

II. BÀI TẬP VỀ CON LẮC Lò XO

1. Bài toán đại cương về dao động điều hòa và con lắc lò xo

1.1. Phương pháp

Chúng ta cần nhớ lại các kiến thức ở phần lý thuyết đã học, các điểm cần lưu ý là:

- Giả sử con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Tần số góc của con

lắc lò xo là $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} (\text{rad/s})$.

- Đối với trường hợp con lắc lò xo thẳng đứng ta luôn có $mg = k\Delta l_0$

Trong đó Δl_0 là độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Từ đó ngoài cách tính tần số góc khi biết khối lượng m của vật và độ cứng k của lò xo thì ta còn có thể tính được tần số góc khi biết độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng bởi công thức:

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ mg = k\Delta l_0 \end{cases} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$$

- Chu kì của con lắc lò xo tỉ lệ với căn bậc hai của khối lượng m tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của k , chỉ phụ thuộc vào m và k .

Chú ý

Dưới đây là những bài toán hết sức cơ bản về con lắc lò xo, dao động điều hòa, mức độ nhận biết và là kiến thức nền tảng, vậy nên bạn đọc không được chủ quan mà phải nắm chắc kiến thức phần này.

1.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một vật nhỏ dao động theo phương trình $x = 5 \cos(\omega t + 0,5\pi) (\text{cm})$. Pha ban đầu của dao động là:

- A. π B. $0,5\pi$ C. $0,25\pi$ D. $1,5\pi$

Lời giải

Phương trình dao động điều hòa có dạng $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ thì φ là pha ban đầu của dao động.

Đáp án B.

Ví dụ 2: Con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là m dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình $x = A \cos \omega t$. Mốc tính thế năng ở vị trí cân bằng.

- A. $m\omega A^2$ B. $\frac{1}{2}m\omega A^2$ C. $m\omega^2 A^2$ D. $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$

Lời giải

Cơ năng của con lắc là: cơ năng của con lắc là $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$.

Đáp án D.

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ khối lượng m và lò xo có độ cứng k . Con lắc dao động điều hòa với tần số góc là:

- A. $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. B. $2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$. C. $\sqrt{\frac{m}{k}}$. D. $\sqrt{\frac{k}{m}}$.

Lời giải

Con lắc dao động điều hòa với tần số góc là $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Đáp án D.

Ví dụ 4: Hai dao động có phương trình lần lượt là $x_1 = 5\cos(2\pi t + 0,75\pi)(cm)$ và $x_2 = 10\cos(2\pi t + 0,5\pi)(cm)$. Độ lệch pha của hai dao động này có độ lớn bằng:

- A. $0,25\pi$. B. $1,25\pi$. C. $0,5\pi$. D. $0,75\pi$.

Lời giải

Độ lệch pha của hai dao động được xác định bằng hiệu số pha của hai dao động, có độ lớn là $|\Delta\varphi| = |(2\pi t + 0,75\pi) - (2\pi t + 0,5\pi)| = 0,25\pi$.

Đáp án A.

Ví dụ 5: Một chất điểm dao động theo phương trình $x = 6\cos\omega t(cm)$. Dao động của chất điểm có biên độ là:

- A. 2 cm. B. 6 cm. C. 3 cm. D. 12 cm.

Lời giải

Dao động $x = 6\cos\omega t$ của chất điểm có biên độ là 6 cm.

Đáp án B.

Ví dụ 6: Một vật nhỏ khối lượng 100g dao động theo phương trình $x = 8\cos 10t$ (x tính bằng cm, t tính bằng s). Động năng cực đại của vật bằng:

- A. 32mJ. B. 64mJ. C. 16mJ. D. 128mJ.

Lời giải

Động năng cực đại của vật chính là cơ năng trong dao động, ta có:

$$W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{0,1 \cdot 10^2 \cdot 0,08^2}{2} = 32mJ.$$

Đáp án A.

Ví dụ 7: Một vật dao động với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Tại thời điểm $t = 1s$ hãy xác định li độ của dao động

- A. 2,5cm. B. 5cm. C. $2,5\sqrt{3}$ cm. D. $2,5\sqrt{2}$ cm.

Lời giải

Tại thời điểm $t = 1\text{ s}$ ta có $x = 5 \cos\left(4\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{6}\right) = 2,5\sqrt{3}$.

Đáp án C.

Ví dụ 8: Khi gắn quả nặng m_1 vào lò xo, nó dao động với chu kì $T_1 = 1,2\text{ s}$. Khi gắn quả nặng m_2 vào lò xo, nó dao động với chu kì $T_2 = 1,6\text{ s}$. Khi gắn đồng thời m_1 và m_2 vào lò xo đó, chúng dao động với chu kì bao nhiêu?

A. 2 s.

B. 3 s.

C. 8 s.

D. 5 s.

Lời giải

Chỉ cần nhận xét đơn giản là chu kì tỉ lệ thuận với $\sqrt{m}$ nên khối lượng m tỉ lệ thuận với T^2 . Từ đây khi gắn đồng thời m_1 và m_2 vào thì chu kì lúc này được xác định bởi $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

Nếu không quen với cách giải thích này ta có thể làm như sau:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \end{cases} \Rightarrow T^2 = (2\pi)^2 \left(\frac{m_1}{k} + \frac{m_2}{k} \right) = T_1^2 + T_2^2$$

Thay số ta được $T = 2\text{ s}$.

Đáp án A.

Nhận xét

Nếu đề bài hỏi khi treo vật có khối lượng $m_1 - m_2$ với $m_1 > m_2$ thì lập luận tương tự ta có chu kì lúc đó được xác định bởi $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

Ví dụ 9: Viên bi m_1 gắn vào lò xo có độ cứng k thì hệ dao động với chu kì $T_1 = 0,3\text{ s}$. Viên bi m_2 gắn vào lò xo có độ cứng k thì hệ dao động với chu kì $T_2 = 0,4\text{ s}$. Hỏi nếu vật có khối lượng $m = 4m_1 + 3m_2$ vào lò xo có độ cứng k thì hệ có chu kì dao động là bao nhiêu?

A. 0,4 s.

B. 0,916 s.

C. 0,6 s.

D. 0,7 s.

Lời giải

Vì khối lượng m tỉ lệ thuận với T^2 nên ta có khi treo vật có khối lượng $m = 4m_1 + 3m_2$ vào lò xo k thì hệ có chu kì dao động được xác định bởi $T^2 = 4T_1^2 + 3T_2^2$. Thay số vào ta tính được $T = 0,916\text{ s}$.

Đáp án B.

Ví dụ 10: Một vật dao động điều hòa với tần số góc $\omega = 10\text{ rad/s}$, khi vật có li độ là 3 cm thì tốc độ là 40 cm/s. Hãy xác định biên độ của dao động?

A. 4 cm.

B. 5 cm.

C. 6 cm.

D. 3 cm.

Lời giải

Đề cho li độ và vận tốc nên ta nhớ đến công thức độc lập thời gian giữa x và v .

$$\text{Ta có } A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{3^2 + \frac{40^2}{10^2}} = 5 \text{ cm.}$$

Đáp án B.

Ví dụ 11: Một vật dao động điều hòa với biên độ $A = 5 \text{ cm}$, khi vật có li độ $2,5 \text{ cm}$ thì tốc độ của vật là $5\sqrt{3} \text{ cm/s}$. Hãy xác định vận tốc cực đại của dao động?

- A. 10 m/s . B. 8 m/s . C. 10 cm/s . D. 8 cm/s .

Lời giải

Vì x và v vuông góc với nhau nên ta có công thức độc lập: $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = 1$

Từ đó suy ra $v_{\max} = 10 \text{ cm/s}$.

Đáp án C.

Ví dụ 12: Một vật dao động điều hòa với gia tốc cực đại là 200 cm/s^2 và tốc độ cực đại là 20 cm/s . Hỏi khi vật có gia tốc là 100 cm/s^2 thì tốc độ dao động của vật lúc đó là

- A. 10 cm/s . B. $10\sqrt{2} \text{ cm/s}$. C. $5\sqrt{3} \text{ cm/s}$. D. $10\sqrt{3} \text{ cm/s}$.

Lời giải

Đề bài cho gia tốc hỏi vận tốc nên ta nhớ ngay đến công thức độc lập thời gian giữa a và v là:

$$\left(\frac{a}{a_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = 1. \text{ Thay số vào ta tính được } |v| = 10\sqrt{3}.$$

Đáp án D.

Ví dụ 13: Có ba lò xo giống nhau được đặt trên mặt phẳng ngang, lò xo thứ nhất gắn vật nặng $m_1 = 0,1 \text{ kg}$; vật nặng $m_2 = 300 \text{ g}$ được gắn vào lò xo thứ 2; vật nặng $m_3 = 0,4 \text{ kg}$ gắn vào lò xo 3. Cả ba vật đều có thể dao động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Ban đầu kéo cả 3 vật ra một đoạn bằng nhau rồi buông tay không vận tốc đầu cùng một lúc. Hỏi vật nặng nào về vị trí cân bằng đầu tiên?

- A. vật 1. B. vật 2. C. vật 3. D. 3 vật về cùng lúc.

Lời giải

Vì ban đầu kéo cả 3 vật ra một đoạn bằng nhau nên muốn biết vật nào về vị trí cân bằng đầu tiên thì ta phải so sánh chu kì của 3 vật. Vật nào có chu kì càng nhỏ thì dao động càng nhanh và ngược lại. Khi độ cứng của lò xo giống nhau thì chu kì tỉ lệ thuận với căn bậc hai của khối lượng, mà $m_1 < m_2 < m_3$ nên $T_1 < T_2 < T_3$, do đó vật 1 sẽ về vị trí cân bằng trước vật 2 và vật 3.

Đáp án A.

Ví dụ 14: Ba con lắc lò xo có độ cứng lần lượt là $k; 2k; 3k$. Được đặt trên mặt phẳng ngang và song song với nhau. Con lắc 1 gắn vào điểm A; con lắc 2 gắn vào điểm B; con lắc 3 gắn vào điểm C. Biết $AB = BC$, lò xo 1 gắn vật $m_1 = m$; lò xo 2 gắn vật $m_2 = 2m$, lò xo 3 gắn vật m_3 . Ban đầu kéo lò xo 1 đoạn là a ; lò

xo 2 một đoạn là $2a$; lò xo 3 một đoạn là A_3 , rồi buông tay cùng một lúc. Hỏi ban đầu phải kéo vật 3 ra một đoạn là bao nhiêu và khối lượng m_3 là bao nhiêu để trong quá trình dao động thì 3 vật luôn thẳng hàng?

A. $3m$; $3a$.

B. $3m$; $6a$.

C. $6m$; $6a$.

D. $9m$; $9a$.

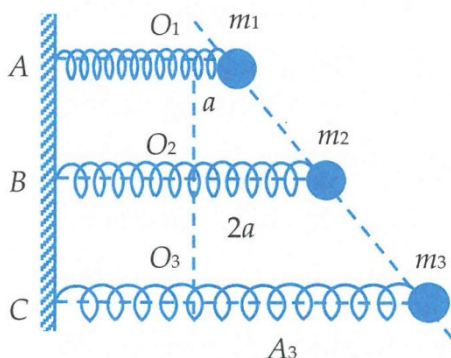
Lời giải

Trước hết, để trong quá trình dao động 3 vật luôn thẳng hàng thì tần số góc của 3 vật phải bằng nhau. Ta

$$\text{có } \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \sqrt{\frac{3k}{3m}} \Rightarrow m_3 = 3m$$

Tiếp theo, vì $AB = BC$ và trong quá trình dao động 3 vật luôn thẳng hàng nên ta có O_2m_2 chính là đường trung bình của hình thang $O_1O_3m_3m_1$.

$$\text{Từ đó ta có: } 2a = \frac{a + A_3}{2} \Rightarrow A_3 = 3a.$$



Đáp án A.

Ví dụ 15: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ có khối lượng m . Con lắc dao động điều hòa theo phương ngang với chu kỳ T . Biết ở thời điểm t vật có li độ 5 cm , ở thời điểm $t + \frac{T}{4}$ vật có vận tốc 50 cm/s . Giá trị của m bằng:

A. $0,5 \text{ kg}$.

B. $1,2 \text{ kg}$.

C. $0,8 \text{ kg}$.

D. $1,0 \text{ kg}$.

Lời giải

Vì $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$ nên nếu ta giả sử $x_1 = A \cos(\omega t_1)$ thì

$$x_2 = A \cos\left(\omega\left(t_1 + \frac{T}{4}\right)\right) = A \cos\left(\omega t_1 + \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right) = A \cos\left(\omega t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = -A \sin(\omega t_1)$$

$$\text{Từ đó ta có } \sin^2(\omega t_1) + \cos^2(\omega t_1) = \frac{x_1^2}{A^2} + \frac{x_2^2}{A^2} = 1 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = A^2 \Leftrightarrow x_1^2 = A^2 - x_2^2$$

Hoặc ta có thể nhận xét nhanh là vì x_1 và x_2 lệch nhau về góc là $\frac{\pi}{2}$ nên ta có luôn $\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{x_2^2}{A^2} = 1$

Vậy là ta đã tính xong $A^2 - x_2^2$, thay vào biểu thức độc lập thời gian ta có ngay:

$$\left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = A^2 - x_2^2 = x_1^2 \Rightarrow v_2 = \omega x_1 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} x_1. \text{ Thay số ta có } m = 1 \text{ kg.}$$

Đáp án D.

Phân tích
Đề bài cho liên quan đến li độ và tốc độ, ta nhớ ngay đến biểu thức độc lập thời gian giữa v và x. Ta có v_2 vậy ta sẽ tìm x_2 rồi dùng $x_2^2 + \left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = A^2$

1.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Gọi k là độ cứng của lò xo, m là khối lượng của vật nặng. Bỏ qua ma sát khối lượng của lò xo và kích thước vật nặng. Công thức chu kỳ của dao động?

A. $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$.

B. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

C. $T = 2\pi\sqrt{km}$.

D. $T = 2\pi\frac{m}{k}$.

Câu 2: Hãy tìm nhận xét đúng về con lắc lò xo.

A. Con lắc lò xo có chu kỳ tăng lên khi biên độ dao động tăng lên.

B. Con lắc lò xo có chu kỳ không phụ thuộc vào gia tốc trọng trường.

C. Con lắc lò xo có chu kỳ giảm xuống khi khối lượng vật nặng tăng lên.

D. Con lắc lò xo có chu kỳ phụ thuộc vào việc kéo vật nhẹ hay mạnh trước khi buông tay cho vật dao động.

Câu 3: Gọi k là độ cứng của lò xo, m là khối lượng của vật nặng. Bỏ qua ma sát khối lượng của lò xo và kích thước vật nặng. Nếu độ cứng của lò xo tăng gấp đôi, khối lượng vật dao động không thay đổi thì chu kỳ dao động thay đổi như thế nào?

A. Tăng 2 lần.

B. Tăng $\sqrt{2}$ lần.

C. Giảm 2 lần.

D. Giảm $\sqrt{2}$ lần.

Câu 4: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động với biên độ 10 cm, chu kỳ 1 s. Khối lượng của quả nặng 400g, lấy $\pi^2 = 10$, cho $g = 10 \text{ m/s}^2$. Độ cứng của lò xo là bao nhiêu?

A. 16 N/m .

B. 20 N/m .

C. 32 N/m .

D. 40 N/m .

Câu 5: Một con lắc lò xo dao động với chu kỳ $T = 0,4 \text{ s}$. Nếu tăng biên độ dao động của con lắc lên 4 lần thì chu kỳ dao động của vật có thay đổi như thế nào?

A. Tăng lên 2 lần.

B. Giảm 2 lần.

C. Không đổi.

D. Đáp án khác.

Câu 6: Con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ $T = 0,4 \text{ s}$. Độ cứng của lò xo là 100 N/m , tìm khối lượng của vật?

A. 0,2 kg.

B. 0,4 kg.

C. 0,4 g.

D. Đáp án khác.

Câu 7: Một con lắc lò xo dao động với chu kỳ $T = 0,4 \text{ s}$. Nếu tăng khối lượng của vật lên 4 lần thì T thay đổi như thế nào?

A. Tăng lên 2 lần.

B. Giảm 2 lần.

C. Không đổi.

D. Đáp án khác.

Câu 8: Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ có khối lượng m và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng k , dao động điều hòa theo phương thẳng đứng tại nơi có gia tốc rơi tự do là g . Khi viên bi ở vị trí cân bằng, lò xo dãn một đoạn Δl . Công thức tính chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là:

A. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$.

B. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

$$\text{C. } T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

$$\text{D. } T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}.$$

Câu 9: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng m và lò xo có độ cứng k , dao động điều hòa. Nếu tăng độ cứng k lên 2 lần và giảm khối lượng m đi 8 lần thì tần số dao động của vật sẽ?

A. Tăng 2 lần.

B. Tăng 4 lần.

C. Tăng 2 lần.

D. Giảm 2 lần.

Câu 10: Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng m và lò xo có độ cứng k không đổi, dao động điều hòa. Nếu khối lượng $m = 400g$ thì chu kỳ dao động của con lắc là 2s. Để chu kỳ của con lắc là 1s thì khối lượng m bằng

A. 200g.

B. 0,1kg.

C. 0,3kg.

D. 400g.

Câu 11: Một vật treo vào lò xo có khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên l_0 độ cứng k , treo thẳng đứng vào vật $m_1 = 100g$ vào lò xo thì chiều dài của nó là 31 cm. Treo thêm vật $m_2 = 100g$ vào lò xo thì chiều dài của lò xo là 32 cm. Cho $g = 10m/s^2$, độ cứng của lò xo là:

A. 10 N/m.

B. 0,10 N/m.

C. 1000 N/m.

D. 100 N/m.

Câu 12: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, tại nơi có gia tốc rơi tự do bằng g . Ở vị trí cân bằng lò xo dãn ra một đoạn Δl . Tần số dao động của con lắc được xác định theo công thức:

$$\text{A. } 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}.$$

$$\text{B. } \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}.$$

$$\text{C. } \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}.$$

$$\text{D. } 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}.$$

Câu 13: Một vật treo vào lò xo làm nó dãn ra 4cm. Lấy $\pi^2 = 10$, cho $g = 10m/s^2$. Tần số dao động của vật là

A. 2,5 Hz/

B. 5,0 Hz.

C. 4,5 Hz.

D. 2,0 Hz.

Câu 14: Gọi k là độ cứng của lò xo, m là khối lượng của vật nặng. Bỏ qua ma sát khối lượng của lò xo và kích thước vật nặng. Nếu độ cứng của lò xo tăng gấp đôi, khối lượng vật dao động tăng gấp ba thì chu kỳ dao động tăng gấp:

A. 6 lần.

B. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ lần.

C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ lần.

D. $\frac{3}{2}$ lần

Câu 15: Khi gắn quả nặng m_1 vào lò xo, nó dao động điều hòa với chu kỳ $T_1 = 1,2s$. Khi gắn quả nặng m_2 vào lò xo trên nó dao động với chu kỳ 1,6s. Khi gắn đồng thời hai vật m_1 và m_2 thì chu kỳ dao động của chúng là

A. 1,4 s.

B. 2,0 s.

C. 2,8 s.

D. 4,0 s.

Câu 16: Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo. Nếu muốn số dao động trong 1 giây tăng lên 2 lần thì độ cứng của lò xo phải:

A. Tăng 2 lần.

B. Giảm 4 lần.

C. Giảm 2 lần.

D. Tăng 4 lần.

Câu 17: Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng m và lò xo có độ cứng k không đổi, dao động điều hòa. Nếu khối lượng $m = 200g$ thì chu kỳ dao động của con lắc là 2s. Để chu kỳ con lắc là 1s thì khối lượng m bằng

A. 200g.

B. 100g.

C. 50g.

D. 400 g.

Câu 18: Khi gắn một vật có khối lượng $m = 4\text{kg}$ vào một lò xo có khối lượng không đáng kể, nó dao động với chu kỳ $T_1 = 1\text{s}$, khi gắn một vật khác khối lượng m_2 vào lò xo trên nó dao động với chu kỳ $T_2 = 0,5\text{s}$. Khối lượng m_2 bằng

A. 0,5 kg.

B. 2kg.

C. 1kg.

D. 3kg.

Câu 19: Viên bi m_1 gắn vào lò xo K thì hệ dao động với chu kỳ $T_1 = 0,6\text{s}$. Viên bi m_2 gắn vào lò xo K thì hệ dao động với chu kỳ $T_2 = 0,8\text{s}$. Hỏi nếu gắn cả 2 viên bi m_1 và m_2 với nhau và gắn vào lò xo K thì hệ có chu kỳ dao động là

A. 0,6s.

B. 0,8s.

C. 1s.

D. 0,7s.

Câu 20: Lần lượt treo vật m_1 , vật m_2 vào một con lắc lò xo có độ cứng $k = 40\text{N/m}$ và kích thích chúng dao động trong cùng một khoảng thời gian nhất định, m_1 thực hiện 20 dao động và m_2 thực hiện được 10 dao động. Nếu cùng treo cả hai vật vào lò xo thì chu kỳ dao động của hệ bằng $\frac{\pi}{2}$. Khối lượng m_1, m_2 là:

A. 0,5kg; 2kg.

B. 2kg; 0,5kg.

C. 50g; 200g.

D. 200g; 50g.

Câu 21: Con lắc lò xo gồm một vật nặng khối lượng $m = 1\text{kg}$, một lò xo có khối lượng không đáng kể và độ cứng $k = 100\text{N/m}$ thực hiện dao động điều hòa. Tại thời điểm $t = 2\text{s}$, li độ và vận tốc của vật lần lượt bằng $x = 6\text{cm}$ và $v = 80\text{cm/s}$. Biên độ dao động của vật là:

A. 6 cm.

B. 7 cm.

C. 8 cm.

D. 10 cm.

Câu 22: Nếu gắn vật $m_1 = 0,3\text{kg}$ vào lò xo k thì trong khoảng thời gian t vật thực hiện được 6 dao động, gắn thêm gia trọng Δm vào lò xo k thì cũng khoảng thời gian t vật thực hiện được 3 dao động, tìm Δm ?

A. 0,3 kg.

B. 0,6 kg.

C. 0,9 kg.

D. 1,2 kg.

Câu 23: Gắn vật $m = 400\text{g}$ vào lò xo K thì trong khoảng thời gian t lò xo thực hiện được 4 dao động, nếu bỏ bớt khối lượng của m đi khoảng Δm thì cũng trong khoảng thời gian trên lò xo thực hiện 8 dao động, tìm khối lượng đã được bỏ đi?

A. 100g.

B. 200g.

C. 300g.

D. 400g.

Câu 24: Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng 30N/m và viên bi có khối lượng $0,3\text{kg}$ dao động điều hòa. Tại thời điểm t , vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là 20cm/s và 200cm/s^2 . Biên độ dao động của viên bi?

A. 2 cm.

B. 4 cm.

C. $2\sqrt{2}$ cm.

D. 3 cm.

Câu 25: Con lắc lò xo gồm một vật nặng khối lượng $m = 1\text{kg}$. Một lò xo có khối lượng không đáng kể và độ cứng $k = 100\text{N/m}$ thực hiện dao động điều hòa. Tại thời điểm $t = 1\text{s}$, li độ và vận tốc của vật lần lượt bằng $x = 3\text{cm}$ và $v = 0,4\text{m/s}$. Biên độ dao động của vật là

A. 3 cm.

B. 4 cm.

C. 5 cm.

D. 6 cm.

Câu 26: Một phút vật nặng gắn vào đầu một lò xo thực hiện đúng 120 chu kỳ dao động. Với biên độ 8cm . Giá trị lớn nhất của gia tốc là:

A. $1263 m/s^2$.

B. $12,63 m/s^2$.

C. $1,28 m/s^2$.

D. $0,128 m/s^2$.

Câu 27: Con lắc lò xo có độ cứng $K = 100 N/m$ được gắn vật có khối lượng $m = 0,1 kg$, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 5 cm rồi buông tay cho vật dao động. Tính $V_{\max}$ vật có thể đạt được.

A. $50\pi m/s$

B. $500\pi m/s$

C. $25\pi m/s$

D. $0,5\pi m/s$

Câu 28: Một vật khối lượng $m = 0,5 kg$ được gắn vào một lò xo có độ cứng $k = 200 N/m$ và dao động điều hòa với biên độ $A = 0,1 m$. Vận tốc của vật khi xuất hiện li độ 0,05 m là:

A. $17,32 cm/s$.

B. $17,33 cm/s$.

C. $173,2 cm/s$.

D. $5 m/s$.

Câu 29: Con lắc lò xo có độ cứng $K = 50 N/m$ gắn thêm vật có khối lượng $m = 0,5 kg$ rồi kích thích cho vật dao động. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ cực đại đến vị trí cân bằng

A. $\frac{\pi}{5} s$.

B. $\frac{\pi}{4} s$.

C. $\frac{\pi}{20} s$.

D. $\frac{\pi}{15} s$.

Câu 30: Con lắc lò xo gồm hòn bi có $m = 400 g$ và lò xo có $k = 80 N/m$ dao động điều hòa trên một đoạn thẳng dài 10 cm. Tốc độ của hòn bi khi qua vị trí cân bằng là

A. $1,41 m/s$.

B. $2,00 m/s$.

C. $0,25 m/s$.

D. $0,71 m/s$.

Câu 31: Một con lắc lò xo, gồm lò xo nhẹ có độ cứng $50 N/m$, vật có khối lượng 2 kg, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Tại thời điểm vật có gia tốc $75 cm/s^2$ thì nó có vận tốc $15\sqrt{3} cm/s$. Biên độ dao động là

A. 5 cm.

B. 6 cm.

C. 9 cm.

D. 10 cm.

Câu 32: Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng $20 N/m$ và viên bi có khối lượng 0,2 kg dao động điều hòa. Tại thời điểm t , vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là $20 cm/s$ và $2\sqrt{3} m/s^2$. Biên độ dao động của viên bi là

A. 4 cm.

B. 2 cm.

C. $4\sqrt{3} cm$.

D. $10\sqrt{3} cm$.

Câu 33: Con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng $m = 1 kg$, một lò xo có khối lượng không đáng kể và độ cứng $k = 100 N/m$ thực hiện dao động điều hòa. Tại thời điểm $t = 2 s$, li độ và vận tốc của vật lần lượt bằng $x = 6 cm$ và $v = 80 cm/s$. Biên độ dao động của vật là:

A. 4 cm.

B. 6 cm.

C. 5 cm.

D. 10 cm.

Câu 34: Cho dao động điều hòa sau:

$$x = 10 \cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right) cm.$$

Tại thời điểm $t = 1 s$ thì li độ của vật là bao nhiêu?

A. $5\sqrt{2} cm$.

B. $-5\sqrt{2} cm$.

C. 5 cm.

D. 10 cm.

Câu 35: Cho dao động điều hòa sau $x = 3 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) cm$. Hãy xác định vận tốc cực đại của dao động?

- A. 12 cm/s . B. $12\pi \text{ cm/s}$.
C. $12\pi + 3 \text{ cm/s}$. D. Đáp án khác

Câu 36: Cho dao động điều hòa sau $x = \cos(8\pi t + \pi) \text{ cm}$. Xác định tốc độ của vật khi vật qua vị trí cân bằng.

- A. $8\pi \text{ cm/s}$. B. $16\pi \text{ cm/s}$. C. $4\pi \text{ cm/s}$. D. 20 cm/s .

Câu 37: Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình $x = 3 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$, pha dao động của chất điểm tại thời điểm $t = 1 \text{ s}$ là

- A. 0 cm . B. $1,5 \text{ cm}$.
C. $1,5\pi \text{ rad}$. D. $0,5 \text{ Hz}$.

Câu 38: Một vật dao động nằm ngang trên quỹ đạo dài 10 cm , tìm biên độ dao động.

- A. 10 cm . B. 5 cm . C. 8 cm . D. 4 cm .

Câu 39: Một vật dao động theo phương trình:

$$x = 0,04 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (m).$$

Tính tốc độ cực đại và gia tốc cực đại của vật.

- A. $4\pi \text{ m/s}$; 40 m/s^2 . B. $0,4\pi \text{ m/s}$; 40 m/s^2 .
C. $40\pi \text{ m/s}$; 4 m/s^2 . D. $0,4\pi \text{ m/s}$; 4 m/s^2 .

Câu 40: Một vật dao động điều hòa có phương trình dao động $x = 5 \cos(2\pi t) \text{ cm}$. Xác định gia tốc của vật khi $x = 3 \text{ cm}$. Biết $\pi^2 = 10$.

- A. -12 m/s^2 . B. -120 cm/s^2 .
C. $1,2 \text{ m/s}^2$. D. -60 m/s^2 .

Câu 41: Vật dao động điều hòa trên trục Ox quanh vị trí cân bằng là gốc tọa độ. Gia tốc của vật có phương trình: $a = -400\pi^2 x$. Số dao động toàn phần vật thực hiện được trong mỗi giây là

- A. 20. B. 10. C. 40. D. 5.

Câu 42: Một vật dao động điều hòa với biên độ bằng $0,05 \text{ m}$, tần số $2,5 \text{ Hz}$. Gia tốc cực đại của vật bằng

- A. $12,3 \text{ m/s}^2$. B. $6,1 \text{ m/s}^2$.
C. $3,1 \text{ m/s}^2$. D. $1,2 \text{ m/s}^2$.

Câu 43: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 20 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (cm)$. Gia tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{1}{2} \text{ s}$ là

- A. 0 m/s^2 . B. 2 m/s^2 . C. $9,8 \text{ m/s}^2$. D. 10 m/s^2 .

Câu 44: Một vật dao động điều hòa, khi vật có li độ $x_1 = 4 \text{ cm}$ thì vận tốc $v_1 = 40\sqrt{3}\pi \text{ cm/s}$; khi vật có li độ $x_2 = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ thì vận tốc $v_2 = 40\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$. Chu kỳ dao động của vật là:

A. 0,1s.

B. 0,8s.

C. 0,2s.

D. 0,4s.

Câu 45: Một vật dao động điều hòa, khi vật có li độ $x_1 = 4\text{cm}$ thì vận tốc $v_1 = 40\sqrt{3}\pi \text{ (cm/s)}$; khi vật có li độ $x_2 = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ thì vận tốc $v_2 = 40\pi \text{ (cm/s)}$. Độ lớn tốc độ góc?

A. $5\pi \text{ rad/s}$.

B. $20\pi \text{ rad/s}$.

C. $10\pi \text{ rad/s}$.

D. $4\pi \text{ rad/s}$.

Câu 46: Một vật dao động điều hòa, tại thời điểm t_1 thì vật có li độ $x_1 = 2,5\text{cm}$, tốc độ $v_1 = 50\sqrt{3} \text{ cm/s}$. Tại thời điểm t_2 thì vật có độ lớn li độ là $x_2 = 2,5\sqrt{3} \text{ cm}$ thì tốc độ là $v_2 = 50 \text{ cm/s}$. Hãy xác định độ lớn biên độ A.

A. 10 cm.

B. 5 cm.

C. 4 cm.

D. $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Câu 47: Một vật dao động điều hòa có phương trình li độ $x = A \sin(\omega t + \varphi)$. Biểu thức gia tốc của vật là

A. $a = -\omega^2 x$.

B. $a = -\omega^2 v$.

C. $a = -\omega^2 x \cdot \sin(\omega t + \varphi)$.

D. $a = -\omega^2 A$.

Câu 48: Một vật dao động điều hòa với chu kì $T = 3,14\text{s}$. Xác định pha dao động của vật khi nó qua vị trí $x = 2 \text{ cm}$ với vận tốc $v = 0,04 \text{ m/s}$.

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 49: Một chất điểm dao động điều hòa. Khi đi qua vị trí cân bằng, tốc độ của chất điểm là 40cm/s , tại vị trí biên gia tốc có độ lớn 200cm/s^2 . Biên độ dao động của chất điểm là

A. 0,1 m.

B. 8 cm.

C. 5 cm.

D. 0,8 m.

Câu 50: Một vật dao động điều hòa, khi vật có li độ 4cm thì tốc độ là $30\pi \text{ (cm/s)}$, còn khi vật có li độ 3cm thì vận tốc là $40\pi \text{ (cm/s)}$. Biên độ và tần số dao động là:

A. $A = 5\text{cm}, f = 5\text{Hz}$.

B. $A = 12\text{cm}, f = 12\text{Hz}$.

C. $A = 12\text{cm}, f = 10\text{Hz}$.

D. $A = 10\text{cm}, f = 10\text{Hz}$.

ĐÁP ÁN

1-B	2-B	3-D	4-A	5-C	6-B	7-A	8-A	9-B	10-B
11-D	12-C	13-A	14-B	15-B	16-D	17-C	18-C	19-C	20-A
21-D	22-C	23-C	24-C	25-C	26-B	27-D	28-C	29-C	30-D
31-B	32-A	33-D	34-B	35-B	36-A	37-C	38-B	39-B	40-B
41-B	42-A	43-A	44-C	45-C	46-B	47-A	48-D	49-B	50-A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Chu kỳ dao động của con lắc lò xo là: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Câu 2: Đáp án B.

Nhìn vào công thức tính chu kỳ dao động của con lắc lò xo thì chu kỳ của con lắc lò xo không phụ thuộc vào gia tốc trọng trường.

Câu 3: Đáp án D.

Độ cứng của lò xo tăng gấp đôi khi chu kỳ mới của con lắc sẽ là: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{T_1}{\sqrt{2}}$.

Vậy chu kỳ mới của con lắc lò xo giảm $\sqrt{2}$ lần.

Câu 4: Đáp án A.

Độ cứng của lò xo là: $K = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 0,4}{1^2} = 16 (N/m)$.

Câu 5: Đáp án C.

Vì chu kỳ dao động của con lắc lò xo không phụ thuộc vào biên độ dao động của con lắc nên khi biên độ dao động của con lắc tăng 4 lần thì chu kỳ của con lắc vẫn không đổi.

Câu 6: Đáp án B.

Khối lượng của vật là: $m = \frac{T^2 \cdot K}{4\pi^2} = \frac{0,4^2 \cdot 100}{4 \cdot 10} = 0,4 (kg)$.

Câu 7: Đáp án A.

Nếu tăng khối lượng của vật lên 4 lần thì T sẽ tăng lên 2 lần.

Câu 8: Đáp án A.

Khi viên bi ở vị trí cân bằng thì:

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{k/m} = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}.$$

Câu 9: Đáp án B.

Khi tăng độ cứng lên 2 lần và giảm khối lượng đi 8 lần thì tần số dao động của vật sẽ là:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k_1}{m_1/8}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \cdot 4 = 4f_1.$$

Vậy tần số tăng lên 4 lần.

Câu 10: Đáp án B.

Ban đầu khi con lắc có khối lượng m thì: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$.

Sau đó thì ta có chu kỳ sẽ là:

Lập tỉ lệ ta được: $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{2}{1} = \sqrt{\frac{0,4}{m_2}} \Rightarrow m_2 = 0,1kg.$

Câu 11: Đáp án D.

Ban đầu treo vật m_1 thì lò xo lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn là: $\Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k}$

Sau khi treo thêm vật m_2 thì lò xo lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn là: $\Delta l_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$

Vì sau khi treo thêm vật m_2 thì chiều dài lò xo lúc này lớn hơn chiều dài lò xo lúc ban đầu $1cm$ nên ta có:

$$\Delta l_2 - \Delta l_1 = \frac{m_2 g}{k} = 0,01m \Rightarrow k = 100(N/m).$$

Câu 12: Đáp án C

Tần số dao động của con lắc được tính theo công thức:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}.$$

Câu 13: Đáp án A.

Tần số dao động của vật là:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{0,04}} = 2,5Hz.$$

Câu 14: Đáp án B.

Độ cứng của vật dao động gấp đôi, khối lượng của vật dao động tăng gấp 3 lần thì chu kỳ dao động tăng gấp $\sqrt{\frac{3}{2}}$ lần.

Câu 15: Đáp án B.

Khi gắn quả nặng m_1 thì con lắc dao động với chu kỳ T_1 thì: $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow m_1 = \frac{T_1^2 \cdot k}{4\pi^2}.$

Tương tự ta cũng có: $m_2 = \frac{T_2^2 \cdot k}{4\pi^2}.$ Nên từ đó ta gắn đồng thời cả hai vật với nhau thì ta sẽ có chu kỳ là:

$$\frac{T^2 \cdot k}{4\pi^2} = \frac{T_1^2 \cdot k}{4\pi^2} + \frac{T_2^2 \cdot k}{4\pi^2} \Rightarrow T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 2s.$$

Câu 16: Đáp án D.

Đề số dao động trong 1 giây tăng lên 2 lần thì độ cứng của lò xo phải tăng 4 lần.

Câu 17: Đáp án C.

Ta có tỉ lệ: $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{2}{1} = \sqrt{\frac{200}{m_2}} \Rightarrow m_2 = 50 \text{ g}.$

Câu 18: Đáp án C.

Làm tương tự như câu 17 lập tỉ lệ sau đó ta suy ra được $m_2 = 1kg$.

Câu 19: Đáp án C.

Nếu gắn cả hai viên bi vào lò xo thì chu kỳ của con lắc lò xo là: $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{0,6^2 + 0,8^2} = 1s$.

Câu 20: Đáp án A.

Nếu cùng treo cả hai vật đó vào lò xo thì chu kỳ của con lắc là: $T^2 = T_1^2 + T_2^2 = \frac{\pi}{2}(s)$.

Lại có: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\Delta t / N_1}{\Delta t / N_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 2T_1$

$$\Rightarrow T_1^2 + (2T_1)^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \Rightarrow T_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow m_1 = 0,5kg; m_2 = 2kg.$$

Câu 21: Đáp án D.

Tần số góc dao động của con lắc là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10(rad/s).$$

Biên độ dao động của vật là:

$$A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = 6^2 + \left(\frac{80}{10}\right)^2 = 100 \Rightarrow A = 10cm.$$

Câu 22: Đáp án C.

Ta có tỉ lệ: $\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{0,3}{0,3 + \Delta m} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta m = 0,9 kg$.

Câu 23: Đáp án C.

Ta có: $\frac{m}{m - \Delta m} = \left(\frac{8}{4}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{0,4}{0,4 - \Delta m} = 4 \Leftrightarrow \Delta m = 0,3(kg)$

Câu 24: Đáp án C.

Tần số góc dao động của lò xo: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10(rad/s)$.

Biên độ dao động của con lắc lò xo là:

$$A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{a}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$$

$$= \left(\frac{200}{10^2}\right)^2 + \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 2\sqrt{2}(cm).$$

Câu 25: Đáp án C.

Câu 26: Đáp án B.

Chu kỳ dao động của con lắc lò xo là: $T = \frac{60}{120} = 0,5s$.

Giá trị lớn nhất của gia tốc là:

$$a_{\max} = \omega^2 A = 8 \cdot (4\pi)^2 = 1263,31 (cm/s^2) = 12,63 (m/s^2).$$

Câu 27: Đáp án D.

Tần số dao động của vật là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10\sqrt{10} (rad/s).$$

Vận tốc lớn nhất mà vật có thể đạt được:

$$v_{\max} = A\omega = 50\sqrt{10} (cm/s) = 0,5\pi (m/s).$$

Câu 28: Đáp án C.

Tần số dao động của vật là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0,5}} = 20 (rad/s).$$

Vận tốc của vật khi xuất hiện li độ 0,05m là:

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{\max} = 173,2 (cm/s).$$

Câu 29: Đáp án C.

Tần số dao động của con lắc là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10 (rad/s)$$

Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ cực đại đến vị trí cân bằng là:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi/5}{4} = \frac{\pi}{20} (s).$$

Câu 30: Đáp án D.

Tần số dao động của con lắc là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{80}{0,4}} = 10\sqrt{2} (rad/s).$$

Vật dao động điều hòa trên một đoạn thẳng dài 10cm thì biên độ dao động của vật là 5cm. Vận tốc độ của hòn bi khi qua vị trí cân bằng là:

$$v = v_{\max} = A\omega = 5 \cdot 10\sqrt{2} = 50\sqrt{2} (cm/s) = 0,71 (m/s).$$

Câu 31: Đáp án B.

Tần số góc của dao động này là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5 \text{ (rad/s)}.$$

Áp dụng công thức liên hệ độc lập với thời gian:

$$A^2 = \left(\frac{a^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{75}{5^2}\right)^2 + \left(\frac{15\sqrt{3}}{5}\right)^2 = 36$$

$$\Rightarrow A = 6 \text{ (cm)}.$$

Câu 32: Đáp án A.

Tần số góc của dao động là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10 \text{ (rad/s)}.$$

Biên độ dao động của con lắc là:

$$A^2 = \left(\frac{a}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{200\sqrt{3}}{10^2}\right)^2 + \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 16$$

$$\Rightarrow A = 4 \text{ (cm)}.$$

Câu 33: Đáp án D.

Tần số góc của dao động là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ (rad/s)}.$$

Biên độ dao động của con lắc là:

$$A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = 6^2 + \left(\frac{80}{10}\right)^2 = 100 \Rightarrow A = 10 \text{ (cm)}.$$

Câu 34: Đáp án B.

Li độ của vật ở thời điểm $t = 1\text{s}$ là:

$$x = 10 \cos\left(3\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{4}\right) = -5\sqrt{2} \text{ cm}.$$

Câu 35: Đáp án B.

Vận tốc cực đại của dao động là:

$$v_{\max} = A \cdot \omega = 3.4\pi = 12\pi \text{ (cm/s)}.$$

Câu 36: Đáp án A.

Tốc độ của vật khi qua vị trí cân bằng là:

$$v = A \cdot \omega = 1.8\pi = 8\pi \text{ (cm/s)}.$$

Câu 37: Đáp án C.

Pha dao động của chất điểm tại thời điểm $t = 1\text{s}$ là:

$$\varphi = \pi t + \frac{\pi}{2} = \pi \cdot 1 + \frac{\pi}{2} = 1,5\pi.$$

Câu 38: Đáp án B.

Vật dao động trên quỹ đạo dài 10cm thì biên độ dao động của vật là: $A = 5\text{cm}$.

Câu 39: Đáp án B.

Tốc độ cực đại của dao động là:

$$v = A\omega = 0,04 \cdot 10\pi = 0,4\pi \text{ (m/s)}.$$

Gia tốc cực đại của dao động là:

$$a_{\max} = A\omega^2 = 0,04 \cdot (10\pi)^2 = 40 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Câu 40: Đáp án B.

Gia tốc của vật khi $x = 3\text{cm}$ là:

$$a = \pm x\omega^2 = \pm 3 \cdot (2\pi)^2 = \pm 120 \text{ (cm/s}^2\text{)}.$$

Câu 41: Đáp án B.

Số dao động toàn phần vật thực hiện được trong mỗi giây là: $N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10$.

Câu 42: Đáp án A.

Gia tốc cực đại của vật bằng:

$$a_{\max} = A\omega^2 = 0,05 \cdot (2,5 \cdot 2\pi)^2 = 12,5 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Câu 43: Đáp án A.

Gia tốc của vật tại thời điểm $t - \frac{1}{2}\text{s}$ là:

$$a = -\omega^2 \cdot x = -(2\pi)^2 \cdot 20 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Câu 44: Đáp án C.

Áp dụng công thức liên hệ ta có:

$$x_1^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2 = x_2^2 + \left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 4^2 + \left(\frac{40\sqrt{3}\pi}{\omega}\right)^2 = (4\sqrt{2})^2 + \left(\frac{40\sqrt{2}\pi}{\omega}\right)^2$$

$$\Rightarrow \omega = 10\pi \text{ (rad/s)} \Leftrightarrow T = 0,2\text{s}.$$

Câu 45: Đáp án C.

Giải tương tự câu 47 thì ta suy ra được $\omega = 10\pi \text{ (rad/s)}$.

Câu 46: Đáp án B.

Ta có: $2,5^2 + \frac{(50\sqrt{3})^2}{\omega^2} = (2,5\sqrt{3})^2 + \frac{50^2}{\omega^2}$

$$\Rightarrow \omega = 20 \text{ (rad/s)}.$$

Vậy biên độ dao động của vật là:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 25 \Rightarrow A = 5 \text{ (cm)}.$$

Câu 47: Đáp án A.

Biểu thức gia tốc của vật là: $a = -\omega^2 x$.

Câu 48: Đáp án D.

Tần số góc của dao động là: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2 \text{ (rad/s)}.$

Biên độ dao động của vật là: $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$

Vì vật đang qua vị trí có $x = 2 \text{ cm}$ và vận tốc $v = 0,04 \text{ m/s}$ nên pha dao động của vật lúc này là:

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ (rad)}.$$

Câu 49: Đáp án B

Theo đề cho thì ta có vận tốc lớn nhất và gia tốc lớn nhất lần lượt là:

$$\begin{cases} v_{\max} = A\omega = 40 \text{ (cm/s)} \\ a_{\max} = A\omega^2 = 200 \text{ (cm/s}^2\text{)} \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{200}{40} = 5 \text{ (rad/s)}.$$

Vậy biên độ dao động của chất điểm là: $A = \frac{40}{5} = 8 \text{ cm}.$

Câu 50: Đáp án A.

Dùng công thức: $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$

$$\Rightarrow \omega = 10\pi \text{ (rad/s)}; A = 5 \text{ cm}.$$

2. Bài toán về cắt ghép lò xo

2.1. Phương pháp

Ta cần chú ý một số kiến thức sau:

* Cắt lò xo:

Giả sử ta có một lò xo có chiều dài l_0 có độ cứng k_0 . Cắt lò xo này thành n đoạn có chiều dài và độ cứng lần lượt là $k_1, k_2, \dots, k_n$. Khi đó ta luôn có

$$k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n = ES$$

Nhận xét

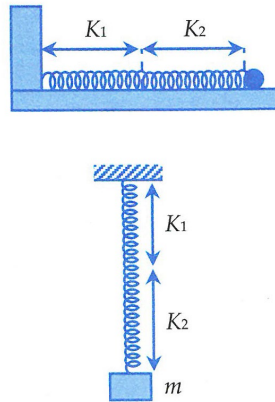
Lò xo có chiều dài tăng bao nhiêu lần thì độ cứng giảm đi bấy nhiêu lần và ngược lại

* Ghép lò xo

a) Trường hợp ghép nối tiếp

2 lò xo ghép nối tiếp thì độ cứng của hệ lò xo (độ cứng tương đương):

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$



Chứng minh:

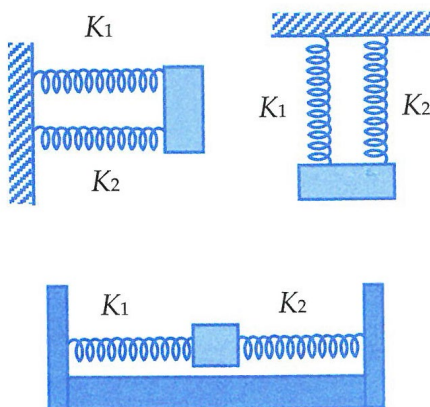
Xét khi vật ở vị trí cách vị trí cân bằng (lò xo không biến dạng) một đoạn x . Độ biến dạng và lực đàn hồi của các lò xo thành phần là x_1, x_2, F_1, F_2 . Tại điểm nối giữa hai lò xo lực đàn hồi do lò xo 1 tác dụng lên lò xo 2 tại điểm nối bằng với lực đàn hồi do lò xo 2 tác dụng lên lò xo do 1 tại điểm nối, tức là ta có $F_1 = F_2$.

Gọi độ biến dạng và lực đàn hồi của lò xo tương đương là x, F . Ta có

$$\begin{cases} F = F_1 = F_2 \\ x = x_1 + x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = -kx = -k_1 x_1 = -k_2 x_2 \\ x = x_1 + x_2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \frac{F}{-k} = \frac{F}{-k_1} + \frac{F}{-k_2} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

b) Trường hợp ghép song song

Khi 2 lò xo có độ cứng k_1, k_2 ghép song song thì độ cứng của hệ lò xo (độ cứng tương đương) được xác định bởi $k = k_1 + k_2$.



Chứng minh:

Xét khi vật ở vị trí cách vị trí cân bằng (vị trí cân bằng chọn là vị trí lò xo không biến dạng) một đoạn x . độ biến dạng và lực đàn hồi của các lò xo thành phần là x_1, x_2, F_1, F_2 .

Độ biến dạng và lực đàn hồi của lò xo tương đương là x, F . Ta có

$$\begin{cases} F = F_1 + F_2 \\ x = x_1 = x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -kx = -k_1x_1 - k_2x_2 \\ x = x_1 = x_2 \end{cases} \Rightarrow k = k_1 + k_2$$

2.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một lò xo có độ dài $l = 50$ cm, độ cứng $k = 50$ N/m. Cắt lò xo làm 2 phần có chiều dài lần lượt là $l_1 = 20$ cm, $l_2 = 30$ cm. Tìm độ cứng của mỗi đoạn

A. 150 N/m; 83,3 N/m. **B.** 125 N/m; 133,3 N/m. **C.** 150 N/m; 135,3 N/m. **D.** 125 N/m; 83,33 N/m.

Lời giải

$$\text{Ta có } k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{k_0 l_0}{l_1} = \frac{50 \cdot 50}{20} = 125 \text{ N/m} \\ k_2 = \frac{k_0 l_0}{l_2} = \frac{50 \cdot 50}{30} = 83,33 \text{ N/m} \end{cases}$$

Đáp án D.

Ví dụ 2: Một vật có khối lượng m gắn vào lò xo 1 có độ cứng k_1 thì vật dao động điều hòa với chu kì T_1 , gắn vật đó vào lò xo 2 có độ cứng k_2 thì vật dao động điều hòa với chu kì T_2 . Khi gắn vật m vào 2 lò xo trên ghép *nối tiếp* thì chu kì, tần số dao động của vật được xác định bởi biểu thức nào?

Lời giải

Vì hệ lò xo ghép nối tiếp nên độ cứng tương đương là $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ (1)

$$\text{Mặt khác, ta có } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{4\pi^2 m} T^2$$

Tức là $\frac{1}{k}$ tỉ lệ thuận với T^2 , nên kết hợp với (1) ta được $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

Suy ra tần số dao động được xác định bởi biểu thức $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$.

Ví dụ 3: Một vật có khối lượng m gắn vào lò xo 1 có độ cứng k_1 thì vật dao động điều hòa với chu kì T_1 , gắn vật đó vào lò xo 2 có độ cứng k_2 thì vật dao động điều hòa với chu kì T_2 . Khi gắn vật m vào 2 lò xo trên ghép song song thì chu kì, tần số dao động của vật được xác định bởi biểu thức nào?

Lời giải

Vì hệ lò xo ghép nối tiếp nên độ cứng tương đương là $k = k_1 + k_2$ (2)

Mặt khác, ta có $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{4\pi^2 m} T^2$

Tức là $\frac{1}{k}$ tỉ lệ thuận với T^2 , nên kết hợp với (1) ta được $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$.

Suy ra tần số dao động được xác định bởi biểu thức $f^2 = f_1^2 + f_2^2$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo khi gắn vật m với lò xo k_1 thì chu kì là $T_1 = 3s$. Nếu gắn vật m đó vào lò xo k_2 thì dao động với chu kì $T_2 = 4s$. Tìm chu kì của con lắc lò xo ứng với các trường hợp ghép nối tiếp và song song hai lò xo với nhau

A. 5s; 1s.

B. 6s; 4s.

C. 5s; 2,4s.

D. 10s; 7s.

Lời giải

Khi hai lò xo mắc nối tiếp ta có $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Khi hai lò xo ghép song song ta có $T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = \frac{3 \cdot 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2,4$.

Đáp án C.

Ví dụ 5: Một lò xo có độ dài l_0 , độ cứng $k_0 = 100$ N/m. Cắt lò xo làm 3 đoạn tỉ lệ 1:2:3. Xác định độ cứng của mỗi đoạn.

A. 200; 400; 600 N/m. B. 100; 300; 500 N/m.

C. 200; 300; 400 N/m.

D. 200; 300; 600 N/m.

Lời giải

Ta có khi cắt lò xo thì tích của độ cứng và chiều dài là không đổi

$$k_0 \cdot l_0 = k_1 \cdot l_1 = k_2 \cdot l_2 = k_3 \cdot l_3$$

Vì ta cắt lò xo làm 3 đoạn có tỉ lệ 1:2:3 nên ta có:

$$\frac{l_1}{1} = \frac{l_2}{2} = \frac{l_3}{3} \Rightarrow \frac{l_1}{1} = \frac{l_2}{2} = \frac{l_3}{3} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{1+2+3} = \frac{l_0}{6} \Rightarrow \begin{cases} l_1 = \frac{l_0}{6} \\ l_2 = \frac{l_0}{3} \\ l_3 = \frac{l_0}{2} \end{cases}$$

Như vậy độ cứng của lò xo thứ nhất là

$$\begin{cases} k_1 = \frac{k_0 l_0}{l_1} \\ l_1 = \frac{l_0}{6} \\ k_0 = 100 \text{ N/m} \end{cases} \Rightarrow k_1 = 100 \cdot 6 = 600 \text{ N/m}$$

Tương tự ta tính được $k_2 = 300 \text{ N/m}$ và $k_3 = 200 \text{ N/m}$.

Đáp án D.

Ví dụ 6: Lò xo thứ nhất có độ cứng $K_1 = 400 \text{ N/m}$, lò xo thứ hai có độ cứng là $K_2 = 600 \text{ N/m}$. Hỏi nếu ghép song song hai lò xo trên thì độ cứng là bao nhiêu?

- A. 600 N/m. B. 500 N/m. C. 1000 N/m. D. 2400 N/m.

Lời giải

Vì hai lò xo ghép song song nên có độ cứng tương đương là

$$\Rightarrow k = k_1 + k_2 = 400 + 600 = 1000 \text{ N/m}$$

Đáp án C.

Ví dụ 7: Lò xo 1 có độ cứng $k_1 = 400 \text{ N/m}$, lò xo 2 có độ cứng là $k_2 = 600 \text{ N/m}$. Hỏi nếu ghép nối tiếp 2 lò xo trên thì độ cứng của hệ là bao nhiêu?

- A. 600 N/m. B. 500 N/m. C. 1000 N/m. D. 240 N/m.

Lời giải

Vì 2 lò xo mắc nối tiếp nên ta có độ cứng tương đương là

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{400 \cdot 600}{400 + 600} = 240 \text{ (N/m)}$$

Đáp án D.

Ví dụ 8: Một lò xo đồng chất, tiết diện đều được cắt thành ba lò xo có chiều dài tự nhiên là l (cm), $(l-10)$ (cm) và $(l-20)$ (cm). Lần lượt gắn mỗi lò xo này (theo thứ tự trên) với vật nhỏ khối lượng m thì được ba con lắc có chu kỳ dao động riêng tương ứng là 2s, $\sqrt{3}$ s và T . Biết độ cứng của các lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên của nó. Giá trị của T là

- A. 1,00 s. B. 1,28 s. C. 1,41 s. D. 1,50 s.

Lời giải

Vì độ cứng lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên, nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \\ \frac{T_1}{T_3} = \sqrt{\frac{l_1}{l_3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{l}{l-10}} \\ \frac{2}{T} = \sqrt{\frac{l}{l-20}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l = 40 \\ T = \frac{2}{\sqrt{l-20}} \end{cases} \Rightarrow T = \sqrt{2} (s).$$

Đáp án C.

2.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Một con lắc lò xo gồm vật nặng m treo dưới lò xo dài. Chu kỳ dao động là T . Chu kỳ dao động là bao nhiêu nếu giảm độ dài lò xo xuống 2 lần:

- A. $T' = \frac{T}{2}$. B. $T' = 2T$. C. $T' = T\sqrt{2}$. D. $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$.

Câu 2: Một con lắc lò xo gồm vật nặng m treo dưới lò xo dài. Chu kỳ dao động là T . Chu kỳ dao động là bao nhiêu nếu tăng độ dài lò xo lên 2 lần:

- A. $T' = \frac{T}{2}$. B. $T' = 2T$. C. $T' = T\sqrt{2}$. D. $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$.

Câu 3: Có n lò xo khi treo cùng một vật nặng vào mỗi lò xo thì chu kỳ dao động tương ứng của mỗi lò xo là $T_1, T_2, \dots, T_n$ nếu mắc nối tiếp n lò xo trên rồi treo cùng một vật nặng thì chu kỳ hệ là:

- A. $T^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2$.
B. $T = T_1 + T_2 + \dots + T_n$.
C. $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2}$.
D. $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n}$.

Câu 4: Có n lò xo khi treo cùng một vật nặng vào mỗi lò xo thì chu kỳ dao động tương ứng của mỗi lò xo là $T_1, T_2, \dots, T_n$ nếu ghép song song n lò xo trên rồi treo cùng một vật nặng thì chu kỳ hệ là:

- A. $T^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2$.
B. $T = T_1 + T_2 + \dots + T_n$.
C. $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2}$.
D. $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n}$.

Câu 5: Một con lắc lò xo có độ dài tự nhiên l_0 , độ cứng là $k_0 = 50 \text{ N/m}$. Nếu cắt lò xo làm 4 đoạn với tỉ lệ 1:2:3:4 thì độ cứng của mỗi đoạn là bao nhiêu?

- A. 500; 400; 300; 200. B. 500; 250; 166,67; 125.
C. 500; 166,7; 125; 250. D. 500; 250; 450; 230.

Câu 6: Có hai lò xo $K_1 = 50 \text{ N/m}$ và $K_2 = 60 \text{ N/m}$. Gắn nối tiếp hai lò xo trên vào vật $m = 0,4 \text{ kg}$. Tìm chu kỳ dao động của hệ?

- A. 0,760 s. B. 0,789 s. C. 0,350 s. D. 0,379 s.

Câu 7: Gắn vật m vào lò xo K_1 thì vật dao động với tần số f_1 ; gắn vật m vào lò xo K_2 thì nó dao động với tần số f_2 . Hỏi nếu gắn vật m vào lò xo có độ cứng $K = 2K_1 + 3K_2$ thì tần số sẽ là bao nhiêu?

- A. $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$. B. $f = 2f_1 + 3f_2$.

C. $f = \sqrt{2f_1^2 + 3f_2^2}$.

D. $f = 6f_1 \cdot f_2$.

Câu 8: Gắn vật m vào lò xo K_1 thì vật dao động với chu kỳ $T_1 = 0,3s$, gắn vật m vào lò xo K_2 thì dao động với chu kỳ $T_2 = 0,4s$. Hỏi nếu gắn vật m vào lò xo K_1 song song K_2 thì chu kỳ của hệ là?

A. 0,20 s.

B. 0,17 s.

C. 0,50 s.

D. 0,24 s.

Câu 9: Hai lò xo có độ cứng là K_1, K_2 và một vật nặng $m = 1kg$. Khi mắc hai lò xo song song thì tạo ra một con lắc dao động điều hòa với $\omega_1 = 10\sqrt{5} rad/s$, khi mắc nối tiếp hai lò xo thì con lắc dao động với $\omega_2 = 2\sqrt{30} rad/s$. Giá trị của K_1, K_2 là

A. 200; 300.

B. 250; 250.

C. 300; 250.

D. 250; 350.

Câu 10: Hai lò xo l_1 và l_2 có cùng độ dài. Khi treo vật m vào lò xo l_1 thì chu kỳ dao động của vật là $T_1 = 0,6s$, khi treo vật vào lò xo l_2 thì chu kỳ dao động của vật là $0,8s$. Nối hai lò xo với nhau ở cả hai đầu để được một lò xo cùng độ dài rồi treo vật vào hệ hai lò xo thì chu kỳ dao động của vật là

A. 1,000 s.

B. 0,240 s.

C. 0,692 s.

D. 0,480 s.

Câu 11: Khi mắc vật m vào lò xo K_1 thì vật dao động điều hòa với chu kỳ $T_1 = 0,6s$, khi mắc vật m vào lò xo K_2 thì vật dao động điều hòa với chu kỳ $T_2 = 0,8s$. Khi mắc m vào hệ hai lò xo K_1, K_2 mắc nối tiếp thì chu kỳ dao động của vật là?

A. 1,000 s.

B. 0,240 s.

C. 0,693 s.

D. 0,480 s.

Câu 12: Treo quả nặng m vào lò xo thứ nhất, thì con lắc tương ứng dao động với chu kỳ $0,24s$. Nếu treo quả nặng đó vào lò xo thứ 2 thì con lắc tương ứng dao động với chu kỳ $0,32s$. Nếu mắc song song 2 lò xo rồi gắn quả nặng m thì con lắc tương ứng dao động với chu kỳ?

A. 0,400 s.

B. 0,370 s.

C. 0,137 s.

D. 0,192 s.

Câu 13: Có hai lò xo giống hệt nhau độ cứng $k = 2N/m$. Nối hai lò xo song song rồi treo quả nặng $200g$ vào và cho vật dao động tự do. Chu kỳ dao động của vật là?

A. 2,80 s.

B. 1,99 s.

C. 2,50 s.

D. 1,40 s.

Câu 14: Cho một hệ lò xo như hình vẽ, $m = 100g$, $K_1 = 100N/m$, $K_2 = 150N/m$. Khi vật ở vị trí cân bằng tổng độ giãn của hai lò xo là $5cm$. Kéo vật tới vị trí lò xo l có chiều dài tự nhiên, sau đó thả vật dao động điều hòa. Biên độ và tần số góc của dao động là (bỏ qua mọi ma sát):



A. 25cm; $50 rad/s$.

B. 3cm; $30 rad/s$.

C. 3cm; $50 rad/s$.

D. 5cm ; $30 rad/s$.

Câu 15: Hai lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là $K_1 = 1N/cm$, $K_2 = 150N/m$ được treo nối tiếp thẳng đứng. Độ cứng của hệ hai lò xo trên là?

A. 151 N/m .

B. $0,96\text{ N/m}$.

C. 60 N/m .

D. 250 N/m .

Câu 16: Hệ hai lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là $K_1 = 60\text{ N/m}$, $K_2 = 40\text{ N/m}$ đặt nằm ngang nối tiếp, bỏ qua mọi ma sát. Vật nặng có khối lượng $m = 600\text{ g}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Tần số dao động của hệ là?

A. $4,00\text{ Hz}$.

B. $1,00\text{ Hz}$.

C. $3,00\text{ Hz}$.

D. $2,05\text{ Hz}$.

Câu 17: Một vật có khối lượng m khi treo vào lò xo có độ cứng K_1 thì dao động với chu kỳ $T_1 = 0,64\text{ s}$. Nếu mắc vật m trên vào lò xo có độ cứng K_2 thì nó dao động với chu kỳ là $T_2 = 0,36\text{ s}$. Mắc hệ nối tiếp 2 lò xo thì chu kỳ dao động của hệ là bao nhiêu?

A. $0,3100\text{ s}$.

B. $0,7340\text{ s}$.

C. $0,5392\text{ s}$.

D. Đáp án khác.

Câu 18: Một vật có khối lượng m khi treo vào lò xo có độ cứng K_1 thì dao động với chu kỳ $T_1 = 0,64\text{ s}$. Nếu mắc vật m trên vào lò xo có độ cứng K_2 thì nó dao động với chu kỳ là $T_2 = 0,36\text{ s}$. Mắc hệ song song 2 lò xo thì chu kỳ dao động của hệ là bao nhiêu?

A. $0,3100\text{ s}$.

B. $0,7340\text{ s}$.

C. $0,5392\text{ s}$.

D. Đáp án khác.

Câu 19: Một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 40\text{ cm}$, độ cứng $k = 20\text{ N/m}$, được cắt thành hai lò xo có chiều dài $l_1 = 10\text{ cm}$, $l_2 = 30\text{ cm}$. Độ cứng K_1 , K_2 của hai lò xo l_1 , l_2 lần lượt là:

A. 80 N/m ; $26,7\text{ N/m}$.

B. 5 N/m ; 15 N/m .

C. 26 N/m ; 7 N/m .

D. Đáp án khác.

Câu 20: Một lò xo có độ dài l , độ cứng $k = 100\text{ N/m}$. Cắt lò xo làm 3 phần với tỉ lệ $1:2:3$ tính độ cứng của mỗi đoạn:

A. $600, 300, 200\text{ (N/m)}$.

B. $200, 300, 500\text{ (N/m)}$.

C. $300, 400, 600\text{ (N/m)}$.

D. $600, 400, 200\text{ (N/m)}$.

Câu 21: Một lò xo có độ cứng $K = 50\text{ N/m}$, cắt lò xo làm hai phần với tỉ lệ $2:3$. Tìm độ cứng của mỗi đoạn

A. $K_1 = 125\text{ N/m}$, $K_2 = 83,33\text{ N/m}$.

B. $K_1 = 125\text{ N/m}$, $K_2 = 250\text{ N/m}$.

C. $K_1 = 250\text{ N/m}$, $K_2 = 83,33\text{ N/m}$.

D. $K_1 = 150\text{ N/m}$, $K_2 = 100\text{ N/m}$.

Câu 22: Một lò xo có $k = 1\text{ N/cm}$, dài $l_0 = 1\text{ m}$. Cắt lò xo thành 3 phần tỉ lệ $1:2:2$. Tìm độ cứng của mỗi đoạn?

A. $500, 200, 200$.

B. $500, 250, 200$.

C. $500, 250, 250$.

D. $500, 200, 250$.

Câu 23: Hai lò xo có độ cứng $K_1 = 20\text{ N/m}$; $K_2 = 60\text{ N/m}$. Độ cứng của lò xo tương đương khi 2 lò xo mắc song song là:

- A. 15 N/m . B. 40 N/m .
C. 80 N/m . D. 1200 N/m .

Câu 24: Hai lò xo giống nhau có cùng độ cứng 10 N/m . Mắc hai lò xo song song nhau rồi treo vật nặng khối lượng $m = 200\text{ g}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Chu kỳ dao động tự do của hệ là:

- A. 1 s . B. 2 s . C. $\frac{\pi}{5}\text{ s}$. D. $\frac{2\pi}{5}\text{ s}$.

Câu 25: Hai lò xo giống nhau có cùng độ cứng $K_1 = K_2 = 30\text{ N/m}$. Mắc hai lò xo nối tiếp nhau rồi treo vật nặng khối lượng $m = 150\text{ g}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Chu kỳ dao động tự do của hệ là:

- A. $2\pi\text{ s}$. B. $\pi\text{ s}$. C. $\frac{\pi}{5}\text{ s}$. D. $\frac{2\pi}{5}\text{ s}$.

Câu 26: Một hệ gồm 2 lò xo l_1, l_2 có độ cứng $K_1 = 60\text{ N/m}$, $K_2 = 40\text{ N/m}$ một đầu gắn cố định, đầu còn lại gắn vào vật m có thể dao động điều hòa theo phương ngang. Khi ở trạng thái cân bằng lò xo 1 bị nén 2 cm . Lực đàn hồi tác dụng vào m khi vật có li độ 1 cm là?

- A. $4,0\text{ N}$. B. $1,5\text{ N}$. C. $2,0\text{ N}$. D. $1,0\text{ N}$.

Câu 27: Cho một lò xo có độ dài $l_0 = 45\text{ cm}$, $K_0 = 12\text{ N/m}$ Khối lượng không đáng kể, được cắt thành hai lò xo có độ cứng lần lượt $K_1 = 30\text{ N/m}$, $K_2 = 20\text{ N/m}$. Gọi l_1, l_2 là chiều dài mỗi lò xo khi cắt. Tìm l_1, l_2 .

- A. $l_1 = 27\text{ cm}; l_2 = 18\text{ cm}$. B. $l_1 = 18\text{ cm}; l_2 = 27\text{ cm}$.
C. $l_1 = 30\text{ cm}; l_2 = 15\text{ cm}$. D. $l_1 = 15\text{ cm}; l_2 = 30\text{ cm}$.

Câu 28: Hai lò xo giống hệt nhau có $k = 100\text{ N/m}$ mắc nối tiếp vào nhau. Gắn với vật $m = 2\text{ kg}$. Dao động điều hòa. Tại thời điểm vật có gia tốc 75 cm/s^2 thì nó có vận tốc $15\sqrt{3}\text{ cm/s}$. Xác định biên độ.

- A. $6,00\text{ cm}$. B. $4,00\text{ cm}$.
C. $5,00\text{ cm}$. D. $3,97\text{ cm}$.

ĐÁP ÁN

1-D	2-C	3-A	4-C	5-B	6-A	7-C	8-D	9-A	10-D
11-A	12-D	13-D	14-C	15-C	16-B	17-B	18-A	19-A	20-A
21-A	22-C	23-C	24-C	25-C	26-D	27-B	28-A		

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án D.**

Khi giảm độ dài của con lắc lò xo xuống hai lần thì:

$$l_1 K_1 = l_2 K_2 \Leftrightarrow l_1 K_1 = \frac{l_1}{2} K_2 \Rightarrow K_2 = 2K_1.$$

Áp dụng vào công thức tính chu kỳ của con lắc lò xo ta được:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2K_1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} T_1.$$

Câu 2: Đáp án C.

Tương tự như câu 1 khi tăng độ dài lò xo lên 2 lần thì:

$$K_2 = \frac{K_1}{2} \Rightarrow T_2 = \sqrt{2} T_1.$$

Câu 3: Đáp án A.

Gọi độ cứng của mỗi lò xo trong n lò xo là K_n .

Từ công thức tính chu kỳ của lò xo: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ ta suy ra được: $K = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2}$.

Ta có khi mắc nối tiếp n lò xo trên rồi treo vào cùng một vật nặng thì ta được độ cứng của hệ con lắc lò xo dao động là:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} &= \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n} \\ \Leftrightarrow \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot m} &= \frac{T_1^2}{4\pi^2 \cdot m} + \frac{T_2^2}{4\pi^2 \cdot m} + \dots + \frac{T_n^2}{4\pi^2 \cdot m} \\ \Leftrightarrow T^2 &= T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2. \end{aligned}$$

Câu 4: Đáp án C.

Tương tự giống câu 3 nhưng đây là trường hợp các lò xo ghép song song nên ta được

$$\begin{aligned} K &= K_1 + K_2 + \dots + K_n \\ \Leftrightarrow \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2} &= \frac{4\pi^2 \cdot m}{T_1^2} + \frac{4\pi^2 \cdot m}{T_2^2} + \dots + \frac{4\pi^2 \cdot m}{T_n^2}. \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2}$$

Câu 5: Đáp án B.

Ta gọi độ dài và độ cứng của 4 đoạn lò xo khi bị cắt ra lần lượt là: $l_1, K_1; l_2, K_2; l_3, K_3; l_4, K_4$.

Áp dụng công thức ta có: $l_1.K_1 = l_2.K_2 = l_3.K_3 = l_4.K_4$.

Vì theo đề bài thì người ta chia tỷ lệ:

$$\begin{cases} l_1 : l_2 : l_3 : l_4 = 1 : 2 : 3 : 4 \\ l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = l \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l_1 = \frac{l}{10} \\ l_2 = \frac{2l}{10} \\ l_3 = \frac{3l}{10} \\ l_4 = \frac{4l}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{10}.K_1 = \frac{2l}{10}.K_2 = \frac{3l}{10}.K_3 = \frac{4l}{10}.K_4 = l.K$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_1 = 10K = 500(N/m). \\ K_2 = 5K = 250(N/m). \\ K_3 = \frac{10K}{3} = 166,67(N/m). \\ K_4 = \frac{5K}{2} = 125(N/m). \end{cases}$$

Câu 6: Đáp án A.

Khi gắn nối tiếp hai lò xo trên thì độ cứng tổng hợp sẽ là:

$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} = \frac{50.60}{50 + 60} = \frac{300}{11}(N/m).$$

Chu kỳ dao động của hệ là:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,4}{300/11}} = 0,760s.$$

Câu 7: Đáp án C

Khi gắn m vào lò xo có độ cứng

$$K = 2K_1 + 3K_2 \Leftrightarrow 4\pi^2.m.f^2 = 2.4\pi^2.m.f_1^2 + 3.4\pi^2.m.f_2^2$$

$$\Rightarrow f = \sqrt{2f_1^2 + 3f_2^2}$$

Câu 8: Đáp án D.

Khi K_1 song song với K_2 thì lò xo sẽ dao động với chu kỳ:

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{0,3^2} + \frac{1}{0,4^2} = \frac{625}{36} \Rightarrow T = 0,24s.$$

Câu 9: Đáp án A.

Theo đề ta có:

$$\begin{cases} \omega_1 = 10\sqrt{5} \text{ (rad/s)} \\ \omega_2 = 2\sqrt{30} \text{ (rad/s)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{K_1}{m}} = 10\sqrt{5} \\ \sqrt{\frac{K_2}{m}} = 2\sqrt{30} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} K_{01} + K_{02} = 500 \\ \frac{K_{01} \cdot K_{02}}{K_{01} + K_{02}} = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 200 \\ K_2 = 300 \end{cases}$$

Câu 10: Đáp án D.

Chu kỳ dao động của vật là:

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \Rightarrow T = 0,48s.$$

Câu 11: Đáp án A.

Khi mắc m vào hệ hai lò xo nối tiếp thì chu kỳ dao động của vật là:

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2 \Rightarrow T^2 = 0,6^2 + 0,8^2 = 1 \Leftrightarrow T = 1s.$$

Câu 12: Đáp án D.

Khi mắc song song hai lò xo rồi gắn vào vật nặng m thì chu kỳ dao động của vật là:

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{0,24^2} + \frac{1}{0,32^2} = \frac{15625}{576} \Rightarrow T = 0,192s.$$

Câu 13: Đáp án D.

Nối hai lò xo song song thì ta được một lò xo có độ cứng tổng hợp là:

$$K = K_1 + K_2 = 2 + 2 = 4 \text{ N/m}.$$

Chu kỳ dao động của vật là:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{4}} = 1,4s.$$

Câu 14: Đáp án C.

Khi vật ở vị trí cân bằng thì tổng độ giãn của cả hai lò xo là 5 cm.

Vì vật được mắc ở giữa hai lò xo nên ta xem như hai lò xo đang treo song song với nhau.

Nên độ cứng tổng hợp sẽ là:

$$K = K_1 + K_2 = 100 + 150 = 250 \text{ (N/m)}.$$

Suy ra tần số góc dao động là:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{250}{0,1}} = 50 \text{ (rad/s)}.$$

Ta có: $\begin{cases} x_1 K_1 = x_2 K_2 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \text{ cm} \\ x_2 = 2 \text{ m} \end{cases}$ nên biên độ của dao động là 3cm.

Câu 15: Đáp án C.

Độ cứng của hệ hai lò xo trên là:

$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} = \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = 60 \text{ (N/m)}.$$

Câu 16: Đáp án B.

Tần số dao động của vật là:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{24}{0,6}} = 1 \text{ (Hz)}.$$

Câu 17: Đáp án B.

Nếu mắc nối tiếp 2 lò xo trên thì chu kỳ dao động sẽ là:

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2 = 0,64^2 + 0,36^2 = 0,5392 \Rightarrow T = 0,7343 \text{ s}.$$

Câu 18: Đáp án A.

Mắc hệ song song thì chu kỳ của dao động là:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{0,64^2} + \frac{1}{0,36^2} \Rightarrow T = 0,3137 \text{ s}.$$

Câu 19: Đáp án A.

Ta có:

$$K_1 l_1 = K_2 l_2 = K_3 l_3 = Kl \Leftrightarrow 10K_1 = 30K_2 = 40K$$

$$\Rightarrow K_1 = 80 \text{ (N/m)}; K_2 = 26,7 \text{ (N/m)}.$$

Câu 20: Đáp án A.

Cắt lò xo thành 3 phần thì ta được:

$$l_1 K_1 = l_2 K_2 = l_3 K_3 = lK \Rightarrow \frac{1}{6} l K_1 = \frac{2}{6} l K_2 = \frac{3}{6} l K_3 = lK$$

$$\Rightarrow K_1 = 600 \text{ (N/m)}; K_2 = 300; K_3 = 200 \text{ (N/m)}.$$

Câu 21: Đáp án A.

Cắt lò xo làm hai phần theo tỉ lệ $l_1 : l_2 = 2 : 3$

$$\Rightarrow l_1 = \frac{2}{5} l; l_2 = \frac{3}{5} l$$

$$\Rightarrow K_1 = 2,5K = 125 \text{ (N/m)}; K_2 = \frac{5}{3} K = 83,33 \text{ (N/m)}.$$

Câu 22: Đáp án C.

Cách giải tương tự như các câu trên.

Câu 23: Đáp án C.

Độ cứng của lò xo là: $K = K_1 + K_2 = 20 + 60 = 80 (N/m)$.

Câu 24: Đáp án C.

Chu kỳ dao động tự do của con lắc đơn là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{20}} = \frac{\pi}{5} s.$$

Câu 25: Đáp án C.

Chu kỳ dao động của hệ là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,15}{15}} = \frac{\pi}{5} s.$$

Câu 26: Đáp án D.

Độ cứng tổng hợp của lò xo là:

$$K = K_1 + K_2 = 60 + 40 = 100 (N/m).$$

Khi ở trạng cân bằng lò xo 1 bị nén vào 2 cm.

Câu 27: Đáp án B.

Ta có: $l_1 K_1 = l_2 K_2 = lK \Leftrightarrow l_1 \cdot 30 = l_2 \cdot 20 = 45 \cdot 12$

$$\Rightarrow l_1 = 18 cm; l_2 = 27 cm.$$

Câu 28: Đáp án A.

Độ cứng tổng hợp của lò xo là:

$$K = \frac{k \cdot k}{k + k} = 50 (N/m) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5 (rad/s).$$

Biên độ dao động của vật là:

$$A^2 = \left(\frac{75}{5^2} \right)^2 + \left(\frac{15\sqrt{3}}{5} \right)^2 = 36 \Rightarrow A = 6 cm.$$

CHƯƠNG

CHUYÊN ĐỀ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

3. Bài toán thời gian

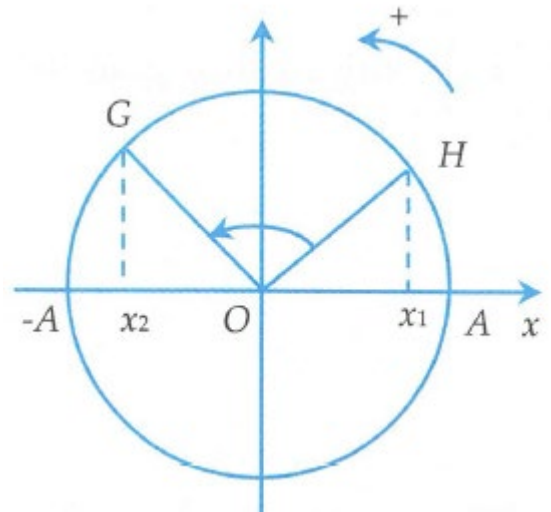
Đây là một bài toán có thể nói là quan trọng bậc nhất trong chương trình Vật lí phổ thông. Thấu hiểu cách làm và thấu hiểu phương pháp đường tròn đối với dao động điều hòa dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ sẽ giúp chúng ta làm tốt các bài toán không chỉ ở chương dao động cơ, mà còn ở các chương khác như sóng cơ, dao động điện từ, điện xoay chiều. Vậy nên, bạn đọc hãy đọc kĩ phần này!

3.1. Phương pháp

Ta sẽ dùng phương pháp đường tròn (sử dụng mối quan hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hòa) để giải các bài toán về tính thời gian trong dao động điều hòa.

- Ví dụ, để tính được *thời gian ngắn nhất* khi vật đi từ vị trí x_2 theo chiều âm như hình vẽ, ta cần xác định được góc mà vectơ $\vec{A}$ quét được trên đường tròn, tức là cần tính được góc $\widehat{HOG}$ (rad). Khi đó thời gian là

$$\widehat{HOG} = \omega t \Rightarrow t = \frac{\widehat{HOG}}{\omega}$$



Ví dụ, vì sao ta lại nói đến *thời gian ngắn nhất*? Vì nó cụ thể, do đó nó hay xuất hiện trong các câu hỏi. Nếu chỉ nói *thời gian* vật đi từ vị trí x_1 theo chiều âm đến x_2 theo chiều âm thì ta có thể hiểu thời gian cần tính là: thời gian đi từ x_1 theo chiều âm đến x_1 theo chiều âm lần thứ k (hết thời gian kT) rồi cộng với thời gian từ x_1 theo chiều âm đến x_2 theo chiều âm. Tức là nó hơn *thời gian ngắn nhất* một khoảng thời gian là kT với $k = 0, 1, 2, \dots$ ($k = 0$ chính là trường hợp *thời gian ngắn nhất*).

Ví dụ tiếp, nếu ta thay "đến x_2 theo chiều âm" bằng "đến x_2 theo chiều dương" thì kết quả là vectơ $\vec{A}$ khi đó quét được góc $\widehat{HOG'}$ trong đó G' đối xứng với G qua Ox. Như vậy, rõ ràng với bài toán thời gian, ta cần biết vị trí, chiều chuyển động cụ thể của vật để có thể tính toán một cách chính xác hơn. Do đó, để tính được thời gian khi vật đi từ vị trí x_1 đến vị trí x_2 thì phương pháp chung là:

+ Xác định tại vị trí x_1 vật đang đi theo chiều nào (vận tốc dương hay âm. Nếu vận tốc dương thì vật đi theo chiều dương, vận tốc âm thì vật đi theo chiều âm). Khi đó ứng với chất điểm trên đường tròn là điểm nào?

+ Xác định tại vị trí x_2 vật đang đi theo chiều nào (vận tốc dương hay âm). Khi đó ứng với chất điểm trên đường tròn là điểm nào?

+ Tính góc α mà $\vec{A}$ quét được khi vật đi từ x_1 đến x_2 ?

+ Tính thời gian vật đi từ x_1 đến x_2 bởi $\alpha = \omega t \Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega} \Rightarrow t = \frac{\alpha}{2\pi} T$

Nhận xét

Bạn đọc hãy để ý đến những chữ nghiêng ở ví dụ trên. Khi ta thay đổi một trong các chữ nghiêng đó, tính chất bài toán sẽ khác.

STUDY TIP

Khi sử dụng phương pháp đường tròn, để kết quả chính xác, nếu đề bài cho phương trình dao động dạng sin thì ta phải đổi về phương trình dạng cos.

4. Bài toán quãng đường

4.1. Phương pháp

a) Phương pháp truyền thống

Bài toán: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 ?

Lời giải

Ta sẽ sử dụng đường tròn để giải.

Trước khi dùng đường tròn, hãy luôn ghi nhớ là nếu đề bài cho phương trình dạng sin thì ta phải chuyển về phương trình dạng cos để giải.

-Bước 1: Xác định xem tại thời điểm t_1 vật đang ở đâu (x_1 bằng bao nhiêu?) và đang đi theo chiều nào (v_1 âm hay dương?). Biểu diễn chất điểm tương ứng trên đường tròn.

-Bước 2: Xác định góc quét được trong khoảng thời gian t_1 đến t_2 . Góc quét được là:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t_2 + \varphi) - (\omega t_1 + \varphi) \Rightarrow \Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1)$$

-Bước 3: Phân tích $\Delta\varphi = k.2\pi + \alpha$ với k nguyên và α gọi là góc dư.

-Bước 4: Quãng đường đi được $s = k.4A + S_0$ trong đó S_0 là quãng đường vật đi được ứng với góc dư α , S_0 được xác định dựa trên đường tròn.

Ta qua ví dụ cụ thể để hiểu rõ hơn.

b) Biểu thức tổng quát tính quãng đường

Bài toán: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 ?

Lời giải

Xét trong khoảng thời gian rất nhỏ dt , ta có thể coi tốc độ của vật là không đổi. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian dt là

$$ds = |dx| = |v|dt = |-\omega A \sin(\omega t + \varphi)|dt = |\omega A \sin(\omega t + \varphi)|dt$$

Lấy tích phân hai vế ta được quãng đường S vật đi được từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)|dt. (*)$$

c) Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong một khoảng thời gian nào đó

Xét khoảng thời gian $t < \frac{T}{2}$.

+ Quãng đường lớn nhất:

Để đi được quãng đường lớn nhất thì thứ nhất vật phải đi qua nơi có tốc độ lớn nhất (vị trí cân bằng), thứ hai là vị trí đầu và vị trí cuối xứng qua vị trí cân bằng (ta có thể hoàn toàn chứng minh được điều này).

Dựa vào hình vẽ, ta thấy quãng đường lớn nhất vật đi được là

$$s = A \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) + A \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = 2A \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Trong đó α là góc mà vật quét được trong khoảng thời gian t .

Tóm lại, cách tính quãng đường lớn nhất là:

- Xác định góc quét $\alpha : \alpha = \omega t$.
- Xác định quãng đường lớn nhất thông qua biểu thức

$$S_{max} = 2A \sin \frac{\alpha}{2}$$

+ Quãng đường nhỏ nhất:

Để đi được quãng đường nhỏ nhất thì thứ nhất vật phải đi qua nơi có tốc độ nhỏ nhất (một trong hai vị trí biên), thứ hai là vị trí đầu và vị trí cuối cách đều vị trí biên (ta có thể hoàn toàn chứng minh được điều này).

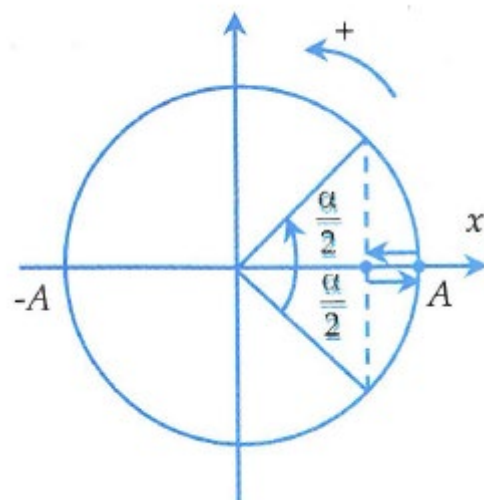
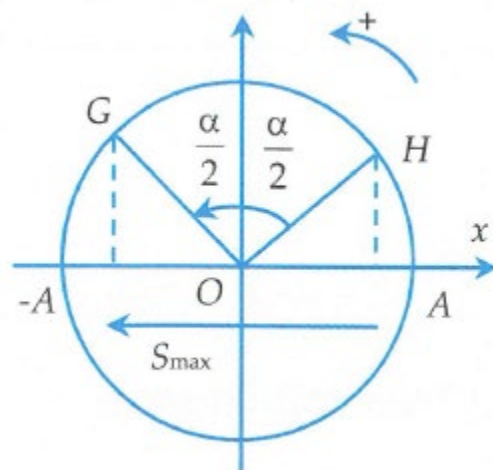
Dựa vào hình vẽ, ta thấy quãng đường nhỏ nhất vật đi được là

$$s = \left(A - A \cos \frac{\alpha}{2}\right) + \left(A - A \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

Trong đó α là góc mà vật quét được trong khoảng thời gian t .

Tóm lại, cách tính quãng đường nhỏ nhất là:

- Xác định góc quét $\alpha : \alpha = \omega t$.



- Xác định quãng đường nhỏ nhất thông qua biểu thức $S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$

* Xét khoảng thời gian $t > \frac{T}{2}$

Tách $t = k \frac{T}{2} + t'$, trong đó $k \in \mathbb{N}^*; 0 < t' < \frac{T}{2}$

- Trong thời gian $k \frac{T}{2}$ quãng đường vật đi được luôn là $k2A$.

- Trong thời gian $0 < t' < \frac{T}{2}$ thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như phần trên. Do đó quãng

đường lớn nhất và nhỏ nhất của chất điểm dao động điều hòa đi được trong thời gian $t > \frac{T}{2}$ là:

$$\begin{cases} S_{\max} = k2A + 2A \sin \frac{\alpha}{2} \\ S_{\min} = k2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) \end{cases}$$

STUDY TIP

Tích phân (*) tính khá phức tạp. Ta có thể sử dụng máy tính cầm tay Casio hoặc Vinacal tính tích phân này. Tuy nhiên, việc tính toán sẽ rất lâu (tầm hơn 1 phút thậm chí hơn 2 phút, tùy thuộc vào các đời máy). Vậy nên, phương pháp này không khuyến khích học sinh sử dụng mặc dù ta chỉ phải tính quãng đường nhờ đúng một phép tính!

Chú ý

Trong dao động điều hòa:

+ Trong một chu kì. luôn đi được quãng đường là $4A$.

+ Trong nửa chu kì, vật luôn đi được quãng đường là $2A$.

+ Thế nhưng, trong một phần tư chu kì chẳng hạn, vật chưa chắc đi được quãng đường là A (câu trả lời vì sao dành cho bạn đọc, và bạn đọc nên chú ý điều này kéo nhầm lẫn)!!!

CHƯƠNG 1. DAO ĐỘNG CƠ

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

DẠNG BÀI TOÁN THỜI GIAN

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa với chu kì T và biên độ A . Hãy tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ:

1. $x_1 = A$ đến $x_2 = \frac{A}{2}$.

2. $x_1 = \frac{A}{2}$ đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

3. $x_1 = -\frac{A}{2}$ đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

4. $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến $x_2 = -\frac{A}{2}$.

Lời giải

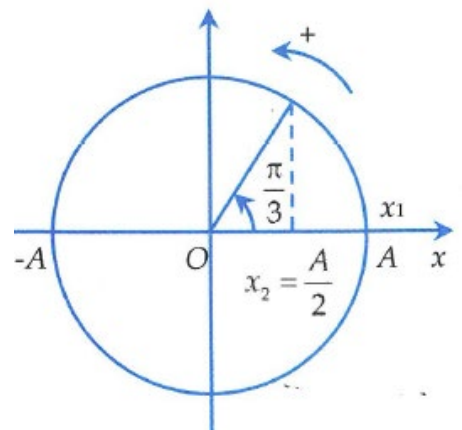
1. Tại x_1, x_2 vật đi theo chiều nào?

Tại $x_1 = A$ vật có xu hướng đi theo chiều âm. Để đến $x_2 = \frac{A}{2}$ hết thời

gian ngắn nhất thì ở $x_2 = \frac{A}{2}$ vật phải đi theo chiều âm.

Xác định góc quét?

Dựa vào đường tròn, ta có góc quét là $\alpha = \arccos\left(\frac{\frac{A}{2}}{A}\right) = \frac{\pi}{3}$, suy ra



thời gian là $t = \frac{\frac{\pi}{3}T}{2\pi} = \frac{T}{6}$.

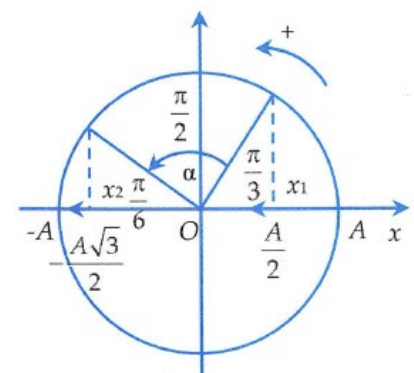
2. Có các khả năng xảy ra:

Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm.

Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương.

Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều dương đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm.

Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều dương đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương.



Tuy nhiên trong 4 trường hợp trên thì thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm

đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm. Chúng ta xem đường tròn hình bên để hiểu rõ hơn.

Dựa vào đường tròn, ta có $\alpha = \frac{\pi}{2}$ nên thời gian là $t = \frac{T}{4}$.

3. Thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp vật đi từ $x_1 = -\frac{A}{2}$ theo

chiều âm đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm.

Dựa vào đường tròn, ta có góc quét được là $\alpha = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$, suy ra

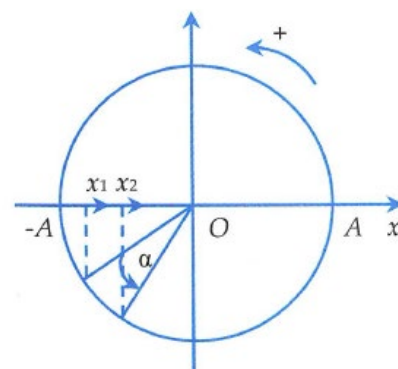
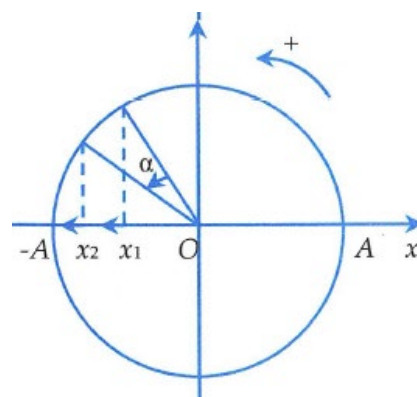
thời gian là $t = \frac{T}{12}$.

4. Thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp vật đi từ vị trí có li độ

$x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương đến $x_2 = -\frac{A}{2}$ theo chiều dương (xem hình vẽ).

Dựa vào đường tròn, ta có góc quét được là $\alpha = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$, suy ra

thời gian là $t = \frac{T}{12}$.



Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa với chu kì T và biên độ A. Trong một chu kì, khoảng thời gian để

1. Vận tốc có giá trị nhỏ hơn $\frac{v_{max}}{2}$ là bao nhiêu?

2. Vận tốc có giá trị lớn hơn $\frac{v_{max}}{2}$ là bao nhiêu?

3. Tốc độ có giá trị nhỏ hơn $\frac{v_{max}\sqrt{3}}{2}$ là bao nhiêu?

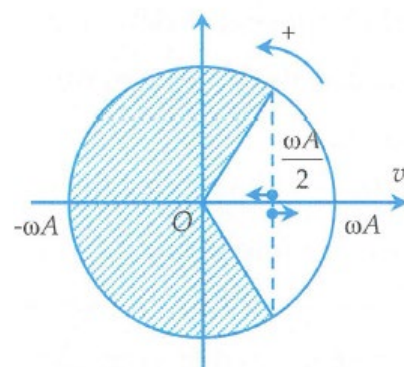
4. Tốc độ có giá trị lớn hơn $\frac{v_{max}\sqrt{3}}{2}$ là bao nhiêu?

5. Gia tốc có giá trị nhỏ hơn $\frac{a_{max}}{2}$ là bao nhiêu?

Lời giải

1. Ta sẽ dùng đường tròn của li độ x hoặc cũng có thể dùng đường tròn của vận tốc v để làm, bởi vì chu kì của x, v là như nhau. Không nên dùng đường tròn của x vì ta lại mất thời gian chuyển từ điều kiện v sang điều kiện x . Ta sẽ dùng đường tròn của vận tốc. Ta có trong một chu kì, $v < \frac{v_{max}}{2}$ ứng với phân gạch chéo ở hình vẽ.

Góc quét được là $\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}$, suy ra trong một chu kì, thời gian để



$$v < \frac{v_{\max}}{2} \text{ là}$$

$$t = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\pi} T = \frac{2T}{3}.$$

2. Trong một chu kì, thời gian để vận tốc $v > \frac{v_{\max}}{2}$ ứng với phần không gạch chéo ở hình trên. Góc quét được là $\frac{2\pi}{3}$ nên thời gian cần tìm là $\frac{T}{3}$.

3. Ta có $|v| < \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow -\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} < v < \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$. Do đó trong một chu

kỳ, khoảng thời gian để tốc độ có giá trị nhỏ hơn $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$ là khoảng thời gian vectơ quay quét được phần không gạch chéo ở hình vẽ.

Góc quét được là $\alpha = \left(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) + \left(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\pi}{3}$. Từ đó suy ra

$$\text{thời gian cần tìm là } t = \frac{\frac{4\pi}{3}}{2\pi} T = \frac{2T}{3}.$$

4. Ta có $|v| > \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} v > \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \\ v < -\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ do đó trong một chu kỳ,

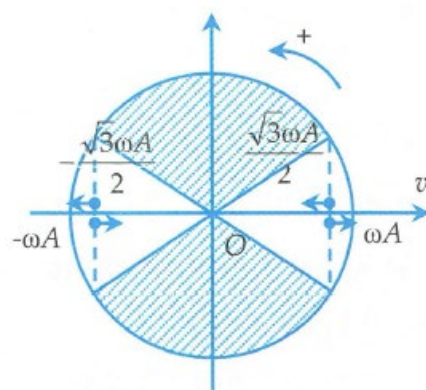
khoảng thời gian để tốc độ có giá trị $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$ là khoảng thời gian vectơ quay quét được phần gạch chéo như hình vẽ câu 3.

Góc quét được là $\alpha = \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) + \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3}$ nên suy ra thời gian $t = \frac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi} T = \frac{T}{3}$.

5. Ta dùng đường tròn của gia tốc a , làm tương tự các bài trên, ta thu được kết quả giống câu hỏi 1. Thời gian cần tính là $\frac{2T}{3}$.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với chu kì T và biên độ A . Trong một chu kì, khoảng thời gian để

1. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc cùng chiều?
2. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc ngược chiều?
3. Vật chuyển động nhanh dần?
4. Vật chuyển động chậm dần?
5. Lực hồi phục ngược chiều với vectơ vận tốc?
6. Lực hồi phục cùng chiều với vectơ vận tốc?



Lời giải

Dựa vào đường tròn:

- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ nhất (đi từ biên dương A đến vị trí cân bằng O) thì: $\vec{v}$ ngược chiều Ox, $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là cũng ngược chiều Ox, do đó trong góc phần tư thứ nhất, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ cùng chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ hai (đi từ vị trí cân bằng O đến biên âm) thì: $\vec{v}$ ngược chiều Ox, $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là cùng chiều Ox, do đó trong góc phần tư thứ hai, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ ngược chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ ba (đi từ vị trí biên âm đến vị trí cân bằng) thì: $\vec{v}$ cùng chiều Ox, $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là cùng chiều Ox, do đó trong góc phần tư thứ ba, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ cùng chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ tư (đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên dương) thì: $\vec{v}$ cùng chiều Ox, $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là ngược chiều Ox, do đó trong góc phần tư thứ tư, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ ngược chiều.

$$(II) 0 \rightarrow -A \begin{cases} \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \downarrow \vec{v} \end{cases} \quad (I) +A \rightarrow 0 \begin{cases} \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \uparrow \vec{v} \end{cases}$$

Tóm lại, ta có

$$(III) -A \rightarrow 0 \begin{cases} \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \uparrow \vec{v} \end{cases} \quad (IV) 0 \rightarrow +A \begin{cases} \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \downarrow \vec{v} \end{cases}$$

Vật chuyển động nhanh dần khi $\vec{a}$ và $\vec{v}$ cùng chiều, tức là khi vật chuyển động thuộc góc phần tư thứ I và thứ III. Lúc này vật đi từ biên về vị trí cân bằng.

Vật chuyển động chậm dần khi $\vec{a}$ và $\vec{v}$ ngược chiều, tức là khi vật chuyển động thuộc góc phần tư thứ II và thứ IV. Lúc này vật đi từ vị trí cân bằng đến biên.

* Quay trở lại bài toán:

1. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc cùng chiều?

Trong một chu kì, vectơ vận tốc và vectơ gia tốc cùng chiều khi vectơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

2. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc ngược chiều?

Trong một chu kì, vectơ vận tốc và vectơ gia tốc ngược chiều khi vectơ quay quét góc phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

3. Vật chuyển động nhanh dần?

Trong một chu kì, vật chuyển động nhanh dần khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, vectơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn.

Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

4. Vật chuyển động chậm dần?

Trong một chu kì, vật chuyển động chậm dần khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, vectơ quay quét góc phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

5. Lực hồi phục ngược chiều với vectơ vận tốc?

Trong một chu kì, lực hồi phục ngược chiều với vectơ vận tốc khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, vectơ quay quét góc phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

6. Lực hồi phục cùng chiều với vectơ vận tốc?

Trong một chu kì, lực hồi phục cùng chiều với vectơ vận tốc khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, vectơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

STUDY TIP

Có thể nhớ nhanh như sau: vì một trong 2 vị trí biên thì tốc độ bằng 0, ở vị trí cân bằng thì tốc độ cực đại, nên chuyển động *nhANH DẦN* khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, chuyển động *CHẬM DẦN* khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên.

Chú ý

Trong quá trình dao động của vật thì vectơ vận tốc $\vec{v}$ luôn cùng chiều chuyển động, còn vectơ gia tốc $\vec{a}$ luôn hướng về vị trí cân bằng. Lực hồi phục $\vec{F} = -k\vec{x}$ nên lực hồi phục ngược chiều li độ, mà li độ ngược chiều với gia tốc $\vec{a}$ nên lực hồi phục $\vec{F}$ cùng chiều với gia tốc $\vec{a}$.

Ví dụ 4: Khi một vật dao động điều hòa thì vectơ vận tốc

- A. luôn đổi chiều khi đi qua gốc tọa độ.
- B. luôn cùng chiều với vectơ gia tốc.
- C. luôn đổi chiều khi vật chuyển động đến vị trí biên.
- D. luôn ngược chiều với vectơ gia tốc.

Lời giải

- A. Sai, vì khi qua gốc tọa độ vật chưa đổi chiều chuyển động nên vector vận tốc chưa đổi chiều.
- B. Sai, vì chỉ cùng chiều với vector gia tốc khi vật chuyển động nhanh dần, tức là khi vật đi về vị trí cân bằng.
- C. Đúng vì khi đến vị trí biên thì vật đổi chiều chuyển động nên vector vận tốc cũng thay đổi theo.
- D. Sai, vì chỉ ngược chiều với vector gia tốc khi vật chuyển động chậm dần, tức là khi vật đi ra biên.

Đáp án C

Ví dụ 5: Chọn phát biểu đúng khi vật dao động điều hòa

- A. Vector vận tốc $\vec{v}$, vector gia tốc $\vec{a}$ của vật là các vector không đổi.
- B. Vector vận tốc $\vec{v}$, vector gia tốc $\vec{a}$ đổi chiều khi qua vị trí cân bằng.
- C. Vector vận tốc $\vec{v}$, vector gia tốc $\vec{a}$ cùng chiều chuyển động của vật.
- D. Vector vận tốc $\vec{v}$ hướng cùng chiều chuyển động, vector gia tốc $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng.

Lời giải

- A. Sai vì vận tốc và gia tốc biến thiên điều hòa theo thời gian nên vector vận tốc $\vec{v}$, vector gia tốc $\vec{a}$ của vật là các vector thay đổi.
- B. Sai vì khi đi qua vị trí cân bằng thì vật chưa đổi chiều nên vector vận tốc cũng chưa đổi chiều.
- C. Sai vì vector vận tốc $\vec{v}$, vector gia tốc $\vec{a}$ cùng chiều chuyển động của vật chỉ khi vật chuyển động từ biên về vị trí cân bằng.
- D. Đúng.

Đáp án D

Ví dụ 6: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Trong một chu kì kể từ thời điểm ban đầu, tìm khoảng thời gian để vận tốc có giá trị dương và vật chuyển động chậm dần?

- A. $\frac{7}{24} \text{ s} < \Delta t < \frac{5}{12} \text{ s}$.
- B. $\frac{5}{24} \text{ s} < \Delta t < \frac{1}{12} \text{ s}$.
- C. $\frac{5}{24} \text{ s} < \Delta t < \frac{1}{2} \text{ s}$.
- D. $\frac{1}{2} \text{ s} < \Delta t < \frac{6}{5} \text{ s}$.

Lời giải

Vận tốc dương khi vật chuyển động theo chiều dương (đi từ $-A$ đến A) và vật chuyển động chậm dần khi từ vị trí cân bằng ra biên. Do đó, trong một chu kì kể từ thời điểm ban đầu, khoảng thời gian để vận tốc có giá trị dương và vật chuyển động chậm dần ứng với vật chuyển động từ vị trí cân bằng ra biên dương, ứng với vector quay của vật nằm trong góc phần tư thứ IV. Tức là pha của vật nằm trong góc phần tư thứ IV. Khi đó ta có

$$\frac{3\pi}{2} < 4\pi t + \frac{\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow \frac{7}{24} \text{ s} < t < \frac{5}{12} \text{ s}$$

Đáp án A

Ví dụ 7: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Các thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5 \text{ cm}$ theo chiều dương của trục Ox là

A. $t = \frac{3}{2} + 2k (s) (k \in \mathbb{N}^*)$.

B. $t = \frac{3}{2} + 2k (s) (k \in \mathbb{N}^*)$.

C. $t = 1 + 2k (s) (k \in \mathbb{N}^*)$.

D. $t = -\frac{1}{2} + 2k (s) (k \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Vật đi qua vị trí $x = -5 \text{ cm}$ và chuyển động theo chiều dương ($v > 0$) nên ta có hệ

$$\begin{cases} x = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -5 \\ v = -\pi 5\sqrt{2}\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \pi t - \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \pi t - \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Vì $t > 0$ nên $k > 0,25$ mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \mathbb{N}^*$.

Cách 2: Giải theo đường tròn

Thời gian cần tính gồm 2 phần:

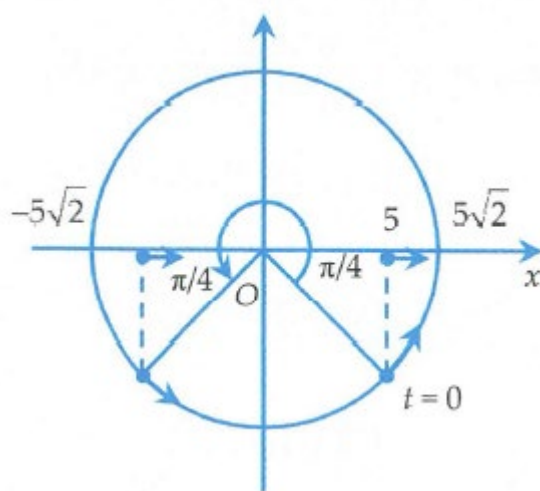
+ Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí ban đầu (vị trí ứng với $t = 0, x_0 = 5 \text{ cm}$ và đang chuyển động theo chiều dương) đến lúc vật đi qua vị trí $x = -5 \text{ cm}$ theo chiều dương lần thứ nhất.

Dựa vào đường tròn, dễ dàng tính được góc quét là

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}, \text{ suy ra thời gian } t_0 = \frac{3T}{4} = \frac{3}{2} (s).$$

+ Thời gian vật đi qua $x = -5 \text{ cm}$ theo chiều dương k lần tiếp theo. Thời gian này chính bằng k lần chu kỳ, vì khi vật đang ở $x = -5 \text{ cm}$ theo chiều dương thì sau k chu kỳ, vật vẫn đi qua $x = -5 \text{ cm}$ theo chiều dương.

Vậy $t = \frac{3}{2} + kT = \frac{3}{2} + 2k$ với $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, tương đương với $t = -\frac{1}{2} + 2k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$, (không chọn đáp án A vì ở đáp án A $k \in \mathbb{N}^*$ thiếu mất $k = 0$).



Đáp án D

STUDY TIP

Đối với những bài đi qua vị trí có li độ x biết rõ chiều (âm hay dương), nên ta giải bằng phương pháp đại

số để đỡ nhầm lẫn và dễ hình dung hơn. Ngoài ra, với kết quả bài toán là $t = -\frac{1}{2} + 2k$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, thì:

+ $k = 1$ ứng với thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương của trục Ox lần thứ nhất.

+ $k = 2$ ứng với thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương của trục Ox lần thứ hai.

...

Người ra đề có thể không hỏi tổng quát mà hỏi giá trị cụ thể của k, nên ta cần lưu ý điều này.

Ví dụ 8: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\text{cm}$. Xác định thời điểm vật đi qua vị trí $x = 2\text{cm}$ lần thứ 2011

A. $\frac{12061}{24}\text{s}$.

B. $\frac{12049}{24}\text{s}$.

C. $\frac{12025}{24}\text{s}$.

D. Đáp án khác.

Lời giải

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Thời điểm vật đi qua vị trí $x = 2\text{cm}$ (không kể chiều nào nên ta không cần phương trình vận tốc âm hay dương) được xác định theo phương trình

$$x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4\pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4\pi t + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2}, k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{8} + \frac{m}{2}, m \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

$k = 0$ ta có $t_0 = \frac{1}{24}$, đi qua $x = 2\text{cm}$ lần thứ nhất $\left(k = \frac{1-1}{2}\right)$.

$m = 1$ ta có $t_1 = \frac{3}{8} > t_0$, đi qua $x = 2\text{cm}$ lần thứ hai $\left(m = \frac{2}{2}\right)$.

$k = 1$ ta có $t_2 = \frac{13}{24} > t_1$, đi qua $x = 2\text{cm}$ lần thứ ba $\left(k = \frac{3-1}{2}\right)$.

.

$m = 2$ ta có $t_3 = \frac{7}{8} > t_2$, đi qua $x = 2\text{cm}$ lần thứ tư $\left(m = \frac{4}{2}\right)$.

Tổng quát với n là số lần đi qua vị trí $x = 2\text{cm}$ thì ứng với $k = \frac{n-1}{2}; m = \frac{n}{2}$

Ở đây $k \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}^*$

Như vậy đi qua 2011 lần thì ứng với $k = \frac{2011-1}{2} = 1005$, vào thời điểm $t = \frac{1}{24} + \frac{1005}{2} = \frac{12061}{24}\text{s}$.

Cách 2: Sử dụng đường tròn

Vị trí ban đầu của vật với pha ban đầu là $\frac{\pi}{6}$ ứng với chất điểm

chuyển động tròn đều trên đường tròn là điểm M_0 .

Vì chỉ tính vật qua vị trí $x = 2\text{cm}$ mà không xét đến chiều chuyển động nên cứ mỗi vòng quay của vectơ quay, vật qua vị trí $x = 2\text{cm}$ hai lần tương ứng với chất điểm trên đường tròn là các điểm M_1 và M_2 . Lần thứ nhất đi qua $x = 2\text{cm}$ ứng với chất điểm trên đường tròn đi từ M_0 đến M_1 , vectơ quét được góc

$\frac{\pi}{6}$. Muốn có lần thứ 2011, vật cần phải đi qua 2010 lần nữa, vậy

vectơ quay phải quay thêm được 1005 vòng nữa.

Vậy tổng góc quét là: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} + 1005 \cdot 2\pi = \frac{12061\pi}{6}$

Từ đó ta tính được thời điểm qua $x = 2\text{cm}$ lần thứ 2011 là: $\Delta t = \frac{\frac{12061\pi}{6}}{4\pi} = \frac{12061}{24}\text{s}$

Đáp án A

Ví dụ 9: Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\text{cm}$. Trong thời gian $\frac{6053}{3}$ giây đầu tiên kể từ thời điểm ban đầu

1. Chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm bao nhiêu lần?
2. Chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ bao nhiêu lần?

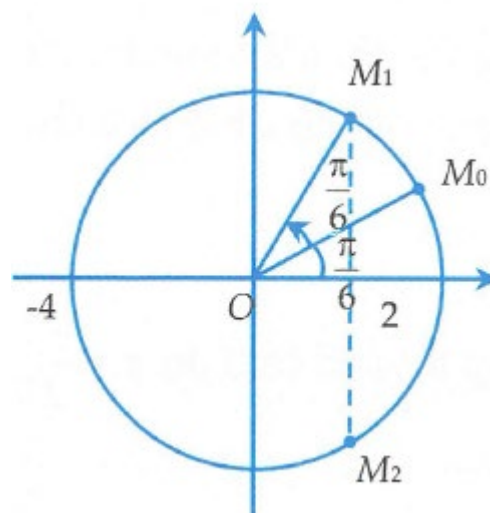
Lời giải

1. Đề bài nói rõ chiều nên ta dùng phương pháp đại số sẽ nhanh hơn.

Chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm ($v < 0$) nên ta có hệ

$$\begin{cases} x = A\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{A}{2} \\ v = -2\pi A\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi t + \frac{\pi}{4} = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \Leftrightarrow t = \frac{1}{24} + k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$$



Ta có $0 \leq t = \frac{1}{24} + k \leq \frac{6053}{3} \Leftrightarrow -0,0416 \leq k \leq 2017,625$ do đó $k \in [0; 2017]$ và k là số tự nhiên nên có

2018 giá trị của k , suy ra chất điểm đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 2018 lần.

Nếu ta giải theo đường tròn thì thế nào?

Ta sẽ giải theo quy trình như sau:

Bước 1: Kiểm tra xem thời điểm t_1 vật đang ở đâu và đi theo chiều nào?

Bước 2: Tính xem trong khoảng thời gian Δt của đề bài thì vectơ quay quét được một góc bao nhiêu, tách góc đó theo $k.2\pi + x$ với $0 < x < 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(Tách như vậy là bởi vì cứ véc tơ quay quét được 1 vòng 2π thì vật luôn đi qua vị trí có li độ X bất kì hai lần (không kể chiều); đi qua vị trí có li độ X bất một lần (kể chiều âm hay dương)).

Bước 3: Dùng đường tròn suy ra kết quả bài toán. Ta có:

+ Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ vật có pha là $\frac{\pi}{4}$ tức là đang

ở vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ và đang đi theo chiều âm.

+ Ta có góc vectơ quay quét được trong $\frac{6053}{3}$ giây đầu là

$$\frac{6053}{3} \cdot 2\pi = 2017 \cdot 2\pi + \frac{2}{3} \cdot 2\pi = 2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$$

+ Vì sau khi quét góc $2017 \cdot 2\pi$ thì vật đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 2017 lần, và đang ở vị trí ban đầu, vẫn có pha là $\frac{\pi}{4}$ tức là vẫn đang ở vị trí có li độ $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và đang đi theo chiều âm.

Ta xét xem khi vectơ quay quét thêm góc $\frac{4\pi}{3}$ thì vật có qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm lần nào nữa không?

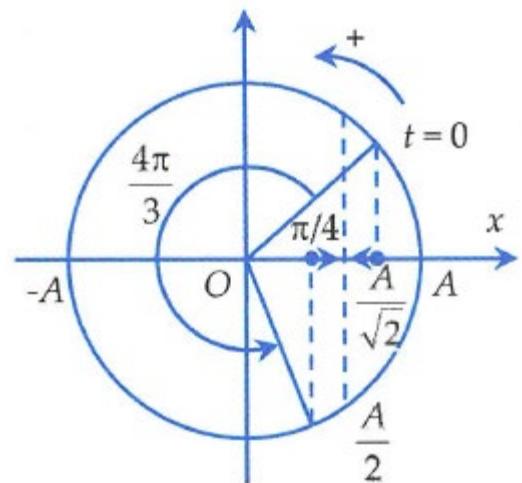
Thì dựa vào đường tròn, ta thấy sau khi quét thêm góc $\frac{4\pi}{3}$ để cho đủ $2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$ thì vật đi qua vị trí

$x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm thêm một lần nữa.

Vậy chất điểm đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 2018 lần.

2. Tương tự như trên, nhưng sau khi quét góc $2017 \cdot 2\pi$ thì vật đi qua $x = \frac{A}{2}$ 2017.2 = 4034 lần và sau khi

quét tiếp góc $\frac{4\pi}{3}$ để cho đủ $2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$ thì vật đi qua vị trí $x = \frac{A}{2}$ thêm một lần nữa.



Vật chất đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 4035 lần.

Ví dụ 10: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ khối lượng 100g đang dao động điều hòa theo phương ngang, mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng. Từ thời điểm $t_1 = 0$ đến $t_2 = \frac{\pi}{48}s$, động năng của con lắc tăng từ 0,096J đến giá trị cực đại rồi giảm về 0,064J. Ở thời điểm t_2 thế năng của con lắc bằng 0,064J. Biên độ dao động của con lắc là

A. 5,7 cm.

B. 7,0 cm.

C. 8,0 cm.

D. 3,6 cm.

Lời giải

Ở thời điểm t_2 ta thấy, con lắc có động năng là 0,064J và thế năng là 0,064J. Suy ra cơ năng của con lắc là $0,064J + 0,064J = 0,128J$.

- Có cơ năng tức là có $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = 0,128J$ (1) mà đề bài cho khối lượng, như vậy để tính biên độ ta cần tính được ω .

- Đề bài cho từ thời điểm $t_1 = 0$ đến $t_2 = \frac{\pi}{48}s$, động năng của con lắc tăng từ 0,096J đến giá trị cực đại rồi giảm về 0,064J nên ta sẽ tìm xem thời gian $t_2 - t_1$ bằng bao nhiêu lần chu kì, từ đó suy ra ω . Muốn tính được, ta cần biết tại t_1 và t_2 , chất điểm ở đâu ($x = ?$) và đi theo chiều nào? Thật vậy, ta có:

Tại thời điểm $t_1 = 0$ ta có $W_d = 0,096J$ nên suy ra thế năng

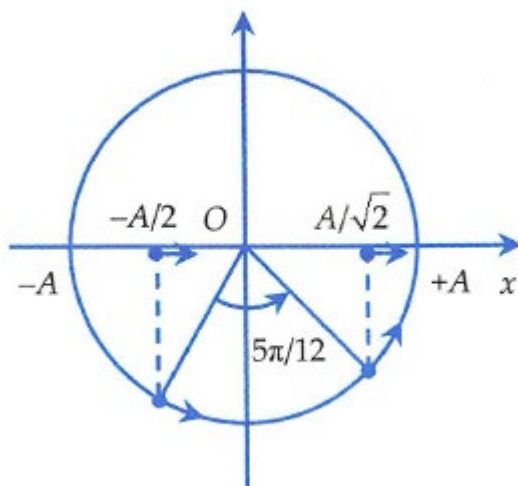
$W_t = 0,128 - 0,096 = 0,032J$, mà $\frac{W_t}{W} = \left(\frac{x}{A}\right)^2$, hay $x = \pm\sqrt{\frac{W_t}{W}}$, nên li độ tại thời điểm này là: $x_1 = \pm\frac{A}{2}$.

- Tương tự, tại thời điểm t_2 ta có $W_t = 0,064J$ nên li độ tại thời điểm này là: $x_2 = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$.

Theo bài ra, từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 , động năng của con lắc tăng đến giá trị cực đại rồi giảm, tức là thế năng của con lắc giảm đến 0 rồi tăng, tương ứng với vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = \pm\frac{A}{2}$, qua vị trí cân bằng, rồi đến $x_2 = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$ hoặc ngược lại. Cả hai trường hợp đều cho ta góc quét được trên đường tròn là $\frac{5\pi}{12}$, ứng với thời gian $\frac{5T}{24}$. Vậy ta có

$$\frac{\pi}{48} = \frac{5T}{24} \Rightarrow \omega = 20\text{rad/s}$$

- Thay $\omega = 20\text{rad/s}$ vào (1) ta tính được $A = 8\text{cm}$.



Đáp án C

Ví dụ 11: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc ω . Vật nhỏ của con lắc có khối lượng 100g. Tại thời điểm $t = 0$, vật nhỏ qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Tại thời điểm $t = 0,95s$, vận tốc v và li độ x của vật nhỏ thỏa mãn $v = -\omega x$ là thứ 5. Lấy $\pi^2 = 10$. Độ cứng của lò xo là

A. 85 N/m.**B.** 37 N/m.**C.** 20 N/m.**D.** 25 N/m.**Lời giải**

Để tính được độ cứng của lò xo, ta cần tính được ω , hay tính được chu kỳ của vật.

Khi $v = -\omega x$ ta có $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = x^2 + x^2$, suy ra $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$. Vậy,

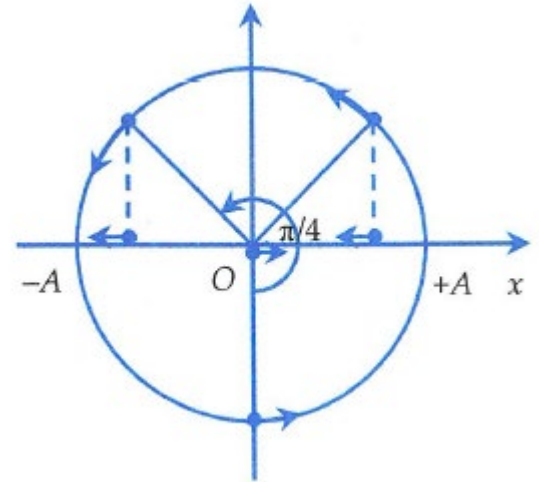
khi $v = -\omega x$ thì vật đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ theo chiều âm,

hoặc qua vị trí có li độ $x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$ theo chiều dương.

Từ đó suy ra: 1 chu kỳ sẽ có hai lần vận tốc và li độ thỏa mãn

$v = -\omega x$, dựa vào đường tròn suy ra $0,95 = 2T + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} \Rightarrow T = 0,4s$.

Độ cứng của lò xo $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 25 N/m$.

**Đáp án D**

Ví dụ 12: Một chất điểm dao động điều hòa có vận tốc cực đại 60 cm/s và gia tốc cực đại là $2\pi (m/s^2)$.

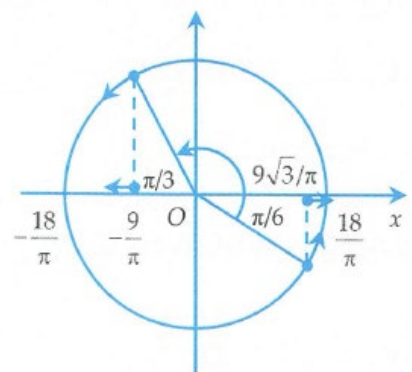
Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Thời điểm ban đầu ($t = 0$), chất điểm có vận tốc 30 cm/s và thế năng đang tăng. Chất điểm có gia tốc bằng $\pi (m/s^2)$ lần đầu tiên ở thời điểm

A. 0,35s.**B.** 0,15s.**C.** 0,10s.**D.** 0,25s.**Lời giải**

Theo bài ra ta có
$$\begin{cases} v_{\max} = 60 \text{ cm/s} = \omega A \\ a_{\max} = 2\pi \text{ m/s}^2 = \omega^2 A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s} \\ A = \frac{18}{\pi} \text{ cm} \end{cases}$$

Tại thời điểm $t = 0$ vận tốc dương 30 cm/s và thế năng đang tăng, suy ra vật đang ở vị trí có li độ dương và đang hướng về biên dương theo chiều dương.

Li độ khi đó là $x = \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}} = \frac{9\sqrt{3}}{\pi} \text{ cm}$. Khi $\alpha = \pi \Rightarrow -\omega^2 x = \pi \Rightarrow x = -\frac{9}{\pi}$.



Bài toán trở về tìm thời gian ngắn nhất vật đi từ $x = \frac{9\sqrt{3}}{\pi} \text{ cm}$ theo chiều dương đến vị trí có li độ $x = -\frac{9}{\pi}$.

Dựa vào đường tròn suy ra góc quét trong thời gian này là

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\omega} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\frac{10\pi}{3}} = 0,25 \text{ s}.$$

Đáp án D

Ví dụ 13: Một lò xo nhẹ có độ cứng 75 N/m, đầu trên của lò xo treo vào một điểm cố định. Vật A có khối lượng 0,1 kg được treo vào đầu dưới của lò xo. Vật B có khối lượng 0,2 kg treo vào vật A nhờ một sợi dây mềm, nhẹ, không dẫn và đủ dài để khi chuyển động vật A và vật B không va chạm nhau (hình bên). Ban đầu giữ vật B để lò xo có trục thẳng đứng và dãn 9,66 cm (coi $9,66 \approx 4 + 4\sqrt{2}$) rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$ và $\pi^2 = 10$. Thời gian tính từ lúc thả vật B đến khi vật A dừng lại lần đầu là?



A. 0,23s.

B. 0,19s.

C. 0,21s.

D. 0,17s.

Lời giải

Ban đầu hệ gồm 2 vật A, B có $\Delta l_{01} = \frac{0,3 \cdot 10}{75} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$

+ Thời điểm $t=0$ giữ vật B ở vị trí lò xo dãn $4 + 4\sqrt{2} \text{ cm}$ và thả nhẹ, suy ra biên độ dao động:

$$A_1 = 4 + 4\sqrt{2} - 4 = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

+ Tại vị trí lò xo không biến dạng thì dây bị chùng (do $T=0$) nên 2 vật tách nhau ở đây, hệ chỉ còn lại vật A dao động

+ $\Delta l_{02} = \frac{m_2 g}{k} = \frac{4}{3} \text{ cm}$, vậy vật A lúc này cách VTCB mới O' 1 đoạn đúng bằng $\Delta l_{02} = \frac{4}{3} \text{ cm} = -x_2$ (chọn

chiều dương hướng xuống)

+ Khi tách nhau, hệ vật A và B ở vị trí cách VTCB cũ O một đoạn bằng 4cm. Vận tốc

$$v = \omega_1 \sqrt{A^2 - x^2} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \cdot \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4^2} = 20\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

$$\text{Biên độ dao động mới: } A_2 = \sqrt{x_2^2 + \frac{v^2}{\omega_2^2}} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{20\sqrt{10}}{\sqrt{75}}\right)^2} = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

+ Tại vị trí của A lúc này A đang có xu hướng chuyển động tới vị trí biên âm và đó là vị trí mà A dừng lại

$$\text{lần đầu} \Rightarrow \Delta t = \frac{\arccos\left(\frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{8}}\right)}{2\pi} T_2 = \frac{T_2}{6}$$

+ Thời gian tính từ lúc thả vật B đến lúc A dừng lại là

$$\Delta t' = \frac{T_1}{4} + \frac{T_1}{8} + \frac{T_2}{6} = \frac{0,4}{4} + \frac{0,4}{8} + \frac{2\pi\sqrt{\frac{0,1}{75}}}{6} = 0,188s.$$

Đáp án B

BÀI TẬP RÈN LUYỆN KĨ NĂNG

Dạng 1: Bài tập xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí A đến vị trí B.

Câu 1: Một vật dao động điều hòa với chu kì T . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến $\frac{A\sqrt{2}}{2}$.

- A. $\frac{T}{8}$. B. $\frac{T}{4}$. C. $\frac{T}{6}$. D. $\frac{T}{12}$.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với chu kì T . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ $\frac{A}{2}$ đến $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

- A. $\frac{T}{8}$. B. $\frac{T}{4}$. C. $\frac{T}{6}$. D. $\frac{T}{12}$.

Câu 3: Một vật dao động điều hòa với chu kì T . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ $\frac{A}{2}$ đến vị trí cân bằng theo chiều dương.

- A. $\frac{T}{2}$. B. $\frac{3T}{4}$. C. $\frac{7T}{12}$. D. $\frac{5T}{6}$.

Câu 4: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)cm$. Xác định thời gian để vật đi từ vị trí $2,5cm$ đến $-2,5cm$.

- A. $\frac{1}{12}s$. B. $\frac{1}{10}s$. C. $\frac{1}{20}s$. D. $\frac{1}{6}s$.

Câu 5: Một vật dao động điều hòa với phương trình là $x = 4\cos(2\pi t)$. Thời gian ngắn nhất để vật đi qua vị trí cân bằng kể từ thời điểm ban đầu là:

- A. $t = 0,25s$. B. $t = 0,75s$. C. $t = 0,5s$. D. $t = 1,25s$.

Câu 6: Thời gian ngắn nhất để một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)cm$ đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên

A. 2,00s.

B. 1,00s.

C. 0,50s.

D. 0,25s.

Câu 7: Một vật dao động điều hòa từ A đến B với chu kỳ T, vị trí cân bằng O. Trung điểm OA, OB là M, N. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ M đến N là $\frac{\pi}{30}s$. Hãy xác định chu kỳ dao động của vật.

A. $\frac{1}{4}s$.

B. $\frac{1}{5}s$.

C. $\frac{1}{10}s$.

D. $\frac{1}{6}s$.

Câu 8: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)cm$. Xác định thời điểm đầu tiên vật đi đến vị trí có gia tốc là $2m/s^2$ và vật đang tiến về vị trí cân bằng

A. $\frac{\pi}{12}s$.

B. $\frac{\pi}{60}s$.

C. $\frac{\pi}{10}s$.

D. $\frac{1}{30}s$.

Câu 9: Một vật dao động điều hoà, với biên độ $A = 10cm$, tốc độ góc $10\pi rad/s$. Xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có vận tốc cực đại đến vị trí có gia tốc $a = -50m/s^2$.

A. $\frac{\pi}{60}s$.

B. $\frac{1}{45}s$.

C. $\frac{1}{30}s$.

D. $\frac{1}{32}s$.

Dạng 2: Bài toán trong một chu kì thời gian để vật thỏa mãn điều kiện cho trước?

Câu 10: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 5\cos(10t)cm$. Trong một chu kì thời gian vật có vận tốc nhỏ hơn 25cm/s là:

A. $\frac{\pi}{15}s$.

B. $\frac{4\pi}{15}s$.

C. $\frac{1}{30}s$.

D. $\frac{1}{60}s$.

Câu 11: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 5\cos(10t)cm$. Trong một chu kì thời gian vật có tốc độ nhỏ hơn 25cm/s là:

A. $\frac{\pi}{15}s$.

B. $\frac{\pi}{30}s$.

C. $\frac{1}{30}s$.

D. $\frac{1}{60}s$.

Câu 12: Một vật dao động điều hoà với tần số góc là 10 rad/s và biên độ 2cm. Thời gian mà vật có độ lớn vận tốc nhỏ hơn $10\sqrt{3}cm/s$ trong mỗi chu kì là?

A. $\frac{2\pi}{15}s$.

B. $\frac{\pi}{15}s$.

C. $\frac{\pi}{30}s$.

D. $\frac{4\pi}{15}s$.

Câu 13: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)cm$. Biết quãng đường vật đi được trong thời gian 1(s) là $2A$ và $\frac{2}{3}s$ đầu tiên là 9 cm. Giá trị của A và ω là

A. 9cm và π rad/s.

B. 12cm và 2π rad/s.

C. 6cm và π rad/s.

D. 12cm và π rad/s.

Câu 14: Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì T khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt T quá $100cm/s^2$ là $\frac{T}{3}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Tần số dao động của vật là

A. 4 Hz.

B. 3 Hz.

C. 2 Hz.

D. 1 Hz.

Dạng 3: Bài toán xác định thời điểm vật qua vị trí cho trước

Câu 15: Vật dao động điều hòa theo phương trình $x = A\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right)cm$. Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng là:

- A. $t = \frac{2}{3} + 2k(s), k \in \mathbb{N}$.
 B. $t = -\frac{1}{3} + 2k(s), k \in \mathbb{N}$.
 C. $t = \frac{2}{3} + k(s), k \in \mathbb{N}$.
 D. $t = \frac{1}{3} + k(s), k \in \mathbb{N}$.

Câu 16: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)cm$. Các thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5cm$ theo chiều dương của trục Ox là:

- A. $t = \frac{3}{4} + 2k(s), (k \in \mathbb{N})$.
 B. $t = \frac{3}{2} + 2k(s), (k \in \mathbb{N}^*)$.
 C. $t = 1 + 2k(s), (k \in \mathbb{N})$.
 D. $t = -\frac{1}{3} + 2k(s), (k \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 17: Vật dao động điều hòa theo phương trình $x = A\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)cm$. Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm là:

- A. $t = -\frac{1}{12} + k(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$.
 B. $t = -\frac{5}{12} + k(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$.
 C. $t = -\frac{1}{12} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$.
 D. $t = \frac{1}{15} + k(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$.

Câu 18: Vật dao động điều hòa trên phương trình $x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)cm$. Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ $x = 2cm$ theo chiều dương là:

- A. $t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$.
 B. $t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$.
 C. $t = \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$
 D. $t = -\frac{1}{6} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

Câu 19: Một vật dao động điều hoà có vận tốc thay đổi theo quy luật: $v = 10\pi\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)cm$. Thời điểm vật đi qua vị trí $x = -5cm$ là:

- A. $\frac{3}{4}s$.
 B. $\frac{2}{3}s$.
 C. $\frac{1}{3}s$.
 D. $\frac{1}{6}s$.

Câu 20: Vật dao động với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)cm$. Tìm thời điểm vật đi qua điểm có tọa độ $x = 2,5cm$ theo chiều dương lần thứ nhất.

- A. $\frac{3}{4}s$.
 B. $\frac{2}{3}s$.
 C. $\frac{6}{8}s$.
 D. $0,38s$.

Câu 21: Vật dao động với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)cm$. Tìm thời điểm vật đi qua vị trí biên dương lần thứ 4 kể từ thời điểm ban đầu.

A. 1,69s.

B. 1,82s.

C. 2,00s.

D. 1,96s.

Câu 22: Vật dao động với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)cm$. Tìm thời điểm vật qua vị trí cân bằng lần thứ 4 kể từ thời điểm ban đầu

A. $\frac{6}{5}s$.

B. $\frac{4}{6}s$.

C. $\frac{5}{6}s$.

D. Không đáp án.

Câu 23: Một vật dao động điều hòa trên trục $x'Ox$ với phương trình $x = 10\cos(\pi t)cm$. Thời điểm để vật qua theo chiều âm $x = +5cm$ lần thứ hai kể từ $t = 0$ là:

A. $\frac{1}{3}s$.

B. $\frac{13}{3}s$.

C. $\frac{7}{3}s$.

D. 1s.

Câu 24: Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động $x = 2\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)cm$. Thời điểm để vật đi qua li độ $x = \sqrt{3}cm$ theo chiều âm lần đầu tiên kể từ thời điểm $t = 2s$ là:

A. $\frac{27}{12}s$.

B. $\frac{4}{3}s$.

C. $\frac{13}{6}s$.

D. $\frac{10}{3}s$.

Câu 25: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)cm$, chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2011?

A. $2011T + \frac{T}{24}$.

B. $2011T + \frac{T}{12}$.

C. $2010T$.

D. $2010T + \frac{7T}{12}$.

Câu 26: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)cm$, chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2012?

A. $2011T + \frac{T}{24}$.

B. $2011T + \frac{T}{12}$.

C. $2011T$.

D. $2011T + \frac{7T}{12}$.

Câu 27: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos(\omega t)$, chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng lần thứ 2012?

A. $1006T$.

B. $1006T - \frac{T}{4}$.

C. $1005T + \frac{T}{2}$.

D. $1005T + \frac{3T}{2}$.

Câu 28: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)cm$, chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cách vị trí cân bằng $\frac{A}{2}$ lần thứ 2001?

A. $500T$.

B. $200T + \frac{T}{12}$.

C. $500T + \frac{T}{12}$.

D. $200T$.

Dạng 4: Xác định số lần vật đi qua vị trí x trong khoảng thời gian t

Câu 29: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)cm$. Xác định số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5cm$ trong một giây đầu tiên?

A. 1 lần.

B. 2 lần.

C. 3 lần.

D. 4 lần.

Câu 30: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Xác định số lần vật đi qua vị trí $x = -2,5 \text{ cm}$ theo chiều dương trong một giây đầu tiên?

- A. 1 lần. B. 2 lần. C. 3 lần. D. 4 lần.

Câu 31: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Xác định số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5 \text{ cm}$ trong một giây đầu tiên?

- A. 1 lần. B. 2 lần. C. 3 lần. D. 4 lần.

Câu 32: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Xác định số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5 \text{ cm}$ trong một giây đầu tiên?

- A. 5 lần. B. 2 lần. C. 3 lần. D. 4 lần.

Câu 33: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Xác định số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5 \text{ cm}$ theo chiều âm kể từ thời điểm $t = 2 \text{ s}$ đến $t = 3,25 \text{ s}$?

- A. 2 lần. B. 3 lần. C. 4 lần. D. 5 lần.

Câu 34: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Xác định số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5 \text{ cm}$ kể từ thời điểm $t = 1,675 \text{ s}$ đến $t = 3,415 \text{ s}$?

- A. 10 lần. B. 11 lần. C. 12 lần. D. 5 lần.

ĐÁP ÁN

1-A	2-B	3-C	4-A	5-A	6-C	7-B	8-A	9-A	10-B
11-A	12-A	13-C	14-D	15-C	16-D	17-B	18-A	19-B	20-A
21-D	22-C	23-C	24-C	25-B	26-B	27-B	28-C	29-B	30-A
31-D	32-A	33-C	34-B						

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Dạng 1: Bài toán xác định thời gian ngắn nhất để đi từ vị trí A đến vị trí B

Câu 1: Đáp án A

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ là khoảng thời gian mà vật quay được góc

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ nên khoảng thời gian nhỏ nhất cần tìm là: } \Delta t = \frac{T}{8}.$$

Câu 2: Đáp án B

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $\frac{A}{2}$ đến vị trí $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$ khi vật đang chuyển động theo chiều âm của

$$\text{trục Ox là khoảng thời gian mà vật quay được góc } \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ nên } \Delta t = \frac{T}{4}.$$

Câu 3: Đáp án C

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $\frac{A}{2}$ theo chiều âm đến vị trí cân bằng theo chiều dương là:

$$\Delta t_{\min} = \frac{\alpha_{\min}}{\omega} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{7T}{12} (s).$$

Câu 4: Đáp án A

Thời gian để vật đi từ vị trí $x = 2,5\text{cm}$ đến vị trí $x = -2,5\text{cm}$ là: $\Delta t = \frac{\alpha_{\min}}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{4\pi} = \frac{1}{12} (s)$

Câu 5: Đáp án A

Thời gian ngắn nhất để vật đi qua vị trí cân bằng kể từ thời điểm ban đầu là: $\Delta t_{\min} = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} = 0,25s$

Câu 6: Đáp án C

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên là: $\Delta t_{\min} = \frac{T}{4} = \frac{2}{4} = 0,5s$

Câu 7: Đáp án B

Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí M đến N ứng với vật quay một góc $\alpha = \frac{\pi}{3}$ nên tần số góc của dao

động là: $\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{1}{30}} = 10\pi (rad / s)$

Vậy chu kỳ dao động của vật là: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} s.$

Câu 8: Đáp án A

Khoảng thời gian vật đi đến vị trí có gia tốc là $2m/s^2$ và vật đang tiến về vị trí cân bằng là:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{10} = \frac{\pi}{12} s$$

Vậy nên thời điểm đầu tiên là: $t_1 = t_0 + \Delta t = \frac{\pi}{12} s.$

Câu 9: Đáp án A

Gia tốc lớn nhất của vật là:

$$a_{\max} = A\omega^2 = 0,1 \cdot (10\pi)^2 = 100 (m/s^2)$$

Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có vận tốc cực đại đến vị trí có gia tốc $a = -50 (m/s^2)$ là:

$$\Delta t_{\min} = \frac{\alpha_{\min}}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{6}}{10\pi} = \frac{1}{60} s.$$

Dạng 2: Bài toán trong một chu kì thời gian để vật thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 10: Đáp án B

Trong một chu kì thời gian vật có vận tốc nhỏ hơn 25cm/s là: $\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{10} = \frac{4\pi}{30} s$

Câu 11: Đáp án A

Trong một chu kì thời gian vật có tốc độ nhỏ hơn 25cm/s là: $\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{10} = \frac{\pi}{15} s$

Câu 12: Đáp án A

Thời gian vật có độ lớn vận tốc nhỏ hơn $10\sqrt{3}cm/s$ trong mỗi chu kì là: $\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{10} = \frac{2\pi}{15} s.$

Câu 13: Đáp án C

Vì quãng đường vật đi trong thời gian $1s$ là $2A$ nên $\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow T = 2s \Rightarrow \omega = \pi (rad/s)$

Xét trong khoảng thời gian $\frac{2}{3}s$ đầu tiên vật đi được quãng đường 9cm nên $1,5A = 9cm \Rightarrow A = 6cm.$

Câu 14: Đáp án D

Trong một chu kỳ, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá $100cm/s^2$

là $\frac{T}{3}$ nên $\frac{2\alpha}{2\pi}T = \frac{T}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow a_{\max} = 200cm/s^2 \Rightarrow 5.\omega^2 = 200$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi (rad/s) \Rightarrow f = 1Hz$$

Dạng 3: Bài toán xác định thời điểm vật qua vị trí cho trước

Câu 15: Đáp án C

Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì $x = 0$ nên $A \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \pi t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{3} + k(s) \quad k \in \mathbb{N}.$$

Câu 16: Đáp án D

Các thời điểm vật đi qua vị trí có tọa độ $x = -5cm$ theo chiều dương của trục Ox khi:

$$\begin{cases} 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -5 \\ v < 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{-1}{2} + 2k(s) \quad (k \in \mathbb{N}^*)$$

Câu 17: Đáp án B

Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm là:

$$\begin{cases} A \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ -A.2\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -A.2\pi \end{cases} \Rightarrow t = \frac{5}{12} + k(s) \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Câu 18: Đáp án A

Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ $x = 2\text{cm}$ theo chiều dương là:

$$\begin{cases} 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ -4.4\pi \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4.4\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2}(s) \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

Câu 19: Đáp án B

Vận tốc của dao động có phương trình:

$$v = 10\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm/s}) \Rightarrow x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Thay các giá trị của t trong đề bài vào thì thấy thỏa mãn khi: $t = \frac{2}{3}\text{s}$ thì $x = -5\text{cm}$.

Câu 20: Đáp án A

Chúng ta có thể làm tuần tự như các bài trên tìm công thức tổng quát rồi tìm thời điểm đầu tiên thỏa mãn yêu cầu đề bài. Vì là một bài trắc nghiệm nên ta có thể rút ngắn thời gian bằng cách thay các thời điểm vào phương trình nếu cho li độ không phải là $2,5\text{cm}$ thì ta loại ngay còn nếu cho cùng giá trị thì ta sẽ chọn thời điểm ngắn hơn vì đề bài đang yêu cầu tính thời điểm đầu tiên.

Vậy ta có thể dễ dàng chọn đáp án A.

Câu 21: Đáp án D

Bài này cũng tương tự nên sau khi thử ta chọn đáp án D

Câu 22: Đáp án C**Câu 23: Đáp án C**

Để vật qua vị trí $x = 5\text{cm}$ theo chiều âm lần thứ hai kể từ $t = 0$ là:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{2\pi + \frac{\pi}{3}}{\pi} = \frac{7}{3}\text{s}.$$

Câu 24: Đáp án C

Khoảng thời gian để vật đi qua vị trí có li độ $x = \sqrt{3}\text{cm}$ theo chiều âm lần đầu tiên kể từ thời điểm $t = 2\text{s}$ là:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{4\pi} = \frac{1}{6}s$$

Vậy thời điểm cần tìm là: $t = 2 + \frac{1}{6} = \frac{13}{6}s$

Câu 25: Đáp án B

Vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2011 thì vật phải quay 2010T và quay thêm một góc $\frac{\pi}{6}$ nên

tổng thời gian cần tìm là: $\Delta t = 2010T + \frac{T}{12}$.

Câu 26: Đáp án B

Tương tự như câu 25 thì thời gian cần tìm để vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2012 sẽ là:

$$\Delta t = 2011T + \frac{T}{12}.$$

Câu 27: Đáp án B

Trong một chu kỳ thì sẽ có hai lần vật đi qua vị trí cân bằng nên để đi qua vị trí cân bằng lần thứ 2012 thì vật phải đi qua 1005T và quay thêm một góc $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ thời gian cần tìm sẽ là:

$$\Delta t = 1005T + \frac{3T}{4} = 1006T - \frac{T}{4}.$$

Câu 28: Đáp án C

Trong một chu kỳ thì có 4 lần vật đi qua vị trí mà vật cách vị trí cân bằng một khoảng $\frac{A}{2}$. Nên để thỏa

mãn yêu cầu đề bài thì vật phải quay 500T và một góc quay $\alpha = \frac{\pi}{6}$ nên tổng thời gian sẽ là:

$$\Delta t = 500T + \frac{T}{12}.$$

Dạng 4: Xác định số lần vật đi qua vị trí x trong khoảng thời gian t

Câu 29: Đáp án B

Trong một giây đầu tiên vật quay được góc $\alpha = 2\pi (rad/s)$ nên số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5cm$ trong một chu kỳ sẽ là 2 lần.

Câu 30: Đáp án A

Vì trong một chu kỳ chỉ có một vị trí $x = -2,5cm$ theo chiều dương nên ta được trong một giây đầu tiên vật sẽ đi qua vị trí này một lần.

Câu 31: Đáp án D

Trong một giây đầu tiên vật quay được $\alpha = 4\pi = 2T$ nên số lần đi qua vị trí $x = 2,5cm$ là 4 lần.

Câu 32: Đáp án A

Trong một giây đầu tiên vật quay được góc: $\alpha = 5\pi(\text{rad})$ nên số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ là 5 lần.

Câu 33: Đáp án C

Tại thời điểm 2 s thì vật đã quay được 12π nên coi như vật đang ở vị trí ban đầu.

Xét trong khoảng thời gian $t = 2\text{s}$ đến $t = 3,25\text{s}$ thì vật quay được góc $\alpha = \frac{15\pi}{2} = 7\pi + \frac{\pi}{2}$

Vậy số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ theo chiều âm 4 lần.

Câu 34: Đáp án B

Tại thời điểm $t = 6,725$ thì vật đang ở vị trí $x = 3,88\text{cm}$. Xét trong khoảng thời gian: $\Delta t = 3,415 - 1,675 = 1,74\text{s}$ nên góc quay vật quay được trong khoảng thời gian này là:

$\alpha = 1,74 \cdot 6\pi = \frac{261}{25}\pi = 10\pi + \frac{11}{25}\pi$ nên số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ là 11 lần.

4. Bài toán quãng đường

Ví dụ 1: Vật dao động điều hòa theo phương trình $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$. Quãng đường vật đi được

trong khoảng thời gian từ $t_1 = \frac{3}{2}\text{s}$ đến $t_2 = \frac{14}{3}\text{s}$ là:

A. $55 + 5\sqrt{3}\text{cm}$

B. $40 + 5\sqrt{3}\text{cm}$

C. $50 + 5\sqrt{2}\text{cm}$

D. $60 - 5\sqrt{3}\text{cm}$

Lời giải

Cách 1: Truyền thông

+ Tại thời điểm t_1 ta có $x = 10\cos\left(\pi \cdot 1,5 - \frac{\pi}{2}\right) = -5\sqrt{3}$ và có $v_1 = -10\pi \sin\left(\pi \cdot 1,5 - \frac{\pi}{2}\right) > 0$ nên vật đang đi qua $x_1 = 5\sqrt{3}$ theo chiều dương.

+ Góc quét $\Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1) = \pi\left(\frac{14}{3} - 1,5\right) = \frac{19\pi}{6} = 2\pi + \frac{7\pi}{6}$

+ Dựa vào đường tròn, quãng đường đi được khi quét thêm $\frac{7\pi}{6}$ là

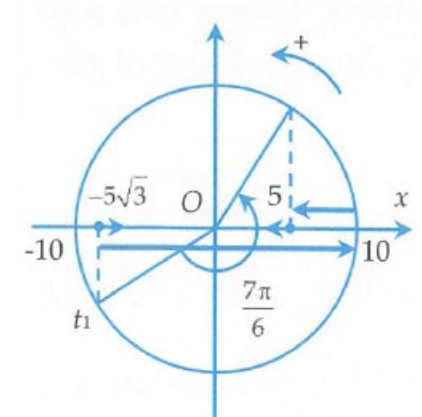
$$S_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2} + A + \frac{A}{2} = 5\sqrt{3} + 10 + 5 = 15 + 5\sqrt{3}\text{cm}$$

+ Vậy tổng quãng đường đi được là

$$s = 4A + S_0 = 4 \cdot 10 + 15 + 5\sqrt{3} = 55 + 5\sqrt{3}\text{cm}.$$

Cách 2: Sử dụng máy tính

Sử dụng máy tính để tính tích phân sau đây ta cũng thu được kết quả tương tự.



$$\int_{1,5}^{\frac{14}{3}} 10\pi \left(\pi t - \frac{\pi}{3} \right) \approx 63,66 = 55 + 5\sqrt{3}.$$

Đáp án A

Ví dụ 2: Vật dao động điều hòa với biên độ A và chu kì T. Tính

1. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{4}$.
2. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{5T}{6}$.

Lời giải

1. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{4}$.

- Góc quét $\alpha = \frac{T}{4} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$

- Quãng đường lớn nhất $S_{\max} = 2A \sin \frac{\alpha}{2} = 2A \sin \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = A\sqrt{2}$.

Quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{4}$.

- Góc quét $\alpha = \frac{T}{4} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$

Quãng đường nhỏ nhất $S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 2A \left(1 - \cos \frac{\frac{\pi}{2}}{2} \right) = 2A - A\sqrt{2}$.

2. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{5T}{6}$.

Ta có $\frac{5T}{6} = \frac{T}{3} + \frac{T}{2}$. Trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$ ta có góc quét $\frac{T}{3} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$

Do đó, quãng đường lớn nhất và quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{5T}{6}$ lần lượt là

$$\begin{cases} S_{\max} = 2A + A \sin \frac{\frac{2\pi}{3}}{2} = (2 + \sqrt{3})A \\ S_{\min} = 2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\frac{2\pi}{3}}{2} \right) = 3A \end{cases}$$

Nhận xét: Đó là những bài toán xuôi về quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất. Ta chuyển sang ví dụ tiếp theo: bài toán ngược về quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với $A = 4\text{cm}$, xét trong khoảng thời gian 3,2 s thì quãng đường dài nhất là 18cm. Nếu xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì quãng đường ngắn nhất vật đi được là bao nhiêu?

- A. 10,83 cm. B. 9,2 cm. C. 12,8 cm. D. 16 cm.

Lời giải

Xét trong khoảng thời gian 3,2 s thì quãng đường lớn nhất là $S_{\max} = 18 = 2.2A + 2$

Do đó $3,2 = 2 \cdot \frac{T}{2} + t$, trong đó quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian t là 2 cm. Góc

quét $\alpha = \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot t$ nên

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow 2 = 2.4 \cdot \sin \frac{\pi t}{T} \Leftrightarrow \frac{\pi t}{T} = 0,253 \Leftrightarrow t = 0,08T$$

Từ đó ta có $3,2 = 2 \cdot \frac{T}{2} + 0,08T$ suy ra $T = 2,962\text{s}$.

Nếu xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì ta có $2,3 = \frac{T}{2} + 0,819$ nên do đó

$$S_{\min} = k2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 1.2.4 + 2.4 \left(1 - \cos \frac{\pi \cdot 0,819}{2,962}\right) = 10,83.$$

Đáp án A

Ví dụ 4: Một vật dao động điều hòa với biên độ 6 cm. Quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong một giây là 18cm. Hỏi thời điểm kết thúc quãng đường đó thì tốc độ của vật là bao nhiêu?

- A. 20,20 cm/s. B. 25,20 cm/s. C. 27,20 cm/s. D. 28,20 cm/s.

Lời giải

Ta có $18 = 2A + 6$ nên $1\text{s} = \frac{T}{2} + t$ trong đó quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong thời gian t là 6 cm.

$$\text{Ta có } 6 = 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \Leftrightarrow 6 = 2.6 \left(1 - \cos \frac{\pi t}{T}\right) \Leftrightarrow t = \frac{T}{3}$$

Từ đó $1\text{s} = \frac{T}{2} + \frac{T}{3}$ suy ra $T = 1,2\text{s}$.

Vật kết thúc quãng đường tại vị trí $x = A \cos \alpha = A \cos \frac{\pi t}{T} = \frac{A}{2} = 3$

Từ đó tốc độ của vật khi đó là

$$|v| = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{1,2} \sqrt{6^2 - 3^2} = 27,2.$$

Đáp án C

STUDY TIP

Muốn tính tốc độ tại thời điểm kết thúc quãng đường thì ta phải tính được tại thời điểm đó vật có li độ là

bao nhiêu, và phải tính được để sử dụng công thức độc lập thời gian.

Ví dụ 5: Cho vật dao động điều hòa với phương trình $x = 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Cho $\pi^2 = 10$. Tìm vận tốc vật đi được quãng đường 74,5 cm kể từ thời điểm ban đầu ($t = 0$)?

- A. $v = -\pi\sqrt{7} \text{ cm/s}$. B. $v = -2\pi\sqrt{2} \text{ cm/s}$. C. $v = \pi\sqrt{7} \text{ cm/s}$. D. $v = 2\pi\sqrt{7} \text{ cm/s}$.

Lời giải

Muốn tìm vận tốc của vật, ta phải tìm được vị trí và chiều của vật (dựa vào biểu thức độc lập thời gian giữa v và x).

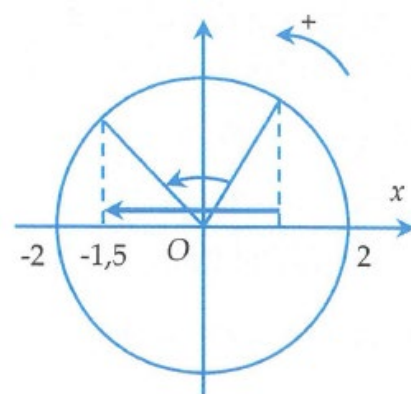
Để tìm được vị trí của vật sau khi đi được quãng đường 74,5, ta sẽ dùng đường tròn. Ta có:
 $74,5 = 9.4.2 + 2,5 = 9.4A + 2,5$

Tức là từ thời điểm ban đầu, để đi được 74,5 cm thì vật đi hết 9 chu kỳ (vị trí lúc này của vật là vị trí ban đầu) và đi thêm 2,5 cm.

Dựa vào đường tròn, tại vị trí của vật sau khi đi được 74,5 cm là $x = -1,5 \text{ cm}$ (hình vẽ).

Lúc này vật đang đi theo chiều âm nên $v < 0$, ta có vận tốc của vật là

$$v = -\omega\sqrt{A^2 - x^2} = -2\pi\sqrt{2^2 - 1,5^2} = -\pi\sqrt{7}.$$



Đáp án A

Ví dụ 6: Một vật dao động điều hòa với biên độ A, ban đầu vật đứng tại vị trí có li độ $x = -5 \text{ cm}$. Sau khoảng thời gian t_1 vật về đến vị trí $x = 5 \text{ cm}$ nhưng chưa đổi chiều chuyển động. Tiếp tục chuyển động thêm 18 cm nữa vật về đến vị trí ban đầu và đủ một chu kỳ. Hãy xác định biên độ dao động của vật?

- A. 7 cm. B. 10 cm. C. 5 cm. D. 6 cm.

Lời giải

Sau khoảng thời gian t_1 vật về đến vị trí $x = 5 \text{ cm}$ nhưng chưa đổi chiều chuyển động tức là vật đi từ $x = -5 \text{ cm}$ đến $x = 5 \text{ cm}$ chưa đổi chiều. Giả sử vật đi theo chiều dương thì quãng đường đi từ $x = -5 \text{ cm}$ đến $x = 5 \text{ cm}$ là 10 cm.

Tiếp theo, vật từ $x = 5 \text{ cm}$ đi theo chiều dương, đến biên dương. Từ biên dương về biên âm rồi từ biên âm về $x = -5 \text{ cm}$ theo chiều dương thì đủ một chu kỳ kể từ lúc bắt đầu xuất phát. Mà theo bài ra quãng đường này bằng 18 cm nên quãng đường vật đi được trong một chu kỳ là $4A = 10 + 18$.

Từ đó suy ra biên độ $A = 7 \text{ cm}$.

Đáp án A

BÀI TẬP RÈN LUYỆN KĨ NĂNG

Câu 1: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Tính quãng đường vật đi được sau 1 s kể từ thời điểm ban đầu.

- A. 24 cm. B. 60 cm. C. 48 cm. D. 64 cm.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Tính quãng đường vật đi được sau 2,125 s kể từ thời điểm ban đầu?

- A. 104,00 cm B. 104,78 cm. C. 104,20 cm. D. 100,00 cm.

Câu 3: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 2,125 \text{ s}$ đến $t = 3 \text{ s}$?

- A. 38,42 cm. B. 39,99 cm. C. 39,80 cm. D. Đáp án khác.

Câu 4: Vật dao động điều hòa theo phương trình $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t_1 = \frac{3}{2} \text{ s} \rightarrow t_2 = \frac{13}{3} \text{ s}$ là:

- A. $50 + 5\sqrt{3} \text{ cm}$. B. $40 + 5\sqrt{3} \text{ cm}$. C. $50 + 5\sqrt{2} \text{ cm}$. D. $60 - 5\sqrt{3} \text{ cm}$.

Câu 5: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Xác định quãng đường vật đi được sau $\frac{7T}{12} \text{ s}$ kể từ thời điểm ban đầu?

- A. 12,0 cm. B. 10,0 cm. C. 20,0 cm. D. 12,5 cm.

Câu 6: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Tính quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian $\frac{T}{8}$ kể từ thời điểm ban đầu?

- A. $A\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{A}{2}$. C. $A\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $A\sqrt{2}$.

Câu 7: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Tính quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian kể từ thời điểm ban đầu?

- A. $A\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{A}{2}$. C. $A\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $A\sqrt{2}$.

Câu 8: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Sau một phần tư chu kỳ kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường là bao nhiêu?

- A. $\frac{A}{2} + \frac{A\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{A}{2} + \frac{A\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{A}{2} + A$. D. $\frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2}$.

Câu 9: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{6}$.

- A. 5 cm. B. $5\sqrt{2}$ cm. C. $5\sqrt{3}$ cm. D. 10 cm.

Câu 10: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{4}$

- A. 5 cm. B. $5\sqrt{2}$ cm. C. $5\sqrt{3}$ cm. D. 10 cm.

Câu 11: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$

- A. 5 cm. B. $5\sqrt{2}$ cm. C. $5\sqrt{3}$ cm. D. 10 cm.

Câu 12: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Sau $\frac{T}{4} \text{ s}$ kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường là 10 cm. Tìm biên độ dao động của vật?

- A. 5 cm. B. $4\sqrt{2}$ cm. C. $5\sqrt{2}$ cm. D. 8 cm.

Câu 13: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Sau $\frac{7T}{12}$ vật đi được 10cm. Tính biên độ dao động của vật.

- A. 5 cm. B. 4 cm. C. 3 cm. D. 6 cm.

Câu 14: Một vật dao động điều hòa với biên độ A. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{2T}{3}$

- A. $2A$ B. $3A$ C. $3,5A$ D. $4A$

Câu 15: Một vật dao động điều hòa với biên độ A. Tìm quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{2T}{3}$.

- A. $2A$ B. $3A$ C. $3,5A$ D. $(4 - \sqrt{3})A$

Câu 16: Li độ của một vật dao động điều hòa có biểu thức $x = 8\cos(2\pi t - \pi) \text{ cm}$. Độ dài quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{8}{3} \text{ s}$ tính từ thời điểm ban đầu là:

- A. 80 cm. B. 82 cm. C. 84 cm. D. $80 + 2\sqrt{3}$ cm.

Câu 17: Chất điểm có phương trình dao động $x = 8\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$. Quãng đường mà chất điểm đó đi được từ $t_0 = 0 \rightarrow t_1 = 1,5 \text{ s}$ là:

A. 0,48 m.

B. 32 cm.

C. 40 cm.

D. 0,56 m.

Câu 18: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 10\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 1,55s tính từ lúc xét dao động là:

A. $140 + 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

B. $150\sqrt{2} \text{ cm}$.

C. $160 - 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

D. $160 + 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Câu 19: Vật dao động điều hòa theo phương trình $x = 2\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Quãng đường vật đi được trong 1,1s đầu tiên là:

A. $S = 40\sqrt{2} \text{ cm}$.

B. $S = 44 \text{ cm}$.

C. $S = 40 \text{ cm}$.

D. $S = 40 + \sqrt{3} \text{ cm}$.

Câu 20: Quả cầu của con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương trình $x = 4\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$. Quãng đường quả cầu đi được trong 2,25s đầu tiên là:

A. $S = 16 + \sqrt{2} \text{ cm}$.

B. $S = 18 \text{ cm}$.

C. $S = 16 + 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

D. $S = 16 + 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

Câu 21: Một con lắc lò xo dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O giữa hai vị trí biên A và B. Độ cứng của lò xo là $k = 250 \text{ N/m}$, vật $m = 100 \text{ g}$, biên độ dao động 12 cm. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng. Góc thời gian là lúc vật tại vị trí A. Quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{\pi}{12} \text{ s}$ đầu tiên là:

A. 97,6 cm.

B. 1,6 cm.

C. 94,4 cm.

D. 49,6 cm.

Câu 22: Một vật dao động điều hòa với chu kỳ 2s, biên độ $A = 5 \text{ cm}$. Xác định quãng đường lớn nhất vật đi được trong $\frac{1}{3} \text{ s}$.

A. 5 cm.

B. 10 cm.

C. $5\sqrt{3} \text{ cm}$.

D. 2,5 cm.

Câu 23: Một vật dao động điều hòa với biên độ A, ban đầu vật đứng tại vị trí có li độ $x = -5 \text{ cm}$. Sau khoảng thời gian t_1 vật về đến vị trí $x = 5 \text{ cm}$ nhưng chưa đổi chiều chuyển động. Tiếp tục chuyển động thêm 18 cm nữa vật về đến vị trí ban đầu và đủ một chu kỳ. Hãy xác định biên độ dao động của vật?

A. 7 cm.

B. 10 cm.

C. 5 cm.

D. 6 cm.

ĐÁP ÁN

1-C	2-C	3-C	4-A	5-D	6-A	7-D	8-A	9-A	10-B
11-C	12-C	13-B	14-B	15-D	16-C	17-A	18-C	19-B	20-C
21-A	22-A	23-A							

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Phương trình dao động: $x = 6\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Sau 1 giây thì vector $\vec{A}$ quay được góc: $\alpha = \omega\Delta t = 4\pi.1 = 4\pi \text{ (rad)}$. Vậy quãng đường vật đi được là:

$S = 4.2A = 8A = 48 \text{ cm}$.

Câu 2: Đáp án C

Phương trình dao động của vật: $x = 6\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Sau 2,125 s thì $\vec{A}$ quay được góc: $\alpha = \omega\Delta t = 4\pi \cdot 2,125 = \frac{17}{2}\pi = 8\pi + \frac{\pi}{2}$ nên quãng đường vật đi được sẽ là:

$$S = 8 \cdot 2A + \frac{A}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}A = 104,196\text{cm}.$$

Câu 3: Đáp án C

Phương trình dao động: $x = 6\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$. Sau 3s thì vector $\vec{A}$ sẽ quay được góc: $\alpha = 4\pi \cdot 3 = 12\pi$ nên quãng đường vật đi được trong 3 giây là:

$$S = 12 \cdot 2A = 24A = 144\text{cm}$$

Vậy quãng thời gian vật đi được khi di chuyển từ thời điểm $t = 2,125\text{s}$ đến thời điểm $t = 3\text{s}$:

$$S = S_{(3)} - S_{(2,125)} = 144 - 104,196 = 39,804(\text{cm})$$

Câu 4: Đáp án A

Phương trình dao động của vật: $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$. Ban đầu vật đang ở vị trí cân bằng theo chiều dương

sau $t = \frac{3}{2}\text{s}$ thì vật chuyển động đến vị trí biên âm. Trong khoảng thời gian từ $t = \frac{3}{2}\text{s}$ đến $t = \frac{13}{3}\text{s}$ thì vật

quay được góc $\alpha = \omega\Delta t = \pi \cdot \left(\frac{13}{3} - \frac{3}{2}\right) = \frac{17}{6}\pi = 2\pi + \frac{5\pi}{6}$

Vậy quãng đường vật đi được là:

$$S = 4A + \frac{\sqrt{3}}{2}A + A = 50 + 50\sqrt{3}(\text{cm}).$$

Câu 5: Đáp án D

Ta có: $\Delta t = \frac{7T}{12} = \frac{T}{2} + \frac{T}{12}$ nên quãng đường vật đi được là: $S = 2A + \frac{A}{2} = 2,5A = 12,5\text{cm}$.

Câu 6: Đáp án A

Sau khoảng thời gian $\Delta t = \frac{T}{8}$ thì vật quay được một góc là: $\alpha = \frac{\pi}{4}$ nên nếu xét từ thời điểm ban đầu thì

vật đi được quãng đường là: $S = \frac{\sqrt{2}}{2}A$

Câu 7: Đáp án D

Sau khoảng thời gian $\Delta t = \frac{T}{4}$ thì vật quay được một góc là: $\alpha = \frac{\pi}{2}$ và tính từ thời điểm ban đầu vật đang

có vị trí $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ nên quãng đường vật đi được là:

$$S = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} A = \sqrt{2} A$$

Câu 8: Đáp án A

Sau một phần tư chu kỳ kể từ thời điểm ban đầu vật quay được một góc là: $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Vì tính từ thời điểm ban đầu nên quãng đường vật đi được là:

$$S = \frac{A}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

Câu 9: Đáp án A

Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ là:

$$S_{\max} = 2A \sin\left(\frac{\pi \Delta t}{T}\right) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = A = 5\text{cm}.$$

Câu 10: Đáp án B

Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{4}$ là:

$$S = 2A \sin\left(\frac{\pi \Delta t}{T}\right) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} A = 5\sqrt{2}\text{cm}.$$

Câu 11: Đáp án C

Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$ là:

$$S = 2A \sin\left(\frac{\pi \Delta t}{T}\right) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = A\sqrt{3} = 5\sqrt{3}\text{cm}.$$

Câu 12: Đáp án C

Sau $\frac{T}{4}$ kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường là 10 cm nên ta có: $A\sqrt{2} = 10 \Rightarrow A = 5\sqrt{2}\text{cm}.$

Câu 13: Đáp án B

Sau khoảng thời gian $\frac{7T}{12}$ kể từ thời điểm ban đầu thì quãng đường vật đi được là:

$$2A + \frac{A}{2} = 10\text{cm} \Rightarrow A = 4\text{cm}.$$

Câu 14: Đáp án B

Ta có: $\Delta t = \frac{2T}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$ nên để quãng đường đi được lớn nhất trong khoảng thời gian này thì quãng đường đi được trong $\frac{T}{3}$ sẽ lớn nhất:

$$S_3 = 2A \sin\left(\frac{\pi \Delta t}{T}\right) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = A$$

Vậy quãng đường lớn nhất đi được là: $S = 2A + A = 3A$.

Câu 15: Đáp án D

Phân tích thời gian tương tự câu 14 thì để quãng đường đi được trong khoảng thời gian đó ngắn nhất thì quãng đường đi được trong $\frac{T}{6}$ phải ngắn nhất.

Quãng đường ngắn nhất trong thời gian $\frac{T}{6}$ là:

$$S = 2A \left(1 - \cos\left(\frac{\pi \Delta t}{T}\right)\right) = 2A \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2A - \sqrt{3}A$$

Vật tổng quãng đường ngắn nhất đi được trong khoảng thời gian đó là: $S = 2A + 2A - \sqrt{3}A = (4 - \sqrt{3})A$.

Câu 16: Đáp án C

Sau $\Delta t = \frac{8}{3}s$ thì vật quay được góc quay là: $\alpha = \omega \Delta t = \frac{8\pi}{3} \cdot 2 = 5\pi + \frac{\pi}{3}$. Vì vậy xuất phát từ vị trí biên âm nên quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này là: $S = 5 \cdot 2A + \frac{1}{2}A = 10,5A = 84cm$.

Câu 17: Đáp án A

Trong khoảng thời gian $t_0 = 0$ đến $t_1 = 1,5s$ thì vật quay được góc quay là: $\alpha = 1,5 \cdot 2\pi = 3\pi$.

Nên quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này là: $S = 3 \cdot 2A = 6A = 48cm = 0,48m$.

Câu 18: Đáp án C

Trong khoảng thời gian $1,55s$ thì vật quay được góc quay là: $\alpha = 1,55 \cdot 5\pi = \frac{31\pi}{4} = 7\pi + \frac{3\pi}{4}$. Vậy quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S = 7 \cdot 2A + A + A - \frac{\sqrt{2}}{2}A = 16A - \frac{\sqrt{2}}{2}A = 160 - 5\sqrt{2}(cm).$$

Câu 19: Đáp án B

Trong $1,1s$ đầu tiên vật quay được một góc: $\alpha = 1,1 \cdot 10\pi = 11\pi$ quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này là: $S = 11 \cdot 2A = 22A = 44(cm)$.

Câu 20: Đáp án C

Trong 2,25 s đầu tiên vật quay được góc quay là: $\alpha = 2,25.\pi = 2\pi + \frac{\pi}{4}$ nên quãng đường vật đi được

$$S = 4A + \frac{\sqrt{2}}{2}A = 16 + 2\sqrt{2}(cm).$$

Câu 21: Đáp án A

Tần số góc của con lắc dao động là: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 50(rad)$. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng và gốc thời

gian là lúc vật tại vị trí biên A nên sau $\frac{\pi}{12}s$ đầu tiên thì vật quay góc: $\alpha = \frac{\pi}{12}.50 = \frac{25\pi}{6} = 4\pi + \frac{\pi}{6}$.

Vậy quãng đường vật đi được là: $S = 4.2A + A - \frac{\sqrt{3}}{2}A = 9A - \frac{\sqrt{3}}{2}A = 97,6(cm)$.

Câu 22: Đáp án A

Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{1}{3}s$ là: $S = 2A \sin\left(\frac{\pi\Delta t}{T}\right) = A = 5cm$

Câu 23: Đáp án A

Ban đầu vật đang ở vị trí $x = -5cm$ sau đó vật về đến vị trí $x = 5cm$ và vẫn chưa đổi chiều chuyển động nên ban đầu vật đang chuyển động theo chiều dương Ox. Sau đó đi được 18 cm và quay trở lại vị trí ban đầu thì một chu kỳ nên:

$$S = 2.5 + 18 = 4A \Rightarrow A = 7cm.$$

5. Bài toán vận tốc, tốc độ

5.1. Phương pháp

a) Vận tốc trung bình

- **Định nghĩa:** Vận tốc trung bình là thương số giữa độ dời và thời gian thực hiện độ dời. Giả sử tại thời điểm t_1 vật có li độ x_1 , tại thời điểm t_2 vật có li độ x_2 thì vận tốc trung bình được xác định bởi

$$\text{Vận tốc trung bình} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- **Nhận xét:**

- + Vận tốc trung bình trong 1 chu kì bằng không.
- + Vận tốc trung bình có thể âm hoặc dương,

b) Tốc độ trung bình

- **Định nghĩa:** Tốc độ trung bình là thương số giữa quãng đường đi được và thời gian đi quãng đường đó.

$$\text{Tốc độ trung bình} = \frac{\text{Quãng đường đi được từ } t_1 \text{ đến } t_2}{t_2 - t_1}$$

- **Nhận xét:**

- + Tốc độ trung bình trong một chu kì là $\frac{4A}{T} = \frac{2 \cdot A\omega}{2\pi} = \frac{2v_{\max}}{\pi}$
- + Tốc độ trung bình luôn dương.

Chú ý

- Để tính được tốc độ trung bình trong một khoảng thời gian nào đó, ta chỉ cần tính được quãng đường đi trong khoảng thời gian đó (đã học kĩ ở phần trước), sau đó chia cho thời gian là xong.
- Nếu đề bài hỏi tính tốc độ trung bình lớn nhất hoặc nhỏ nhất trong khoảng thời gian nào đó, thì ta tìm quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian đó, sau đó chia cho thời gian là xong.

5.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa có độ lớn vận tốc cực đại là 31,4 cm/s. Lấy $\pi = 3,14$. Tốc độ trung bình của vật trong một chu kì dao động là

- A. 20 cm/s. B. 12 cm/s. c. 10 cm/s. D. 15 cm/s.

Lời giải

Trong một chu kì dao động vật luôn đi được quãng đường $4A$. Do đó tốc độ trung bình trong một chu kì

$$\text{là: } v_{tb} = \frac{4A}{T} = \frac{4A}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{4 \cdot A\omega}{2\pi} = \frac{4v_{\max}}{2\pi} = 20 \text{ cm/s.}$$

Đáp án A.

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa trong một phút thực hiện được 50 dao động và đi được quãng đường là 16 m. Tính tốc độ trung bình bé nhất mà vật có thể đạt được trong khoảng thời gian dao động bằng 1,6s

A. 35 cm/s.

B. 10,0 cm/s.

C. 25,0 cm/s.

D. 20 cm/s.

Lời giải

Trong một phút vật thực hiện được 50 dao động nên chu kì là $T = \frac{60}{50} = 1,2s$.

Và quãng đường đi được là $50.4A = 1600$ từ đó suy ra biên độ $A = 8\text{ cm}$.

Ta có thời gian $1,6 = 2.0,6 + 0,4 = 2.\frac{T}{2} + \frac{T}{3}$

Do đó quãng đường nhỏ nhất vật đi được là: $S_{\min} = k.2A + 2A\left(1 - \sin\frac{\alpha}{2}\right)$

$$= 2.2A + 2A\left(1 - \sin\frac{\omega t}{2}\right) = 2.2.8 + 2.8.\left(1 - \sin\frac{\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3}}{2}\right) = 56\text{ cm}$$

Tốc độ trung bình bé nhất là $v_{tb} = \frac{56}{1,6} = 35\text{ cm/s}$

Đáp án A.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với biên độ A, chu kỳ T. Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong?

A. $\frac{4\sqrt{2}}{T}A$.

B. $\frac{3}{T}A$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{T}A$.

D. $\frac{5}{T}A$.

Ta có trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$ góc quét $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ thì quãng đường lớn nhất vật đi được là

$$S_{\max} = 2A \sin\frac{\alpha}{2} = 2A \sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2} = A\sqrt{3}$$

Tốc độ trung bình lớn nhất là $v_{tb\max} = \frac{A\sqrt{3}}{\frac{T}{3}} = \frac{3\sqrt{3}A}{T}$

Đáp án C.

Chú ý

Trong khoảng thời gian cố định thì tốc độ trung bình tỉ lệ thuận với quãng đường đi được. Tốc độ trung bình lớn nhất khi quãng đường đi được lớn nhất.

Ví dụ 4: Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo thẳng dài 14 cm với chu kì 1 s. Từ thời điểm vật qua vị trí có li độ 3,5 cm theo chiều dương đến khi gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu lần thứ hai, vật có tốc độ trung bình là

A. 27,3 cm/s.

B. 28,0 cm/s.

C. 27,0 cm/s.

D. 26,7 cm/s.

Lời giải

Để tính được tốc độ trung bình của vật, ta cần tính tổng quãng đường vật đi được, và thời gian đi hết quãng đường đó.

- Chiều dài quỹ đạo của vật là 14 cm, nên biên độ dao động là $A = 7 \text{ cm}$.

- Gia tốc của vật $a = -\omega^2 x$, mà $-A \leq x \leq +A$, suy ra $-\omega^2 x \leq a \leq \omega^2 x$, nên gia tốc đạt giá trị cực tiểu khi $x = A$

- Từ đó ta hình dung được quỹ đạo đường đi của vật như sau: thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ 3,5 cm theo chiều dương, đến biên dương lần thứ nhất (gia tốc cực tiểu lần thứ nhất), đi tiếp 1 chu kỳ sẽ đến biên dương lần thứ hai (gia tốc cực tiểu lần thứ hai). Dựa vào đường tròn, ta thấy

- Tổng quãng đường vật đi được là: $3,5 + 4.7 = 31,5 \text{ cm}$.

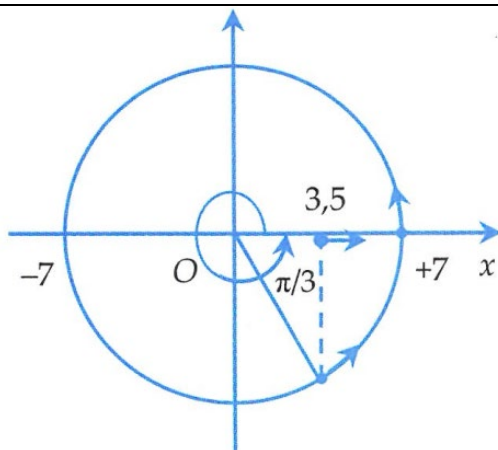
- Tổng thời gian vật đi quãng đường đó là: $\frac{T}{6} + T = \frac{7T}{6} = \frac{7}{6} \text{ s}$

- Tốc độ trung bình là: $v_{tb} = \frac{31,5}{7/6} = 27 \text{ cm/s}$.

Đáp án C.

STUDY TIP

Rất nhiều học sinh nhầm rằng gia tốc đạt giá trị cực tiểu là bằng 0, điều này sai, nhưng nếu nói ĐỘ LỚN của gia tốc đạt giá trị cực tiểu là bằng 0 thì đúng.



Ví dụ 5: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kỳ 2 s. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng 1/3 lần thế năng là

A. 26,12 cm/s.

B. 7,32 cm/s.

C. 14,64 cm/s.

D. 21,96 cm/s.

Chú ý

Muốn tính tốc độ trung bình ta cần tìm quãng đường vật đi được khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng 1/3 lần thế năng.

Lời giải

Nhớ lại cách xác định quãng đường, ta cần xác định li độ và chiều chuyển động của vật khi ở vị trí có động năng bằng 3 thế năng và ở vị trí có động năng bằng $\frac{1}{3}$ thế năng. Ta có

$$\begin{cases} W_d = nW_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow W_t = (n+1)W \Rightarrow x \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$$

Từ đó ta có
$$\begin{cases} x_1 = \pm \frac{A}{\sqrt{3+1}} = \pm \frac{A}{2} \\ x_2 = \pm \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{3}+1}} = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

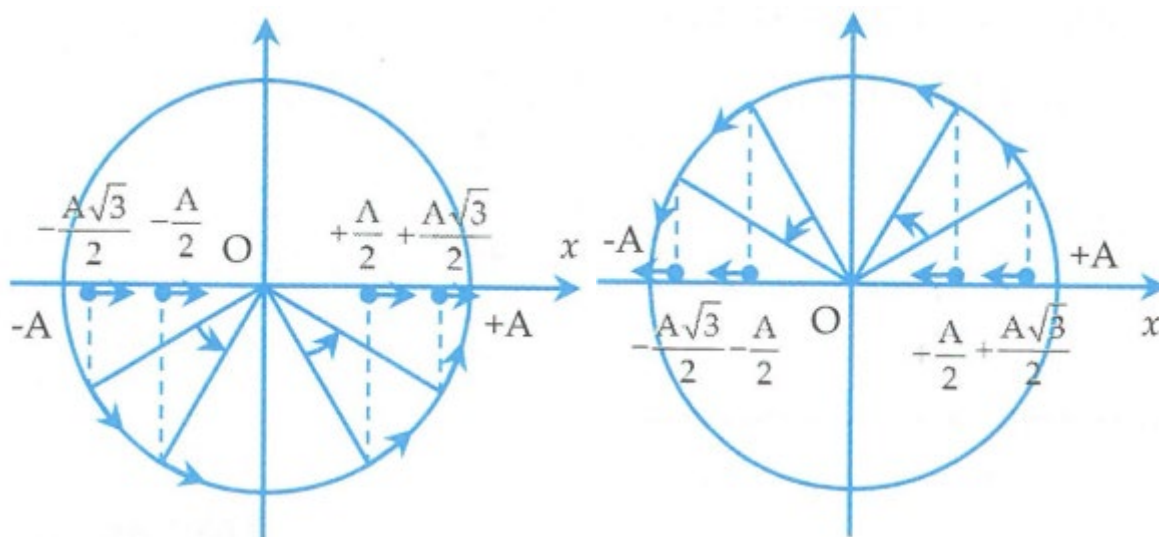
Dựa vào đường tròn, thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ x_1 đến x_2 là thời gian đi từ $\begin{cases} -\frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow -\frac{A}{2} \\ \frac{A}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

theo chiều dương hoặc $\begin{cases} \frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{A}{2} \\ -\frac{A}{2} \rightarrow -\frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ theo chiều âm.

Lúc này vật đi được quãng đường là $S = \frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2} = 5\sqrt{3} - 5$

Và thời gian là $\Delta t = \frac{T}{12} = \frac{1}{6}$, suy ra tốc độ trung bình là:

$$v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{5\sqrt{3}-5}{1/6} = 30\sqrt{3} - 30 = 21,96 \text{ cm/s}$$



Ví dụ 6: Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng 100 g và một lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$. Kéo vật xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn 4cm rồi truyền cho nó một vận tốc $40\pi \text{ (cm/s)}$ theo phương thẳng đứng hướng xuống. Chọn chiều dương hướng xuống. Coi vật

dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Tốc độ trung bình khi vật chuyển động từ vị trí thấp nhất đến vị trí lò xo bị nén 1,5 cm lần thứ 2 là:

- A. 93,75 cm/s. B. -93,75 cm/s. C. 56,25 cm/s. D. -56,25 cm/s.

Lời giải

Chọn chiều dương hướng xuống.

Tần số góc của dao động của con lắc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\sqrt{10} = 10\pi \text{ rad/s}$.

Trước tiên ta phải tìm được vị trí lò xo nén 1,5 cm là vị trí có li độ bao nhiêu? Sau đó, dựa vào đường tròn xác định quãng đường và thời gian, suy ra tốc độ trung bình. Muốn tìm được vị trí đó ta phải có độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Ta có độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí

$$\text{cân bằng } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,01 \text{ cm}.$$

Khi vật ở vị trí M, lò xo bị nén 1,5 cm tọa độ của vật lúc đó là

$$x = -(1 + 1,5) = -2,5 \text{ cm}$$

- Tiếp theo, ta cần tính biên độ của vật là bao nhiêu?

Rất nhiều học sinh đọc đoạn “kéo vật xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo dãn 4 cm rồi truyền vận tốc...” là cho luôn $x = 4$ rồi dùng công thức độc lập thời gian để suy ra biên độ. Như thế là sai, vì 4 cm là đoạn *lò xo dãn* chứ không phải *li độ*. Li độ của vật khi lò xo dãn 4 cm là $x_0 = 4 - \Delta l_0 = 4 - 1 = 3 \text{ cm}$. Biên độ dao động của vật được xác định bởi

$$A^2 = x_0^2 + \frac{x_0^2}{\omega^2} = 0,03^2 + \frac{0,4^2 \pi^2}{100\pi^2} = 0,05^2 \Rightarrow A = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

- Tiếp theo, ta tính quãng đường và thời gian.

Dựa vào đường tròn, quãng đường vật đi từ vị trí thấp nhất ($x = A$) đến điểm M lần thứ hai là:

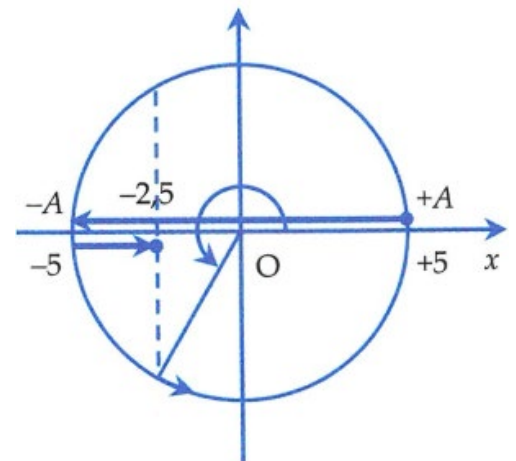
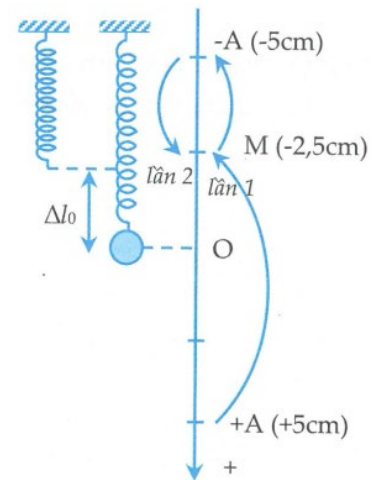
$$S = 2A + \frac{A}{2} = 2,5A = 12,5 \text{ cm}.$$

Thời gian vật đi từ A đến M lần thứ hai

$$t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} = \frac{2 \cdot 2\pi}{3 \cdot \omega} = \frac{2}{15}$$

$$\text{Tốc độ trung bình cần tìm là } v_{TB} = \frac{S}{t} = \frac{12,5}{\frac{2}{15}} = 93,75 \text{ cm/s}.$$

Đáp án A.



Ví dụ 7: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T . Gọi v_{TB} là tốc độ trung bình của chất điểm trong

một chu kì, v là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB}$ là

- A. $\frac{T}{6}$. B. $\frac{2T}{3}$. C. $\frac{T}{3}$. D. $\frac{T}{2}$.

Lời giải

Muốn tính được thời gian để $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB}$ thì ta sẽ dùng đường tròn của vận tốc, để dùng được đường tròn thì ta cần biết được v_{TB} bằng bao nhiêu lần $v_{\max}$.

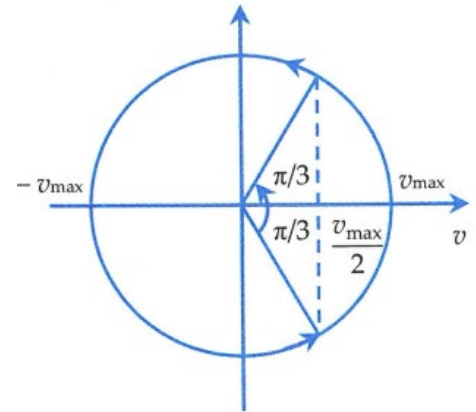
$$\text{Ta có } v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2}{\pi} \omega A = \frac{2}{\pi} v_{\max} \Rightarrow v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB} \Leftrightarrow v \geq \frac{1}{2} v_{\max}$$

Dựa vào đường tròn, trong một chu kì, thời gian để $v \geq \frac{1}{2} v_{\max}$ là thời gian vận tốc từ $\frac{1}{2} v_{\max}$ tăng lên đến $v_{\max}$ rồi từ $v_{\max}$ giảm đến $\frac{1}{2} v_{\max}$.

Dựa vào đường tròn ta có góc quét là $\frac{2\pi}{3}$ nên thời gian là

$$\Delta t = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{T}{3}.$$

Đến đây chọn đáp án C là sai lầm. Chú ý rằng đề bài cho v là tốc độ tức thời chứ không phải vận tốc tức thời, nên nếu gọi v_t là vận tốc



$$\text{tức thời thì ta sẽ có } |v_t| \geq \frac{1}{2} v_{\max} \Leftrightarrow \begin{cases} v_t \geq \frac{1}{2} v_{\max} \\ v_t \leq -\frac{1}{2} v_{\max} \end{cases}$$

Đến lúc này ta sử dụng đường tròn ta có thời gian để $v \geq \frac{1}{2} v_{\max}$ là thời gian đi từ

$$\left(\frac{1}{2} v_{\max}\right)^{(-)} \rightarrow v_{\max} \rightarrow \left(\frac{1}{2} v_{\max}\right)^{(+)} \text{ và thời gian } \left(-\frac{1}{2} v_{\max}\right)^{(-)} \rightarrow -v_{\max} \rightarrow \left(-\frac{1}{2} v_{\max}\right)^{(+)}$$

$$\text{Dựa vào đường tròn ta có góc quét là } \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ nên thời gian là } \Delta t = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{2T}{3}$$

Đáp án B.

Ví dụ 8: Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Tại thời điểm lò xo dãn 2 cm, tốc độ của vật là $4\sqrt{5}v$ (cm/s); tại thời điểm lò xo dãn 4 cm, tốc độ của vật là $6\sqrt{2}v$ (cm/s), tại thời điểm lò xo dãn 6 cm, tốc độ của vật là $3\sqrt{6}v$ (cm/s). Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Trong một chu kì, tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian lò xo bị dãn có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 1,26 m/s.

B. 1,43 m/s.

C. 1,21 m/s.

D. 1,52 m/s.

Lời giải

Gọi chiều dương hướng từ trên xuống. Khi đó theo bài ra ta có
$$\begin{cases} x_1 + \Delta l_0 = 2 \\ x_2 + \Delta l_0 = 4 \\ x_3 + \Delta l_0 = 6 \end{cases} \text{ và}$$

$$\frac{v_1^2}{(4\sqrt{5})^2} = \frac{v_2^2}{(6\sqrt{2})^2} = \frac{v_3^2}{(3\sqrt{6})^2} \Leftrightarrow \frac{\omega^2(A^2 - x_1^2)}{80} = \frac{\omega^2(A^2 - x_2^2)}{72} = \frac{\omega^2(A^2 - x_3^2)}{54}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(A^2 - x_1^2)}{80} = \frac{(A^2 - x_2^2)}{72} = \frac{(A^2 - x_3^2)}{54}$$

$$\text{Từ đây ta có hệ } \begin{cases} A^2 - (2 - \Delta l_0)^2 = \frac{80}{27}(A^2 - (4 - \Delta l_0)^2) \\ A^2 - (2 - \Delta l_0)^2 = \frac{80}{54}(A^2 - (6 - \Delta l_0)^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta l_0 = 1,4 \\ A = \frac{\sqrt{1609}}{5} \end{cases}$$

Thời gian lò xo nén trong 1 chu kì là $t_n = \frac{2\alpha}{\omega}$ trong đó

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{\Delta l_0}{A} = 0,1745 \Rightarrow \alpha \approx 1,3954 \text{ rad} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} = 2,3,14 \cdot \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^{-2}}{9,8}} = 0,237 \text{ s} \end{cases}$$

Thời gian lò xo dãn trong 1 chu kì là: $t_d = T - t_n = 0,2374 - \frac{2 \cdot 1,3954}{2\pi} = 0,132 \text{ s}$

Quãng đường trong 1 chu kì vật đi được trong khoảng thời gian lò xo dãn là

$$s = 2A + 2\Delta l_0 = 2 \cdot \frac{\sqrt{1609}}{5} + 2 \cdot 1,4 = 18,845 \text{ cm}$$

Tốc độ trung bình $v_{tb} = \frac{s}{t_d} = \frac{18,845}{0,132} = 142,76 \text{ cm/s} = 1,43 \text{ m/s}$.

Đáp án B.

Ví dụ 9: Một thấu kính hội tụ có tiêu cự 15 cm. M là một điểm nằm trên trục chính của thấu kính, P là một chất điểm dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng trùng với M. Gọi P' là ảnh của P qua thấu kính. Khi P dao động theo phương vuông góc với trục chính, biên độ 5 cm thì P' là ảnh ảo dao động với biên độ 10 cm. Nếu P dao động dọc theo trục chính với tần số 5 Hz, biên độ 2,5 cm thì P' có tốc độ trung bình trong khoảng thời gian 0,2 s bằng

A. 1,50 m/s.

B. 1,25 m/s.

C. 2,25 m/s.

D. 1,00 m/s.

Lời giải

- Khi P dao động theo phương vuông góc với trục chính, ta có:

Theo bài ra ta có ảnh P' là ảnh ảo nên $d' < 0$. Thấu kính hội tụ có ảnh ảo cùng chiều vật, nên $k > 0$:

$$k = -\frac{d'}{d} \Leftrightarrow 2 = \frac{\frac{df}{d-f}}{d} = -\frac{f}{d-f} \Leftrightarrow 2 = -\frac{15}{d-15} \Leftrightarrow d = 7,5 \text{ cm}$$

Khi P dao động dọc theo trục chính với biên độ 2,5 cm, ta có:

$$\begin{cases} d_{\min} = 7,5 - 2,5 = 5 \\ d_{\max} = 7,5 + 2,5 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1' = \frac{d_{\min} f}{d_{\min} - f} = \frac{5 \cdot 15}{5 - 15} = -7,5 \\ d_2' = \frac{d_{\max} f}{d_{\max} - f} = \frac{10 \cdot 15}{10 - 15} = -30 \end{cases}$$

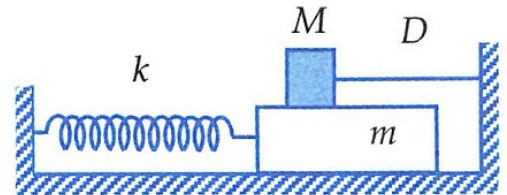
Như vậy, trong nửa chu kì dao động của P thì P' đi được quãng đường là $30 - 7,5 = 22,5 \text{ cm}$.

Trong 1 chu kì dao động của P, P' đi được quãng đường là $2 \cdot 22,5 = 45 \text{ cm}$. Khoảng thời gian 0,2 s chính là 1 chu kì dao động của P vì tần số 5 Hz.

Do đó tốc độ trung bình của P' là $v_{tb} = \frac{45}{0,2} = 225 \text{ cm/s} = 2,25 \text{ m/s}$.

Đáp án C.

Ví dụ 10: Cho cơ hệ như hình bên. Vật m khối lượng 100 g có thể chuyển động tịnh tiến, không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo trục lò xo có $k = 40 \text{ N/m}$. Vật M khối lượng 300 g có thể trượt trên m với hệ số ma sát $\mu = 0,2$. Ban đầu, giữ m

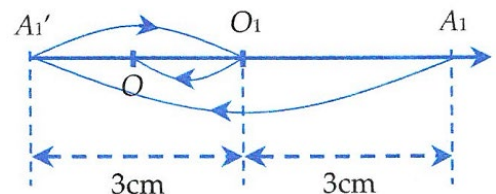


đứng yên ở vị trí lò xo dãn 4,5 cm, dây D (mềm, nhẹ, không dẫn) song song với trục lò xo. Biết M luôn ở trên m và mặt tiếp xúc giữa hai vật nằm ngang. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Thả nhẹ cho m chuyển động. Tính từ lúc thả đến khi lò xo trở về trạng thái có chiều dài tự nhiên lần thứ 3 thì tốc độ trung bình của m là

- A. 16,7 cm/s. B. 23,9 cm/s. C. 29,1 cm/s. D. 8,36 cm/s.

Lời giải

Lực ma sát giữa M và m chỉ tồn tại khi dây D căng, hay tương ứng với chuyển động của m về **phía** bên trái. Quá trình chuyển động gồm 2 giai đoạn:



- **Giai đoạn 1:** Khi m dao động sang trái (từ A_1 đến A_1')

+ Do chịu tác dụng của lực ma sát nên VTCB của vật sẽ dịch chuyển từ O sang O_1 , tại vị trí này lực đàn hồi cân bằng với lực ma sát

$$\Rightarrow k \Delta l_{O_1} = \mu Mg \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{\mu Mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 0,3 \cdot 10}{40} = 1,5 \text{ cm}$$

$\Rightarrow$ Biên độ dao động lúc này là $A_1 = 4,5 - 1,5 = 3 \text{ cm}$

+ Vật chuyển động đến A_1' rồi đổi chiều chuyển động, thời gian chuyển động trong giai đoạn này là:

$$t_1 = \frac{T_1}{2} = \sqrt{\frac{m}{k}} = \pi \sqrt{\frac{0,1}{40}} = \frac{\pi}{20} \text{ s}$$

- **Giai đoạn 2:** Khi m đổi chiều chuyển động

+ Lúc này, dây D bị chùng nên không còn ma sát và hệ hai vật $(M + m)$ dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng O

+ Biên độ dao động lúc này là $A_1 = 3 - 1,5 = 1,5 \text{ cm}$

+ Để vật M không bị trượt trên M thì A phải thỏa mãn

$$A \leq \frac{\mu(M + m)g}{k} = \frac{0,2 \cdot 0,4 \cdot 10}{40} = 2 \text{ cm}$$

Vậy $A_2 = 1,5 \text{ cm}$ thỏa mãn điều kiện trên.

+ Vật chuyển động qua O lần 1 trong giai đoạn 1, lần 2 là từ A_1' đến O_1 và lần 3 là từ O_1 về O , với

$$t_{23} = \frac{3T_2}{4} = 1,5\pi \sqrt{\frac{M + m}{k}} = 1,5\pi \sqrt{\frac{0,4}{40}} = \frac{3\pi}{20} \text{ s}$$

$$\text{Tổng thời gian } t = t_1 + t_{23} = \frac{\pi}{20} + \frac{3\pi}{20} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

+ Quãng đường chuyển động của vật trong 2 giai đoạn là

$$S = 2A_1 + 3A_2 = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1,5 = 10,5 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy tốc độ trung bình của } m \text{ là: } v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{10,5}{\frac{\pi}{5}} = 16,7 \text{ cm/s}$$

Đáp án A.

5.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Một vật dao động điều hòa theo phương trình $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t = 2 \text{ s}$ đến $t = 4,875 \text{ s}$ là:

- A. 7,45 m/s. B. 8,14 cm/s. C. 7,16 cm/s. D. 7,86 cm/s.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 9 \cos(20\pi t + \varphi) \text{ cm}$. Tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương đến vị trí cân bằng theo chiều âm

- A. 0,36 m/s. B. 3,6 m/s. C. 0 cm/s. D. Đáp án khác.

Câu 3: Một vật dao động điều hòa theo phương trình $x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1,000 \text{ s}$ đến $t_2 = 4,625 \text{ s}$ là:

- A. 15,5 cm/s. B. 17,4 cm/s. C. 12,8 cm/s. D. 19,7 cm/s.

Câu 4: Một vật dao động điều hòa với biên độ A , chu kỳ T . Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong $\frac{T}{3}$?

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{T}A$. B. $\frac{3A}{T}$. C. $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$. D. $\frac{5A}{T}$.

Câu 5: Một vật dao động điều hòa với biên độ A , chu kỳ T . Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong $\frac{T}{4}$?

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{T}A$. B. $\frac{3A}{T}$. C. $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$. D. $\frac{6A}{T}$.

Câu 6: Một vật dao động điều hòa với biên độ A , chu kỳ T . Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong $\frac{T}{6}$?

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{T}A$. B. $\frac{3A}{T}$. C. $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$. D. $\frac{6A}{T}$.

Câu 7: Một vật dao động với biên độ A , chu kỳ T . Hãy tính tốc độ nhỏ nhất của vật trong $\frac{T}{3}$

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{T}A$. B. $\frac{3A}{T}$. C. $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$. D. $\frac{6A}{T}$.

Câu 8: Một vật dao động với biên độ A , chu kỳ T . Hãy tính tốc độ nhỏ nhất của vật trong $\frac{T}{4}$

- A. $\frac{4(2A - A\sqrt{2})}{T}$. B. $\frac{4(2A + A\sqrt{2})}{T}$. C. $\frac{(2A - A\sqrt{2})}{T}$. D. $\frac{3(2A - A\sqrt{2})}{T}$.

Câu 9: Một vật dao động với biên độ A , chu kỳ T . Hãy tính tốc độ nhỏ nhất của vật trong $\frac{T}{6}$

- A. $\frac{4(2A - A\sqrt{3})}{T}$. B. $\frac{6(A - A\sqrt{3})}{T}$. C. $\frac{6(2A - A\sqrt{3})}{T}$. D. $\frac{6(2A - 2A\sqrt{3})}{T}$.

Câu 10: Một vật dao động với biên độ A , chu kỳ T . Tính tốc độ trung bình lớn nhất vật có thể đạt được trong $\frac{2T}{3}$?

- A. $\frac{4A}{T}$. B. $\frac{2A}{T}$. C. $\frac{9A}{2T}$. D. $\frac{9A}{4T}$.

Câu 11: Một vật dao động với biên độ A , chu kỳ T . Tính tốc độ trung bình nhỏ nhất vật có thể đạt được trong $\frac{2T}{3}$?

- A. $\frac{(12A - 3A\sqrt{3})}{2T}$. B. $\frac{(9A - 3A\sqrt{3})}{2T}$. C. $\frac{(12A - 3A\sqrt{3})}{T}$. D. $\frac{(12A - A\sqrt{3})}{2T}$.

Câu 12: Một vật dao động với biên độ A , chu kỳ T . Tính tốc độ trung bình nhỏ nhất vật có thể đạt được trong $\frac{3T}{4}$?

A. $\frac{4(2A - A\sqrt{2})}{3T}$. B. $\frac{4(4A - A\sqrt{2})}{T}$. C. $\frac{4(4A - A\sqrt{2})}{3T}$. D. $\frac{4(4A - 2A\sqrt{2})}{3T}$.

ĐÁP ÁN

1-B	2-B	3-D	4-C	5-A	6-D	7-B	8-A	9-C	10-C
11-A	12-C								

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Trong khoảng thời gian $\Delta t = 4,875 - 2 = 2,875s$ thì góc quay vật quay được là:

$$\alpha = \omega \Delta t = 2,875 \cdot 2\pi = \frac{23\pi}{4} = 5\pi + \frac{3\pi}{4}$$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó là:

$$S = 5.2A + \frac{\sqrt{2}}{2}A + A = 11A + \frac{\sqrt{2}}{2}A = 22 + \sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian đó là: $V = \frac{S}{\Delta t} = \frac{22 + \sqrt{2}}{2,875} = 8,144 \text{ (cm/s)}.$

Câu 2: Đáp án B.

Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương

đến vị trí cân bằng theo chiều âm là: $V = \frac{S}{\Delta t} = \frac{2A}{T/2} = \frac{4A}{T} = 360 \text{ (cm/s)} = 3,6 \text{ (m/s)}.$

Câu 3: Đáp án D.

Trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1s$ đến $t_2 = 4,625s$ thì vật quay được góc quay là:

$$\alpha = 3,625 \cdot 2\pi = \frac{29}{4}\pi = 7\pi + \frac{\pi}{4}$$

Nên quãng đường vật đi được là: $S = 7.2A + A - \frac{\sqrt{2}}{2}A = \frac{150 - 5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$

Vậy tốc độ trung bình của vận tốc trong khoảng thời gian đó là: $V = \frac{S}{\Delta t} = \frac{150 - 5\sqrt{2}}{2.3,625} = 19,7 \text{ (cm/s)}$

Câu 4: Đáp án C.

Tốc độ trung bình lớn nhất vật có thể đạt được tương đương với quãng đường trong khoảng thời gian đó vật đi được nhiều nhất.

Trong thời gian $\frac{T}{3}$ thì quãng đường lớn nhất vật có thể đi được là:

$$S_{\max} = 2A \sin\left(\frac{\pi \Delta t}{T}\right) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}A$$

Vậy tốc độ trung bình lớn nhất là: $V = \frac{S}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3}A}{T/3} = \frac{3\sqrt{3}A}{T}$.

Câu 5: Đáp án A.

Tốc độ trung bình lớn nhất vật có thể đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{4}$ là:

$$V_{\max} = \frac{S_{\max}}{\Delta t} = \frac{2A \sin(\pi \Delta t / T)}{T/4} = \frac{4\sqrt{2}A}{T}$$

Câu 6: Đáp án D.

Tốc độ trung bình lớn nhất vật có thể đạt được trong khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ là:

$$V_{\max} = \frac{S_{\max}}{\Delta t} = \frac{2A \sin(\pi / 6)}{T/6} = \frac{6A}{T}$$

Câu 7: Đáp án B.

Tốc độ nhỏ nhất của vật trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$ là: $V_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{2A(1 - \cos(\pi / 3))}{T/3} = \frac{3A}{T}$

Câu 8: Đáp án A.

Tốc độ nhỏ nhất của vật trong khoảng thời gian $\frac{T}{4}$ là: $V_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{2A(1 - \cos(\pi / 4))}{T/4} = \frac{4(2 - A\sqrt{2})}{T}$

Câu 9: Đáp án C.

Tốc độ nhỏ nhất của vật trong khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ là: $V_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{2A(1 - \cos(\pi / 6))}{T/6} = \frac{6(2 - \sqrt{3})A}{T}$

Câu 10: Đáp án C.

Tốc độ trung bình nhỏ nhất của vật có thể đạt được trong $\frac{2T}{3}$ là: $V_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{2A + 2A \sin(\pi / 6)}{2T/3} = \frac{9A}{2T}$

Câu 11: Đáp án A.

Tốc độ trung bình nhỏ nhất vật có thể đạt được trong $\frac{2T}{3}$ là:

$$V_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{2A + 2A(1 - \cos(\pi / 6))}{2T/3} = \frac{(12A - 3A\sqrt{3})}{2T}$$

Câu 12: Đáp án C.

Tốc độ trung bình nhỏ nhất vật có thể đạt được trong $\frac{3T}{4} = \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$ là:

$$V_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{2A + 2A(1 - \cos(\pi / 4))}{T/4} = \frac{4(4A - A\sqrt{2})}{T}$$

6. Bài toán lực đàn hồi, lực hồi phục

6.1. Phương pháp

a) Lực đàn hồi

Lực đàn hồi là lực của lò xo tác dụng vào các vật gắn vào hai đầu của lò xo.

- **Phương:** Lực đàn hồi có phương trùng với trục của lò xo.

- **Chiều:** Lực đàn hồi có chiều ngược với chiều biến dạng của lò xo. Nếu lò xo giãn ra, lực đàn hồi có chiều ngược lại chiều giãn của lò xo. Nếu lò xo bị nén, lực đàn hồi có chiều giãn ra.

- **Độ lớn:** Độ lớn của lực đàn hồi bằng tích của độ cứng và độ biến dạng của lò xo với chiều dài tự nhiên.

$$F_{dh} = -k |\Delta l| = -k |l - l_0|$$

Trong đó, k là độ cứng của lò xo (N/m), l là chiều dài của lò xo ở vị trí đang xét, l_0 là chiều dài tự nhiên của lò xo (m).

Biểu thức đại số:

$$F_{dh} = -k \Delta l = -k (l - l_0)$$

Dấu trừ biểu thị lực đàn hồi luôn có chiều ngược với chiều biến dạng của lò xo.

a) Lực hồi phục

Lực hồi phục trong con lắc lò xo là hợp lực tác dụng vào vật (không tác dụng vào điểm treo).

- **Phương:** Lực hồi phục có phương trùng với trục của lò xo.

- **Chiều:** Lực hồi phục có chiều ngược với chiều li độ của vật, tức là có chiều luôn hướng về vị trí cân bằng của vật.

- **Độ lớn:** Độ lớn của lực hồi phục bằng tích của độ cứng và li độ của vật.

$$F_{hp} = k |x|$$

Trong đó, k là độ cứng của lò xo (N/m), x là li độ của vật (m).

Biểu thức đại số:

$$F_{hp} = -kx$$

Dấu trừ biểu thị lực hồi phục luôn có chiều ngược với chiều li độ. Hay lực hồi phục ngược pha với li độ.

* Trường hợp lò xo nằm ngang

Trong trường hợp lò xo nằm ngang thì độ biến dạng của lò xo chính bằng độ lớn li độ x của vật. Như vậy, trường hợp này thì lực đàn hồi và lực hồi phục có độ lớn bằng nhau, và bằng $k|x|$.

- Độ lớn cực đại của lực đàn hồi cũng như lực hồi phục là kA .

- Độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi cũng như lực hồi phục là 0.

Về giá trị, vì $-A \leq x \leq A$ nên $-kA \leq F_{hp} = -kx = -k\Delta l \leq kA$

Suy ra:

- Lực hồi phục (cũng như lực đàn hồi) cực đại là kA khi vật ở biên âm.

- Lực hồi phục (cũng như lực đàn hồi) cực tiểu là $-kA$ khi vật ở biên dương.

* Trường hợp lò xo thẳng đứng

(1) Chiều dài lò xo

Gọi l_0 là chiều dài tự nhiên của lò xo, l_{cb} là chiều dài khi con lắc ở vị trí cân bằng và Δl_0 là độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng thì ta có

Gọi A là biên độ của con lắc khi dao động.

Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống dưới. Chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí có li độ x bất kì là $l = l_0 + \Delta l_0 + x$

Vì $-A \leq x \leq A$ nên ta có
$$\begin{cases} l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A \\ l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A \end{cases}$$

Từ đây rút ra biểu thức quen thuộc $l_{\max} - l_{\min} = 2A$

(2) Lực đàn hồi

Độ lớn lực đàn hồi khi vật ở vị trí có li độ x trong con lắc lò xo thẳng đứng xác định bởi công thức

$$F_{dh} = k |l - l_0| = k |\Delta l_0 + x|$$

• Độ lớn cực đại của lực đàn hồi

Vì $x \leq A$ nên lực đàn hồi có độ lớn cực đại là $F_{dh \max} = k |\Delta l_0 + A| = k |\Delta l_0 + A|$

• Độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi

Nếu $\Delta l_0 > A$ thì độ biến dạng nhỏ nhất của lò xo là $(\Delta l_0 - A)$, suy ra độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi là

$$F_{dh \min} = k |\Delta l_0 - A| = k |\Delta l_0 - A|$$

Trong trường hợp này, lò xo luôn luôn dãn, lực đàn hồi là lực kéo.

Nếu $\Delta l_0 \leq A$ thì độ biến dạng nhỏ nhất của lò xo là 0, do đó độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi là $F_{dh \min} = 0$

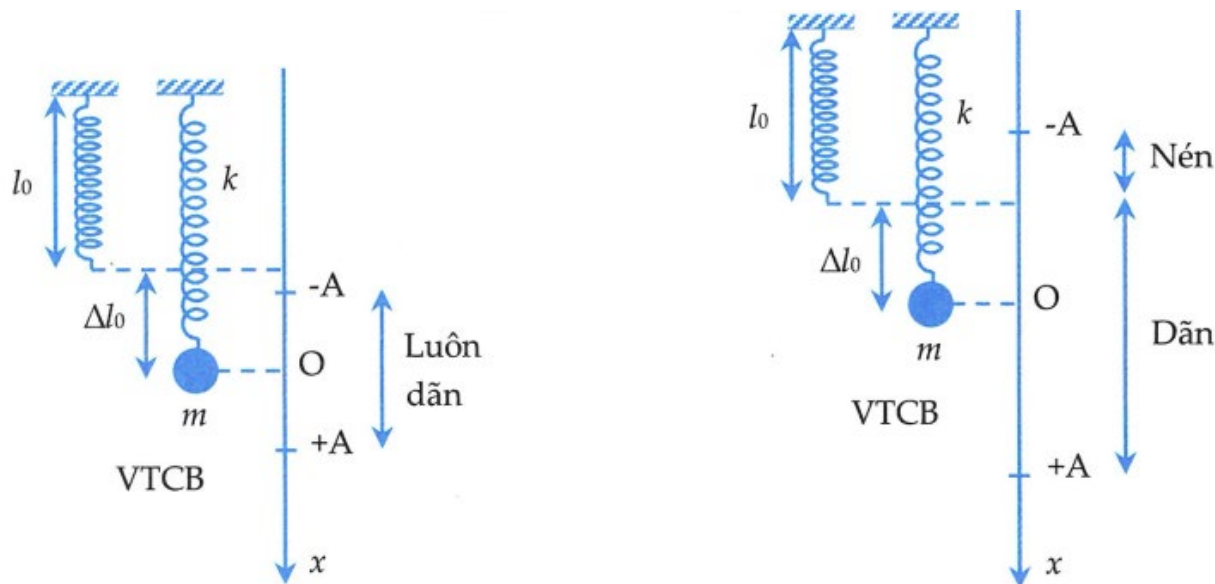
Trong trường hợp này, lò xo có lúc nén, có lúc dãn.

- Lực nén xuất hiện khi vật ở vị trí thỏa mãn $|x| > \Delta l$ (xem hình vẽ), có độ lớn xác định bởi

$$F_{nén} = k (|x| - \Delta l)$$

Lực nén cực đại

$$F_{nén \max} = k (A - \Delta l)$$



Hình bên trái ứng với trường hợp $\Delta l_0 > A$, hình bên phải ứng với trường hợp $\Delta l_0 < A$

Lò xo nén khi vật đi từ vị trí $x = -\Delta l_0$ theo chiều âm đến vị trí $x = -\Delta l_0$ theo chiều dương. Gọi $\varphi_{nén}$ là góc quét được trên đường tròn khi lò xo nén. Dựa vào đường tròn, ta có $\varphi_{nén} = 2\alpha$

Trong đó: $\cos \varphi = \frac{\Delta l_0}{A}$

- Thời gian lò xo nén trong một chu kì là $t_{nén} = \frac{\varphi_{nén}}{\omega}$

- Thời gian lò xo dãn trong một chu kì là $t_{dãn} = \frac{\varphi_{dãn}}{\omega} = \frac{2\pi - \varphi_{nén}}{\omega} = T - t_{nén}$

STUDY TIP

Bài toán hay gặp đó là bài toán tìm thời gian lò xo bị nén, dãn trong một chu kỳ.

6.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Trong quá trình dao động, chiều dài của con lắc lò xo treo thẳng đứng biến thiên từ 30 cm đến 50 cm. Khi lò xo có chiều dài 40 cm thì

- A. tốc độ của vật cực đại.
- B. gia tốc của vật cực đại.
- C. lực phục hồi tác dụng vào vật bằng với lực đàn hồi.
- D. pha dao động của vật bằng 0.

Lời giải

Ta có $l_{\max} - l_{\min} = 2A \Rightarrow A = 10 \text{ cm}$.

Mặt khác, $l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A \Rightarrow l_0 + \Delta l_0 = l_{\max} - A = 40 \text{ cm}$

Chiều dài của lò xo tại vị trí có li độ x là $l_x = l_0 + \Delta l_0 + x$.

Khi $l_x = 40$ thì $x = l_x - (l_0 + \Delta l_0) = 40 - 40 = 0$.

Suy ra vật đang ở vị trí cân bằng, tốc độ cực đại.

Đáp án A.

Ví dụ 2: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có khối lượng không đáng kể. Hòn bi đang ở vị trí cân bằng thì được kéo xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn 3 cm rồi thả nhẹ cho nó dao động. Hòn bi thực hiện 50 dao động mất 20 s. Cho $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$. Tỉ số độ lớn lực đàn hồi cực đại và cực tiểu của lò xo khi dao động là

A. 7.**B. 5.****C. 4.****D. 3.****Lời giải**

Hòn bi đang ở vị trí cân bằng thì được kéo xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn 3 cm rồi thả nhẹ nên biên độ $A = 3 \text{ cm}$.

Hòn bi thực hiện 50 dao động mất 20 s nên tần số

$$f = \frac{N}{t} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 5\pi \text{ (rad/s)}$$

Độ biến dạng của lò xo khi vật nằm ở vị trí cân bằng

$$\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(5\pi)^2} = \frac{10}{250} = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

- Vì $A < \Delta l_0$ nên trong quá trình dao động lò xo luôn dãn

- Lực đàn hồi có độ lớn cực đại khi vật xuống thấp nhất $F_{dh}^{\max} = k(\Delta l_0 + A)$

- Lực đàn hồi có độ lớn cực tiểu khi vật lên cao nhất $F_{dh}^{\min} = k(\Delta l_0 - A)$

Vậy tỉ số cần tìm là $\frac{F_{dh}^{\max}}{F_{dh}^{\min}} = \frac{k(\Delta l_0 + A)}{k(\Delta l_0 - A)} = \frac{\Delta l_0 + A}{\Delta l_0 - A} = \frac{4 + 3}{4 - 3} = 7$

Đáp án A.

Ví dụ 3: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật nặng treo ở phía dưới lò xo dao động với biên độ $A = 12 \text{ cm}$. Biết tỉ số giữa lực cực đại và lực cực tiểu của lò xo tác động lên vật là 4. Độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là

A. 10 cm.**B. 12 cm.****C. 15 cm.****D. 20 cm.****Lời giải**

Vì theo bài ra ta có $\frac{F_{dh}^{\max}}{F_{dh}^{\min}} = 4 \neq \infty \Rightarrow F_{dh}^{\min} \neq 0$ tức là lò xo luôn bị dãn khi vật dao động.

Khi vật xuống thấp nhất, độ biến dạng của lò xo lúc đó là lớn nhất nên

$$F_{dh}^{\max} = k|\Delta l_0 + A|$$

Khi vật lên cao nhất, độ biến dạng của lò xo lúc đó là nhỏ nhất nên

$$F_{dh}^{\min} = k|\Delta l_0 - A|$$

Theo bài ra $\frac{F_{dh}^{max}}{F_{dh}^{min}} = \frac{k(\Delta l_0 + A)}{k(\Delta l_0 - A)} = 4 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{5A}{3} = 20 \text{ cm}$

Đáp án D.

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho vật dao động (được móc ở phía dưới của lò xo) dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 0,4 s và biên độ 8 cm. Chọn $x'x$ thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$. Thời gian ngắn nhất kể từ thời điểm ban đầu đến lúc lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

- A. $\frac{7}{30} \text{ s}$. B. $\frac{1}{30} \text{ s}$. C. $\frac{3}{30} \text{ s}$. D. $\frac{4}{15} \text{ s}$.

Lời giải

Nhớ lại cách tính thời gian, ta cần xác định vị trí đầu và vị trí cuối của chuyển động. Vị trí ban đầu thì rõ rồi, vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Vị trí lúc sau là vị trí lực đàn hồi có độ lớn cực tiểu, ta cần phải biết được Δl_0 lớn hơn hay nhỏ hơn A.

Ta có

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{0,4^2 \cdot 10}{4 \cdot 10} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} = \frac{A}{2}$$

Do đó $\Delta l_0 < A$ nên ngoài bị giãn còn bị nén. Vậy lực đàn hồi cực tiểu của lò

xo ứng với lúc lò xo không bị biến dạng, khi đó vật ở vị trí

$$x = -\Delta l_0 = -\frac{A}{2}$$

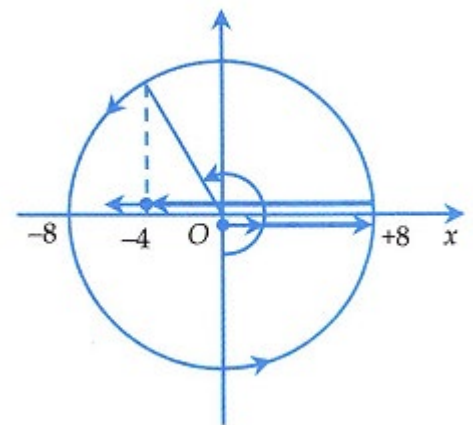
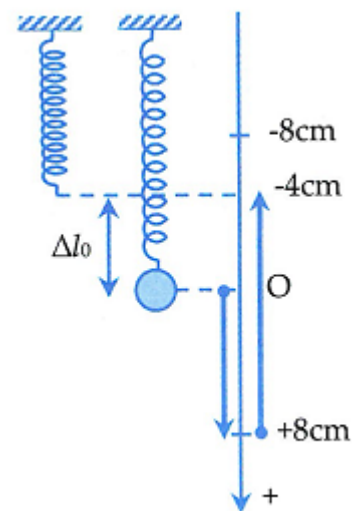
Thời gian cần tìm là thời gian vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương, đến biên dương rồi từ biên dương đến vị trí $-\frac{A}{2}$ theo chiều âm.

Dựa vào đường tròn, ta tính được góc quét lúc này là $\frac{7\pi}{6}$ nên thời gian là

$$\Delta t = \frac{7}{30} \text{ s}$$

Đáp án A.

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 1,2 s. Trong một chu kì, nếu tỉ số của thời gian lò xo giãn với thời gian lò xo nén bằng 2 thì thời gian mà lực đàn hồi ngược chiều lực kéo về là



A. 0,2 s.

B. 0,1 s.

C. 0,3 s.

D. 0,4 s.

Lời giải

- Chọn chiều dương hướng xuống.

- Trong quá trình dao động của vật, lò xo có nén nên $\Delta l < A$.

- Theo bài ra, ta có $\frac{t_{\text{dãn}}}{t_{\text{nén}}} = \frac{T - t_{\text{nén}}}{t_{\text{nén}}} = 2 \Rightarrow t_{\text{nén}} = \frac{T}{3}$

- Trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$, lò xo bị nén khi vật chuyển động từ vị trí có li độ

$x = -\Delta l$ theo chiều âm, đến biên âm, rồi từ biên âm trở về vị trí $x = -\Delta l$ theo

chiều dương. Góc quét được của chất điểm tương ứng trên đường tròn là $\frac{2\pi}{3}$.

Sử dụng đường tròn để dàng suy ra $\Delta l = \frac{A}{2}$

- Lực kéo về luôn hướng về VTCB, lực đàn hồi là lực đẩy nếu lò xo nén, lực kéo nếu lò xo dãn.

- Từ đó, ta có nhận xét: trong 1 chu kỳ, thời gian lực đàn hồi ngược chiều với lực kéo về gồm:

+ Thời gian vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều âm đến vị trí có li độ

$x = -\Delta l = -\frac{A}{2}$ theo chiều âm

+ Thời gian vật đi từ vị trí có li độ $x = -\Delta l = -\frac{A}{2}$ theo chiều dương

đến vị trí cân bằng theo chiều dương

- Vậy thời gian cần tính là $\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,2\text{s}$

Nếu ta không biết vì sao có nhận xét trên, thì ta có thể giải thích như sau. Vì lực đàn hồi ngược chiều lực hồi phục nên tích giá trị đại số của chúng là một số âm. Ta có

$$\begin{cases} F_{hp} = -kx \\ F_{dh} = -k(\Delta l + x) \end{cases} \Rightarrow F_{hp} \cdot F_{dh} < 0 \Leftrightarrow kx \cdot k(\Delta l + x) < 0 \Leftrightarrow -\Delta l < x < 0$$

Đáp án A.

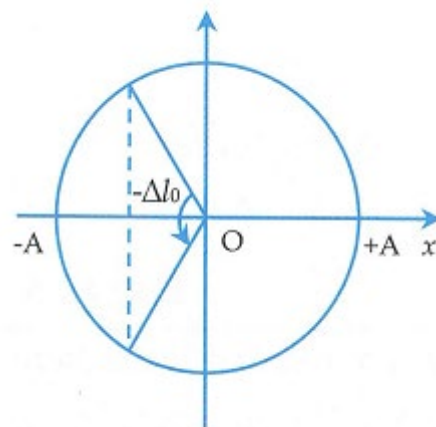
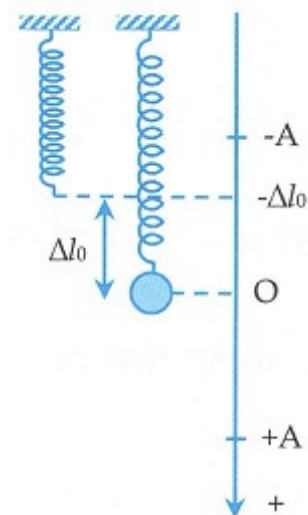
Ví dụ 6: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng xuôi, vật nhỏ $m = 100\text{ gam}$ và lò xo có khối lượng không đáng kể. Chọn gốc tọa độ ở VTCB, chiều dương của hệ trục hướng lên. Biết vật dao động theo phương trình $x = 4 \cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right)$. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Tìm độ lớn lực đàn hồi và lực phục hồi tác dụng vào vật tại thời điểm vật đã đi được quãng đường $S = 3\text{ cm}$ kể từ lúc bắt đầu dao động.

A. 0,1 N và 0,9 N.

B. 0,9 N và 0,1 N.

C. 0,2 N và 0,8 N.

D. 0,8 N và 0,2 N.



Lời giải

Vì lực đàn hồi có độ lớn $|F_{dh}| = k\Delta l$ và $|F_{hp}| = k|x|$ nên để tính chúng, ta cần tìm k và phải biết được sau khi vật đi được 3 cm thì vật đến điểm nào để từ đó biết nó cách vị trí cân bằng bao nhiêu (độ lớn li độ bằng bao nhiêu) và lúc đó lò xo dãn bao nhiêu (độ dãn của lò xo so với chiều dài tự nhiên)

Độ cứng $k = m\omega^2 = 0,1 \cdot 10^2 = 10 \text{ N/m}$

Độ dãn của lò xo khi vật ở VTCB:

$$\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{10^2} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Dựa vào đường tròn thấy ngay thời điểm ban đầu vật có li độ $x = -2 \text{ cm}$ và đang đi theo chiều dương.

Hoặc ta có thể thay $t = 0$ vào phương trình x, v ta có ngay trạng thái ban đầu $\begin{cases} x_0 = -2 \text{ cm} \\ v_0 > 0 \end{cases}$

Dựa vào đường tròn, sau khi đi được quãng đường $S = 3 \text{ cm}$ thì vật đến tọa độ $x = 1 \text{ cm}$, lúc đó lò xo bị dãn một đoạn

$$\Delta l = \Delta l_0 - |x| = 10 - 1 = 9 \text{ cm}$$

Vậy lực phục hồi và lực đàn hồi có độ lớn là $\begin{cases} F_{hp} = kx = 10 \cdot 0,01 = 0,1 \text{ (N)} \\ F_{dh} = k\Delta l = 10 \cdot 0,09 = 0,9 \text{ (N)} \end{cases}$

Đáp án A.

Ví dụ 7: Gọi M, N, I là các điểm trên một lò xo nhẹ, được treo thẳng đứng ở điểm O cố định. Khi lò xo có chiều dài tự nhiên thì $OM = MN = NI = 10 \text{ cm}$. Gắn vật nhỏ vào đầu dưới I của lò xo và kích thích để vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình dao động tỉ số độ lớn lực kéo lớn nhất và độ lớn lực kéo nhỏ nhất tác dụng lên O bằng 3; lò xo dãn đều; khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm M và N là 12 cm. Lấy $\pi^2 = 10$. Vật dao động với tần số là:

A. 2,9 Hz.

B. 2,5 Hz.

C. 3,5 Hz.

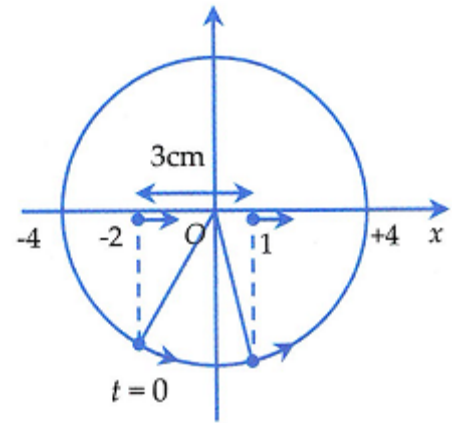
D. 1,7 Hz.

Lời giải

Vì khoảng cách lớn nhất giữa M và N là 12 cm, tức là độ dài đoạn MN lớn nhất bằng 12 cm. Mà độ dài đoạn MN ban đầu là 10 cm, suy ra độ dãn lớn nhất của lò xo giới hạn bởi hai đầu MN là $12 - 10 = 2 \text{ cm}$.

Vì lò xo dãn đều và ban đầu $OM = MN = NI$ nên ở mọi thời điểm, OM, MN và NI luôn có độ dài bằng nhau. Suy ra độ dãn của chúng ở mọi thời điểm cũng bằng nhau. Vậy độ dãn lớn nhất của lò xo là $\Delta l_{\max} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$.

$$\text{Mà ta có } \frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{k\Delta l_{\max}}{k\Delta l_{\min}} = \frac{\Delta l_{\max}}{\Delta l_{\min}} = 3 \Rightarrow \Delta l_{\min} = \frac{6}{3} = 2 \text{ cm}$$



Vậy $\Delta l = \frac{\Delta l_{\max} + \Delta l_{\min}}{2} = 4 \text{ cm}.$

Suy ra $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{\pi^2 \Delta l}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10}{10.0,04}} = 2,5 \text{ Hz}.$

Đáp án B.

6.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Trong một dao động điều hòa của con lắc lò xo thì:

- A. Lực đàn hồi luôn khác 0.
- B. Lực hồi phục cũng là lực đàn hồi.
- C. Lực đàn hồi bằng 0 khi vật qua VTCB.
- D. Lực phục hồi bằng 0 khi vật qua VTCB.

Câu 2: Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo, lực gây nên dao động của vật là:

- A. Lực đàn hồi.
- B. Có hướng là chiều chuyển động của vật.
- C. Có độ lớn không đổi.
- D. Biến thiên điều hòa cùng tần số với tần số dao động riêng của hệ dao động và luôn hướng về vị trí cân bằng.

Câu 3: Tìm phát biểu đúng khi nói về con lắc lò xo?

- A. Lực đàn hồi cực tiểu của con lắc lò xo khi vật qua vị trí cân bằng.
- B. Lực đàn hồi của lò xo và lực phục hồi là một.
- C. Khi qua vị trí cân bằng lực phục hồi đạt cực đại.
- D. Khi đến vị trí biên độ lớn lực phục hồi đạt cực đại.

Câu 4: Tìm phát biểu sai? Trong con lắc lò xo, ta luôn có

- A. $F_{dh}^{\min} = k(\Delta l_0 - A)(N)$
- B. $|F_{dh}| = k \cdot |\Delta l|(N).$
- C. $F_{dh}^{\max} = k(\Delta l_0 + A)(N).$
- D. $F_{hp} = ma(N).$

Câu 5: Tìm phát biểu đúng?

- A. Lực kéo về chính là lực đàn hồi.
- B. Lực kéo về là lực nén của lò xo.
- C. Con lắc lò xo nằm ngang, lực kéo về là lực kéo.
- D. Trong con lắc lò xo, lực kéo về là tổng hợp của tất cả các lực tác dụng lên vật.

Câu 6: Con lắc lò xo nằm ngang, đồ thị mô tả mối quan hệ giữa li độ của dao động và lực đàn hồi có dạng

- A. Đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ.
- B. Đường tròn.
- C. Đoạn thẳng không qua gốc tọa độ.
- D. Đường thẳng không qua gốc tọa độ.

Câu 7: Con lắc lò xo dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Con lắc lò xo nằm ngang, có lực đàn hồi khác lực phục hồi.

- B.** Độ lớn lực đàn hồi cực đại khi vật ở vị trí biên.
C. Con lắc lò xo nằm ngang, độ lớn lực đàn hồi bằng với độ lớn lực phục hồi.
D. Ở vị trí cân bằng lực đàn hồi và lực phục hồi là một.

Câu 8: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng $m = 100\text{ g}$, treo vào lò xo có độ cứng $k = 20\text{ N/m}$. Vật dao động theo phương thẳng đứng trên quỹ đạo dài 10 cm , chọn chiều dương hướng xuống. Cho biết chiều dài ban đầu của lò xo là 40 cm . Xác định chiều dài cực đại, cực tiểu của lò xo?

- A.** 45; 50 cm. **B.** 50; 45 cm. **C.** 55; 50 cm. **D.** 50; 40cm.

Câu 9: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng $m = 100\text{ g}$, treo vào lò xo có độ cứng $k = 20\text{ N/m}$. Vật dao động theo phương thẳng đứng trên quỹ đạo dài 10 cm , chọn chiều dương hướng xuống. Cho biết chiều dài ban đầu của lò xo là 40 cm . Hãy xác định độ lớn lực đàn hồi cực đại, cực tiểu của lò xo?

- A.** 2; 1 N. **B.** 2; 0N. **C.** 3; 2N. **D.** 4; 2N.

Câu 10: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm một vật $m = 1000\text{ g}$, lò xo có độ cứng $k = 100\text{ N/m}$. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng $x = +2\text{ cm}$ và truyền vận tốc $v = +20\sqrt{3}\text{ cm/s}$ theo phương lò xo. Cho $g = \pi^2 = 10\text{ m/s}^2$, lực đàn hồi cực đại và cực tiểu của lò xo có độ lớn là bao nhiêu?

- A.** 1,4N; 0,6N. **B.** 14N; 6N. **C.** 14 N; 0N. **D.** không đáp án.

Câu 11: Vật nhỏ treo dưới lò xo nhẹ, khi vật cân bằng thì lò xo giãn 5 cm . Cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ A thì lò xo luôn giãn và lực đàn hồi cực đại của lò xo có giá trị gấp 3 lần giá trị cực tiểu. Lúc này A có giá trị là bao nhiêu?

- A.** 2,5 cm. **B.** 5 cm. **C.** 10 cm. **D.** 15 cm.

Câu 12: Một quả cầu có khối lượng $m = 200\text{ g}$ treo vào đầu dưới của một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 35\text{ cm}$, độ cứng $k = 100\text{ N/m}$, đầu trên cố định. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Chiều dài lò xo khi vật dao động qua vị trí có vận tốc cực đại?

- A.** 33 cm. **B.** 39 cm. **C.** 35 cm. **D.** 37 cm.

Câu 13: Một quả cầu có khối lượng $m = 200\text{ g}$ treo vào đầu dưới của một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 35\text{ cm}$, độ cứng $k = 100\text{ N/m}$, đầu trên cố định. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Chiều dài lò xo khi vật dao động qua vị trí có độ lớn lực đàn hồi cực tiểu? Biết biên độ dao động của vật là 5 cm .

- A.** 33 cm. **B.** 35 cm. **C.** 39 cm. **D.** 37 cm.

Câu 14: Một con lắc lò xo gồm vật khối lượng $m = 200\text{ g}$ treo vào lò xo có độ cứng $k = 40\text{ N/m}$. Vật dao động theo phương thẳng đứng trên quỹ đạo dài 10 cm . Chọn chiều dương hướng xuống. Cho biết chiều dài tự nhiên là 42 cm . Khi vật dao động thì chiều dài lò xo biến thiên trong khoảng nào? Biết $g = 10\text{ m/s}^2$.

- A.** 42; 52cm. **B.** 37; 45cm. **C.** 40; 50cm. **D.** 42; 50cm.

Câu 15: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật $m = 150\text{ g}$, lò xo có $k = 10\text{ N/m}$. Lực căng cực tiểu tác dụng lên vật là $0,5\text{ N}$. Cho $g = 10\text{ m/s}^2$ thì biên độ dao động của vật là bao nhiêu?

- A.** 20 cm. **B.** 15 cm. **C.** 10 cm. **D.** 5 cm.

Câu 16: Một lò xo có $k = 100 \text{ N/m}$ treo thẳng đứng. Treo vào lò xo một vật có khối lượng $m = 250 \text{ g}$. Từ vị trí cân bằng nâng vật lên một đoạn 5 cm rồi buông nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chiều dương hướng xuống. Tìm lực nén cực đại của lò xo?

- A. $7,5 \text{ N}$. B. 0 . C. 5 N . D. $2,5 \text{ N}$.

Câu 17: Một lò xo có khối lượng không đáng kể, đầu trên cố định, đầu dưới treo vật có khối lượng 80 g . Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số 2 Hz . Trong quá trình dao động, độ dài ngắn nhất của lò xo là 40 cm và dài nhất là 56 cm . Lấy $g = \pi^2 = 9,8 \text{ m/s}^2$. Độ dài tự nhiên của lò xo là?

- A. $40,75 \text{ cm}$. B. $41,75 \text{ cm}$. C. $42,75 \text{ cm}$. D. 40 .

Câu 18: Một vật treo vào lò xo làm nó giãn ra 4 cm . Biết lực đàn hồi cực đại, cực tiểu lần lượt là 10 N , 6 N . Chiều dài tự nhiên của lò xo 20 cm . Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo khi dao động là?

- A. $24; 36 \text{ cm}$. B. $25; 24 \text{ cm}$. C. $25; 23 \text{ cm}$. D. $25; 15 \text{ cm}$.

Câu 19: Một vật treo vào lò xo làm nó giãn 4 cm . Biết lực đàn hồi cực đại của lò xo là 10 N , độ cứng lò xo là 100 N/m . Tìm lực nén cực đại của lò xo?

- A. 0 N . B. 1 N . C. 4 N . D. 2 N .

Câu 20: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng dọc theo trục xuyên tâm của lò xo. Đưa vật từ vị trí cân bằng đến vị trí của lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa với chu kỳ $T = 0,1\pi \text{ (s)}$. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$. Xác định tỉ số giữa lực đàn hồi của lò xo tác dụng vào vật khi nó ở vị trí cân bằng và ở vị trí cách vị trí cân bằng $+1 \text{ cm}$? Chọn trục tọa độ có chiều dương hướng xuống

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{7}{5}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 21: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng khi cân bằng lò xo giãn 3 cm . Bỏ qua mọi lực cản. Kích thích cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng thì thấy thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ là $\frac{T}{3}$ (T là chu kỳ dao động của vật). Biên độ dao động của vật bằng?

- A. 5 cm . B. 3 cm . C. 4 cm . D. 6 cm .

Câu 22: Một lò xo có $k = 10 \text{ N/m}$ treo thẳng đứng. Treo vào lò xo một vật có khối lượng $m = 250 \text{ g}$. Từ vị trí cân bằng nâng vật lên một đoạn 50 cm rồi buông nhẹ. Lấy $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$. Tìm thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ?

- A. $\frac{2}{3} \text{ s}$. B. $\frac{1}{3} \text{ s}$. C. 1 s . D. không đáp án.

Câu 23: Một con lắc lò xo có $k = 1 \text{ N/cm}$, treo vật có khối lượng 1000 g , kích thích cho vật dao động với biên độ $10\sqrt{2} \text{ cm}$. Tìm thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ?

- A. $\frac{\pi}{2} \text{ s}$. B. $\frac{\pi}{5} \text{ s}$. C. $\frac{\pi}{10} \text{ s}$. D. $\frac{\pi}{20} \text{ s}$.

Câu 24: Một con lắc lò xo có $k = 1 \text{ N/cm}$, treo vật có khối lượng 1000 g , kích thích cho vật dao động với biên độ $10\sqrt{2} \text{ cm}$. Tìm tỉ lệ thời gian lò xo bị nén và bị giãn trong một chu kỳ?

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{1}$.

Câu 25: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, dao động điều hòa với biên độ $A = 8 \text{ cm}$. Trong một chu kỳ tỉ số giữa thời gian lò xo giãn và nén là 2. Xác định tốc độ cực đại của vật?

- A. $0,4\pi \text{ m/s}$. B. $0,2\pi \text{ cm/s}$. C. $\frac{\pi}{2} \text{ m/s}$. D. 20 cm/s .

Câu 26: Một con lắc lò xo có $k = 10 \text{ N/m}$, treo vật nặng có khối lượng $m = 0,1 \text{ kg}$. Kích thích cho vật dao động với biên độ 20 cm . Hãy tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí lò xo có độ lớn lực đàn hồi cực đại đến vị trí có độ lớn lực đàn hồi cực tiểu? Biết $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A. $\frac{\pi}{15} \text{ s}$. B. $\frac{\pi}{10} \text{ s}$. C. $\frac{\pi}{5} \text{ s}$. D. $\frac{\pi}{25} \text{ s}$.

Câu 27: Một con lắc lò xo nằm ngang, độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$ dao động với biên độ 2 cm . Trong một chu kỳ hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật chịu tác dụng của lực đàn hồi có độ lớn nhỏ hơn 1 N .

- A. $\frac{T}{3}$. B. $\frac{T}{4}$. C. $\frac{T}{6}$. D. $\frac{2T}{3}$.

Câu 28: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$, vật nặng $m = 1 \text{ kg}$. Kéo vật xuống dưới sao cho lò xo chịu tác dụng của lực kéo có độ lớn 12 N rồi buông tay không vận tốc đầu. Hãy xác định biên độ dao động?

- A. 4 cm . B. 12 cm . C. 2 cm . D. 10 cm .

Câu 29: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$, vật nặng $m = 1 \text{ kg}$. Dùng một lực có độ lớn 20 N để nâng vật đến khi vật đứng yên thì buông tay để vật dao động điều hòa. Xác định biên độ dao động?

- A. 4 cm . B. 12 cm . C. 2 cm . D. 20 cm .

Câu 30: Một con lắc lò xo nằm ngang, có độ cứng là 100 N/m , biên độ $A = 2 \text{ cm}$. Xác định thời gian trong một chu kỳ mà lực đàn hồi có độ lớn lớn hơn 1 N .

- A. $\frac{2T}{3}$. B. $\frac{T}{3}$. C. $\frac{T}{2}$. D. $\frac{T}{4}$.

Câu 31: Một con lắc lò xo nằm ngang, có độ cứng là 100 N/m , biên độ $A = 2 \text{ cm}$. Xác định thời gian trong một chu kỳ mà lực đàn hồi có độ lớn nhỏ hơn $\sqrt{3} \text{ N}$.

- A. $\frac{2T}{3}$. B. $\frac{T}{3}$. C. $\frac{T}{2}$. D. $\frac{T}{4}$.

Câu 32: Một con lắc lò xo nằm ngang, có độ cứng là 100 N/m , biên độ $A = 2 \text{ cm}$. Xác định thời gian trong một chu kỳ mà lực kéo có độ lớn nhỏ hơn 1 N .

A. $\frac{T}{6}$.

B. $\frac{T}{3}$.

C. $\frac{T}{2}$.

D. $\frac{T}{4}$.

Câu 33: Cho 3 lò xo chiều dài bằng nhau, lò xo 1 có độ cứng là k , lò xo 2 có độ cứng là $2k$, lò xo 3 có độ cứng là $3k$. Treo 3 lò xo vào thanh nằm ngang, trên thanh có 3 điểm A, B, C sao cho $AB = BC$. Sau đó treo vật 1 có khối lượng $m_1 = m$ vào lò xo 1, vật $m_2 = 2m$ vào lò xo 2 và vật m_3 vào lò xo 3. Tại vị trí cân bằng của 3 vật ta kéo vật 1 xuống một đoạn là A, vật 2 một đoạn $2A$, vật 3 một đoạn Δl_3 rồi cùng buông tay không vận tốc đầu. Trong quá trình 3 vật dao động thấy chúng luôn thẳng hàng nhau. Hãy xác định khối lượng của vật m_3 và ban đầu đã kéo vật m_3 xuống dưới một đoạn là bao nhiêu?

A. m ; $3A$.

B. $3m$; $3A$.

C. $4m$; $4A$.

D. $4m$; $3A$.

Câu 34: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là $0,4$ s và 8 cm. Chọn trục $x'x$ thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian $t = 0$ khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$ và $\pi^2 = 10$. Thời gian ngắn nhất kể từ khi $t = 0$ đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

A. $\frac{4}{15}$ s.

B. $\frac{7}{30}$ s.

C. $\frac{3}{10}$ s.

D. $\frac{1}{30}$ s.

Câu 35: Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật nhỏ. Khi vật ở trạng thái cân bằng, lò xo giãn đoạn $2,5$ cm. Cho con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình con lắc dao động, chiều dài của lò xo thay đổi trong khoảng từ 25 cm đến 30 cm. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Vận tốc cực đại của vật trong quá trình dao động là

A. 100 cm/s.

B. 50 cm/s.

C. 5 cm/s.

D. 10 cm/s.

ĐÁP ÁN

1-D	2-D	3-D	4-A	5-D	6-A	7-C	8-D	9-B	10-B
11-A	12-D	13-B	14-A	15-C	16-A	17-B	18-C	19-D	20-A
21-D	22-B	23-D	24-B	25-A	26-A	27-A	28-C	29-D	30-A
31-A	32-B	33-B	34-B	35-B					

7. Bài toán năng lượng trong dao động điều hòa

7.1. Phương pháp

Sử dụng các kiến thức về năng lượng trong dao động điều hòa đã được nhắc đến trong phần lí thuyết.

7.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Trong dao động điều hòa của một vật thì tập hợp ba đại lượng nào sau đây là không thay đổi theo thời gian

- A. Vận tốc, lực, năng lượng toàn phần.
- B. Biên độ, tần số, gia tốc.
- C. Biên độ, tần số, năng lượng toàn phần.
- D. Gia tốc, chu kỳ, lực.

Lời giải

Năng lượng được bảo toàn nên không đổi, biên độ và tần số không đổi

Đáp án C.

Ví dụ 2: Trong dao động điều hòa

- A. Khi gia tốc cực đại thì động năng cực tiểu.
- B. Khi lực kéo về cực tiểu thì thế năng cực đại.
- C. Khi động năng cực đại thì thế năng cũng cực đại.
- D. Khi vận tốc cực đại thì pha dao động cũng cực đại.

Lời giải

Gia tốc cực đại khi vật ở biên âm. Ở biên thì vận tốc bằng 0 nên động năng cũng bằng 0.

Đáp án A.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hoà với chu kỳ T , động năng của vật biến đổi theo thời gian

- A. Tuần hoàn với chu kỳ T .
- B. Tuần hoàn với chu kỳ $2T$.
- C. Với một hàm sin hoặc cosin.
- D. Tuần hoàn với chu kỳ $T/2$.

Lời giải

Động năng của vật biến đổi tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ $T/2$ (xem lại phần lí thuyết)

Đáp án D.

Ví dụ 4: Phát biểu nào sau đây về động năng và thế năng trong dao động điều hoà là sai?

- A. Thế năng đạt giá trị cực tiểu khi độ lớn gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu.
- B. Động năng đạt giá trị cực đại khi vật chuyển động qua vị trí cân bằng.
- C. Thế năng đạt giá trị cực đại khi tốc độ của vật đạt giá trị cực đại.
- D. Động năng đạt giá trị cực tiểu khi vật ở một trong hai vị trí biên.

Lời giải

C sai. Tốc độ của vật đạt giá trị cực đại khi vật ở vị trí cân bằng. Ở vị trí cân bằng, thế năng bằng 0.

Đáp án C.

Ví dụ 5: Một vật có khối lượng m dao động điều hòa với biên độ A . Khi chu kì tăng 3 lần thì năng lượng của vật sẽ

- A. Tăng 3 lần.
- B. Giảm 9 lần.
- C. Tăng 9 lần.
- D. Giảm 3 lần.

Lời giải

Năng lượng của vật là $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 A^2$

Do đó, khi chu kì tăng 3 lần thì năng lượng giảm $3^2 = 9$ lần.

Đáp án B.

Ví dụ 6: Trong dao động điều hòa, ở vị trí nào thì động năng của con lắc có giá trị gấp n lần thế năng?

A. $x = \frac{A}{n}$. B. $x = \frac{A}{n+1}$. C. $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$. D. $x = \pm \frac{A}{n+1}$.

Lời giải

Muốn tìm li độ ta cần biết thế năng, do đó từ giả thiết $W_d = nW_t$ ta sẽ thay vào biểu thức bảo toàn cơ năng

$W_d + W_t = W$ để rút W_t theo W từ đó tính được x theo A. Thật vậy, ta có

$$\begin{cases} W_d + W_t = W \\ W_d = nW_t \end{cases} \Rightarrow nW_t + W_t = W \Rightarrow W_t = \frac{1}{n+1}W \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}} (*)$$

Đáp án C.

STUDY TIP

(*) là một biểu thức rất quan trọng và ta cần ghi nhớ để làm bài tập.

Ví dụ 7: Một chất điểm dao động điều hòa không ma sát. Khi vừa ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn S , động năng của chất điểm là 1,8 J. Đi tiếp một đoạn S nữa thì động năng chỉ còn 1,5 J và nếu đi thêm một đoạn S nữa thì động năng bây giờ là? Biết rằng vật chưa đổi chiều chuyển động.

A. 0,9 J. B. 1,0 J. C. 0,8 J. D. 1,2 J.

Lời giải

Muốn tính động năng tại vị trí đó thì ta cần tính thế năng tại vị trí đó và cơ năng. Vì vật chưa đổi chiều

chuyển động và thế năng tỉ lệ thuận với bình phương li độ nên $\begin{cases} |x_1| = S \\ |x_2| = 2S \\ |x_3| = 3S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W_{t_2} = 4W_{t_1} \\ W_{t_3} = 9W_{t_1} \end{cases}$

Bảo toàn năng lượng ta có $\begin{cases} W_{t_1} + W_{d_1} = W_{t_2} + W_{d_2} = W \\ W_{t_2} + W_{d_2} = W_{t_3} + W_{d_3} = W \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} W_{t_1} + 1,8 = 4W_{t_1} + 1,5 \\ 4W_{t_1} + 1,5 = 9W_{t_1} + W_{d_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} W_{t_1} = 0,1 \\ W_{d_3} = 1 \end{cases}$

Đáp án B.

Ví dụ 8: Hai con lắc lò xo giống hệt nhau đặt trên cùng mặt phẳng nằm ngang. Con lắc thứ nhất và con lắc thứ hai dao động điều hòa cùng pha với biên độ lần lượt là $3A$ và A . Chọn mốc thế năng của mỗi con lắc tại vị trí cân bằng của nó. Khi động năng của con lắc thứ nhất là 0,72 J thì thế năng của con lắc thứ hai là 0,24 J. Khi thế năng của con lắc thứ nhất là 0,09 J thì động năng của con lắc thứ hai là

A. 0,31 J. B. 0,01 J. C. 0,08 J. D. 0,32 J.

Lời giải

Vì hai dao động điều hòa cùng pha nên ta luôn có
$$\begin{cases} \frac{|x_1|}{|x_2|} = \frac{A_1}{A_2} = 3 \\ \frac{|v_1|}{|v_2|} = \frac{\omega A_1}{\omega A_2} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W_{t_1} = 9W_{t_2} \\ W_{d_1} = 9W_{d_2} \end{cases}$$

Khi $W_{d_1} = 0,72 \Rightarrow W_{d_1} = \frac{W_{t_1}}{9} = 0,08J \Rightarrow W_2 = W_{d_2} + W_{t_2} = 0,08 + 0,24 = 0,32J$.

Khi $W_{t_1} = 0,09 \Rightarrow W_{t_2} = \frac{W_{t_1}}{9} = 0,01J \Rightarrow W_{d_2} = W_2 - W_{t_2} = 0,32 - 0,01 = 0,31J$.

Đáp án A.

Ví dụ 9: Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox . Khi vật cách vị trí cân bằng một đoạn 2 cm thì động năng của vật là 0,48 J. Khi vật cách vị trí cân bằng một đoạn 6 cm thì động năng của vật là 0,32 J.

Biên độ dao động của vật bằng

- A. 8 cm. B. 14 cm. C. 10 cm. D. 12 cm.

Động năng của vật dao động điều hòa $W_d = \frac{1}{2}k(A^2 - |x|^2)$ với $|x|$ là khoảng cách từ vị trí cân bằng tới vật

$$\Rightarrow \frac{W_{d_1}}{W_{d_2}} = \frac{A^2 - x_1^2}{A^2 - x_2^2} \Rightarrow \frac{0,48}{0,32} = 1,5 = \frac{A^2 - 2^2}{A^2 - 6^2} \Rightarrow A = 10 \text{ cm}$$

Đáp án C.

8. Bài toán viết phương trình dao động

8.1. Phương pháp

Phương trình dao động điều hòa của con lắc lò xo có dạng $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Như vậy, để viết được phương trình dao động, ta cần tìm được 3 đại lượng: tần số góc ω , biên độ A , và pha ban đầu φ .

STUDY TIP

Trước khi tìm 3 đại lượng này, ta cần chọn hệ trục tọa độ.

- Nếu đề bài chọn trục rồi thì ta theo bài toán đã chọn.
- Nếu chưa chọn hệ trục thì ta chọn gốc tọa độ tại VTCB, chiều dương tùy ý.

* Tìm tần số góc?

Ta có thể tìm ω nếu biết chu kì hoặc tần số của vật.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Ta có thể tìm ω nếu biết khối lượng của vật và độ cứng của lò xo

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ta có thể tìm ω nếu biết độ giãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng (con lắc lò xo thẳng đứng). Thật vậy, khi vật ở VTCB thì $mg = k\Delta l_0$, khi đó

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ mg = k\Delta l_0 \end{cases} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$$

Ta có thể tìm ω nếu biết vận tốc cực đại (hoặc tốc độ cực đại) của vật $v_{\max}$ và biên độ A

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow \omega = \frac{v_{\max}}{A}$$

Ta có thể tìm ω nếu biết vận tốc cực đại của vật $a_{\max}$ và biên độ A

$$a_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}}$$

* Tìm biên độ A của vật?

Ta có thể tìm được biên độ A khi biết chiều dài quỹ đạo L của vật

$$L = 2A \Rightarrow A = \frac{L}{2}$$

Ta có thể tìm được biên độ A khi biết chiều dài lớn nhất $l_{\max}$ và chiều dài nhỏ nhất $l_{\min}$ của lò xo trong quá trình vật dao động (trong trường hợp con lắc lò xo thẳng đứng)

$$\begin{cases} l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A \\ l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A \end{cases} \Rightarrow l_{\max} - l_{\min} = 2A \Rightarrow A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$$

Ta có thể tìm được biên độ A khi biết ω và $v_{\max}$ hoặc $a_{\max}$

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{a_{\max}}{\omega^2}$$

Ta có thể tìm được biên độ A khi biết ω , vị trí li độ x và vận tốc v của vật tại vị trí đó hoặc gia tốc a của vật thông qua hệ thức độc lập thời gian

$$\begin{cases} A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \\ A = \sqrt{\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}} \end{cases}$$

Ta có thể tìm được biên độ A khi biết cơ năng W của vật và độ cứng k của lò xo

$$W = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$$

Ta có thể tìm được biên độ A khi biết lực hồi phục cực đại tác dụng lên vật

$$F_{\max} = kA \Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{k}$$

* Tìm pha ban đầu φ ?

- Cách 1: Tìm φ dựa vào điều kiện ban đầu $t = 0$, giải hệ phương trình đại số liên quan đến li độ, vận tốc, gia tốc

- Cách 2 (là cách hay dùng): Tìm φ dựa vào phương pháp đường tròn.

Chúng ta qua các ví dụ cụ thể để hiểu rõ hơn

8.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa theo phương trình: $x = 3 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$, trong đó x tính bằng cm, t

tính bằng giây. Gốc thời gian đã được chọn lúc vật có trạng thái chuyển động như thế nào?

- A. Đi qua vị trí có li độ $x = -1,5$ cm và đang chuyển động theo chiều dương trục Ox .
- B. Đi qua vị trí có li độ $x = 1,5$ cm và đang chuyển động theo chiều âm của trục Ox .
- C. Đi qua vị trí có li độ $x = 1,5$ cm và đang chuyển động theo chiều dương trục Ox .
- D. Đi qua vị trí có li độ $x = -1,5$ cm và đang chuyển động theo chiều âm trục Ox .

Lời giải

Cách 1: Phương pháp đại số.

Trạng thái gồm vị trí và chiều chuyển động. Muốn xác định vị trí thì ta tìm li độ tại thời điểm đó (thời điểm ban đầu) là bao nhiêu, muốn tìm chiều chuyển động thì ta tìm xem vận tốc tại thời điểm đó âm hay dương. Ta có

$$\begin{cases} x = 3 \cos\left(2\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3}\right) = 1,5 \\ v_0 = x'(0) = -6\pi \sin\left(2\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}\pi > 0 \end{cases}$$

Vậy thời điểm ban đầu $t = 0$ vật đang ở vị trí có li độ 1,5 cm và đang đi theo chiều dương.

Cách 2: Sử dụng đường tròn

Để ý rằng $2\pi - \frac{\pi}{3}$ là pha của dao động, do đó tại thời điểm ban đầu

thì pha ban đầu của dao động là $-\frac{\pi}{3}$. Dựa vào đường tròn ta thấy

ngay vật ở vị trí có li độ 1,5 cm và đang đi theo chiều dương. Cụ thể

+ Xác định vị trí chất điểm trên đường tròn dựa vào pha của dao động.

+ Từ chất điểm trên đường tròn, hạ hình chiếu vuông góc xuống Ox được vị trí của vật.

+ Từ chiều của chất điểm trên đường tròn (luôn là chiều ngược chiều kim đồng hồ) suy ra chiều chuyển động của vật.

Đáp án C.

Cách xác định pha của vật:

Bước 1: Xác định vị trí chất điểm trên đường tròn dựa vào vị trí và chiều chuyển động của vật: dựng đường vuông góc đi qua vật, đường này cắt đường tròn tại hai vị trí. Ta lấy vị trí sao cho phù hợp với chiều của chất điểm trên đường tròn.

Bước 2: Xác định pha ban đầu của vật.

Để dễ hình dung, ta xét ví dụ sau: Một vật dao động điều hòa với biên độ 3 cm. Biết thời điểm ban đầu $t = 0$ vật đang ở vị trí có li độ 1,5 cm và đang đi theo chiều dương.

Tìm pha ban đầu của dao động?

Bước 1: Từ hình vẽ, vì vật đi theo chiều dương nên ta sẽ dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn dưới tại điểm M (ta dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn dưới vì nó phù hợp với vật đi theo chiều dương và điểm M chuyển động đúng theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Nối OM được vectơ quay $\overrightarrow{OM}$.

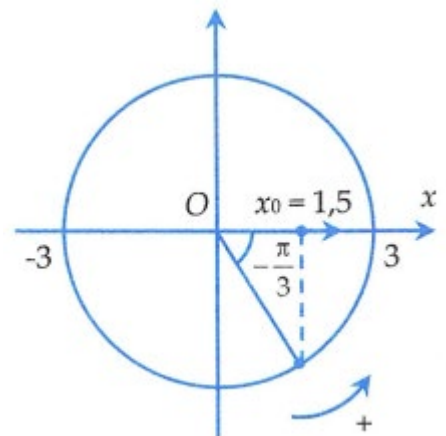
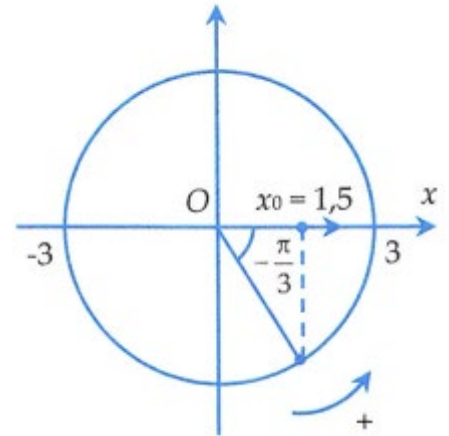
Tóm lại:

+ Vật chuyển động theo chiều dương thì dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn dưới.

+ Vật chuyển động theo chiều âm thì dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn trên.

Bước 2: Từ hình vẽ, ta tính được độ lớn góc hợp bởi $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{Ox})$ là $\frac{\pi}{3}$.

Về mặt pha (góc lượng giác) thì có giá trị là $-\frac{\pi}{3} + \left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = +\frac{5\pi}{3}$



Thông thường người ta sẽ lấy $-\frac{\pi}{3}$ (chú ý là lấy $+\frac{5\pi}{3}$ vẫn đúng!).

Giải thích dài dòng là vậy, nhưng khi thực hiện chỉ mất vài giây.

Bạn đọc hãy tự luyện với một số trường hợp sau:

Một vật dao động điều hòa với biên độ A cm. Tìm pha ban đầu của dao động biết:

a. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Đáp số $\begin{bmatrix} -\frac{\pi}{2} \\ +\frac{3\pi}{2} \end{bmatrix}$.

b. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Đáp số $\begin{bmatrix} +\frac{\pi}{2} \\ -\frac{3\pi}{2} \end{bmatrix}$.

c. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương. Đáp số $\begin{bmatrix} -\frac{5\pi}{6} \\ +\frac{7\pi}{6} \end{bmatrix}$.

d. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm. Đáp số $\begin{bmatrix} +\frac{5\pi}{6} \\ -\frac{7\pi}{6} \end{bmatrix}$.

e. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ $x = -\frac{A}{2}$ theo chiều dương. Đáp số $\begin{bmatrix} -\frac{2\pi}{3} \\ +\frac{4\pi}{3} \end{bmatrix}$.

f. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ $x = -\frac{A}{2}$ theo chiều âm. Đáp số $\begin{bmatrix} +\frac{2\pi}{3} \\ -\frac{4\pi}{3} \end{bmatrix}$.

NHẬN XÉT

Như vậy, nếu biết pha của vật tại một thời điểm nào đó thì dựa vào đường tròn, ta sẽ xác định được vật đang ở vị trí nào, đi theo chiều nào.

Ngược lại, nếu biết vị trí và chiều chuyển động của vật, ta cũng hoàn toàn có thể xác định pha của vật.

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa với biên độ $A = 4$ cm và $T = 2$ s. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là:

A. $x = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

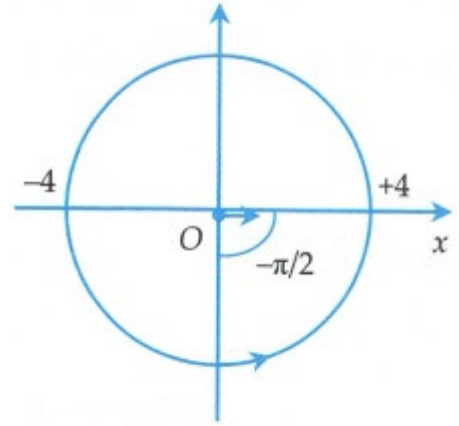
B. $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

C. $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

D. $x = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

Lời giải

- Tần số góc của dao động: $\omega = 2\pi f = \pi$.
- Đề bài đã cho biên độ, vậy ta xác định pha của dao động. Dựa trên đường tròn thấy ngay khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì pha ban đầu là $-\frac{\pi}{2}$.



Vậy phương trình dao động có dạng $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

Ngoài việc tính pha ban đầu dựa trên đường tròn, nếu bạn đọc không quen có thể giải hệ phương trình sau:

$$\text{Tại } t = 0: x_0 = 0, v_0 > 0 \text{ nên } \begin{cases} 0 = \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Đáp án B.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa trên đoạn thẳng dài 4cm với $f = 10 \text{ Hz}$. Lúc $t = 0$ vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là:

A. $x = 2 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

B. $x = 2 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

C. $x = 4 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

D. $x = 4 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

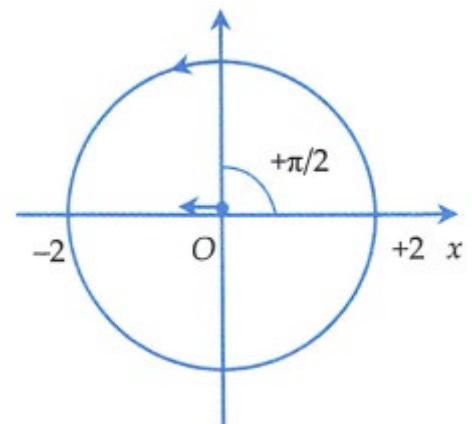
Lời giải

- Tần số góc $\omega = 2\pi f = 20\pi$.
- Biên độ $A = \frac{4}{2} = 2$ cm.
- Pha ban đầu: dựa vào đường tròn thấy ngay $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ hoặc

$$\text{Tại } t = 0: x_0 = 0, v_0 < 0$$

$$\text{ nên } \begin{cases} 0 = \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$$

- Phương trình dao động là $x = 2 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm.



Đáp án A.

Ví dụ 4: Một lò xo đầu trên cố định, đầu dưới treo vật m . Vật dao động theo phương thẳng đứng với tần số góc $\omega = 10\pi$ (rad/s). Trong quá trình dao động độ dài lò xo thay đổi từ 18cm đến 22cm. Chọn gốc tọa

độ tại vị trí cân bằng. Chiều dương hướng xuống, gốc thời gian lúc lò xo có độ dài nhỏ nhất. Phương trình dao động của vật là:

A. $x = 2 \cos(10\pi t + \pi)$ cm.

B. $x = 2 \cos(0,4\pi t)$ cm.

C. $x = 4 \cos(10\pi t - \pi)$ cm.

D. $x = 4 \cos(10\pi t + \pi)$ cm.

Lời giải

+ Tần số góc $\omega = 10\pi$ rad/s

+ Biên độ $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 2$ cm.

+ Pha ban đầu: Vì chiều dương hướng xuống nên lò xo có độ dài nhỏ nhất khi vật ở biên âm $x_0 = -A = -2$ cm. Dựa vào đường tròn thấy ngay pha ban đầu là π , hoặc không thì

Tại $t = 0$: $x_0 = -2$ cm, $v_0 = 0$

nên $\begin{cases} -2 = 2 \cos \varphi \\ 0 = \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi < 0 \\ \varphi = 0; \pi \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi$

- Phương trình dao động là $x = 2 \cos(10\pi t + \pi)$ cm.

Đáp án A.

Ví dụ 5: Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng $m = 100$ g, lò xo có độ cứng $k = 40$ N/m. Thời điểm ban đầu kéo vật lệch ra khỏi vị trí cân bằng theo chiều âm một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Viết phương trình dao động của vật?

A. $x = 10 \cos\left(20t + \frac{2\pi}{3}\right)$.

B. $x = 10 \cos(20t - \pi)$.

C. $x = 10 \cos(20t + \pi)$.

D. $x = 10 \cos\left(20t - \frac{\pi}{6}\right)$.

Lời giải

Tần số góc dao động của vật là $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20$ rad/s

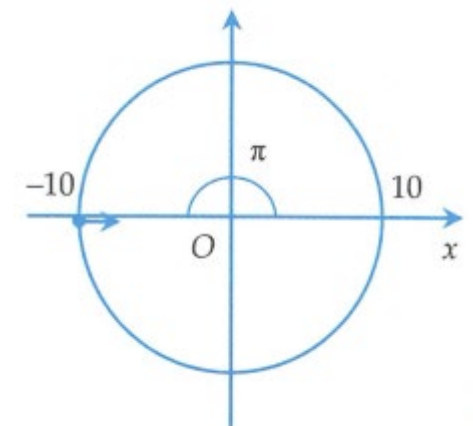
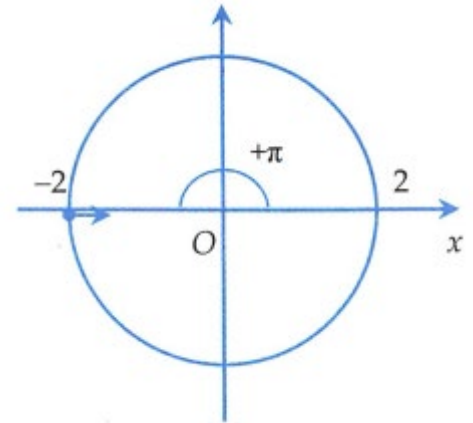
Thời điểm ban đầu kéo vật lệch ra khỏi vị trí cân bằng theo chiều âm một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ nên ta có

$\begin{cases} x_0 = -10 \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = |x_0| = 10$

Vậy ban đầu vật ở biên âm. Dựa vào đường tròn, ta xác định được pha ban đầu là $\varphi = \pi$.

Phương trình dao động của vật là $x = 10 \cos(20t + \pi)$ cm.

Đáp án C.



STUDY TIP

Thời điểm ban đầu, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nào đó rồi thả nhẹ, thì đoạn kéo ra (đoạn cách vị trí cân bằng) chính là biên độ.

Ví dụ 6: Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng $m = 100 \text{ g}$ treo vào lò xo có độ cứng $k = 90 \text{ N/m}$. Thời điểm ban đầu, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng theo chiều âm đoạn 10 cm rồi truyền cho vật vận tốc ban đầu là $3\sqrt{3} \text{ m/s}$ theo chiều dương. Viết phương trình dao động của vật.

A. $x = 20 \cos\left(30t - \frac{2\pi}{3}\right)$.

B. $x = 20 \cos\left(30t + \frac{2\pi}{3}\right)$.

C. $x = 20 \cos\left(30t - \frac{\pi}{3}\right)$.

D. $x = 20 \cos\left(30t + \frac{\pi}{3}\right)$.

Lời giải

Tần số góc dao động của vật là $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 30 \text{ rad/s}$

Thời điểm ban đầu ta có

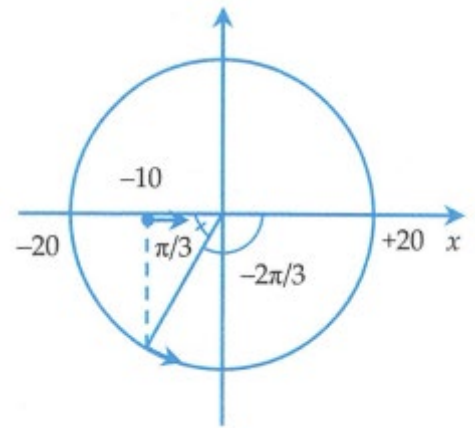
$$\begin{cases} x_0 = -10 \text{ cm} \\ v_0 = 3\sqrt{3} \text{ m/s} = 300\sqrt{3} \text{ cm/s} \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{(-10)^2 + \left(\frac{300\sqrt{3}}{30}\right)^2} = 20 \text{ cm}$$

Dựa vào đường tròn, tại thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí

$x_0 = -10 \text{ cm} = -\frac{A}{2}$ theo chiều dương nên pha ban đầu là

$$\varphi = -\frac{2\pi}{3}.$$

Phương trình dao động của vật là $x = 20 \cos\left(30t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}$.



Đáp án A.

8.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Một vật dao động điều hòa trên quỹ đạo dài 20 cm . Sau $\frac{1}{12} \text{ (s)}$ kể từ thời điểm ban đầu vật đi được 10 cm mà chưa đổi chiều chuyển động và vật đến vị trí có li độ 5 cm theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 10 \cos\left(6\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}$.

B. $x = 10 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}$.

C. $x = 10 \cos\left(6\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$

D. $x = 10 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$.

Câu 2: Một vật dao động điều hoà với tốc độ cực đại là $10\pi \text{ cm/s}$. Ban đầu vật đứng ở vị trí có vận tốc là $5\pi \text{ cm/s}$ và thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí trên đến vị trí có vận tốc $v = 0$ là $0,1 \text{ s}$. Phương trình dao động của vật có thể là

A. $x = 1,2 \cos\left(\frac{25\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right) \text{cm}.$

B. $x = 1,2 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{cm}.$

C. $x = 2,4 \cos\left(\frac{10\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) \text{cm}.$

D. $x = 2,4 \cos\left(\frac{10\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

Câu 3: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kỳ và biên độ dao động của con lắc lần lượt là 0,4s và 8cm. Chọn trục $x'x$ thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian $t = 0$ khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Hãy viết phương trình dao động của vật.

A. $x = 8 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

B. $x = 4 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

C. $x = 4 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

D. $x = 8 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

Câu 4: Một con lắc lò xo dao động thẳng đứng có độ cứng $k = 10 \text{ N/m}$. Quả nặng có khối lượng 0,4kg. Từ vị trí cân bằng người ta cấp cho quả lắc một vận tốc ban đầu $v_0 = 1,5 \text{ m/s}$ theo phương thẳng đứng và hướng lên trên. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương cùng chiều với chiều vận tốc v_0 và gốc thời gian là lúc bắt đầu chuyển động. Phương trình dao động có dạng?

A. $x = 3 \cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

B. $x = 30 \cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

C. $x = 30 \cos\left(5t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

D. $x = 3 \cos\left(5t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$

Câu 5: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Thời gian vật đi từ vị trí thấp nhất đến vị trí cao nhất cách nhau 20 cm là 0,75 s. Gốc thời gian được chọn là lúc vật đang chuyển động chậm dần theo chiều dương với vận tốc là $\frac{\pi}{15} \text{ m/s}$. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 10 \cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right) \text{cm}.$

B. $x = 10 \cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}.$

C. $x = 10 \cos\left(\frac{3\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}.$

D. $x = 10 \cos\left(\frac{3\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right) \text{cm}.$

ĐÁP ÁN

1-B	2-A	3-D	4-C	5-A
-----	-----	-----	-----	-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Vật dao động trên quỹ đạo dài 20cm nên $A = 10\text{cm}$. Sau $\frac{1}{12}\text{s}$ chuyển động kể từ thời điểm ban đầu vật đi được 10cm và chuyển động đến vị trí có li độ bằng 5cm theo chiều dương nên ban đầu vật đang ở vị trí có li độ là 5cm và cũng chuyển động theo chiều dương nên $\varphi = \frac{-2\pi}{3}$

Góc quay của vật là $\alpha = \frac{\pi}{3} = \omega \cdot \frac{1}{12} \Rightarrow \omega = 4\pi (\text{rad/s})$

Vậy $x = 10 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{cm}$.

Câu 2: Đáp án A.

Ban đầu vật đang ở vị trí có vận tốc là $5\pi (\text{cm/s}) = \frac{1}{2}v_{\max}$ để chuyển động đến vị trí có $v = 0$ thì góc

quay nhỏ nhất của vật là: $\alpha = \frac{\pi}{6}$ nên

Biên độ dao động của vật là: $\frac{\pi}{6} = 0,1\omega \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{3} (\text{rad/s})$

Vậy phương trình dao động của vật là: $x = 6 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right) \text{cm}$

Câu 3: Đáp án D.

Tần số dao động của con lắc là: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi (\text{rad/s})$

Chọn gốc thời gian tại vị trí vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương nên ta có phương trình dao động của

vật là: $x = 8 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}$

Câu 4: Đáp án C.

Tần số góc của con lắc lò xo là: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,4}} = 5 (\text{rad/s})$

Tại vị trí cân bằng người ta cấp cho vật một vận tốc là $v_0 = 1,5 (\text{m/s})$ nên đây chính là vận tốc lớn nhất

trong quá trình dao động của vật. Biên độ của dao động là: $A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{1,5}{5} = 0,3 (\text{m/s}) = 30 (\text{cm/s})$

Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương cùng chiều với chiều vận tốc và gốc thời gian là lúc vật bắt đầu chuyển động nên $\varphi_0 = \frac{-\pi}{2} (\text{rad})$.

Vậy phương trình dao động của vật là: $x = 30 \cos\left(5t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}$

Câu 5: Đáp án A.

Thời gian vật đi từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất là $0,75s$ nên $\frac{T}{2} = 0,75s \Rightarrow T = 1,5s$

Tần số góc của dao động là: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{3}(\text{rad/s})$.

Từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất cách nhau 20 cm nên biên độ dao động là: $A = 10\text{ cm}$.

Suy ra: $v_{\max} = A\omega = 10 \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{40\pi}{3}(\text{cm/s}) = \frac{2\pi}{15}(\text{m/s})$.

Gốc thời gian được chọn là lúc vật đang chuyển động chậm dần theo chiều dương với vận tốc $\frac{\pi}{15}(\text{m/s})$

nên $\varphi_0 = -\frac{\pi}{6}$.

Vậy phương trình dao động là: $x = 10 \cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)\text{cm}$.

9. Bài toán tổng hợp dao động

9.1. Phương pháp

Sử dụng kiến thức tổng hợp dao động đã trình bày ở phần lý thuyết (phương pháp véc tơ quay Fresnen) và phương pháp số phức đã trình bày trong Chương 0 của cuốn sách.

9.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình

$$x_1 = 5 \sin \left(10\pi t + \frac{2\pi}{3} \right) \text{ cm và}$$

$$x_2 = 5 \cos \left(10\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ cm. Viết phương trình dao động tổng hợp?}$$

A. $x = 5\sqrt{3} \cos \left(10\pi t - \frac{2\pi}{3} \right) \text{ cm.}$

B. $x = 5\sqrt{3} \cos \left(10\pi t + \frac{2\pi}{3} \right) \text{ cm.}$

C. $x = 5\sqrt{3} \cos \left(10\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ cm.}$

D. $x = 5 \cos \left(10\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ cm.}$

Lời giải

Trước tiên đổi x_1, x_2 về dạng cos ta có:

$$x_1 = 5 \sin \left(10\pi t + \frac{2\pi}{3} \right) = 5 \cos \left(10\pi t + \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \cos \left(10\pi t + \frac{\pi}{6} \right) \\ x_2 = 5 \cos \left(10\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

Biên độ dao động tổng hợp xác định bởi

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi = 5^2 + 5^2 + 2.5^2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 75 \Rightarrow A = 5\sqrt{3}$$

Pha ban đầu của dao động tổng hợp xác định bởi

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{5 \sin \frac{\pi}{6} + 5 \sin \frac{\pi}{2}}{5 \cos \frac{\pi}{6} + 5 \cos \frac{\pi}{2}}$$
$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 1}{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \cdot 0} = \frac{5 \cdot \frac{3}{2}}{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

Trong tổng hợp dao động bằng phương pháp vecto quay thì góc φ phải nằm kẹp giữa góc φ_1 và φ_2 . Vậy ta chọn nghiệm $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Phương trình dao động tổng hợp là $x = 5\sqrt{3} \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm.

Đáp án C.

STUDY TIP

Sử dụng phương pháp số phức ta có thể bấm máy tính ra ngay kết quả.

Bấm máy: $5\angle\frac{\pi}{6} + 5\angle\frac{\pi}{2}$ cho kết quả $5\sqrt{3}\angle\frac{\pi}{3}$

Ví dụ 2: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương có dạng $x_1 = 60 \cos\left(20t - \frac{\pi}{6}\right)$ cm và $x_2 = A_2 \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm. Biết dao động tổng hợp có vận tốc cực đại $v_{\max} = 1,2\sqrt{3}$ (m/s). Tính biên độ A_2 .

A. $A_2 = 20$ cm.

B. $A_2 = 12$ cm.

C. $A_2 = 6$ cm.

D. $A_2 = -6$ cm.

Lời giải

Ta có $v_{\max} = A\omega \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{1,2\sqrt{3}}{20} = 0,06\sqrt{3}m = 6\sqrt{3}cm$.

Công thức biên độ của dao động tổng hợp

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi = 6^2 + A_2^2 + 2.6.A_2 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = (6\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow A_2^2 + 6A_2 - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A_2 = -6(\text{cm}) \\ A_2 = 12(\text{cm}) \end{cases}$$

Đáp án B.

Ví dụ 3: Một vật tham gia đồng thời hai dao động cùng phương với phương trình $x_1 = 10 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm và $x_2 = A_2 \cos(10\pi t + \varphi_2)$ cm. Phương trình tổng hợp dao động là $x = 5\sqrt{3} \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ cm. Viết phương trình dao động x_2 .

A. $x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{5\pi}{12}\right)$.

B. $x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{7\pi}{12}\right)$.

C. $x_2 = 5\sqrt{3} \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$.

D. $x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Ta có $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1$. Sử dụng phương pháp số phức, ta được

$$x_2 = 5\sqrt{3} \angle \frac{\pi}{12} - 10 \angle \frac{\pi}{4} = \frac{5\sqrt{6} - 5\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{6} + 5\sqrt{2}}{4} \cdot i = 5 \angle -\frac{5\pi}{12}$$

Vậy phương trình dao động: $x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{5\pi}{12}\right)$.

Đáp án A.

Ví dụ 4: Cho hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng trục tọa độ với phương trình $x_1 = A \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm) và $x_2 = A\sqrt{2} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ (cm). Tính từ thời điểm $t_1 = \frac{1}{12}s$ đến thời

điểm $t_2 = \frac{2}{3}s$ thì thời gian mà khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox không nhỏ hơn

$\frac{A\sqrt{3}}{2}$ (cm) là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{12}s$.

B. $\frac{1}{4}s$.

C. $\frac{1}{6}s$.

D. $\frac{1}{8}s$.

Lời giải

Ta xét $x = x_1 - x_2$ là khoảng cách đại số giữa hai chất điểm trên trục Ox.

Dùng phương pháp số phức ta được: $x = x_1 - x_2 = A \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$

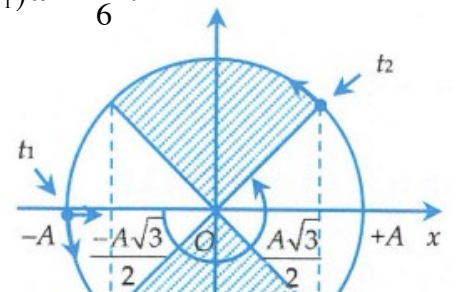
Khoảng cách đại số giữa hai chất điểm là một hàm biến thiên điều hòa chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1s$.

Khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox không nhỏ hơn $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ tức là:

$$d = |x| \geq \frac{A\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ x \leq -\frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Tại t_1 thì $x = -A$, góc mà vectơ quay quét được từ t_1 đến t_2 là $(t_2 - t_1)\omega = \frac{7\pi}{6}$.

Dựa vào đường tròn, ta thấy thời gian để $|x| \geq \frac{A\sqrt{3}}{2}$ là



$$t_{-A \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}(+)} + t_{\frac{A\sqrt{3}}{2}(+) \rightarrow A} + t_{A \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}(-)} = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{1}{4}(s)$$

Đáp án B.

Ví dụ 5: Một chất điểm tham gia đồng thời 3 dao động cùng phương với phương trình tương ứng là x_1, x_2, x_3 . Biết rằng tổng hợp của hai trong ba dao động trên có phương trình tương ứng là

$$x_{12} = 8 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right)(\text{cm}); x_{13} = 8\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right)(\text{cm}); x_{23} = 8 \cos\left(\omega t - \frac{7\pi}{12}\right)(\text{cm}).$$

Hỏi khi dao động thứ nhất qua vị trí có tọa độ $x_1 = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ theo chiều âm thì dao động thứ hai có:

- A. $x_2 = -2\sqrt{3}(\text{cm})$ theo chiều dương. B. $x_2 = -2\sqrt{3}(\text{cm})$ theo chiều âm.
C. $x_2 = 2(\text{cm})$ theo chiều âm. D. $x_2 = 2(\text{cm})$ theo chiều dương.

Lời giải

$$\text{theo bài ra ta có: } \begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 = 8 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right)(\text{cm}) \\ x_{13} = x_1 + x_3 = 8\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right)(\text{cm}) \\ x_{23} = x_2 + x_3 = 8 \cos\left(\omega t - \frac{7\pi}{12}\right)(\text{cm}) \end{cases}$$

sử dụng phương pháp số phức, ta tính được

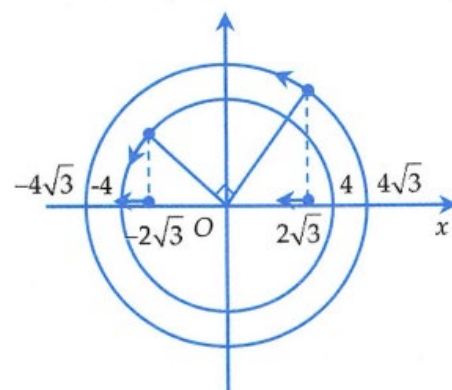
$$\begin{cases} x_1 = \frac{x_{12} + x_{13} - x_{23}}{2} = 4\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) \\ x_2 = \frac{x_{12} + x_{23} - x_{13}}{2} = 4 \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{12}\right) \end{cases}$$

Như vậy dao động x_2 nhanh pha hơn dao động x_1 một góc

$\frac{\pi}{2}$. Dùng đường tròn lượng giác ta suy ra khi dao động thứ

nhất qua vị trí có tọa độ $x_1 = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ theo chiều âm thì

dao động thứ hai đang qua vị trí có $x_2 = -2\sqrt{3}(\text{cm})$ theo chiều âm.



Đáp án B.

Ví dụ 6: Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$ và $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$. Dao động tổng hợp có phương trình $x = 9 \cos(\omega t + \varphi)$. Để biên độ A_2 có giá trị cực đại thì A_1 có giá trị

- A. $15\sqrt{3}$ cm. B. 7 cm. C. $9\sqrt{3}$ cm. D. $18\sqrt{3}$ cm.

Lời giải

Ta có: $81 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow A_1^2 - \sqrt{3}A_2A_1 + A_2^2 - 81 = 0$

Coi đây là phương trình bậc 2 ẩn A_1 , ta có phương trình này có nghiệm khi

$$\Delta = \left(-\sqrt{3}A_2\right)^2 - 4(A_2^2 - 81) \geq 0 \Leftrightarrow A_2 \leq 324 \Leftrightarrow A_2 \leq 18$$

Suy ra A_2 lớn nhất là 18 cm, khi $A_1 = 9\sqrt{3}$.

Đáp án C.

STUDY TIP
Điều kiện để phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm là $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$
Chú ý
Ngoài cách giải bên, ta còn có thể sử dụng phương pháp vẽ giản đồ vectơ quay rồi áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác cũng thu được kết quả tương tự.

Ví dụ 7: Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là $x_1 = A_1 \cos(\omega t + 0,35)$ (cm) và $x_2 = A_2 \cos(\omega t - 1,57)$ (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là $x = 20 \cos(\omega t + \varphi)$. Giá trị cực đại của $(A_1 + A_2)$ gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 25 cm. B. 20 cm. C. 40 cm. D. 35 cm.

Lời giải

Biên độ tổng hợp: $20^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(0,35 + 1,57)$. Sử dụng bất đẳng thức quen thuộc

$xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$, ta có:

$$20^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(0,35 + 1,57) = (A_1 + A_2)^2 - 2,68A_1A_2$$

$$\geq (A_1 + A_2)^2 - 2,68 \cdot \frac{(A_1 + A_2)^2}{4} = 0,329 \cdot (A_1 + A_2)^2 \Rightarrow (A_1 + A_2) \leq 34,87 \text{ cm}.$$

Vậy giá trị cực đại của $(A_1 + A_2)$ là 34,87 cm.

Đáp án D.

STUDY TIP
Bất đẳng thức $(x+y)^2 \geq 4xy$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y$

10. Bài toán hai vật dao động

10.1. Phương pháp

Xét bài toán dao động điều hòa của hai vật trên cùng 1 trục tọa độ hoặc trên hai trục tọa độ song song với nhau. Nếu chọn gốc tọa độ của 2 vật trùng nhau hoặc gốc tọa độ của 2 vật nằm trên 1 đường thẳng vuông góc với quỹ đạo của hai vật thì trong quá trình dao động, hai vật sẽ có lúc gặp nhau. Ta quan tâm đến hai vật gặp nhau khi nào, khoảng cách giữa hai vật ra sao? Xét hai trường hợp:

- Trường hợp 1: Hai vật dao động cùng tần số
- Trường hợp 2: Hai vật dao động khác tần số

Chúng ta sẽ qua những ví dụ cụ thể để hiểu phương pháp.

10.2. Ví dụ minh họa

*Trường hợp 1: Hai vật dao động cùng tần số

Ví dụ 1: Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 400 g, độ cứng lò xo $10\pi^2$ N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng của hai vật cùng nằm trên đường thẳng vuông góc với quỹ đạo chuyển động của hai vật). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật gặp nhau liên tiếp là

A. 0,3.

B. 0,2.

C. 0,4.

D. 0,1.

Lời giải

Vì hai con lắc lò xo giống hệt nhau nên hai vật dao động có cùng tần số. Giả sử phương trình dao

$$\text{động của hai vật là } \begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = 2A_2 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Nếu giả sử tại thời điểm t , hai vật gặp nhau thì ta có

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow 2A_2 \cos(\omega t + \varphi_1) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(\omega t + \varphi_1) = \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(\omega t + \varphi_1) = \cos(\omega t + \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos a = \cos(a + \Delta\varphi), a = \omega t + \varphi_1; \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos a = \cos a \cos \Delta\varphi - \sin a \sin \Delta\varphi$$

$$\Leftrightarrow (\cos \Delta\varphi - 2) \cos a = \sin a \sin \Delta\varphi \Leftrightarrow \tan a = \frac{(\cos \Delta\varphi - 2)}{\sin \Delta\varphi} = X$$

$$\Rightarrow a = \arctan X + k\pi \Rightarrow \omega t + \varphi_1 = \arctan X + k\pi$$

$$\Rightarrow t_k = \frac{\arctan X - \varphi_1}{\omega} + \frac{k\pi}{\omega} = \frac{\arctan X - \varphi_1}{\omega} + k \frac{T}{2}$$

Thời gian giữa hai lần liên tiếp hai vật gặp nhau và chuyển động ngược chiều nhau là

$$\Delta t = t_{k+1} - t_k = \left[\frac{\arctan X - \varphi_1}{\omega} + \frac{(k+1)T}{2} \right] - \left[\frac{\arctan X - \varphi_1}{\omega} + \frac{kT}{2} \right] = \frac{T}{2}$$

Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp hai vật gặp nhau là $\frac{T}{2}$ nên khoảng thời gian giữa ba lần

liên tiếp hai vật gặp nhau là $\Delta t' = (3-1)\frac{T}{2} = T$. Thay số tính được $\Delta t' = 0,4s$.

Đáp án C.

Nhận xét: Đối với những bài toán hai vật dao động cùng tần số, khác biên độ thì ta sẽ làm phương pháp giải phương trình lượng giác bằng cách đặt như trên. Xem thêm Ví dụ 3.

Nhận xét
- Giả sử ở thời điểm t_0, hai con lắc dao động có chu kì bằng nhau ở li độ x và chuyển động ngược chiều, sau nửa chu kì thì li độ của chúng đều đổi dấu, tức là sẽ gặp nhau ở li độ $-x$. - Khoảng thời gian hai lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là $\frac{T}{2}$. - Khoảng thời gian n lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là $\Delta t = (n-1)\frac{T}{2}$.

Ví dụ 2: Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là: $x_1 = 3\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ và $x_2 = \sqrt{3}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (x tính bằng cm; t tính bằng s). Trong khoảng thời gian 1s đầu tiên thì hai vật gặp nhau mấy lần?

A. 3 lần.

B. 4 lần.

C. 5 lần.

D. 6 lần.

Lời giải

$$\text{Tại thời điểm ban đầu } t=0 \text{ ta có: } \begin{cases} x_1 = 3\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \\ x_2 = \sqrt{3}\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$$

Như vậy, tại thời điểm ban đầu, hai vật gặp nhau. Chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4$

Khoảng thời gian n lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là $\Delta t = (n-1)\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow n = 6$

Đáp án D.

Ví dụ 3: Hai vật dao động điều hòa với phương trình $x_1 = 3\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm và $x_2 = \sqrt{3}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ cm dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau (vị trí cân bằng của hai vật đều ở gốc tọa độ). Kể từ thời điểm 0,21s trở đi, trong 1s hai vật gặp nhau bao nhiêu lần?

A. 6 lần. B. 5 lần. C. 4 lần. D. 3 lần.

Lời giải

Khi gặp nhau thì chúng cùng li độ $x_1 = x_2$. Từ đó ta có

$$3\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Để cho gọn, ta đặt $\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = a$ phương trình trở thành:

$$\sqrt{3}\cos\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = \cos a \Leftrightarrow \sqrt{3}\left[\cos a \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin a \cdot \sin \frac{\pi}{6}\right] = \cos a$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos\left[\cos a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin a \cdot \frac{1}{2}\right] = \cos a \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin a = -\cos a$$

$$\Rightarrow \tan a = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = -\frac{\pi}{6} + k\pi. \text{ Do đó } \left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow 5\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{5}$$

Theo bài ra ta có: $0,21 \leq t \leq 1,21 \Rightarrow 0,21 \leq \frac{k}{5} \leq 1,21 \Rightarrow 1,05 \leq k \leq 6,05$

Có 5 giá trị nguyên của k nên hai vật sẽ gặp nhau 5 lần.

Đáp án B.

Ví dụ 4: Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là $x_1 = A\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ và $x_2 = A\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (x tính bằng cm; t tính bằng s). Tìm thời điểm lần thứ 2013 hai chất điểm đó gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó.

A. $t = \frac{1223}{3}$ (s) và $\frac{v_1}{v_2} = -2$

B. $t = \frac{12076}{3}$ (s) và $\frac{v_1}{v_2} = -1$

C. $t = \frac{1235}{7}$ (s) và $\frac{v_1}{v_2} = 2$

D. $t = 1225,3$ (s) và $\frac{v_1}{v_2} = 1$

Lời giải

Hai chất điểm gặp nhau khi $x_1 = x_2 \Leftrightarrow A \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \\ \left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = -\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = k2\pi$$

$$\Rightarrow t = -\frac{2}{3} + 2k \Rightarrow t = -\frac{2}{3} + 2k$$

Lần thứ 2013 ứng với $k = 2013$ nên $t_{2013} = -\frac{2}{3} + 2.2013 = \frac{12076}{3}s$

Tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 là: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_2)} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin[k2\pi - (\omega t + \varphi_1)]} = -1$

Đáp án B.

Ví dụ 5: Dao động của một chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$ và $x_2 = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$. Tại các thời điểm

$x_1 = x_2$ và gia tốc của chúng đều âm thì li độ của dao động tổng hợp là:

A. -4,8 cm.

B. 5,19 cm.

C. 4,8 cm.

D. -5,19 cm.

Lời giải

Dùng phương pháp số phức ta sẽ tính được phương trình tổng hợp của dao động là

$$x = 5 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{53\pi}{180}\right)$$

Khi gia tốc a_1, a_2 âm thì x_1, x_2 dương nên khi đó li độ của dao động tổng hợp dương.

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow 4 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) \Leftrightarrow 4 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right) = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

$$\Leftrightarrow \tan\left(\frac{2\pi}{3}t\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{3}t = 0,644 + k\pi$$

Thay vào phương trình dao động tổng hợp ta được

$$\begin{cases} x = 5 \cos\left(0,644 - \frac{53\pi}{180} + k\pi\right) \approx \pm 4,8 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x = 4,8 \text{ cm}$$

Đáp án C.

Ví dụ 6: Hai chất điểm dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng biên độ và tần số. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng. Biết rằng khi đi ngang qua nhau, hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau và đều có độ lớn li độ bằng một nửa biên độ. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. π

D. $\frac{2\pi}{3}$

Lời giải

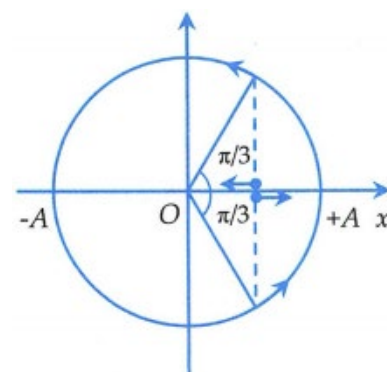
Giả sử một chất điểm đi qua vị trí $x = \frac{A}{2}$ theo chiều dương thì

dựa vào đường tròn, ta có pha lúc đó là $-\frac{\pi}{3}$. Vì chất điểm còn

lại chuyển động ngược chiều nên đi qua vị trí $x = \frac{A}{2}$ theo chiều

âm. Dựa vào đường tròn, ta có pha lúc đó là $+\frac{\pi}{3}$. Vậy hiệu pha

của hai dao động có thể là $\frac{2\pi}{3}$.



Đáp án D.

Ví dụ 7: Hai chất điểm dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là $\frac{A}{\sqrt{3}}$ còn của chất điểm thứ hai là A.

Vị trí cân bằng của chúng nằm trên đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ $+\frac{A}{2}$, chúng chuyển động ngược chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể nhận giá trị nào sau đây

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. π

D. $\frac{2\pi}{3}$

Lời giải

Cách 1: Theo phương pháp đại số

Theo bài ra ta có:

$$+)(I): \begin{cases} x_1 = \frac{A}{\sqrt{3}} \cos(\omega t + \varphi_1) = \frac{A}{2} \\ v_1 = -\frac{\omega A}{\sqrt{3}} \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = -\frac{\pi}{6}$$

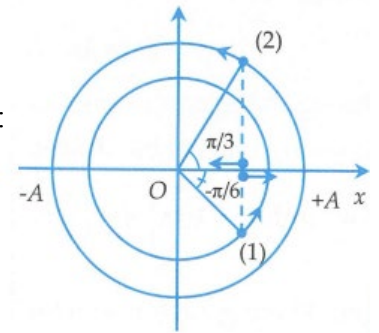
$$+)(II): \begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t + \varphi_2) = \frac{A}{2} \\ v_2 = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Từ (I) và (II) ta có: } \Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Cách 2: Dùng đường tròn

Lập luận tương tự ví dụ bên trên dựa vào đường tròn lượng giác ta có ngay:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$$



Đáp án A.

Ví dụ 8: Hai vật có cùng khối lượng gắn vào 2 lò xo và dao động điều hòa với cùng tần số, cùng phương nhưng ngược pha nhau, có biên độ lần lượt là $A_1; A_2$ biết $A_1 = 2A_2$. Khi dao động 1 có động năng $W_1 = 0,56J$ thì dao động 2 có thế năng $W_{t2} = 0,08J$. Hỏi khi dao động 1 có động năng $W_1 = 0,08J$ thì dao động 2 có thế năng là bao nhiêu?

A. 0,22J.

B. 0,20J.

C. 0,56J.

D. 0,48J.

Lời giải

Vì hai vật dao động ngược pha nhau nên ta có: $\frac{x_1}{x_2} = -\frac{A_1}{A_2} = -2$

Từ đó ta có $W_{t1} = 4W_{t2}$

Khi vật 2 có thế năng là 0,08J thì thế năng của vật 1 là: $W_{t1} = 4 \cdot 0,08 = 0,32J$

Cơ năng của vật 1 là: $W = 0,56 + 0,32 = 0,88J$. Khi động năng vật 1 là 0,08J thì thế năng của vật

1 là $0,88 - 0,08 = 0,8J$ nên thế năng vật 2 là: $\frac{0,8}{4} = 0,2J$

Đáp án B.

Ví dụ 9: Hai vật có khối lượng bằng nhau được gắn vào hai lò xo giống nhau đặt nằm ngang dao động trên hai đường thẳng song song cạnh nhau có vị trí cân bằng nằm trên đường thẳng vuông

góc với hai đường thẳng trên. Ban đầu hai vật được kéo ra ở cùng một vị trí, người ta thả nhẹ cho vật 1 chuyển động, khi vật 1 đi qua vị trí cân bằng thì người ta bắt đầu thả nhẹ vật 2. Hai vật dao động điều hòa với cơ năng là $4\sqrt{3}$ J. Khi vật 1 có động năng là $\sqrt{3}$ J thì thế năng của vật 2 bằng

- A. $\sqrt{3}$ J B. $3\sqrt{3}$ J C. 2J D. $2\sqrt{3}$ J

Lời giải

Theo bài ra ta có: Ban đầu hai vật được kéo ra ở cùng một vị trí, người ta thả nhẹ cho vật 1 chuyển động, khi vật 1 đi qua vị trí cân bằng thì người ta bắt đầu thả nhẹ vật 2 nên hai vật có biên độ bằng nhau, và dựa vào đường tròn, ta thấy vật 1 nhanh pha hơn vật 2 góc $\frac{\pi}{2}$

Gọi phương trình dao động của 2 vật là

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t \\ x_2 = A \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = A \sin \omega t \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = A^2 \Rightarrow W_{t_1} + W_{t_2} = W(*)$$

Khi vật 1 có động năng là $\sqrt{3}$ J thì thế năng của vật 1 là

$$W_{t_1} = W - W_{d_1} = 4\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

Từ (*) ta có thế năng của vật 2 là: $W_{t_2} = W - W_{t_1} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

Đáp án A.

Ví dụ 10: Hai chất điểm dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song với trục Ox, có vị trí cân bằng cùng nằm trên đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng và đi qua O. Hai chất điểm dao động theo phương trình $x_1 = 4 \cos \left(4t + \frac{\pi}{3} \right)$ cm; $x_2 = 4\sqrt{2} \cos \left(4t + \frac{\pi}{12} \right)$ cm. Hỏi trong quá trình dao động khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa hai chất điểm theo phương Ox là bao nhiêu?

- A. 0; 4 cm. B. 2; 8 cm.
C. 0; $4 + 4\sqrt{2}$ cm. D. 2; $4 + 4\sqrt{2}$ cm.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai chất điểm theo phương Ox

$$d = |x_2 - x_1| = \left| 4\sqrt{2} \cos \left(4t + \frac{\pi}{12} \right) - 4 \cos \left(4t + \frac{\pi}{3} \right) \right| = 4 \left| \cos \left(4t - \frac{\pi}{6} \right) \right|$$

(Ở đây ta tính $x_2 - x_1$ bằng phương pháp số phức cho nhanh).

Vì $0 \leq \left| \cos\left(4t - \frac{\pi}{6}\right) \right| \leq 1$ nên ta có $0 \leq d \leq 4$

Suy ra khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa hai chất điểm theo phương Ox lần lượt là 0 và 4 cm.

Đáp án A.

Ta xét bài toán tổng quát:

Ví dụ 11: Hai chất điểm thực hiện dao động trên hai đường thẳng song song, nằm ngang, có gốc tọa độ nằm trên cùng đường thẳng có phương thẳng đứng. Phương trình dao động của mỗi vật tương ứng là:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ cm}, x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \text{ cm}.$$

Gốc thời gian là lúc hai vật bắt đầu chuyển động, khoảng cách theo phương ngang giữa hai vật có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Khoảng cách theo phương ngang giữa hai vật là

$$\begin{aligned} d &= |x_2 - x_1| = |A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) - A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)| \\ &= |A_2 (\cos \omega t \cdot \cos \varphi_2 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_2) - A_1 (\cos \omega t \cdot \cos \varphi_1 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_1)| \\ &= |(A_2 \cos \varphi_2 - A_1 \cos \varphi_1) \cdot \cos \omega t + (A_1 \sin \varphi_1 - A_2 \sin \varphi_2) \cdot \sin \omega t| \end{aligned}$$

Sử dụng bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, ta có

$$\begin{aligned} d &\leq \sqrt{(A_2 \cos \varphi_2 - A_1 \cos \varphi_1)^2 + (A_1 \sin \varphi_1 - A_2 \sin \varphi_2)^2} \cdot \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 (\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2)} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\tan \omega t = \frac{A_1 \sin \varphi_1 - A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 - A_2 \cos \varphi_2}$ nên giá trị lớn nhất của d là

$$d_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Bài toán được giải quyết xong.

Ví dụ 12: Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng trục tọa độ Ox với phương trình lần lượt là:

$$x_1 = 4 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}; \quad x_2 = A_2 \cos\left(5t + \frac{\pi}{12}\right) \text{ cm.}$$

Coi rằng trong quá trình dao động hai chất

điểm không va chạm vào nhau. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm là 4cm. Hãy tìm biên độ A_2 ?

A. 4 cm.

B. 2 cm.

C. 8 cm.

D. $4\sqrt{2}$ cm.

Lời giải

Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\text{Thay số ta được: } 4^2 = 4^2 + A_2^2 - 2.4.A_2 \cos\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow A_2 = 4\sqrt{2}$$

Đáp án D.

Ví dụ 13: Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox theo các phương trình lần lượt $x_1 = 4 \cos(4\pi t)$ cm và $x_2 = 4\sqrt{3} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm. Thời điểm đầu tiên hai chất điểm gặp nhau là

A. $\frac{1}{16}$ s.

B. $\frac{1}{14}$ s.

C. $\frac{5}{24}$ s.

D. 2,12 s.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox là

$$d = |x_2 - x_1| = \left| 4\sqrt{3} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 4 \cos(4\pi t) \right| = 8 \left| \cos\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \right|$$

Hai vật gặp nhau khi:

$$d = 0 \Leftrightarrow 8 \left| \cos\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \right| = 0 \Leftrightarrow 4\pi t + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow t = -\frac{1}{24} + \frac{k}{4} \quad (k = 1; 2; 3; \dots)$$

$$\text{Vậy thời điểm đầu tiên ứng với } k = 1, \text{ do đó } t_1 = -\frac{1}{24} + \frac{1}{4} = \frac{5}{24} \text{ s.}$$

Đáp án C.

Ví dụ 14: Hai vật dao động điều hòa với phương trình $x_1 = A_1 \cos 20\pi t$ (cm), $x_2 = A_2 \cos 20\pi t$ (cm). Tính từ thời điểm ban đầu, thì cứ sau 0,125 s thì khoảng cách 2 vật lại bằng A_1 . Biên độ A_2 là

A. $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} A_1$

B. $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} A_1$

C. $\frac{2-\sqrt{2}}{2} A_1$

D. $\frac{2+\sqrt{2}}{2} A_1$

Lời giải

Điều kiện để khoảng cách giữa hai vật là A_1 là $A_2 > A_1$, lúc đó khoảng cách giữa hai vật là:

$$d = |x_2 - x_1| = (A_2 - A_1) |\cos 20\pi t|$$

Giả sử thời điểm $t = t_1$ thì khoảng cách giữa hai vật là bằng A_1

$$d_1 = (A_2 - A_1) |\cos 20\pi t_1| = A_1 \Rightarrow |\cos 20\pi t_1| = \frac{A_1}{A_2 - A_1}$$

Ở thời $t = t_1 + 0,125$ s ta cũng có khoảng cách hai vật là A_1 nên

$$d_1 = (A_2 - A_1) |\cos 20[\pi(t_1 + 0,125)]| = A_1 \Leftrightarrow (A_2 - A_1) |\cos(20\pi t_1 + 2,5\pi)| = A_1$$

$$\Leftrightarrow (A_2 - A_1)(-\sin 20\pi t_1) = A_1 \Leftrightarrow |-\sin 20\pi t_1| = \frac{A_1}{A_2 - A_1}$$

Vì $(|\cos 20\pi t_1|)^2 + (|\sin 20\pi t_1|)^2 = 1$ nên ta có

$$\left(\frac{A_1}{A_2 - A_1}\right)^2 + \left(\frac{A_1}{A_2 - A_1}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}A_1}{A_2 - A_1} = 1 \Rightarrow A_2 = (\sqrt{2} + 1)A_1$$

Đáp án B.

Ví dụ 15: Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và N đều trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của M và N đều là 6 cm. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 6 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng 3 lần thế năng, tỉ số động năng của M và thế năng của N là

A. $\frac{3}{4}$ hoặc 3

B. $\frac{1}{2}$ hoặc 2

C. $\frac{2}{3}$ hoặc $\frac{1}{6}$

D. $\frac{2}{3}$ hoặc 2

Lời giải

Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

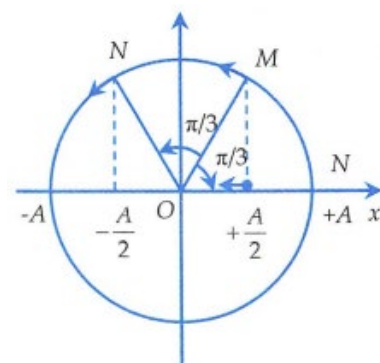
Thay $d_{\max} = 6\text{cm}$, $A_1 = A_2 = 6\text{cm}$ vào biểu thức trên ta được: $\cos \Delta\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3}$

Vị trí có động năng bằng 3 thế năng là $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm \frac{A}{2}$. Giả sử tại thời điểm $t, x_M = \frac{A}{2}$ và đang đi theo chiều âm. Dựa vào đường tròn với chú ý độ lệch pha giữa M và N là $|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3}$ thì ta

$$\text{có } \begin{cases} x_N = A \\ x_N = -\frac{A}{2} \end{cases}$$

Khi đó tỉ số động năng của M và thế năng của N là

$$\frac{W_{d_M}}{W_{t_N}} = \frac{W - W_{t_M}}{W_{t_N}} = \frac{A^2 - x_M^2}{x_N^2} = \begin{cases} \frac{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2}{A^2} = \frac{3}{4} \\ \frac{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2}{\left(-\frac{A}{2}\right)^2} = 3 \end{cases}$$



Đáp án A.

Ví dụ 16: Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{9}{16}$

D. $\frac{16}{9}$

Lời giải

Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\text{Thay số được: } 10^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \Delta\varphi \Rightarrow \cos \Delta\varphi = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Suy ra hai dao động thành phần vuông pha nhau. Ở thời điểm mà chất điểm thứ nhất có động năng bằng thế năng thì $x_1 = \pm 3\sqrt{2}$ cm. Mà hai dao động vuông pha nên ta có:

$$\left(\frac{3\sqrt{2}}{6}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{8}\right)^2 = 1 \Rightarrow x_2 = \pm 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

Suy ra chất điểm thứ hai cũng xảy ra động năng bằng thế năng.

$$\text{Tỉ số động năng giữa chúng là: } \frac{W_{đ_M}}{W_{đ_N}} = \frac{W - W_{t_M}}{W - W_{t_N}} = \frac{A_M^2 - x_M^2}{A_N^2 - x_N^2} = \frac{9}{16}$$

Đáp án C.

Ví dụ 17: Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng cùng song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên cùng một đường thẳng đi qua O và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của chúng lần lượt là 140,0mm và 480,0mm. Biết hai chất điểm đi qua nhau ở vị trí có li độ $x = 134,4$ mm khi chúng đang chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm đó theo phương Ox là

A. 620,0mm.

B. 485,6mm.

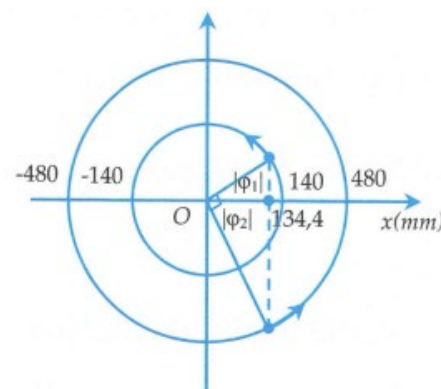
C. 500,0mm.

D. 474,4mm.

Lời giải

Dựa vào đường tròn, ta xác định được độ lớn pha của hai chất điểm 1 và 2 khi đi ngang qua nhau là:

$$\begin{cases} \cos|\varphi_2| = \frac{x_2}{A_2} = \frac{134,4}{480} \Rightarrow |\varphi_2| = 73,74^\circ \\ \cos|\varphi_1| = \frac{x_1}{A_1} = \frac{134,4}{140} \Rightarrow |\varphi_1| = 16,26^\circ \end{cases} \Rightarrow |\varphi_1| + |\varphi_2| = 90^\circ$$



Suy ra góc hợp bởi giữa hai véc tơ quay là $\frac{\pi}{2}$ hay chúng vuông pha nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = \sqrt{140^2 + 480^2 - 2 \cdot 140 \cdot 480 \cdot \cos \frac{\pi}{2}} = 500$$

Đáp án C.

Ví dụ 18: Hai chất điểm M và N dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là $x_1 = 10 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm và $x_2 = 10\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ cm. Hai chất điểm cách nhau 5 cm ở thời điểm đầu tiên và lần thứ 2014 kể từ lúc $t = 0$ lần lượt là

A. $\frac{11}{4}s$ và $\frac{2015}{8}s$

B. $\frac{1}{8}s$ và $\frac{6041}{24}s$

C. $\frac{3}{24}s$ và $\frac{6041}{24}s$

D. $\frac{3}{8}s$ và $\frac{2015}{8}s$

Lời giải

$$\text{Theo bài ra ta có: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5s$$

Khoảng cách

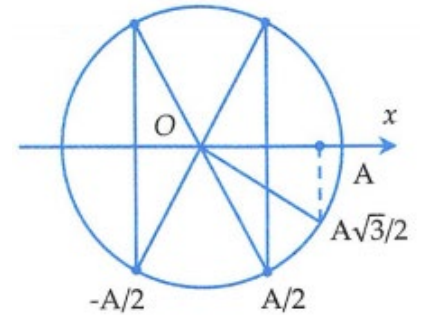
$$d = |x_2 - x_1| = \left| 10\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right) - 10\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \right| = 10 \left| \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \right|$$

Hai chất điểm cách nhau 5 cm thì $d = 5$ cm. Đến đây ta sử dụng đường tròn để tìm thời gian tương ứng theo yêu cầu bài toán.

Từ hình vẽ ta có thời điểm đầu tiên $d = 5$ là $t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{1}{8}s$

Trong 1 chu kì thì có 4 lần khoảng cách là 5 cm. Do đó lần thứ 2014 ứng với thời điểm

$$t_{2014} = 503T + t_{\frac{A\sqrt{3}}{2}(+) \rightarrow A \rightarrow \frac{A}{2}(-)} = 503T + t_2 = 503.0,5 + \frac{5}{24} = \frac{6041}{24}s$$



Đáp án B.

Ví dụ 19: Hai chất điểm dao động điều hoà trên hai trục tọa độ Ox và Oy vuông góc với nhau (O là vị trí cân bằng của cả hai chất điểm). Biết phương trình dao động của hai chất điểm là:

$x = 2\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm và $y = 4\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Khi chất điểm thứ nhất có li độ $x = -\sqrt{3}$ cm và

đang đi theo chiều âm thì khoảng cách giữa hai chất điểm là

A. $3\sqrt{3}$ cm.

B. $\sqrt{7}$ cm.

C. $2\sqrt{3}$ cm.

D. $\sqrt{15}$ cm.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai chất điểm ở thời điểm bất kì là: $d = \sqrt{x^2 + y^2}$

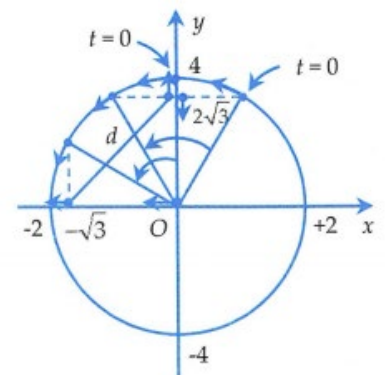
Tại $t = 0$ ta thấy chất điểm qua VTCB theo chiều âm, khi đi đến $x = -\sqrt{3}$ cm và đang đi theo chiều âm thì đưa vào đường tròn, góc quét được là $\frac{\pi}{3}$. Vì hai vật dao động cùng tần số nên khi

vector quay của x quét được $\frac{\pi}{3}$ thì vector quay của y cũng quét được $\frac{\pi}{3}$.

Tại thời điểm ban đầu, chất điểm trên Oy đi qua $y = 2\sqrt{3}$ theo chiều dương. Sau khi quét thêm $\frac{\pi}{3}$ thì dựa vào đường tròn ta có chất điểm trên Oy đi

qua $y = 2\sqrt{3}$ theo chiều âm. Khi đó khoảng cách giữa hai chất điểm là

$$d = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{15}$$



Đáp án D.

Ví dụ 19: Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục Ox song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là $x_1 = A_1 \cos \omega t$ (cm) và $x_2 = A_2 \cos \omega t$ (cm). Biết $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$ (cm²). Tại thời điểm t , vật thứ nhất đi qua vị trí có li độ $x_1 = 3$ cm với vận tốc $v_1 = -18$ cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

- A. $24\sqrt{3}$ cm/s. B. 24 cm/s. C. 8 cm/s. D. $8\sqrt{3}$ cm/s.

Lời giải

Theo bài ra cho phương trình $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$ (cm²) (*)

Ta thay $x_1 = 3$ cm vào phương trình dễ dàng tìm được $x_2 = 4\sqrt{3}$ cm.

Lấy đạo hàm hai vế phương trình (*) theo thời gian, với chú ý $x_1' = v_1$ và $x_2' = v_2$ ta có $128x_1v_1 + 72x_2v_2 = 0$.

Thế $x_1 = 3$ cm, $x_2 = 4\sqrt{3}$ cm và $v_1 = -18$ cm/s vào ta được: $v_2 = \pm 8\sqrt{3}$ cm/s.

Đáp án D.

Ví dụ 21: Trên trục Ox, cho hai chất điểm dao động điều hòa cùng phương có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = A_1 \cos 10t$ (cm), $x_2 = A_2 \cos(10t + \varphi)$ (cm). Biết rằng $400x_1^2 + 225x_2^2 = 144^2$ (cm²).

Một chất điểm khác dao động điều hòa với phương trình $x = x_1 + x_2$ thì có tốc độ cực đại là

- A. 10 cm/s. B. 12 cm/s. C. 12,9 cm/s. D. 12,5 cm/s.

Lời giải

Từ giả thiết $400x_1^2 + 225x_2^2 = 144^2$ (cm²) ta có

$$\begin{cases} 144 \geq 400x_1^2 \\ 144 \geq 225x_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 \leq 0,6 \\ x_2 \leq 0,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 0,6 \text{ (cm)} \\ A_2 = 0,8 \text{ (cm)} \end{cases}$$

Cũng từ giả thiết ta có khi $x_1 = 0$ thì $|x_2|$ đạt cực đại nên x_1 và x_2 vuông pha nhau. Suy ra biên độ

dao động tổng hợp là: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 1$

Tốc độ cực đại của x là: $v_{\max} = \omega A = 10.1 = 10$ (cm/s).

Đáp án A.

Ví dụ 22: Cho 2 vật dao động điều hòa cùng tốc độ góc ω , biên độ lần lượt là A_1, A_2 . Biết

$A_1 + A_2 = 8$ cm. Tại một thời điểm, vật 1 có li độ và vận tốc x_1, v_1 , vật 2 có li độ và vận tốc x_2, v_2

thỏa mãn $x_1v_2 + x_2v_1 = 8$ cm²/s. Tìm giá trị nhỏ nhất của ω .

A. 0,5 rad/s.

B. 1 rad/s.

C. 2 rad/s.

D.Đáp án khác.

Lời giải

$$\text{Tacó: } A_1 = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega_1^2}}, A_2 = \sqrt{x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega_2^2}}$$

Sử dụng bất đẳng thức AM-GM và Cauchy-Schwarz, ta có

$$16 = \frac{(A_1 + A_2)^2}{4} \geq A_1 A_2 = \sqrt{\left(x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega_1^2}\right)\left(x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega_2^2}\right)} \geq \left|\frac{x_1 v_2}{\omega} + \frac{x_2 v_1}{\omega}\right| = \frac{8}{\omega} \Rightarrow \omega = 0,5$$

Đáp án A.

*** Trường hợp 2: Hai vật dao động khác tần số**

Ví dụ 1: Xét hai vật dao động điều hòa cùng biên độ A với tần số 3 Hz và 6 Hz. Lúc đầu hai vật

đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ và đi theo chiều dương. Khoảng thời gian ngắn nhất

để hai vật có cùng li độ là?

A. 1/12 s.

B. 1/36 s.

C. 1/27 s.

D. 1/40 s.

Lời giải

Để thời gian ngắn nhất thì ban đầu hai vật chuyển động theo cùng chiều, và theo chiều dương. Vì tần số vật 2 lớn hơn nên vật 2 chuyển động nhanh hơn, nên sẽ ra đến biên trước rồi quay trở lại gặp vật 1. Khi gặp nhau thì pha của hai vật đối nhau.

Vì cả hai vật đều xuất phát từ $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ và đi theo chiều dương nên ta có phương trình dao động của

$$\text{từng vật là: } \begin{cases} x_1 = A \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) \\ x_2 = A \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

Theo lập luận bên trên, hai vật có cùng li độ khi

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow A \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = A \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = -\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) + k2\pi \quad (\text{vì pha đối nhau})$$

$$\Leftrightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = \frac{\frac{\pi}{2} + k2\pi}{(\omega_1 + \omega_2)}$$

Thời gian ngắn nhất ứng với $k = 0$, thay số ta được

$$t_{\min} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi(f_1 + f_2)} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi(3+6)} = \frac{1}{36}$$

Đáp án B.

Ví dụ 2: Xét hai vật dao động điều hòa cùng biên độ A với tần số 3 Hz và 6 Hz. Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ và đang chuyển động theo chiều âm của trục tọa độ.

Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng li độ là?

A. 1/12 s.

B. 1/36 s.

C. 1/27 s.

D. 1/40 s.

Lời giải

Vì tần số vật 2 lớn hơn nên vật 2 chuyển động nhanh hơn, nên sẽ ra đến biên âm trước rồi quay trở lại gặp vật 1. Khi gặp nhau thì pha của hai vật đối nhau.

Vì cả hai vật đều xuất phát từ $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ và đi theo chiều âm nên ta có phương trình dao động của

$$\text{từng vật là } \begin{cases} x_1 = A \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) \\ x_2 = A \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

Theo lập luận bên trên, hai vật có cùng li độ khi

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 &\Leftrightarrow A \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) = A \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &\Leftrightarrow \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) = -\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right) + k2\pi \quad (\text{vì pha đối nhau}) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = \frac{-\frac{\pi}{2} + k2\pi}{(\omega_1 + \omega_2)}$$

Thời gian ngắn nhất ứng với $k = 1$, thay số ta được

$$t_{\min} = \frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi}{2\pi(f_1 + f_2)} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{2\pi(3+6)} = \frac{1}{12}$$

Đáp án A.

Ví dụ 3: Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81cm và 64cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc

cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi Δt là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị Δt gần giá trị nào nhất sau đây:

A. 2,36 s.

B. 8,12 s.

C. 0,45 s.

D. 7,20 s.

Lời giải

Ta có $l_1 = 81 > l_2 = 64 \Rightarrow f_1 < f_2 \Rightarrow$ con lắc 2 dao động nhanh hơn con lắc 1. Con lắc 2 sẽ đi đến biên trước, rồi quay lại và gặp con lắc 1 (tại vị trí có li độ góc bằng nhau).

Giả sử ban đầu 2 con lắc đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương, khi đó phương trình li độ góc

$$\text{của hai con lắc là: } \begin{cases} \alpha_1 = \alpha_0 \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ \alpha_2 = \alpha_0 \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Dây song song khi chúng cùng li độ góc, tức là

$$\alpha_1 = \alpha_2 \Leftrightarrow \alpha_0 \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) = \alpha_0 \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \omega_1 t - \frac{\pi}{2} = -\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$t = \frac{2 \cdot \frac{\pi}{2}}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{g}{l_1}} + \sqrt{\frac{g}{l_2}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{9,8}{0,81}} + \sqrt{\frac{9,8}{0,64}}} = 0,43$$

(Có dấu trừ bởi vì khi gặp nhau thì pha của chúng đối nhau.)

Gần với đáp án C nhất.

Đáp án C.

11. Các bài toán tổng hợp

Câu 1: Một vật dao động điều hòa có phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Tính tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương lần thứ nhất.

- A. 25,71 cm/s. B. 42,86 cm/s. C. 6 cm/s. D. 8,57 cm/s.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với tần số bằng 5Hz. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = -0,5A$ đến vị trí có li độ $x_2 = +0,5A$ là

- A. $\frac{1}{10}$ s. B. $\frac{1}{20}$ s. C. $\frac{1}{30}$ s. D. 1 s.

Câu 3: Một vật dao động điều hòa trên trục Ox, khi vật đi từ điểm M có $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm đến điểm

N có li độ $x_2 = -\frac{A}{2}$ lần thứ nhất mất $\frac{1}{30}$ s. Tần số dao động của vật là

- A. 5 Hz. B. 10 Hz. C. 5π Hz. D. 10π Hz.

Câu 4: Con lắc lò xo dao động với biên độ A. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến điểm M có li độ $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ là 0,25(s). Chu kỳ của con lắc:

- A. 1,0 s. B. 1,5 s. C. 0,5 s. D. 2,0 s.

Câu 5: Một vật dao động điều hoà với biên độ 4cm, cứ sau một khoảng thời gian $\frac{1}{4}$ giây thì động năng lại bằng thế năng. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian $\frac{1}{6}$ giây là

- A. 8 cm. B. 6 cm. C. 2 cm. D. 4 cm.

Câu 6: Vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh VTCB O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$, quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được là

- A. $(\sqrt{3}-1)A$. B. 1A. C. $A\sqrt{3}$. D. $A(2-\sqrt{2})$.

Câu 7: Một vật dao động điều hòa với biên độ A và tần số f. Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường có độ dài A là

- A. $\frac{1}{6f}$ B. $\frac{1}{4f}$ C. $\frac{1}{3f}$ D. $\frac{4}{f}$

Câu 8: Một vật dao động điều hòa với biên độ A và chu kỳ T. Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường có độ dài $A\sqrt{2}$ là:

- A. $\frac{T}{8}$ B. $\frac{T}{4}$ C. $\frac{T}{6}$ D. $\frac{T}{12}$

Câu 9: Một con lắc lò xo dao động với biên độ A , thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ $x_1 = -A$ đến vị trí có li độ $x_2 = -\frac{A}{2}$ là 1s. Chu kì dao động của con lắc là:

- A. 6 (s). B. $\frac{1}{3}$ (s). C. 2 (s). D. 3 (s).

Câu 10: Một vật dao động theo phương trình $x = 2\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 1$ (cm). Trong giây đầu tiên kể từ lúc vật bắt đầu dao động vật đi qua vị trí có li độ $x = 2$ cm theo chiều dương được mấy lần?

- A. 3 lần. B. 2 lần. C. 4 lần. D. 5 lần.

Câu 11: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Tính quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian $\Delta t = \frac{1}{6}$ (s).

- A. $\sqrt{3}$ cm. B. $3\sqrt{3}$ cm. C. $2\sqrt{3}$ cm. D. $4\sqrt{3}$ cm.

Câu 12: Một chất điểm đang dao động với phương trình: $x = 6\cos(10\pi t)$ cm. Tính tốc độ trung bình của chất điểm sau $\frac{1}{4}$ chu kì tính từ khi bắt đầu dao động và tốc độ trung bình sau nhiều chu kỳ dao động:

- A. 1,2m/s và 0. B. 2m/s và 1,2m/s. C. 1,2m/s và 1,2m/s. D. 2m/s và 0.

Câu 13: Cho một vật dao động điều hoà có phương trình chuyển động $x = 10\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$. Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên vào thời điểm:

- A. $\frac{1}{3}$ (s). B. $\frac{1}{6}$ (s). C. $\frac{2}{3}$ (s). D. $\frac{1}{12}$ (s).

Câu 14: Một chất điểm M chuyển động với tốc độ 0,75 m/s trên đường tròn có đường kính bằng 0,5 m. Hình chiếu M' của điểm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hoà. Tại $t = 0$ s, M' đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Khi $t = 8$ s hình chiếu M' qua li độ:

- A. -10,17 cm theo chiều dương. B. -10,17 cm theo chiều âm.
C. -22,64 cm theo chiều dương. D. 22,64 cm theo chiều âm.

Câu 15: Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox. Tốc độ trung bình của chất điểm tương ứng với khoảng thời gian thế năng không vượt quá ba lần động năng trong một nửa chu kỳ là $300\sqrt{3}$ cm/s. Tốc độ cực đại của dao động là

- A. 400 cm/s. B. 200 cm/s. C. 2π m/s. D. 4π m/s.

Câu 16: Một chất điểm dao động điều hoà có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là $t_1 = 2,2$ (s) và $t_2 = 2,9$ (s). Tính từ thời điểm ban đầu ($t_0 = 0$ s) đến thời điểm t , chất điểm đã đi qua vị trí cân bằng

- A. 6 lần. B. 5 lần. C. 4 lần. D. 3 lần.

Câu 17: Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox có vận tốc bằng 0 tại hai thời điểm liên tiếp $t_1 = 1,75\text{ s}$ và $t_2 = 2,5\text{ s}$, tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó là 16 cm/s . Toạ độ chất điểm tại thời điểm $t = 0$ là

- A. -8 cm B. -4 cm C. 0 cm D. -3 cm

Câu 18: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 6\cos(2\pi t - \pi)\text{ cm}$. Tại thời điểm pha của dao động bằng $\frac{1}{6}$ lần độ biến thiên pha trong một chu kỳ, tốc độ của vật bằng

- A. $6\pi\text{ cm/s}$. B. $12\sqrt{3}\pi\text{ cm/s}$. C. $6\sqrt{3}\pi\text{ cm/s}$. D. $12\pi\text{ m/s}$.

Câu 19: Vật dao động điều hoà có vận tốc cực đại bằng 3 m/s và gia tốc cực đại bằng $30\pi\text{ m/s}^2$. Thời điểm ban đầu vật có vận tốc $1,5\text{ m/s}$ và thế năng đang tăng. Hỏi vào thời điểm nào sau đây vật có gia tốc bằng $15\pi\text{ m/s}^2$.

- A. 0,10 s. B. 0,15 s. C. 0,20 s. D. 0,05 s.

Câu 20: Hai chất điểm dao động điều hoà với chu kỳ T , lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$ với biên độ lần lượt là A và $2A$, trên hai trục tọa độ song song cùng chiều, gốc tọa độ nằm trên đường vuông góc chung. Khoảng thời gian nhỏ nhất giữa hai lần chúng ngang nhau là:

- A. $\frac{T}{2}$ B. T C. $\frac{T}{3}$ D. $\frac{T}{4}$

ĐÁP ÁN

1-B	2-C	3-A	4-D	5-D	6-B	7-A	8-B	9-D	10-D
11-D	12-C	13-A	14-D	15-C	16-C	17-D	18-C	19-B	20-A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

Phương trình dao động của vật là: $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Ban đầu lúc khảo sát: $\alpha_0 = \frac{\pi}{3}; x_0 = \frac{1}{2}A = 2,5\text{ cm}$

Vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương lần thứ nhất thì vật quay được góc $\alpha = \frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$

Quãng đường vật đi được trong thời gian đó là:

$$S = 2A + \frac{1}{2}A = \frac{5}{2}A = 12,5\text{ cm}.$$

Thời gian vật đi là: $\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{7\pi/6}{4\pi} = \frac{7}{24}\text{ s}$

Vậy tốc độ trung bình vật đi được trong khoảng thời gian đó là: $V = \frac{S}{\Delta t} = \frac{12,5}{7/24} = 42,86\text{ cm/s}$.

Câu 2: Đáp án C

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ $x = -0,5A$ đến vị trí có li độ $x = 0,5A$ thì vật sẽ quay một góc $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Thời gian cần tìm là: $\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi/3}{2\pi f} = \frac{1}{6f} = \frac{1}{30}$ s.

Câu 3: Đáp án A

Tại t_1 : $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm; t_2 : $x_2 = -\frac{A}{2}$ lần thứ nhất.

Vậy góc quay mà vật quay được trong khoảng thời gian đó là: $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Theo đề thời gian vật đi là $\frac{1}{30}$ nên

$$\text{ta có: } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\frac{\alpha}{\Delta t}}{2\pi} = \frac{1/30}{2\pi} = 5 \text{ Hz.}$$

Câu 4: Đáp án D

Góc quay là $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Tần số góc của dao động là: $\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{\pi/4}{0,25} = \pi \text{ rad/s.}$

Vậy chu kỳ của con lắc là: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \text{ s.}$

Câu 5: Đáp án D

Động năng bằng thế năng tương đương với $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$ cm. Theo đề ta có: $\frac{T}{4} = \frac{1}{4}$ s nên suy ra $T = 1$ s.

$\Delta t = \frac{1}{6}$ s $= \frac{T}{6}$ nên quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian đó là:

$$S = 2A \sin\left(\frac{\pi \times \Delta t}{T}\right) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = A = 4 \text{ cm}$$

Câu 6: Đáp án B

Quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được trong khoảng thời gian $t = \frac{T}{3}$ là:

$$S = 2A \left(1 - \cos\left(\frac{\pi \times \Delta t}{T}\right)\right) = 2A \times \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = A$$

Câu 7: Đáp án A

Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường có độ dài là A ứng với quãng đường dài nhất vật có thể đi được nên ta có: $A = 2A \sin\left(\frac{\pi \times \Delta t}{T}\right) \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{6f}$

Câu 8: Đáp án B

Ta có: Thời gian ngắn nhất vật đi được quãng đường có độ dài $2A$ tương ứng với quãng đường dài nhất vật có thể đi được nên: $A\sqrt{2} = 2A \sin\left(\frac{\pi \times \Delta t}{T}\right)$ nên suy ra $\Delta t = \frac{T}{4}$

Câu 9: Đáp án D

Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ $x = -A$ đến vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ là 1s nên ta có:

$$\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{1} = \frac{2\pi}{3}.$$

Vậy chu kỳ của dao động là: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 3\text{ s}$

Câu 10: Đáp án D

Phương trình dao động là: $x = 2 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 1\text{ (cm)}$

Nên ta có $X = x - 1 = 2 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\text{ (cm)}$

Đề vật x đi qua vị trí có li độ $x = 2\text{ cm}$ theo chiều dương thì vật X đi qua vị trí $X = 1\text{ cm}$ theo chiều dương.

Trong giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu dao động vật quay được góc quay là $\alpha = \omega \times \Delta t = 5\pi \times 1 = 5\pi$

Vậy X đi qua vị trí có li độ $X = 1\text{ cm}$ theo chiều dương 2 lần.

Câu 11: Đáp án D

Ta có phương trình dao động: $x = 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{ cm.}$

Chu kỳ dao động của vật là: $T = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5\text{ s}$

$\Delta t = \frac{1}{6}\text{ s} = \frac{T}{3}$. Vậy quãng đường dài nhất mà vật đi được trong thời gian đó là:

$$S = 2A \sin\left(\frac{\pi \times \Delta t}{T}\right) = 2A \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}A$$

Câu 12: Đáp án C

Ta có phương trình dao động của vật là: $x = 6 \cos(10\pi t)\text{ cm.}$

Tốc độ trung bình của vật sau $\frac{1}{4}$ chu kỳ dao động:

$$V = \frac{S}{\Delta t} = \frac{A}{\frac{T}{4}} = \frac{4A}{T} = \frac{6 \times 4}{0,2} = 120 = 1,2\text{ m/s}$$

Tốc độ trung bình sau nhiều chu kỳ dao động:

$$S = \frac{n \times 4A}{n \times T} = \frac{4A}{T} = 1,2\text{ m/s}$$

Câu 13: Đáp án A

Ta có phương trình dao động là: $x = 10\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$.

Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên khi vector quay được góc: $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ nên thời gian đi là:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi} = \frac{1}{3} \text{ s.}$$

Vậy thời điểm cần tìm là: $t = \frac{1}{3} \text{ s.}$

Câu 14: Đáp án D

Vật chuyển động trên đường tròn có đường kính là 0,5m nên vật chuyển động với biên độ 0,25m.

Vật M chuyển động tròn với vận tốc là: 0,75 m/s nên tần số góc là: $\omega = \frac{v}{R} = \frac{0,75}{0,25} = 3 \text{ rad/s}$

Khi $t = 8 \text{ s}$ vật quay được góc là $\alpha = 8 \times 3 = 24 \text{ rad} / \text{s} = \left(\frac{4320}{\pi}\right)^0$

Vậy hình chiếu M' của M có li độ: $x = 22,64 \text{ cm}$ theo chiều âm.

Câu 15: Đáp án C

Thế năng không vượt quá ba lần thế năng tức là $W_t \leq 3W_d$ suy ra:

Trong một nửa chu kỳ thì khoảng thời gian thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $\Delta t = \frac{T}{3}$. Theo đề ta có:

$$V = 300\sqrt{3} = \frac{A}{\frac{T}{5}} = \frac{A}{\frac{2\pi}{6\omega}} = \frac{3}{\pi} \times v_{\max} \Rightarrow v_{\max} = 100\pi\sqrt{3} \text{ cm/s.}$$

Câu 16: Đáp án C

Vật dao động điều hòa có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là $t_1 = 2,2 \text{ s}$ và $t_2 = 2,9 \text{ s}$

Ta có: $\Delta t = t_2 - t_1 = 2,9 - 2,2 = 0,7 \text{ s.}$

Tần số góc của dao động là: $\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{\pi}{0,7} = \frac{7\pi}{10}$

Thời điểm $t_0 = 0$: xét khoảng thời gian $\Delta t_1 = t_1 - t_0 = 2,2 - 0 = 2,2 \text{ s}$

Góc quay mà vật đi được là: $\alpha = \frac{77\pi}{50}$

Cho véc tơ quay quay ngược lại một góc $\frac{77\pi}{50}$.

Sau đó cho vật quay tiếp một góc quay để tìm số lần vật đã đi qua vị trí cân bằng ta suy ra vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần.

Câu 17: Đáp án D

Vật dao động điều hòa có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp $t_1 = 1,75 \text{ s}$ và $t_2 = 2,5 \text{ s}$

Khoảng thời gian đó là: $\Delta t = t_2 - t_1 = 2,5 - 1,75 = 0,75 \text{ s}$

Tần số góc dao động là: $\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{\pi}{0,75} = \frac{4\pi}{3} \text{ rad/s}$.

Vì tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó là 16 cm/s nên: $V = \frac{2A}{\Delta t} \Rightarrow A = \frac{V \times \Delta t}{2} = \frac{16 \times 0,75}{2} = 6 \text{ (cm)}$

Trong khoảng thời gian từ t_0 đến t_1 thì vật quay được góc quay là: $\alpha = \omega \times \Delta t = \frac{4\pi}{3} \times 0,75\pi = \pi$

Cho vật quay ngược lại một góc $\pi \text{ rad/s}$ thì vật có tọa độ là $x = -3 \text{ cm}$.

Câu 18: Đáp án C

Vật dao động theo phương trình là: $x = 6 \cos(2\pi t - \pi) \text{ cm}$. Tại thời điểm pha của dao động bằng $\frac{1}{6}$ lần độ

biến thiên pha trong một chu kỳ tức là: $2\pi t - \pi = \frac{1}{6}\pi$ nên tọa độ của vật là: $x = 3\sqrt{3} \text{ cm}$.

Vậy vận tốc của dao động là: $v = 6\sqrt{3}\pi \text{ cm/s}$.

Câu 19: Đáp án B

Vận tốc cực đại của vật là: $v_{\max} = 3 \text{ m/s}$

Gia tốc cực đại của vật là: $a_{\max} = 30\pi \text{ m/s}^2$

Nên tần số góc của dao động là: $\omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{30\pi}{3} = 10\pi \text{ (rad/s)}$

Thời điểm ban đầu vật có vận tốc $1,5 \text{ m/s}$ và thế năng đang tăng nên vật đang có li độ $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ và chuyển

động theo chiều dương. Để vật có gia tốc bằng $15\pi \text{ (m/s}^2\text{)}$ thì vật quay một góc $\alpha = \frac{3\pi}{2}$

Vậy thời điểm cần tìm là: $\Delta t = \frac{30\pi / 2}{10\pi} = 0,15 \text{ s}$

Câu 20: Đáp án A

Hai chất điểm dao động điều hòa với cùng chu kỳ T , lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$ với biên độ lần lượt là A và $2A$.

Khoảng thời gian nhỏ nhất giữa hai lần chúng ngang nhau là khi vật thứ nhất và thứ hai lại có độ lớn li độ lần lượt là A nên lúc này mỗi vector phải quay đúng một π nữa để thỏa mãn điều kiện.

Nên khoảng thời gian nhỏ nhất sẽ là: $\frac{T}{2}$