

O Bài 03

KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

I – NHẮC LẠI MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA

Hình lăng trụ là hình có hai đáy là hai đa giác bằng nhau nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và các mặt bên đều là các hình bình hành.

1. Hình lăng trụ đứng

Định nghĩa. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và vuông góc với mặt đáy.

2. Hình lăng trụ đều

Định nghĩa. Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau và vuông góc với mặt đáy.

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

1. Hình hộp đứng

Định nghĩa. Hình hộp đứng là hình hộp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Hình hộp đứng có 2 đáy là hình bình hành, 4 mặt xung quanh là 4 hình chữ nhật.

2. Hình hộp chữ nhật

Định nghĩa. Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

Tính chất. Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là 6 hình chữ nhật.

3. Hình lập phương

Định nghĩa. Hình lập phương là hình hộp chữ nhật 2 đáy và 4 mặt bên đều là hình vuông

Tính chất. Hình lập phương có 6 mặt đều là hình vuông.

Hình chóp là hình có đáy là một đa giác và các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.

I – THỂ TÍCH

1. Công thức tính thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} S.h$$

Trong đó: S là diện tích đáy, h là chiều cao khối chóp.

2. Công thức tính thể tích khối lăng trụ

$$V = B.h$$

Trong đó: B là diện tích đáy, h là chiều cao khối lăng trụ

- **Thể tích khối hộp chữ nhật:** $V = a.b.c$

Trong đó: a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

- **Thể tích khối lập phương:** $V = a^3$

Trong đó a là độ dài cạnh của hình lập phương.

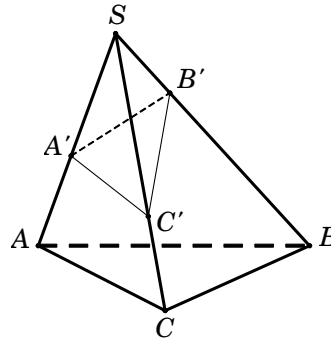
III – TỈ SỐ THỂ TÍCH

Cho khối chóp $S.ABC$ và A', B', C' là các điểm tùy ý lần lượt thuộc SA, SB, SC ta có

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Phương pháp này được áp dụng khi khối chóp không xác định được chiều cao một cách dễ dàng hoặc khối chóp cần tính là một phần nhỏ trong khối chóp lớn và cần chú ý đến một số điều kiện sau

- Hai khối chóp phải cùng chung đỉnh.
- Đáy hai khối chóp phải là tam giác.
- Các điểm tương ứng nằm trên các cạnh tương ứng.



CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM



Vấn đề 1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP



Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC là tam giác vuông cân tại S , $SB = 2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $3a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = 4a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = 12a^3$.

Câu 3. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 40$. B. $V = 192$. C. $V = 32$. D. $V = 24$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{6}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{15}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy ($ABCD$) và $SC = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên $SA = 2$ và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 1$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = 2$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 10. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Câu 11. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 12. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = a\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh huyền AC . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên $SD = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD thỏa $HD = 3HB$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{5}}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{15}}{24}$. C. $V = \frac{\sqrt{15}}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{15}}{12}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa $AH = 2BH$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $AB = SA = a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy; diện tích tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ (đvdt). Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , cạnh huyền AB bằng 3. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3}{2}$. B. $V = \frac{1}{4}$. C. $V = \frac{3}{4}$. D. $V = 1$.

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AC = 5a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 6\sqrt{2}a^3$. B. $V = 4\sqrt{2}a^3$. C. $V = 2\sqrt{2}a^3$. D. $V = 2a^3$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và SD tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB , góc giữa SC và mặt đáy bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{15}}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{15}}{18}$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{5}}{6}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 2a$, $BC = a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Biết góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi I là trung điểm của BC , SI tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B ; đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Biết $AC = 2a$, $BC = a$; góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $BD = 1$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là trung điểm OD . Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{1}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng

tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh đáy AD và BC ; $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$. B. $V = 8\sqrt{2}a^3$. C. $V = 8\sqrt{6}a^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = AB = a$. Gọi N là trung điểm SD , đường thẳng AN hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 34. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{1}{\sqrt{6}}$. B. $V = \sqrt{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc đáy và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , đường chéo $AC = a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa (SCD) và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = 1$, $AB = 2$; cạnh bên SA vuông góc với đáy; mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{2}$. B. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, $S_{\triangle ABD} = 6\text{cm}^2$, $AB = 3\text{cm}$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng 60° . Tính thể tích V của khối tứ diện đã cho.

A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. C. $V = 2\sqrt{3}\text{cm}^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$.

Câu 43. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , BD . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{7}{2}a^3$. B. $V = 14a^3$. C. $V = \frac{28}{3}a^3$. D. $V = 7a^3$.

Câu 44. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V = 3$. B. $V = 4$. C. $V = 6$. D. $V = 5$.

Câu 45. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và vuông góc với đáy (ABC) . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng

(α) qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

A. $V = \frac{2a^3}{27}$. B. $V = \frac{2a^3}{29}$. C. $V = \frac{a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{27}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$.

A. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{5a^3}{8}$. D. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh $2a$. Mặt bên tạo với đáy góc 60° . Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD . Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $DKAC$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{5}$. C. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 49*. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$ và $SA = SB = a$, $SC = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB$, $SC = SD$, $(SAB) \perp (SCD)$ và tổng diện tích hai tam giác SAB và SCD bằng $\frac{7a^2}{10}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{5}$. B. $V = \frac{4a^3}{15}$. C. $V = \frac{4a^3}{25}$. D. $V = \frac{12a^3}{25}$.

Vấn đề 2. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Câu 51. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 52. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 53. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 54. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác với $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AA' = 2a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 4a^3\sqrt{5}$. B. $V = a^3\sqrt{15}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 55. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 56. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho theo a , biết $A'B = 3a$.

A. $V = \frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. B. $V = 4\sqrt{5}a^3$. C. $V = 2\sqrt{5}a^3$. D. $V = 12a^3$.

Câu 57. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AB' = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{10}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 58. Cho hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt cùng xuất phát từ cùng một đỉnh là 10cm^2 , 20cm^2 , 32cm^2 . Tính thể tích V của hình hộp chữ nhật đã cho.

A. $V = 80\text{cm}^3$. B. $V = 160\text{cm}^3$. C. $V = 40\text{cm}^3$. D. $V = 64\text{cm}^3$.

Câu 59. Cho hình hộp chữ nhật có đường chéo $d = \sqrt{21}$. Độ dài ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 2$. Thể tích của khối hộp chữ nhật là

A. $V = 8$. B. $V = \frac{8}{3}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = 6$.

Câu 60. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = 1$. Cạnh $A'B$ tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \sqrt{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{1}{2}$.

Câu 61. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, đường chéo $A'C$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc α thỏa mãn $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{5}a^3$. D. $V = \frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Câu 62. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{9a^3}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 63. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{24}$.

Câu 64. Tính theo a thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60° , $A'C$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° và $AA' = a\sqrt{3}$.

A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 65. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = \sqrt{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Vấn đề 2. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN

Câu 66. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{8a^3}{3}$. C. $V = 8a^3$. D. $V = 4a^3\sqrt{2}$.

Câu 67. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $AA' = a$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 68. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $A'A = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 69. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết $A'O = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 70. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{2}$ và $A'A = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 71. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Biết rằng $A'A = A'B = A'C = a$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 72. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $AC = 2$; cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{21}}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{21}}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $V = \frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Câu 73. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng $2a^3$.

A. $V = 6a^3$. B. $V = \frac{5a^3}{2}$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 74. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12cm^3 . Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'CD'$.

A. $V = 2\text{cm}^3$. B. $V = 3\text{cm}^3$. C. $V = 4\text{cm}^3$. D. $V = 5\text{cm}^3$.

Câu 75. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$; $A'O$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Cạnh bên AA' hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 76. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh có độ dài bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC . Góc tạo bởi cạnh bên AA' với mặt đáy là 45° . Tính thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3$. B. $V = 1$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$.

Câu 77. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Cho hình lăng trụ tam giác ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V = \frac{8}{3}$. B. $V = \frac{16}{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 78. Tính thể tích V của một khối lăng trụ biết đáy có diện tích $S = 10\text{cm}^2$, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° và độ dài cạnh bên bằng 10cm.

A. $V = 100\text{cm}^3$. B. $V = 50\sqrt{3}\text{cm}^3$. C. $V = 50\text{cm}^3$. D. $V = 100\sqrt{3}\text{cm}^3$.

Câu 79. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 80. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp (ABCD)$ và cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $OABC'D'$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

○ Bài 03

KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



Vấn đề 1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP



Câu 1. Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Chiều cao khối chóp là $SA = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn D.

Câu 2. Ta chọn (SBC) làm mặt đáy $\longrightarrow$ chiều cao khối chóp là $d[A, (SBC)] = 3a$.

Tam giác SBC vuông cân tại S nên $S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}SB^2 = 2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S_{\Delta SBC}.d[A, (SBC)] = 2a^3$. **Chọn A.**

Câu 3. Tam giác ABC , có $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = BC^2$

$\longrightarrow$ tam giác ABC vuông tại $A \longrightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = 24$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = 32$. **Chọn C.**

Câu 4. Vì hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, suy ra $SA \perp (ABCD)$. Do đó chiều cao khối chóp là $SA = a\sqrt{15}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB.BC = 2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

Chọn B.

Câu 5. Đường chéo hình vuông $AC = a\sqrt{2}$.

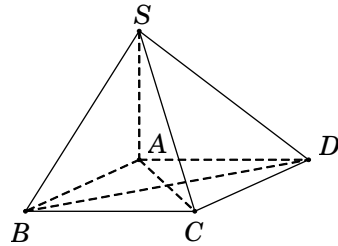
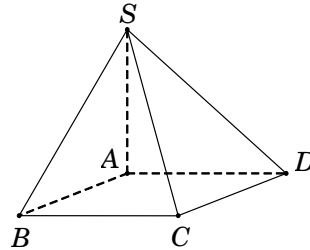
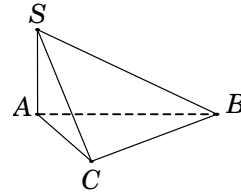
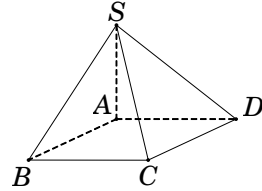
Xét tam giác SAC , ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}$.

Chiều cao khối chóp là $SA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn A.



Câu 6. Diện tích tam giác vuông $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.

Chiều cao khối chóp là $SA = 2a$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$.

Chọn C.

Câu 7. Diện tích hình thang $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = \left(\frac{AD + BC}{2} \right) \cdot AB = \frac{3}{2}.$$

Chiều cao khối chóp là $SA = 2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = 1$. **Chọn A.**

Câu 8. Gọi H là trung điểm của AB , suy ra $SH \perp AB$.

Do $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABC)$.

Tam giác SAB là đều cạnh $AB = a$ nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác vuông ABC , có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác vuông $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn A.**

Câu 9. Gọi I là trung điểm của AB . Tam giác SAB cân tại S và có I là trung điểm AB nên $SI \perp AB$. Do $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SI \perp (ABCD)$.

Tam giác vuông SIA , có

$$SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{AB}{2} \right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **Chọn B.**

Câu 10. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Vì $S.ABC$ là khối chóp đều nên suy ra $SI \perp (ABC)$.

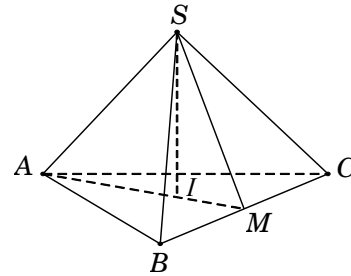
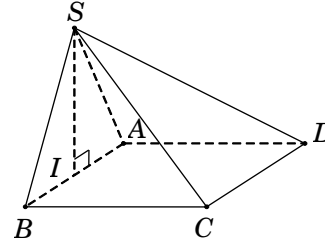
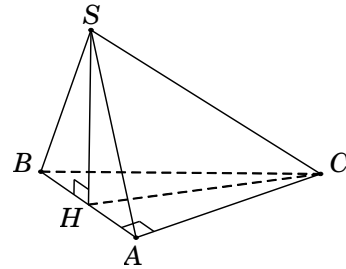
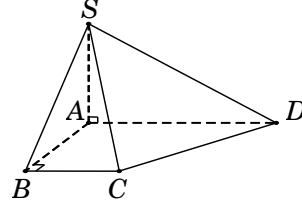
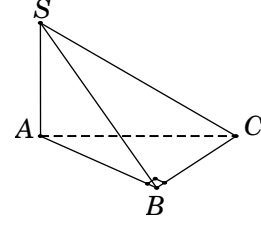
Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AI = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SAI vuông tại I , có

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SI = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **Chọn B.**



Câu 11. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Vì $S.ABC$ là khối chóp đều nên suy ra $SI \perp (ABC)$.

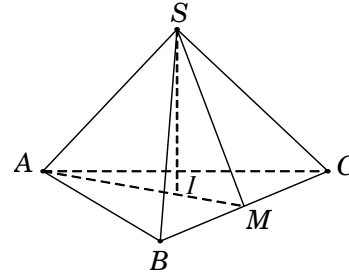
Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SAI vuông tại I , có

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} \cdot SI = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **Chọn C.**



Câu 12. Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} \cdot h \longrightarrow h = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 13. Gọi M là trung điểm AC . Theo giả thiết, ta có $SM \perp (ABC) \Rightarrow SM \perp AC$.

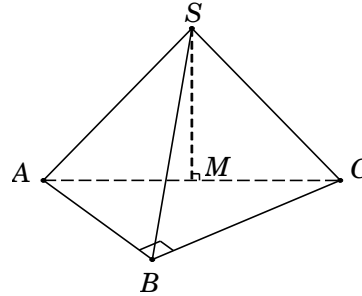
Tam giác vuông ABC , có $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông SMA , có

$$SM = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích tam giác vuông cân ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} \cdot SM = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn A.**



Câu 14. Vì $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều.

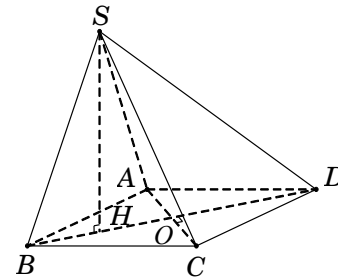
Suy ra

$$BO = \frac{\sqrt{3}}{2}; BD = 2BO = \sqrt{3}; HD = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

Tam giác vuông SHD , có $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{\sqrt{15}}{24}$. **Chọn B.**



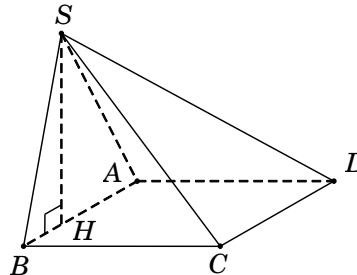
Câu 15. Trong tam giác vuông SAB , ta có

$$SA^2 = AH \cdot AB = \frac{2}{3}AB \cdot AB = \frac{2}{3}a^2;$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **Chọn D.**



Câu 16. Ta có $\triangle SAB = \triangle SAD \longrightarrow SB = SD$.

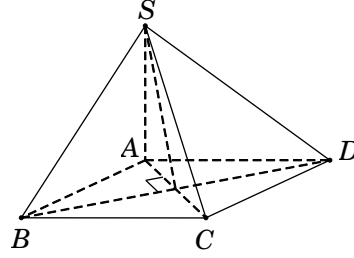
Hơn nữa, theo giả thiết $\widehat{SBD} = 60^\circ$.

Do đó $\triangle SBD$ đều cạnh $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông SAB , ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$ (đvtt). **Chọn C.**



Câu 17. Kẻ $SH \perp AC$. Do $(SAC) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AC nên $SH \perp (ABC)$.

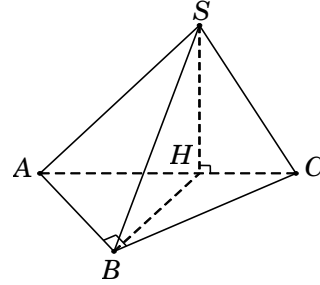
Trong tam giác vuông SAC , ta có

$$SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = a\sqrt{3}, \quad SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác vuông ABC , có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{4}$. **Chọn A.**



Câu 18. Ta có $BC \perp AB$ (do $ABCD$ là hình vuông).

Lại có $BC \perp SA$ (do SA vuông góc với đáy $(ABCD)$).

Từ (1) và (2), suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Do đó tam giác SBC vuông tại B .

Đặt cạnh hình vuông là $x > 0$.

Tam giác SAB vuông tại A nên

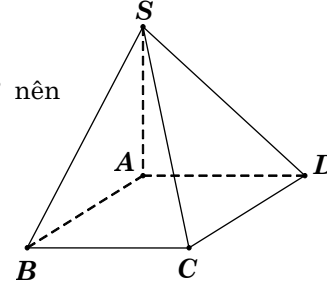
$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Theo chứng minh trên, ta có tam giác SBC vuông tại B nên

$$\frac{a^2\sqrt{2}}{2} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} SB \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2} \cdot x \longrightarrow x = a.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$. **Chọn C.**



Câu 19. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC . Suy ra $G = CM \cap BN$ là trọng tâm tam giác ABC . Theo giả thiết, ta có $SG \perp (ABC)$.

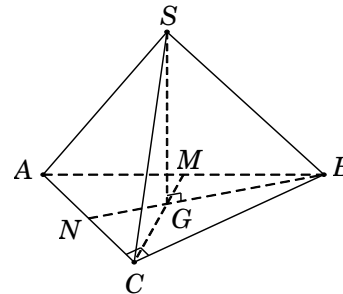
Tam giác ABC vuông cân tại C , suy ra $CA = CB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ và $CM \perp AB$.

Ta có $CM = \frac{1}{2} AB = \frac{3}{2}$, suy ra $GM = \frac{1}{3} CM = \frac{1}{2}$;

$$BG = \sqrt{BM^2 + GM^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}; \quad SG = \sqrt{SB^2 - GB^2} = 1.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CA \cdot CB = \frac{9}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SG = \frac{3}{4}$. **Chọn C.**



Câu 20. Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

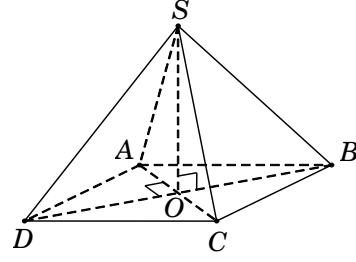
Suy ra OB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.

Khi đó $60^\circ = \widehat{SB, (ABCD)} = \widehat{SB, OB} = \widehat{SBO}$.

Tam giác vuông SOB , có $SO = OB \cdot \tan \widehat{SBO} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$. **Chọn A.**



Câu 21. Trong tam giác vuông ABC , ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{6}a$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của

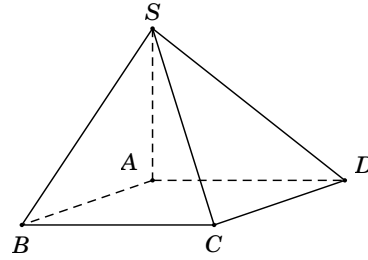
SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB .

Do đó $60^\circ = \widehat{SB, (ABCD)} = \widehat{SB, AB} = \widehat{SBA}$.

Tam giác vuông SAB , có $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2\sqrt{6}a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = 2\sqrt{2}a^3$. **Chọn C.**



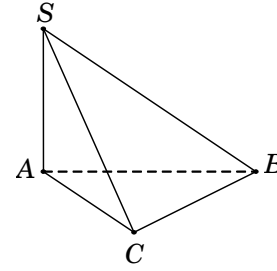
Câu 22. Do $SA \perp (ABCD)$ nên ta có

$$60^\circ = \widehat{SB, (ABC)} = \widehat{SB, AB} = \widehat{SBA}.$$

Tam giác vuông SAB , có $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{4}$. **Chọn A.**



Câu 23. Do $SA \perp (ABCD)$ nên ta có $60^\circ = \widehat{SD, (ABCD)} = \widehat{SD, AD} = \widehat{SDA}$.

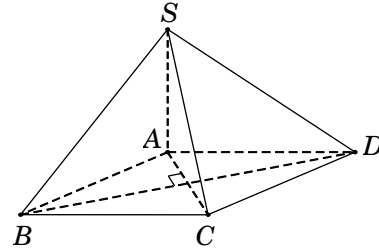
Tam giác vuông SAD , có $SA = AD \cdot \tan \widehat{SDA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình thoi

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle BAD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{2}$.

Chọn C.



Câu 24. Vì $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng đáy

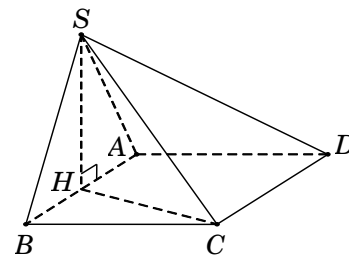
$(ABCD)$ là HC . Do đó $30^\circ = \widehat{SC, (ABCD)} = \widehat{SC, HC} = \widehat{SCH}$.

Tam giác vuông BCH , có $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Tam giác vuông SHC , có $SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = \frac{\sqrt{15}}{6}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 1$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{\sqrt{15}}{18}$. **Chọn B.**



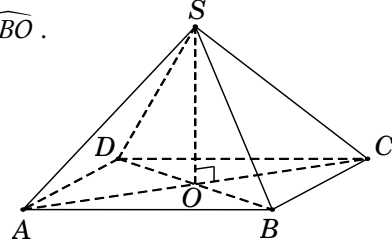
Câu 25. Gọi O là trung điểm AC , suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Theo giả thiết đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên hình chiếu của S xuống đáy là điểm $O \longrightarrow SO \perp (ABCD) \longrightarrow$ hình chiếu vuông góc của SB trên mặt đáy $(ABCD)$ là OB . Do đó $60^\circ = \widehat{SB, (ABCD)} = \widehat{SB, OB} = \widehat{SBO}$.

Tam giác vuông SOB , có $SO = OB \cdot \tan \widehat{SBO} = a\sqrt{3}$.

Tam giác vuông ABC , có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB \cdot BC = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = a^3$. **Chọn D.**



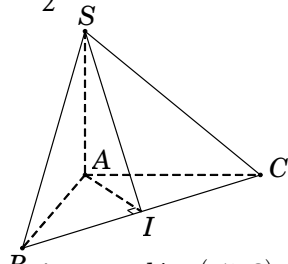
Câu 26. Vì $SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của SI trên mặt phẳng (ABC) là AI . Do đó $60^\circ = \widehat{SI, (ABC)} = \widehat{SI, AI} = \widehat{SIA}$.

Tam giác ABC vuông tại A , suy ra trung tuyến $AI = \frac{1}{2} BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác vuông SAI , có $SA = AI \cdot \tan \widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích tam giác vuông $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **Chọn D.**



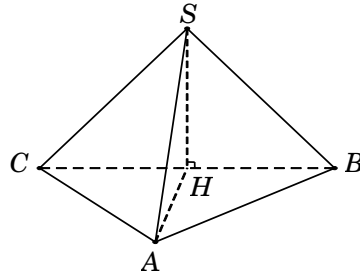
Câu 27. Vì $SH \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của SA trên mặt đáy (ABC) là HA . Do đó $60^\circ = \widehat{SA, (ABC)} = \widehat{SA, HA} = \widehat{SAH}$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác vuông SHA , có $SH = AH \cdot \tan \widehat{SAH} = \frac{3a}{2}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **Chọn A.**



Câu 28. Gọi H là trung điểm AC . Do tam giác ABC vuông tại B nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên hình chiếu của S trên mặt đáy (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , suy ra $SH \perp (ABC)$. Do đó $60^\circ = \widehat{SB, (ABC)} = \widehat{SB, BH} = \widehat{SBH}$.

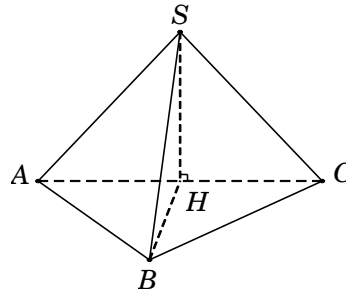
Tam giác vuông SHB , có

$$SH = BH \cdot \tan \widehat{SBH} = \frac{AC}{2} \cdot \tan \widehat{SBH} = a\sqrt{3}.$$

Tam giác vuông ABC , có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác vuông $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{2}$. **Chọn C.**



Câu 29. Vì $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $(ABCD)$ là HD . Do đó $60^\circ = \widehat{SD, (ABCD)} = \widehat{SD, HD} = \widehat{SDH}$.

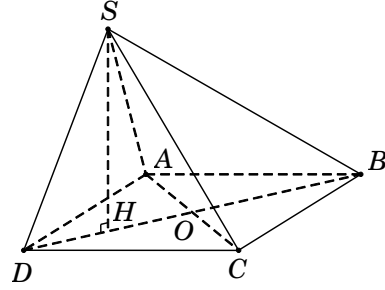
Tam giác vuông SHD , có

$$SH = HD \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{BD}{4} \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Trong hình vuông $ABCD$, có $AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = \frac{1}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{\sqrt{3}}{24}$. **Chọn A.**



Câu 30. Gọi $O = AC \cap BD$; M là trung điểm AB . Suy ra $H = BO \cap CM$.

Theo giả thiết $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $(ABCD)$ là HD . Do đó $30^\circ = \widehat{SD, (ABCD)} = \widehat{SD, HD} = \widehat{SDH}$.

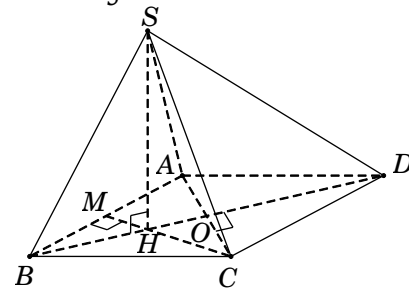
Tam giác ABC và ADC đều cạnh a , suy ra

$$\begin{cases} OD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ OH = \frac{1}{3} BO = \frac{a\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Rightarrow HD = OD + OH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác vuông SHD , có $SH = HD \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{2a}{3}$.

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **Chọn C.**



Câu 31. Ta có $45^\circ = \widehat{SD, (ABCD)} = \widehat{SD, AD} = \widehat{SDA}$.

Suy ra tam giác SAD vuông cân tại A nên $SA = AD = 2a$.

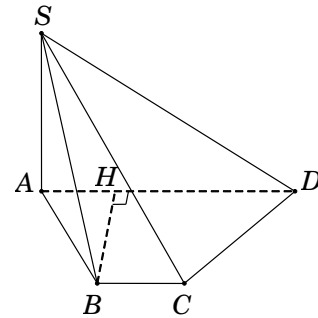
Trong hình thang $ABCD$, kẻ $BH \perp AD$ ($H \in AD$).

Do $ABCD$ là hình thang cân nên $AH = \frac{AD - BC}{2} = \frac{a}{2}$.

Tam giác AHB , có $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích $S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AD + BC) BH = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B.**

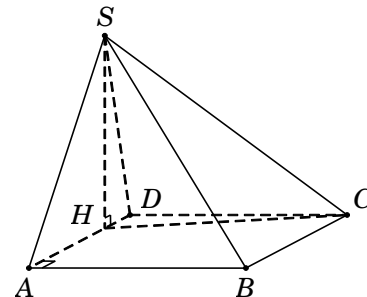


Câu 32. Hình chiếu vuông góc của SC trên mặt đáy là HC nên

$$30^\circ = \widehat{SC, (ABCD)} = \widehat{SC, HC} = \widehat{SCH}.$$

Tam giác vuông SAD , có $SA^2 = AH \cdot AD$

$$\Leftrightarrow 12a^2 = \frac{3}{4} AD \cdot AD = \frac{3}{4} AD^2.$$



Câu 36. Gọi E, F lần lượt là trung điểm BC, BA và $O = AE \cap CF$.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABC)$.

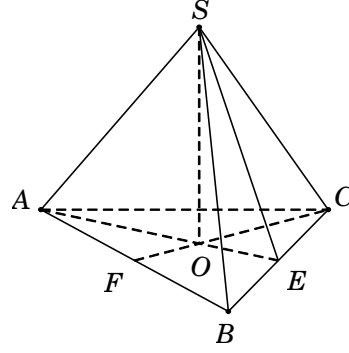
Khi đó $60^\circ = (\widehat{SBC}), (\widehat{ABC}) = \widehat{SE}, \widehat{OE} = \widehat{SEO}$.

Tam giác vuông SOE , có

$$SO = OE \cdot \tan \widehat{SEO} = \frac{AE}{3} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn A.**



Câu 37. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$ nên có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$.

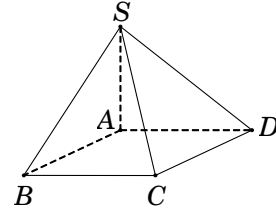
Do $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SD \perp CD; AD \perp CD \end{cases}$, suy ra $60^\circ = [(\widehat{SCD}), (\widehat{ABCD})] = [\widehat{SD}, \widehat{AD}] = \widehat{SDA}$.

Tam giác vuông SAD , có $SA = AD \cdot \tan \widehat{SDA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn D.



Câu 38. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ nên có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Do $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SB \perp BC; AB \perp BC \end{cases}$, suy ra $60^\circ = [(\widehat{SBC}), (\widehat{ABCD})] = [\widehat{SB}, \widehat{AB}] = \widehat{SBA}$.

Tam giác vuông SAB , có $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = a^3$.

Chọn C.

Câu 39. Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. (1)

Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra $BD \perp AO$. (2)

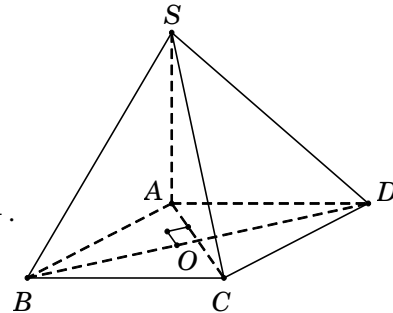
Từ (1) và (2), suy ra $BD \perp (SAO) \Rightarrow BD \perp SO$.

Do $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SO \perp BD, AO \perp BD \end{cases}$, suy ra $60^\circ = [(\widehat{SBD}), (\widehat{ABCD})] = [\widehat{SO}, \widehat{AO}] = \widehat{SOA}$.

Tam giác vuông SAO , ta có $SA = AO \cdot \tan \widehat{SOA} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **Chọn C.**



Câu 40. Gọi H là trung điểm AB , suy ra $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABCD)$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $\begin{cases} CH \perp AB \longrightarrow CH \perp CD \\ CH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

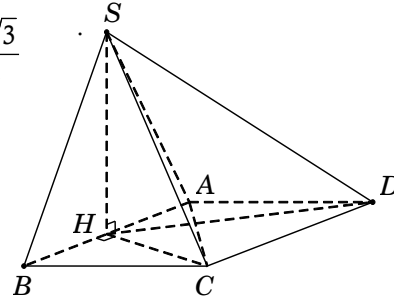
Ta có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SC \subset (SCD), SC \perp CD \\ HC \subset (ABCD), HC \perp CD \end{cases}$ suy ra

$$45^\circ = \widehat{(SCD), (ABCD)} = \widehat{SC, HC} = \widehat{SCH}.$$

Tam giác vuông SHC , có $SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ADC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3}{4}$. **Chọn A.**



Câu 41. Gọi I là trung điểm AB , suy ra $CI = AD = 1 = \frac{1}{2}AB$.

Do đó tam giác ABC vuông tại C . Suy ra $BC \perp AC$ nên

$$45^\circ = \widehat{(SBC), (ABCD)} = \widehat{SC, AC} = \widehat{SCA}.$$

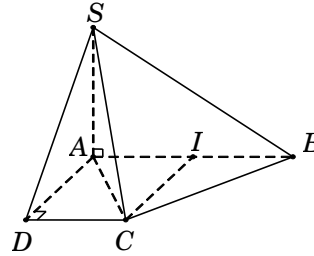
Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2}$.

Tam giác vuông SAC , có $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = \sqrt{2}$.

Diện tích hình thang $S_{ABCD} = \frac{(AB + DC)AD}{2} = \frac{3}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn C.



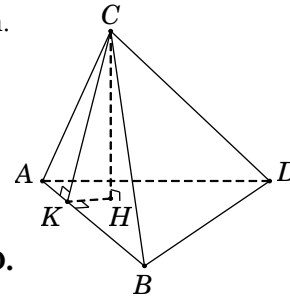
Câu 42. Kẻ $CK \perp AB$. Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CK \longrightarrow CK = \frac{8}{3}$ cm.

Gọi H là chân đường cao của hình chóp hạ từ đỉnh C .

Xét tam giác vuông CHK , ta có

$$CH = CK \cdot \sin \widehat{CKH} = CK \cdot \sin \widehat{(ABC), (ABD)} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy thể tích khối tứ diện $V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABD} \cdot CH = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm³. **Chọn D.**

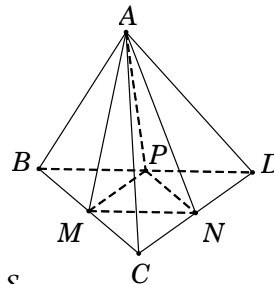


Câu 43. Do AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau nên

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3.$$

Dễ thấy $S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4}S_{\triangle BCD}$.

Suy ra $V_{AMNP} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = 7a^3$. **Chọn D.**



Câu 44. Vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $S_{\triangle GBC} = \frac{1}{3}S_{\triangle DBC}$.

Suy ra $V_{A.GBC} = \frac{1}{3}V_{ABCD} = \frac{1}{3}.12 = 4$. **Chọn B.**

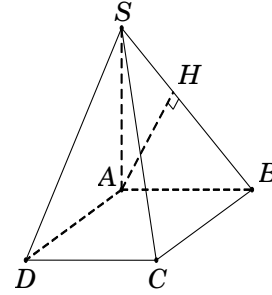
Câu 45. Gọi H là hình chiếu của A trên $SB \Rightarrow AH \perp SB$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$.

Suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow d[A, (SBC)] = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A , có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$.

Vậy $V = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$. **Chọn D.**



Câu 46. Từ giả thiết suy ra $AB = BC = a$.

Diện tích tam giác $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2}{2}$. Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.SA = \frac{a^3}{6}$.

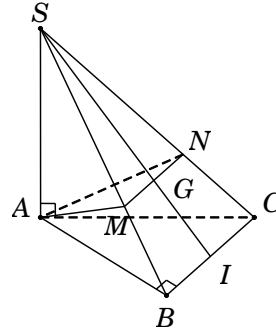
Gọi I là trung điểm BC .

Do G là trọng tâm $\triangle SBC$ nên $\frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$.

Vì $BC \parallel (\alpha) \rightarrow BC$ song song với giao tuyến MN

$\rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$ theo tỉ số $\frac{2}{3} \rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{4}{9}S_{\triangle SBC}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.AMN} = \frac{4}{9}.V_{S.ABC} = \frac{2a^3}{27}$.



Chọn A.

Nhận xét. 1) bạn đọc có thể tham khảo cách giải khác bằng tỉ số thể tích ở **Bài ???**

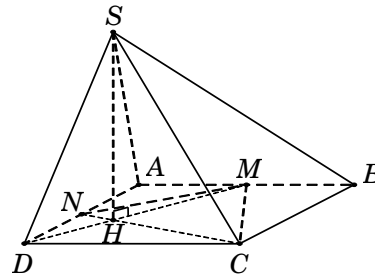
2) Hai tam giác đồng dạng theo tỉ số k thì tỉ số thể tích bằng k^3 .

Câu 47. Theo giả thiết, ta có $SH = a\sqrt{3}$.

Diện tích tứ giác $S_{CDNM} = S_{ABCD} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle BMC}$

$= AB^2 - \frac{1}{2}AM.AN - \frac{1}{2}BM.BC = a^2 - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{8}$.

Vậy $V_{S.CDNM} = \frac{1}{3}S_{CDNM}.SH = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn B.**



Câu 48. Gọi M là trung điểm CD , suy ra $OM \perp CD$ nên

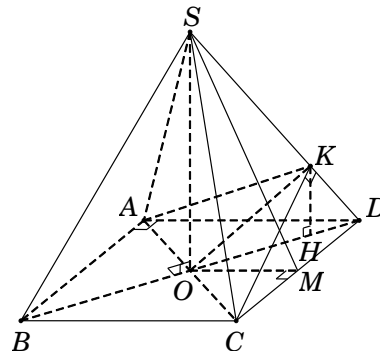
$60^\circ = \widehat{(SCD), (ABCD)} = \widehat{SM, OM} = \widehat{SMO}$.

Tam giác vuông SOM , có $SO = OM.tan \widehat{SMO} = a\sqrt{3}$.

Kẻ $KH \perp OD \Rightarrow KH \parallel SO$ nên $KH \perp (ABCD)$.

Tam giác vuông SOD , ta có $\frac{KH}{SO} = \frac{DK}{DS} = \frac{DO^2}{DS^2}$

$= \frac{OD^2}{SO^2 + OD^2} = \frac{2}{5} \rightarrow KH = \frac{2}{5}SO = \frac{2a\sqrt{3}}{5}$.



Diện tích tam giác $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} AD \cdot DC = 2a^2$.

Vậy $V_{DKAC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ADC} \cdot KH = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. **Chọn C.**

Câu 49*. Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow SM \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} SA = SB \\ \widehat{ASB} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB \text{ đều} \longrightarrow \begin{cases} AB = a \\ SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

Tam giác SAC , có $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = a\sqrt{10}$.

Tam giác SBC , có $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2 - 2SB \cdot SC \cdot \cos \widehat{BSC}} = a\sqrt{7}$.

Tam giác ABC , có $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

$\longrightarrow CM = \sqrt{AM^2 + AC^2 - 2AM \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}} = \frac{a\sqrt{33}}{2}$.

Ta có $SM^2 + MC^2 = SC^2 = 9a^2 \longrightarrow \Delta SMC$ vuông tại $M \longrightarrow SM \perp MC$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $SM \perp (ABC)$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SM = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **Chọn D.**

Cách 2. (Dùng phương pháp tỉ số thể tích-Bạn đọc sẽ hiểu rõ hơn vấn đề này ở Bài ??? đến Bài ???).

Trên cạnh SC lấy điểm D sao cho $SD = a$.

Dễ dàng suy ra $\begin{cases} AB = CD = a, AD = a\sqrt{2} \\ SA = SD = a, AD = a\sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \Delta ABD \text{ vuông cân} \\ \Delta SAD \text{ vuông cân} \end{cases}$.

Lại có $SA = SB = SD = a$ nên hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABD) là trung điểm I của AD .

Ta tính được $SI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} a^2$.

Suy ra $V_{S.ABD} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABD} \cdot SI = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

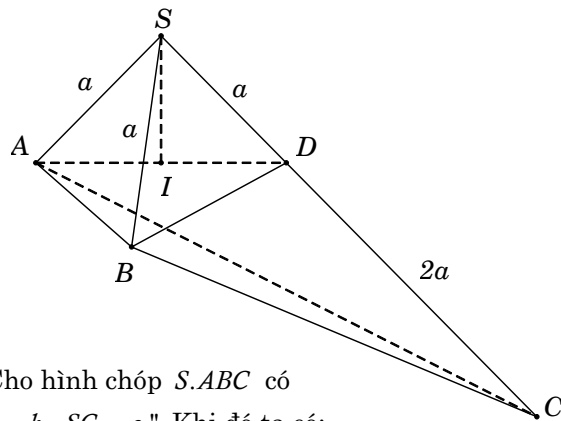
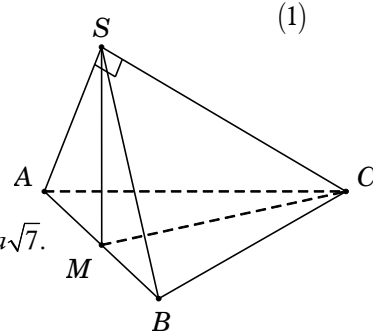
Ta có $\frac{V_{S.ABD}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SC} = \frac{1}{3}$

$\longrightarrow V_{S.ABC} = 3V_{S.ABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

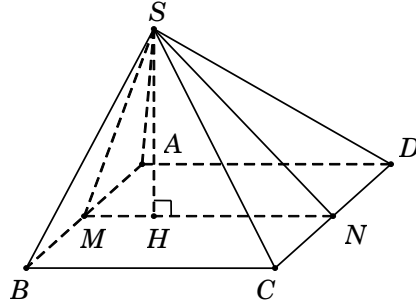
Cách 3. Phương pháp trực nghiệm. " Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \alpha$, $\widehat{BSC} = \beta$, $\widehat{CSA} = \gamma$ và $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$." Khi đó ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}.$$

Áp dụng công thức, ta được $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.



Câu 50. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .



Tam giác SAB cân tại S suy ra $SM \perp AB \Rightarrow SM \perp d$, với $d = (SAB) \cap (SCD)$.

Vì $(SAB) \perp (SCD)$ suy ra $SM \perp (SCD) \Rightarrow SM \perp SN$ và $(SMN) \perp (ABCD)$.

Kẻ $SH \perp MN \longrightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle SAB} + S_{\triangle SCD} = \frac{7a^2}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{2}AB \cdot SM + \frac{1}{2}CD \cdot SN = \frac{7a^2}{10} \longrightarrow SM + SN = \frac{7a}{5}.$$

Tam giác SMN vuông tại S nên $SM^2 + SN^2 = MN^2 = a^2$.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} SM + SN = \frac{7a}{5} \\ SM^2 + SN^2 = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow SM = \frac{3a}{5} \text{ \& } SN = \frac{4a}{5} \longrightarrow SH = \frac{SM \cdot SN}{MN} = \frac{12a}{25}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{4a^3}{25}. \text{ Chọn C.}$$

Vấn đề 2. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ ĐỨNG

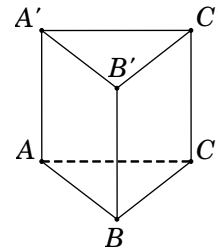
Câu 51. Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a .

Diện tích tam giác đều cạnh a là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của lăng trụ $h = AA' = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S \cdot h = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn D.



Câu 52. Xét khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều và $AA' \perp (ABC)$.

Diện tích xung quanh lăng trụ là $S_{xq} = 3.S_{ABB'A'}$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = 3.(AA'.AB) \Leftrightarrow 3a^2 = 3.(AA'.a) \Rightarrow AA' = a.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

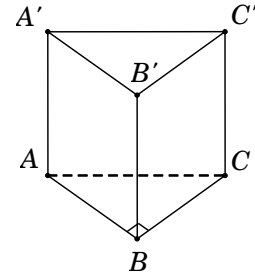
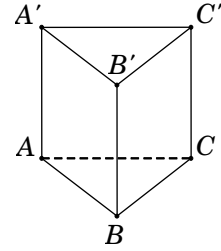
Chọn D.

Câu 53. Tam giác ABC vuông cân tại B ,

$$\text{suy ra } BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ $V = S_{\Delta ABC}.BB' = \frac{a^3}{2}$.

Chọn C.



Câu 54. Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = a^3\sqrt{15}$. **Chọn B.**

Câu 55. Đặt cạnh của khối lập phương là x ($x > 0$).

$$\text{Suy ra } CC' = x; AC = x\sqrt{2}.$$

Tam giác vuông ACC' , có

$$AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} \Leftrightarrow x\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a.$$

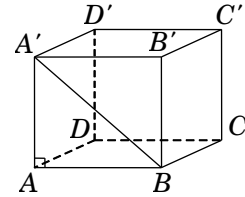
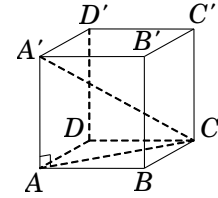
Vậy thể tích khối lập phương $V = a^3$. **Chọn A.**

Câu 56. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp AB$.

Xét tam giác vuông $A'AB$, ta có $A'A = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'A = 4\sqrt{5}a^3$. **Chọn B.**



Câu 57. Trong tam giác vuông ABB' , có $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = 2a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.BB' = 2a^3\sqrt{2}$. **Chọn D.**

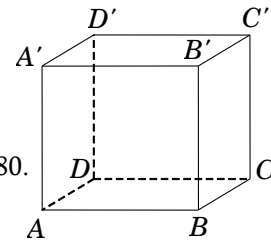
Câu 58. Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật.

$$\text{Theo bài ra, ta có } \begin{cases} S_{ABCD} = 10 \text{ cm}^2 \\ S_{ABB'A'} = 20 \text{ cm}^2 \\ S_{ADD'A'} = 30 \text{ cm}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB.AD = 10 \\ AB.AA' = 20 \\ AA'.AD = 32 \end{cases}$$

Nhân vế theo vế, ta được $(AA'.AB.AD)^2 = 6400 \Rightarrow AA'.AB.AD = 80$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = 80 \text{ cm}^3$. **Chọn A.**

Câu 59. Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài kích thước ba cạnh lần lượt là $AA' = a$, $AB = b$, $AD = c$ và có đường chéo AC' .



Theo bài ra, ta có a, b, c lập thành cấp số nhân có công bội $q = 2$. Suy ra $\begin{cases} b = 2a \\ c = 4a \end{cases}$.

Mặt khác, độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{21} \Rightarrow AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 21 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 21$.

Ta có hệ $\begin{cases} c = 2b = 4a \\ a^2 + b^2 + c^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b = 4a \\ a^2 + (2a)^2 + (4a)^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b = 4a \\ 21a^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 4 \end{cases}$.

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = abc = 8$. **Chọn A.**

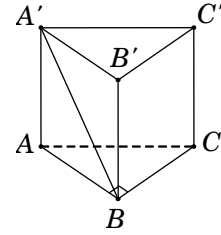
Câu 60. Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$, suy ra hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt đáy (ABC) là AB .

Do đó $60^\circ = \widehat{A'B, (ABC)} = \widehat{A'B, AB} = \widehat{A'BA}$.

Tam giác vuông $A'AB$, ta có $AA' = AB \cdot \tan \widehat{A'BA} = \sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2}$.

Vậy $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**



Câu 61. Ta có $AA' \perp (ABCD)$ nên

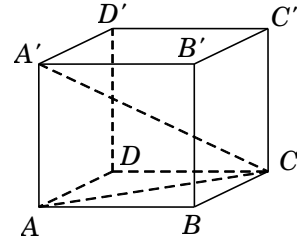
$$\widehat{A'C, (ABCD)} = \widehat{A'C, AC} = \widehat{A'CA}.$$

Tam giác vuông $A'AC$, ta có $AC = AA' \cdot \cot \alpha = a\sqrt{5}$.

Tam giác vuông ABC , ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 2a^3$. **Chọn A.**



Câu 62. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$. Tam giác ABC cân tại $A \longrightarrow$ tam giác $A'B'C'$ cân tại $A' \longrightarrow A'M \perp B'C'$.

Lại có $B'C' \perp AA'$. Từ đó suy ra $B'C' \perp (AA'M) \longrightarrow B'C' \perp AM$.

Do đó $60^\circ = \widehat{(AB'C'), (A'B'C')} = \widehat{(AM, A'M)} = \widehat{AMA'}$.

Tam giác vuông $A'B'M$, có

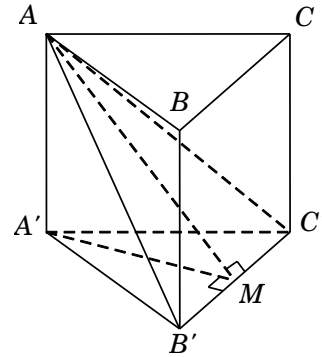
$$A'M = A'B' \cdot \cos \widehat{MA'B'} = a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

Tam giác vuông $AA'M$, có

$$AA' = A'M \cdot \tan \widehat{AMA'} = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích tam giác $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{3a^3}{8}$. **Chọn A.**



Câu 63. Tương tự như bài 62. **Chọn B.**

Câu 64. Ta có $30^\circ = \widehat{A'C}, (\widehat{ABCD}) = \widehat{A'C}, \widehat{AC} = \widehat{A'CA}$;

$60^\circ = \widehat{A'BC}, (\widehat{ABCD}) = \widehat{A'B}, \widehat{AB} = \widehat{A'BA}$.

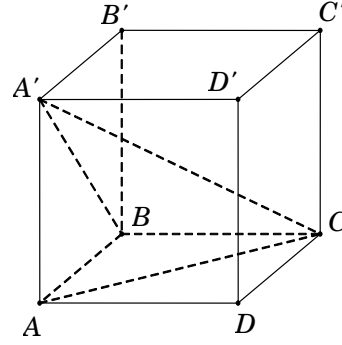
Tam giác vuông $A'AB$, có $AB = \frac{AA'}{\tan \widehat{A'BA}} = a$.

Tam giác vuông $A'AC$, có $AC = \frac{AA'}{\tan \widehat{A'CA}} = 3a$.

Tam giác vuông ABC , có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 2a^3\sqrt{6}$. **Chọn A.**



Câu 65. Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD} = 120^\circ$, suy ra $\widehat{ADC} = 60^\circ$. Do đó tam giác ABC và

ADC là các tam giác đều. Gọi N là trung điểm $A'B'$ nên $\begin{cases} C'N \perp A'B' \\ C'N = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

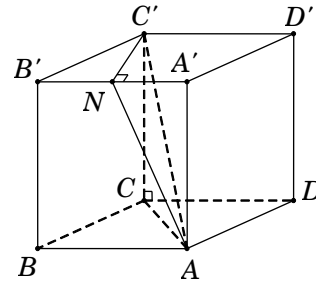
Suy ra $30^\circ = \widehat{AC'}, (\widehat{ADD'A'}) = \widehat{AC'}, \widehat{AN} = \widehat{C'AN}$.

Tam giác vuông $C'NA$, có $AN = \frac{C'N}{\tan \widehat{C'AN}} = \frac{3}{2}$.

Tam giác vuông $AA'N$, có $AA' = \sqrt{AN^2 - A'N^2} = \sqrt{2}$.

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = AB^2 \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**



Vấn đề 2. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN

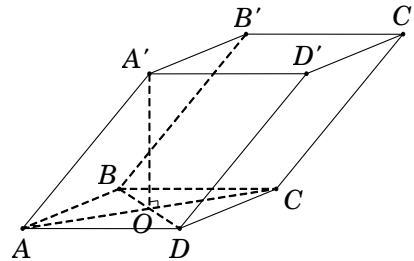
Câu 66. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra $A'O \perp (ABCD)$.

Tam giác vuông $A'OA$, có

$$A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}.$$

Diện tích hình vuông $S_{ABCD} = 4a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{\Delta ABCD} \cdot A'O = 4a^3\sqrt{2}$. **Chọn D.**

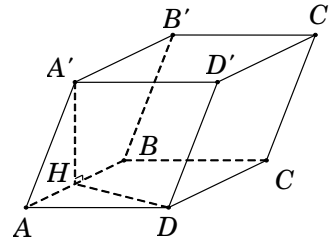


Câu 67. Theo giả thiết, ta có $A'H \perp AB$.

Tam giác vuông $A'HA$, có $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình vuông $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B.**

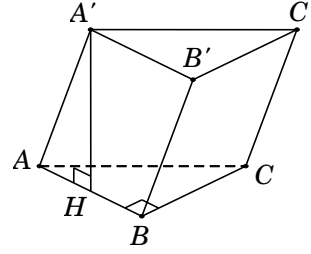


Câu 68. Từ giả thiết suy ra $BA = BC = a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông $A'HA$, có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = a^2$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**



Câu 69. Diện tích tam giác đều $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Chiều cao khối lăng trụ $A'O = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'O = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **Chọn A.**

Câu 70. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC .

Khi đó $G = AN \cap CM$ là trọng tâm ΔABC .

Theo giả thiết, ta có $A'G \perp (ABC)$.

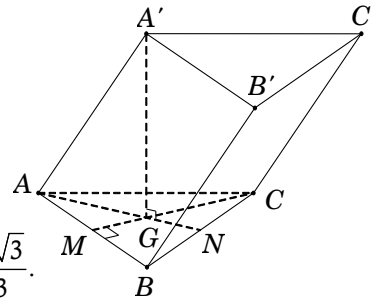
Tam giác ABC đều cạnh $2a\sqrt{2}$ nên suy ra

$$AN = a\sqrt{6} \longrightarrow AG = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}a\sqrt{6}.$$

Tam giác vuông $A'GA$, có $A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \left(2a\sqrt{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'G = 2a^3$. **Chọn D.**



Câu 71. Gọi I là trung điểm BC . Từ $A'A = A'B = A'C = a$, suy ra hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

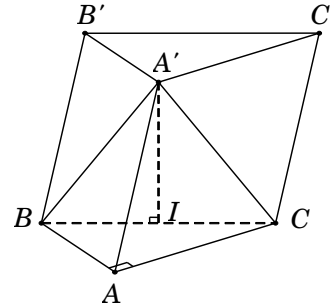
Suy ra $A'I \perp (ABC)$.

Tam giác ABC , có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông $A'IB$, có $A'I = \sqrt{A'B^2 - BI^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'I = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **Chọn C.**



Câu 72. Gọi H là chân đường cao hạ từ B trong ΔABC .

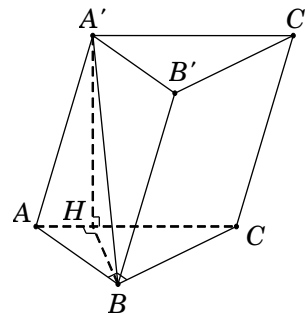
Theo giả thiết, ta có $A'H \perp (ABC)$.

Tam giác vuông ABC , có

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}; AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Tam giác vuông $A'HA$, có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{\sqrt{21}}{4}$. **Chọn A.**

Câu 73. Ta có thể tích khối chóp $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

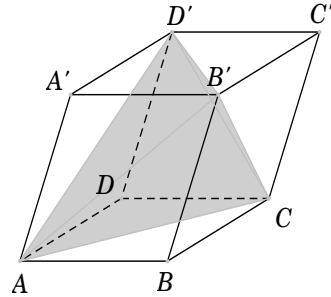
Suy ra $V_{A.BCB'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} \longrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2}V_{A.BCB'C'} = \frac{3}{2} \cdot 2a^3 = 3a^3$. **Chọn D.**

Câu 74. Gọi S là diện tích mặt đáy $ABCD$ và h là chiều cao khối hộp.

Thể tích khối hộp $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S \cdot h = 12\text{cm}^3$.

Chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành khối tứ diện $AB'CD'$ và 4 khối chóp: $A.A'B'D'$, $C.B'C'D'$, $B'.BAC$, $D'.DAC$ (như hình vẽ). Ta thấy bốn khối chóp này có thể tích bằng nhau và cùng bằng $\frac{1}{3} \cdot \frac{S}{2} \cdot h$.

Suy ra tổng thể tích 4 khối chóp bằng $V' = \frac{2}{3}Sh$.



Vậy thể tích khối tứ diện $V_{AB'CD'} = Sh - \frac{2}{3}Sh = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4\text{cm}^3$. **Chọn C.**

Câu 75. Vì $A'O \perp (ABCD)$ nên

$$45^\circ = \widehat{AA'}, (\widehat{ABCD}) = \widehat{AA'}, \widehat{AO} = \widehat{A'AO}.$$

Đường chéo hình chữ nhật

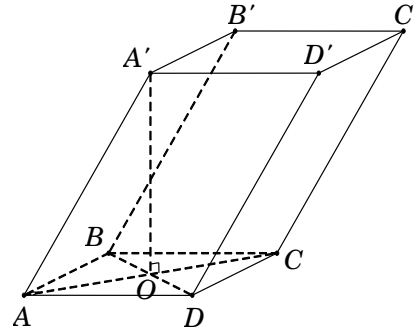
$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = a.$$

Suy ra tam giác $A'OA$ vuông cân tại O nên

$$A'O = AO = a.$$

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = a^3\sqrt{3}$. **Chọn D.**

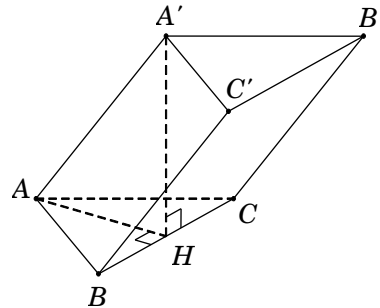


Câu 76. Tam giác ABC đều cạnh bằng 2 nên $AH = \sqrt{3}$. Vì $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của AA' trên mặt đáy (ABC) là AH . Do đó

$45^\circ = \widehat{AA'}, (\widehat{ABC}) = \widehat{AA'}, \widehat{AH} = \widehat{A'AH}$. Suy ra tam giác $A'HA$ vuông cân tại H nên $A'H = HA = \sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \sqrt{3}$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = 3$. **Chọn A.**



Câu 77. Gọi H là hình chiếu của C' trên mặt phẳng (ABC) .

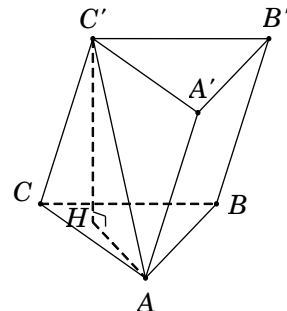
Suy ra AH là hình chiếu của AC' trên mặt phẳng (ABC) .

Do đó $60^\circ = \widehat{AC'}, (\widehat{ABC}) = \widehat{AC'}, \widehat{AH} = \widehat{HAC'}$.

Tam giác vuông AHC' , có $C'H = AC' \cdot \sin \widehat{HAC'} = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot C'H = 8\sqrt{3}$.

Suy ra thể tích cần tính $V_{ACB'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$. **Chọn D.**



Câu 78. Xét khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC .

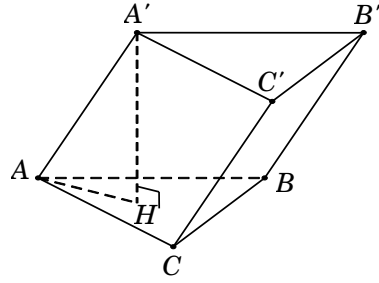
Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow A'H \perp (ABC)$. Suy ra AH là hình chiếu của AA' trên mặt phẳng (ABC) . Do đó

$$60^\circ = \widehat{AA', (ABC)} = \widehat{AA', AH} = \widehat{A'AH}.$$

Tam giác $A'AH$ vuông tại H , có

$$A'H = AA' \cdot \sin \widehat{A'AH} = 5\sqrt{3}.$$

Vậy $V = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = 50\sqrt{3} \text{ cm}^3$. **Chọn B.**



Câu 79. Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a .

Gọi H là tâm tam giác ABD . Vì A' cách đều các điểm A, B, D nên $A'H \perp (ABD)$.

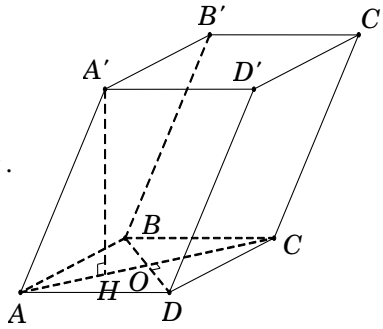
Do đó $60^\circ = \widehat{AA', (ABCD)} = \widehat{AA', HA} = \widehat{A'AH}$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác vuông $A'AH$, có $A'H = AH \cdot \tan \widehat{A'AH} = a$.

$$\text{Diện tích hình thoi } S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 80. Từ giả thiết, suy ra tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$.

Vì $A'O \perp (ABCD)$ nên $60^\circ = \widehat{AA', (ABCD)} = \widehat{AA', AO} = \widehat{A'AO}$.

Tam giác vuông $A'AO$, có $OA' = OA \cdot \tan \widehat{A'AO} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra thể tích khối hộp } V = S_{ABCD} \cdot OA' = \frac{3a^3}{4}.$$

$$\text{Ta có } V = V_{O.ABC'D'} + V_{AA'D'.BB'C'} + V_{C'.BOC} + V_{D'.AOD} + V_{O.CDD'C'}$$

$$= V_{O.ABC'D'} + \frac{1}{2}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{6}V \Rightarrow V_{O.ABC'D'} = \frac{V}{6} = \frac{a^3}{8}. \text{ Chọn C.}$$

