

**Phần thứ ba. NHIỆT HỌC**  
**1. CÁC CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG**  
**Chuyên đề 8. CHẤT KHÍ**

**A. TÓM TẮT KIẾN THỨC**

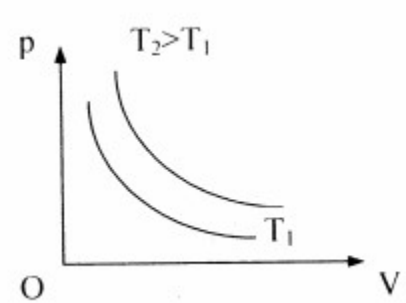
**I. ĐỊNH LUẬT VỀ CÁC ĐẲNG QUÁ TRÌNH**

**1. Định luật Bôi-Mariôt:**

Ở nhiệt độ không đổi (*đẳng nhiệt*), tích của áp suất và thể tích của một lượng khí xác định là một hằng số.

$$pV = const \Leftrightarrow p_1V_1 = p_2V_2 \quad (8.1)$$

( $p_1, V_1$  là áp suất và thể tích khí ở trạng thái 1;  $p_2, V_2$  là áp suất và thể tích khí ở trạng thái 2).

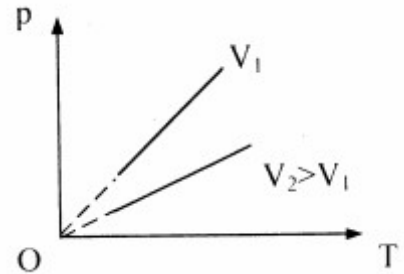


**2. Định luật Saclơ:**

Khi thể tích không đổi (*đẳng tích*), áp suất của một lượng khí xác định tỉ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối của khí.

$$\frac{p}{T} = const \Leftrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (8.2)$$

( $p_1, T_1$  là áp suất và nhiệt độ khí ở trạng thái 1;  $p_2, T_2$  là áp suất và nhiệt độ khí ở trạng thái 2).

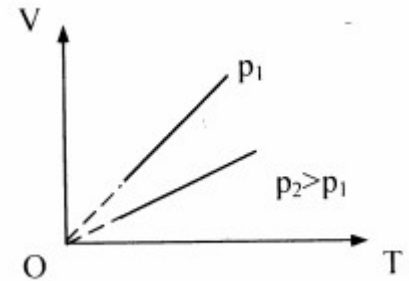


**3. Định luật Gay-Luyxác:**

Khi áp suất không đổi (*đẳng áp*), thể tích của một lượng khí xác định tỉ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối của khí.

$$\frac{V}{T} = const \Leftrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (8.3)$$

( $V_1, T_1$  là thể tích và nhiệt độ khí ở trạng thái 1;  $V_2, T_2$  là thể tích và nhiệt độ khí ở trạng thái 2).



Chú ý: Hệ thức giữa độ C và độ tuyệt đối:  $T(K) = t^\circ(C) + 273$  (8.4)

**II. ĐỊNH LUẬT ĐAN TÔN**

Áp suất của hỗn hợp khí bằng tổng áp suất riêng phần của các khí trong hỗn hợp.

$$p = p_1 + p_2 + \dots \quad (8.5)$$

**III. CÁC PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI**

**1. Phương trình trạng thái của khí lí tưởng:**

Với một lượng khí xác định:

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \Leftrightarrow \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (8.6)$$

( $p_1, V_1, T_1$  là áp suất, thể tích và nhiệt độ khí ở trạng thái 1;  $p_2, V_2, T_2$  là áp suất, thể tích và nhiệt độ khí ở trạng thái 2).

**2. Phương trình Clapêrôn-Mendêlêép:** Với một trạng thái khí:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = nRT \quad (8.7)$$

( $m, \mu$  là khối lượng và khối lượng mol của khí;  $n$  là số mol khí;  $R$  là hằng số khí, có giá trị phụ thuộc vào hệ đơn vị:

+ Hệ SI:  $R = 8,31(J / mol.K)$ .

+ Hệ hỗn hợp:  $R = 0,082(atm.l / mol.K)$ ;  $R = 0,084(at.l / mol.K)$ .

#### IV. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG

$$\mathbf{1. Phương trình cơ bản của khí lý tưởng:} \quad p = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d} \quad (8.8)$$

( $n_0$  là mật độ phân tử khí,  $m$  là khối lượng phân tử khí,  $p$  là áp suất khí,  $\overline{v^2}$  là trung bình của bình phương vận tốc các phân tử khí,  $\overline{W_d} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$  là động năng trung bình của các phân tử khí).

**2. Hệ thức giữa nhiệt độ và động năng trung bình của phân tử khí:**

$$\overline{W_d} = \frac{3}{2} kT \quad (8.9)$$

( $k = \frac{R}{N_A} = 1,38.10^{-34} (J / K)$  là hằng số Bôn-zơ-man).

$$\Rightarrow v = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}; p = n_0 kT \quad (8.10)$$

☞ **Chú ý:** Các đơn vị áp suất:

+ Trong hệ SI:  $N / m^2$  hay  $Pa$ .

+ Trong hệ hỗn hợp:  $at$  (atmophe kỹ thuật);  $atm$  (atmophe vật lý).

+ Ngoài ra:  $cmHg, mmHg, torr$ .

$1Pa = 1N / m^2$ ;  $1atm = 1,013.10^5 Pa$ ;  $1at = 9,81.10^4 Pa$ ;

$1mmHg = 133,3 Pa = 1 torr$ ;  $1atm = 760 mmHg$ ;  $1at = 736 mmHg$ .

#### B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

##### ☞ VỀ KIẾN THỨC VÀ KỸ NĂNG

- Khi áp dụng các định luật chất khí về các đẳng quá trình cần chú ý:

+ Kiểm tra điều kiện của khối khí:  $m = const, T = const$ : dùng định luật Bôi- Mariôt;  $m = const, V = const$ : dùng định luật Saclơ;  $m = const, p = const$ : dùng định luật Gay-Luytxắc.

+ Đổi đơn vị nhiệt độ:  $T(K) = t(^{\circ}C) + 273$ .

+ Trong lòng chất lỏng:  $p = p_0 + p_h$  ( $p$  là áp suất tại điểm  $M$  trong lòng chất lỏng, cách mặt thoáng chất lỏng đoạn  $h$ ;  $p_h$  là áp suất do trọng lực cột chất lỏng gây ra). Nếu tính bằng  $mmHg$  thì:

$$p_h = \frac{\rho h}{\rho_{Hg}} (\rho, h \text{ (mm)} \text{ là khối lượng riêng và độ cao của cột chất lỏng; } \rho_{Hg} \text{ là khối lượng riêng của Hg}).$$

+ Biểu thức định luật Saclơ có thể viết dưới dạng:  $p = p_0 \alpha T \left( \alpha = \frac{1}{273} \right)$ .

- Khi áp dụng định luật Đan-tôn cần chú ý: Trong cùng điều kiện, tỉ lệ áp suất riêng phần của các khí bằng tỉ lệ số mol của các khí trong hỗn hợp.

- Khi áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêép  $pV = \frac{m}{\mu} RT$  cần chú ý đến giá trị của  $R$  trong các hệ đơn vị

khác nhau (hệ SI:  $R = 8,31 (J / mol.K)$ ; hệ hỗn hợp:  $R = 0,082 (atm.l / mol.K)$ ,  $R = 0,084 (at.l / mol.K)$ ).

- Khi áp dụng phương trình cơ bản của khí lí tưởng cần kết hợp với các công thức khác như số phân tử khí trong bình ( $N = n_0 V = n N_A$ ); khối lượng một phân tử khí  $\left( m_0 = \frac{m}{N} = \frac{\mu}{N_A} = \frac{\rho}{n_0} \right)$ , với  $n$  là số mol khí,

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} / mol$ : số Avôgadrô,  $\rho$  là khối lượng riêng của khí).

## VỀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Với dạng bài tập về **các đẳng quá trình**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

+ Định luật Bôi-lơ-Mariôt (**đẳng nhiệt**):  $pV = const \Leftrightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$ .

+ Định luật Saclơ (**đẳng tích**)  $\frac{p}{T} = const \Leftrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$

+ Định luật Gay-Luytxắc (**đẳng áp**)  $\frac{V}{T} = const \Leftrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

- Một số chú ý:  $T(K) = t(^{\circ}C) + 273$ ; điều kiện áp dụng các định luật:  $m$  xác định ( $m = const$ , bình kín) và các đẳng quá trình tương ứng.

2. Với dạng bài tập về **hỗn hợp khí**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng công thức:  $p = p_1 + p_2 + \dots$ , (định luật Đan-tôn)

Với  $p$  là áp suất hỗn hợp khí;  $p_1, p_2, \dots$  là áp suất riêng phần.

- Một số chú ý: Áp suất riêng phần tỉ lệ với số mol khí tương ứng ( $p \sim n$  hay  $\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$ )

3. Với dạng bài tập về **các phương trình trạng thái**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

+ Với **biến đổi bất kì** của một lượng khí xác định:

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \Leftrightarrow \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \text{ (phương trình trạng thái khí lí tưởng).}$$

+ Với một **trạng thái bất kì** của một lượng khí:  $pV = nRT$ , (phương trình Clapêrôn-Mendêlêép).

- Một số chú ý:

+ Từ phương trình trạng thái ta có thể suy ra các định luật cho các đẳng quá trình.

+ Khi áp dụng phương trình C-M cần chú ý đến hệ đơn vị sử dụng: hệ SI ( $p(N/m^2)$ ,  $V(m^3)$ ,  $T(K)$ ,

$R = 8,31(J/mol.K)$ ); hệ hỗn hợp ( $p(atm, at)$ ,  $V(l)$ ,  $T(K)$ ,  $R = 0,082(atm.l/mol.K)$ ,

$R = 0,084(at.l/mol.K)$ )

+ Với khí thực, ta có phương trình Vanđe Vanxơ:

$$\left( p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \left( V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT, \text{ } a \text{ và } b \text{ những hằng số phụ thuộc vào loại khí thực ta xét (khí lí tưởng:}$$

$a = b = 0$ ).

4. Với dạng bài tập về **phương trình cơ bản của khí lí tưởng**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

$$+ \text{ Phương trình cơ bản của khí lí tưởng: } p = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d}$$

( $p$  là áp suất khí,  $n_0$  là mật độ phân tử khí,  $m$  là khối lượng của một phân tử khí.  $\overline{v^2}$  là giá trị trung bình của

bình phương vận tốc các phân tử khí,  $\overline{W_d} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$  là động năng trung bình của các phân tử khí).

$$+ \text{ Động năng trung bình của các phân tử khí: } \overline{W_d} = \frac{3}{2} kT$$

( $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} (J/K)$  là hằng số Bôn-zơ-man).

- Một số chú ý:

$$+ \text{ Ta cũng có: } \overline{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \text{ và } p = n_0 kT.$$

+ Số phân tử khí trong bình:  $N = n_0 V = n N_A$ ; khối lượng một phân tử khí:

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{\mu}{N_A} = \frac{\rho}{n_0}, \rho \text{ là khối lượng riêng của chất khí.}$$

### C. CÁC BÀI TẬP VẬN DỤNG

#### 1. BÀI TẬP VỀ CÁC ĐẲNG QUÁ TRÌNH

**8.1** Khi được nén đẳng nhiệt từ thể tích 6 lít đến 4 lít, áp suất khí tăng thêm 0,75at. Tìm áp suất ban đầu của khí.

##### Bài giải

Ta có:

Trạng thái 1 ( $p_1, V_1 = 6 \text{ lít}; T_1$ ); trạng thái 2 ( $p_2 = p_1 + 0,75; V_2 = 4 \text{ lít}; T_2 = T_1$ ).

Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho quá trình đẳng nhiệt:  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$

$$\Leftrightarrow \frac{p_1 + 0,75}{p_1} = \frac{6}{4} = 1,5 \Rightarrow p_1 = 1,5 \text{at.}$$

Vậy: Áp suất ban đầu của khí là  $p_1 = 1,5 \text{at}$ .

**8.2.** Nếu áp suất của một lượng khí biến đổi  $2 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$  thì thể tích biến đổi 3 lít, nếu áp suất biến đổi  $5 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$  thì thể tích biến đổi 5l. Tính áp suất và thể tích ban đầu của khí biết nhiệt độ khí không đổi.

##### Bài giải

Ta có: Trạng thái I ( $p_1, V_1, T_1$ ); trạng thái II ( $p_2 = p_1 + 2 \cdot 10^5, V_2 = V_1 - 3, T_2 = T_1$ ); trạng thái III ( $p_3 = p_1 + 5 \cdot 10^5, V_3 = V_1 - 5, T_3 = T_1$ );

Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho các quá trình đẳng nhiệt:

- Quá trình (I) đến (II):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} \Leftrightarrow \frac{p_1 + 2 \cdot 10^5}{p_1} = \frac{V_1}{V_1 - 3} \Rightarrow V_1 = \left( \frac{p_1}{2 \cdot 10^5} + 1 \right) \cdot 3 \quad (1)$$

- Quá trình (I) đến (III):

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{V_1}{V_3} \Leftrightarrow \frac{p_1 + 5 \cdot 10^5}{p_1} = \frac{V_1}{V_1 - 5} \Rightarrow V_1 = \left( \frac{p_1}{5 \cdot 10^5} + 1 \right) \cdot 5 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \left( \frac{p_1}{2 \cdot 10^5} + 1 \right) \cdot 3 = \left( \frac{p_1}{5 \cdot 10^5} + 1 \right) \cdot 5 \Rightarrow p_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}.$$

$$\text{Và } V_1 = \left( \frac{4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^5} + 1 \right) \cdot 3 = 9 \text{l}$$

Vậy: Áp suất và thể tích ban đầu của khí là  $4 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$  và 9l.

**8.3.** Mỗi lần bơm đưa được  $V_0 = 80\text{cm}^3$  không khí vào ruột xe. Sau khi bơm diện tích tiếp xúc của các vỏ xe với mặt đường là  $30\text{cm}^2$ . Thể tích của ruột xe sau khi bơm là  $2000\text{cm}^3$ . Áp suất khí quyển  $p_0 = 1\text{atm}$ . Trọng lượng xe là  $600\text{N}$ . Coi nhiệt độ là không đổi. Tìm số lần bơm.

### Bài giải

- Sau  $n$  lần bơm, lượng khí vào trong bánh xe:

+ ở trạng thái I ( $p_1 = 1\text{atm}$ ;  $V_1 = 2000 + nV_0 = 2000 + 80n$ ).

+ ở trạng thái II ( $p_2 = p_0 + p' = 1 + \frac{600}{3 \cdot 10^{-3}} = 3\text{atm}$ ;  $V_2 = 2000\text{cm}^3$ ).

Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho quá trình đẳng nhiệt:  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{1} = \frac{2000 + 80n}{2000} \Rightarrow n = 50$$

Vậy: Số lần bơm xe là  $n = 50$

**8.4.** Một xilanh chứa khí được đẩy bằng pittông. Pittông có thể trượt không ma sát dọc theo thành xilanh.

Pittông có khối lượng  $m$ , diện tích tiết diện  $S$ . Khí có thể tích ban đầu  $V$ . Áp suất khí quyển là  $p_0$ .

Tìm thể tích khí nếu xilanh chuyển động thẳng đứng với gia tốc  $a$ . Coi nhiệt độ khí không đổi.

### Bài giải

- Gọi  $V, p$  là thể tích và áp suất khí trong xilanh khi pittông đứng cân bằng: Ta có:

+ Các lực tác dụng vào pittông: trọng lực  $\vec{P}$  ( $P = mg$ ), lực đẩy của khí trong xilanh  $\vec{F}_1$  ( $F_1 = pS$ ), ngoài

$\vec{F}_2$  ( $F_2 = p_0S$ )

+ Điều kiện cân bằng của pittông:  $\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$

$$\Rightarrow mg + p_0S = pS \quad (1)$$

- Gọi  $V', p'$  là thể tích và áp suất khí trong xilanh khi pittông chuyển động: Ta có:

+ Các lực tác dụng vào pittông: trọng lực  $\vec{P}$  ( $P = mg$ ), lực đẩy của khí trong xilanh  $\vec{F}'_1$  ( $F'_1 = p'S$ ), ngoài

xilanh  $\vec{F}'_2$  ( $F'_2 = p_0S$ )

+ Theo định luật II Niu-ton:  $\vec{P} + \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 = m\vec{a}$

$$\Rightarrow mg + p_0S - p'S = \pm ma \quad (\text{đi lên hoặc đi xuống})$$

Với  $p' = p \cdot \frac{V}{V'}$  (đẳng nhiệt)

$$\Rightarrow mg + p_0S - \frac{V}{V'}(mg + p_0S) = \pm ma$$

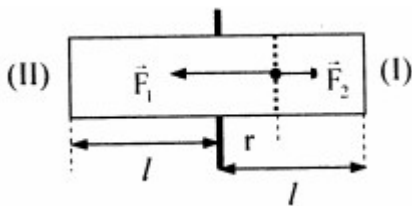
$$\Rightarrow V' = \frac{mg + p_0 S}{m(g \pm a) + p_0 S} \cdot V$$

Vậy: Thể tích khí nếu xilanh chuyển động thẳng đứng với gia tốc  $a$  là

$$V' = \frac{mg + p_0 S}{m(g \pm a) + p_0 S} \cdot V$$

**8.5.** Một xilanh nằm ngang kín hai đầu, có thể tích  $V=1,2l$  và chứa không khí ở áp suất  $p_0 = 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$ . Xilanh được chia thành 2 phần bằng nhau bởi pittông mỏng khối lượng  $m=100g$  đặt thẳng đứng. Chiều dài xi lanh  $2l = 0,4m$ . Xilanh được quay với vận tốc góc  $\omega$  quanh trục thẳng đứng ở giữa xilanh. Tính  $\omega$  nếu pittông nằm cách trục quay đoạn  $r = 0,1 m$  khi có cân bằng tương đối.

### Bài giải



- Khi xilanh đứng yên, khí trong mỗi nửa xilanh có thể tích  $\frac{V}{2} = Sl$ , áp suất  $p_0$ .

- Khi xilanh quay, khí trong nửa xilanh 1 có thể tích  $V_1 = S(l-r)$ , áp suất  $p_1$ ; khí trong nửa xilanh II có thể tích  $V_2 = S(l+r)$ , áp suất  $p_2$

+ Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho hai nửa xilanh ta được:

$$p_0 Sl = p_1 S(l-r) \quad (1)$$

$$p_0 Sl = p_2 S(l+r) \quad (2)$$

$$\Rightarrow p_1 = p_0 \frac{1}{l-r} \quad \text{và} \quad p_2 = p_0 \frac{1}{l+r}$$

+ Các lực tác dụng lên pittông theo phương ngang:  $F_1 = p_1 S$ ;  $F_2 = p_2 S$ . Hợp các lực này gây ra gia tốc hướng tâm làm xilanh quay đều:  $F_1 - F_2 = mr\omega^2$

$$\Leftrightarrow p_0 \frac{1}{l-r} S - p_0 \frac{1}{l+r} S = mr\omega^2$$

$$\Leftrightarrow p_0 \frac{V}{2} \left( \frac{1}{l-r} - \frac{1}{l+r} \right) = mr\omega^2 \quad (V = S \cdot 2l)$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{p_0 V}{m(l^2 - r^2)}} = \sqrt{\frac{10^5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot (0,2^2 - 0,1^2)}} = 200 \text{ (rad/s)}$$

Vậy: Vận tốc góc của xilanh khi quay quanh trục thẳng đứng ở giữa xilanh là  $\omega = 200 \text{ (rad/s)}$ .

**8.6.** Một bơm hút khí dung tích  $\Delta V$ . Phải bơm bao nhiêu lần hút khí trong bình có thể tích  $V$  từ áp suất  $p_0$  đến áp suất  $p$ ? Coi nhiệt độ của khí là không đổi.

**Bài giải**

- Ban đầu, khí trong bình có: thể tích  $V$ , áp suất  $p_0$ .

- Sau khi bơm lần thứ nhất, khí trong bình có: thể tích  $(V + \Delta V)$ , áp suất  $p_1$ :

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{V}{V + \Delta V}$$

- Sau khi bơm lần thứ hai, khí trong bình có: thể tích  $(V + \Delta V)$ , áp suất  $p_2$ :

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{V}{V + \Delta V}\right) \left(\frac{V}{V + \Delta V}\right) = \left(\frac{V}{V + \Delta V}\right)^2$$

- Tương tự, sau lần bơm thứ  $n$  khí trong bình có áp suất  $p$ :

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{V}{V + \Delta V}\right)^n \Rightarrow \lg \frac{p}{p_0} = n \lg \frac{V}{V + \Delta V}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\lg \frac{p}{p_0}}{\lg \frac{V}{V + \Delta V}}$$

Vậy phải bơm  $n = \frac{\lg \frac{p}{p_0}}{\lg \frac{V}{V + \Delta V}}$  lần để đưa khí trong bình từ áp suất  $p_0$  lên đến áp suất  $p$

**8.7.** Ở độ sâu  $h_1 = 1 \text{ m}$  dưới mặt nước có một bọt khí hình cầu. Hỏi ở độ sâu nào, bọt khí có bán kính nhỏ đi 2 lần. Cho khối lượng riêng của nước  $D = 10^3 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ , áp suất khí quyển  $p_0 = 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$ ,  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ ; nhiệt độ nước không đổi theo độ sâu.

**Bài giải**

- Ở độ sâu  $h_1$ , bọt khí có thể tích  $V_1$ , áp suất  $p_1$ :  $p_1 = p_0 + \frac{h_1}{13,6}$

- Ở độ sâu  $h_2$ , bọt khí có thể tích  $V_2$ , áp suất  $p_2$ :  $p_2 = p_0 + \frac{h_2}{13,6}$

- Vì nhiệt độ bọt khí không đổi nên:  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_1^3}{\frac{4}{3} \pi R_2^3} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = 2^3 = 8$



$$\Leftrightarrow \frac{p_0 + \frac{h_2}{13,6}}{p_0 + \frac{h_1}{13,6}} = 8 \Leftrightarrow p_0 + \frac{h_2}{13,6} = 8 \left( p_0 + \frac{h_1}{13,6} \right)$$

$$\Rightarrow h_2 = 95,2p_0 + 8h_1 = 95,2 \cdot 76 + 8 \cdot 100 = 8035,2 \text{ cm} = 80,352 \text{ m}.$$

Vậy: Ở độ sâu 80,352m bọt khí có bán kính nhỏ đi 2 lần.

**8.8.** Một ống nhỏ tiết diện đều, một đầu kín. Một cột thủy ngân cao 75mm đứng cân bằng, cách đáy 180mm khi ống thẳng đứng miệng ống ở trên và cách đáy 220mm khi ống thẳng đứng miệng ống ở dưới. Tìm áp suất khí quyển và độ dài cột không khí trong ống khi ống nằm ngang.

### Bài giải

- Khi miệng ống ở trên, khí trong ống có thể tích  $V_1 = Sx_1$ , áp suất  $p_1 = p_0 + h$

- Khi miệng ống ở dưới, khí trong ống có thể tích  $V_2 = Sx_2$ , áp suất  $p_2 = p_0 - h$

- Theo định luật Bôilơ-Mariôt, ta có:  $p_1V_1 = p_2V_2$

$$\Leftrightarrow (p_0 + h)Sx_1 = (p_0 - h)Sx_2$$

$$\Rightarrow p_0 = \frac{h(x_2 + x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{75 \cdot (220 + 180)}{220 - 180} = 750 \text{ mmHg}$$

- Khi đặt ống nằm ngang, khí trong ống có thể tích  $V_0 = Sx_0$ , áp suất  $p_0$ . Do đó:

$$p_0V_0 = p_1V_1 \Leftrightarrow p_0Sx_0 = (p_0 + h)Sx_1$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{(p_0 + h)x_1}{p_0} = \frac{(750 + 75) \cdot 180}{750} = 198 \text{ mm}$$

Vậy: Áp suất khí quyển và độ dài cột không khí trong ống khi ống nằm ngang là  $p_0 = 750 \text{ mmHg}$  và  $x_0 = 198 \text{ mm}$

**8.9.** Một ống thủy tinh một đầu kín, dài 57cm chứa không khí có áp suất bằng áp suất không khí (76cmHg).

Ấn ống vào chậu thủy ngân theo phương thẳng đứng, miệng ống ở dưới. Tìm độ cao cột thủy ngân đi vào ống khi đáy ống ngang mặt thoáng thủy ngân.

### Bài giải

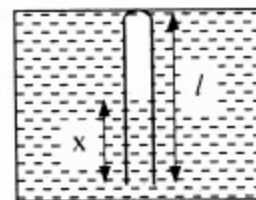
Gọi  $l$  là chiều dài của ống,  $x$  là độ cao cột thủy ngân đi vào ống ( $0 < x < 57 \text{ cm}$ ).

Ta có:

- Ban đầu, khí trong ống có thể tích  $V_1 = Sl$ , áp suất  $p_1 = p_0 = 76 \text{ cmHg}$ .

- Sau khi ấn ống vào thủy ngân, khí trong ống có thể tích  $V_2 = S(l - x)$ , áp suất

$$p_2 = [p_0 + (l - x)].$$



Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho khí trong ống:  $p_1V_1 = p_2V_2$

$$\Leftrightarrow p_0Sl = [p_0 + (l-x)] \cdot S(l-x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (p_0 + 2l)x + l^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - (76 + 2.57)x + 57^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 190x + 3249 = 0 \Rightarrow x_1 = 171\text{cm} > 57\text{cm} \text{ (loại)}; x_2 = 19\text{cm}.$$

Vậy: Độ cao cột thủy ngân đi vào ống khi đáy ống ngang mặt thoáng thủy ngân là  $x = 19\text{cm}$ .

**8.10.** Ống thủy tinh một đầu kín dài  $112,2\text{cm}$ , chứa không khí ở áp suất khí quyển  $p_0 = 75\text{cmHg}$ . Ấn ống xuống một chậu nước theo phương thẳng đứng, miệng ống ở dưới. Tìm độ cao cột nước đi vào ống khi đáy ống ngang với mặt nước.

### Bài giải

Gọi  $l$  là chiều dài của ống,  $x$  là độ cao cột nước đi vào ống ( $0 < x < 112,2\text{cm}$ ).

Ta có:

- Ban đầu, khí trong ống có thể tích  $V_1 = Sl$ , áp suất  $p_1 = p_0 = 75\text{cmHg}$ .

- Sau khi ấn ống vào nước, khí trong ống có thể tích  $V_2 = S(l-x)$ , áp suất

$$p_2 = \left[ p_0 + \left( \frac{1-x}{13,6} \right) \right].$$

- Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho khí trong ống:  $p_1V_1 = p_2V_2$

$$\Leftrightarrow p_0Sl = \left[ p_0 + \left( \frac{1-x}{13,6} \right) \right] \cdot S(l-x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (13,6p_0 + 2l)x + l^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - (13,6.75 + 2.112,2)x + 112,2^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1242x + 12688,84 = 0 \Rightarrow x_1 = 10,2\text{cm} \text{ (loại nghiệm } > 112,2\text{cm)}$$

Vậy: Độ cao cột nước đi vào ống khi đáy ống ngang mặt thoáng là  $x = 10,2\text{cm}$ .

**8.11.** Ống thủy tinh một đầu kín dài  $80\text{cm}$ , chứa không khí ở áp suất khí quyển  $p_0 = 75\text{cmHg}$ . Ấn ống xuống một chậu nước theo phương thẳng đứng, miệng ống ở dưới (thấp hơn) mặt thủy ngân  $45\text{cm}$ . Tìm độ cao cột thủy ngân đi vào ống.

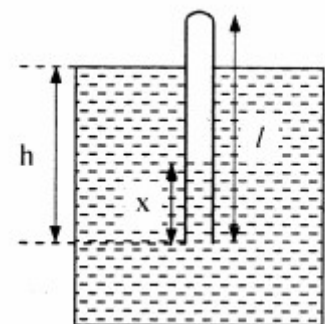
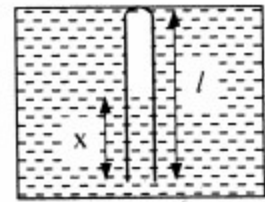
### Bài giải

Gọi  $l$  là chiều dài của ống,  $x$  là độ cao cột nước đi vào ống ( $0 < x < 80\text{cm}$ ).

Ta có:

- Ban đầu, khí trong ống có thể tích  $V_1 = Sl$ , áp suất  $p_1 = p_0 = 75\text{cmHg}$ .

- Sau khi ấn ống vào thủy ngân, khí trong ống có thể tích  $V_2 = S(l-x)$ , áp suất  $p_2 = [p_0 + h - x]$ .



- Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho khí trong ống:  $p_1V_1 = p_2V_2$

$$\Leftrightarrow p_0Sl = [p_0 + h - x].S(l - x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (p_0 + h + l)x + hl = 0 \Leftrightarrow x^2 - (75 + 45 + 80)x + 45.80 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 200x + 3600 = 0 \Rightarrow x_1 = 180\text{cm} > 80\text{cm} \text{ (loại)}; x_2 = 20\text{cm}.$$

Vậy: Độ cao cột thủy ngân đi vào ống là  $x = 20\text{cm}$ .

**8.12.** Ống thủy tinh dài  $60\text{cm}$ , thẳng đứng, đầu kín ở dưới, đầu hở ở trên. Cột không khí cao  $20\text{cm}$  trong ống bị giam bởi cột thủy ngân cao  $40\text{cm}$ . Áp suất khí quyển  $p_0 = 80\text{cmHg}$ . Nhiệt độ không đổi. Khi ống bị lật ngược, hãy:

a) Tìm độ cao cột thủy ngân còn lại trong ống.

b) Tìm chiều dài ống để toàn bộ cột thủy ngân không chảy ra ngoài.

### Bài giải

a) Độ cao cột thủy ngân còn lại trong ống

- Ban đầu, khí trong ống có thể tích  $V_1 = Sx$ , áp suất  $p_1 = p_0 + h$ .

- Khi ống bị lật ngược, một phần thủy ngân chảy ra ngoài, phần còn lại có độ cao  $h' < h$ . Khí trong ống lúc này có thể tích  $V_2 = S(l - h')$ , áp suất  $p_2 = p_0 - h'$

- Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt;  $p_1V_1 = p_2V_2$

$$\Leftrightarrow (p_0 + h).Sx = (p_0 - h').S(l - h')$$

$$\Leftrightarrow h'^2 - (p_0 + l)h' + p_0l - p_0x - hx = 0$$

Với  $x = 20\text{cm}$ ;  $h = 40\text{cm}$ ;  $l = 60\text{cm}$  suy ra:

$$h'^2 - (80 + 60)h' + 80.60 - 80.20 - 40.20 = 0$$

$$\Leftrightarrow h'^2 - 140h' + 2400 = 0 \Rightarrow h'_1 = 120\text{cm} > 40\text{cm} \text{ (loại)}; h'_2 = 20\text{cm}.$$

Vậy: Độ cao cột thủy ngân còn lại trong ống là  $h' = 20\text{cm}$ .

b) Chiều dài ống để toàn bộ cột thủy ngân không chảy ra ngoài

Gọi  $l'$  là chiều dài tối thiểu của ống để toàn bộ cột thủy ngân không chảy ra ngoài. Lúc đó khí trong ống có thể tích  $V_3 = (l' - h)S$ , áp suất  $p_3 = p_0 - h$

Theo định luật Bôilơ-Mariôt, ta có:  $p_1V_1 = p_3V_3$

$$\Leftrightarrow (p_0 + h).Sx = (p_0 - h).S(l' - h)$$

$$\Rightarrow l' = \frac{p_0 + h}{p_0 - h}x + h = \frac{80 + 40}{80 - 40}.20 + 40 = 100\text{cm}.$$

Vậy: Để toàn bộ cột thủy ngân không chảy ra ngoài thì ống phải có chiều dài tối thiểu là  $100\text{cm}$ .

**8.13.** Một ống hình trụ hẹp, kín hai đầu, dài  $l = 105\text{cm}$ , đặt nằm ngang. Giữa ống có một cột thủy ngân dài  $h = 21\text{cm}$ , phần còn lại của ống chứa không khí ở áp suất  $p_0 = 72\text{cmHg}$ . Tìm độ di chuyển của cột thủy ngân khi ống thẳng đứng.

**Bài giải**

Ban đầu, khi ống nằm ngang, khí ở hai bên cột thủy ngân giống nhau, mỗi bên có thể tích  $V_0 = Sl_1$ , áp suất  $p_0$

Khi ống đặt thẳng đứng thì:

+ khí ở phần trên có thể tích  $V_1 = S(l_1 + x)$ , áp suất  $p_1$

+ khí ở phần dưới có thể tích  $V_2 = S(l_1 - x)$ , áp suất  $p_2 = p_1 + h$

Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho khí ở hai phần:

+ phần trên:  $p_0V_0 = p_1V_1 \Leftrightarrow p_0Sl_1 = p_1S(l_1 + x)$  (1)

+ phần dưới:  $p_0V_0 = p_2V_2 \Leftrightarrow p_0Sl_1 = (p_1 + h)S(l_1 - x)$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $p_1 = \frac{p_0l_1}{l_1 + x} = \frac{p_0l_1}{l_1 - x} - h$

$\Leftrightarrow p_0l_1(l_1 - x) = p_0l_1(l_1 + x) - h(l_1 + x)(l_1 - x)$

Thay số:  $p_0 = 72\text{cm}$ ;  $h = 21\text{cm}$ ;  $l_1 = \frac{1}{2}(105 - 21) = 42\text{cm}$ .

$\Leftrightarrow x^2 + 288x - 1764 = 0 \Rightarrow x_1 = -294\text{cm} < 0$  (loại);  $x_2 = 6\text{cm}$ .

Vậy: Độ di chuyển của cột thủy ngân khi ống thẳng đứng là  $x = 6\text{cm}$ .

**8.14.** Trong khoảng chân không của một phong vũ biểu thủy ngân, có lọt vào một ít không khí nên phong vũ biểu có số chỉ nhỏ hơn áp suất thực của khí quyển. Khi áp suất khí quyển là  $768\text{mmHg}$ , phong vũ biểu chỉ  $748\text{mmHg}$ , chiều dài khoảng chân không là  $56\text{mm}$ .

Tìm áp suất của khí quyển khi phong vũ biểu này chỉ  $734\text{mmHg}$ . Coi nhiệt độ không đổi.

**Bài giải**

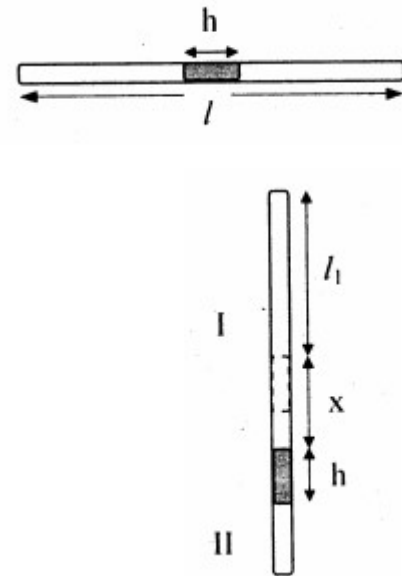
- Ban đầu, không khí trong phong vũ biểu có thể tích  $V_1 = Sx_1$ ; áp suất  $p_1 = p_{01} - p'_1$

- Lúc sau, không khí trong phong vũ biểu có thể tích  $V_2 = Sx_2 = S(x_1 + h'_1 - h'_2)$ ; áp suất  $p_2 = p_{02} - p'_2$

- Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt:  $p_1V_1 = p_2V_2$

$(p_{01} - p'_1) \cdot S \cdot x_1 = (p_{02} - p'_2) \cdot S \cdot (x_1 + h'_1 - h'_2)$

$\Rightarrow p_{02} = \frac{(p_{01} - p'_1) \cdot x_1}{x_1 + h'_1 - h'_2} + p'_2$



Thay số:  $p_{01} = 768\text{mmHg}$ ;  $p'_1 = 748\text{mmHg}$ ;  $p'_2 = 734\text{mmHg}$ ;  $h'_1 = 748\text{mm}$ ;  $h'_2 = 734\text{mm}$ ;  $x_1 = 56\text{mm}$  ta được:

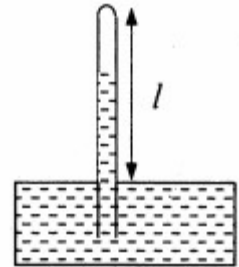
$$p_{02} = \frac{(768 - 748) \cdot 56}{56 + 748 - 734} + 734 = 750\text{mmHg}$$

Vậy: Khi phong vũ biểu này chỉ  $734\text{mmHg}$  thì áp suất khí quyển là  $750\text{mmHg}$ .

**8.15.** Một phong vũ biểu chỉ sai vì có một ít không khí lọt vào ống. Ở áp suất khí quyển  $p_0 = 755\text{mmHg}$  phong vũ biểu này chỉ  $p_1 = 748\text{mmHg}$ .

Khi áp suất khí quyển là  $p'_0 = 740\text{mmHg}$ , phong vũ biểu chỉ  $p_2 = 736\text{mmHg}$ .

Coi diện tích mặt thủy ngân trong chậu là lớn, tiết diện ống nhỏ, nhiệt độ không đổi. Hãy tìm chiều dài  $l$  của ống phong vũ biểu.



### Bài giải

- Ở áp suất  $p_0$ , lượng khí phía trên cột thủy ngân có thể tích  $V_1 = Sx$ , áp suất

$$p_1 = p_0 - p_1$$

- Ở áp suất  $p'_0$ , lượng khí phía trên cột thủy ngân có thể tích  $V_2 = Sx'$ , áp suất  $p_2 = p'_0 - p_2$

- Theo định luật Bôilơ-Mariôt, ta có:  $p_1V_1 = p_2V_2$

$$(p_0 - p_1)Sx = (p'_0 - p_2)Sx'$$

$$\Leftrightarrow (755 - 748)x = (740 - 736)x' \Leftrightarrow 7x = 4x' \quad (1)$$

- Mặt khác:  $(x + 748) = (x' + 736) = l \Rightarrow x' - x = 12 \quad (2)$

$$\Rightarrow x = 16\text{mm}, x' = 28\text{mm} \text{ và } l = 16 + 748 = 764\text{mm}.$$

Vậy: Chiều dài  $l$  của ống phong vũ biểu là  $764\text{mm}$ .

**8.16.** Một ống thủy tinh có chiều dài  $l = 50\text{cm}$ , tiết diện  $S = 0,5\text{cm}^2$ , được hàn kín một đầu và chứa đầy không khí. Ấn ống chìm vào trong nước theo phương thẳng đứng, đầu kín ở trên. Tính lực  $F$  cần đặt lên ống để giữ ống trong nước sao cho đầu trên của ống thấp hơn mặt nước đoạn  $h = 10\text{cm}$ . Biết khối lượng ống  $m = 15\text{g}$  áp suất khí quyển  $p_0 = 760\text{mmHg}$ .

### Bài giải

- Khi chưa đặt ống nghiệm trong nước, không khí trong ống nghiệm có thể tích  $V_1 = Sl$ , áp suất  $p_1 = p_0$

- Khi đặt ống nghiệm trong nước, đầu trên của ống thấp hơn mặt nước đoạn  $h$ , lúc đó không khí trong ống có

$$\text{thể tích } V_2 = Sx, \text{ áp suất } p_2 = p_0 + \frac{h+x}{13,6}$$

- Áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt ta được:  $p_1V_1 = p_2V_2$

$$\Leftrightarrow p_0 S l = \left( p_0 + \frac{h+x}{13,6} \right) S x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (13,6 p_0 + h) x - 13,6 p_0 l = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (13,6 \cdot 76 + 10) x - 13,6 \cdot 76 \cdot 50 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1043,6 x - 51680 = 0$$

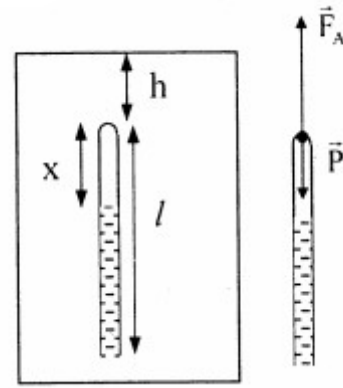
$$\Rightarrow x_1 = -1090 \text{ cm} < 0 \text{ (loại)}; x_2 = 47,4 \text{ cm.}$$

- Lực tác dụng vào ống nghiệm là:

$$F = F_A - P = D_0 S x g - m g.$$

$$\Rightarrow F = 1000 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 47,4 \cdot 10^{-2} \cdot 10 - 15 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 87 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Vậy: Lực cần tác dụng vào ống nghiệm là  $F = 0,087 \text{ N}$ .



**8.17.** Áp suất khí trong bóng đèn tăng bao nhiêu lần khi đèn sáng nếu nhiệt độ đèn khi tắt là  $25^\circ\text{C}$ , khi sáng là  $323^\circ\text{C}$ ?

#### Bài giải

- Khi đèn tắt, khí trong đèn có áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1 = 25 + 273 = 298 \text{ K}$ .

- Khi đèn sáng, khí trong đèn có áp suất  $p_2$ , nhiệt độ  $T_2 = 323 + 273 = 596 \text{ K}$ .

- Áp dụng định luật Sac-lơ:  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{596}{298} = 2$

Vậy: Áp suất khí trong bóng đèn tăng 2 lần khi đèn sáng.

**8.18.** Khi đun nóng đẳng tích một khối khí thêm  $1^\circ\text{C}$  thì áp suất khí tăng thêm  $1/360$  áp suất ban đầu. Tính nhiệt độ đầu của khí.

#### Bài giải

- Khi chưa đun, khí trong bình có áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1$ .

- Khi đun nóng, khí trong bình có áp suất  $p_2 = p_1 + \frac{p_1}{360}$ , nhiệt độ  $T_2 = T_1 + 1$

Áp dụng định luật Sac-lơ:  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{p_1 + \frac{p_1}{360}}{p_1} = \frac{T_1 + 1}{T_1}$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{360} = 1 + \frac{1}{T_1} \Rightarrow T_1 = 360 \text{ K} \text{ hay } t_1 = 87^\circ\text{C.}$$

Vậy: Nhiệt độ đầu của khí là  $t_1 = 87^\circ\text{C}$ .

**8.19.** Một bình đầy không khí ở điều kiện chuẩn, được đẩy bằng một vật có khối lượng  $m = 2kg$ . Tiết diện của miệng bình là  $10cm^2$ . Tìm nhiệt độ cực đại của không khí trong bình để không khí không đẩy nắp bình lên và thoát ra ngoài. Biết áp suất khí quyển là  $p_0 = 1atm$ .

### Bài giải

Các lực tác dụng vào nút bình: trọng lực  $\vec{P}$  ( $P = mg$ , hướng xuống), áp lực của khí quyển  $\vec{F}_0$  ( $F_0 = p_0S$ , hướng xuống), áp lực của khí trong bình  $\vec{F}$  ( $F = pS$ , hướng lên).

Để nắp không bị đẩy lên trên thì:  $F \leq P + F_0$ .

$$\Leftrightarrow pS \leq mg + p_0S \Rightarrow p \leq p_0 + \frac{mg}{S}$$

$$\Leftrightarrow p_0\alpha T \leq p_0 + \frac{mg}{S}$$

$$\Rightarrow T \leq \frac{1}{\alpha} + \frac{mg}{p_0\alpha S} = 273 + \frac{2 \cdot 10 \cdot 273}{10^5 \cdot 10^{-3}} = 328K$$

Vậy: Nhiệt độ cực đại của không khí trong bình để không khí không đẩy nắp bình lên và thoát ra ngoài là  $T_{max} = 328K$  hay  $t_{max} = 55^\circ C$ .

**8.20.** Ở nhiệt độ  $273^\circ C$  thể tích của một lượng khí là  $10l$ . Tính thể tích lượng khí đó ở  $546^\circ C$  khi áp suất khí không đổi.

### Bài giải

Ta có:

Trạng thái I ( $T_1 = 273 + 273 = 546K$ ,  $V_1 = 10$  lít);

Trạng thái II ( $T_2 = 546 + 273 = 819K$ ,  $V_2$ ).

Vì  $p = const$ , theo định luật Gay-Luytxac, ta có:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

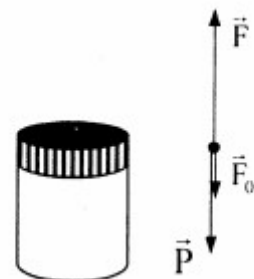
$$\Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 10 \cdot \frac{819}{546} = 15l$$

Vậy: Thể tích lượng khí đó ở  $546^\circ C$  là  $15l$ .

**8.21.** 12g khí chiếm thể tích 4 lít ở  $7^\circ$ . Sau khi nung nóng đẳng áp khối lượng riêng của khí là  $1,2(g/l)$ . Tìm nhiệt độ của khí sau khi nung.

### Bài giải

Trước khi nung, khí có khối lượng riêng:  $D_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{12}{4} = 3(g/l)$



Sau khi nung đẳng áp, khí có nhiệt độ:  $T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1}$ , với  $V_2 = \frac{m}{D_2} = \frac{12}{1,2} = 10l$ .

$$\Rightarrow T_2 = (7 + 273) \cdot \frac{10}{4} = 700K \text{ hay } t_2 = 427^\circ C.$$

Vậy: Nhiệt độ của khí sau khi nung là  $427^\circ C$ .

**8.22.** Khối lượng riêng của không khí trong phòng ( $27^\circ C$ ) lớn hơn khối lượng riêng của không khí ngoài sân nắng ( $42^\circ C$ ) bao nhiêu lần? Biết áp suất không khí trong và ngoài phòng là như nhau.

### Bài giải

- Khi ở trong phòng, không khí có khối lượng riêng:  $D_1 = \frac{m}{V_1}$  (1)

- Khi ở ngoài sân nắng, không khí có khối lượng riêng:  $D_2 = \frac{m}{V_2}$  (2)

- Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{D_1}{D_2} = \frac{V_2}{V_1}$  (3)

- Mặt khác, theo định luật Gay-Luytxac, ta có:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$  (4)

- Từ (3) và (4) suy ra:  $\frac{D_1}{D_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{42 + 273}{27 + 273} = 1,05$ .

Vậy: Khối lượng riêng của không khí trong phòng lớn hơn khối lượng riêng của không khí ngoài sân nắng là 1,05 lần.

**8.23.** Một áp kế khí gồm một bình cầu thủy tinh có thể tích  $270cm^3$  gắn với một ống nhỏ AB nằm ngang có tiết diện  $0,1cm^2$ . Trong ống có một giọt thủy ngân. Ở  $0^\circ C$  giọt thủy ngân cách A  $30cm$ . Tìm khoảng di chuyển của giọt thủy ngân khi nung bình cầu đến  $10^\circ C$ . Coi dung tích bình là không đổi.

### Bài giải

- Ở  $T_1 = 273K$ , khí có thể tích là  $V_1 = V + Sx_1$  (1)

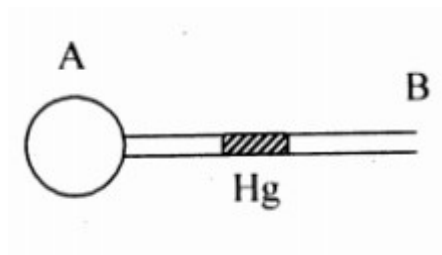
- Ở  $T_2 = 10 + 273 = 283K$ , khí có thể tích

$$V_2 = V + Sx_2 \quad (2)$$

Với:  $V_2 = V_1 \alpha T_2 \Rightarrow V_2 - V_1 = V_1 (\alpha T_2 - 1) = S(x_2 - x_1)$

$$\Rightarrow (x_2 - x_1) = \frac{V_1 (\alpha T_2 - 1)}{S} = \frac{(V + Sx_1)(\alpha T_2 - 1)}{S}$$

$$= \frac{(270 + 0,1 \cdot 30) \left( \frac{1}{273} \cdot 283 - 1 \right)}{0,1} = 100cm$$





Vậy: Khoảng di chuyển của giọt thủy ngân khi nung nóng bình là  $100\text{cm}$ .

**8.24.** Một áp kế khí có hình dạng giống như bài trên, tiết diện ống  $0,1\text{cm}^2$ . Biết ở  $0^\circ\text{C}$ , giọt thủy ngân cách  $A$   $30\text{cm}$ , ở  $5^\circ\text{C}$  cách  $A$   $50\text{cm}$ . Tính dung tích bình. Coi dung tích bình là không đổi.

### Bài giải

- Ở  $T_1 = 273\text{K}$ , khí có thể tích là  $V_1 = V + Sx_1$  (1)

- Ở  $T_2 = 5 + 273 = 278\text{K}$ , khí có thể tích  $V_2 = V + Sx_2$  (2)

Với:  $V_2 = V_1 \alpha T_2 \Rightarrow V_2 - V_1 = V_1 (\alpha T_2 - 1) = S(x_2 - x_1)$

$$\Leftrightarrow (V + Sx_1)(\alpha T_2 - 1) = S(x_2 - x_1)$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{S(x_2 - x_1)}{\alpha T_2 - 1} - Sx_1 = \frac{0,1(50 - 30)}{\frac{1}{273} \cdot 278 - 1} - 0,1 \cdot 30 = 106,2\text{cm}^3$$

Vậy: Dung tích của bình là  $106,2\text{cm}^3$ .

**8.25.** Khi ở lò thoát ra theo ống khói hình trụ. Ở đầu dưới, khí có nhiệt độ  $727^\circ\text{C}$  và chuyển động với vận tốc  $5(\text{m/s})$ . Hỏi vận tốc của khí ở đầu trên của ống (có nhiệt độ  $227^\circ\text{C}$ ). Áp suất khí coi như không đổi.

### Bài giải

Gọi  $u_1, u_2$  là vận tốc của khí ở đầu dưới và đầu trên của ống khói. Xét trong 1 s:

- Thể tích khí vào đầu dưới của ống khói là:  $V_1 = V_0 \alpha T_1 = u_1 S$

- Thể tích khí ra đầu trên của ống khói là:  $V_2 = V_0 \alpha T_2 = u_2 S$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{u_2}{u_1} \quad (S \text{ là tiết diện ống khói})$$

- Theo định luật Gay-Luytxac, ta có:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$ .

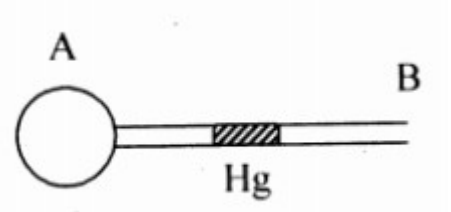
$$\Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow u_2 = u_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 5 \cdot \frac{227 + 273}{727 + 273} = 2,5(\text{m/s})$$

Vậy: Vận tốc của khí ở đầu trên của ống là  $2,5(\text{m/s})$

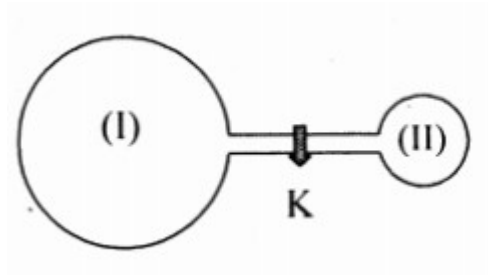
## 2. BÀI TẬP VỀ HỖN HỢP KHÍ

**8.26.** Hai bình cầu, được nối với nhau bằng một ống có khóa, chứa hai chất khí không tác dụng hóa học với nhau, ở cùng nhiệt độ. Áp suất khí trong hai bình là  $p_1 = 2 \cdot 10^5 (\text{N/m}^2)$  và  $p_2 = 10^6 (\text{m/s})$ . Mở khóa nhẹ nhàng để hai bình thông với nhau sao cho nhiệt độ không đổi. Khi cân bằng xảy ra, áp suất ở hai bình là  $p = 4 \cdot 10^5 (\text{N/m}^2)$ . Tính tỉ số thể tích của hai bình cầu.

### Bài giải



Khi chưa mở khóa: bình I ( $p_1, V_1, T$ ) bình II ( $p_2, V_2, T$ )



Khi mở khóa: bình I ( $p'_1, (V_1 + V_2), T$ ); bình II ( $p'_2, (V_1 + V_2), T$ )

Theo định luật Bôilơ-Mariôt, ta có:

$$p_1 V_1 = p'_1 \cdot (V_1 + V_2) \Rightarrow p'_1 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} p_1 \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = p'_2 \cdot (V_1 + V_2) \Rightarrow p'_2 = \frac{V_2}{V_1 + V_2} p_2 \quad (2)$$

Theo định luật Đan-tôn, ta có:  $p = p'_1 + p'_2 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} (p_1 + p_2)$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2 - p}{p - p_1} = \frac{10 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5} = 3$$

Vậy: Tỉ số thể tích của hai bình cầu là  $\frac{V_1}{V_2} = 3$

**8.27.** Trong một bình kín có 1 hỗn hợp metan và ôxi ở nhiệt độ phòng và áp suất  $p_0 = 760 \text{ mmHg}$ . Áp suất riêng phần của metan và ôxi bằng nhau. Sau khi xảy ra sự nổ trong bình kín, người ta làm lạnh để hơi nước ngưng tụ và được dẫn ra ngoài. Sau đó người ta lại đưa bình về nhiệt độ ban đầu. Tính áp suất khí trong bình sau đó.

### Bài giải

- Phản ứng giữa metan và ôxi:  $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$

- Ban đầu, metan và ôxi có áp suất riêng phần bằng nhau nên có số mol bằng nhau:

$$n_{\text{metan}} = n_{\text{oxi}} = n \Rightarrow \text{số mol hỗn hợp khí ban đầu là } n_{\text{hh}} = 2n$$

Sau khi cháy, số mol metan còn thừa là:  $n'_{\text{metan}} = \frac{n}{2}$ ; số mol dioxit cacbon tạo ra là  $n_{\text{dioxit}} = \frac{n}{2}$  nên số mol hỗn

hợp khí sau phản ứng là:  $n'_{\text{hh}} = n$ .

- Áp suất khí trong bình sau khi nổ là:  $p = \frac{p_0}{2} = \frac{760}{2} = 380 \text{ mmHg}$ .

**8.28.** Một hỗn hợp không khí gồm 23,6g ôxi và 76,4g nitơ. Tính:

a) Khối lượng của 1 mol hỗn hợp.

b) Thể tích hỗn hợp ở áp suất  $750 \text{ mmHg}$ , nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ .

c) Khối lượng riêng của hỗn hợp ở điều kiện trên.

d) Áp suất riêng phần của ôxi và nitơ ở điều kiện trên.

### Bài giải

a) Khối lượng của 1 mol hỗn hợp

Gọi  $\mu, \mu_1, \mu_2$  là khối lượng mol của không khí, ôxi và nitơ.

- Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} \quad (1)$$

$$p_1V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \Rightarrow p_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V} \quad (2)$$

$$p_2V = \frac{m_2}{\mu_2} RT \Rightarrow p_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V} \quad (3)$$

- Theo định luật Đan-tôn, ta có:  $p = p_1 + p_2$  (4)

$$\Leftrightarrow \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\mu} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \Rightarrow \mu = \frac{m}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = \frac{100}{\frac{23,6}{32} + \frac{76,4}{28}} = 29 \text{ (g / mol)}$$

Vậy: Khối lượng của 1 mol không khí là  $29 \text{ (g / mol)}$

b) Thể tích của hỗn hợp khí

- Thể tích của  $m$  gam không khí ở điều kiện chuẩn là:  $V_0 = \frac{m}{\mu} \cdot 22,4$

- Thể tích của  $m$  gam không khí ở áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$  là:

$$V = \frac{p_0}{p} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot V_0 = \frac{p_0}{p} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot 22,4 = \frac{760}{750} \cdot \frac{300}{273} \cdot \frac{100}{29} \cdot 22,4 = 86,5 \text{ l}$$

Vậy: Thể tích hỗn hợp ở áp suất  $750 \text{ mmHg}$ , nhiệt độ  $27^\circ \text{C}$  là  $86,5 \text{ l}$ .

c) Khối lượng riêng của hỗn hợp khí

$$\text{Ta có: } D = \frac{m}{V} = \frac{100}{86,5} = 1,16 \text{ (g / l)}$$

Vậy: Khối lượng riêng của hỗn hợp khí là  $D = 1,16 \text{ (g / l)}$ .

d) Áp suất riêng phần của ôxi và nitơ: Vì áp suất của khí tỉ lệ với số mol khí trong hỗn hợp nên:

- Với khí oxi:  $\frac{p_1}{p} = \frac{\frac{m_1}{\mu_1}}{\frac{m}{\mu}} \Rightarrow p_1 = p \frac{m_1}{\mu_1} \cdot \frac{\mu}{m} = 750 \cdot \frac{23,6}{32} \cdot \frac{29}{100} = 160 \text{ mmHg}$

- Với khí nitơ:  $p_2 = p - p_1 = 750 - 160 = 590 \text{ mmHg}$ .

**8.29.** Một hỗn hợp khí hêli và argon ở áp suất  $p = 152 \cdot 10^3 \text{ (N/m}^2\text{)}$  và nhiệt độ  $T = 300 \text{ K}$ , khối lượng riêng  $\rho = 2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ . Tính mật độ phân tử hêli và argon trong hỗn hợp. Biết  $He = 4$ ,  $Ar = 40$ .

### Bài giải

Xét  $1 \text{ m}^3$  hỗn hợp khí, khối lượng của  $1 \text{ m}^3$  hỗn hợp khí là  $m = \rho V = 2 \cdot 1 = 2 \text{ kg}$ .

Gọi  $m_1, m_2$  là khối lượng khí He và Ar trong hỗn hợp, ta có:  $m_1 + m_2 = m$

- Áp suất riêng phần của khí He:  $p_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \cdot \frac{RT}{V} \quad (1)$

- Áp suất riêng phần của khí Ar:  $p_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \cdot \frac{RT}{V} \quad (2)$

Theo định luật Đan-tôn, ta có:  $p = p_1 + p_2 = \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \cdot \frac{RT}{V}$

$\Leftrightarrow \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) = \frac{pV}{RT} \quad (3)$

Kết hợp (1) với (3) suy ra:

$$m_2 = \frac{\mu_1 \mu_2 \frac{pV}{RT} - \mu_2 m}{\mu_1 - \mu_2} = \frac{4 \cdot 40 \cdot \frac{152 \cdot 10^3 \cdot 1}{8,31 \cdot 10^3 \cdot 300} - 40 \cdot 2}{4 - 40} = 1,9512 \text{ kg}.$$

Số phân tử Ar trong  $1 \text{ m}^3$  hỗn hợp khí:

$$N_2 = \frac{m_2}{40} \cdot N_A = \frac{1,9512}{40} \cdot 6,023 \cdot 10^{26} = 0,294 \cdot 10^{26} / \text{m}^3.$$

- Khối lượng He trong  $1 \text{ m}^3$  hỗn hợp khí:  $m_1 = m - m_2 = 2 - 1,9512 = 0,0488 \text{ kg}$ .

- Số phân tử He trong  $1 \text{ m}^3$  hỗn hợp khí:

$$N_1 = \frac{m_1}{4} \cdot N_A = \frac{0,0488}{4} \cdot 6,023 \cdot 10^{26} = 0,0734 \cdot 10^{26} / \text{m}^3.$$

Vậy: Mật độ phân tử hêli và argon trong hỗn hợp là  $0,0734 \cdot 10^{26} / \text{m}^3$  và  $0,294 \cdot 10^{26} / \text{m}^3$ .

### 3. BÀI TẬP VỀ PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI

**8.30.** Trong xi lanh của một động cơ đốt trong, hỗn hợp khí ở áp suất  $1at$ , nhiệt độ  $47^{\circ}C$ , có thể tích  $40dm^3$ .

Nén hỗn hợp khí đến thể tích  $5dm^3$ , áp suất  $15at$ . Tính nhiệt độ của khí sau khi nén.

### Bài giải

Ta có:

+ Trạng thái đầu:  $p_1 = 1at$ ,  $V_1 = 40dm^3$ ,  $T = 47 + 273 = 320K$ .

+ Trạng thái cuối:  $p_2 = 15at$ ,  $V_2 = 5dm^3$ ,  $T_2 = ?$ .

Áp dụng phương trình trạng thái của khí lí tưởng, ta có:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{15 \cdot 5}{1 \cdot 40} \cdot 320 = 600K \text{ hay } t_2 = 327^{\circ}C.$$

Vậy: Nhiệt độ của khí sau khi nén là  $327^{\circ}C$ .

**8.31.** Trước khi nén, hỗn hợp khí trong xi lanh của một động cơ có áp suất  $0.8at$ , nhiệt độ  $50^{\circ}C$ . Sau khi nén, thể tích giảm 5 lần, áp suất là  $8at$ . Tìm nhiệt độ khí sau khi nén.

### Bài giải

Ta có:

+ Trạng thái đầu:  $p_1 = 0,8at$ ,  $V_1$ ,  $T_1 = 50 + 273 = 323K$ .

+ Trạng thái cuối:  $p_2 = 8at$ ,  $V_2 = \frac{V_1}{5}$ ,  $T_2 = ?$ .

Áp dụng phương trình trạng thái của khí lí tưởng, ta có:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{8}{0,8} \cdot \frac{1}{5} \cdot 323 = 646K \text{ hay } t_2 = 373^{\circ}C.$$

Vậy: Nhiệt độ của khí sau khi nén là  $373^{\circ}C$ .

**8.32.** Một lượng khí có áp suất  $750mmHg$ , nhiệt độ  $27^{\circ}C$  và thể tích  $76cm^3$ . Tìm thể tích khí ở điều kiện chuẩn ( $0^{\circ}C$ ,  $760mmHg$ ).

### Bài giải

Ta có:

+ Trạng thái 1:  $p_1 = 750 mmHg$ ,  $V_1 = 76cm^3$ ,  $T_1 = 27 + 273 = 300K$ .

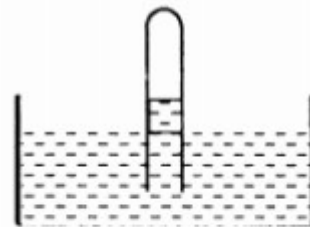
+ Trạng thái 2 (chuẩn):  $p_2 = 760 mmHg$ ,  $V_2$ ,  $T_2 = 273K$ .

Áp dụng phương trình trạng thái của khí lí tưởng, ta có:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{750 \cdot 76 \cdot 273}{760 \cdot 300} = 68,25 \text{ cm}^3$$

Vậy: Thể tích khí trên ở điều kiện chuẩn là  $V_2 = 68,25 \text{ cm}^3$

**8.33.** Một ống thủy tinh một đầu kín, chứa một lượng khí. Ấn miệng ống thẳng đứng vào chậu thủy ngân, chiều cao ống còn lại là  $10 \text{ cm}$ . Ở  $0^\circ \text{C}$  mực thủy ngân trong ống cao hơn trong chậu  $5 \text{ cm}$ . Hỏi phải tăng nhiệt độ lên bao nhiêu để mực Hg trong ống bằng trong chậu? Biết áp suất khí quyển  $p_0 = 750 \text{ mmHg}$ . Mực thủy ngân trong chậu dâng lên không đáng kể.



### Bài giải

- Ban đầu, khí trong ống có thể tích  $V_1 = S(l-h)$ , áp suất  $p_1 = p_0 - h$ , nhiệt độ  $T_1 = 273 \text{ K}$ .

- Khi nhiệt độ tăng lên, khí trong ống có thể tích  $V_2 = Sl$ , áp suất  $p_1 = p_0$ , nhiệt độ  $T_2$ .

- Theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng, ta có:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{p_0 \cdot Sl}{(p_0 - h) \cdot S(l-h)} T_1 = \frac{p_0 \cdot l}{(p_0 - h) \cdot (l-h)} T_1$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{750 \cdot 10}{(750 - 5)(10 - 5)} \cdot 273 = 550 \text{ K} \text{ hay } t_2 = 277^\circ \text{C}.$$

Vậy: Phải tăng nhiệt độ lên  $277^\circ \text{C}$ .

**8.34.** Một bình dung tích  $10 \text{ l}$  chứa  $2 \text{ g}$  hiđrô ở  $27^\circ \text{C}$ . Tính áp suất khí trong bình.

### Bài giải

Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:  $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$

với:  $m = 2 \text{ g}$ ,  $\mu = 2 \text{ g}$ ,  $R = 0,082 (\text{atm.l} / \text{mol.K})$ ,  $T = 300 \text{ K}$ ,  $V = 10 \text{ l}$ :

$$p = \frac{2}{2} \cdot \frac{0,082 \cdot 300}{10} = 2,46 \text{ atm}$$

Vậy: Áp suất khí trong bình là  $2,46 \text{ atm}$ .

**8.35.** Tính thể tích của  $10 \text{ g}$  khí ôxi ở áp suất  $738 \text{ mmHg}$  và nhiệt độ  $15^\circ \text{C}$ .

### Bài giải

Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:  $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow V = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{p}$

với:  $m = 10 \text{ g}$ ,  $\mu = 32 \text{ g}$ ,  $R = 0,082 (\text{atm.l} / \text{mol.K})$ ,

$T = 288 \text{ K}$ ,  $p = 738 \text{ mmHg} = 0,98 \text{ atm}$ :

$$\Rightarrow V = \frac{10}{32} \cdot \frac{0,082 \cdot 288}{0,98} = 7,6l$$

Vậy: Thể tích khí là 7,6l

**8.36.** Một chất khí có khối lượng 1,0g ở 27°C dưới áp suất 0,5at và có thể tích 1,8l. Hỏi khí đó là khí gì? Biết rằng đó là một đơn chất.

### Bài giải

Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:  $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow \mu = \frac{mRT}{pV}$

với:  $m = 1,0g$ ,  $R = 0,084(at.l / mol.K)$ ,  $T = 300K$ ,  $p = 0,5at$ ,  $V = 1,8l$ :

$$\Rightarrow \mu = \frac{1,0 \cdot 0,084 \cdot 300}{0,5 \cdot 1,8} = 28$$

Vậy: Đơn chất có  $\mu = 28$  chính là ni-tơ ( $N_2$ )

**8.37.** Bình dung tích 22l chứa 0,5g khí  $O_2$ . Bình chỉ chịu được áp suất không quá 21 at. Hỏi có thể đưa khí trong bình tối đa tới nhiệt độ nào để bình không vỡ?

### Bài giải

- Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:  $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$

- Để bình không vỡ:  $p \leq 21 \Rightarrow \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} \leq 21 \Rightarrow T \leq \frac{21\mu V}{mR}$

$$\Rightarrow T \leq \frac{21 \cdot 32 \cdot 22}{0,5 \cdot 0,084} = 352K \text{ hay } 79^\circ C.$$

Vậy: Có thể đưa khí trong bình tối đa tới nhiệt độ là 79°C để bình không vỡ.

**8.38.** Bình chứa được 4,0g hiđrô ở 53°C dưới áp suất  $44,4 \cdot 10^5 (N/m^2)$ . Thay hiđrô bởi khí khác thì bình chứa được 8,0g khí mới ở 27° dưới áp suất  $5,0 \cdot 10^5 (N/m^2)$ . Khí thay hiđrô là khí gì? Biết khí này là đơn chất.

### Bài giải

- Với khí hiđrô:  $p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT_1$ ; với khí X:  $p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT_2$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \mu_2 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \mu_1$$

với:  $M_1 = 4,0g$ ,  $T_1 = 53 + 273 = 326K$ ,  $p_1 = 44,4 \cdot 10^5 (N/m^2)$ ;  $\mu_1 = 2$ ;  $m_2 = 8,0g$ ,

$$T_2 = 27 + 273 = 300K, p_2 = 5,0.10^5 (N/m^2):$$

$$\mu_2 = \frac{8}{4} \cdot \frac{44,4.10^5}{5,0.10^5} \cdot \frac{300}{326} \cdot 2 = 32$$

Vậy: Đơn chất có  $\mu = 32$  chính là oxi ( $O_2$ ).

**8.39.** Một lượng khí hiđrô ở  $27^\circ C$  dưới áp suất  $99720(N/m^2)$ . Tìm khối lượng riêng của khí.

### Bài giải

- Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:  $pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$

- Khối lượng riêng của khí:  $D = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$

với:  $\mu = 2(kg/kmol)$ ;  $p = 99720(N/m^2)$ ;

$$R = 8,31.10^3 (kJ/kmol.K); T = 27 + 273 = 300K :$$

$$D = \frac{\mu p}{RT} = \frac{2.99720}{8,31.10^3.300} = 0,08(kg/m^3)$$

Vậy: Khối lượng riêng của khí là  $D = 0,08(kg/m^3)$ .

**8.40.** Ở độ cao  $h$  không khí có áp suất  $230mmHg$  nhiệt độ  $-43^\circ C$ . Tìm khối lượng riêng của không khí ở độ cao nói trên. Biết rằng ở mặt đất không khí có áp suất  $760mmHg$ ,  $15^\circ C$ , khối lượng riêng là  $1,22(kg/m^3)$ .

### Bài giải

- Trên mặt đất, khối lượng riêng của không khí là:  $D_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{\mu p_1}{RT_1}$

- Ở độ cao  $h$ , khối lượng riêng của không khí là:  $D_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{\mu p_2}{RT_2}$

$$\Rightarrow D_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} \cdot D_1$$

với:  $p_2 = 230mmHg$ ,  $T_2 = -43 + 273 = 230K$ ;

$$p_1 = 760mmHg, T_1 = 15 + 273 = 288K, D_1 = 1,22(kg/m^3).$$

$$\Rightarrow D_2 = \frac{230}{760} \cdot \frac{288}{230} \cdot 1,22 = 0,46(kg/m^3)$$

Vậy: Khối lượng riêng của không khí ở độ cao nói trên là  $0,46(kg/m^3)$



**8.41.** Khí cầu có dung tích  $328\text{m}^3$  được bơm khí hiđrô. Khi bơm xong, hiđrô trong khí cầu có nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ , áp suất  $0,9\text{atm}$ . Hỏi phải bơm bao nhiêu lâu nếu mỗi giây bơm được  $2,5\text{g } H_2$  vào khí cầu?

**Bài giải**

Gọi  $m$  là khối lượng khí đã bơm vào khí cầu.

- Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:  $pV = \frac{m}{\mu} RT$

$$\Rightarrow m = \frac{\mu pV}{RT}$$

( $V = 328\text{m}^3 = 328.10^3\text{l}$ ,  $T = 27 + 273 = 300\text{K}$ ,  $p = 0,9\text{atm}$ ,  $R = 0,082(\text{atm.l} / \text{mol.K})$ ;  $\mu = 2(\text{g} / \text{mol})$ )

$$\Rightarrow m = \frac{2.0,9.328.10^3}{0,082.300} = 24000\text{g}$$

- Thời gian bơm:  $t = \frac{m}{2,5} = \frac{24000}{2,5} = 9600\text{s} = 2\text{h}40$  phút.

Vậy: Thời gian bơm khí cầu là 2 h 40 phút.

**8.42.** Trong một ống dẫn khí tiết diện đều  $S = 5\text{cm}^2$  có khí  $\text{CO}_2$  chảy qua ở nhiệt độ  $35^\circ\text{C}$  và áp suất  $3.10^5(\text{N} / \text{m}^2)$ . Tính vận tốc của dòng khí biết trong thời gian 10 phút có  $m = 3\text{kg}$  khí  $\text{CO}_2$  qua tiết diện ống.

**Bài giải**

- Thể tích khí chảy qua ống trong thời gian 10 phút là:  $V = vSt$ .

- Mặt khác, theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:  $pV = \frac{m}{\mu} RT$

$$\Leftrightarrow pvSt = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow v = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{pSt}$$

( $m = 3\text{kg}$ ,  $\mu = 44(\text{kg} / \text{kmol})$ ,  $R = 8,31.10^3(\text{kJ} / \text{kmol.K})$ ,  $T = 35 + 273 = 308\text{K}$ .

$p = 3.10^5(\text{N} / \text{m}^2)$ ,  $t = 10$  phút =  $600\text{s}$ ,  $S = 5.10^{-4}\text{m}^2$  :

$$\Rightarrow v = \frac{3}{44} \cdot \frac{8,31.10^3.308}{3.10^5.5.10^{-4}.600} = 1,939(\text{m} / \text{s})$$

Vậy: Vận tốc của dòng khí là  $v = 1,939(\text{m} / \text{s})$

**8.43.** Có 10g khí ôxi ở  $47^\circ\text{C}$ , áp suất  $2,1\text{at}$ . Sau khi đun nóng đẳng áp thể tích khí là 10l. Tìm:

a) Thể tích khí trước khi đun.

b) Nhiệt độ sau khi đun.

c) Khối lượng riêng của khí trước và sau khi đun.

**Bài giải**

a) Thể tích khí trước khi đun

$$\text{Từ phương trình Clapêrôn-Mendêlêép: } pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow V_1 = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{p_1}$$

với:  $m = 10\text{g}$ ,  $\mu = 2$ ,  $T_1 = 47 + 273 = 320\text{K}$ ,  $p_1 = 2,1\text{at}$ ;  $R = 0,084(\text{at.l/mol.K})$ :

$$\Rightarrow V_1 = \frac{10}{2} \cdot \frac{0,084 \cdot 320}{2,1} = 4\text{l}$$

Vậy: Thể tích khí trước khi đun là  $V = 4\text{l}$

b) Nhiệt độ sau khi đun: Vì đun nóng đẳng áp nên:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = \frac{10}{4} \cdot 320 = 800\text{K} \text{ hay } t_2 = 527^\circ\text{C}$$

Vậy: Nhiệt độ khí sau khi đun là  $527^\circ\text{C}$

c) Khối lượng riêng của khí trước và sau khi đun

- Trước khi đun:  $\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{10}{4} = 2,5(\text{g/l})$ .

- Sau khi đun:  $\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{10}{10} = 1(\text{g/l})$ .

Vậy: Khối lượng riêng của khí trước và sau khi đun là  $2,5(\text{g/l})$  và  $1(\text{g/l})$

**8.44.** Một bình cầu thủy tinh được cân 3 lần trong các điều kiện:

a) Đã hút chân không.

b) Chứa đầy không khí ở điều kiện tiêu chuẩn.

c) Chứa đầy một lượng khí nào đó ở áp suất  $p = 1,5\text{atm}$ .

Khối lượng tương ứng trong từng lần cân là  $m_1 = 200\text{g}$ ,  $m_2 = 204\text{g}$ ,  $m_3 = 210\text{g}$ .

Nhiệt độ coi như không đổi. Tính khối lượng mol của khí trong lần cân thứ ba.

### Bài giải

- Khối lượng khí trong bình ở điều kiện chuẩn:  $m = m_2 - m_1 = 204 - 200 = 4\text{g}$ .

và:  $p_0V = \frac{m}{\mu}RT(1)$

- Khối lượng khí X trong bình ở áp suất  $p = 1,5\text{atm}$ :  $m' = m_3 - m_1 = 210 - 200 = 10\text{g}$ .

và:  $pV = \frac{m'}{\mu'}RT(2)$

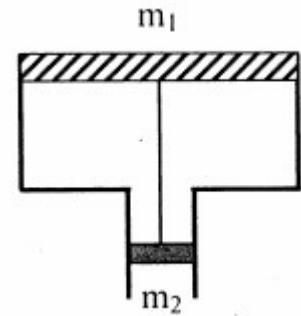
- Từ (1) và (2) ta có:  $\frac{p_0}{p} = \frac{m}{m'} \cdot \frac{\mu'}{\mu} \Rightarrow \mu' = \mu \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \frac{m'}{m}$

$$\Rightarrow \mu' = 29 \cdot \frac{1}{1,5} \cdot \frac{10}{4} = 48,33(g/mol).$$

Vậy: Khối lượng mol của khí trong lần cân thứ ba là  $48,33(g/mol)$ .

**8.45.** Một xilanh đặt thẳng đứng có tiết diện thay đổi như hình vẽ. Giữa hai pittông có  $n$  mol không khí. Khối lượng và diện tích tiết diện các pittông lần lượt là  $m_1, m_2, S_1, S_2$ . Các pittông được nối với nhau bằng một thanh nhẹ có chiều dài  $l$  và cách đều chỗ nối của hai đầu xilanh.

Hỏi khi tăng nhiệt độ khí trong xilanh thêm  $\Delta T$  thì các pittông dịch chuyển bao nhiêu? Cho biết áp suất khí quyển là  $p_0$



### Bài giải

Gọi  $p$  là áp suất ban đầu của khí trong xilanh.

- Các lực tác dụng lên  $m_1$ : trọng lực  $\vec{P}_1$ , lực nén của khí quyển  $\vec{F}_{01}$ , lực đẩy của khí bên trong xi lanh  $\vec{F}_1$ :

$$\vec{P}_1 + \vec{F}_{01} + \vec{F}_1 = 0 \Leftrightarrow P_1 + F_{01} - F_1 = 0(1)$$

- Các lực tác dụng lên  $m_2$ : trọng lực  $\vec{P}_2$ , lực nén của khí quyển  $\vec{F}_{02}$ , lực đẩy của khí bên trong xi lanh  $\vec{F}_2$ :

$$\vec{P}_2 + \vec{F}_{02} + \vec{F}_2 = 0 \Leftrightarrow P_2 - F_{02} + F_2 = 0(2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra:  $(P_1 + P_2) + (F_{01} - F_{02}) - (F_1 - F_2) = 0$

$$\Leftrightarrow F_1 - F_2 = (P_1 + P_2) + (F_{01} - F_{02})$$

$$\Leftrightarrow p(S_1 - S_2) = P_1 + P_2 + p_0(S_1 - S_2) \quad (3)$$

- Ban đầu, khí trong xilanh có thể tích  $V$ , áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$ :

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \quad (4)$$

- Khi nhiệt độ khí tăng lên  $\Delta T$  trong thời gian rất ngắn nên có thể coi như áp suất không đổi:

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu}R\Delta T \Rightarrow p(S_1 - S_2)x = \frac{m}{\mu}R\Delta T \quad (5)$$

- Từ (3) và (5) suy ra:  $P_1 + P_2 + p_0(S_1 - S_2) = \frac{m}{x\mu}R\Delta T$

$$\Rightarrow x = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R\Delta T}{p_0(S_1 - S_2) + P_1 + P_2} = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R\Delta T}{[p_0(S_1 - S_2) + (m_1 + m_2)g]}$$

Vậy: Khi tăng nhiệt độ khí trong xilanh thêm  $\Delta T$  thì các pittông dịch chuyển một đoạn:

$$x = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R\Delta T}{[p_0(S_1 - S_2) + (m_1 + m_2)g]}$$

**8.46.** Xilanh kín chia làm hai phần, mỗi phần dài  $52\text{cm}$  và ngăn cách nhau bằng pittông cách nhiệt. Mỗi phần chứa một lượng khí giống nhau ở  $27^\circ\text{C}$ ,  $750\text{mmHg}$ . Khi nung nóng một phần lên thêm  $50^\circ\text{C}$  thì pittông di chuyển một đoạn bao nhiêu? Tìm áp suất sau khi nung.

**Bài giải**

- Ban đầu, khí trong mỗi phần xilanh có thể tích  $V = Sl$ , áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$ .

- Sau khi nung:

+ phần khí bị nung nóng có thể tích  $V_1 = S(l+x)$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1 = T + 50$ .

+ phần khí không bị nung có thể tích  $V_2 = S(l-x)$ , áp suất  $p_2 = p_1$ , nhiệt độ  $T_2 = T$

- Vì lượng khí trong mỗi phần xilanh giống nhau,  $p_1 = p_2$  nên:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{l+x}{l-x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{l(T_1 - T_2)}{T_1 + T_2} \quad (l = 52\text{cm}; T_2 = T = 27 + 273 = 300\text{K}; T_1 = 300 + 50 = 350\text{K})$$

$$\Rightarrow x = \frac{52 \cdot (350 - 300)}{350 + 300} = 4\text{cm}$$

- Vì nhiệt độ của lượng khí trong phần xilanh không bị nung nóng không đổi ( $T_2 = T$ ) nên áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho lượng khí này ta được:  $pV = p_2V_2$ .

$$\Leftrightarrow pSl = p_2S(l-x) \Rightarrow p_2 = p \cdot \frac{l}{l-x} = 750 \cdot \frac{52}{52-4} = 812,5\text{mmHg}.$$

Vậy: Khi nung nóng một phần lên thêm  $50^\circ\text{C}$  thì pittông di chuyển một đoạn  $4\text{cm}$  và áp suất sau khi nung là  $812,5\text{mmHg}$ .

**8.47.** Xilanh hai đầu chia làm hai phần, mỗi phần dài  $42\text{cm}$  và ngăn cách nhau bởi một pittông cách nhiệt. Mỗi phần xilanh chứa cùng một khối lượng khí, giống nhau, ở  $27^\circ\text{C}$  dưới áp suất  $1,0\text{at}$ . Cần phải nung nóng khí ở một phần của xilanh lên bao nhiêu độ để pittông dịch chuyển  $2\text{cm}$ ? Tính áp suất của khí sau khi nung.

**Bài giải**

- Ban đầu, khí trong mỗi phần xilanh có thể tích  $V = Sl$ , áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$ .

- Sau khi nung:

+ phần khí bị nung nóng có thể tích  $V_1 = S(l+x)$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1 = T + 50$ .

+ phần khí không bị nung có thể tích  $V_2 = S(l-x)$ , áp suất  $p_2 = p_1$ , nhiệt độ  $T_2 = T$ .

- Vì khí trong mỗi phần xilanh giống nhau,  $p_1 = p_2$  nên:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{l+x}{l-x}$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{T_2(l+x)}{l-x} \quad (l = 42\text{cm}; x = 2\text{cm}; T_2 = T = 27 + 273 = 300\text{K})$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{300(42+2)}{42-2} = 330\text{K} \text{ hay } t_1 = 57^\circ\text{C}.$$

- Vì nhiệt độ của lượng khí trong phần xilanh không bị nung nóng không đổi ( $T_2 = T$ ) nên áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt cho lượng khí này ta được:

$$pV = p_2V_2.$$

$$\Leftrightarrow pSl = p_2S(l-x) \Rightarrow p_2 = p \cdot \frac{l}{l-x} = 1 \cdot \frac{42}{42-2} = 1,05\text{at}.$$

Vậy: Để pittông dịch chuyển  $2\text{cm}$  thì cần phải nung nóng khí ở một phần của xilanh lên đến  $57^\circ\text{C}$ , lúc đó áp suất khí là  $1,05\text{at}$ .

**8.48.** Hai bình chứa cùng một lượng khí nối với nhau bằng một ống nằm ngang tiết diện  $0,4\text{cm}^2$ , ngăn cách nhau bằng một giọt thủy ngân trong ống. Ban đầu mỗi phần có nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ , thể tích  $0,3\text{l}$ . Tính khoảng di chuyển của một giọt thủy ngân khi nhiệt bình I tăng thêm  $2^\circ\text{C}$ , bình II giảm  $2^\circ\text{C}$ . Coi bình dẫn nở không đáng kể.

### Bài giải

- Ban đầu, khí trong mỗi bình có thể tích  $V$ , áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$ .

- Khi nhiệt độ các bình thay đổi thì:

+ khí trong bình I có thể tích  $V_1 = V + Sx$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1 = T + 2$ .

+ khí trong bình II có thể tích  $V_2 = V - Sx$ , áp suất  $p_1 = p_1$ , nhiệt độ  $T_2 = T - 2$ .

- Vì khí trong hai bình giống nhau, áp suất khí trong hai bình khi cân bằng như nhau nên:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{302}{298} \quad (1)$$

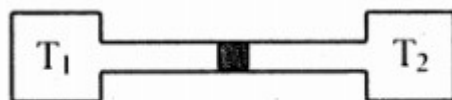
$$\text{và } V_1 + V_2 = 2V = 2 \cdot 0,3 = 0,6 \quad (2)$$

$$\Rightarrow V_1 = 0,298\text{l} = 0,298 \cdot 10^{-3} \text{m}^3, \quad V_2 = 0,302\text{l} = 0,302 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$$

$$\Rightarrow x = \frac{V_1 - V}{S} = \frac{0,302 \cdot 10^{-3} - 0,3 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 10^{-4}} = 0,05\text{m} = 5\text{cm}$$

Vậy: Khoảng di chuyển của giọt thủy ngân là  $x = 5\text{cm}$ .

**8.49.** Hai bình giống nhau chứa một chất khí nào đó, nối với nhau bằng ống ngang, chính giữa ống có một



giọt thủy ngân. Bình I có nhiệt độ  $T_1$ , bình II có nhiệt độ  $T_2$  ( $T_2 > T_1$ ). Giọt thủy ngân sẽ di chuyển thế nào nếu:

- Nhiệt độ tuyệt đối mỗi bình tăng gấp đôi?
- Nhiệt mỗi bình tăng một lượng  $\Delta T$  như nhau?

### Bài giải

- Ban đầu, giọt thủy ngân ở giữa ống nằm ngang nên:

+ khí trong bình I có thể tích  $V_1$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1$

+ khí trong bình II có thể tích  $V_2 = V_1$ , áp suất  $p_2 = p_1$ , nhiệt độ  $T_2 > T_1$

- Ta có: Bình I:  $p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} R T_1$ ; bình II:  $p_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} R T_2$ ;

Vì  $p_2 = p_1, V_2 = V_1$  nên:  $\frac{m_1}{\mu} R T_1 = \frac{m_2}{\mu} R T_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 1$  (1)

a) Khi nhiệt độ tuyệt đối mỗi bình tăng gấp đôi:  $T'_1 = 2T_1$ ;  $T'_2 = 2T_2$ ;  $p'_1 = p_2$  nên:

$\frac{V'_2}{V'_1} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T'_1}{T'_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 1$ : giọt thủy ngân vẫn đứng yên.

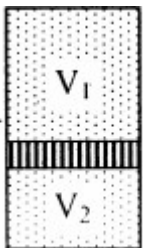
b) Khi nhiệt mỗi bình tăng một lượng  $\Delta T$  như nhau:

$T''_1 = T_1 + \Delta T$ ;  $T''_2 = T_2 + \Delta T$ ;  $p''_1 = p''_2$  nên:

$\frac{V''_2}{V''_1} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T''_1}{T''_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T_1 + \Delta T}{T_2 + \Delta T} > 1$ : giọt thủy ngân dịch sang phải.

**8.50.** Một pittông chuyển động không ma sát trong một xilanh kín thẳng đứng. Phía trên và dưới pittông có hai khối lượng bằng nhau của cùng một khí lí tưởng. Toàn thể xilanh có nhiệt độ  $T$ . Khi đó, tỉ số các thể tích của hai khối khí là  $\frac{V_1}{V_2} = n > 1$ . Tính tỉ số này khi nhiệt độ xilanh có giá trị  $T' > T$ . Bỏ qua sự dẫn nở vì nhiệt

của pittông và xi lanh.



### Bài giải

Gọi  $x$  là tỉ số thể tích của hai khối khí ở nhiệt độ  $T'$

- Ở nhiệt độ  $T$ :

+ khí phía trên pittông có thể tích  $V_1$ , áp suất  $p_1$

+ khí phía dưới pittông có thể tích  $V_2$ , áp suất  $p_2$

Vì  $m_1 = m_2, \mu_1 = \mu_2$  (cùng loại khí),  $T_1 = T_2 = T$

$$\text{nên: } p_1 V_1 = p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{n} \quad \text{và } V_1 + V_2 = V \Rightarrow V_1 = \frac{n}{n+1} V \quad (2)$$

$$p_2 - p_1 = (n-1)p_1$$

Gọi  $S, M$  là tiết diện và khối lượng của pittông, ta có:  $F_1 + P = F_2$

$$\Leftrightarrow p_1 S + Mg = p_2 S \Rightarrow \frac{Mg}{S} = p_2 - p_1 = (n-1)p_1 \quad (3)$$

Ở nhiệt độ  $T'$ : Tương tự như ở nhiệt độ  $T$ , ta có:

$$p'_1 V'_1 = p'_2 V'_2 = \frac{m}{\mu} RT' \quad (4)$$

$$V'_1 = \frac{x}{x+1} V \quad (5)$$

$$\frac{Mg}{S} = (x-1)p'_1$$

$$\text{- Từ (2) và (5) suy ra: } \frac{V'_1}{V_1} = \frac{x}{x+1} \cdot \frac{n+1}{n}$$

$$\text{- Từ (3) và (6) suy ra: } \frac{p'_1}{p_1} = \frac{n-1}{x-1}$$

$$\text{Từ (4) và (5) suy ra: } \frac{T'}{T} = \frac{p'_1 V'_1}{p_1 V_1} = \frac{n-1}{x-1} \cdot \frac{n+1}{n} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{(n^2-1)x}{n(x^2-1)} = k$$

$$nkx^2 - (n^2-1)x - nk = 0$$

Giải (7) ta được:

$$x = \frac{n^2-1 + \sqrt{(n^2+1)^2 + 4n^2k^2}}{2nk} = \frac{T}{2nT'} \left( n^2-1 + \sqrt{(n^2-1)^2 + 4n^2 \cdot \frac{T'^2}{T^2}} \right)$$

Vậy: Tỉ số các thể tích của hai khối khí ở nhiệt độ  $T'$  là

$$x = \frac{T}{2nT'} \left( n^2-1 + \sqrt{(n^2-1)^2 + 4n^2 \cdot \frac{T'^2}{T^2}} \right)$$

**8.51.** Một căn phòng dung tích  $30m^3$  có nhiệt độ tăng từ  $17^\circ C$  đến  $27^\circ C$ . Tính độ biến thiên khối lượng của không khí trong phòng.

Cho biết áp suất khí quyển là  $1,0 \text{ at}$  và khối lượng mol của không khí có thể lấy là  $29(\text{g} / \text{mol})$ .

### Bài giải

Ở nhiệt độ  $T_1 = 17 + 273 = 290\text{K}$ , khối lượng khí trong phòng là:  $m_1 = \frac{\mu p V}{RT_1}$

Ở nhiệt độ  $T_2 = 27 + 273 = 300\text{K}$ , khối lượng khí trong phòng là:  $m_2 = \frac{\mu p V}{RT_2}$

Độ biến thiên khối lượng khí là:  $\Delta m = m_2 - m_1 = \left( \frac{\mu p V}{RT_2} - \frac{\mu p V}{RT_1} \right)$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{\mu p V}{R} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{29 \cdot 1 \cdot 30 \cdot 10^3}{0,084} \left( \frac{1}{300} - \frac{1}{290} \right) = -1200\text{g} = -1,2\text{kg}$$

Vậy: Độ biến thiên khối lượng không khí trong phòng là  $\Delta m = -1,2\text{kg}$ .

**8.52.** Bình chứa khí nén ở  $27^\circ\text{C}$ ,  $40\text{at}$ . Một nửa lượng khí trong bình thoát ra và nhiệt độ hạ xuống đến  $12^\circ\text{C}$ . Tìm áp suất của khí còn lại trong bình.

### Bài giải

- Trạng thái I:  $m_1, V_1, T_1 = 27 + 273 = 300\text{K}, p = 40\text{at}$  :

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

- Trạng thái II:  $m_2 = \frac{m_1}{2}, V_2 = V_1, T_2 = 12 + 273 = 285\text{K}, p_2$ .

$$p_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot p_1$$

$$\Rightarrow p_2 = 0,5 \cdot \frac{285}{300} \cdot 1 \cdot 40 = 19\text{at}$$

Vậy: Áp suất của khí còn lại trong bình là  $p_2 = 19\text{at}$ .

**8.53.** Một bình kín, thể tích  $0,4\text{m}^3$ , chứa khí ở  $27^\circ\text{C}$  và  $1,5\text{atm}$ . Khi mở nắp, áp suất khí còn  $1\text{atm}$ , nhiệt độ  $0^\circ\text{C}$ .

a) Tìm thể tích khí thoát ra khỏi bình (ở  $0^\circ\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ ).

b) Tìm khối lượng khí còn lại trong bình và khối lượng khí thoát ra khỏi bình, biết khối lượng riêng của khí ở điều kiện chuẩn là  $D_0 = 1,2(\text{kg} / \text{m}^3)$ .

### Bài giải



a) Thể tích khí thoát ra khỏi bình (ở  $0^{\circ}\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ ).

- Lượng khí ban đầu trong bình kín ở điều kiện chuẩn ( $1\text{atm}$ ,  $0^{\circ}\text{C}$ ) sẽ có thể tích:

$$V_0 = \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T_1} \cdot V_1 \text{ (suy ra từ phương trình trạng thái)}$$

với:  $V_1 = 0,4\text{m}^3$ ,  $T_1 = 27 + 273 = 300\text{K}$ ,  $p_1 = 1,5\text{atm}$ ;  $T_0 = 273\text{K}$ ,  $p_0 = 1\text{atm}$ :

$$\Rightarrow V_0 = \frac{1,5}{1} \cdot \frac{273}{300} \cdot 0,4 = 0,546\text{m}^3$$

- Thể tích khí thoát ra khỏi bình là:  $\Delta V = V_0 - V_1 = 0,546 - 0,4 = 0,146\text{m}^3$ .

b) Khối lượng khí còn lại trong bình và khối lượng khí thoát ra khỏi bình

- Khí còn lại trong bình (ở  $0^{\circ}\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ ) có khối lượng:  $m_1 = D_0 V_1 = 1,2 \cdot 0,4 = 0,48\text{kg}$ .

- Khí thoát ra khỏi bình (ở  $0^{\circ}\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ ) có khối lượng:

$$\Delta m = D_0 \Delta V = 1,2 \cdot 0,146 = 0,1752\text{kg}.$$

**8.54.** Một bình chứa  $m = 0,3\text{kg}$  hêli. Sau một thời gian, do bị hở, khí hêli thoát ra một phần. Nhiệt độ tuyệt đối của khí giảm 10%, áp suất giảm 20%. Tính số nguyên tử hêli đã thoát khỏi bình.

#### Bài giải

- Ban đầu, khí hêli có khối lượng  $m$ , thể tích  $V$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1$ :

$$p_1 V = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

- Sau một thời gian, khí hêli có khối lượng  $m'$ , thể tích  $V$ , áp suất  $p_2$ , nhiệt độ  $T_2$ :

$$p_2 V = \frac{m'}{\mu} RT_2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{m'}{m} \cdot \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{m' T_2 - m T_1}{m T_1} = \frac{m'(T_1 + \Delta T) - m T_1}{m T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{m' - m}{m} + \frac{m'}{m} \cdot \frac{\Delta T}{T_1} \quad (3)$$

$$\text{với } \frac{\Delta p}{p_1} = -0,2; \frac{\Delta T}{T_1} = -0,1$$

$$\Rightarrow -0,2 = \frac{m'}{m} - 1 + \frac{m'}{m} (-0,1) = \frac{0,9m'}{m} - 1 \Rightarrow m' = \frac{8}{9} m$$

$$\Delta m = m - m' = \frac{m}{9} = \frac{0,3}{9} = \frac{1}{30} \text{kg} = 33,333\text{g}$$

- Số nguyên tử hêli đã thoát khỏi bình là:  $\Delta N = \frac{\Delta m}{\mu} \cdot N_A$

$$\Rightarrow \Delta N = \frac{33,333}{4} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 50,2 \cdot 10^{23}$$

Vậy: Số nguyên tử hêli đã thoát khỏi bình là  $50,2 \cdot 10^{23}$  nguyên tử.

**8.55.** Bình dung tích  $V = 4$  lít chứa khí có áp suất  $p_1 = 840 \text{ mmHg}$ . Khối lượng tổng cộng của bình và khí là  $m_1 = 546 \text{ g}$ . Cho một phần khí thoát ra ngoài, áp suất giảm đến  $p_2 = 735 \text{ mmHg}$ , nhiệt độ như cũ, khối lượng của bình và khí còn lại là  $m_2 = 543 \text{ g}$ . Tìm khối lượng riêng của khí trước và sau thí nghiệm.

### Bài giải

- Ban đầu, khí hêli có khối lượng  $m$ , thể tích  $V$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1$ :

$$p_1 V = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

- Khi có một phần khí thoát ra, khí trong bình có khối lượng  $m'$ , thể tích  $V$ , áp suất  $p_2$ , nhiệt độ  $T_2 = T_1$ :

$$p_2 V = \frac{m'}{\mu} RT_1 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{m'} \Rightarrow \frac{m}{m - m'} = \frac{p_1}{p_1 - p_2} = \frac{840}{840 - 735} = 8$$

$$m = 8(m - m') = 8(m_1 - m_2) = 8 \cdot (546 - 543) = 24 \text{ g}, m' = 21 \text{ g}$$

- Khối lượng riêng của khí trong bình lúc đầu là:  $D_1 = \frac{m}{V} = \frac{24}{4} = 6 \text{ (g/l)}$ .

- Khối lượng riêng của khí trong bình lúc sau là:  $D_2 = \frac{m'}{V} = \frac{21}{4} = 5,25 \text{ (g/l)}$ .

**8.56.** Hai bình giống nhau được nối với nhau bởi một ống nhỏ. Trong ống có một cái van. Van chỉ mở khi độ chênh lệch áp suất hai bên là  $\Delta p = 1,1 \text{ atm}$ .

Ban đầu, một bình chứa khí lí tưởng ở nhiệt độ  $t_1 = 27^\circ \text{C}$ , áp suất  $p_1 = 1 \text{ atm}$ , còn trong bình kia là chân không. Sau đó, người ta nung nóng hai bình lên tới nhiệt độ  $t_2 = 107^\circ \text{C}$ . Hãy tính áp suất của khí trong mỗi bình lúc này.

### Bài giải

- Ban đầu, khí lí tưởng trong bình I có thể tích  $V$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1$ . Khi nung nóng khí lí tưởng trong bình I, thể tích khí là  $V$ , áp suất  $p'_1$ , nhiệt độ  $T_2$ :

$$\frac{p'_1}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p'_1 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 1 \cdot \frac{107 + 273}{27 + 273} = 1,27 \text{ atm}$$

$$\text{Và } n = \frac{p_1 V}{RT_1} \quad (1)$$

Vì  $\Delta p > 1,1 \text{ atm}$  nên van sẽ mở, khí từ bình 1 qua bình II. Lúc này:

+ Bình I có thể tích  $V$ , áp suất  $p_2$ , nhiệt độ  $T_2$ , số mol  $n_1$ :  $p_2V = n_1RT_2$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{p_2V}{RT_2} \quad (2)$$

+ Bình II có thể tích  $V$ , áp suất  $p_3 = p_2 - \Delta p$ , nhiệt độ  $T_2$ , số mol  $n_2$ :  $p_3V = n_2RT_2$ .

$$\Rightarrow n_2 = \frac{p_3V}{RT_2} = \frac{(p_2 - \Delta p)V}{RT_2} \quad (3)$$

$$\text{Vì } n = n_1 + n_2 \text{ nên } \frac{p_1V}{RT_1} = \frac{p_2V}{RT_2} + \frac{(p_2 - \Delta p)V}{RT_2} \Leftrightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} + \frac{(p_2 - \Delta p)}{T_2}$$

$$\Leftrightarrow p_1T_2 = p_2T_1 + (p_2 - \Delta p)T_1 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2 + \Delta pT_1}{2T_1}$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2 + \Delta pT_1}{2T_1} = \frac{1 \cdot (107 + 273) + 1,1 \cdot (27 + 273)}{2 \cdot (27 + 273)} = 1,18 \text{ atm}$$

$$\text{và: } p_3 = 1,18 - 1,1 = 0,08 \text{ atm.}$$

Vậy: Áp suất của khí trong mỗi bình sau khi nung nóng là  $1,18 \text{ atm}$  và  $0,08 \text{ atm}$ .

**8.57.** Ba bình giống nhau được nối bằng các ống dẫn mỏng cách nhiệt. Mỗi bình chứa một lượng khí hêli nào đó ở cùng nhiệt độ  $T = 10 \text{ K}$ . Sau đó bình I được làm nóng đến nhiệt độ  $T_1 = 40 \text{ K}$ , bình II đến  $T_2 = 100 \text{ K}$ , bình III có nhiệt độ không đổi. Hỏi áp suất trong các bình thay đổi bao nhiêu lần?

### Bài giải

- Ban đầu, khí trong mỗi bình có thể tích  $V_0$ , áp suất  $p_0$ , nhiệt độ  $T$ , số mol  $n$ :

$$p_0V_0 = nRT \Rightarrow n = \frac{p_0V_0}{RT} \quad (1)$$

- Sau khi nhiệt độ trong bình I và II thay đổi thì áp suất khí trong mỗi bình là  $p$  và:

$$+ \text{ Số mol khí trong bình I là: } n_1 = \frac{pV_0}{RT_1} \quad (2)$$

$$+ \text{ Số mol khí trong bình II là: } n_2 = \frac{pV_0}{RT_2} \quad (3)$$

$$+ \text{ Số mol khí trong bình III là: } n_3 = \frac{pV_0}{RT} \quad (4)$$

$$\Rightarrow 3n = n_1 + n_2 + n_3 \Leftrightarrow 3 \frac{p_0V_0}{RT} = \frac{pV_0}{RT_1} + \frac{pV_0}{RT_2} + \frac{pV_0}{RT}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p_0}{p} = \frac{T}{3} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T} \right) = \frac{10}{4} \left( \frac{1}{40} + \frac{1}{100} + \frac{1}{10} \right) = 0,45$$

Vậy: Áp suất khí trong các bình tăng lên  $\frac{1}{0,45} = 2,22$  lần.

**8.58.** Hai bình cầu có thể tích  $V_1 = 100\text{cm}^3$ ,  $V_2 = 200\text{cm}^3$  được nối bằng một ống nhỏ cách nhiệt. Ban đầu hệ có nhiệt độ  $t = 27^\circ\text{C}$  và chứa ôxi ở áp suất  $p = 760\text{mmHg}$ . Sau đó bình  $V_1$  giảm nhiệt độ xuống đến  $0^\circ\text{C}$  còn bình  $V_2$  tăng nhiệt độ lên đến  $100^\circ\text{C}$ . Tính áp suất khí trong các bình.

### Bài giải

- Ban đầu, bình I có thể tích  $V_1 = V$ , áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$ ; bình II có thể tích  $V_2 = 2V$ , áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$ .

Tổng số mol khí trong hai bình là:

$$n = \frac{p \cdot 3V}{RT} \quad (1)$$

- Sau đó, bình I có thể tích  $V_1$ , áp suất  $p'$ , nhiệt độ  $T_1$  nên số mol khí của bình I là:

$$n_1 = \frac{p'V}{RT_1} \quad (2)$$

Bình II có thể tích  $V_2$ , áp suất  $p'$ , nhiệt độ  $T_2$  nên số mol khí của bình II là:

$$n_2 = \frac{p' \cdot 2V}{RT_2} \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác, } n = n_1 + n_2 \Leftrightarrow \frac{p \cdot 3V}{RT} = \frac{p'V}{RT_1} + \frac{p' \cdot 2V}{RT_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3p}{T} = p' \left( \frac{1}{T_1} + \frac{2}{T_2} \right) \Rightarrow p' = \frac{3p}{T \left( \frac{1}{T_1} + \frac{2}{T_2} \right)}$$

với:  $T = 27 + 273 = 300\text{K}$ ;  $T_1 = 273\text{K}$ ;  $T_2 = 100 + 273 = 373\text{K}$  nên:

$$p' = \frac{3 \cdot 760}{300 \left( \frac{1}{273} + \frac{2}{373} \right)} = 842\text{mmHg}$$

Vậy: Áp suất khí trong các bình khi nhiệt độ các bình thay đổi là  $842\text{mmHg}$ .

**8.59.** Một ống thủy tinh tiết diện  $S = 1\text{cm}^2$  có một đầu kín, chứa đầy hidro và đặt thẳng đứng cho đầu hở ngập vào chậu chứa thủy ngân. Toàn bộ đặt trong hòm kín chứa không khí ở nhiệt độ  $T_0 = 273\text{K}$  và áp suất  $p_0 = 1,334 \cdot 10^5 (\text{N}/\text{m}^2)$ . Thủy ngân trong ống lên đến độ cao  $h_0 = 700\text{mm}$  so với mặt thủy ngân trong chậu.

Bằng cách di chuyển một thành của hòm người ta làm áp suất không khí giảm đẳng nhiệt xuống  $p_1 = 8 \cdot 10^4 (\text{N}/\text{m}^2)$ , khi đó chiều cao cột thủy ngân là  $h_1 = 400\text{mm}$ . Sau đó giữ thể tích hòm không đổi,

người ta nung đến nhiệt độ  $T_2$ , chiều cao cột thủy ngân bây giờ là  $h_2 = 500\text{mm}$ . Cuối cùng cho không khí dẫn nở đẳng áp, cột thủy ngân có chiều cao  $h = 450\text{mm}$ .

Với điều kiện hệ thống luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt động, tính khối lượng hidro, nhiệt độ  $T_2$  và áp suất hidro ở trạng thái cuối. Khối lượng riêng của thủy ngân ở nhiệt độ  $T_0$  là  $\rho_0 = 1,36 \cdot 10^4 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ . Hệ số nở khối của thủy ngân là  $\beta = 1,84 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ , bỏ qua sự dẫn nở của thủy ngân và sự biến đổi của mực thủy ngân trong chậu. Cho  $x \ll 1$  thì  $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$

(Trích đề thi học sinh giỏi Quốc tế, Bungari -1971)

### Bài giải

Gọi  $p$  và  $H$  là áp suất và chiều dài cột khí hidro.

- Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêép cho trạng thái 0, ta được:

$$p_{0H}V_0 = \frac{m}{\mu}RT_0, V_0 = SH_0 \quad (1)$$

$$\text{với } p_0 = p_{0H} + \rho_0gh_0 \Rightarrow p_{0H} = p_0 - \rho_0gh_0$$

$$\Rightarrow p_{0H} = 1,334 \cdot 10^5 - 1,36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,7 = 4,01 \cdot 10^4 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$$\text{Tương tự: } p_{1H} = p_0 - \rho_0gh_1 = 1,334 \cdot 10^5 + 1,36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,4 = 2,67 \cdot 10^4 \text{ (N/m}^2\text{)}.$$

$$\text{- Quá trình 0-1 là quá trình đẳng nhiệt nên: } p_{0H}H_0 = p_{1H}H_1 \quad (2)$$

$$\text{- Mặt khác: } H_0 + h_0 = H_1 + h_1 = H_2 + h_2 \quad (3)$$

$$\text{- Từ (2) và (3): } H_0 = \frac{h_0 - h_1}{\frac{p_{0H}}{p_{1H}} - 1} = \frac{0,7 - 0,4}{\frac{4,01 \cdot 10^4}{2,67 \cdot 10^4} - 1} = 0,6\text{m}$$

$$\Rightarrow L = 1,3\text{m}; H_1 = 0,9\text{m}.$$

$$\text{Thay vào (1), ta được: } m = \frac{\mu p_{0H}V_0}{RT_0} = \frac{29 \cdot 4,01 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,7}{8,31 \cdot 373} = 2,12 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

- Khi nhiệt độ tăng từ  $T_0$  đến  $T_1$ , thể tích khí tăng một lượng  $\Delta V = V_0\beta\Delta T$ :

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{V_0}{V_0 + \Delta V} = \frac{1}{1 + \beta\Delta T} \approx 1 - \beta\Delta T \Rightarrow \rho_1 = \rho_0 [1 - \beta(T_1 - T_0)]$$

$$\text{Và } \rho_2 = \rho_0 [1 - \beta(T_2 - T_0)] \quad (4)$$

$$\text{- Quá trình đẳng tích 1-2: } \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_{2H} + \rho_2gh_2}{p_1} \quad (5)$$

- Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêép cho trạng thái 1 và 2, ta được:

$$p_{1H}SH_1 = \frac{m}{\mu}RT_0; p_{2H}SH_2 = \frac{m}{\mu}RT_2$$

$$\Rightarrow \frac{p_{2H}}{p_{1H}} = \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{T_2}{T_0} \Rightarrow p_{2H} = p_{1H} \cdot \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{T_2}{T_0} \quad (6)$$

$$\text{Thay (6) và (4) vào (5): } T_2 \left[ \frac{p_{1H}}{T_0} - \frac{p_{1H} \cdot H_1}{H_2 \cdot T_0} + \beta \rho_0 g h_2 \right] = \rho_0 g h_2 (1 + \beta T_0) \quad (7)$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{\rho_0 g h_2 (1 + \beta T_0)}{\frac{p_{1H}}{T_0} - \frac{p_{1H} \cdot H_1}{H_2 \cdot T_0} + \beta \rho_0 g h_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{1,36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,5 (1 + 1,84 \cdot 10^{-4} \cdot 273)}{\frac{2,67 \cdot 10^4}{273} - \frac{2,67 \cdot 10^4 \cdot 0,9}{0,8 \cdot 273} + 1,84 \cdot 10^{-4} \cdot 1,36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,5} = 359K$$

$$\rho_2 = 1,36 \cdot 10^4 [1 - 1,84 \cdot 10^{-4} (359 - 273)] = 1,25 \cdot 10^4 \text{ (kg / m}^3\text{)}$$

$$p_{2H} = 2,67 \cdot 10^4 \cdot \frac{0,9}{0,8} \cdot \frac{359}{273} = 3,95 \cdot 10^4 \text{ (N / m}^2\text{)}$$

$$p_2 = 3,95 \cdot 10^4 + 1,25 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,5 = 10 \cdot 10^4 \text{ (N / m}^2\text{)}$$

Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêép cho trạng thái cuối, ta được:  $pSH = \frac{m}{\mu}RT$

Mặt khác:  $p_2 = p + \rho gh$ ;  $\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]$ .

$$\Leftrightarrow \rho = \rho_0 \left[ 1 - \beta \left( \frac{\mu}{m} \cdot \frac{pSH}{R} \right) - T_0 \right]; H = L - h = 1,3 - 0,45 = 0,85m$$

$$\Rightarrow p_2 = p + \rho_0 gh \left( 1 - \beta \left( \frac{\mu}{m} \cdot \frac{pSH}{R} \right) - T_0 \right)$$

$$\Rightarrow p = p_2 - \rho_0 gh \left( 1 - \beta \left( \frac{\mu}{m} \cdot \frac{pSH}{R} \right) - T_0 \right) = p_2 - \rho_0 gh + \beta \rho_0 gh \frac{\mu}{m} \cdot \frac{pSH}{R} + \rho_0 gh T_0$$

$$\Rightarrow p = p_2 - \rho_0 gh (1 - T_0) + \beta \rho_0 gh \frac{\mu}{m} \cdot \frac{pSH}{R} \Rightarrow p = \frac{p_2 - \rho_0 gh (1 - T_0)}{1 - \beta \rho_0 gh \frac{\mu}{m} \cdot \frac{pSH}{R}}$$

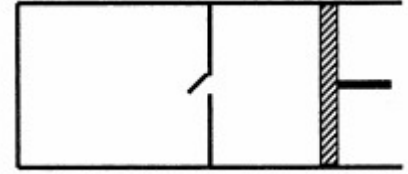
$$\Leftrightarrow p = \frac{10 \cdot 10^4 - 1,36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,45 \cdot (1 - 273)}{1 - 1,84 \cdot 10^{-4} \cdot 1,36 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,45 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2,12 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{10^{-4} \cdot 1,3}{8,31}} = 4,5 \cdot 10^4 \text{ (N / m}^2\text{)}$$

$$\text{Và } T = T_2 \frac{pH}{p_2 H_2} = 359 \cdot \frac{4,5 \cdot 10^4 \cdot 1,3}{10 \cdot 10^4 \cdot 0,8} = 435K$$

Vậy: Khối lượng hidro, nhiệt độ  $T_2$  và áp suất hidro ở trạng thái cuối là  $m = 2,12 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ ,  $T = 435 \text{ K}$  và  $p = 4,5 \cdot 10^4 \text{ (N/m}^2\text{)}$

**8.60.** Xilanh có tiết diện  $S = 1 \text{ dm}^2$  cùng với pittông và vách ngăn (hình vẽ) làm bằng chất cách nhiệt. Nắp của vách mở khi áp suất bên phải lớn hơn bên trái.

Ban đầu, phần bên trái của xilanh có chiều dài  $l = 11,2 \text{ dm}$  chứa  $m_1 = 12 \text{ g}$  heli, phần bên phải cũng dài  $l$  chứa  $m_2 = 2 \text{ g}$ . Ở cả hai bên nhiệt độ  $T_0 = 273 \text{ K}$ . Áp suất ngoài  $p_0 = 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$ . Các nhiệt dung



riêng của heli là  $c_v = 3,15 \cdot 10^3 \text{ (J/kg.K)}$ ,  $c_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ (J/kg.K)}$ . Ấn từ từ pittông sang trái, ngừng một chút khi nắp mở và đẩy tới sát vách. Tính công thực hiện.

(Trích đề thi học sinh giỏi Quốc tế, Hunggari – 1976)

### Bài giải

Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêép cho khí ở hai vách ngăn ban đầu:

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu} \cdot \frac{RT_0}{1S}; p_2 = \frac{m_2}{\mu} \cdot \frac{RT_0}{1S};$$

Khí bên trái bị nén đoạn nhiệt từ trạng thái 0 đến 1 nên:  $p_2 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma$

$$\Rightarrow V_1 = V_0 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_0 \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\text{Và } T_1 = T_0 \frac{p_1 V_1}{p_2 V_0} = T_0 \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma} - 1}$$

Khi nắp mở, hai khí trộn vào nhau và có nhiệt độ chung  $T_2$ :

$$c_v m_1 (T_2 - T_0) = c_v m_2 (T_1 - T_2)$$

$$T_2 = \frac{m_1 T_0 + m_2 T_1}{m_1 + m_2} = T_0 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[ 1 + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]$$

Sau đó, khối khí  $m = m_1 + m_2$  bị nén đoạn nhiệt từ thể tích  $V = V_0 + V_1$  xuống  $V_0$  và nhiệt độ tăng từ  $T_2$  lên đến nhiệt độ cuối cùng  $T$ :

$$T V_0^{\gamma-1} = T_2 (V_0 + V_1)^{\gamma-1} \Rightarrow T = T_2 \left( \frac{V_0 + V_1}{V_0} \right)^{\gamma-1} = T_3 \left[ 1 + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma-1}$$

$$\Leftrightarrow T = T_0 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[ 1 + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma} \quad (1)$$

- Công do lực tác dụng lên pittông:  $A = \Delta U = c_v (m_1 + m_2) (T - T_0)$ .

$$\Leftrightarrow A = c_v (m_1 + m_2) T_0 \left[ \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[ 1 + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma} - 1 \right]$$

$$\Leftrightarrow A = 3,15 \cdot 10^3 (14 \cdot 10^{-3}) \cdot 273 \cdot \frac{12}{12 + 2} \left[ 1 + \left( \frac{2}{12} \right)^{\frac{1}{1,67}} \right]^{1,67} = 4794 J$$

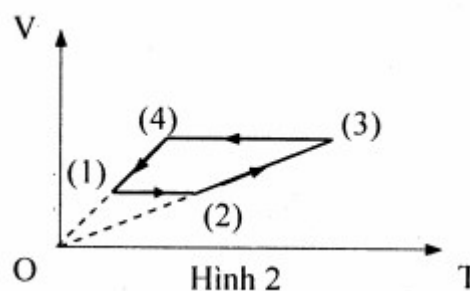
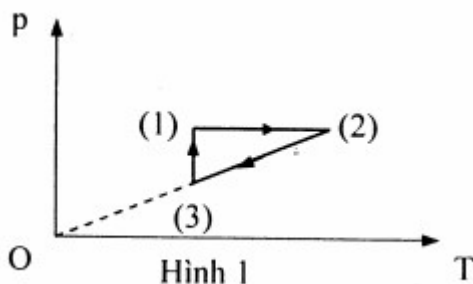
- Mặt khác:  $A_2 = p_o S l = 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,12 = 1120 J$  và  $A_1 = A - A_2$

$$A_1 = 4794 - 1120 = 3674 J$$

Vậy: Công thực hiện là  $A_1 = 3674 J$ .

**8.61.** Hai hình sau đây là các đồ thị của hai chu trình biến đổi trong hệ tọa độ  $(p, T)$  và  $(V, T)$ .

Hãy vẽ các đồ thị biểu diễn mỗi chu trình trong các hệ tọa độ còn lại.



### Bài giải

- Hình 1:

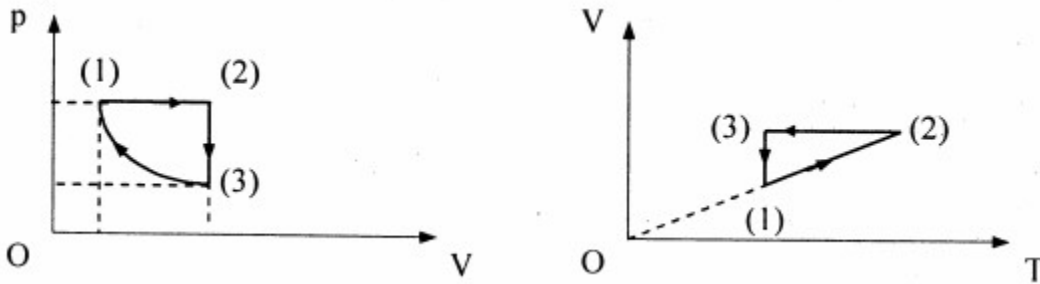
+ Quá trình (1)–(2):  $p_2 = p_1$  (đẳng áp),  $T_2 > T_1 \Rightarrow V_2 > V_1$

+ Quá trình (2)–(3):  $V_3 = V_2$  (đẳng tích),  $T_2 > T_3 \Rightarrow p_2 > p_3$

+ Quá trình (3)–(1):  $T_3 = T_1$  (đẳng nhiệt),  $p_3 > p_1 \Rightarrow V_3 > V_1$

Đồ thị trong các hệ tọa độ còn lại là:





- Hình 2:

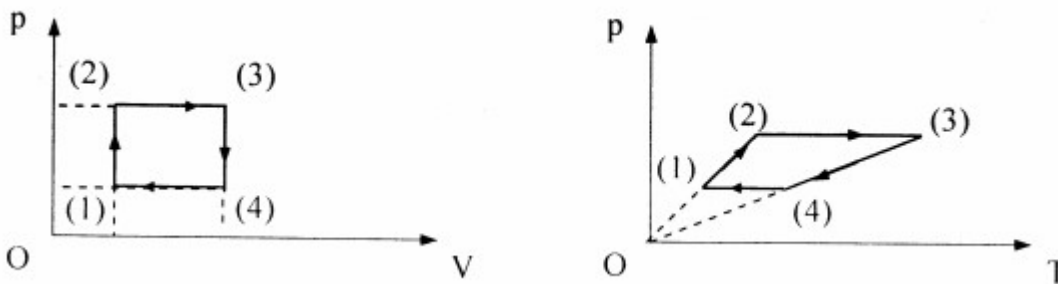
+ Quá trình (1)–(2):  $V_2 = V_1$  (đẳng tích),  $T_2 > T_1 \Rightarrow p_2 > p_1$

+ Quá trình (2)–(3):  $p_3 = p_2$  (đẳng áp),  $T_3 > T_2 \Rightarrow V_3 > V_2$ .

+ Quá trình (3)–(4):  $V_4 = V_3$  (đẳng tích),  $T_4 < T_3 \Rightarrow p_4 > p_3$

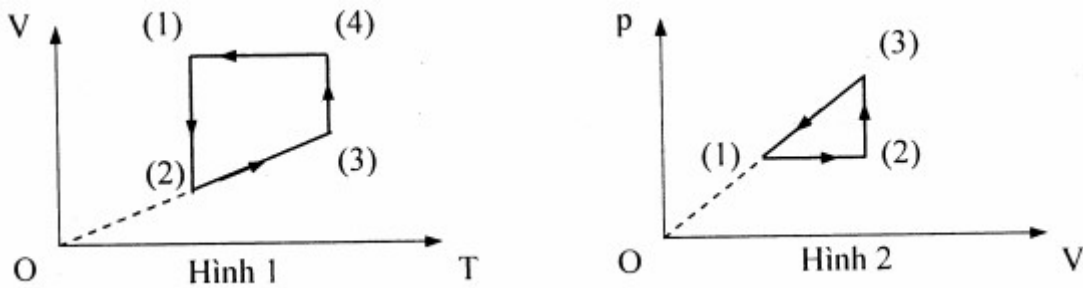
+ Quá trình (4)–(1):  $p_4 = p_1$  (đẳng áp),  $T_4 > T_1 \Rightarrow V_4 > V_1$

Đồ thị trong các hệ tọa độ còn lại là:



**8.62.** Hai hình sau đây là các đồ thị của hai chu trình biến đổi trong hệ tọa độ  $(p, T)$  và  $(V, T)$ .

Hãy vẽ các đồ thị biểu diễn mỗi chu trình trong các hệ tọa độ còn lại.



### Bài giải

- Hình 1:

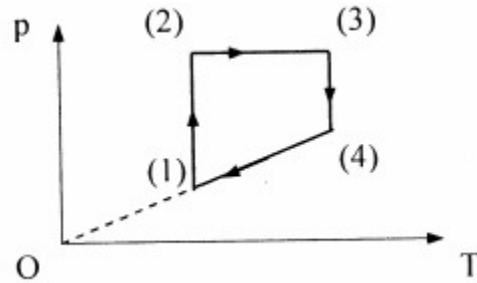
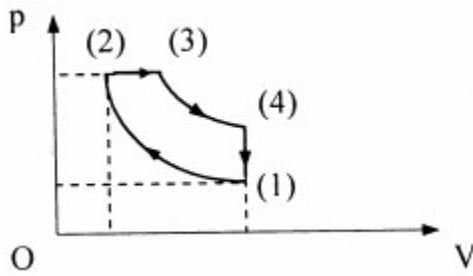
+ Quá trình (1)–(2):  $T_2 = T_1$  (đẳng nhiệt),  $V_2 < V_1 \Rightarrow p_2 > p_1$

+ Quá trình (2)–(3):  $p_3 = p_2$  (đẳng áp),  $T_3 > T_2 \Rightarrow V_3 > V_2$ .

+ Quá trình (3)–(4):  $T_4 = T_3$  (đẳng nhiệt),  $V_4 > V_3 \Rightarrow p_4 > p_3$

+ Quá trình (4)–(1):  $V_4 = V_1$  (đẳng tích),  $T_4 > T_1 \Rightarrow p_4 > p_1$

Đồ thị trong các hệ tọa độ còn lại là:



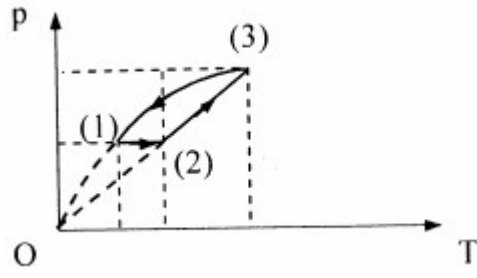
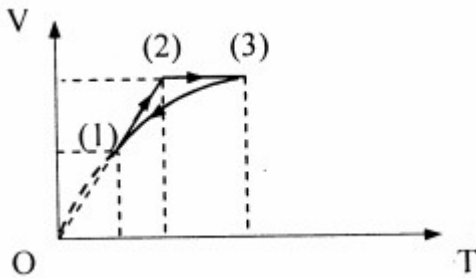
- Hình 2:

+ Quá trình (1)–(2):  $p_2 = p_1$  (đẳng áp),  $V_2 > V_1 \Rightarrow T_2 > T_1$

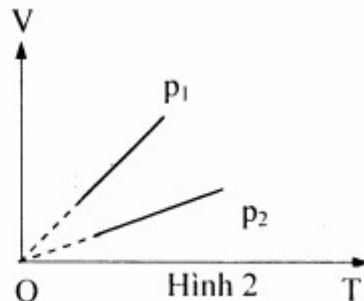
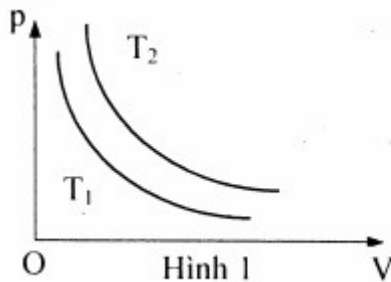
+ Quá trình (2)–(3):  $V_3 = V_2$  (đẳng tích),  $p_3 > p_2 \Rightarrow T_3 > T_2$

+ Quá trình (3)–(1): Đặt  $p = aV$  và  $pV = nRT \Rightarrow aV^2 = nRT \Rightarrow V^2 = bT$  (hình 4a) hoặc:  $p^2 = cT$  (hình 4b), a, b, c là các hằng số.

Đồ thị trong các hệ tọa độ còn lại là:



8.63. Cho các đồ thị sau đây:

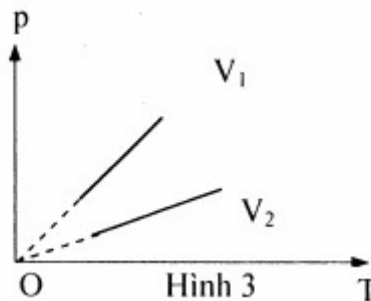


Hãy chứng tỏ rằng:

- Ở đồ thị (I):  $T_2 > T_1$

- Ở đồ thị (II):  $p_2 > p_1$

- Ở đồ thị (III):  $V_2 > V_1$

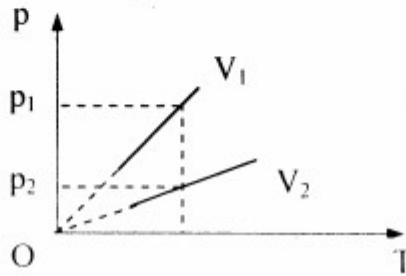
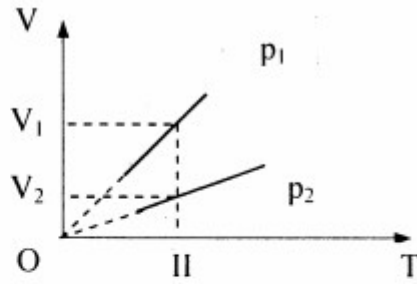
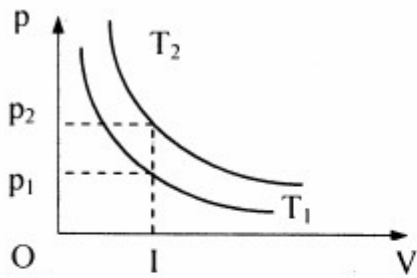


**Bài giải**

Hình 1: Xét đường đẳng tích I, ta thấy: Quá trình (1)–(2) có:  $p_2 > p_1 \Rightarrow T_2 > T_1$

Hình 2: Xét đường đẳng nhiệt 1, ta thấy: Quá trình (1)–(2) có:  $V_1 > V_2 \Rightarrow p_2 > p_1$

Hình 3: Xét đường đẳng nhiệt 1, ta thấy: Quá trình (1)–(2) có:  $p_1 > p_2 \Rightarrow V_2 > V_1$



**8.64.** Khi nung nóng một khối khí, sự thay đổi của áp suất  $p$  theo nhiệt độ tuyệt đối  $T$  được cho bởi đồ thị hình vẽ.

Hãy xác định là trong quá trình này khí bị nén hay giãn.

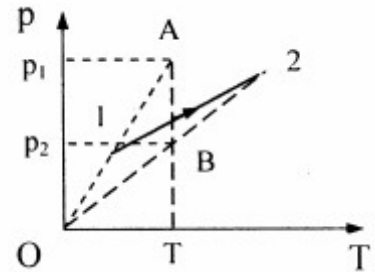
**Bài giải**

Vẽ hai đường đẳng tích (I) và (II) (hình vẽ). Xét quá trình đẳng nhiệt từ

$A(p_1, V_1)$  đến  $B(p_2, V_2)$ . Theo định luật Bôilơ-Mariôt, ta có:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

- Vì  $p_1 > p_2 \Rightarrow V_2 > V_1$ : chất khí giãn nở.



**8.65.** Hai bình có dung tích bằng nhau chứa cùng một loại khí. Khối lượng của khí lần lượt là  $m$  và  $m'$ .

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $p$  theo  $T$  của hai khối khí như hình vẽ. Hãy so sánh  $m$  và  $m'$

**Bài giải**

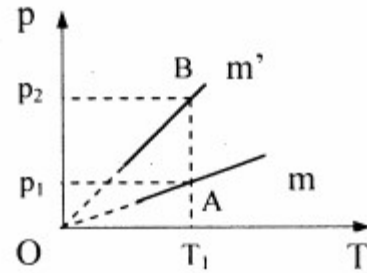
- Vẽ đường thẳng qua  $T_1$ , song song với trục  $OV$ , cắt đồ thị  $(p, T)$  của hai khí tại  $A(p_1, V_1, T_1)$  và  $B(p_2, V_1, T_1)$ :

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

$$p_2 V_1 = \frac{m'}{\mu} RT_1 \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{m'}{m} = \frac{p_2}{p_1}$

Vì  $p_2 > p_1$  nên  $m' > m$ .



**8.66.** Hai xilanh chứa hai loại khí có khối lượng mol là  $\mu_1$  và  $\mu_2$  khác nhau nhưng có cùng khối lượng  $m$ . Áp suất của hai khí cũng bằng nhau. Quá trình biến đổi đẳng áp được biểu diễn bởi các đồ thị như trong hình dưới.

Hãy so sánh các khối lượng mol.

### Bài giải

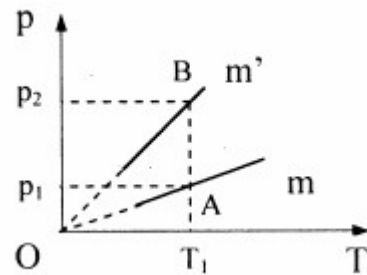
- Vẽ đường thẳng qua  $T_1$ , song song với trục  $OV$ , cắt đồ thị  $(V, T)$  của hai khí tại  $A(p_1, V_1, T_1)$  và  $B(p_1, V_2, T_1)$ :

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu_1} RT_1 \quad (1)$$

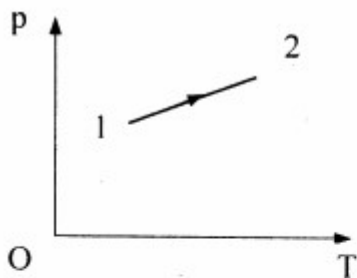
$$p_1 V_2 = \frac{m}{\mu_2} RT_1 \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{V_2}{V_1}$

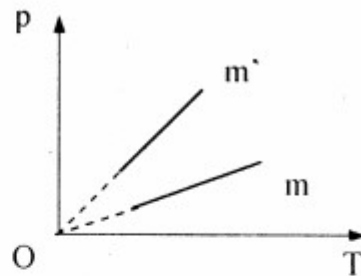
Vì  $V_2 > V_1$  nên  $\mu_1 > \mu_2$



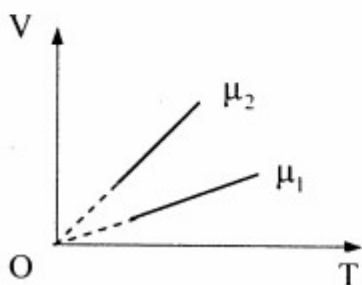
**8.67.** Một xilanh chứa khí bị hở nên khí có thể ra hoặc vào chậm. Khi áp suất  $p$  không đổi, thể tích  $V$  biến thiên theo nhiệt độ tuyệt đối  $T$  như đồ thị ở hình dưới. Hỏi lượng khí trong xilanh tăng hay giảm?



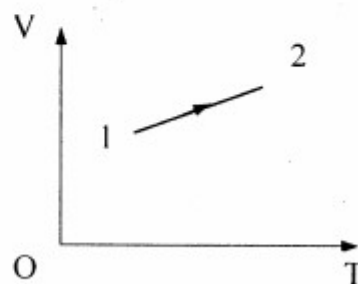
Hình bài 8.64



Hình bài 8.65



Hình bài 8.66



Hình bài 8.67

### Bài giải

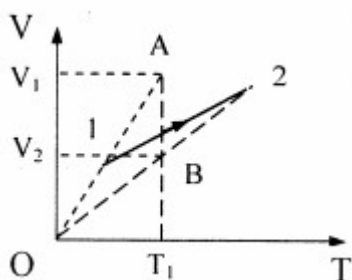
- Vẽ đường thẳng qua  $T_1$ , song song với trục  $OV$ , cắt đồ thị  $(V, T)$  của hai khí tại  $A(p_1, V_1, T_1)$  và  $B(p_1, V_2, T_1)$ :

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

$$p_1 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT_1 \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1}$

Vì  $V_2 < V_1$  nên  $m_2 < m_1$ : khối lượng khí trong bình giảm



**8.68.** Một lượng khí hêli ( $\mu = 4$ ) có khối lượng  $m = 1,0g$ , nhiệt độ  $t_1 = 127^\circ C$  và thể tích  $V_1 = 4,0$  lít biến đổi qua hai giai đoạn:

- Đẳng nhiệt, thể tích tăng gấp hai lần.
- Đẳng áp, thể tích trở về giá trị ban đầu.

a) Vẽ đồ thị biểu diễn các quá trình biến đổi trong hệ tọa độ  $(p, T)$ .

b) Tìm nhiệt độ và áp suất thấp nhất trong quá trình biến đổi.

### Bài giải

a) Vẽ đồ thị

-Trạng thái I:  $(p_1, V_1 = 4l, T_1 = 400K)$ .

- Trạng thái II:  $(p_2, V_2 = 2V_1 = 8l, T_2 = T_1 = 400K)$ .

- Trạng thái III:  $(p_3 = p_2, V_3 = V_1 = 4l, T_3)$ .

Đồ thị như hình vẽ.

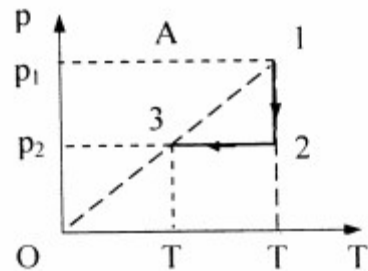
b) Tìm nhiệt độ và áp suất thấp nhất trong quá trình biến đổi

- Trên đồ thị, ta thấy  $p_{\min} = p_2$ : Xét quá trình đẳng nhiệt (1)–(2), ta có:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2}$$

$$\text{với } p_1 = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT_1}{V_1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{0,084 \cdot 400}{4} = 2,1 \text{at}$$

$$\Rightarrow p_{\min} = p_2 = \frac{2,1 \cdot 4}{8} = 1,05 \text{at}$$



Trên đồ thị, ta thấy:  $T_{\min} = T_3$ : Xét quá trình đẳng áp (2)–(3), ta có:

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} \cdot T_2 = \frac{4}{8} \cdot 400 = 200K \text{ hay } t_3 = -73^\circ C$$

Vậy: Nhiệt độ và áp suất thấp nhất trong quá trình biến đổi là 1,05at và  $-73^\circ C$ .

**8.69.** Một lượng khí oxi ở  $130^\circ C$  dưới áp suất  $10^5 (N/m^2)$  được nén đẳng nhiệt đến áp suất  $1,3 \cdot 10^5 (N/m^2)$ . Cần làm lạnh đẳng tích khí đến nhiệt độ nào để áp suất giảm bằng lúc đầu?

Biểu diễn quá trình biến đổi trên trong các hệ tọa độ  $(p, V)$ ,  $(p, T)$ ,  $(V, T)$ .

### Bài giải

- Ta có: Các trạng thái khí:

+ Lúc đầu:  $p_1 = 10^5 (N/m^2)$ ;  $V_1$ ;  $T_1 = 130 + 273 = 403K$ .

+ Sau khi nén đẳng nhiệt:  $p_2 = 1,3 \cdot 10^5 (N/m^2)$ ;  $V_2 = 2V_1$ ;  $T_2 = T_1 = 403K$ .

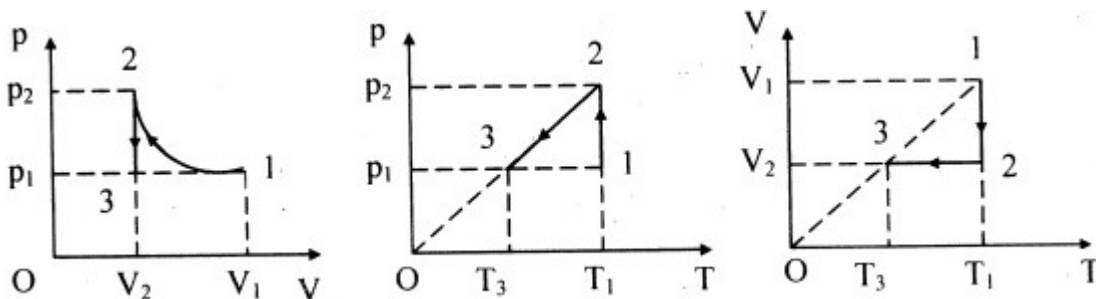
+ Sau khi làm lạnh đẳng tích:  $p_3 = p_1 = 10^5 (N/m^2)$ ;  $V_3 = V_2 = 2V_1$ ;  $T_3$

- Quá trình (2) đến (3) (đẳng tích):  $\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3}{p_2} \cdot T_2$

$$\Rightarrow T_3 = \frac{10^5}{1,3 \cdot 10^5} \cdot 403 = 310K \text{ hay } t_3 = 37^\circ C.$$

Vậy: Để áp suất giảm bằng lúc đầu thì phải làm lạnh đến nhiệt độ  $37^\circ C$

- Đồ thị các quá trình biến đổi trong các hệ tọa độ:



**8.70.** Một khối khí có áp suất  $p_0$  thể tích  $V_0$ , được đun nóng đẳng áp, nhiệt độ tuyệt đối tăng gấp hai. Sau đó, khí được làm lạnh đẳng tích về nhiệt độ cũ. Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình trong hệ tọa độ  $(p, V)$ ,  $(p, T)$ ,  $(V, T)$ .

### Bài giải

- Các trạng thái khí:

- Trạng thái I:  $p_1 = p_0, V_1 = V_0, T_1$

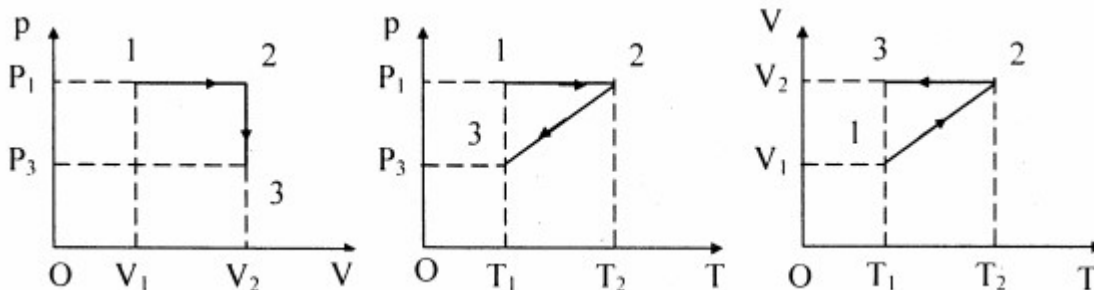
- Trạng thái II:  $p_2 = p_1, V_2, T_2 = 2T_1$

- Trạng thái III:  $p_3, V_3 = V_2, T_3 = T_1$

- Quá trình từ (1) đến (2) (đẳng áp):  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 = 2V_1 = 2V_0$

- Quá trình từ (2) đến (3) (đẳng tích):  $\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow p_3 = \frac{T_3}{T_2} \cdot p_2 = \frac{1}{2} p_2 = \frac{1}{2} p_1 = \frac{p_0}{2}$

- Đồ thị:



**8.71.** Một khối lượng  $m = 1g$  hêli trong xilanh, ban đầu có thể tích  $V_1 = 4,2l$ , nhiệt độ  $t_1 = 27^\circ C$ . Khí được biến đổi theo một chu trình kín gồm 3 giai đoạn:

- Giai đoạn 1: Giãn nở đẳng áp, thể tích tăng lên đến  $6,3l$ .

- Giai đoạn 2: Nén đẳng nhiệt.

- Giai đoạn 3: Làm lạnh đẳng tích.

a) Vẽ đồ thị biểu diễn chu trình trong các hệ tọa độ  $(V, T)$ ,  $(p, T)$ ,  $(p, V)$ .

b) Tìm nhiệt độ và áp suất (tính theo đơn vị  $at$ ) lớn nhất đạt được trong chu trình biến đổi.

### Bài giải

a) Vẽ đồ thị:

- Các trạng thái khí:

+ Trạng thái 1:  $p_1, V_1 = 4,2l, T_1 = 27 + 273 = 300K$ .

+ Trạng thái 2:  $p_2 = p_1, V_2 = 6,3l, T_2$ .

+ Trạng thái 3:  $p_3, V_3, T_3 = T_2$ .

+ Trạng thái 4:  $p_4 = p_1; V_4 = V_3 = V_1; T_4 = T_1$ .

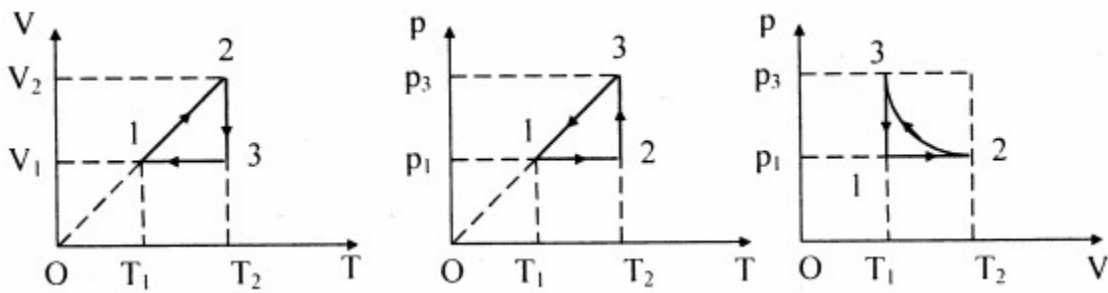
- Trạng thái (1):  $p_1 = \frac{m RT_1}{\mu V_1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{0,084 \cdot 300}{4,2} = 1,5at$

- Quá trình (1)–(2): (Đẳng áp):  $T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = \frac{6,3}{4,2} \cdot 300 = 450K$

- Quá trình (2)–(3): (Đẳng nhiệt):  $p_3 = \frac{V_2}{V_3} \cdot p_2 = \frac{6,3}{4,2} \cdot 1,5 = 2,25at$ .

- Quá trình (3)–(4): (Đẳng tích):  $V_4 = V_3 = V_1 = 4,2l ((4) \equiv (1))$

- Đồ thị như sau:



b) Nhiệt độ và áp suất lớn nhất

- Trên đồ thị  $V, T$ :  $T_{max} = T_3 = T_2 = 450K$ .

- Trên đồ thị  $p, T$ :  $p_{max} = p_3 = 2,25at$ .

**8.72.** Một lượng khí biến đổi theo chu trình biểu diễn bởi đồ thị. Cho biết:  $p_1 = p_3; V_1 = 1m^3$ ;

$V_2 = 4m^3; T_1 = 100K; T_4 = 300K$ .

Hãy tìm  $V_3$

### Bài giải



Quá trình từ (1)–(2): đẳng nhiệt:  $T_2 = T_1 = 100K$ ;  $V_2 = 4m^3$ .

Quá trình từ (4)–(1): đẳng tích:  $V_4 = V_1 = 1 dm^3$ ;  $T_4 = 300K$ .

Quá trình từ (2)–(4):  $V = aT + b$ :

+Trạng thái (2):  $4 = 100a + b$  (1)

+Trạng thái (4):  $1 = 300a + b$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $a = -\frac{3}{200}$ ;  $b = 5,5$

$$\Rightarrow V = -\frac{3}{200}T + 5,5 \quad (3)$$

Quá trình từ (1)–(3): đẳng áp:  $V = \frac{V_1}{T_1}T = \frac{1}{100}T$  (4)

Vì (3) là giao điểm của hai đường (2)–(4) và (1)–(3) nên:

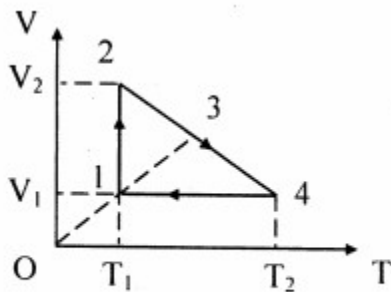
$$-\frac{3}{200}T_3 + 5,5 = \frac{1}{100}T_3$$

$$\Rightarrow T_3 = 220K; V_3 = \frac{1}{100} \cdot 220 = 2,2m^3$$

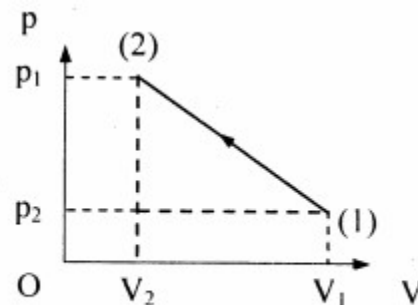
Vậy:  $V_3 = 2,2m^3$

**8.73.** Có 20g khí hêli chứa trong xilanh đậy kín bởi pittông biến đổi chậm từ (1) → (2) theo đồ thị mô tả bởi hình bên.

Cho:  $V_1 = 30l$ ;  $p_1 = 5atm$ ;  $V_2 = 10l$ ;  $p_2 = 15atm$ . Hãy tìm nhiệt độ cao nhất mà khí đạt được trong quá trình biến đổi.



Hình bài 8.72



Hình bài 8.73

### Bài giải

- Quá trình (1)–(2):  $p = aV + b$ : Thay các giá trị  $(p_1, V_1)$  và  $(p_2, V_2)$  vào (1) ta được:

$$5 = 30a + b \quad (1)$$

$$10 = 10a + b(2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra:  $a = -\frac{1}{2}; b = 20 \Rightarrow p = -\frac{V}{2} + 20$

$$\Rightarrow pV = -\frac{V^2}{2} + 20V \quad (3)$$

- Mặt khác:  $pV = \frac{m}{\mu}RT = \frac{20}{4}RT = 5RT \quad (4)$

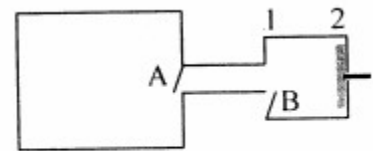
- Từ (4) suy ra:  $T = -\frac{V^2}{10R} + \frac{4V}{R} \quad (5)$

Xét hàm  $T = f(V)$ , ta có:  $T = T_{\max}$  khi  $V = -\frac{\frac{R}{4}}{2\left(-\frac{1}{10R}\right)} = 20l$ , lúc đó:

$$T_{\max} = \frac{20^2}{10 \cdot 0,082} + \frac{4 \cdot 20}{0,082} = 487,8K$$

Vậy: Nhiệt độ cao nhất mà khí đạt được trong quá trình biến đổi là  $487,8K$ .

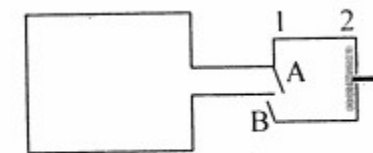
**8.74.** Hình a là sơ đồ nén không khí vào bình có thể tích  $V$  bằng bơm có thể tích  $v$ . Khi pittông đi sang bên phải thì van  $A$  đóng không cho không khí thoát ra khỏi bình đồng thời van  $B$  mở cho không khí đi vào xilanh. Khi pittông đi sang bên trái thì van  $B$  đóng, van  $A$  mở, pittông nén không khí vào bình.



Hình a

a) Ban đầu pittông ở vị trí 1 và áp suất trong bình là  $p_0$ , áp suất khí quyển là  $p_k$ . Tính số lần phải ấn pittông để áp suất trong bình có giá trị cuối  $p_c$ . Cho rằng nhiệt độ khí trong bình luôn không đổi.

b) Bố trí lại các van như trong hình b thì có thể rút không khí trong bình. Ban đầu pittông ở vị trí 1, áp suất trong bình là  $p_0$ . Tính số lần



Hình b

cần kéo pittông để áp suất trong bình giảm đi  $r$  lần,  $p_c = \frac{p_0}{r}$ . Áp dụng

bảng số:  $r = 100, V = 10v$ .

(Trích Đề thi học sinh giỏi toàn quốc-1991)

### Bài giải

a) Số lần phải ấn pittông

Gọi  $m$  là khối lượng không khí trong xilanh ( $v, p_k$ ),  $\mu$  là khối lượng mol của không khí;  $M$  là khối lượng không khí trong bình ( $V, p$ ).

Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta có:

$$p_k v = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

$$pV = \frac{M}{\mu} RT \quad (2)$$

- Mỗi lần ấn pittông, lượng khí đưa vào bình là  $m$ , khối lượng khí trong bình tăng thêm  $m$ , áp suất khí trong bình tăng thêm  $\Delta p$ . Ta có:

$$(p + \Delta p)V = \frac{m + M}{\mu} RT = pV + p_k v$$

Như vậy, mỗi lần ấn pittông, áp suất trong bình tăng thêm:  $\Delta p = \frac{p_k v}{V}$

- Số lần cần ấn pittông để áp suất cuối của khí trong bình là  $p_c$ :

$$n = \frac{p_c - p_0}{\Delta p} = \frac{p_c - p_0}{p_k} \cdot \frac{V}{v}$$

Vậy: Số lần cần ấn pittông là  $n = \frac{p_c - p_0}{p_k} \cdot \frac{V}{v}$

b) Số lần cần kéo pittông

Tương tự, ban đầu:  $pV = \frac{m}{\mu} RT$ .

- Mỗi lần kéo pittông, thể tích khí tăng thêm  $v$ , áp suất khí là  $p'$ , khối lượng khí vẫn là  $M$ . Do đó:

$$p'(V + v) = \frac{m}{\mu} RT = pV \Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{V}{V + v}$$

Như vậy, mỗi lần kéo pittông, áp suất trong bình giảm  $\frac{V}{V + v}$  lần. Gọi  $p_n$  là áp suất sau  $n$  lần kéo thì:

$$\frac{p_n}{p_0} = \frac{p_n}{p_{n-1}} \cdot \frac{p_{n-1}}{p_{n-2}} \dots \frac{p_1}{p_0} = \left( \frac{V}{V + v} \right)^n$$

Theo đề:  $p_n = p_c = \frac{p_0}{r} \Leftrightarrow \frac{1}{r} = \left( \frac{V}{V + v} \right)^n \Rightarrow n = \frac{\lg r}{\lg \frac{V}{V + v}}$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\lg 100}{\lg \frac{V + 0,1V}{V}} = \frac{\lg 100}{\lg 1,1} = \frac{2}{0,041} \approx 48$$

Vậy: Số lần cần kéo pittông là  $n = 48$ .

**8.75.** Người ta bơm  $10m^3$  khí nóng ở nhiệt độ  $T = 300K$  vào khinh khí cầu. Nhiệt độ và áp suất khí quyển khi ấy là  $T_0 = 279K$  và  $p_0 = 1 \text{ bar}$ . Khối lượng khinh khí cầu là  $m_n = 240kg$ , khi đó khinh khí cầu chưa thể bay lên được.

a) Hãy tính lượng không khí chứa trong khinh khí cầu khi ấy.

b) Muốn khinh khí cầu bay lên người ta phải tăng nhiệt độ của khối khí bên trong khinh khí cầu mà không thay đổi lượng không khí trong khinh khí cầu. Đây là quá trình đẳng áp và không khí được coi là khí lưỡng nguyên tử có nhiệt dung mol đẳng áp là  $C_p = 3,5R$ , khối lượng mol của không khí là  $M_A = 29(g/mol)$  và cho hằng số khí lí tưởng  $R = 8,31(J/mol.K)$ ;  $1bar = 1,013.10^5 Pa$ .

- Tính thể tích của khinh khí cầu đạt được để có thể bắt đầu bay lên.

- Cần phải cung cấp một nhiệt lượng bằng bao nhiêu trong quá trình đun nóng khối khí?

(Trích Đề thi Olympic Thụy Sĩ- 1996)

### Bài giải

a) Khối lượng không khí chứa trong khinh khí cầu

Từ phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta được:  $m_A = M \frac{pV}{RT}$ .

$$\Leftrightarrow m_A = 29 \cdot \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 300} = 11,6 \cdot 10^5 g = 1,16 \cdot 10^3 kg$$

- Tổng khối lượng khinh khí cầu:  $m_B = m_n + m_A = 0,24 \cdot 10^3 + 1,16 \cdot 10^3 = 1,4 \cdot 10^3 kg$ .

Vậy: Khối lượng không khí chứa trong khinh khí cầu là  $m_A = 1,16 \cdot 10^3 kg$ .

b) Khi khinh khí cầu bay lên

Gọi  $p_1 = p_0$ ,  $V_1 = V_0 = 10^3 m^3$ ;  $T_1 = 300K$  là áp suất, thể tích và nhiệt độ khí chứa trong khinh khí cầu sau khi bơm;  $p_2 = p_0$ ,  $V_2, T_2$  là áp suất, thể tích và nhiệt độ khí chứa trong khinh khí cầu khi bắt đầu bay. Khi bắt đầu bay:

$$F_A = P_B \Leftrightarrow \rho_0 V_2 g = m_B g \Rightarrow V_2 = \frac{m_B}{\rho_0}$$

- Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta được:

$$p_0 V_0 = n_0 R T_0 \Rightarrow \frac{n_0}{V_0} = \frac{p_0}{R T_0}$$

$$\text{Mà } \rho_0 = \frac{m_0}{V_0} = \frac{n_0 M_A}{V_0} = \frac{p_0 M_A}{R T_0} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 29}{8,31 \cdot 290} = 1,25 (kg/m^3)$$

$$\text{Từ đó } V_2 = \frac{1,4 \cdot 10^3}{1,25} = 1,12 \cdot 10^3 m^3 \quad (1)$$

Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêép, ta được:

$$p_1V_1 = n_1RT_1; p_2V_2 = n_2RT_2$$

Với  $p_1 = p_2 = p_0; n_1 = n_2 = n$  nên:  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1,12 \cdot 10^3}{10^3} = 1,12$

$$\Rightarrow T_2 = 1,12T_1 = 1,12 \cdot 300 = 336K$$

- Nhiệt lượng cần thiết:  $\Delta Q = nC_p\Delta T = n \cdot 3,5R(T_2 - T_1)$ .

$$\Leftrightarrow \Delta Q = 4,01 \cdot 10^4 \cdot 3,5 \cdot 8,31 \cdot (336 - 300) = 4,2 \cdot 10^7 J.$$

Vậy:

- Thể tích của khinh khí cầu đạt được để có thể bắt đầu bay lên là  $V_2 = 1,12 \cdot 10^3 m^3$ .

- Cần phải cung cấp một nhiệt lượng  $\Delta Q = 4,2 \cdot 10^7 J$  trong quá trình đun nóng khối khí.

**8.76.** Khi có giông, gió đi xuống nhanh từ đỉnh núi vì vậy sự nén không khí có thể xem như quá trình đoạn nhiệt. Lúc đầu không khí có nhiệt độ  $10^\circ C$  và đi xuống  $100m$ . Nhiệt độ khối khí tăng lên một lượng là bao nhiêu? Sự tăng áp suất theo độ cao (ứng với  $10^\circ C$ ) biểu thị bằng công thức:

$$p(h) \approx p_0 e^{\frac{h}{8300}}, h \text{ là độ cao ứng với áp suất } p_0, \gamma = 1,4.$$

(Trích Đề thi Olympic Thụy Sĩ- 1997)

### Bài giải

- Áp dụng phương trình trạng thái của khí lí tưởng, ta được:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

- Áp dụng phương trình trong quá trình đoạn nhiệt, ta được:

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2):  $\frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = T_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \left( \frac{p_1}{p_1 e^{\frac{h}{8300}}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

$$\Leftrightarrow T_2 = T_1 \left( e^{-\frac{h}{8300}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = (10 + 273) \left( e^{-\frac{100}{8300}} \right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} = 284K$$

Vậy nhiệt độ khối khí tăng lên  $\Delta T = 284 - 274 = 1K$

## 4. CÁC BÀI TẬP VỀ PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA KHÍ LÍ TƯỞNG

**8.77.** Một bình dung tích 7,5 lít chứa 24g khí ôxi ở áp suất  $2,5 \cdot 10^5 \text{ (N / m}^2\text{)}$ . Tính động năng trung bình của các phân tử khí ôxi.

**Bài giải**

- Ta có:  $p = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d} \Rightarrow \overline{W_d} = \frac{3p}{2n_0}$  (1)

với  $n_0 = \frac{N}{V} = \frac{\frac{m}{\mu} N_A}{V} = \frac{m N_A}{\mu V}$  (2)

( $n_0$  là mật độ phân tử khí,  $N$  là số phân tử khí trong bình)

Thay (2) vào (1) ta được:  $\overline{W_d} = \frac{3p\mu V}{2mN_A}$

$\Rightarrow \overline{W_d} = \frac{3 \cdot 2,5 \cdot 10^5 \cdot 32 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 24 \cdot 6,023 \cdot 10^{23}} = 6,23 \cdot 10^{-21} \text{ J}$

Vậy: Động năng trung bình của các phân tử khí ôxi là  $\overline{W_d} = 6,23 \cdot 10^{-21} \text{ J}$

**8.78.** Bình có dung tích 2 lít chứa 10g khí ở áp suất 680mmHg. Tính vận tốc trung bình của khí.

**Bài giải**

Ta có:  $p = \frac{1}{3} n_0 m_0 \overline{v^2} \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3p}{n_0 m_0}$  (1)

Với  $n_0 = \frac{N}{V}$  (2);  $m_0 = \frac{m}{N}$  (3)

( $n_0$  là mật độ phân tử khí,  $m_0$  là khối lượng của một phân tử khí,  $N$  là số phân tử khí trung bình)

- Thay (2) và (3) vào (1) ta được:  $\overline{v^2} = \frac{3p}{\frac{N}{V} \cdot \frac{m}{N}} = \frac{3pV}{m}$

- Vận tốc trung bình của khí là:  $\overline{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3pV}{m}}$

$\Rightarrow \overline{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot \frac{680}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}}} = 233 \text{ (m / s)}$

Vậy: Vận tốc trung bình của khí là  $\overline{v} = 233 \text{ (m / s)}$

**8.79.** Tính vận tốc trung bình của khí có khối lượng riêng  $2 \text{ (kg / m}^3\text{)}$  ở áp suất 760mmHg.

**Bài giải**

- Công thức liên hệ giữa áp suất và vận tốc trung bình của khí:

$$p = \frac{1}{3} n_0 m_0 \overline{v^2} \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3p}{n_0 m_0} \quad (1)$$

( $n_0$  là mật độ phân tử khí và  $m_0$  là khối lượng của một phân tử khí)

- Gọi  $\rho$  là khối lượng riêng của khí trong bình, ta có:

$$\rho = n_0 m_0 \quad (2)$$

- Thay (2) vào (1) ta được:  $\overline{v^2} = \frac{3p}{\rho} \left( p = 760 \text{ mmHg} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2) \right)$

$$\text{Suy ra } \overline{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{2}} = 390 \text{ (m/s)}$$

Vậy: Vận tốc trung bình của khí trên là  $390 \text{ (m/s)}$ .

**8.80.** Tính động năng trung bình và vận tốc trung bình của phân tử khí hêli ở nhiệt độ  $0^\circ\text{C}$ .

### Bài giải

- Động năng trung bình của phân tử khí:

$$\overline{W_d} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 = 5,65 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

- Vận tốc trung bình của phân tử khí:

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 273}{4 \cdot 10^{-3}}} = 1304 \text{ (m/s)}$$

Vậy: Động năng trung bình và vận tốc trung bình của phân tử khí hêli ở nhiệt độ  $0^\circ\text{C}$  là  $\overline{W_d} = 5,65 \cdot 10^{-21} \text{ J}$

và  $\overline{v} = 1304 \text{ (m/s)}$

**8.81.** Một chất khí mà các phân tử có vận tốc trung bình là  $1760 \text{ (m/s)}$  ở  $0^\circ\text{C}$ . Tính vận tốc trung bình của các phân tử khí này ở nhiệt độ  $1000^\circ\text{C}$ .

### Bài giải

- Ta có:  $\overline{v_1} = \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu}}$ ;  $\overline{v_2} = \sqrt{\frac{3RT_2}{\mu}}$

$$\text{Suy ra: } \frac{\overline{v_2}}{\overline{v_1}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow \overline{v_2} = \overline{v_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 1760 \cdot \sqrt{\frac{1273}{273}} = 3800 \text{ (m/s)}.$$

Vậy: Vận tốc trung bình của các phân tử khí này ở nhiệt độ  $1000^\circ\text{C}$  là  $3800 \text{ (m/s)}$ .

**8.82.** Ở nhiệt độ nào vận tốc trung bình của các phân tử khí ôxi đạt vận tốc vũ trụ cấp I  $v_1 = 7,9 \text{ (km/s)}$ ?

### Bài giải

Ta có:  $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \Rightarrow T = \frac{\mu \bar{v}^2}{3R} = \frac{32 \cdot 10^{-3} \cdot (7,9 \cdot 10^3)^2}{3 \cdot 8,31} = 8 \cdot 10^4 K$

Vậy: Ở nhiệt độ  $T = 8 \cdot 10^4 K$  thì vận tốc trung bình của các phân tử khí ôxi đạt vận tốc vũ trụ cấp I.

**8.83.** Ở nhiệt độ nào vận tốc trung bình của phân tử  $CO_2$  là  $720(km/h)$ ?

### Bài giải

Ta có:  $720(km/h) = 200(m/s)$ .

Từ công thức:  $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \Rightarrow T = \frac{\mu \bar{v}^2}{3R} = \frac{44 \cdot 10^{-3} \cdot 200^2}{3 \cdot 8,31} = 70K$

Vậy: Ở nhiệt độ  $70K$  thì vận tốc trung bình của phân tử  $CO_2$  là  $720(km/h)$ .

**8.84.** Bình có dung tích  $2l$  chứa một loại khí ở nhiệt độ  $27^\circ C$  và áp suất  $10^{-6} mmHg$ . Tính mật độ phân tử và tổng số phân tử khí trong bình.

### Bài giải

- Ta có:  $p = n_0 kT \Rightarrow n_0 = \frac{p}{kT}$

$$\Rightarrow n_0 = \frac{10^{-6}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \cdot 1,013 \cdot 10^5 = 3,2 \cdot 10^{16} m^{-3}$$

- Số phân tử khí trong bình:  $N = n_0 V = 3,2 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 6,4 \cdot 10^{13}$ .

Vậy: Mật độ phân tử và tổng số phân tử khí trong bình là  $n_0 = 3,2 \cdot 10^{16} m^{-3}$  và  $N = 6,4 \cdot 10^{13}$

**8.85.** Lượng khí hiđrô có  $T_1 = 200K$ ,  $p_1 = 400(N/m^2)$  được nung nóng đến  $T_2 = 10000K$ , khi đó các phân tử hiđrô bị phân li hoàn toàn thành nguyên tử hiđrô. Coi thể tích, khối lượng khí không đổi. Tìm áp suất  $p_2$  của khí hiđrô.

### Bài giải

- Gọi  $n_{01}$  và  $n_{02}$  lần lượt là mật độ phân tử khí hiđrô và mật độ nguyên tử khí hiđrô, ta có:  $p_1 = n_{01} kT_1$ ;  $p_2 = n_{02} kT_2$

- Vì thể tích và khối lượng khí không đổi nên:  $\frac{n_{02}}{n_{01}} = 2$

Suy ra:  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_{02}}{n_{01}} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 2 \cdot \frac{T_2}{T_1}$

$$\Rightarrow p_2 = 2 \cdot p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 2 \cdot 400 \cdot \frac{10000}{200} = 4 \cdot 10^4 (N/m^2)$$

Vậy: Áp suất của khí hiđrô khi bị phân li hoàn toàn thành nguyên tử là  $p_2 = 4 \cdot 10^4 (N/m^2)$



**8.86.** Khối lượng phân tử  $H_2$  là  $3,3 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ . Biết rằng trong  $1 \text{ s}$ , có  $10^{23}$  phân tử  $H_2$  với vận tốc  $1000 \text{ (m/s)}$  đập vào  $1 \text{ cm}^2$  thành bình theo phương nghiêng  $30^\circ$  với thành bình. Tìm áp suất khí lên thành bình.

**Bài giải**

Với 1 phân tử khí  $H_2$  ta có:

+ Hệ thức giữa biến thiên động lượng và xung của lực:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} = \vec{f}_1 \cdot \Delta t$$

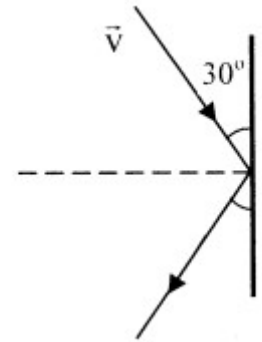
$$\Leftrightarrow 2mv \cdot \sin 30^\circ = f_1 \Delta t \Leftrightarrow mv = f_1 \Delta t \Rightarrow f_1 = \frac{mv}{\Delta t}$$

+ Áp suất tác dụng lên thành bình:  $p_1 = \frac{f_1}{S} = \frac{mv}{S \cdot \Delta t}$

- Áp suất do khí  $H_2$  tác dụng lên thành bình là:  $p = np_1$

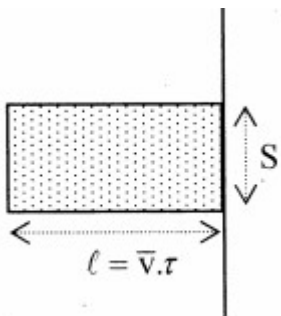
$$\Rightarrow p = \frac{mv}{S \cdot \Delta t} = \frac{10^{23} \cdot 3,3 \cdot 10^{-27} \cdot 10^3}{10^{-4} \cdot 1} = 3,3 \cdot 10^3 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

Vậy: Áp suất khí lên thành bình là  $p = 3,3 \cdot 10^3 \text{ (N/m}^2\text{)}$



**8.87.** Một vệt tinh có thể tích  $V = 100 \text{ m}^3$ , chứa không khí ở điều kiện thường. Thiên thạch đã làm thủng một lỗ nhỏ có diện tích  $S = 1 \text{ cm}^2$  trên vỏ vệt tinh. Tính khoảng thời gian để áp suất bên trong vệt tinh giảm đi 1%. Nhiệt độ khí không đổi và phân tử gam của không khí là  $29 \text{ (g/mol)}$ .

**Bài giải**



- Các phân tử khí chuyển động hỗn loạn với những vận tốc có hướng và độ lớn rất khác nhau nhưng trong nhiều tính toán (ví dụ như khi tính áp suất của khí tác dụng lên thành bình), ta có thể coi trong bình có ba nhóm phân tử bằng nhau chuyển động theo ba phương vuông góc nhau (theo ba trục Đề-các vuông góc), trong đó có một phương vuông góc với lỗ thủng. Theo mỗi phương lại có hai chiều ngược nhau tương đương nhau, tức là gồm có 6 nhóm phân tử bằng nhau chuyển động theo 6 hướng khác nhau.

- Gọi  $n$  là mật độ phân tử khí,  $S$  là diện tích lỗ thủng,  $\tau$  là khoảng thời gian cần tìm,  $\bar{v}$  là vận tốc trung bình của phân tử khí;  $N_1$  là số phân tử khí có trong hình hộp có đáy là  $S$  và chiều cao là  $\ell = \bar{v}\tau$  (hình vẽ).

Ta có:  $N_1 = nS\ell = nS\bar{v}\tau$

- Số phân tử khí  $N$  đi qua lỗ thủng trong khoảng thời gian  $\tau$  là:

$$N = \frac{1}{6} N_1 = \frac{1}{6} n S \bar{v} \tau \quad (1)$$

Gọi  $V$  là thể tích của bình chứa khí thì độ giảm mật độ phân tử khí trong khoảng thời gian  $\tau$  là:

$$\Delta n = \frac{N}{V} = \frac{n S \bar{v} \tau}{6V} \Rightarrow \tau = 6 \frac{\Delta n}{n} \cdot \frac{V}{S \bar{v}} \quad (2)$$

- Theo phương trình cơ bản của thuyết động học chất khí, ta có:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{W}_d = nkT$$

- Vì nhiệt độ khí không đổi nên  $p$  tỉ lệ với  $n$ , suy ra:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta p}{p} = 0,01 \quad (3)$$

Mặt khác, ta có  $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$  (4)

- Thay (3) và (4) vào (2), ta được:

$$\tau = 6 \cdot \frac{\Delta p}{p} \cdot \frac{V}{S \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}} = 6 \cdot \frac{\Delta p}{p} \cdot \frac{V}{S} \sqrt{\frac{\mu}{3RT}}$$

$$\Rightarrow \tau = 6 \cdot 0,01 \cdot \frac{100}{10^{-4}} \sqrt{\frac{29 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 8,31 \cdot 273}} \approx 123,8s \approx 2 \text{ phút}$$

Vậy: Khoảng thời gian để áp suất bên trong vệt tinh giảm đi 1% là 2 phút.

\* *Ghi chú* : Đối với loại bài này cần phải thỏa mãn điều kiện là kích thước của lỗ và bề dày của lỗ là nhỏ so với quãng đường tự do trung bình để khi đi qua lỗ các phân tử khí không va chạm nhau.

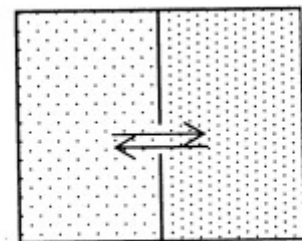
**8.88.** Một bình đựng khí loãng được chia thành 2 phần bằng một vách mỏng có lỗ thủng. Kích thước lỗ khá nhỏ so với quãng đường tự do trung bình của phân tử khí trong bình. Tìm tỉ số áp suất của khí trong mỗi phần của bình nếu chúng được giữ ở những nhiệt độ khác nhau  $T_1$  và  $T_2$ .

### Bài giải

- Ở trạng thái dừng (cân bằng động) thì số phân tử khí ở mỗi nửa bình không thay đổi theo thời gian, nghĩa là trong cùng một khoảng thời gian số phân tử  $N_1$  từ phần bên trái bay qua lỗ sang bên phải bằng số phân tử  $N_2$  từ phần bên phải bay qua lỗ sang bên trái (hình vẽ).

Ta có:  $N_1 = N_2$  (1)

- Mặt khác, tương tự bài trên, ta có:



$$N_1 = \frac{1}{6} n_1 S \bar{v}_1 \tau; N_2 = \frac{1}{6} n_2 S \bar{v}_2 \tau \quad (2)$$

( $n_1$  và  $n_2$  là mật độ phân tử khí trong hai bình).

- Từ (1) và (2) suy ra:  $n_1 \bar{v}_1 = n_2 \bar{v}_2 \quad (3)$

- Sử dụng các công thức về chất khí ta có:

$$n_1 = \frac{p_1}{kT_1}; n_2 = \frac{p_2}{kT_2} \quad (4)$$

$$\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu}}; \bar{v}_2 = \sqrt{\frac{3RT_2}{\mu}} \quad (5)$$

- Thay (4) và (5) vào (3) ta được:  $\frac{p_1}{kT_1} \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu}} = \frac{p_2}{kT_2} \sqrt{\frac{3RT_2}{\mu}} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

Vậy: Tỉ số áp suất của khí trong mỗi phần lúc này là  $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

\* *Ghi chú:* Đối với loại bài này cần phải thỏa mãn điều kiện là kích thước của lỗ và bề dày của lỗ là nhỏ so với quãng đường tự do trung bình để khi đi qua lỗ, các phân tử khí không va chạm nhau.

**8.89.** Một bình thông với không gian xung quanh qua một lỗ nhỏ. Không gian bên ngoài có nhiệt độ  $T$ , áp suất  $p$ . Khí trong và ngoài bình là khá loãng sao cho các phân tử khí chuyển động trong bình và từ bình qua lỗ đều không va chạm với nhau. Khí trong bình được duy trì ở nhiệt độ  $4T$ . Tìm áp suất khí trong bình.

### Bài giải

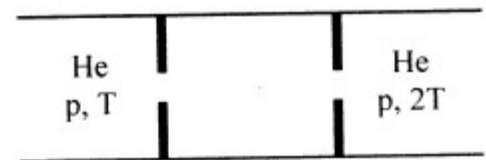
Gọi  $p_1$  và  $T_1$  là áp suất và nhiệt độ của khí trong bình. Tương tự bài 8.85, ta có:

$$\frac{p_1}{p} = \sqrt{\frac{T_1}{T}} = 2 \Rightarrow p_1 = 2p$$

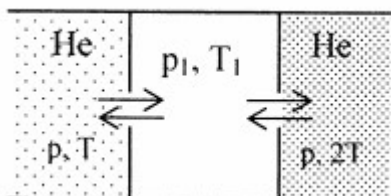
Vậy: Áp suất khí trong bình lúc này là  $p_1 = 2p$ .

**8.90.** Một cái hốc cách nhiệt được nối với hai thể tích chứa khí hêli bằng các lỗ thủng nhỏ giống nhau (hình vẽ). Các thể tích khí hêli được giữ ở áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$  và  $2T$  không đổi.

Tính áp suất và nhiệt độ của khí trong hốc.



### Bài giải



- Khi đã có trạng thái dừng (cân bằng động) thì số phân tử trong hốc không đổi (hình vẽ).

- Lập luận tương tự như bài trên ta thấy số phân tử hêli từ bên trái vào hốc tỉ lệ với  $\frac{p}{\sqrt{T}}$ , ta có thể viết:

$$N_1 = a \frac{p}{\sqrt{T}} \quad (a \text{ là hệ số tỉ lệ}) \quad (1)$$

- Tương tự như vậy, số phân tử hêli từ bên phải vào hốc tỉ lệ với  $\frac{p}{\sqrt{2T}}$ , ta có thể viết:

$$N_2 = a \frac{p}{\sqrt{2T}} \quad (a \text{ là hệ số tỉ lệ}) \quad (2)$$

Gọi  $p_1$  và  $T_1$  là áp suất và nhiệt độ của khí trong hốc khi đã có trạng thái dừng. Số phân tử hêli rời hốc để đi sang hai bên là:

$$N = 2a \frac{p_1}{\sqrt{T_1}} \quad (3)$$

- Phương trình cân bằng:  $N = N_1 + N_2$  (4)

- Thay (1), (2) và (3) vào (4) ta được:  $\frac{2p_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{p}{\sqrt{T}} + \frac{p}{\sqrt{2T}}$  (5)

- Mặt khác, ở trạng thái dừng thì nhiệt độ của khí trong hốc không đổi, tức là động năng các phân tử khí hêli trong hốc không đổi. Suy ra động năng do  $N_1$  và  $N_2$  phân tử khí mang đến hốc bằng động năng do  $N$  phân tử khí mang đi khỏi hốc.

- Từ công thức:  $\bar{W}_d = \frac{3}{2}kT$ , ta có:

+ Động năng trung bình của  $N_1$  phân tử hêli từ bên trái vào hốc:

$$\bar{W}_{1d} = N_1 \frac{3}{2}kT = a \frac{p}{\sqrt{T}} \cdot \frac{3}{2}kT = bp\sqrt{T} \quad (b = \frac{3}{2}ka \text{ là hệ số tỉ lệ})$$

+ Động năng trung bình của  $N_2$  phân tử hêli từ bên phải vào hốc:

$$\bar{W}_{2d} = N_2 \frac{3}{2}k \cdot 2T = a \frac{p}{\sqrt{2T}} \cdot \frac{3}{2}k \cdot 2T = bp\sqrt{2T}$$

+ Động năng trung bình của  $N$  phân tử hêli từ hốc đi sang hai bên:

$$\bar{W}_d = N \frac{3}{2}k \cdot T_1 = 2a \frac{p_1}{\sqrt{T_1}} \cdot \frac{3}{2}k \cdot T_1 = 2bp_1\sqrt{T_1}$$

+ Cân bằng động năng đến và rời khỏi hốc:

$$\bar{W}_d = \bar{W}_{1d} + \bar{W}_{2d} \Leftrightarrow 2p_1\sqrt{T_1} = p\sqrt{T} + p\sqrt{2T} \quad (6)$$

+ Nhân theo vế (5) với (6), ta được:

$$\frac{2p_1}{\sqrt{T_1}} \cdot 2p_1\sqrt{T_1} = \left( \frac{p}{\sqrt{T}} + \frac{p}{\sqrt{2T}} \right) \cdot (p\sqrt{T} + p\sqrt{2T})$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{2}p_1^2 = (3 + 2\sqrt{2})p^2 = (1 + \sqrt{2})^2 p^2$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} p \quad (7)$$

Từ (7) và (6) suy ra:  $T_1 = T\sqrt{2}$ .

Vậy: Áp suất và nhiệt độ của khí trong hốc là  $p_1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} p$  và  $T_1 = T\sqrt{2}$ .

**8.91.** Một khí cầu có lỗ hở phía dưới, có thể tích không đổi  $V = 1,1 \text{ m}^3$ . Vỏ cầu có thể tích không đáng kể và có khối lượng  $m = 0,187 \text{ kg}$ . Nhiệt độ không khí là  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ , áp suất khí quyển là  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$ .

Trong các điều kiện đó, khối lượng riêng của không khí là  $\rho_1 = 1,2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ .

a) Không khí trong khí cầu phải được nung nóng đến nhiệt độ  $t_2$  nào để khí cầu có thể lơ lửng?

b) Khí cầu được neo với đất bằng một dây cáp. Không khí bên trong được nung nóng tới nhiệt độ  $t_3 = 110^\circ\text{C}$ .

Tính lực căng dây.

c) Lỗ hở được bịt kín (khối lượng riêng không khí bên trong không đổi). Khí cầu lên cao tới độ cao nào nếu nhiệt độ không khí bên trong không đổi,  $t_3 = 110^\circ\text{C}$  và khí quyển có nhiệt độ không đổi  $20^\circ\text{C}$ . Áp suất khí quyển ở mặt đất là  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$ .

d) Khí cầu ở vị trí cân bằng của câu c. Nếu bị kéo lệch khỏi vị trí cân bằng một khoảng  $\Delta h = 10 \text{ m}$  rồi thả ra thì nó chuyển động như thế nào? Giải thích lí do.

(Trích đề thi học sinh giỏi Quốc tế, CHLB Đức-1982)

### Bài giải

a) Nhiệt độ không khí trong quả cầu để nó lơ lửng

- Để quả cầu lơ lửng thì khối lượng tổng cộng của nó khi nung nóng tới nhiệt độ  $t_2$  phải bằng khối lượng không khí bị chiếm chỗ ở nhiệt độ  $t_1$ :

$$m + m_2 = m_1 \Leftrightarrow m + V\rho_2 = V\rho_1$$

$$\Rightarrow \rho_2 = \rho_1 - \frac{m}{V} = 1,2 - \frac{0,187}{1,1} = 1,03 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

- Từ  $p = nkT$ , vì khí cầu hở nên  $p_1 = p_2$ , suy ra:  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 293 \cdot \frac{1,2}{1,03} = 341,36 \text{ K hay } t_2 = 68,36^\circ\text{C}.$$

Vậy: Để quả cầu lơ lửng thì phải nung nóng không khí trong quả cầu đến nhiệt độ  $t_2 = 68,36^\circ\text{C}$ .

b) Lực căng dây

- Lực căng dây:  $F = F_n - P$ ;  $F_n = \rho_1 g V$  (lực nâng),  $P = (m + \rho_3 V) g$  ( $\rho_3$  là khối lượng riêng của không khí ở nhiệt độ  $t_3$ ). Do đó:

$$F = [(\rho_1 - \rho_3)V - m]g \quad (2)$$

$$\text{Với } \frac{\rho_1}{\rho_3} = \frac{T_3}{T_1} \Rightarrow \rho_3 = \rho_1 \frac{T_1}{T_3} = 1,2 \cdot \frac{293}{383} = 0,92 \text{ (kg / m}^3\text{)}$$

$$\text{- Thay vào (2): } F = [(1,2 - 0,92) \cdot 1,1 - 0,187] \cdot 10 = 1,2 \text{ N.}$$

Vậy: Lực căng dây neo là  $F = 1,2 \text{ N}$ .

c) Độ cao khí cầu lên đến

- Khí cầu sẽ lên đến độ cao  $h$  mà ở đó khối lượng riêng  $\rho_h$  của không khí bằng khối lượng riêng hiệu dụng của khí cầu  $\rho_{hd}$ , với:

$$\rho_{hd} V = m + \rho_3 V \Rightarrow \rho_{hd} = \frac{m + \rho_3 V}{V} = \frac{0,187 + 0,92 \cdot 1,1}{1,1} = 1,09 \text{ (kg / m}^3\text{)}$$

- Theo không khí áp:  $\rho_h = \rho_1 e^{-\frac{\rho_1 g h}{p_0}}$

$$\Rightarrow h = \frac{p_0}{\rho_1 g} \ln \frac{\rho_1}{\rho_h} = \frac{1,013 \cdot 10^5}{1,2 \cdot 10} \ln \frac{1,2}{1,09} = 843,1 \text{ m}$$

Vậy: Khí cầu có thể lên đến độ cao cực đại  $h = 843,1 \text{ m}$ .

d) Chuyển động của khí cầu khi bị kéo lệch khỏi vị trí cân bằng

Vì  $\Delta h \ll h$  nên trong khoảng nhỏ đó biến đổi theo hàm số mũ của  $p_h$  có thể coi là tuyến tính. Lực kéo khí cầu trở lại vị trí cân bằng tỉ lệ với độ lệch nên khí cầu sẽ dao động qua lại vị trí cân bằng, lực cản của không khí sẽ làm cho dao động này bị tắt dần sau một thời gian.