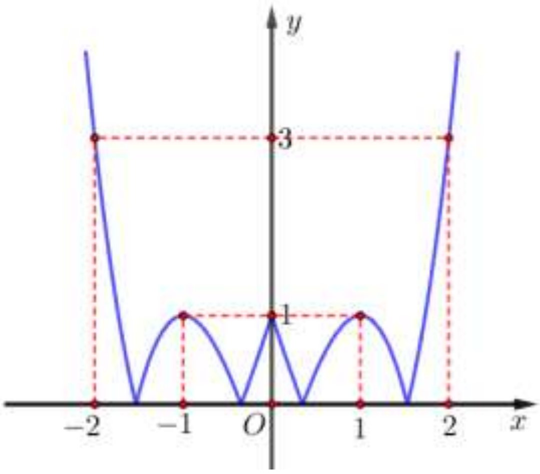
Cách khác: Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$



Ta có đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là:

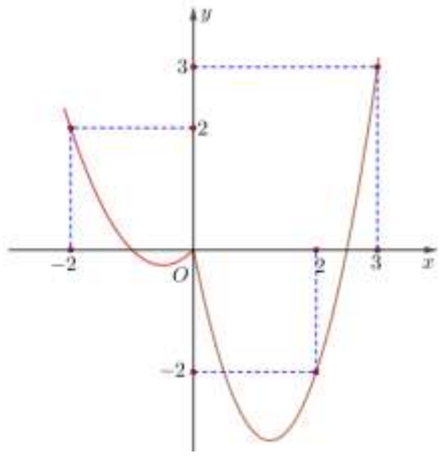


Và đồ thị hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ là:



Từ đồ thị suy ra hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 42. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)+\frac{1}{2}x^2-f\left(0\right)\right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $\left(-2;3\right)$?



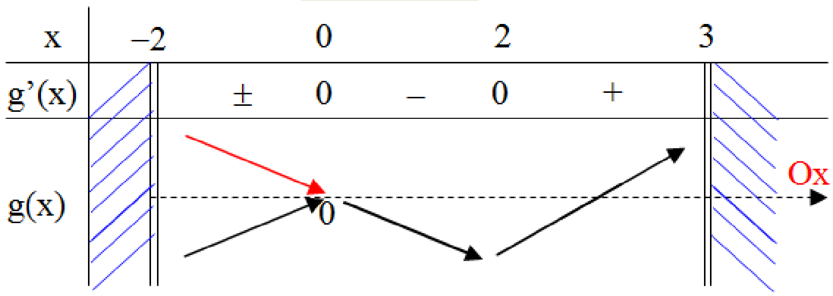
A. 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 5.

Bài giải

Đặt $g(x)=f(x)+\dfrac{x^2}{2}-f(0)$

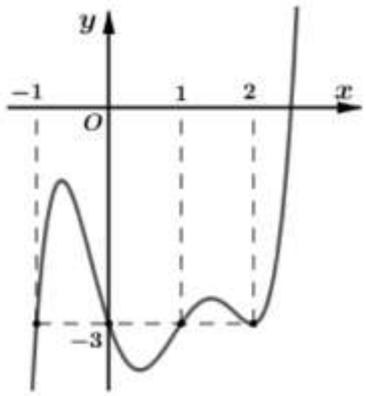
Ta có: $g'(x)=f'(x)+x$, $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2(L)\\x=0\\x=2\end{array}\right.$

(Nhận xét: $x=2$ là nghiệm bội lẻ, $x=0$ có thể nghiệm bội lẻ hoặc nghiệm bội chẵn tuy nhiên không ảnh hưởng đáp số bài toán)



Suy ra hàm số $y=|g(x)|$ có nhiều nhất 3 điểm cực trị trong khoảng $(-2;3)$

Câu 43. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0)<0$ và đồ thị hình bên dưới là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x)=|f(x)+3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x) = f(x) + 3x$, $x \in \mathbb{R}$.

$h'(x) = f'(x) + 3$, $x \in \mathbb{R}$.

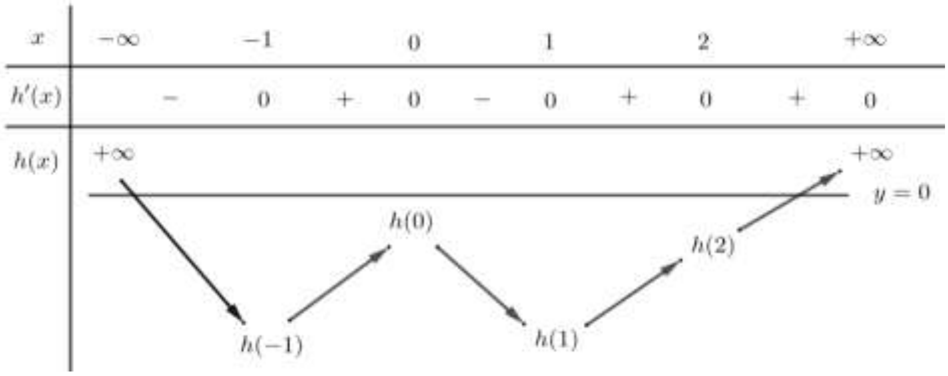
$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right. .$$

Với $x = 2$ là nghiệm kép vì qua nghiệm $x = 2$ thì $h'(x)$ không đổi dấu.

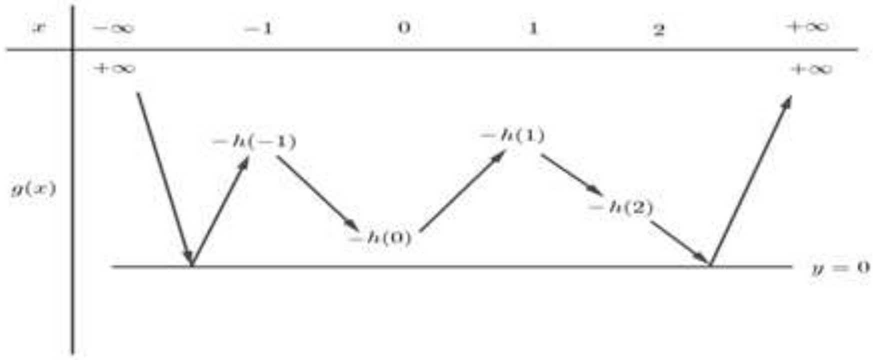
Dựa vào đồ thị hàm số của $f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(x) < -3 \ \forall x \in (-\infty; -1) \cup (0;1) \\ f'(x) > -3 \ \forall x \in (-1;0) \cup (1;2) \cup (2;+\infty) \end{cases}$.

Mặt khác $h(0) = f(0) + 3.0 < 0$.

Bảng biến thiên của hàm $h(x) = f(x) + 3x$:



Từ đó ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = |f(x) + 3x| = |h(x)|$:



$\Rightarrow$ Hàm số $g(x) = |f(x) + 3x| = |h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = 2f^3(x) + 4f^2(x) + 1$ là

A. 4.   **B.** 9.   **C.** 5.   **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$g'(x)=6f'(x)f^2(x)+8f'(x)f(x)=2f'(x)f(x)\left(3f(x)+4\right)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right. .$$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$+\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=0 \end{array}\right. .$$

+ Phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm x_1 và x_2 (giả sử $x_1<x_2$). Suy ra $x_1<-1$ và $1<x_2$.

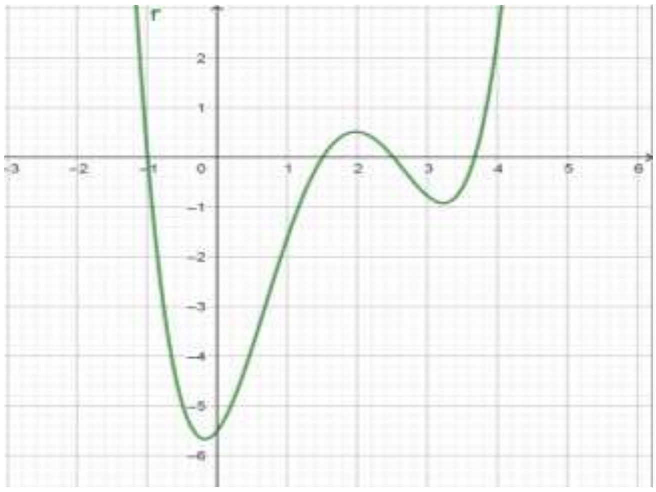
+ Phương trình $f(x)=-\dfrac{4}{3}$ có 4 nghiệm x_3, x_4, x_5 x_6 (giả sử $x_3<x_4<x_5<x_6$). Và 4 giá trị thỏa mãn yêu cầu sau: $x_1<x_3<-1;-1<x_4<0;0<x_5<1;1<x_6<x_2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$

x	$-\infty$		$x1$		$x3$		-1		$x4$		0		$x5$		1		$x6$		$x2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$3f(x)+4$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Suy ra hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực tiểu.

Câu 45. Cho hàm số đa thức $f(x)=mx^5+nx^4+px^3+qx^2+hx+r$, $(m,n,p,q,h,r\in\mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ (như hình vẽ bên dưới) cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là -1; $\dfrac{3}{2}$; $\dfrac{5}{2}$; $\dfrac{11}{3}$.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-(m+n+p+q+h+r)\right|$ là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Vì 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{11}{3}$ là nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ nên:

$$f'(x)=5mx^4+4nx^4+3px^2+2qx+h=5m(x+1)\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{11}{3}\right).$$

Suy ra $5mx^4+4nx^4+3px^2+2qx+h=5m\left(x^4-\frac{20}{3}x^3+\frac{43}{4}x^2+\frac{14}{3}x-\frac{55}{4}\right)$.

Đồng nhất hệ số, ta được $n=\frac{-25}{3}m;\ p=\frac{215}{12}m;\ q=\frac{35}{3}m;\ h=\frac{-275}{4}m$.

Suy ra $g(x)=\left|f(x)+\frac{93}{2}m-r\right|$

□ Xét $h(x)=f(x)+\frac{93}{2}m-r$.

$\Rightarrow h'(x)=f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt, nên $h(x)$ có bốn cực trị.

□ Xét $h(x)=0\Leftrightarrow mx^5-\frac{25}{4}mx^4+\frac{215}{12}mx^3+\frac{35}{3}mx^2-\frac{274}{4}mx+r=\frac{-93}{2}m+r$

$\Leftrightarrow x^5-\frac{25}{4}x^4+\frac{215}{12}x^3+\frac{35}{3}x^2-\frac{274}{4}x+\frac{93}{2}=0$.

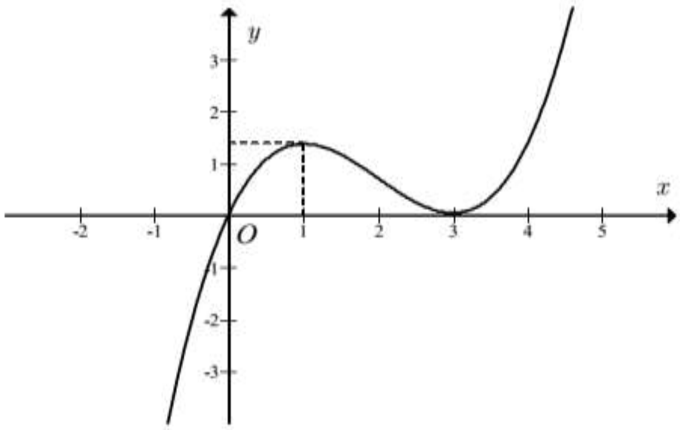
Đặt $k(x)=x^5-\frac{25}{4}x^4+\frac{215}{12}x^3+\frac{35}{3}x^2-\frac{274}{4}x+\frac{93}{2}$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$		$\frac{11}{3}$		$+\infty$
$k'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$k(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{299}{3}$	↘	$\frac{-9}{2}$	↗	$\frac{-3}{8}$	↘	$k(\frac{11}{3})<0$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình $h(x)=0 \Leftrightarrow k(x)=0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)$ có 7 cực trị.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-100;100]$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x+2)+4f(x+2)+3m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. 5047 . **B.** 5049 . **C.** 5050 . **D.** 5043 .

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x)=f^2(x+2)+4f(x+2)+3m \Rightarrow g'(x)=2f(x+2).f'(x+2)+4f'(x+2)$

$$g'(x)=2f'(x+2).\left[f(x+2)+2\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x+2)=0 \\ f(x+2)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=1 \\ x+2=3 \\ x+2=a\in(-1;0) \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=a-2\in(-3;-2) \end{array}\right. \quad \text{là 3 nghiệm đơn của } g'(x)=0.$$

Suy ra hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Đặt $t=f(x+2)\Rightarrow t\in R$ và mỗi giá trị $t\in R$ thì phương trình $t=f(x+2)$ luôn có nghiệm.

$$g(x)=f^2(x+2)+4f(x+2)+3m \Rightarrow h(t)=t^2+4t+3m$$

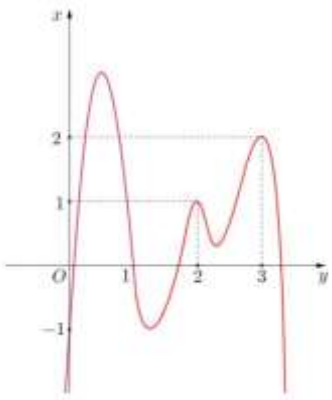
Vì hàm số $g(x)$ có 3 cực trị nên để hàm số $y=|g(x)|$ có 3 điểm cực trị thì.

$t^2+4t+3m\ge 0, \forall t\in R \Leftrightarrow 4-3m\le 0 \Leftrightarrow m\ge \dfrac{4}{3}$.(Vì hàm $y=h(t)$ là hàm bậc hai có hệ số $a>0$)

Do $m\in[-100;100]; m\in Z \Rightarrow m\in\{2,3,4,...,100\}$.

Vậy tổng các giá trị của m là $2+3+4+...+100=5049$.

Câu 47. Cho $f(x)$ là một hàm đa thức và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|2f(x)-(x-1)^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=2f(x)-(x-1)^2$.

• Tìm số điểm cực trị của $g(x)$

Ta có : $g'(x)=0 \Leftrightarrow 2f'(x)-2(x-1)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Kẻ đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị $f'(x)$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $x=0;\ x=1;\ x=2;\ x=3$ trong đó tại các điểm có hoành độ $x=2;\ x=3$ là các điểm tiếp xúc, do đó $g'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua các điểm $x=0;\ x=1$. Vì vậy hàm số $g(x)$ có hai điểm cực trị $x=0;\ x=1$

• Ta tìm số nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

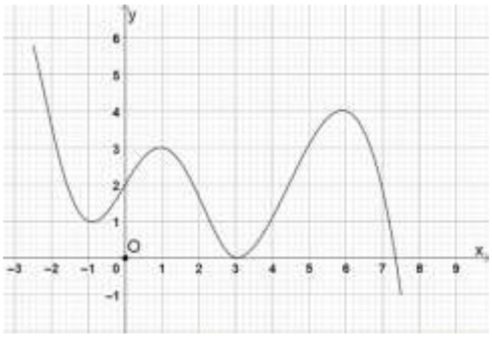
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	-	0	-		
$g(x)$	$+\infty$		g(0)		g(1)						$-\infty$	y = 0

Suy ra phương trình có tối đa ba nghiệm phân biệt.

• Vậy hàm số $y=\left|g(x)\right|$ có tối đa 2 + 3 = 5 điểm cực trị.

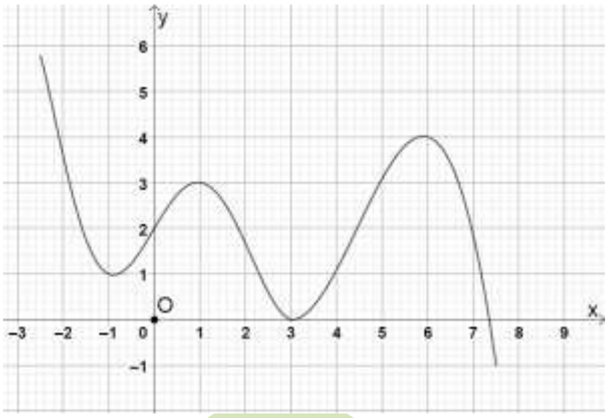
Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=2019^{f(f(x)-1)}$.



A. 13. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D



Ta có $y' = f'(x) f'\left(f(x)-1\right) 2019^{f\left(f(x)-1\right)} \ln 2019$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'(x) = 0 & (1) \\ f'\left(f(x)-1\right) = 0 & (2) \end{array}\right.$$

Giải (1) : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 3 \\ x_4 = 6 \end{array}\right.$

Giải (2) : $f'\left(f(x)-1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1 = -1 \\ f(x)-1 = 1 \\ f(x)-1 = 3 \\ f(x)-1 = 6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = 4 \\ f(x) = 7 \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có

+) $f(x) = 0$ có 1 nghiệm $x_5 > 6$ là nghiệm bội 1,

+) $f(x) = 2$ có 5 nghiệm $x_6 < -1; -1 < x_7 < 1; 1 < x_8 < 3; 3 < x_9 < 6; 6 < x_{10} < x_5$ là các nghiệm bội 1,

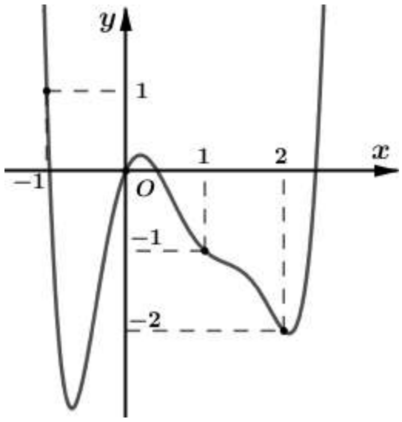
+) $f(x) = 4$ có 1 nghiệm $x_{11} < x_6$ là nghiệm bội 1,

+) $f(x) = 7$ có 1 nghiệm $x_{12} < x_{11}$ là nghiệm bội 1,

Suy ra $y' = 0$ có 12 nghiệm phân biệt mà qua đó y' đổi dấu.

Vậy hàm số $y = 2019^{f\left(f(x)-1\right)}$ có 12 điểm cực trị.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=2f(x+2)+(x+1)(x+3)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

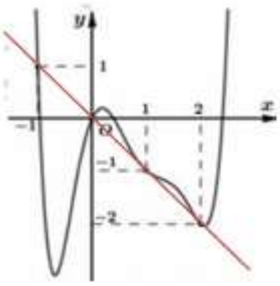
Chọn A

Ta có $g'(x)=2f'(x+2)+2x+4$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x+2)=-(x+2)$.

Đặt $t=x+2$ ta được $f'(t)=-t$. (1)

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f'(t)$ và đường thẳng $d: y=-t$ (hình vẽ)



Dựa vào đồ thị của $f'(t)$ và đường thẳng $y=-t$ ta có

ta có $f'(t)=-t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=0 \\ t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-2 \\ x=-1 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$			$\nearrow$				

Vậy đồ thị hàm số có một điểm cực tiểu.