

Chuyên đề 9 BIẾN DẠNG CỦA VẬT RẮN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. BIẾN DẠNG CƠ

Nguyên nhân: Do tác dụng của các lực cơ học (kéo, nén,...) vật rắn bị biến dạng (kéo, nén, uốn, cắt...).

2. Hệ số đàn hồi, suất đàn hồi:

- Hệ số đàn hồi (độ cứng): $k = \frac{ES}{l_0}$ (9.1)

- Suất đàn hồi: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{kl_0}{S}$ (9.2)

(Đơn vị của E là Pa; l_0 là chiều dài ban đầu của vật; S là diện tích tiết diện ngang của vật; $\sigma = \frac{F}{S}$ là ứng suất

pháp tuyến; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ là độ biến dạng tỉ đối;

Δl là độ biến dạng (tuyệt đối) của vật).

3. Giới hạn bền. Hệ số an toàn

Giới hạn bền: $\sigma_b = \frac{F_b}{S}$ (9.3)

(F_b là lực kéo làm dây đứt).

Hệ số an toàn: $n = \frac{\sigma_b}{F}$ (9.4)

(F là lực mà mỗi đơn vị diện tích tiết diện ngang có thể chịu để đảm bảo an toàn).

II. BIẾN DẠNG NHIỆT

1. Nguyên nhân: Do sự thay đổi nhiệt độ (tăng, giảm) làm vật biến dạng (dãn ra hay co lại).

2. Sự nở dài: Sự nở dài là sự tăng chiều dài của vật rắn khi nhiệt độ vật rắn tăng.

$$l = l_0(1 + \alpha t) \quad (9.5)$$

(l_0 là chiều dài của vật ở 0°C , l là chiều dài của vật ở $t^\circ\text{C}$, α là hệ số nở dài của chất làm vật).

3. Sự nở khối (nở thể tích): Sự nở khối là sự tăng thể tích của vật rắn khi nhiệt độ vật rắn tăng.

$$V = V_0(1 + \beta t) \quad (9.6)$$

(V_0 là thể tích của vật ở 0°C , V là thể tích của vật ở $t^\circ\text{C}$, $\beta = 3\alpha$ là hệ số nở thể tích của chất làm vật).

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

VỀ KIẾN THỨC VÀ KỸ NĂNG

- Cần chú ý xác định loại biến dạng (cơ, nhiệt hay cả cơ và nhiệt).

- Khi áp dụng các công thức về biến dạng của vật rắn, chú ý:

+ Trong biến dạng cơ thì l_0 là chiều dài ban đầu của vật, trong biến dạng nhiệt thì l_0 là chiều dài của vật ở 0°C .

+ Trong biến dạng nhiệt có thể dùng công thức gần đúng để xác định chiều dài của vật ở $t_2^\circ\text{C}$ qua chiều dài của vật ở $t_1^\circ\text{C}$: $l_2 \approx l_1 [1 + \alpha(t_2 - t_1)]$ hoặc $\Delta l \approx l_1 \alpha \Delta t$.

+ Trong biến dạng nhiệt, với cùng một chất thì $\beta \approx 3\alpha$.

- Phân biệt độ biến dạng tuyệt đối là $\Delta l = l_2 - l_1$; độ biến dạng tương đối (tỉ đối) là $\frac{\Delta l}{l_1}$ hay $\frac{\Delta l}{l_0}$.

VỀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Với dạng bài tập về **biến dạng cơ của vật rắn**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

+ Lực đàn hồi: $F_{dh} = k\Delta l$

+ Hệ số đàn hồi (độ cứng): $k = \frac{ES}{l_0}$

+ Suất đàn hồi: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{k l_0}{S}$

(l_0 là chiều dài ban đầu của vật; S là diện tích tiết diện ngang của vật; $\sigma = \frac{F}{S}$ là ứng suất pháp tuyến; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

là độ biến dạng tỉ đối; Δl là độ biến dạng (tuyệt đối) của vật).

- Một số chú ý: Đơn vị hệ SI: $k(\text{N/m})$; $l_0, \Delta l$ (m); $E(\text{Pa})$; $S(\text{m}^2)$...

2. Với dạng bài tập về **biến dạng nhiệt của vật rắn**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

+ Sự nở dài: $l = l_0(1 + \alpha t)$; $l_2 \approx l_1(1 + \alpha \Delta t)$; $\Delta l \approx l_1 \alpha \Delta t$

(l_0 là chiều dài của vật ở 0°C ; l_1 là chiều dài ban đầu của vật; Δl là độ biến dạng (dãn, co) theo chiều dài của vật; (α là hệ số nở dài của chất làm vật).

+ Sự nở khối: $V_1 = V_0(1 + \beta t)$; $V_2 \approx V_1(1 + \beta \Delta t)$; $\Delta V \approx V_1 \beta \Delta t$

(V_0 là thể tích của vật ở 0°C ; V_1 là thể tích ban đầu của vật; ΔV là độ biến dạng (dãn, co) thể tích của vật; β là hệ số nở khối của chất làm vật, với cùng một chất thì $\beta \approx 3\alpha$).

- Một số chú ý:

+ Các công thức gần đúng: $(1 \pm \varepsilon)^m \approx 1 \pm m\varepsilon$; $(1 + \varepsilon)(1 - \varepsilon') \approx 1 + \varepsilon - \varepsilon'$

+ Phân biệt chiều dài ban đầu (ứng với nhiệt độ t_1) và chiều dài ở 0°C (ứng với nhiệt độ $t = 0^\circ\text{C}$).

+ Công thức tính thể tích một số khối hình học: $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3$; $V_{\text{lập phương}} = a^3$; $V_{\text{trụ}} = Sh, \dots$

C. CÁC BÀI TẬP VẬN DỤNG

BIẾN DẠNG CƠ

1.1. Dây đồng thau có đường kính 6mm. Suất lãn (Young) của đồng thau là $9,0 \cdot 10^{10}$ Pa. Tính lực kéo làm dãn 0,20% chiều dài của dây.

Bài giải

$$\text{Áp dụng định luật Húc: } \frac{F}{S} = E \frac{|\Delta \ell|}{\ell_0} \Rightarrow F = ES \frac{|\Delta \ell|}{\ell_0} = E \cdot \pi \cdot r^2 \frac{|\Delta \ell|}{\ell_0}$$

$$\Rightarrow F = 9,0 \cdot 10^{10} \cdot 3,14 \cdot (3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} = 50,8 \cdot 10^2 \text{ N} = 5,1 \text{ KN}$$

Vậy: Lực kéo làm dãn 0,20% chiều dài của dây là 5,1 kN.

1.2. Quả cầu thép có đường kính 10 cm và khối lượng 4kg được gắn vào một dây thép dài 2,8m. Đường kính dây là 0,9mm và áp suất lãn (Young) là $E = 1,86 \cdot 10^{11}$ Pa. Quả cầu chuyển động đu đưa. Vận tốc quả cầu lúc qua vị trí thấp nhất là 5(m/s).

Hãy tính khoảng trống tối thiểu từ quả cầu đến sàn biết rằng khoảng cách từ điểm treo dây cách sàn 3m.

Bài giải

Gọi x là độ dãn của dây thép khi quả cầu qua vị trí cân bằng.

Tại vị trí cân bằng:

$$\text{Các lực tác dụng vào quả cầu: trọng lực } P = mg, \text{ lực đàn hồi } F = \frac{ES}{l_0} x$$

Vì quả cầu chuyển động đu đưa theo cung tròn nên: $F - P = ma_{ht}$

$$\Leftrightarrow \frac{ES}{l_0} x - mg = \frac{mv^2}{l_0 + x + \frac{D}{2}} \Leftrightarrow \frac{E\pi d^2}{4l_0} x - mg = \frac{mv^2}{l_0 + \frac{D}{2}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4l_0 m}{\pi E d^2} \left(\frac{v^2}{l_0 + \frac{D}{2}} + g \right) = \frac{4 \cdot 2,8 \cdot 4}{3,14 \cdot 1,86 \cdot 10^{11} \cdot (9 \cdot 10^{-4})^2} \left(\frac{5^2}{2,8 + \frac{0,1}{2}} + 10 \right)$$

$$\Rightarrow x = 0,0018 \text{ m} = 0,18 \text{ cm}$$

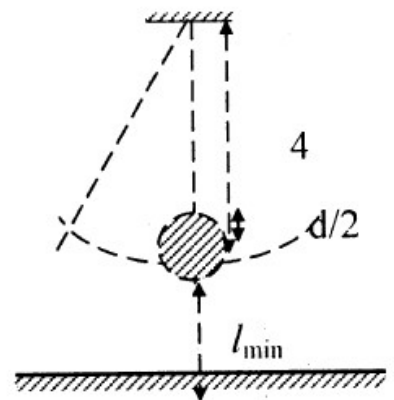
- Khoảng trống tối thiểu từ quả cầu đến sàn là:

$$l_{\min} = 300 - (280 + 10 + 0,18) = 9,82 \text{ cm}$$

BIẾN DẠNG NHIỆT

1.3. Một thước bằng nhôm có các độ chia đúng ở 5°C . Dùng thước này đo một chiều dài ở 35°C . Kết quả đọc được là 88,45cm. Tính sai số do ảnh hưởng của nhiệt độ và chiều dài đúng.

Bài giải



Ở 35°C , chiều dài thước là $l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$

- Nếu ở 5° thì chiều dài thước là $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$

- Sai số của nhiệt độ là do thước dẫn nở: $\Delta l = |l_2 - l_1| = l_0 \alpha \Delta t$

$$\Rightarrow \Delta l = l_2 \frac{\alpha \Delta t}{(1 + \alpha t_2)} = 88,45 \cdot \frac{2,3 \cdot 10^{-5} \cdot 30}{(1 + 2,3 \cdot 10^{-5} \cdot 35)} = 0,06 \text{ cm} = 0,6 \text{ mm}$$

- Chiều dài đúng cần đo: $l' = l_2 + \Delta l = 88,45 + 0,06 = 88,51 \text{ cm}$.

1.4. Ở 30°C , một quả cầu thép có đường kính 6cm và không qua lọt một lỗ tròn khoét trên một tấm đồng thau vì đường kính của lỗ kém hơn 0,01 mm.

Hỏi phải đưa quả cầu thép và tấm đồng thau tới cùng nhiệt độ bao nhiêu thì quả cầu qua lọt lỗ tròn? Biết các hệ số nở dài của thép và đồng thau lần lượt là $12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ và $19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Bài giải

Gọi:

+ l_{01}, l_{02} lần lượt là đường kính của quả cầu thép và của lỗ tròn trên tấm đồng thau ở nhiệt độ 30°C .

+ l_1, l_2 lần lượt là đường kính của quả cầu thép và của lỗ tròn trên tấm đồng thau ở nhiệt độ t .

+ α_1, α_2 lần lượt là hệ số nở dài của thép và đồng thau.

Ta có: $l_1 = l_{01}(1 + \alpha_1 \Delta t)$ (1)

- $l_2 = l_{02}(1 + \alpha_2 \Delta t)$ (2)

- Điều kiện để quả cầu lọt qua lỗ tròn: $l_1 = l_2$ (3)

- Thay (1) và (2) vào (3) ta có: $l_{01}(1 + \alpha_1 \Delta t) = l_{02}(1 + \alpha_2 \Delta t)$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{l_{01} - l_{02}}{l_{02} \alpha_2 - l_{01} \alpha_1} = \frac{0,01}{60,01 \cdot 19 \cdot 10^{-6} - 60,12 \cdot 10^{-6}} = 24^\circ\text{C}$$

- Nhiệt độ để quả cầu lọt qua lỗ tròn: $t = t_0 + \Delta t = 30 + 24 = 54^\circ\text{C}$

1.5. Tiết diện thẳng của một thanh thép là $1,3 \text{ cm}^2$. Thanh này được giữ chặt giữa hai điểm cố định ở 30°C .

Tính lực tác dụng vào thanh khi nhiệt độ giảm xuống còn 20°C . Cho biết:

- Hệ số nở dài của thép: $\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

- Suất lãn (Young) của thép: $E = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Bài giải

Gọi:

+ l_0 và l lần lượt là chiều dài của thanh thép ở 20°C và ở 30°C .

+ Δl là độ co của thanh thép khi nhiệt độ giảm từ 30°C xuống 20°C .

Ta có: $l = l_0(1 + \alpha\Delta t) \Rightarrow \Delta l = l - l_0 = l_0\alpha\Delta t$ (1)

Theo định luật Húc: $F = ES \frac{\Delta l}{l_0}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $F = ES\alpha\Delta t = 2,28 \cdot 10^{11} \cdot 1,3 \cdot 10^{-4} \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 3260\text{N} = 3,26\text{kN}$

Vậy: Lực tác dụng vào thanh khi nhiệt độ giảm xuống còn 20°C là $F = 3,26\text{kN}$.

1.6. Ở nhiệt độ $t_0 = 0^\circ\text{C}$ bình thủy tinh chứa được khối lượng m_0 thủy ngân. Khi nhiệt độ là t_1 thì bình chứa được khối lượng m_1 thủy ngân. Ở cả hai trường hợp, thủy ngân có cùng nhiệt độ với bình.

Hãy lập biểu thức tính hệ số nở dài α của thủy tinh. Biết hệ số nở khối của thủy ngân là β .

Bài giải

+ V_0 là thể tích của m_0 (kg) thủy ngân và của bình thủy tinh ở nhiệt độ 0°C .

+ V_2 là thể tích của bình thủy tinh ở nhiệt độ t_1

+ V_1 là thể tích của m_1 (kg) thủy ngân ở nhiệt độ 0°C .

+ V'_2 là thể tích của m_1 (kg) thủy ngân ở nhiệt độ t_1 .

+ ρ là khối lượng riêng của thủy ngân.

Ta có: $V_0 = \frac{m_0}{\rho}$; $V_1 = \frac{m_1}{\rho}$

$$V_2 = V_0(1 + 3\alpha\Delta t) = \frac{m_0}{\rho}(1 + 3\alpha\Delta t) \quad (1)$$

$$V'_2 = V_1(1 + \beta\Delta t) = \frac{m_1}{\rho}(1 + \beta\Delta t) \quad (2)$$

$$V_2 = V'_2 \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3) ta được: $\frac{m_1}{\rho}(1 + 3\alpha t_1) = \frac{m_1}{\rho}(1 + \beta\Delta t)$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{m_1(1 + \beta t_1) - m_0}{3m_0 t_1}$$

Vậy: Biểu thức tính hệ số nở dài α của thủy tinh là $\alpha = \frac{m_1(1 + \beta t_1) - m_0}{3m_0 t_1}$.

1.7. Có hai khối cầu bằng nhôm giống nhau, một quả nằm trên mặt phẳng cách nhiệt, quả kia được treo vào sợi dây cách nhiệt. Truyền cho hai quả cầu các nhiệt lượng như nhau. Hỏi sau đó quả cầu nào sẽ có nhiệt độ cao hơn? Tính toán độ chênh lệch nhiệt độ giữa hai quả cầu nếu mỗi quả cầu có khối lượng 100g, nhận được nhiệt lượng 25kJ.

Cho khối lượng riêng của nhôm là $D = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; hệ số nở dài của nhôm là $\alpha = 2,31 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; nhiệt dung riêng của nhôm là $c = 903,704 \text{ (J/kg.K)}$.

(Trích Đề thi 01 Olympic Canada - 1998)

Bài giải

Do có trọng lực tác dụng nên khi các quả cầu nở ra thì trọng tâm của chúng thay đổi vị trí. Độ cao trọng tâm của quả cầu nằm trên bàn sẽ tăng lên, một phần nhiệt lượng chuyển thành thế năng của vật, vì vậy quả cầu nằm trên bàn sẽ có nhiệt độ thấp hơn quả cầu treo.

Giả sử mỗi quả cầu có khối lượng 100g, theo đề chúng sẽ nhận được một nhiệt lượng 25kJ. Gọi $\Delta r_A, \Delta T_A$ là độ biến thiên của bán kính và nhiệt độ của quả cầu nằm trên bàn (quả cầu A); $\Delta r_B, \Delta T_B$ là độ biến thiên của bán kính và nhiệt độ của quả cầu treo trên dây (quả cầu B). Ta có:

$$\text{- Bán kính ban đầu của các quả cầu: } r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi D}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0,1}{4 \cdot 3,14 \cdot 2,7 \cdot 10^3}} = 0,0207 \text{ m}$$

- Độ biến thiên của bán kính các quả cầu:

$$\Delta r_A = r\alpha \cdot \Delta T_A = 0,0207 \cdot 2,31 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T_A = 4,777 \cdot 10^{-7} \Delta T_A$$

$$\Delta r_B = r\alpha \cdot \Delta T_B = 0,0207 \cdot 2,31 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T_B = 4,777 \cdot 10^{-7} \Delta T_B$$

- Khi nhiệt độ tăng, các quả cầu nở ra: khối tâm quả cầu A sẽ đi lên đoạn Δr_A còn khối tâm quả cầu B sẽ đi xuống đoạn Δr_B . Nhiệt lượng cung cấp cho các quả cầu sẽ làm thay đổi thế năng và nhiệt độ các quả cầu. Ta có:

$$\text{+ Quả cầu A: } Q_1 = \Delta W_A + \Delta Q_A = mg \cdot \Delta r_A + mc \Delta T_A$$

$$\Leftrightarrow 25000 = 0,1 \cdot 10 \cdot 4,777 \cdot 10^{-7} \Delta T_A + 0,1 \cdot 903,704 \cdot \Delta T_A$$

$$\Leftrightarrow 25000 = 4,777 \cdot 10^{-7} \Delta T_A + 90,3704 \cdot \Delta T_A$$

$$\Leftrightarrow 25000 = (4,777 \cdot 10^{-7} + 90,3704) \Delta T_A$$

$$\Rightarrow \Delta T_A = \frac{25000}{4,777 \cdot 10^{-7} + 90,3704}$$

$$\text{+ Quả cầu B: } Q_2 = \Delta W_B + \Delta Q_B = -mg \cdot \Delta r_B + mc \Delta T_B$$

$$\Leftrightarrow 25000 = -0,1 \cdot 10 \cdot 4,777 \cdot 10^{-7} \Delta T_B + 0,1 \cdot 903,704 \cdot \Delta T_B$$

$$\Leftrightarrow 25000 = -4,777 \cdot 10^{-7} \Delta T_B + 90,3704 \cdot \Delta T_B$$

$$\Leftrightarrow 25000 = (-4,777 \cdot 10^{-7} + 90,3704) \Delta T_B$$

- Hiệu nhiệt độ cuối cùng của hai quả cầu: $\Delta T = \Delta T_A - \Delta T_B$

$$\Leftrightarrow \Delta T = \frac{25000}{4,777.10^{-7} + 90,3704} - \frac{25000}{-4,777.10^{-7} + 90,3704} = 3.10^{-5} K$$

Vậy: Độ chênh lệch nhiệt độ giữa hai quả cầu là $\Delta T = 3.10^{-5} K$.

1.8. Một khối cầu bằng đồng ở nhiệt độ $100^\circ C$, khi đó đường kính khối cầu là $25,4508 mm$. Sau đó đặt khối cầu lên một vành tròn bằng nhôm có khối lượng $m = 20g$ đang ở $0^\circ C$. Ở nhiệt độ này, đường kính trong của vành là $25,4 mm$, vì vậy khối cầu không lọt qua vành. Một lúc sau, hệ ở trạng thái cân bằng, khối cầu bắt đầu lọt qua vành đồng. Giả sử không có mất mát nhiệt ra môi trường xung quanh, tính khối lượng của khối cầu.

Cho biết:

- Hệ số nở nhiệt: $Cu = 431,8 (nm.K^{-1})$; $Al = 548,2 (nm.K^{-1})$

- Nhiệt dung riêng: $Cu = 386 (J/kg.K)$; $Al = 900 (J/kg.K)$.

(Trích Đề thi Olympic Canada - 2000)

Bài giải

Gọi T_B là nhiệt độ cuối cùng của hệ khi xảy ra sự cân bằng nhiệt, lúc đó quả cầu lọt qua vành đồng nên đường kính vành sắt hoặc quả cầu thay đổi một lượng:

$$\Delta D = (T_B - T_0) D \alpha$$

$$\text{Và } D_1 = D_2 \Leftrightarrow D_{01} + \Delta D_1 = D_{02} + \Delta D_2$$

(D_{01} , D_{02} là đường kính khối cầu và vành nhôm lúc đầu; α_1, α_2 là hệ số nở dài của đồng và nhôm)

$$\Leftrightarrow D_{01} + (T_1 - T_B) D_{01} \alpha_1 = D_{02} + (T_B - T_2) D_{02} \alpha_2$$

$$\Leftrightarrow 25,4508 + (373 - T_B).25,4508.431,8.10^{-6} = 25,4 + (T_B - 273).25,4.548,2.10^{-6}$$

$$\Rightarrow T_B = 323,38 K$$

Bỏ qua sự mất mát nhiệt: $m_1 c_1 \Delta T_1 = m_2 c_2 \Delta T_2 \Leftrightarrow m_1 c_1 (T_1 - T_B) = m_2 c_2 (T_B - T_2)$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{m_2 c_2 (T_B - T_2)}{c_1 (T_2 - T_B)} = \frac{900(323,58 - 273)}{20.386(373 - 323,58)} = 8,6 g$$

Vậy: Khối lượng khối cầu là $m_1 = 8,6 g$.