

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

○ Bài 01

NGUYÊN HÀM

1. Định nghĩa

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

Nhận xét. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x) + C$, ($C \in \mathbb{R}$) cũng là nguyên hàm của $f(x)$.

Ký hiệu: $\int f(x)dx = F(x) + C$.

2. Tính chất

- $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.
- $\int a \cdot f(x)dx = a \cdot \int f(x)dx$ ($a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$).
- $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Bảng nguyên hàm	
$\int kdx = kx + C$, k là hằng số	
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ($\alpha \neq -1$)	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K nếu:

- A. $f(x)$ xác định trên K . B. $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên K .
C. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên K . D. $f(x)$ liên tục trên K .

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$
và C là hằng số thì $\int f(x)dx = F(x) + C$.
- B. Mọi hàm số liên tục trên $(a;b)$ đều có nguyên hàm trên $(a;b)$.
- C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b) \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in (a;b)$.
- D. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.

Câu 3. Xét hai khẳng định sau:

- (I) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ đều có đạo hàm trên đoạn đó.
- (II) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ đều có nguyên hàm trên đoạn đó.

Trong hai khẳng định trên:

- A. Chỉ có (I) đúng.
B. Chỉ có (II) đúng.
C. Cả hai đều đúng.
D. Cả hai đều sai.

Câu 4. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ nếu:

- A.** Với mọi $x \in (a; b)$, ta có $F'(x) = f(x)$.
B. Với mọi $x \in (a; b)$, ta có $f'(x) = F(x)$.
C. Với mọi $x \in [a; b]$, ta có $F'(x) = f(x)$.
D. Với mọi $x \in (a; b)$, ta có $F'(x) = f(x)$, ngoài ra $F'(a^+) = f(a)$ và $F'(b^-) = f(b)$.

Câu 5. Trong các câu sau đây, nói về nguyên hàm của một hàm số f xác định trên khoảng D , câu nào là **sai**?

- (I) F là nguyên hàm của f trên D nếu và chỉ nếu $\forall x \in D : F'(x) = f(x)$.
- (II) Nếu f liên tục trên D thì f có nguyên hàm trên D .
- (III) Hai nguyên hàm trên D của cùng một hàm số thì sai khác nhau một hằng số.
- A. Không có câu nào sai. B. Câu (I) sai.
C. Câu (II) sai. D. Câu (III) sai.

Câu 6. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Giả sử $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Khi đó:

- Câu 7.** Xét hai câu sau:

trong đó $F(x)$ và $G(x)$ tương ứng là nguyên hàm của $f(x)$, $g(x)$.

Trong hai câu trên:

- Câu 8.** Các khẳng định nào sau đây là **sai**?

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số).

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx.$

D. $F(x) = 5 - \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$.

C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số). D. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

Câu 12. Hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ có nguyên hàm trên:

- A. $(0; \pi)$. B. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. C. $(\pi; 2\pi)$. D. $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 13. Một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{(x-1)^3}{2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

- A. $F(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \ln|x| + \frac{1}{2x}$. B. $F(x) = \frac{3(x-1)^4}{4x^3}$.
C. $F(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x^3}$. D. Một kết quả khác.

Câu 14. Tính $\int e^x \cdot e^{x+1} dx$ ta được kết quả nào sau đây?

- A. $e^x \cdot e^{x+1} + C$. B. $\frac{1}{2} e^{2x+1} + C$. C. $2e^{2x+1} + C$. D. Một kết quả khác.

Câu 15. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-3)^4$?

- A. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} + x$. B. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5}$.
C. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} + 2017$. D. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} - 1$.

Câu 16. Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số:

- A. $f(x) = e^{x^3}$. B. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$. C. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$. D. $f(x) = x^3 \cdot e^{x^3-1}$.

Câu 17. Cho $I = \int 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?

- A. $I = 2^{\sqrt{x}} + C$. B. $I = 2^{\sqrt{x}+1} + C$. C. $I = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$. D. $I = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$.

Câu 18. Cho $I = \int 2^{\frac{1}{2x}} \cdot \frac{\ln 2}{x^2} dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?

- A. $I = 2\left(2^{\frac{1}{2x}} + 2\right) + C$. B. $I = 2^{\frac{1}{2x}+1} + C$.
C. $I = 2^{\frac{1}{2x}} + C$. D. $I = 2\left(2^{\frac{1}{2x}} - 2\right) + C$.

Câu 19. Nếu $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng:

- A. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. B. $f(x) = 3x^2 + e^x$. C. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. D. $f(x) = x^2 + e^x$.

Câu 20. Nếu $\int f(x)dx = \sin 2x \cos x$ thì $f(x)$ là:

- A. $f(x) = \frac{1}{2}(3\cos 3x + \cos x)$. B. $f(x) = \frac{1}{2}(\cos 3x + \cos x)$.
 C. $f(x) = \frac{1}{2}(3\cos 3x - \cos x)$. D. $f(x) = \frac{1}{2}(\cos 3x - \cos x)$.

Câu 21. Nếu $\int f(x)dx = \frac{1}{x} + \ln x + C$ thì $f(x)$ là:

- A. $f(x) = \sqrt{x} + \ln x + C$. B. $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{x} + C$.
 C. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \ln x + C$. D. $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

Câu 22. Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

- A. $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos^2 x$. B. $f(x) = \tan^2 x$ và $g(x) = \frac{1}{\cos^2 x^2}$.
 C. $f(x) = e^x$ và $g(x) = e^{-x}$. D. $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \sin^2 x$.

Câu 23. Tìm số thực m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Tìm a, b, c để $F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

- A. $(a; b; c) = (1; 2; 0)$. B. $(a; b; c) = (1; -2; 0)$.
 C. $(a; b; c) = (-1; 2; 0)$. D. $(a; b; c) = (2; 1; 0)$.

Câu 25. Để $F(x) = (a \cos x + b \sin x)e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x \cos x$ thì giá trị của a, b là:

- A. $a = 1, b = 0$. B. $a = 0, b = 1$. C. $a = b = 1$. D. $a = b = \frac{1}{2}$.

Câu 26. Giả sử hàm số $f(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = x(1-x)e^{-x}$. Tính tổng $A = a + b + c$, ta được:

- A. $A = -2$. B. $A = 4$. C. $A = 1$. D. $A = 3$.

Câu 27. Cho các hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$; $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ với $x > \frac{3}{2}$.

Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì giá trị của a, b, c là:

- A. $a = 4, b = 2, c = 1$. B. $a = 4, b = -2, c = -1$.
 C. $a = 4, b = -2, c = 1$. D. $a = 4, b = 2, c = -1$.

Câu 28. Với giá trị nào của a, b, c, d thì $F(x) = (ax + b) \cdot \cos x + (cx + d) \cdot \sin x$ là một nguyên hàm của $f(x) = x \cos x$?

A. $a = b = 1, c = d = 0$.

B. $a = d = 0, b = c = 1$.

C. $a = 1, b = 2, c = -1, d = -2$.

D. Kết quả khác.

Câu 29. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này bằng $\frac{\pi}{8}$ khi $x = \frac{\pi}{4}$?

A. $F(x) = \frac{\sin^3 x}{3}$.

B. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$.

C. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{1}{4}$.

D. $F(x) = \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $f(1) = 1$ thì $f(5)$ có giá trị bằng:

A. $\ln 2$.

B. $\ln 3$.

C. $\ln 2 + 1$.

D. $\ln 3 + 1$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$.

A. $m = -\frac{4}{3}$.

B. $m = \frac{3}{4}$.

C. $m = -\frac{3}{4}$.

D. $m = \frac{4}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và đồ thị $y = F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{\sqrt{3}}{3} - \cot x$.

B. $F(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3} + \cot x$.

C. $F(x) = -\sqrt{3} + \cot x$.

D. $F(x) = \sqrt{3} - \cot x$.

Câu 33. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - 1$. Đồ thị của hàm số $F(x)$ và $f(x)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tọa độ các điểm chung của hai đồ thị hàm số trên là:

A. $(0; -1)$.

B. $\left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

C. $(0; -1)$ và $\left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

D. $\left(\frac{5}{2}; 8\right)$.

○ Bài 02

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM

1. Phương pháp đổi biến số

Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f[u(x)] \cdot u'(x)dx = F[u(x)] + C$.

Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm $I = \int f(x)dx$, trong đó ta có thể phân tích $f(x) = g(u(x))u'(x)$ thì ta thực hiện phép đổi biến số $t = u(x)$, suy ra $dt = u'(x)dx$.

Khi đó ta được nguyên hàm: $\int g(t)dt = G(t) + C = G[u(x)] + C$.

Chú ý: Sau khi tìm được họ nguyên hàm theo t thì ta phải thay $t = u(x)$.

2. Phương pháp lấy nguyên hàm từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Khi đó: $\int u dv = uv - \int v du$. (*)

Để tính nguyên hàm $\int f(x)dx$ bằng từng phần ta làm như sau:

Bước 1. Chọn u, v sao cho $f(x)dx = u dv$ (chú ý $dv = v'(x)dx$).

Sau đó tính $v = \int dv$ và $du = u'.dx$.

Bước 2. Thay vào công thức (*) và tính $\int v du$.

Chú ý. Cần phải lựa chọn u và dv hợp lý sao cho ta dễ dàng tìm được v và tích phân $\int v du$ dễ tính hơn $\int u dv$. Ta thường gặp các dạng sau

• **Dạng 1.** $I = \int P(x) \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx \end{cases}$.

• **Dạng 2.** $I = \int P(x)e^{ax+b}dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = e^{ax+b}dx \end{cases}$.

• **Dạng 3.** $I = \int P(x)\ln(mx+n)dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \ln(mx+n) \\ dv = P(x)dx \end{cases}$.

• **Dạng 4.** $I = \int \left[\frac{\sin x}{\cos x} \right] e^x dx.$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \left[\frac{\sin x}{\cos x} \right] \\ dv = e^x dx \end{cases}.$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM



Vấn đề 1. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ



Câu 34. Câu nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $F'(t) = f(t)$ thì $F'(u(x)) = f(u(x)).$
- B. $\int f(t) dt = F(t) + C \Rightarrow \int f(u(x)) u'(x) dx = F(u(x)) + C.$
- C. Nếu $G(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(t)$ thì $G(u(x))$ là một nguyên hàm của hàm số $g(u(x)).u'(x).$
- D. $\int f(t) dt = F(t) + C \Rightarrow \int f(u) du = F(u) + C$ với $u = u(x).$

Câu 35. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu $\int f(t) dt = F(t) + C$ thì $\int f(u(x)).u'(x) dx = F(u(x)) + C.$
- B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int [F(x) - G(x)] dx$ có dạng $h(x) = Cx + D$ (C, D là các hằng số và $C \neq 0$).
- C. $F(x) = 7 + \sin^2 x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x.$
- D. $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \sqrt{u(x)} + C.$

Câu 36. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \sqrt{2x-1}.$$

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$
- B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$
- C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C.$
- D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C.$

Câu 37. Để tính $\int \frac{e^{\ln x}}{x} dx$ theo phương pháp đổi biến số, ta đặt:

- A. $t = e^{\ln x}.$
- B. $t = \ln x.$
- C. $t = x.$
- D. $t = \frac{1}{x}.$

Câu 38. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = xe^{x^2}$.

Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$:

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + 2$.

B. $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5)$.

C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + C$.

D. $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2})$.

Câu 39. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$.

Nếu $F(e^2) = 4$ thì $\int \frac{\ln x}{x} dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + C$.

B. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + 2$.

C. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} - 2$.

D. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + x + C$.

Câu 40. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = e^{\sin x} \cos x$.

Nếu $F(\pi) = 5$ thì $\int e^{\sin x} \cos x dx$ bằng:

A. $F(x) = e^{\sin x} + 4$.

B. $F(x) = e^{\sin x} + C$.

C. $F(x) = e^{\cos x} + 4$.

D. $F(x) = e^{\cos x} + C$.

Câu 41. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y = \sin^4 x \cos x$.

$F(x)$ là hàm số nào sau đây?

A. $F(x) = \frac{\cos^5 x}{5} + C$.

B. $F(x) = \frac{\cos^4 x}{4} + C$.

C. $F(x) = \frac{\sin^4 x}{4} + C$.

D. $F(x) = \frac{\sin^5 x}{5} + C$.

Câu 42. Xét các mệnh đề sau, với C là hằng số:

(I) $\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + C$.

(II) $\int e^{3\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{3}e^{3\cos x} + C$.

(III) $\int \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\sin x - \cos x}} dx = 2\sqrt{\sin x - \cos x} + C$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Vấn đề 2. PHƯƠNG PHÁP LẤY NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Câu 43. Để tính $\int x \ln(2+x) dx$ theo phương pháp tính nguyên hàm từng phần, ta đặt:

- A. $\begin{cases} u = x \\ dv = \ln(2+x) dx \end{cases}$ B. $\begin{cases} u = \ln(2+x) \\ dv = x dx \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} u = x \ln(2+x) \\ dv = dx \end{cases}$ D. $\begin{cases} u = \ln(2+x) \\ dv = dx \end{cases}$.

Câu 44. Để tính $\int x^2 \cos x dx$ theo phương pháp tính nguyên hàm từng phần, ta đặt:

- A. $\begin{cases} u = x \\ dv = x \cos x dx \end{cases}$. B. $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases}$. C. $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = x^2 dx \end{cases}$. D. $\begin{cases} u = x^2 \cos x \\ dv = dx \end{cases}$.

Câu 45. Kết quả của $I = \int x e^x dx$ là:

- A. $I = e^x + x e^x + C$. B. $I = \frac{x^2}{2} e^x + C$.
 C. $I = x e^x - e^x + C$. D. $I = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C$.

Câu 46. Hàm số $f(x) = (x-1)e^x$ có một nguyên hàm $F(x)$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này bằng 1 khi $x = 0$?

- A. $F(x) = (x-1)e^x$. B. $F(x) = (x-2)e^x$.
 C. $F(x) = (x+1)e^x + 1$. D. $F(x) = (x-2)e^x + 3$.

Câu 47. Một nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này triệt tiêu khi $x = 1$?

- A. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} (x^2 + 1)$. B. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x + 1$.
 C. $F(x) = \frac{1}{2} x \ln x + \frac{1}{2} (x^2 + 1)$. D. Một kết quả khác.

Câu 48. Tính nguyên hàm $I = \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$ được kết quả nào sau đây?

- A. $I = \ln x \cdot \ln(\ln x) + C$. B. $I = \ln x \cdot \ln(\ln x) + \ln x + C$.
 C. $I = \ln x \cdot \ln(\ln x) - \ln x + C$. D. $I = \ln(\ln x) + \ln x + C$.

Câu 49. Tính nguyên hàm $I = \int \sin x \cdot e^x dx$, ta được:

- A. $I = \frac{1}{2} (e^x \sin x - e^x \cos x) + C$. B. $I = \frac{1}{2} (e^x \sin x + e^x \cos x) + C$.
 C. $I = e^x \sin x + C$. D. $I = e^x \cos x + C$.

Câu 50. Để tìm nguyên hàm của $f(x) = \sin^4 x \cos^4 x$ thì nên:

- A. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \sin x$.
- B. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \cos x$.
- C. Biến đổi lượng giác $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{\sin^2 2x}{4} = \frac{1 - \cos 4x}{8}$ rồi tính.
- D. Dùng phương pháp lấy nguyên hàm từng phần, đặt $u = \sin^4 x$, $dv = \cos^4 x dx$.

○ Bài 03

TÍCH PHÂN

1. Định nghĩa

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên K và a, b là hai số bất kì thuộc K . Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì hiệu số

$$F(b) - F(a)$$

được gọi là tích phân của $f(x)$ từ a đến b và kí hiệu là

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

2. Tính chất

▪ Tích phân tại một giá trị xác định của biến số thì bằng 0, tức là $\int_a^a f(x) dx = 0$.

▪ Đổi cận thì đổi dấu, tức là $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

▪ Hằng số trong tích phân có thể đưa ra ngoài dấu tích phân, tức là

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad (k \text{ là hằng số}).$$

▪ Tích phân một tổng bằng tổng các tích phân, tức là

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$$

▪ Tách đôi tích phân, tức là $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Chú ý: Tích phân $\int_a^b f(x) dx$ chỉ phụ thuộc vào hàm f và các cận a, b mà không phụ

thuộc vào biến số x , tức là $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

- A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. B. $\int_a^b k dx = k(b-a), \forall k \in \mathbb{R}$.
- C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ với $c \in [a; b]$.
- D. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$.

Câu 52. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b là hai điểm của K , ngoài ra k là một số thực tùy ý. Khi đó:

- (I) $\int_a^a f(x)dx = 0$. (II) $\int_b^a f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$. (III) $\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.

Trong ba công thức trên:

- A. Chỉ có (I) sai. B. Chỉ có (II) sai.
C. Chỉ có (I) và (II) sai. D. Cả ba đều đúng.

Câu 53. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $\int_{-1}^1 dx = 1$. B. $\int_a^b f_1(x) \cdot f_2(x)dx = \int_a^b f_1(x)dx \cdot \int_a^b f_2(x)dx$.
- C. Nếu $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \geq 0$.
- D. Nếu $\int_0^a f(x)dx = 0$ thì $f(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 54. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ với mọi a, b, c thuộc tập xác định của $f(x)$.
- B. Nếu $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ thì $f(x) \geq 0, \forall x \in [a; b]$.
- C. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = 2\sqrt{1+x^2} + C$.
- D. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$
thì $\sqrt{F(x)}$ là nguyên hàm của hàm số $\sqrt{f(x)}$.

Câu 55. Đặt $F(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2} dt$. Đạo hàm $F'(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $F'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$

B. $F'(x) = \sqrt{1+x^2}.$

C. $F'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$

D. $F'(x) = (x^2+1)\sqrt{1+x^2}.$

Câu 56. Cho $F(x) = \int_1^x (t^2 + t) dt$. Giá trị nhỏ nhất của $F(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. $\frac{1}{6}.$

B. 2.

C. $-\frac{5}{6}.$

D. $\frac{5}{6}.$

Câu 57. Cho $F(x) = \int_0^x \frac{t-\sqrt{3}}{t^2+1} dt$. Xét các mệnh đề:

I. $F'(x) = \frac{x-\sqrt{3}}{x^2+1}.$

II. Hàm số $F(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{3}.$

III. Hàm số $F(x)$ đạt cực đại tại $x = \sqrt{3}.$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. I và II.

D. I và III.

Câu 58. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

A. $\int_0^1 x^2 dx \geq \int_0^1 x^3 dx.$

B. Đạo hàm của $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+t}$ là $F'(x) = \frac{1}{1+x} (x > 0).$

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-a; a]$ thì $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$

D. Nếu $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx.$

Câu 59. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int_{-3}^0 f(x) dx = a$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $\int_0^3 f(x) dx = -a.$

B. $\int_{-3}^3 f(x) dx = 2a.$

C. $\int_{-3}^3 f(x) dx = a.$

D. $\int_3^0 f(x) dx = a.$

Câu 60. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng:

A. 29.

B. 5.

C. 19.

D. 9.

Câu 61. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_5^2 [2 - 4f(x)]dx$ bằng:

- A. 32. B. 34. C. 36. D. 40.

Câu 62. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_1^4 f(t)dt = -3$. Giá trị của $\int_2^4 f(u)du$ là:

- A. -2 . B. -4 . C. 4. D. 2.

Câu 63. Cho hàm f liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_a^d f(x)dx = 10$, $\int_b^d f(x)dx = 8$, $\int_a^c f(x)dx = 7$.

Tính $I = \int_b^c f(x)dx$, ta được.

- A. $I = -5$. B. $I = 7$. C. $I = 5$. D. $I = -7$.

Câu 64. Cho biết $\int_1^3 f(x)dx = -2$, $\int_1^4 f(x)dx = 3$, $\int_1^4 g(x)dx = 7$.

Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = 10$. B. $\int_3^4 f(x)dx = 1$.
C. $\int_4^3 f(x)dx = -5$. D. $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)]dx = -2$.

Câu 65. Cho biết $A = \int_1^2 [3f(x) + 2g(x)]dx = 1$ và $B = \int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx = -3$.

Giá trị của $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. $-\frac{5}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 66. Giả sử A, B là các hằng số của hàm số $f(x) = A \sin(\pi x) + Bx^2$.

Biết $\int_0^2 f(x)dx = 4$. Giá trị của B là:

- A. 1. B. Một đáp số khác. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 67. Tính các hằng số A và B để hàm số $f(x) = A \sin(\pi x) + B$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(1) = 2$ và $\int_0^2 f(x)dx = 4$.

- A. $A = -\frac{2}{\pi}$, $B = 2$. B. $A = \frac{2}{\pi}$, $B = 2$.
C. $A = -\frac{2}{\pi}$, $B = -2$. D. $A = \frac{2}{\pi}$, $B = -2$.

Câu 68. Giá trị nào của b để $\int_1^b (2x-6)dx = 0$?

- A. $b = 0$ hoặc $b = 3$. B. $b = 0$ hoặc $b = 1$
C. $b = 5$ hoặc $b = 0$. D. $b = 1$ hoặc $b = 5$.

Câu 69. Cho $\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = e$ với $a > 1$. Khi đó, giá trị của a thỏa mãn là:

- A. $\frac{1}{e}$. B. e . C. $\frac{e}{2}$. D. e^2 .

Câu 70. Để $\int_1^k (k-4x)dx = 6-5k$ thì giá trị của k là:

- A. $k = 1$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = 4$.

Câu 71. Để $\int_0^x \left(\sin^2 t - \frac{1}{2} \right) dt = 0$, với $k \in \mathbb{Z}$ thì x thỏa:

- A. $x = k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = k\frac{\pi}{2}$. D. $x = (2k+1)\pi$.

Câu 72. Nếu $\int_0^a (\cos x + \sin x)dx = 0$ ($0 < a < 2\pi$) thì giá trị a bằng:

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. π .

Câu 73. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng:

- A. 9. B. 6. C. 3. D. 81.

Câu 74. Nếu kết quả của $\int_1^2 \frac{dx}{x+3}$ được viết ở dạng $\ln \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và ước chung lớn nhất của a, b bằng 1. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $3a-b < 12$. B. $a+2b = 13$. C. $a-b > 2$. D. $a^2+b^2 = 41$.

Câu 75. Tính tích phân $\int_1^2 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$, ta thu được kết quả ở dạng $a+b\ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $a^2+b^2 > 10$. B. $a > 0$. C. $a-b > 1$. D. $b-2a > 0$.

Câu 76. Kết quả của tích phân $\int_{-1}^0 \left(x+1+\frac{2}{x-1} \right) dx$ được viết dưới dạng $a+b\ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó $a+b$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 77. Biết rằng $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a\ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$.

Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $a < 5$. B. $b > 4$. C. $a^2 + b^2 > 50$. D. $a + b < 1$.

Câu 78. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x^2 - 2x)(x - 1)}{x + 1} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Chọn

khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $b > 0$. B. $c < 0$. C. $a < 0$. D. $a + b + c > 0$.

Câu 79. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x - 2)(x^2 - x + 2)}{x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $b > 0$. B. $c > 0$. C. $a < 0$. D. $a + b + c > 0$.

Câu 80. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3}$ (m/s). Quãng đường vật đó đi

được trong 4 giây đầu tiên bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- A. 18,82 m. B. 11,81 m. C. 4,06 m. D. 7,28 m.

Câu 81. Bạn Nam ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới và vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

- A. 36m. B. 252m. C. 1134m. D. 966m.

Câu 82. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn đi chuyển bao nhiêu mét?

- A. 0,2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

Câu 83. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$ (m/s²).

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4000}{3}$ m. B. $\frac{4300}{3}$ m. C. $\frac{1900}{3}$ m. D. $\frac{2200}{3}$ m.

Câu 84. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s), có gia tốc $v'(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²). Vận

tốc ban đầu của vật là 6 m/s. Vận tốc của vật sau 10 giây là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

- A. 14 m/s. B. 13 m/s. C. 11 m/s. D. 12 m/s.

Câu 85. Một đám vi trùng ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1+0,5t}$ và

lúc đầu đám vi trùng có 250.000 con. Sau 10 ngày số lượng vi trùng là (lấy xấp xỉ hàng đơn vị):

- A. 264.334 con. B. 257.167 con. C. 258.959 con. D. 253.584 con.

Câu 86. Gọi $h(t)$ (cm) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng

$h'(t) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

- A. 2,33 cm. B. 5,06 cm. C. 2,66 cm. D. 3,33 cm.

Câu 87. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Nếu $w'(t)$ là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì $\int_5^{10} w'(t) dt$ là sự cân nặng của đứa trẻ giữa 5 và 10 tuổi.
- B. Nếu dầu rò rỉ từ một cái thùng với tốc độ $r(t)$ tính bằng galông/phút tại thời gian t , thì $\int_0^{120} r(t) dt$ biểu thị lượng galông dầu rò rỉ trong 2 giờ đầu tiên.
- C. Nếu $r(t)$ là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó t được bằng năm, bắt đầu tại $t=0$ vào ngày 1 tháng 1 năm 2000 và $r(t)$ được tính bằng thùng/năm, $\int_0^{17} r(t) dt$ biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 1 tháng 1 năm 2000 đến ngày 1 tháng 1 năm 2017.
- D. Cả A, B, C đều đúng.

○ Bài 04

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

1. Phương pháp đổi biến số

a) Phương pháp đổi biến số loại 1

Giả sử cần tính $I = \int_a^b f(x) dx$ ta thực hiện các bước sau

Bước 1. Đặt $x = u(t)$ (với $u(t)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên $[\alpha; \beta]$, $f[u(t)]$ xác định trên $[\alpha; \beta]$ và $u(\alpha) = a$, $u(\beta) = b$) và xác định α, β .

Bước 2. Thay vào, ta có: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[u(t)] \cdot u'(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} g(t) dt = G(t) \Big|_{\alpha}^{\beta} = G(\beta) - G(\alpha)$.

Một số dạng thường dùng phương pháp đổi biến số loại 1

Dấu hiệu	Cách chọn
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$\begin{cases} x = a \sin t & t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ x = a \cos t & t \in [0; \pi] \end{cases}$

$\sqrt{x^2 - a^2}$	$\begin{cases} x = \frac{ a }{\sin t} & t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\} \\ x = \frac{ a }{\cos t} & t \in [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \end{cases}$
$x^2 + a^2$	$x = a \tan t \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

b) Phương pháp đổi biến số loại 2

Tương tự như nguyên hàm, ta có thể tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số (ta gọi là loại 2) như sau:

Để tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$ nếu $f(x) = g[u(x)] \cdot u'(x)$, ta có thể thực hiện phép đổi biến như sau

Bước 1. Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = a \Rightarrow t = u(a) \\ x = b \Rightarrow t = u(b) \end{cases}$.

Bước 2. Thay vào ta có $I = \int_{u(a)}^{u(b)} g(t) dt = G(t) \Big|_{u(a)}^{u(b)}$.

2. Phương pháp tích phân từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$.

Khi đó: $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$.

Một số tích phân các hàm số dễ phát hiện u và dv

Dạng 1	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \ln[g(x)] dx$	Đặt $\begin{cases} u = \ln[g(x)] \\ dv = f(x) dx \end{cases}$
Dạng 2	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx$	Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx \end{cases}$
Dạng 3	$\int_{\alpha}^{\beta} e^{ax} \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix} dx$	Đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix} \\ dv = e^{ax} dx \end{cases}$

Ưu tiên đặt u theo quy tắc "*nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ*".

Tức là trong hàm số dưới dấu tích phân hợp bởi 2 trong 4 hàm số trên thì ta đặt u theo thứ tự ưu tiên như trên, còn lại thì đặt là dv .

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM



Vấn đề 1.1. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 1



Câu 88. Đổi biến số $x = 4 \sin t$ của tích phân $I = \int_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16 - x^2} dx$, ta được:

A. $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$.

B. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt$.

C. $I = 16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt$.

D. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2t) dt$.

Câu 89. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2 \sin t$ thì:

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$.

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$.

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Câu 90. Đổi biến số $x = \sqrt{3} \tan t$ của tích phân $I = \int_{\sqrt{3}}^3 \frac{1}{x^2 + 3} dx$, ta được:

A. $I = \sqrt{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$.

B. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{t}$.

C. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} t dt$.

D. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Câu 91. Cho tích phân $I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3} dx$. Nếu đổi biến số $x = \frac{1}{\sin t}$ thì:

A. $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$.

B. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt$.

C. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.

D. $I = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt$.



Vấn đề 1.2. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 2



Câu 92. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(1-x) dx$.

B. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

C. $\int_0^\pi f(\sin x) dx = \pi \int_0^\pi f(\sin x) dx$.

D. $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx$.

Câu 93. Nếu $f(x)$ liên tục và $\int_0^4 f(x)dx = 10$, thì $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng:

- A. 5. B. 29. C. 19. D. 9.

Câu 94. Hàm số $y = f(x)$ có nguyên hàm trên $(a; b)$ đồng thời thỏa mãn $f(a) = f(b)$.

Lựa chọn phương án đúng:

- A. $\int_a^b f'(x)e^{f(x)}dx = 0$. B. $\int_a^b f'(x)e^{f(x)}dx = 1$.
C. $\int_a^b f'(x)e^{f(x)}dx = -1$. D. $\int_a^b f'(x)e^{f(x)}dx = 2$.

Câu 95. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Xét các mệnh đề:

- I. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f(\sin x)dx = \int_0^1 f(x)dx$. II. $\int_0^1 \frac{f(e^x)}{e^x}dx = \int_1^e \frac{f(x)}{x^2}dx$.
III. $\int_0^a x^3 f(x^2)dx = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} xf(x)dx$.

Các mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. Chỉ III. D. Cả I, II và III.

Câu 96. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a; a]$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$. B. $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.
C. $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_{-a}^0 f(x)dx$. D. $\int_{-a}^a f(x)dx = -2 \int_0^a f(x)dx$.

Câu 97. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và $\int_{-2}^0 f(x)dx = 2$. Giá trị của $\int_0^2 f(x)dx$ là:

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 98. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int_{-1}^0 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_{-1}^1 f(x)dx$ là:

- A. 3. B. 2. C. 6. D. -3.

Câu 99. Tính tích phân $I = \int_0^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1}dx$.

- A. $\frac{16}{9}$. B. $-\frac{16}{9}$. C. $\frac{52}{9}$. D. $-\frac{52}{9}$.

Câu 100. Cho $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1}dx$ và $u = x^2 - 1$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. C. $I = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$. D. $I = 2\sqrt{3}$.

Câu 101. Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$ thành $\int_1^2 f(t) dt$, với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$. B. $f(t) = t^2 + t$. C. $f(t) = t^2 - t$. D. $f(t) = 2t^2 + 2t$.

Câu 102. Cho tích phân $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$. Nếu đổi biến số $t = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ thì:

A. $I = -\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\frac{2}{\sqrt{2}}} \frac{t^2 dt}{t^2 - 1}$. B. $I = \int_2^3 \frac{t^2 dt}{t^2 + 1}$. C. $I = \int_{\frac{2}{\sqrt{2}}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2 dt}{t^2 - 1}$. D. $I = \int_2^3 \frac{t dt}{t^2 + 1}$.

Câu 103. Kết quả của tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}}$ có dạng $I = a \ln 2 + b \ln(\sqrt{2}-1) + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a bằng:

A. $a = \frac{1}{3}$. B. $a = -\frac{1}{3}$. C. $a = -\frac{2}{3}$. D. $a = \frac{2}{3}$.

Câu 104. Biết rằng $I = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a bằng:

A. $a = 2$ B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = \sqrt{2}$. D. $a = 4$.

Câu 105. Cho $2\sqrt{3}m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2} dx = 0$. Khi đó $144m^2 - 1$ bằng:

A. $-\frac{2}{3}$. B. $4\sqrt{3}-1$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. Kết quả khác.

Câu 106. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$.

A. $I = 2$. B. $I = \frac{\ln^2 2}{2}$. C. $I = \ln 2$. D. $I = -\frac{\ln^2 2}{2}$.

Câu 107. Đổi biến $u = \ln x$ thì tích phân $I = \int_1^e \frac{1-\ln x}{x^2} dx$ thành:

A. $I = \int_1^0 (1-u) du$. B. $I = \int_0^1 (1-u) e^{-u} du$.
C. $I = \int_1^0 (1-u) e^u du$. D. $I = \int_1^0 (1-u) e^{2u} du$.

Câu 108. Cho $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$ và $t = \sqrt{1+3\ln x}$.

Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$. C. $I = \frac{2}{9} t^3 \Big|_1^2$. D. $I = \frac{14}{9}$.

Câu 109. Biến đổi $\int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ thành $\int_2^3 f(t) dt$, với $t = \ln x + 2$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = \frac{2}{t^2} - \frac{1}{t}$. B. $f(t) = -\frac{1}{t^2} + \frac{2}{t}$. C. $f(t) = \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t}$. D. $f(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{1}{t}$.

Câu 110. Kết quả của tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln^2 x + 1)} dx$ có dạng $I = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2a + b = 1$. B. $a^2 + b^2 = 4$. C. $a - b = 1$. D. $ab = 2$.

Câu 111. Tính tích phân $I = \int_0^1 x e^{x^2} dx$.

A. $I = \frac{e}{2}$. B. $I = \frac{e+1}{2}$. C. $I = \frac{e-1}{2}$. D. $I = e$.

Câu 112. Cho $I = \int_0^{\ln 2} e^x \sqrt{e^x - 1} dx$ và $t = \sqrt{e^x - 1}$.

Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I = 2 \int_0^1 t^2 dt$. B. $I = \int_0^1 t^2 dt$. C. $I = \frac{2t^3}{3} \Big|_0^1$. D. $I = \frac{2}{3}$.

Câu 113. Biến đổi $\int_0^{\ln 3} \frac{dx}{e^x + 1}$ thành $\int_1^3 f(t) dt$, với $t = e^x$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = \frac{1}{t^2 - t}$. B. $f(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t+1}$. C. $f(t) = \frac{1}{t+1} - \frac{1}{t}$. D. $f(t) = \frac{1}{t^2 + t}$.

Câu 114. Tìm a biết $I = \int_{-1}^2 \frac{e^x dx}{2 + e^x} = \ln \frac{ae + e^3}{ae + b}$ với a, b là các số nguyên dương.

A. $a = \frac{1}{3}$. B. $a = -\frac{1}{3}$. C. $a = 2$. D. $a = -2$.

Câu 115. Để tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx$ ta chọn cách đặt nào sau đây cho phù hợp?

A. Đặt $t = e^{\sin x}$. B. Đặt $t = \sin x$. C. Đặt $t = \cos x$. D. Đặt $t = e^x$.

Câu 116. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin x \cos^3 x dx$.

Nếu đổi biến số $t = \sin^2 x$ thì:

A. $I = \frac{1}{2} \int_0^1 e^t (1-t) dt$.

B. $I = 2 \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$.

C. $I = 2 \int_0^1 e^t (1-t) dt$.

D. $I = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$.

Câu 117. Biến đổi $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$ thành $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t) dt$, với $t = \sin^2 x$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = e^t \sin 2t$. B. $f(t) = e^t$. C. $f(t) = e^t \sin t$. D. $f(t) = \frac{1}{2} e^t$.

Câu 118. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx$.

A. $I = -\frac{1}{4} \pi^4$. B. $I = -\pi^4$. C. $I = 0$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 119. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$.

A. $I = \frac{\pi^4}{64}$. B. $I = \frac{15}{4}$. C. $I = \frac{31}{4}$. D. $I = \frac{7}{4}$.

Câu 120. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6 \tan x}{\cos^2 x \sqrt{3 \tan x + 1}} dx$. Giả sử đặt $u = \sqrt{3 \tan x + 1}$ thì ta được:

A. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 + 1) du$. B. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 + 1) du$.

C. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. D. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 - 1) du$.

Câu 121. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$ bằng:

A. $I = \frac{1}{n+1}$. B. $I = \frac{1}{n-1}$. C. $I = \frac{1}{2n}$. D. $I = \frac{1}{n}$.

Câu 122. Nếu $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$ thì n bằng:

A. $n = 3$. B. $n = 4$. C. $n = 6$. D. $n = 5$.

Vấn đề 2. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

Câu 123. Tính tích phân $I = \int_1^2 \ln t dt$. Chọn khẳng định **sai**?

- A. $I = 2 \ln 2 - 1$. B. $\ln \frac{4}{e}$. C. $\ln 4 - \log 10$. D. $\ln 4e$.

Câu 124. Biết $I = \int_1^a \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2$. Giá trị của a bằng:

- A. 2. B. $\ln 2$. C. 4. D. 8.

Câu 125. Kết quả của tích phân $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$ được viết ở dạng $I = a \ln 3 - b$ với

a, b là các số nguyên. Khi đó $a - b$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 126. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Câu 127. Khẳng định nào sau đây **đúng** về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$?

- A. $ab = 64$. B. $ab = 46$. C. $a - b = 12$. D. $a - b = 4$.

Câu 128. Kết quả của tích phân $I = \int_0^1 x \ln(2 + x^2) dx$ được viết ở dạng $I = a \ln 3 + b \ln 2 + c$

với a, b, c là các số hữu tỉ. Hỏi tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

- A. 0. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 129. Cho $I = \int_1^e \ln \frac{k}{x} dx$. Xác định k để $I < e - 2$.

- A. $k < e + 2$. B. $k < e$. C. $k > e + 1$. D. $k < e - 1$.

Câu 130. Tính tích phân $I = \int_0^1 x 2^x dx$.

- A. $I = \frac{2 \ln 2 - 1}{\ln^2 2}$. B. $I = \frac{2 \ln 2 - 1}{\ln 2}$. C. $I = \frac{2 \ln 2 + 1}{\ln^2 2}$. D. $I = \frac{2 \ln 2 + 1}{\ln 2}$.

Câu 131. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (2x + 3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a - b = 2$. B. $a^3 + b^3 = 28$. C. $ab = 3$. D. $a + 2b = 1$.

Câu 132. Tích phân $\int_0^{\sqrt{a}} (x-1)e^{2x} dx = \frac{3-e^2}{4}$. Giá trị của $a > 0$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 133. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{\pi}{2}$. C. $I = \frac{1}{4}$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 134. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x + 2m) dx = 1 + \pi^2$. Giá trị của tham số m là:

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 135. Cho $\frac{\pi}{m} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = 1$. Khi đó $9m^2 - 6$ bằng:

- A. 3. B. 30. C. -3. D. -30.

Câu 136. Kết quả của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx$ được viết ở dạng $\pi \left(\frac{a}{b} - \frac{1}{b} \right) - 1$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $a + 2b = 8$. B. $a + b = 5$. C. $2a - 3b = 2$. D. $a - b = 2$.

Câu 137. Với $t \in (-1; 1)$ ta có $\int_0^t \frac{dx}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2} \ln 3$. Khi đó giá trị t là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. D. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 138. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot e^{\sin x} dx$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases} \Rightarrow I = 2 \int_0^1 t e^t dt$.

Bước 2: Chọn $\begin{cases} u = t \\ dv = e^t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e^t \end{cases}$. Suy ra $\int_0^1 t e^t dt = t e^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - e^t \Big|_0^1 = 1$.

Bước 3: $I = 2 \int_0^1 t e^t dt = 2$.

Hỏi bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

- A. Bài giải trên sai từ Bước 1. B. Bài giải trên sai từ Bước 2.
C. Bài giải trên hoàn toàn đúng. D. Bài giải trên sai từ Bước 3.

Câu 139. Cho $I = \int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx$, $J = \int_0^{\pi} e^x \sin^2 x dx$ và $K = \int_0^{\pi} e^x \cos 2x dx$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- (I). $I + J = e^{\pi}$. (II). $I - J = K$. (III). $K = \frac{e^{\pi} - 1}{5}$.
- A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Chỉ (III). D. Cả (II) và (III).

Câu 140. Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$ với $n \in \mathbb{N}$. Giá trị của $I_0 + I_1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

○ Bài 05

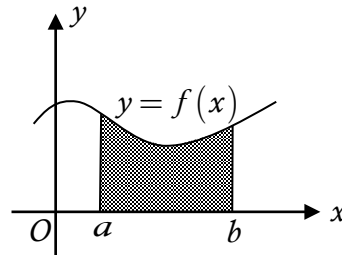
ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

1. Tính diện tích hình phẳng

Định lí.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$. Khi đó diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

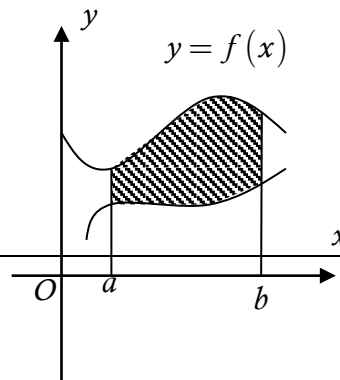
$$S = \int_a^b f(x) dx.$$



Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó diện tích S của hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục hoành Ox ($y = 0$) và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Bài toán 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$; $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$



Chú ý:

1) Để phá bỏ dấu giá trị tuyệt đối ta thường làm như sau:

- Giải phương trình $f(x) = g(x)$ tìm nghiệm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a; b)$ ($x_1 < x_2 < \dots < x_n$).

$$\begin{aligned} \text{- Tính } S &= \int_a^{x_1} |f(x) - g(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx + \dots + \int_{x_n}^b |f(x) - g(x)| dx \\ &= \left| \int_a^{x_1} (f(x) - g(x)) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_n}^b (f(x) - g(x)) dx \right|. \end{aligned}$$

Ngoài cách trên, ta có thể dựa vào đồ thị để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

2) Trong nhiều trường hợp, bài toán yêu cầu tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$; $y = g(x)$.

$$\text{Khi đó, ta có công thức tính như sau } S = \int_{x_1}^{x_n} |f(x) - g(x)| dx.$$

Trong đó x_1 và x_n tương ứng là nghiệm nhỏ nhất, lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$.

2. Tính thể tích khối tròn xoay

a) Tính thể tích của vật thể

Định lý.

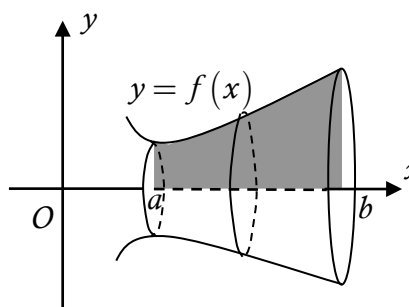
Cắt một vật thể C bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng bất kỳ vuông góc với Ox tại điểm x ($a \leq x \leq b$) cắt C theo một thiết diện có diện tích $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích của vật thể C giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính theo công

$$\text{thức } V = \int_a^b S(x) dx.$$

b) Tính thể tích vật tròn xoay

Bài toán 1. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền D được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = 0$; $x = a$; $x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



Chú ý: Nếu hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = g(x)$ và hai đường $x = a$; $x = b$ (với $f(x).g(x) \geq 0, \forall x \in [a; b]$) thì thể tích khối tròn xoay sinh bởi khi quay D quanh trục Ox được tính bởi công thức

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

Bài toán 2. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục tung và hai đường $y = a, y = b$ quanh trục Oy được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b g^2(y) dy.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM



Vấn đề 1. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

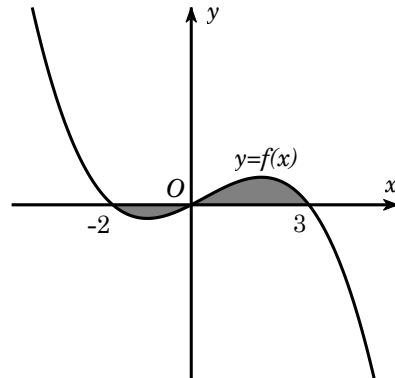


Câu 141. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là:

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 142. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:

A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.
 B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
 C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
 D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.



Câu 143. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 + 2x$ và $y = 3x^2$ được tính theo công thức:

A. $S = \int_0^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx$. B. $S = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx - \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx$.
 C. $S = \int_0^2 (-x^3 + 3x^2 - 2x) dx$. D. $S = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx + \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx$.

Câu 144. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$ là:

A. $S = 2$. B. $S = 3$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \frac{1}{6}$.

Câu 145. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $S = \frac{37}{12}$. B. $S = \frac{9}{4}$. C. $S = \frac{81}{12}$. D. $S = 13$.

Câu 146. Kết quả của diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ có dạng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Khi đó mối liên hệ giữa a và b là:

- A. $a - b = 2$. B. $a - b = 3$. C. $a - b = -2$. D. $a - b = -3$.

Câu 147. Kết quả của việc tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = x^4 - 2x^2 + 1$ và trục Ox gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. $S = \frac{1}{2}$. B. $S = 1$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 2$.

Câu 148. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ là:

- A. $S = \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. C. $S = \frac{2\sqrt{2}+1}{3}$. D. $S = 2(\sqrt{2}-1)$.

Câu 149. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $x - 2y = 0$ bằng với diện tích hình nào sau đây:

- A. Diện tích hình vuông có cạnh bằng 2.
B. Diện tích hình chữ nhật có chiều dài, chiều rộng lần lượt 5 và 3.
C. Diện tích hình tròn có bán kính bằng 3.

D. Diện tích toàn phần khối tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}$.

Câu 150. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2}{(x+1)^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 4$ là:

- A. $S = -\frac{8}{5}$. B. $S = \frac{8}{5}$. C. $S = \frac{2}{25}$. D. $S = \frac{4}{25}$.

Câu 151. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$.

- A. $S = \frac{e^2+1}{4}$. B. $S = \frac{e^2+1}{6}$. C. $S = \frac{e^2+1}{8}$. D. $S = \frac{e^2+1}{2}$.

Câu 152. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x + x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$ là:

- A. $S = e + \frac{1}{2}$. B. $S = e - \frac{1}{2}$. C. $S = e + 1$. D. $S = e - 1$.

Câu 153. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x + x$, $x - y + 1 = 0$ và $x = \ln 5$ là:

- A. $S = 5 + \ln 4$. B. $S = 5 - \ln 4$. C. $S = 4 + \ln 5$. D. $S = 4 - \ln 5$.

Câu 154. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (e+1)x$ và $y = (1+e^x)x$.

Giá trị S cần tìm là:

- A. $S = \frac{e+2}{2}$. B. $S = \frac{e}{2}$. C. $S = \frac{e-2}{2}$. D. $S = \frac{e-2}{4}$.

Câu 155. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x + 1}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \ln 3$, $x = \ln 8$ nhận giá trị nào sau đây:

- A. $S = 2 + \ln \frac{2}{3}$. B. $S = 2 + \ln \frac{3}{2}$. C. $S = 3 + \ln \frac{3}{2}$. D. $S = 2 - \ln \frac{3}{2}$.

Câu 156. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 2x + 2$, tiếp tuyến với nó tại điểm $M(3;5)$ và trục Oy là giá trị nào sau đây?

- A. $S = 4$. B. $S = 27$. C. $S = 9$. D. $S = 12$.

Câu 157. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 3 có đồ thị Δ . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng Δ và trục tung. Giá trị của S là:

- A. $S = 9$. B. $S = \frac{9}{2}$. C. $S = \frac{9}{4}$. D. $S = \frac{9}{10}$.

Câu 158. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4 - \frac{1}{x^2}$, đường thẳng $y = -1$, đường thẳng $y = 1$ và trục tung được tính như sau:

- A. $S = \int_{-1}^1 \left(4 - \frac{1}{x^2}\right) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 \left|4 - \frac{1}{x^2}\right| dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{4-y}} dy$. D. $S = \int_{-1}^1 \frac{-1}{\sqrt{4-y}} dy$.

Câu 159. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong có phương trình $x - y^2 = 0$ và $x + 2y^2 - 12 = 0$ bằng:

- A. $S = 15$. B. $S = 32$. C. $S = 25$. D. $S = 30$.

Câu 160. Với giá trị nào của a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường tiệm cận xiên của (C) và hai đường thẳng $x = a$, $x = 2a$ ($a > 1$) bằng $\ln 3$?

- A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = 3$. D. $a = 4$.

Vấn đề 2. TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Câu 161. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

D. $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

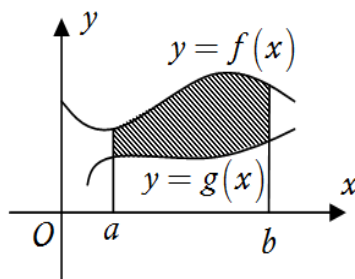
Câu 162. Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?

A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$



Câu 163. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a$, $x = b$ ($a < b$), có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.

A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b |S(x)| dx.$

C. $V = \int_a^b S(x) dx.$

D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx.$

Câu 164. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Viết Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = 4 - 2e.$

B. $V = (4 - 2e)\pi.$

C. $V = e^2 - 5.$

D. $V = (e^2 - 5)\pi.$

Câu 165. Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$, bằng:

A. $V = 3.$

B. $V = 18.$

C. $V = 20.$

D. $V = 22.$

Câu 166. Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x \in [0; 2]$ là một phần tư đường tròn bán kính $\sqrt{2}x^2$, ta được kết quả nào sau đây?

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 64\pi$. C. $V = \frac{16}{5}\pi$. D. $V = 8\pi$.

Câu 167. Hình phẳng C giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1; 2)$, khi quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng:

- A. $V = \frac{4}{5}\pi$. B. $V = \frac{28}{15}\pi$. C. $V = \frac{8}{15}\pi$. D. $V = \pi$.

Câu 168. Khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox sẽ có thể tích là:

- A. $V = \frac{16\pi}{15}$. B. $V = \frac{11\pi}{15}$. C. $V = \frac{12\pi}{15}$. D. $V = \frac{4\pi}{15}$.

Câu 169. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = x$ khi quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng:

- A. $V = \frac{\pi}{3}$. B. $V = \frac{\pi}{4}$. C. $V = \frac{\pi}{5}$. D. $V = \pi$.

Câu 170. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các parabol $y = 4 - x^2$ và $y = 2 + x^2$ quay quanh trục Ox là kết quả nào sau đây?

- A. $V = 10\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 14\pi$. D. $V = 16\pi$.

Câu 171. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $4y = x^2$, $y = x$ qua quanh trục hoành bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{124\pi}{15}$. B. $V = \frac{126\pi}{15}$. C. $V = \frac{128\pi}{15}$. D. $V = \frac{131\pi}{15}$.

Câu 172. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = -x$ và $x = 4$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

- A. $V = \frac{41\pi}{3}$. B. $V = \frac{40\pi}{3}$. C. $V = \frac{38\pi}{3}$. D. $V = \frac{41\pi}{2}$.

Câu 173. Thể tích của khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là:

- A. $V = \pi(e - 2)$. B. $V = \pi(e - 1)$. C. $V = \pi e$. D. $V = \pi(e + 1)$.

Câu 174. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = -x + 2$, $y = 0$ quay quanh trục Oy , có giá trị là kết quả nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi$. B. $V = \frac{3}{2}\pi$. C. $V = \frac{32}{15}\pi$. D. $V = \frac{11}{6}\pi$.

Câu 175. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Oy là:

- A. $V = \frac{7\pi}{3}$. B. $V = \frac{8\pi}{3}$. C. $V = \frac{10\pi}{3}$. D. $V = \frac{16}{3}$.

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Để hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K khi và chỉ khi $f(x)$ liên tục trên K .

Chọn D.

Câu 2. Sửa lại cho đúng là "Tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a; b)$ đều có đạo hàm bằng $f(x)$ ". **Chọn C.**

Câu 3. Vì hàm số có đạo hàm tại x_0 thì liên tục tại x_0 , nhưng nếu hàm số liên tục tại x_0 thì chưa chắc đã có đạo hàm tại x_0 . Chẳng hạn xét hàm số $f(x) = |x|$ tại điểm $x = 0$.

Chọn B.

Câu 4. Với mọi $x \in (a; b)$, ta có $F'(x) = f(x)$, ngoài ra

$$F'(a^+) = f(a) \text{ và } F'(b^-) = f(b). \text{ Chọn D.}$$

Câu 5. Chọn A.

Câu 6. Vì hai nguyên hàm trên D của cùng một hàm số thì sai khác nhau một hằng số.

Chọn B.

Câu 7. Chọn C.

Câu 8. Vì $\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(u)du = F(u) + C$. **Chọn C.**

Câu 9. Vì $(x)' = 1 \neq 2\sqrt{x} \Rightarrow F'(x) \neq f(x) \Rightarrow F(x) = x$ không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sqrt{x}$. **Chọn B.**

Câu 10. Vì $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \int \frac{d(u(x))}{u(x)} = \ln|u(x)| + C$. **Chọn B.**

Câu 11. Vì kết quả này không đúng với trường hợp $\alpha = -1$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta thấy hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ xác định và liên tục trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên có nguyên hàm trên khoảng này. **Chọn B.**

Câu 13. Ta có $\int \frac{(x-1)^3}{2x^2} dx = \int \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{2x^2} dx$

$$= \int \left(\frac{x}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2x} - \frac{1}{2x^2} \right) dx = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \frac{3}{2} \ln|x| + \frac{1}{2x} + C.$$

Vậy một nguyên hàm của hàm số

$$y = \frac{(x-1)^3}{2x^2} \text{ là } F(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \frac{3}{2} \ln|x| + \frac{1}{2x}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 14. Ta có $\int e^x \cdot e^{x+1} dx = \int e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x+1} d(2x+1) = \frac{1}{2} e^{2x+1} + C$. **Chọn B.**

Câu 15. Vì $F'(x) = (x-3)^4 + 1 \neq f(x)$. **Chọn A.**

Câu 16. Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = F'(x) = (e^{x^3})' = (x^3)' \cdot e^{x^3} = 3x^2 \cdot e^{x^3}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 17. Ta có $(2^{\sqrt{x}} + C)' = 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{2\sqrt{x}} \neq 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}}$. Suy ra đáp án A sai. **Chọn A.**

Câu 18. Ta thấy $\left(2^{\frac{1}{2x}} + C\right)' = -\frac{\ln 2}{2x^2} 2^{\frac{1}{2x}}$.

Suy ra $2^{\frac{1}{2x}} + C$ không phải là nguyên hàm của $\int 2^{\frac{1}{2x}} \cdot \frac{\ln 2}{x^2} dx$. **Chọn C.**

Câu 19. Ta có $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C \Rightarrow f(x) = \left(\frac{x^3}{3} + e^x + C\right)' = x^2 + e^x$. **Chọn D.**

Câu 20. Ta có $\int f(x) dx = \sin 2x \cos x = \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin x)$

Suy ra $f(x) = \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin x)' = \frac{1}{2}(3 \cos 3x + \cos x)$. **Chọn A.**

Câu 21. Ta có $f(x) = \left(\frac{1}{x} + \ln x + C\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$. **Chọn D.**

Câu 22. Vì $(\sin^2 x)' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$. **Chọn D.**

Câu 23. Cách 1. Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 + 10x - 4) dx = x^3 + 5x^2 - 4x + C$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ 3m+2=5 \\ 3=C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ C=3 \end{cases}.$$

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm thỏa yêu cầu bài toán.

Cách 2. Ta có $F'(x) = (mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3)' = 3mx^2 + 2(3m+2)x - 4$.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có $F'(x) = f(x), \forall x$.

Do đó $3mx^2 + 2(3m+2)x - 4 = 3x^2 + 10x - 4$.

Đồng nhất hệ số hai vế ta có $\begin{cases} m=1 \\ 2(3m+2)=10 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$. **Chọn C.**

Câu 24. Ta có $F'(x) = (ax^2 + bx + c)' \cdot e^x + (ax^2 + bx + c) \cdot (e^x)' = [ax^2 + (2a+b)x + c] \cdot e^x$.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có $F'(x) = f(x), \forall x$.

Do đó $[ax^2 + (2a+b)x + c] \cdot e^x = x^2 \cdot e^x \Leftrightarrow ax^2 + (2a+b)x + c = x^2$.

Đồng nhất hệ số hai vế ta có $\begin{cases} a=1 \\ 2a+b=0 \\ c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=0 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 25. Ta có $\int f(x)dx = F(x) \Rightarrow F'(x) = f(x)$.

Lại có $F'(x) = (b \cos x - a \sin x)e^x + (a \cos x + b \sin x)e^x = [(b+a) \cos x + (b-a) \sin x]e^x$

Để $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow [(b+a) \cos x + (b-a) \sin x]e^x = e^x \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} b+a=1 \\ b-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=\frac{1}{2}$.

Chọn D.

Câu 26. Ta có $\int g(x)dx = f(x) \Rightarrow f'(x) = g(x)$.

Lại có $f'(x) = (2ax+b)e^{-x} - (ax^2+bx+c)e^{-x} = [-ax^2 + (2a-b)x + (b-c)]e^{-x}$

Để $f'(x) = g(x) \Leftrightarrow [-ax^2 + (2a-b)x + (b-c)]e^{-x} = x(1-x)e^{-x} = (-x^2+x)e^{-x}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a=-1 \\ 2a-b=1 \\ b-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=1 \Rightarrow A=a+b+c=3$. **Chọn D.**

Câu 27. Theo bài ra ta có $F'(x) = f(x)$.

Có $F'(x) = (2ax+b)\sqrt{2x-3} + \frac{(ax^2+bx+c)}{\sqrt{2x-3}} = \frac{5ax^2 + (3b-6a)x - 3b+c}{\sqrt{2x-3}}$

Suy ra $\begin{cases} 5a=20 \\ 3b-6a=-30 \\ c-3b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-2 \\ c=1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 28. Ta có $\int f(x)dx = F(x) \Rightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Lại có $F'(x) = (a+d) \cos x + cx \cos x + (c-b) \sin x - ax \sin x$

Để $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (a+d) \cos x + cx \cos x + (c-b) \sin x - ax \sin x = x \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+d=0 \\ c=1 \\ c-b=0 \\ a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=d=0 \\ b=c=1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 29. Ta có $\int f(x)dx = \int \sin^2 x dx = \int \frac{1-\cos 2x}{2} dx$

$= \frac{1}{2} \int dx - \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Theo bài ra, ta có $\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow C = \frac{1}{4}$.

Vậy $\int f(x)dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{1}{4}$. **Chọn C.**

Câu 30. Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \int \frac{d(2x-1)}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$

Theo bài ra ta có $f(1) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln|2 \cdot 1 - 1| + C = 1 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + 1$.

Vậy $f(5) = \frac{1}{2} \ln|2 \cdot 5 - 1| + 1 = \frac{1}{2} \ln 9 + 1 = \ln 3 + 1$. **Chọn D.**

Câu 31. Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(\frac{4m}{\pi} + \sin^2 x \right) dx = \int \frac{4m}{\pi} dx + \int \sin^2 x dx$
 $= \int \frac{4m}{\pi} dx + \int \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) dx = \frac{4m}{\pi} x + \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$.

Theo giả thiết: $\begin{cases} F(0) = 1 \\ F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8} \end{cases}$ nên $\begin{cases} C = 1 \\ m + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) + C = \frac{\pi}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 1 \\ m = -\frac{3}{4} \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 32. Ta có $F(x) = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Theo bài ra ta có $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow -\cot \frac{\pi}{6} + C = 0 \Leftrightarrow C = \sqrt{3}$.

Vậy $F(x) = -\cot x + \sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 33. Ta có $F(x) = \int (4x-1) dx = 2x^2 - x + C$.

Giả sử $M(0; m) \in Oy$ là giao điểm của đồ thị hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$.

Ta có hệ phương trình sau $\begin{cases} 4 \cdot 0 - 1 = m \\ 2 \cdot 0^2 - 0 + C = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ C = -1 \end{cases} \Rightarrow F(x) = 2x^2 - x - 1$.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ là nghiệm của phương trình:

$$2x^2 - x - 1 = 4x - 1 \Leftrightarrow x(2x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = \frac{5}{2} \Rightarrow y = 9 \end{cases}$$

Vậy tọa độ các điểm cần tìm là $(0; -1)$ và $\left(\frac{5}{2}; 9\right)$. **Chọn C.**

Câu 34. Chọn A. Vì nếu $F'(t) = f(t) \Rightarrow F(t) = \int f(t) dt$. Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) dx$.

Suy ra $F(u(x)) = \int f(u(x)) \cdot u'(x) dx$ hay $F'(u(x)) = f(u(x)) \cdot u'(x)$.

Câu 35. Chọn D. Vì $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \int \frac{d(u(x))}{u(x)} = \ln|u(x)| + C$.

Câu 36. Ta có $I = \int f(x) dx = \int \sqrt{2x-1} dx$.

Đặt $\sqrt{2x-1} = t \Rightarrow x = \frac{t^2+1}{2}$

$$\Rightarrow I = \int t d\left(\frac{t^2+1}{2}\right) = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C. \text{ Chọn B.}$$

Câu 37. Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Khi đó $\int \frac{e^{\ln x}}{x} dx = \int e^t dt$. **Chọn B.**

Câu 38. Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx$.

$$\text{Suy ra } I = \frac{1}{2} \int e^t dt = \frac{1}{2} \int d(e^t) = \frac{1}{2} e^t + C = \frac{1}{2} e^{x^2} + C. \text{ Chọn C.}$$

Câu 39. Đặt $\ln x = t \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$. Suy ra $F(x) = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\ln^2 x}{2} + C$.

$$\text{Vì } F(e^2) = 4 \Leftrightarrow \frac{\ln^2(e^2)}{2} + C = 4 \Leftrightarrow C = 2. \text{ Chọn B.}$$

Câu 40. Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Suy ra $I = \int e^t dt = e^t + C = e^{\sin x} + C$.

$$\text{Vì } F(\pi) = 5 \Leftrightarrow e^{\sin \pi} + C = 5 \Leftrightarrow 1 + C = 5 \Leftrightarrow C = 4. \text{ Suy ra } F(x) = e^{\sin x} + 4. \text{ Chọn A.}$$

Câu 41. Đặt $t = \sin x$, suy ra $dt = \cos x dx$.

$$\text{Khi đó } I = \int t^4 dt = \frac{t^5}{5} + C = \frac{\sin^5 x}{5} + C. \text{ Chọn D.}$$

Câu 42. Xét (I): Ta có $\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$. Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$.

$$\text{Khi đó } \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\int \frac{dt}{t} = -\ln|t| + C = -\ln|\cos x| + C. \text{ Do đó (I) đúng.}$$

$$\text{Xét (II): Đặt } t = 3 \cos x \Rightarrow dt = -3 \sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -\frac{1}{3} dt.$$

$$\text{Khi đó } \int e^{3 \cos x} \sin x dx = -\frac{1}{3} \int e^t dt = -\frac{1}{3} e^t + C = -\frac{1}{3} e^{3 \cos x} + C. \text{ Do đó (II) đúng.}$$

$$\text{Xét (III): Đặt } t = \sqrt{\sin x - \cos x} \Rightarrow t^2 = \sin x - \cos x \Rightarrow 2t dt = (\cos x + \sin x) dx.$$

$$\text{Khi đó } \int \frac{2t dt}{t} = 2 \int dt = 2t + C = 2\sqrt{\sin x - \cos x} + C. \text{ Do đó (III) đúng.}$$

Chọn D.

Câu 43. Chọn B.

Câu 44. Chọn B.

$$\text{Câu 45. Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

Theo công thức tính nguyên hàm từng phần, ta có

$$I = \int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C. \text{ Chọn C.}$$

$$\text{Câu 46. Giả sử } F(x) = \int f(x) dx = \int (x-1) e^x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x-1 \\ e^x dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

Theo công thức tính nguyên hàm từng phần ta có:

$$F(x) = (x-1)e^x - \int e^x dx = (x-1)e^x - e^x + C = (x-2)e^x + C.$$

Theo bài ra, có $F(0) = 1 \Leftrightarrow (0-2)e^0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy $F(x) = (x-2)e^x + 3$. **Chọn D.**

Câu 47. Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int x \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

Theo công thức tính nguyên hàm từng phần, ta có:

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C.$$

Theo bài ra, có: $F(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \ln 1 - \frac{1}{4} \cdot 1^2 + C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{1}{4}$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}$. **Chọn D.**

Câu 48. Đặt $\ln x = t \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$. Suy ra $I = \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx = \int \ln t dt$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln t \\ dv = dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dt}{t} \\ v = t \end{cases}$. Theo công thức tính nguyên hàm từng phần, ta có:

$$I = t \ln t - \int dt = t \ln t - t + C = \ln x \cdot \ln(\ln x) - \ln x + C. \text{ **Chọn C.**}$$

Câu 49. Đặt $\begin{cases} u = \sin x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \cos x dx \\ v = e^x \end{cases}$. Khi đó $I = e^x \sin x - \int \cos x e^x dx = e^x \sin x - J$.

Tính $J = \int \cos x e^x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\sin x dx \\ v = e^x \end{cases}$

$$\text{Suy ra } J = e^x \cos x + \int \sin x e^x dx = e^x \cos x + I.$$

$$\text{Do đó } I = e^x \sin x - J = e^x \sin x - (e^x \cos x + I) \Leftrightarrow 2I = e^x \sin x - e^x \cos x.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{2}(e^x \sin x - e^x \cos x) + C. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 50. Biến đổi lượng giác $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{\sin^2 2x}{4} = \frac{1 - \cos 4x}{8}$ rồi tính. **Chọn C.**

Câu 51. Sửa lại cho đúng là: $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$. **Chọn D.**

Câu 52. Công thức (2) sai, sửa lại cho đúng là $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

Hai công thức (1) và (3) đều đúng. **Chọn B.**

Câu 53. Ta có $\int_{-1}^1 dx = x \Big|_{-1}^1 = 2$. Do đó A sai.

Theo tính chất tích phân thì B sai (vì không có tính chất này).

Xét câu C. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Suy ra $F'(x) = f(x) \geq 0, \forall x \in [a; b]$.

- $F'(x) = 0, \forall x \in [a; b]$, suy ra $F(x)$ là hàm hằng nên $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = 0$.

- $F'(x) > 0, \forall x \in [a; b]$, suy ra $F(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ nên $F(b) > F(a)$.

Do đó $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) > 0$. Do đó C đúng.

Chọn $f(x) = 0$ thì $\int_0^a 0 dx = C \Big|_0^a = 0$ nhưng $f(x) = 0$ không phải là hàm số lẻ.

Do đó D sai. **Chọn C.**

Câu 54. Theo tính chất tích phân, suy ra A đúng. Chọn $f(x) = x$ và $[a; b] = [-1; 2]$.

Khi đó $\int_a^b f(x) dx = \int_{-1}^2 x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big|_{-1}^2 = \frac{1}{2}(4-1) > 0$ nhưng hàm $f(x) = x$ không thỏa

mãn không âm trên $[-1; 2]$. Do đó B sai.

Vì $\left(2\sqrt{1+x^2} + C\right)' = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \neq \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ nên C sai.

Ta có $\frac{x^2}{2}$ là một nguyên hàm của x nhưng $\frac{x}{\sqrt{2}}$ không là nguyên hàm của $\sqrt{x}$.

Do đó D sai. **Chọn A.**

Câu 55. Áp dụng tính chất $F'(x) = \int_a^x f(t) dt$ là một nguyên hàm của $f(x)$. **Chọn B.**

Câu 56. Ta có $F(x) = \int_1^x (t^2 + t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} \right) \Big|_1^x = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{5}{6}$

Xét hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{5}{6}$ trên đoạn $[-1; 1]$

Đạo hàm $F'(x) = x^2 + x; F'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$

Suy ra $F(-1) = -\frac{2}{3}; F(0) = -\frac{5}{6}; F(1) = 0$.

Do hàm số liên tục trên $[-1; 1]$ nên $\min_{[-1; 1]} F(x) = F(0) = -\frac{5}{6}$. **Chọn C.**

Câu 57. Áp dụng tính chất $F'(x) = \int_a^x f(t)dt$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Suy ra $F'(x) = \frac{x-\sqrt{3}}{x^2+1}$. Do đó I đúng. Lại có $F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x-\sqrt{3}}{x^2+1} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$.

Qua điểm $x = \sqrt{3}$ ta thấy $F'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{3}$. Khi đó, mệnh đề II đúng, mệnh đề III sai. **Chọn C.**

Câu 58. Do $x \in [0;1] \Rightarrow x^2 \geq x^3 \Rightarrow \int_0^1 x^2 dx \geq \int_0^1 x^3 dx$. Do đó A đúng.

Áp dụng tính chất $F'(x) = \int_a^x f(t)dt$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Suy ra $F'(x) = \frac{1}{1+x}$. Do đó B đúng.

Mệnh đề C sai vì tính chất này chỉ đúng nếu $f(x)$ là hàm chẵn hoặc ta có thể lấy ví dụ cụ thể cho hàm $f(x) = x$ và $a = 2$ chẳng hạn.

Khi đó $\int_{-2}^2 x dx = \frac{1}{2}x^2 \Big|_{-2}^2 = \frac{1}{2}(4-4) = 0$ nhưng $2 \int_0^2 x dx = x^2 \Big|_0^2 = 4$.

Mệnh đề D đúng theo tính chất tích phân. **Chọn C.**

Câu 59. Áp dụng tính chất

"Nếu $f(x)$ là hàm số chẵn thì $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_{-a}^0 f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$ ". **Chọn B.**

Câu 60. Ta có $\int_1^4 f'(x)dx = f(x) \Big|_1^4 = f(4) - f(1)$.

Theo bài ra ta có

$\int_1^4 f'(x)dx = 17 \Leftrightarrow f(4) - f(1) = 17 \Leftrightarrow f(4) = 17 + f(1) = 17 + 12 = 29$. **Chọn A.**

Câu 61. Ta có

$\int_5^2 [2 - 4f(x)]dx = 2 \int_5^2 dx - 4 \int_5^2 f(x)dx = 2x \Big|_2^5 + 4 \int_2^5 f(x)dx = 2 \cdot (2-5) + 4 \cdot 10 = 34$.

Chọn B.

Câu 62. Ta có $\int_1^2 f(u)du = \int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_1^4 f(u)du = \int_1^4 f(t)dt = -3$.

Suy ra $\int_2^4 f(u)du = \int_2^1 f(u)du + \int_1^4 f(u)du = -\int_1^2 f(u)du + \int_1^4 f(u)du = -1 - 3 = -4$.

Chọn B.

Câu 63. Ta có $\int_b^c f(x)dx = \int_b^d f(x)dx + \int_d^a f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$
 $= \int_b^d f(x)dx - \int_a^d f(x)dx + \int_a^c f(x)dx = 8 - 10 + 7 = 5$. **Chọn C.**

Câu 64. Ta có $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx + \int_1^4 g(x)dx = 3 + 7 = 10$. Do đó A đúng.

Ta có $\int_3^4 f(x)dx = \int_3^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = -(-2) + 3 = 5$.

Do đó B sai, C đúng.

Ta có $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)]dx = 4\int_1^4 f(x)dx - 2\int_1^4 g(x)dx = 4 \cdot 3 - 2 \cdot 7 = -2$.

Do đó D đúng. **Chọn B.**

Câu 65. Ta có $A = 3\int_1^2 f(x)dx + 2\int_1^2 g(x)dx = 1$ và $B = 2\int_1^2 f(x)dx - \int_1^2 g(x)dx = -3$.

Đặt $\int_1^2 f(x)dx = u$ và $\int_1^2 g(x)dx = v$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3u + 2v = 1 \\ 2u - v = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -\frac{5}{7} \\ v = \frac{11}{7} \end{cases}$

Vậy $\int_1^2 f(x)dx = u = -\frac{5}{7}$. **Chọn C.**

Câu 66. Ta có

$$\int_0^2 [A \sin(\pi x) + Bx^2]dx = A \int_0^2 \sin(\pi x)dx + B \int_0^2 x^2 dx = -\frac{A}{\pi} \cos(\pi x) \Big|_0^2 + \frac{Bx^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8B}{3}$$

Theo bài ra ta có $\int_0^2 f(x)dx = 4 \Leftrightarrow \frac{8B}{3} = 4 \Leftrightarrow B = \frac{3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 67. Ta có $f'(x) = A\pi \cos(\pi x)$. Do $f'(1) = 2 \Leftrightarrow A\pi \cos \pi = 2 \Leftrightarrow A = -\frac{2}{\pi}$.

Lại có

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 [A \sin(\pi x) + B]dx = \left[-\frac{A}{\pi} \cos(\pi x) + Bx \right] \Big|_0^2 = \left(-\frac{A}{\pi} + 2B \right) - \left(-\frac{A}{\pi} \right) = 2B.$$

Theo bài ra ta có $\int_0^2 f(x)dx = 4 \Leftrightarrow 2B = 4 \Leftrightarrow B = 2$. **Chọn A.**

Câu 68. Ta có $\int_1^b (2x - 6)dx = (x^2 - 6x) \Big|_1^b = (b^2 - 6b) - (1 - 6) = b^2 - 6b + 5$.

Theo bài ra, có $b^2 - 6b + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = 5 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 69. Ta có $\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = \int_1^a \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = (x + \ln|x|) \Big|_1^a = a + \ln a - 1 = e$.

Với $a = e$ thỏa mãn $e + \ln e - 1 = e$. **Chọn B.**

Câu 70. Ta có $\int_1^k (k-4x) dx = (kx - 2x^2) \Big|_1^k = (k^2 - 2k^2) - (k - 2) = -k^2 - k + 2$

Theo bài ra, ta có $-k^2 - k + 2 = 6 - 5k \Leftrightarrow (k-2)^2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$. **Chọn B.**

Câu 71. Ta có

$$\int_0^x \left(\sin^2 t - \frac{1}{2}\right) dt = \int_0^x \left(\frac{1 - \cos 2t}{2} - \frac{1}{2}\right) dt = -\frac{1}{2} \int_0^x \cos 2t dt = \left(-\frac{1}{4} \sin 2t\right) \Big|_0^x = -\frac{1}{4} \sin 2x$$

Suy ra $\int_0^x \left(\sin^2 t - \frac{1}{2}\right) dt = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **Chọn C.**

Câu 72. Ta có $\int_0^a (\cos x + \sin x) dx = (\sin x - \cos x) \Big|_0^a = \sin a - \cos a + 1 = \sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

Theo bài ra, có $\sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = k2\pi \\ a = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Mặt khác, do $0 < a < 2\pi$ nên $a = \frac{3\pi}{2}$. **Chọn C.**

Câu 73. Ta có $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln|2x-1| \Big|_1^5 = \frac{1}{2} \ln 9 - \frac{1}{2} \ln 1 = \frac{1}{2} \ln 9 = \ln 3$. **Chọn C.**

Câu 74. Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_1^2 = \ln 5 - \ln 4 = \ln \frac{5}{4}$.

Suy ra $a = 5$, $b = 4$ nên $a - b = 1 < 2$. **Chọn C.**

Câu 75. Ta có $\int_1^2 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx = \left(\ln|x-3| - 2\ln|x| + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} - 3\ln 2$.

Suy ra $a = -\frac{1}{2}$, $b = -3$ nên $a - b > 1$. **Chọn C.**

Câu 76. Ta có

$$\int_{-1}^0 \left(x + 1 + \frac{2}{x-1}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x + 2\ln|x-1|\right) \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{2} - 2\ln 2 = a + b\ln 2 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy $a + b = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$. **Chọn B.**

Câu 77. Ta có $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = \int_0^1 \left(-2 + \frac{7}{2-x}\right) dx = (-2x - 7\ln|2-x|) \Big|_0^1 = -2 + 7\ln 2$.

Suy ra $a = -2$, $b = 7$ nên $a + b = 5$. **Chọn D.**

Câu 78. Ta có $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x+1} dx = \int_1^2 \left(x^2 - 4x + 6 - \frac{6}{x+1} \right) dx$
 $= \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 6x - 6\ln|x+1| \right) \Big|_1^2 = \frac{7}{3} - 6\ln 3 + 6\ln 2.$

Suy ra $a = \frac{7}{3}$, $b = -6$, $c = 6$ nên $a + b + c = \frac{7}{3} > 0$. **Chọn D.**

Câu 79. Ta có $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 4x - 4}{x+2} dx = \int_1^2 \left(x^2 - 5x + 14 - \frac{32}{x+2} \right) dx$
 $= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 14x - 32\ln|x+2| \right) \Big|_1^2 = \frac{53}{6} - 32\ln 4 + 32\ln 3 = \frac{53}{6} - 64\ln 2 + 32\ln 3.$

Suy ra $a = \frac{53}{6}$, $b = -64$, $c = 32$. **Chọn B.**

Câu 80. Gọi $s(t)$ là quãng đường đi được của máy bay

Ta đã biết: $v(t) = s'(t)$. Do đó $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$

Quãng đường đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

$$\int_4^{10} \left(1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3} \right) dt = \int_4^{10} \left(1,2 + t - 3 + \frac{13}{t + 3} \right) dt$$

$$= \left(1,2t + \frac{t^2}{2} - 3t + 13\ln|t + 3| \right) \Big|_4^{10} = 0,8 + 13\ln 4 - 3\ln 3 \approx 11,81m. \text{ **Chọn B.}**$$

Câu 81. Gọi $s(t)$ là quãng đường đi được của máy bay

Ta đã biết: $v(t) = s'(t)$. Do đó $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$.

Quãng đường đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

$$s(t) = \int_4^{10} (3t^2 + 5) dt = (t^3 + 5t) \Big|_4^{10} = 966 \text{ m. **Chọn D.}**$$

Câu 82. Lúc dừng thì $v(t) = 0 \Rightarrow -5t + 10 = 0 \Rightarrow t = 2$.

Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian $t = 2$.

Ta có $v(t) = s'(t)$, suy ra $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$.

Vậy trong 2s ô tô đi được quãng đường là:

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10m. \text{ **Chọn C.}**$$

Câu 83. Lấy mốc thời gian tại thời điểm $t = 0$ (Vận tốc bằng 10m/s tăng tốc)

Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 10s và gọi $v(t)$ là vận tốc của ô tô

Ta có: $a(t) = v'(t) \Rightarrow v(t)$ là nguyên hàm của $a(t)$

$$v(t) = \int a(t)dt = \int (3t + t^2)dt = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C$$

Tại thời điểm ban đầu: $v(0) = 10 \Leftrightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10$

Ta có: $v(t) = s'(t) \Rightarrow s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$

Vậy trong $10(s)$ ô tô đi được quãng đường là:

$$\int_0^{10} v(t)dt = \int_0^{10} \left(\frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10 \right) dt = \left(\frac{t^3}{2} + \frac{t^4}{12} + 10t \right) \Big|_0^{10} = \frac{4300}{3} (m). \text{ Chọn B.}$$

Câu 84. Ta có $v(t) = \int v'(t)dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3\ln|t+1| + C$.

Tại thời điểm ban đầu ($t=0$) thì $v(0) = 3\ln 1 + C = 6 \Leftrightarrow C = 6$.

Suy ra $v(t) = 3\ln|t+1| + 6$.

Tại thời điểm $t = 10s \Rightarrow v(10) = 3\ln 11 + 6 \approx 13 (m/s)$. **Chọn B.**

Câu 85. Ta có $N(t) = \int N'(t)dt = \int \frac{4000}{1+0,5t} dt = 8000 \cdot \ln(1+0,5t) + C$

Tại thời điểm ban đầu ($t=0$) thì $N(0) = 8000 \cdot \ln 1 + C = 250000 \Leftrightarrow C = 250000$.

Suy ra $N(t) = 8000 \cdot \ln(1+0,5t) + 250000$.

Sau 10 giây ($t=10$) thì ta có $N(10) = 8000 \cdot \ln(1+0,5 \cdot 10) + 250000 = 264.334$ (con).

Chọn A.

Câu 86. Ta có $h(t) = \int h'(t)dt = \frac{1}{5} \int (t+8)^{\frac{1}{3}} dt = \frac{3}{20} (t+8)^{\frac{4}{3}} + C$.

Tại thời điểm ban đầu ($t=0$) thì $h(0) = \frac{3}{20} \cdot 8^{\frac{4}{3}} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{12}{5}$.

Suy ra $h(t) = \frac{3}{20} (t+8)^{\frac{4}{3}} - \frac{12}{5}$.

Tại thời điểm $t = 6(s)$ thì $h(6) = \frac{3}{20} \cdot 14^{\frac{4}{3}} - \frac{12}{5} \approx 2,66$ cm. **Chọn C.**

Câu 87. Ứng dụng thực tế tích phân: Biểu thị sự thay đổi của một sự vật từ cận a đến cận b.

Chọn D.

Câu 88. Đặt $x = 4 \sin t$, suy ra:

$$\begin{cases} dx = 4 \cos t dt \\ \sqrt{16-x^2} = \sqrt{16-16\sin^2 t} = \sqrt{16\cos^2 t} = 4|\cos t| \end{cases} \cdot \text{Đổi cận: } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\sqrt{8} \Rightarrow t=\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Khi đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 16|\cos t| \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 16 \cos^2 t dt = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt$. **Chọn B.**

Câu 89. Đặt $x = 2 \sin t$, suy ra $\begin{cases} dx = 2 \cos t dt \\ \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} = 2\sqrt{\cos^2 t} = 2|\cos t| \end{cases}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6} \end{cases}$. Vậy $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{2|\cos t|} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t dt}{2 \cos t} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. **Chọn A.**

Câu 90. Đặt $x = \sqrt{3} \tan t$, suy ra $dx = \sqrt{3}(1 + \tan^2 t) dt$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = \sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4} \\ x = 3 \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} \end{cases}$. Khi đó $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}(1 + \tan^2 t) dt}{3 \tan^2 t + 3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$. **Chọn D.**

Câu 91. Đặt $x = \frac{1}{\sin t}$, suy ra

$$\begin{cases} dx = -\frac{\cos t}{\sin^2 t} dt \\ \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 t} - 1} = \sqrt{\frac{\cos^2 t}{\sin^2 t}} = \frac{|\cos t|}{|\sin t|} \end{cases} \text{ Đổi cận: } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4} \end{cases} \text{ Khi đó:}$$

$$I = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\frac{|\cos t|}{|\sin t|}}{\frac{1}{\sin^3 t}} \cdot \frac{\cos t}{\sin^2 t} dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{|\cos t|}{|\sin t|}}{\frac{1}{\sin^3 t}} \cdot \frac{\cos t}{\sin^2 t} dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt. \text{ **Chọn C.**}$$

Câu 92. Chọn A. Đặt $t = 1 - x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = 0 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 f(x) dx = -\int_1^0 f(1-t) dt = -\int_1^0 f(1-x) dx = \int_0^1 f(1-x) dx.$$

Vậy mệnh đề A đúng.

Câu 93. Đặt $x = 2t \Rightarrow dx = 2dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 4 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } \int_0^4 f(x) dx = 10 \text{ trở thành } 2 \int_0^2 f(2t) dt = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(2t) dt = 5. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 94. Đặt $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x) dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = a \Rightarrow t = f(a) \\ x = b \Rightarrow t = f(b) \end{cases}$

$$\text{Khi đó } \int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = \int_{f(a)}^{f(b)} e^t dt = e^{f(b)} - e^{f(a)} = 0 \text{ (do } f(a) = f(b)). \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 95. Xét I. Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f(\sin x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\sin x) \cdot \cos x dx$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$.

Khi đó $2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\sin x) \cdot \cos x dx = 2 \int_0^1 t \cdot f(t) dt = 2 \int_0^1 x \cdot f(x) dx$. Do đó I đúng.

Xét II. Đặt $t = e^x$ và kết luận II đúng.

Xét III. Đặt $t = x^2$ và kết luận III đúng. **Chọn D.**

Câu 96. Ta có $\int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx$.

Xét tích phân $\int_{-a}^0 f(x) dx$. Đặt $t = -x \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = -a \Rightarrow t = a \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

Do $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a; a]$ nên $f(-x) = -f(x) \Rightarrow f(-t) = -f(t)$.

Khi đó

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = - \int_a^0 f(-t) dt = - \int_a^0 [-f(t)] dt = \int_a^0 f(t) dt = - \int_0^a f(t) dt = - \int_0^a f(x) dx.$$

Vậy $\int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = - \int_0^a f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 0$. **Chọn B.**

Câu 97. Áp dụng đáp án câu 7 ta có:

Nếu $f(x)$ lẻ và liên tục trên $[-a; a]$ thì $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$. Thay $a = 2$ ta được

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = 0 = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = - \int_{-2}^0 f(x) dx = -2. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 98. Ta có $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$

Đặt $t = -x \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = -1 \end{cases}$

Do $f(x)$ là hàm số chẵn nên $f(-x) = f(x) \Rightarrow f(-t) = f(t)$.

$$\text{Suy ra } \int_0^1 f(x) dx = - \int_0^{-1} f(-t) dt = - \int_0^{-1} f(t) dt = \int_{-1}^0 f(t) dt = \int_{-1}^0 f(x) dx$$

Vậy $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = 2 \int_{-1}^0 f(x) dx = 2 \cdot 3 = 6$. **Chọn C.**

Câu 99. Đặt $t = \sqrt{x^3 + 1} \Rightarrow t^2 = x^3 + 1$, suy ra $2tdt = 3x^2 dx \Rightarrow \frac{2}{3}tdt = x^2 dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=2 \Rightarrow t=3 \end{cases}$. Vậy $I = \frac{2}{3} \int_1^3 t^2 dt = \frac{2t^3}{9} \Big|_1^3 = \frac{52}{9}$. **Chọn C.**

Câu 100. Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2xdx$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow u=0 \\ x=2 \Rightarrow u=3 \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx = \int_0^3 \sqrt{u}du$. Do đó B sai. **Chọn B.**

Câu 101. Đặt $t = \sqrt{1+x} \Rightarrow t^2 = 1+x \Rightarrow 2tdt = dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=3 \Rightarrow t=2 \end{cases}$

Suy ra $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx = 2 \int_1^2 \frac{t(t^2-1)}{1+t} dt = \int_1^2 (2t^2-2t) dt$. Vậy $f(t) = 2t^2 - 2t$. **Chọn A.**

Câu 102. Ta có $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx = \int_1^{\sqrt{3}} (x^2+1) \cdot \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$.

Đặt $t = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} \Rightarrow \begin{cases} dt = -\frac{1}{x^2\sqrt{x^2+1}} dx \\ t^2 = \frac{x^2+1}{x^2} = 1 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{t^2-1} \Rightarrow x^2+1 = \frac{t^2}{t^2-1} \end{cases}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=\sqrt{2} \\ x=\sqrt{3} \Rightarrow t=\frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$. Suy ra $I = -\int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2}{t^2-1} dt$. **Chọn A.**

Câu 103. Ta có $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}} = \int_1^2 \frac{x^2 dx}{x^3\sqrt{1+x^3}}$.

Đặt $t = \sqrt{1+x^3} \Rightarrow \begin{cases} t^2 = 1+x^3 \\ 2tdt = 3x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 = t^2-1 \\ x^2 dx = \frac{2}{3}tdt \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=\sqrt{2} \\ x=2 \Rightarrow t=3 \end{cases}$.

Suy ra $I = \frac{2}{3} \int_{\sqrt{2}}^3 \frac{tdt}{(t^2-1)t} = \frac{1}{3} \int_{\sqrt{2}}^3 \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| \Big|_{\sqrt{2}}^3 = \frac{1}{3} \left(\ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)$
 $= -\frac{1}{3} \ln 2 - \frac{1}{3} \ln(3-2\sqrt{2}) = -\frac{1}{3} \ln 2 - \frac{1}{3} \ln(\sqrt{2}-1)^2 = -\frac{1}{3} \ln 2 - \frac{2}{3} \ln(\sqrt{2}-1)$

Vậy $a = -\frac{1}{3}$; $b = -\frac{2}{3}$; $c = 0$. **Chọn B.**

Câu 104. Đặt $t = x^2 + 1$, suy ra $dt = 2xdx \Rightarrow xdx = \frac{dt}{2}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=1 \Rightarrow t=2 \end{cases}$. Khi đó $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln |t| \Big|_1^2 = \frac{1}{2} \ln 2 = \ln \sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 105. Đặt $x^4 = t \Rightarrow 4x^3 dx = dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

Suy ra $\int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = \int_0^1 \frac{dt}{(t + 2)^2} = \left(-\frac{1}{t + 2} \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$. Khi đó:

$$2\sqrt{3}.m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}.m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{36} \Rightarrow 144m^2 - 1 = -\frac{2}{3}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 106. Đặt $t = \ln x$, suy ra $dt = \frac{dx}{x}$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = 2 \Rightarrow t = \ln 2 \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } B = \int_0^{\ln 2} t dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\ln 2} = \frac{\ln^2 2}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 107. Đặt $u = \ln x \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ x = e^u \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow u = 0 \\ x = e \Rightarrow u = 1 \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } \int_1^e \frac{1 - \ln x}{x^2} dx = \int_0^1 \frac{1 - u}{e^u} du = \int_0^1 (1 - u)e^{-u} du. \text{ Chọn B.}$$

Câu 108. Đặt $t = \sqrt{1 + 3 \ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + 3 \ln x$, suy ra $2t dt = \frac{3}{x} dx$.

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = e \Rightarrow t = 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt = \frac{2}{9} t^3 \Big|_1^2 = \frac{14}{9}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 109. Đặt $t = \ln x + 2$, suy ra $\begin{cases} dt = \frac{dx}{x} \\ \ln x = t - 2 \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 2 \\ x = e \Rightarrow t = 3 \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = \int_2^3 \frac{t - 2}{t^2} dt = \int_2^3 \left(\frac{1}{t} - \frac{2}{t^2} \right) dt. \text{ Chọn D.}$$

Câu 110. Đặt $t = \ln^2 x + 1$, suy ra $dt = \frac{2 \ln x}{x} dx \Rightarrow \frac{\ln x}{x} dx = \frac{dt}{2}$. Đổi cận:

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = e \Rightarrow t = 2 \end{cases}. \text{ Khi đó } I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln |t| \Big|_1^2 = \frac{1}{2} \ln 2. \text{ Suy ra } a = \frac{1}{2}, b = 0. \text{ Chọn A.}$$

Câu 111. Đặt $t = x^2$, suy ra $dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt$.

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0; \quad x = 1 \Rightarrow t = 1. \text{ Khi đó } I = \frac{1}{2} \int_0^1 e^t dt = \frac{1}{2} \cdot e^t \Big|_0^1 = \frac{e - 1}{2}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 112. Đặt $t = \sqrt{e^x - 1} \Rightarrow t^2 = e^x - 1$, suy ra $2t dt = e^x dx$.

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \ln 2 \Rightarrow t = 1 \end{cases}. \text{ Khi đó } I = 2 \int_0^1 t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 113. Đặt $t = e^x$, suy ra $dt = e^x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \ln 3 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$.

Suy ra $\int_0^{\ln 3} \frac{dx}{e^x + 1} = \int_1^3 \frac{e^x dx}{e^x(e^x + 1)} = \int_1^3 \frac{dt}{t(t+1)} = \int_1^3 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right) dt$. **Chọn D.**

Câu 114. Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = \frac{1}{e} \\ x = 2 \Rightarrow t = e^2 \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{dt}{2+t} = \ln|2+t| \Big|_{\frac{1}{e}}^{e^2} = \ln(2+e^2) - \ln\left(2+\frac{1}{e}\right) = \ln \frac{2+e^2}{2+\frac{1}{e}} = \ln \frac{2e+e^3}{2e+1}$.

Vậy $a = 2$; $b = 1$. **Chọn C.**

Câu 115. Đặt $t = \sin x$, suy ra $dt = \cos x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$. Khi đó $I = \int_0^1 e^t dt = e^t \Big|_0^1 = e - 1$. **Chọn B.**

Câu 116. Đặt $t = \sin^2 x \Rightarrow dt = 2 \sin x \cos x dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$. Suy ra $I = \frac{1}{2} \int_0^1 e^t (1-t) dt$. **Chọn A.**

Câu 117. Đặt $t = \sin^2 x$, suy ra $dt = 2 \sin x \cos x dx = \sin 2x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$. Khi đó $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 e^t dt$. **Chọn B.**

Câu 118. Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \pi \Rightarrow t = -1 \end{cases}$. Khi đó $I = -\int_1^{-1} t^3 dt = \int_{-1}^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_{-1}^1 = 0$. **Chọn C.**

Câu 119. Đặt $t = 1 + \sin^2 x$, suy ra $dt = 2 \sin x \cos x dx = \sin 2x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2 \end{cases}$. Khi đó $I = \int_1^2 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{15}{4}$. **Chọn B.**

Câu 120. Đặt $u = \sqrt{3 \tan x + 1} \Rightarrow u^2 = 3 \tan x + 1 \Rightarrow 2u du = \frac{3}{\cos^2 x} dx$. Đổi cận

$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow u = 1 \\ x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 2 \end{cases}$. Vậy $I = \frac{2}{3} \int_1^2 \frac{(2u^2 - 2)u}{u} du = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. **Chọn C.**

Câu 121. Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

Suy ra $I = -\int_1^0 (1-t)^n dt = \int_1^0 (1-t)^n d(1-t) = \frac{(1-t)^{n+1}}{n+1} \Big|_1^0 = \frac{1}{n+1}$. **Chọn A.**

Câu 122. Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\frac{\pi}{6} \Rightarrow t=\frac{1}{2} \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_0^{\frac{1}{2}} t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{n+1} = \frac{1}{(n+1)2^{n+1}} = \frac{1}{64} \Leftrightarrow n=3$. **Chọn A.**

Câu 123. Đặt $\begin{cases} u = \ln t \\ dv = dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dt}{t} \\ v = t \end{cases}$. Khi đó $I = t \ln t \Big|_1^2 - \int_1^2 dt = t \ln t \Big|_1^2 - t \Big|_1^2 = 2 \ln 2 - 1$.

Chọn D.

Câu 124. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{dx}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$.

Khi đó $I = \left(-\frac{\ln x}{x}\right) \Big|_1^a + \int_1^a \frac{dx}{x^2} = -\frac{\ln a}{a} - \frac{1}{x} \Big|_1^a = -\frac{\ln a}{a} - \frac{1}{a} + 1$. Suy ra $a=2$. **Chọn A.**

Câu 125. Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2 - x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x-1}{x^2-x} dx = \frac{2x-1}{x(x-1)} dx \\ v = x \end{cases}$.

Khi đó $I = x \ln(x^2 - x) \Big|_2^3 - \int_2^3 \frac{2x-1}{x-1} dx = x \ln(x^2 - x) \Big|_2^3 - \int_2^3 \left(2 + \frac{1}{x-1}\right) dx$
 $= x \ln(x^2 - x) \Big|_2^3 - (2x + \ln|x-1|) \Big|_2^3 = 3 \ln 3 - 2$. Suy ra $a=3, b=2$. **Chọn C.**

Câu 126. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$. Khi đó $I = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2+1}{4}$.

Chọn C.

Câu 127. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^4}{4} \end{cases}$.

Khi đó $I = \int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{x^4 \ln x}{4} \Big|_1^e - \frac{1}{4} \int_1^e x^3 dx = \frac{e^4}{4} - \frac{x^4}{16} \Big|_1^e = \frac{e^4}{4} - \left(\frac{e^4}{16} - \frac{1}{16}\right) = \frac{3e^4+1}{16}$.

Suy ra $a=4, b=16$. **Chọn A.**

Câu 128. Đặt $\begin{cases} u = \ln(2+x^2) \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{2+x^2} dx \\ v = \frac{x^2}{2} + 1 = \frac{2+x^2}{2} \end{cases}$.

Khi đó $I = \frac{2+x^2}{2} \ln(2+x^2) \Big|_0^1 - \int_0^1 xdx = \frac{3}{2} \ln 3 - \ln 2 - \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{2}$.

Suy ra $a = \frac{3}{2}$, $b = -1$, $c = -\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 129. Ta có $I = \int_1^e \ln \frac{k}{x} dx = \int_1^e (\ln k - \ln x) dx = \ln k \int_1^e dx - \int_1^e \ln x dx$.

• $A = \ln k \int_1^e dx = \ln k \cdot x \Big|_1^e = (e-1) \ln k$.

• $B = \int_1^e \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$.

Suy ra $B = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx = x \ln x \Big|_1^e - x \Big|_1^e = 1$. Do đó $I = A - B = (e-1) \ln k - 1$.

Theo giả thiết, ta có $I < e - 2$

$\Leftrightarrow (e-1) \ln k - 1 < e - 2 \Leftrightarrow (e-1) \ln k < e - 1 \Leftrightarrow \ln k < 1 \Leftrightarrow k < e$. **Chọn B.**

Câu 130. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = 2^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{2^x}{\ln 2} \end{cases}$.

Khi đó $I = \frac{x 2^x}{\ln 2} \Big|_0^1 - \frac{1}{\ln 2} \int_0^1 2^x dx = \frac{x 2^x}{\ln 2} \Big|_0^1 - \frac{2^x}{\ln^2 2} \Big|_0^1 = \frac{2 \ln 2 - 1}{\ln^2 2}$. **Chọn A.**

Câu 131. Đặt $\begin{cases} u = 2x + 3 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}$. Khi đó

$I = (2x+3)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 2e^x dx = (2x+3)e^x \Big|_0^1 - 2e^x \Big|_0^1 = 3e - 1$. Suy ra $a = 3$, $b = -1$. **Chọn D.**

Câu 132. Đặt $\begin{cases} u = x - 1 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$. Áp dụng công thức tính tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_0^{\sqrt{a}} (x-1)e^{2x} dx &= \left(\frac{x-1}{2} e^{2x} \right) \Big|_0^{\sqrt{a}} - \frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{a}} e^{2x} dx = \frac{\sqrt{a}-1}{2} e^{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} e^{2x} \right) \Big|_0^{\sqrt{a}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{a}-1}{2} e^{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} e^{2\sqrt{a}} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{a}-1}{2} e^{2\sqrt{a}} - \frac{1}{4} e^{2\sqrt{a}} + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Theo bài ra, ta có

$$\frac{\sqrt{a}-1}{2}e^{2\sqrt{a}} - \frac{1}{4}e^{2\sqrt{a}} + \frac{3}{4} = \frac{3-e^2}{4} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}-1}{2}e^{2\sqrt{a}} - \frac{1}{4}e^{2\sqrt{a}} + \frac{e^2}{4} = 0 \Leftrightarrow a=1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 133. Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=-\frac{\cos 2x}{2} \end{cases}$.

Khi đó $I = -\frac{x \cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx = -\frac{x \cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{\sin 2x}{4} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{4}$. **Chọn C.**

Câu 134. Tính $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$. Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=-\cos x \end{cases}$.

Suy ra $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$.

Do đó $I = A + 2m \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx = 1 + mx^2 \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{m\pi^2}{4}$.

Theo bài ra ta có $1 + \frac{m\pi^2}{4} = 1 + \pi^2 \Leftrightarrow \frac{m\pi^2}{4} = \pi^2 \Leftrightarrow m=4$. **Chọn C.**

Câu 135. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$. Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=\sin x \end{cases}$.

Khi đó $I = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{\pi}{m} - \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = 1 \Leftrightarrow m=2$. Suy ra $9m^2 - 6 = 30$. **Chọn B.**

Câu 136. Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1-\sin x) dx = (x^2-x+\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2}\right) - 1 = \pi \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) - 1$.

Suy ra $\begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 137. Ta có $\int_0^t \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2} \int_0^t \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| \Big|_0^t = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right|$.

Theo bài ra ta có: $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| = -\frac{1}{2} \ln 3 \Leftrightarrow \left| \frac{t-1}{t+1} \right| = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{1}{2} \\ t=2 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 138. Chọn C.

Câu 139. Xét (I). Ta có $I + J = \int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx + \int_0^{\pi} e^x \sin^2 x dx$.

$$= \int_0^{\pi} e^x (\sin^2 x + \cos^2 x) dx = \int_0^{\pi} e^x dx = e^x \Big|_0^{\pi} = e^{\pi} - 1. \text{ Vậy (I) sai.}$$

Xét (II). Ta có $I - J = \int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx - \int_0^{\pi} e^x \sin^2 x dx$

$$= \int_0^{\pi} e^x (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int_0^{\pi} e^x \cos 2x dx = K. \text{ Vậy (II) đúng.}$$

Xét (III). Đặt $\begin{cases} u = \cos 2x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -2 \sin 2x dx \\ v = e^x \end{cases}$

$$\text{Suy ra } K = \left(e^x \cos 2x \right) \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} e^x \sin 2x dx = e^{\pi} - 1 + 2M.$$

Tính $M = \int_0^{\pi} e^x \sin 2x dx$. Ta đặt $\begin{cases} u_1 = \sin 2x \\ dv_1 = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = 2 \cos 2x \\ v_1 = e^x \end{cases}$

$$\text{Suy ra } M = \left(e^x \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} e^x \cos 2x dx = -2K.$$

Khi đó $K = e^{\pi} - 1 + 2(-2K) \Leftrightarrow 5K = e^{\pi} - 1 \Leftrightarrow K = \frac{e^{\pi} - 1}{5}$. Vậy (III) đúng. **Chọn D.**

Câu 140. Ta có $I_0 + I_1 = \int_0^1 \frac{1}{1+e^x} dx + \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx = \int_0^1 \frac{1+e^x}{1+e^x} dx = \int_0^1 dx = 1$. **Chọn B.**

Câu 141. Chọn B.

Câu 142. Theo hình vẽ, ta có

$$S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = -\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx. \text{ Chọn C.}$$

Câu 143. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2x = 3x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |x^3 + 2x - 3x^2| dx = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx + \int_1^2 (-x^3 - 2x + 3x^2) dx \\ &= \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx - \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx. \text{ Chọn B.} \end{aligned}$$

Câu 144. Xét phương trình $x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_1^2 |x^2 + 2 - 3x| dx$

$$= \int_1^2 (-x^2 + 3x - 2) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_1^2 = -\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6} \right) = \frac{1}{6}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 145. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx \\ &= \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}. \text{ Chọn A.} \end{aligned}$$

Câu 146. Xét phương trình $-x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{3} \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^2 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2) dx + \int_1^2 (-x^3 + 3x^2 - 2) dx = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{5}{2}.$$

Chọn B.

Câu 147. Xét phương trình $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-1}^1 |x^4 - 2x^2 + 1| dx = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{8}{15} - \frac{-8}{15} = \frac{16}{15} \text{ (đvdt).}$$

Chọn B.

Câu 148. Phương trình hoành độ giao điểm: $x\sqrt{1+x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{1+x^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

$$\text{Diện tích hình phẳng: } S = \int_0^1 |x\sqrt{1+x^2}| dx = \int_0^1 x\sqrt{1+x^2} dx.$$

Bằng cách đổi biến $t = \sqrt{1+x^2}$, ta tính được $S = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 149. Phương trình hoành độ giao điểm là $\sqrt{x} = \frac{x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^4 \left| \sqrt{x} - \frac{x}{2} \right| dx = \int_0^4 \left(\sqrt{x} - \frac{x}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x^2}{4} \right) \Big|_0^4 = \frac{4}{3}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 150. Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^4 \left| \frac{2}{(x+1)^2} \right| dx = 2 \int_0^4 \frac{dx}{(x+1)^2} = \left(-\frac{2}{x+1} \right) \Big|_0^4 = -\frac{2}{5} - (-2) = \frac{8}{5}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 151. Xét phương trình $x \ln x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 1. \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_1^e |x \ln x| dx = \int_1^e x \ln x dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$. Áp dụng công thức tính tích phân từng phần, ta có

$$S = \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \left(\frac{e^2}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{e^2 + 1}{4} \text{ (đvdt). Chọn A.}$$

Câu 152. Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^1 |e^x + x| dx$.

Ta thấy với $x > 0 \Rightarrow e^x + x > e^0 + 0 = 1$.

$$\text{Suy ra } S = \int_0^1 (e^x + x) dx = \left(e^x + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = e + \frac{1}{2} - 1 = e - \frac{1}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 153. Phương trình hoành độ giao điểm là $e^x + x = x + 1 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S &= \int_0^{\ln 5} \left| (e^x + x) - (x + 1) \right| dx = \int_0^{\ln 5} |e^x - 1| dx \\ &= \int_0^{\ln 5} (e^x - 1) dx = (e^x - x) \Big|_0^{\ln 5} = 4 - \ln 5 \text{ (đvdt). Chọn D.} \end{aligned}$$

Câu 154. Xét phương trình $(1 + e^x)x = (e + 1)x \Leftrightarrow x(e^x - e) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^1 |x(e^x - e)| dx = \int_0^1 x(e - e^x) dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = (e - e^x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = ex - e^x \end{cases}$$

Suy ra $S = \left[x(ex - e^x) \right]_0^1 - \int_0^1 (ex - e^x) dx = \left(-\frac{ex^2}{2} + e^x \right) \Big|_0^1 = -\frac{e}{2} + e - 1 = \frac{e-2}{2}$ (đvdt).

Chọn C.

Câu 155. Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \left| \sqrt{e^x + 1} \right| dx = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{e^x + 1} dx$.

Đặt $t = \sqrt{e^x + 1} \Rightarrow t^2 = e^x + 1$, suy ra $2tdt = e^x dx \Leftrightarrow dx = \frac{2t}{t^2 - 1} dt$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = \ln 3 \Rightarrow t = 2 \\ x = \ln 8 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$.

Khi đó $S = \int_2^3 \frac{2t^2}{t^2 - 1} dt = \int_2^3 \left(2 + \frac{2}{t^2 - 1} \right) dt = \left(2t + \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| \right) \Big|_2^3 = 2 + \ln \frac{3}{2}$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 156. Ta có $y' = 2x - 2$.

Tiếp tuyến Δ của (P) tại điểm $M(3;5)$ có hệ số góc $k = y'(3) = 4$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến Δ là $y = 4(x - 3) + 5 \Leftrightarrow y = 4x - 7$.

Xét phương trình $x^2 - 2x + 2 = 4x - 7 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^3 (x - 3)^2 dx = \frac{(x - 3)^3}{3} \Big|_0^3 = 9$ (đvdt). **Chọn C.**

Câu 157. Với $x = 3$, thay vào hàm số ta được $y = 5$.

Ta có $y' = 2x - 2$, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến $k = y'(3) = 4$.

Phương trình tiếp tuyến $y = 4(x - 3) + 5$ hay $y = 4x - 7$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và tiếp tuyến

$$x^2 - 2x + 2 = 4x - 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^3 \left| (x^2 - 2x + 2) - (4x - 7) \right| dx$
 $= \int_0^3 |x^2 - 6x + 9| dx = \int_0^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x \right) \Big|_0^3 = 9$. **Chọn A.**

Câu 158. Từ $y = 4 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow x = g(y) = \pm \frac{1}{\sqrt{4 - y}}$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_{-1}^1 \left| \frac{1}{\sqrt{4 - y}} \right| dy = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{4 - y}} dy$. **Chọn C.**

Câu 159. Xét phương trình $y^2 = 12 - 2y^2 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Leftrightarrow y = \pm 2$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_{-2}^2 |3y^2 - 12| dy$

$$= \int_{-2}^2 (-3y^2 + 12) dy = (-y^3 + 12y) \Big|_{-2}^2 = 16 - (-16) = 32 \text{ (đvdt)}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 160. Ta có đồ thị (C): $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = x - 1 - \frac{1}{x - 1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích của hình phẳng cần tính là } S &= \int_a^{2a} \left| \frac{x^2 - 2x}{x - 1} - (x - 1) \right| dx = \int_a^{2a} \left| \frac{-1}{x - 1} \right| dx \\ &= \left| \int_a^{2a} \frac{1}{x - 1} dx \right| = \left| \left(\ln|x - 1| \right) \Big|_a^{2a} \right| = \ln \frac{2a - 1}{a - 1} \text{ do } a > 1 \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có $\ln \frac{2a - 1}{a - 1} = \ln 3 \Leftrightarrow \frac{2a - 1}{a - 1} = 3 \Leftrightarrow a = 2$. **Chọn B.**

Câu 161. Chọn A. Câu 162. Chọn B. Câu 163. Chọn C.

Câu 164. Ta có $V = \pi \int_0^1 [2(x - 1)e^x]^2 dx = 4\pi \int_0^1 (x^2 - 2x + 1)e^{2x} dx = 4\pi I_1$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 - 2x + 1 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x - 2 \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases} \Rightarrow I = (x^2 - 2x + 1) \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - \int_0^1 (x - 1)e^{2x} dx = -\frac{1}{2} - I_2$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = x - 1 \\ dv_1 = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = dx \\ v_1 = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases} \Rightarrow I_1 = (x - 1) \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} - \frac{e^{2x}}{4} \Big|_0^1 = \frac{3}{4} - \frac{e^2}{4}$$

Do vậy $I_1 = \frac{e^2 - 5}{4}$ suy ra $V = (e^2 - 5)\pi$. **Chọn D.**

Câu 165. Diện tích của hình chữ nhật có hai kích thước x và $2\sqrt{9 - x^2}$ bằng: $2x\sqrt{9 - x^2}$

$$\text{Do vậy thể tích của vật thể đã cho bằng } V = \int_0^3 2x\sqrt{9 - x^2} dx$$

$$\text{Đặt } \sqrt{9 - x^2} = t \Rightarrow x^2 = 9 - t^2 \Rightarrow x dx = -t dt. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 3 \\ x = 3 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } V = -2 \int_3^0 t^2 dt = \left(-\frac{2}{3} t^3 \right) \Big|_3^0 = 18 \text{ (đvtt)}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 166. Ta có diện tích thiết diện là $S(x) = \frac{1}{4} \pi (\sqrt{2}x^2)^2 = \frac{1}{2} \pi x^4$.

$$\text{Thể tích cần tìm là } V = \int_0^2 \frac{1}{2} \pi x^4 dx = \left(\frac{1}{2} \pi \cdot \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{5} \text{ (đvtt)}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 167. Tiếp tuyến với đồ thị $y = x^2 + 1$ tại điểm (1;2) có phương trình là $y = 2x$.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng C quanh trục Ox bằng:

$$V_{Ox} = \pi \int_0^1 \left| (x^2 + 1)^2 - 4x^2 \right| dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{15} \text{ (đvtt)}.$$

Chọn C.

Câu 168. Xét phương trình $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Hình phẳng D giới hạn bởi (P) và trục Ox quay quanh Ox tạo nên khối tròn xoay có thể tích là:

$$V_{Ox} = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15} \text{ (đvtt)}.$$

Chọn A.

Câu 169. Xét phương trình $2x - x^2 = x \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

$$\text{Thể tích khối tròn xoay cần tìm là } V_{Ox} = \pi \int_0^1 \left| (2x - x^2)^2 - x^2 \right| dx$$

$$= \pi \left| \int_0^1 (3x^2 - 4x^3 + x^4) dx \right| = \pi \left| \left(x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{\pi}{5} \text{ (đvtt)}. \text{ **Chọn C.**}$$

Câu 170. Xét phương trình $4 - x^2 = 2 + x^2 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

$$\text{Thể tích cần tìm là } V_{Ox} = \pi \int_{-1}^1 \left| (4 - x^2)^2 - (2 + x^2)^2 \right| dx$$

$$= \pi \left| \int_{-1}^1 (12 - 12x^2) dx \right| = \left| \pi (12x - 4x^3) \Big|_{-1}^1 \right| = 16\pi \text{ (đvtt)}. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 171. Xét phương trình $\frac{x^2}{4} = x \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

$$\text{Thể tích khối tròn xoay cần tìm là } V_{Ox} = \pi \int_0^4 \left| \left(\frac{x^2}{4} \right)^2 - x^2 \right| dx$$

$$= \pi \int_0^4 \left| \frac{x^4}{16} - x^2 \right| dx = \pi \left| \left(\frac{x^5}{80} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 \right| = \frac{128\pi}{15} \text{ (đvtt)}. \text{ **Chọn C.**}$$

Câu 172. Phương trình hoành độ giao điểm là $\sqrt{x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

$$\text{Thể tích khối tròn xoay cần tìm là } V_{Ox} = \pi \int_0^4 |x^2 - x| dx.$$

$$\text{Xét phương trình } x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } V_{Ox} &= \pi \int_0^1 |x^2 - x| dx + \pi \int_1^4 |x^2 - x| dx = \pi \int_0^1 (-x^2 + x) dx + \pi \int_1^4 (x^2 - x) dx \\ &= \pi \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \pi \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^4 = \frac{41\pi}{3} \text{ (đvtt)}. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 173. Xét phương trình $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích cần tính là $V_{Ox} = \pi \int_1^e \ln^2 x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2 \ln x}{x} dx \\ v = x \end{cases}$

Khi đó $V_{Ox} = \pi \left(x \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e \ln x dx \right) = \pi(e - 2I)$

Tính $I = \int_1^e \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} a = \ln x \\ db = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} da = \frac{1}{x} dx \\ b = x \end{cases}$.

Suy ra $I = (x \ln x) \Big|_1^e - \int_1^e dx = e - (e - 1) = 1$. Vậy $V_{Ox} = \pi(e - 2)$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 174. Ta có $y = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ x = y^2 \end{cases}$ và $y = -x + 2 \Leftrightarrow x = 2 - y$.

Xét phương trình $y^2 = 2 - y \Leftrightarrow y^2 + y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ y = 1 \end{cases}$. Do $y \geq 0$ nên $y = 1$.

Thể tích khối tròn xoay cần tính khi quay quanh trục Oy là:

$$\begin{aligned} V_{Oy} &= \pi \int_0^1 \left| (y^2)^2 - (2 - y)^2 \right| dy \\ &= \pi \left| \int_0^1 (y^4 - y^2 + 4y - 4) dy \right| = \pi \left| \left(\frac{y^5}{5} - \frac{y^3}{3} + 2y^2 - 4y \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{32\pi}{15} \text{ (đvtt)}. \text{ **Chọn C.** } \end{aligned}$$

Câu 175. Từ hàm số $y = -x^2 + 2x \Leftrightarrow 1 - y = (x - 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{1 - y} \\ x = 1 - \sqrt{1 - y} \end{cases}$.

Xét phương trình $1 + \sqrt{1 - y} = 1 - \sqrt{1 - y} \Leftrightarrow y = 1$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$\begin{aligned} V_{Oy} &= \pi \int_0^1 \left| (1 + \sqrt{1 - y})^2 - (1 - \sqrt{1 - y})^2 \right| dy \\ &= \pi \int_0^1 4\sqrt{1 - y} dy = 4\pi \int_0^1 \sqrt{1 - y} dy = -\frac{8\pi(1 - y)^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{3} \text{ (đvtt)}. \text{ **Chọn B.** } \end{aligned}$$