

○ Bài 01

KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

I – KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ kể cả hình lăng trụ ấy.

Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp kể cả hình chóp ấy.

Khối chóp cụt là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp cụt kể cả hình chóp cụt ấy.

II – KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

1. Khái niệm về hình đa diện

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.

- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.

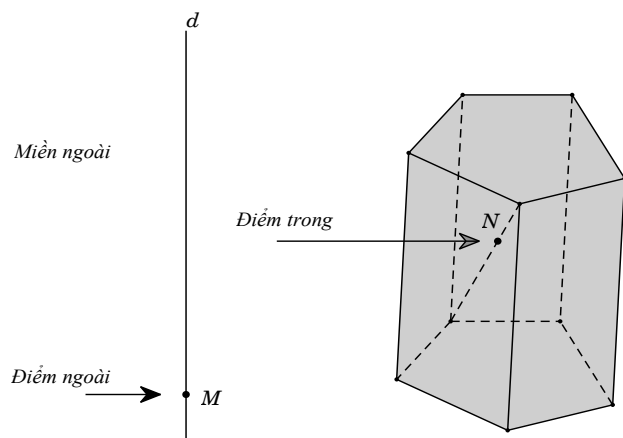
Các đỉnh, các cạnh của đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

2. Khái niệm về khối đa diện

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

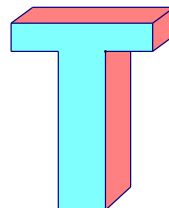
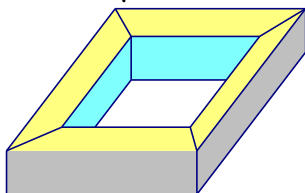
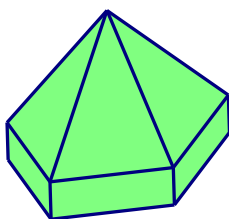
Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện. Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.

Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của hình đa diện tương ứng.

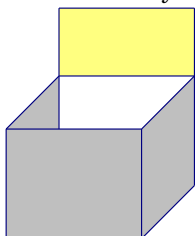


Ví dụ

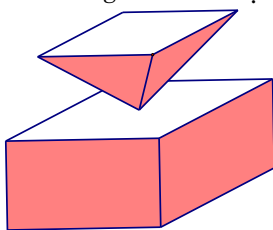
- Các hình dưới đây là những khối đa diện:



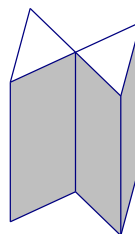
- Các hình dưới đây không phải là những khối đa diện:



Hình a



Hình b



Hình c

Giải thích: Hình a không phải là hình đa diện vì tồn tại cạnh không phải là cạnh chung của hai mặt; Hình b không phải là hình đa diện vì có một điểm đặc biệt trong hình, điểm đó không phải là đỉnh chung của hai đa giác; Hình c không phải là hình đa diện vì tồn tại một cạnh là cạnh chung của bốn đa giác.

III – HAI ĐA DIỆN BẰNG NHAU

1. Phép dời hình trong không gian

Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định duy nhất được gọi là một phép biến hình trong không gian.

Phép biến hình trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm tùy ý.

a) Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$, là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$. Kí hiệu là $T_{\vec{v}}$.

b) Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc (P) thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng trung trực của MM' .

Nếu phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến hình $(\mathcal{H})$ thành chính nó thì (P) được gọi là mặt phẳng đối xứng của $(\mathcal{H})$.

c) Phép đối xứng tâm O là phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho O là trung điểm của MM' .

Nếu phép đối xứng tâm O biến hình $(\mathcal{H})$ thành chính nó thì O được gọi là tâm đối xứng của $(\mathcal{H})$.

d) Phép đối xứng qua đường thẳng Δ là phép biến hình biến mọi điểm thuộc đường thẳng Δ thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc Δ thành điểm M' sao cho Δ là đường trung trực của MM' .

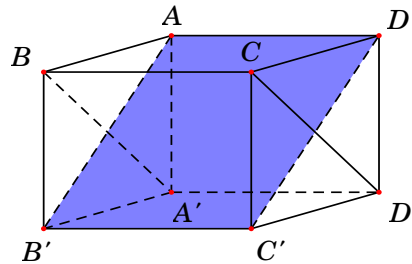
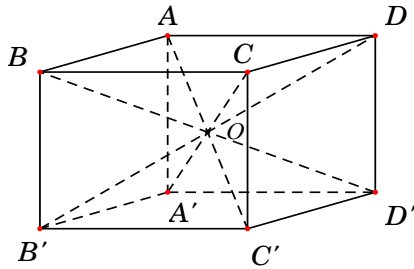
Nếu phép đối xứng qua đường thẳng Δ biến hình $(\mathcal{H})$ thành chính nó thì Δ được gọi là trục đối xứng của $(\mathcal{H})$.

Nhận xét

- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình sẽ được một phép dời hình.
- Phép dời hình biến đa diện $(\mathcal{H})$ thành đa diện $(\mathcal{H}')$, biến đỉnh, cạnh, mặt của $(\mathcal{H})$ thành đỉnh, cạnh, mặt tương ứng của $(\mathcal{H}')$.

Ví dụ: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó:

- Các hình chóp $A.A'B'C'D'$ và $C'.ABCD$ bằng nhau (vì qua phép đối xứng tâm O hình chóp $A.A'B'C'D'$ biến thành hình chóp $C'.ABCD$).
- Các hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và $AA'D'.BB'C'$ bằng nhau (vì qua phép đối xứng qua mặt phẳng $(AB'C'D)$ thì hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biến thành hình lăng trụ $AA'D'.BB'C'$).



2. Hai hình bằng nhau

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Đặc biệt, hai đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến đa diện này thành đa diện kia.

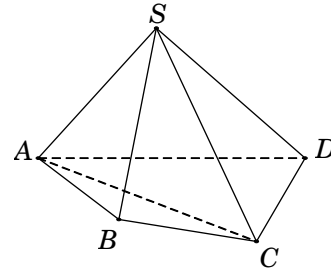
IV – PHÂN CHIA VÀ LẮP GHÉP CÁC KHỐI ĐA DIỆN

Nếu khối đa diện $(\mathcal{H})$ là hợp của hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ sao cho $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ không có chung điểm trong nào thì ta nói có thể phân chia được khối đa diện $(\mathcal{H})$

thành hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$. Khi đó ta cũng nói có thể ghép hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ để được khối đa diện $(\mathcal{H})$.

Ví dụ 1. Với khối chóp tứ giác $S.ABCD$, xét hai khối chóp tam giác $S.ABC$ và $S.ACD$. Ta thấy rằng:

- Hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ không có điểm trong chung (tức là không tồn tại điểm trong của khối chóp này là điểm trong của khối chóp kia và ngược lại).
- Hợp của hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ chính là khối chóp $S.ABCD$.

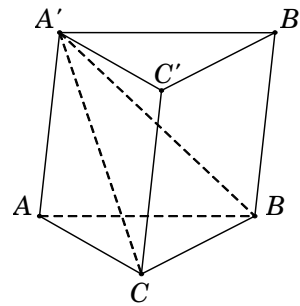


Vậy khối chóp $S.ABCD$ được phân chia thành hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ hay hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ được ghép lại thành khối chóp $S.ABCD$.

Ví dụ 2. Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mặt phẳng $(A'BC)$. Khi đó, khối lăng trụ được phân chia thành hai khối đa diện $A'ABC$ và $A'BCC'B'$.

Nếu ta cắt khối chóp $A'BCC'B'$ bởi mặt phẳng $(A'B'C)$ thì ta chia khối chóp $A'BCC'B'$ thành hai khối chóp $A'BCB'$ và $A'CC'B'$.

Vậy khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được chia thành ba khối tứ diện là $A'ABC$, $A'BCB'$ và $A'CC'B'$.



MỘT SỐ KẾT QUẢ QUAN TRỌNG

Kết quả 1: Một khối đa diện bất kì có ít nhất 4 mặt.

Kết quả 2: Mỗi hình đa diện có ít nhất 4 đỉnh.

Kết quả 3: Mỗi hình đa diện có ít nhất 6 cạnh.

Kết quả 4: Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.

Kết quả 5: Không tồn tại hình đa diện có 7 cạnh.

Kết quả 6: Cho $(\mathcal{H})$ là đa diện mà các mặt của nó là những đa giác có p cạnh. Nếu số mặt của $(\mathcal{H})$ là lẻ thì p phải là số chẵn.

Chứng minh: Gọi M là số các mặt của khối đa diện $(\mathcal{H})$. Vì mỗi mặt của $(\mathcal{H})$ có p cạnh nên M mặt sẽ có $p.M$ cạnh. Nhưng do mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai đa giác nên số cạnh của $(\mathcal{H})$ bằng $C = \frac{pM}{2}$. Vì M lẻ nên p phải là số chẵn.

Kết quả 7 (Suy ra từ chứng minh kết quả 6): Cho $(\mathcal{H})$ là đa diện có M mặt, mà các mặt của nó là những đa giác có p cạnh. Khi đó số cạnh của $(\mathcal{H})$ là $C = \frac{pM}{2}$.

Kết quả 8: Mỗi khối đa diện có các mặt là các tam giác thì tổng số các mặt của nó phải là một số chẵn.

Chứng minh: Gọi số cạnh và số mặt của khối đa diện lần lượt là C và M .

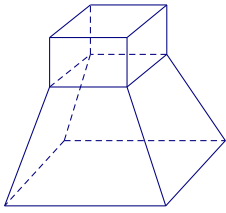
Vì mỗi mặt có ba cạnh và mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên ta có số cạnh của đa diện là $C = \frac{3M}{2} \xrightarrow{C \in \mathbb{Z}} M \text{ chẵn}$.

Kết quả 9: Mỗi khối đa diện bất kì luôn có thể được phân chia được thành những khối tứ diện.

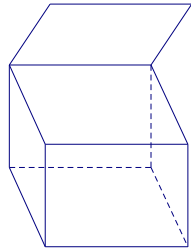
Kết quả 10: Nếu khối đa diện có mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba cạnh thì số đỉnh phải là số chẵn. (Tổng quát: Một đa diện mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của một số lẻ mặt thì tổng số đỉnh là một số chẵn).

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

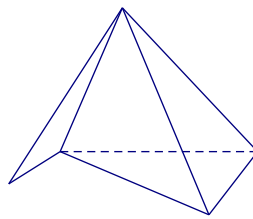
Câu 1. Cho các hình sau:



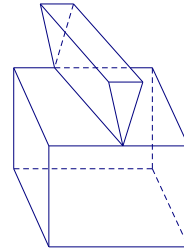
Hình 1



Hình 2



Hình 3

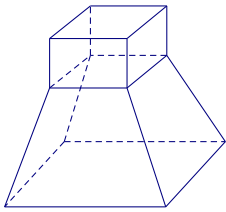


Hình 4

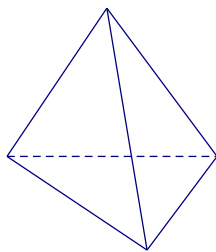
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình đa diện là:

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

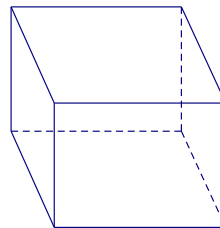
Câu 2. Cho các hình sau:



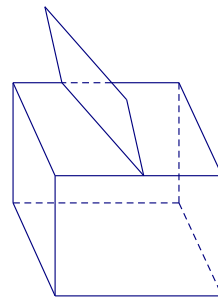
Hình 1



Hình 2



Hình 3

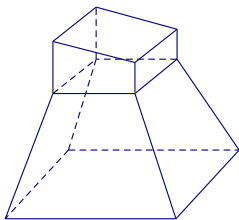


Hình 4

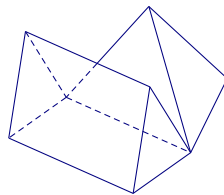
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện là:

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

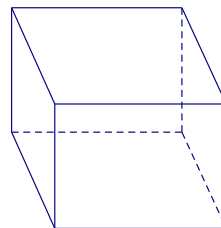
Câu 3. Cho các hình sau:



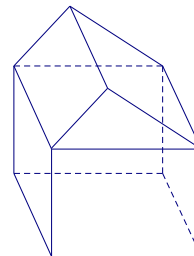
Hình 1



Hình 2



Hình 3

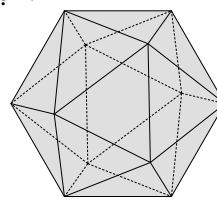
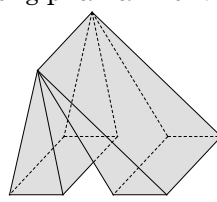
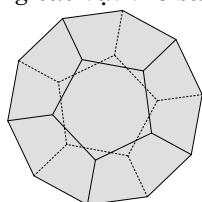
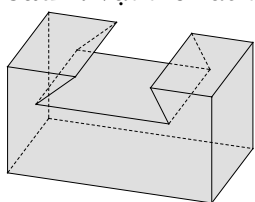


Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



A.

B.

C.

D.

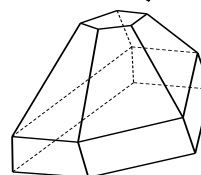
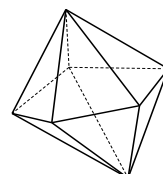
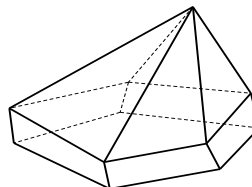
Câu 5. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

A. 6.

B. 10.

C. 11.

D. 12.



Câu 6. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

A. 8.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Câu 7. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

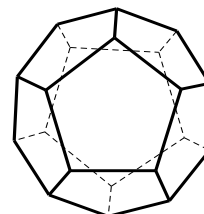
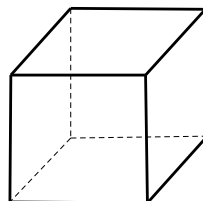
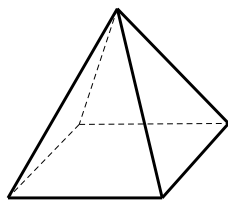
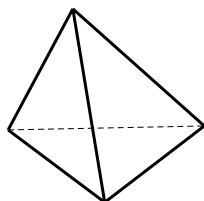
A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.

Câu 8. Khối đa diện nào sau đây có số mặt nhỏ nhất?



A. Khối tứ diện đều. B. Khối chóp tứ giác. C. Khối lập phương. D. Khối 12 mặt đều.

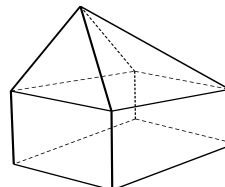
Câu 9. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh?

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 16.



Câu 10. Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

B. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 11. Gọi D là số các đỉnh, M là số các mặt, C là số các cạnh của một hình đa diện bất kỳ. mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $D > 4, M > 4, C > 6$.

B. $D > 5, M > 5, C > 7$.

C. $D \geq 4, M \geq 4, C \geq 6$.

D. $D \geq 5, M \geq 5, C \geq 7$.

Câu 12. Một hình đa diện có các mặt là những tam giác. Gọi M là tổng số mặt và C là tổng số cạnh C của đa diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng.

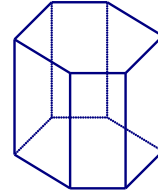
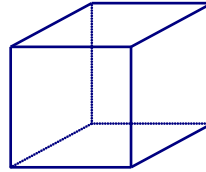
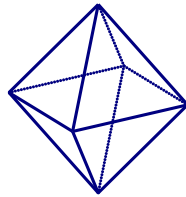
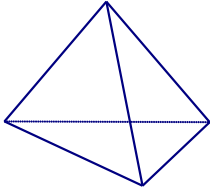
A. $3C = 2M$.

B. $C = M + 2$.

C. $M \geq C$.

D. $3M = 2C$.

Câu 13. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



A. Tứ diện đều.

B. Bát diện đều.

C. Hình lập phương.

D. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 14. Gọi n_1, n_2, n_3 lần lượt là số trục đối xứng của khối tứ diện đều, khối chóp tứ giác đều và khối lập phương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $n_1 = 0, n_2 = 0, n_3 = 6$.

B. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 9$.

C. $n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 9$.

D. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 3$.

Câu 15. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng.

B. 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Câu 16. Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là:

A. 4 mặt phẳng.

B. 6 mặt phẳng.

C. 8 mặt phẳng.

D. 10 mặt phẳng.

Câu 17. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng.

B. 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Câu 18. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng.

B. 6 mặt phẳng.

C. 9 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Câu 19. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng.

B. 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Câu 20. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8 mặt phẳng.

B. 9 mặt phẳng.

C. 10 mặt phẳng.

D. 12 mặt phẳng.

Câu 21. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

A. 4 mặt phẳng.

B. 9 mặt phẳng.

C. 6 mặt phẳng.

D. 12 mặt phẳng.

Câu 22. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh của một tứ diện?

A. 1 mặt phẳng.

B. 4 mặt phẳng.

C. 7 mặt phẳng.

D. Có vô số mặt phẳng.

Câu 23. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào ?

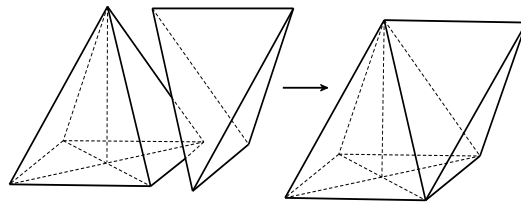
A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

B. Hai khối chóp tam giác.

C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

D. Hai khối chóp tứ giác.

Câu 24. Lắp ghép hai khối đa diện $(\mathcal{H}_1)$, $(\mathcal{H}_2)$ để tạo thành khối đa diện $(\mathcal{H})$, trong đó $(\mathcal{H}_1)$ là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a , $(\mathcal{H}_2)$ là khối tứ diện đều cạnh a sao cho một mặt của $(\mathcal{H}_1)$ trùng với một mặt của $(\mathcal{H}_2)$ như hình vẽ. Hỏi khối đa diện $(\mathcal{H})$ có tất cả bao nhiêu mặt?



A. 5.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

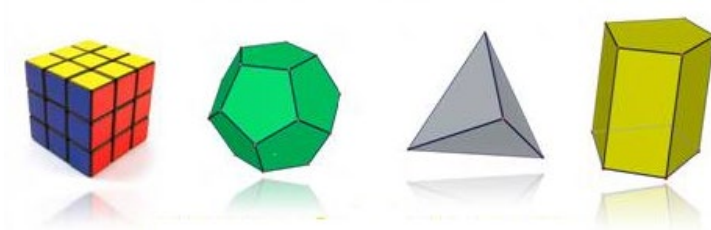
Câu 25. Có thể chia một hình lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện bằng nhau?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.



○ Bài 01

KHÁI NIỆM VỀ KHOẢNG ĐA DIỆN

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Chọn A.

Câu 2. Chọn D.

Câu 3. Các hình đa diện là: Hình 1; Hình 3; Hình 4. Chọn C.

Câu 4. Chọn C. Vì hình C vi phạm tính chất "Mỗi cạnh của miền đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai miền đa giác".

Câu 5. Chọn C.

Câu 6. Chọn B.

Câu 7. Chọn B.

Câu 8. Chọn A.

Câu 9. Chọn D.

Câu 10. Ta thấy các đáp án A, B, D đều đúng dựa vào khái niệm hình đa diện.

Chọn C.

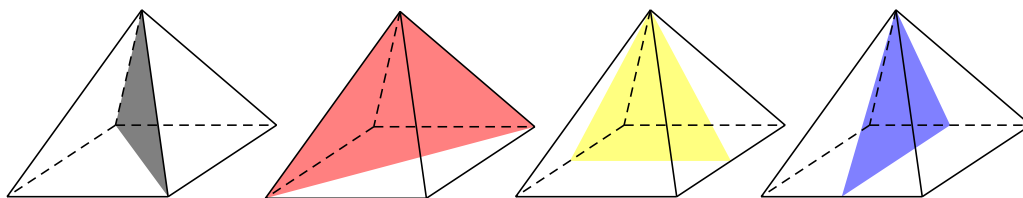
Câu 11. Xét hình đa diện là hình tứ diện thì kết quả về quan hệ số đỉnh và số mặt thỏa mãn đáp án C. Chọn C.

Câu 12. Vì mỗi mặt là những tam giác nên có tổng số cạnh là $3M$. Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên ta có hệ thức $3M = 2C$. Chọn D.

Câu 13. Chọn A.

Câu 14. Khối tứ diện đều có 3 trục đối xứng (đi qua trung điểm của các cặp cạnh đối diện). Khối chóp tứ giác đều có 1 trục đối xứng (đi qua đỉnh và tâm của mặt tứ giác). Khối lập phương có 9 trục đối xứng (Loại 1: đi qua tâm của các mặt đối diện; Loại 2: đi qua trung điểm các cặp cạnh đối diện). Chọn C.

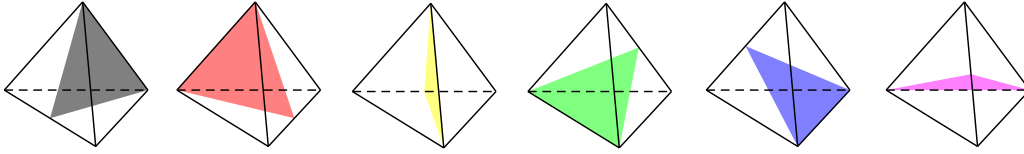
Câu 15. Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng bao gồm:



- 2 mặt phẳng đi qua đỉnh hình chóp và chứa đường trung bình của đáy.
- 2 mặt phẳng đi qua đỉnh hình chóp và chứa đường chéo của đáy.

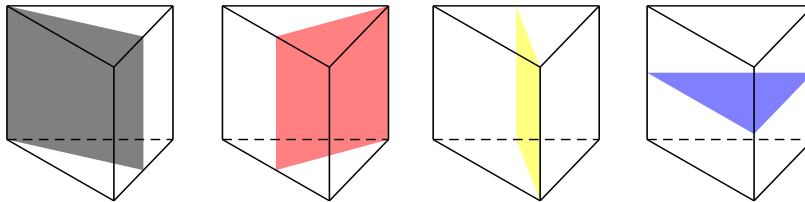
Chọn A.

Câu 16. Các mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là các mặt phẳng chứa một cạnh và qua trung điểm cạnh đối diện.



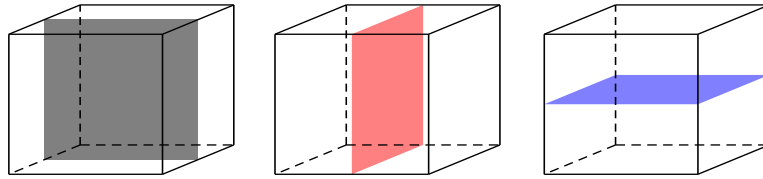
Vậy hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng. **Chọn B.**

Câu 17. Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng (hình vẽ bên dưới).



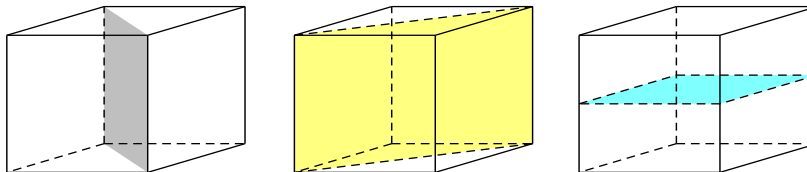
Chọn A.

Câu 18. Hình hộp chữ nhật (không phải là hình lập phương) có các mặt phẳng đối xứng là các mặt các mặt phẳng trung trực của các cặp cạnh đối.



Chọn D.

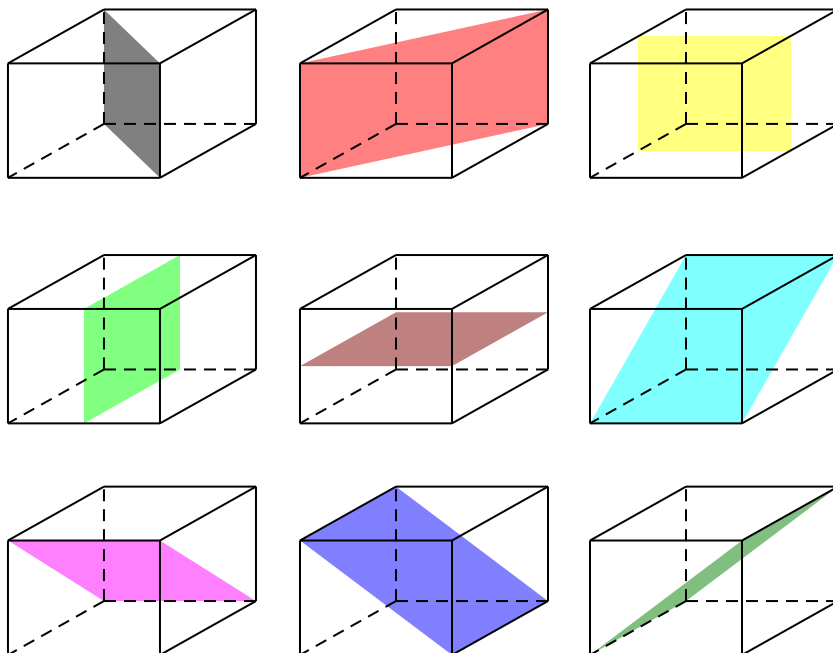
Câu 19. Hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình chữ nhật) có 3 mặt phẳng đối xứng bao gồm:



- 2 mặt phẳng chứa đường chéo của đáy và vuông góc với đáy.
- Một mặt phẳng là mặt phẳng trung trực của cạnh bên.

Chọn D.

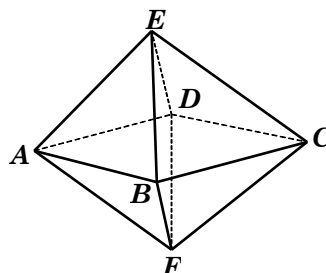
Câu 20. Có 9 mặt đối xứng (như hình vẽ sau). **Chọn B.**



Câu 21.

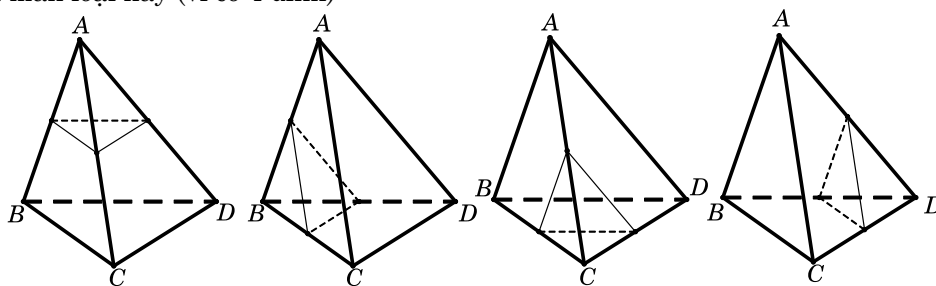
Gọi bát diện đều $ABCDEF$. Có 9 mặt phẳng đối xứng, bao gồm: 3 mặt phẳng $(ABCD)$, $(BEDF)$, $(AECF)$ và 6 mặt phẳng mà mỗi mặt phẳng là mặt phẳng trung trực của hai cạnh song song (chẳng hạn AB và CD).

Chọn B.



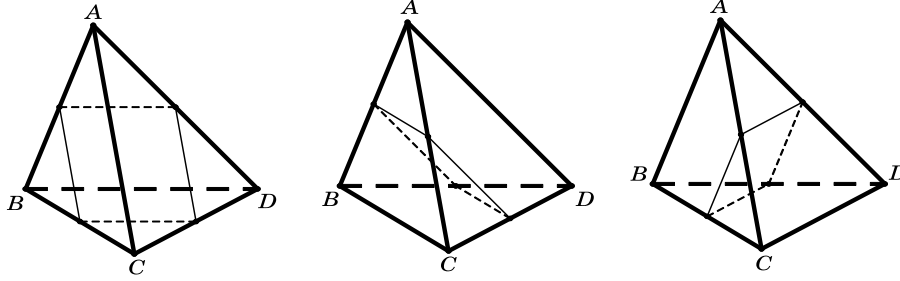
Câu 22. Có 2 loại mặt phẳng thỏa mãn đề bài là:

● Loại 1: Mặt phẳng qua trung điểm của 3 cạnh bên có chung đỉnh. Có 4 mặt phẳng thỏa mãn loại này (vì có 4 đỉnh)



Nhận xét. Loại này ta thấy có 1 điểm nằm khác phía với 3 điểm còn lại.

● Loại 2: Mặt phẳng qua trung điểm của 4 cạnh (4 cạnh này thuộc 2 cặp cạnh, mỗi cặp cạnh là chéo nhau). Có 3 mặt phẳng như thế.

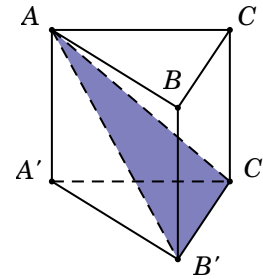


Nhận xét. Loại này ta thấy có 2 điểm nằm khác phía với 2 điểm còn lại.

Chọn C.

Câu 23. Dựa vào hình vẽ, ta thấy mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành khối chóp tam giác $A.A'B'C'$ và khối chóp tứ giác $A.BCC'B'$.

Chọn A.



Câu 24. Khối đa diện $(\mathcal{H})$ có đúng 5 mặt. **Chọn A.**

Sai lầm hay gặp: Khối chóp tứ giác đều có 5 mặt. Khối tứ diện đều có 4 mặt.

Ghép hai hình lại như hình vẽ ta được khối đa diện $(\mathcal{H})$ có 8 mặt.

Câu 25. Lần lượt dùng mặt phẳng $(BDD'B')$ ta chia thành hai khối lập phương thành hai khối lăng trụ $ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$.

- Với khối $ABD.A'B'D'$ ta lần lượt dùng các mặt phẳng $(AB'D')$ và $(AB'D)$ chia thành ba khối tứ diện bằng nhau.

- Tương tự với khối $BCD.B'C'D'$.

Vậy có tất cả 6 khối tứ diện bằng nhau. **Chọn C.**

