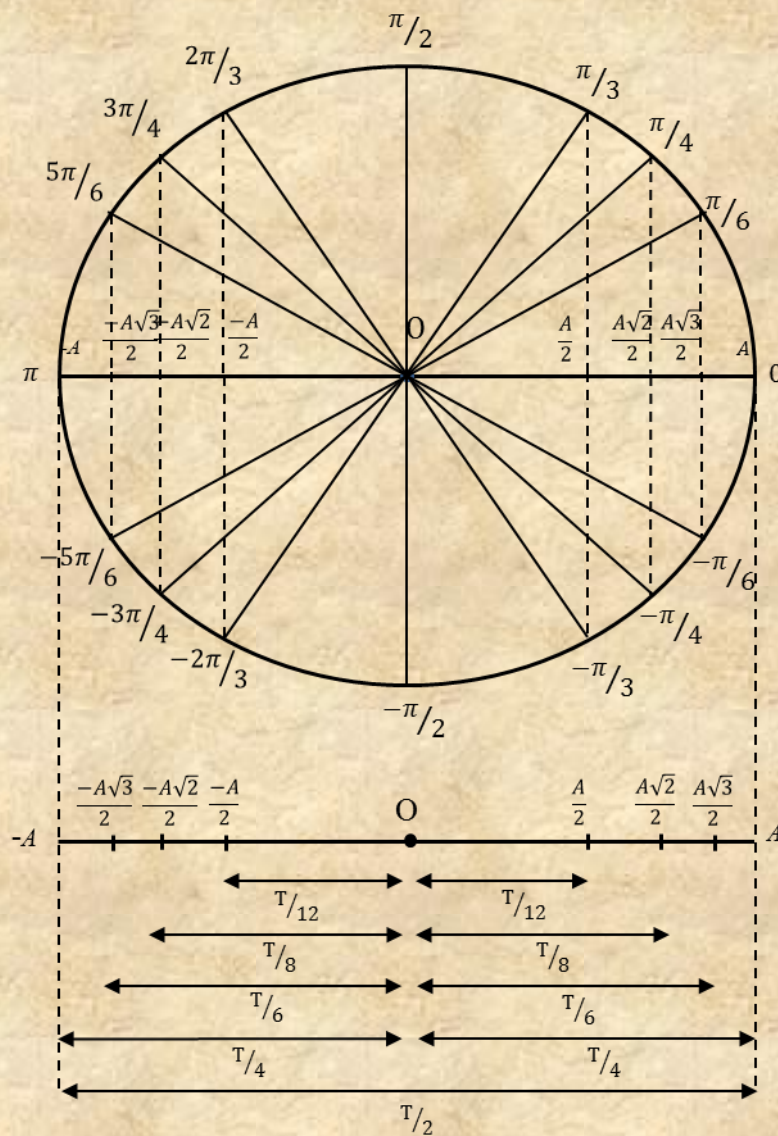
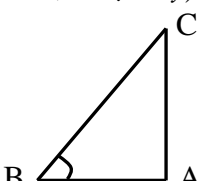
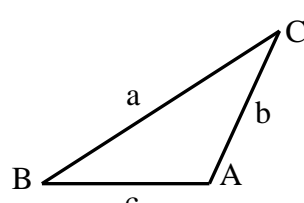


## CHUYÊN ĐỀ: *DAO ĐỘNG CƠ*



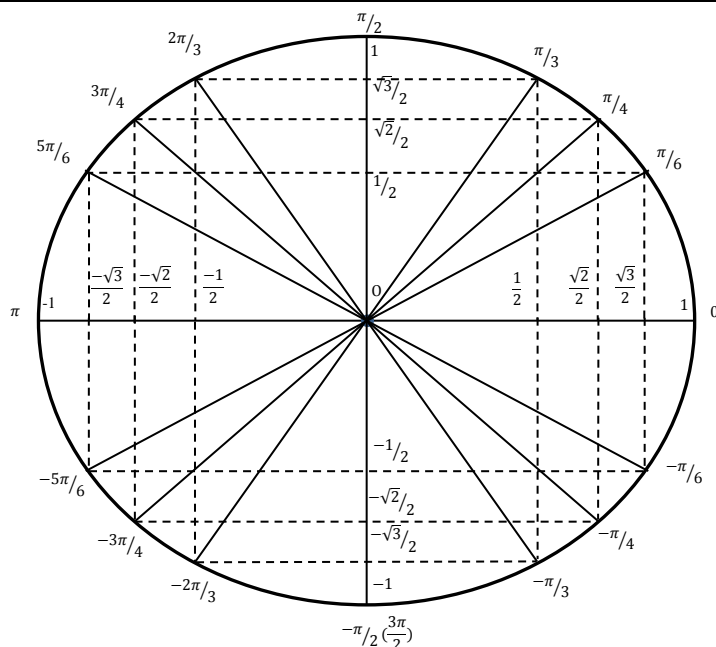
## A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

### a) Các vấn đề về lượng giác:

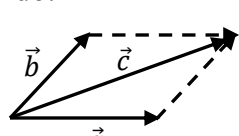
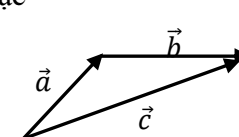
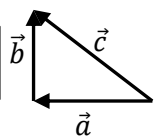
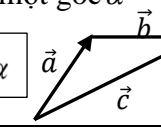
Tỉ số lượng giác trong tam giác vuông	Hệ thức lượng trong tam giác thường	Một số công thức lượng giác cơ bản cần nhớ	Nghiệm của phương trình và đạo hàm các hàm lượng giác cơ bản
<p>(<i>sin đi học, cứ khúc hoài, thôi đừng khúc, có kẻ đây</i>)</p>  <p>+ <math>\sin B = \frac{AC}{BC}</math></p> <p>+ <math>\cos B = \frac{AB}{BC}</math></p> <p>+ <math>\tan B = \frac{AC}{AB}</math></p> <p>+ <math>\cotg B = \frac{AB}{AC}</math></p>	 <p>- Định lý sin:  <math>\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}</math></p> <p>- Định lý cos:  <math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A</math>  <math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B</math>  <math>c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C</math></p>	<p>- Công thức chuyển đổi:</p> $\sin x = \cos(x - \frac{\pi}{2})$ $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ $-\cos x = \cos(x + \pi)$ $-\sin x = \sin(x + \pi)$ <p>- Công thức biến đổi:</p> $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$	<p>+ <math>\sin x = \sin \alpha</math>  <math>\Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + k.2\pi \\ x = \pi - \alpha + k.2\pi \end{cases}</math></p> <p>+ <math>\cos x = \cos \alpha</math>  <math>\Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + k.2\pi \\ x = -\alpha + k.2\pi \end{cases}</math></p> <p>+ <math>\tan x = \tan \alpha</math>  <math>\Rightarrow x = \alpha + k\pi</math></p> <p>* Lưu ý:  <math>\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi</math>  <math>\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi</math></p> <p>- Đạo hàm:  <math>(\sin u)' = u' \cos u</math>  <math>(\cos u)' = -u' \sin u</math></p>

Bảng và đường tròn biểu diễn các giá trị lượng giác đặc biệt:

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
HLG	0°	30°	45°	60°	90°	180°	120°	270°	360°
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1
tanx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0	$-\sqrt{3}$		0



**b) Các tính chất về vecto tổng:**

Tổng của 2 vecto (hình học)	Biểu thức tọa độ vecto tổng	Độ lớn vecto tổng
<p>Khi đó:</p> $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$  <p>Hoặc</p> 	<p>Gọi: <math>\vec{a} = (x_1, y_1)</math>; <math>\vec{b} = (x_2, y_2)</math></p> $\vec{c} = (x, y)$ <p>Nếu <math>\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}</math></p> $\Rightarrow \begin{cases} x = x_1 + x_2 \\ y = y_1 + y_2 \end{cases}$ <p>* <b>Chú ý:</b></p> <p>Khi ta có: <math>x = x_1 + x_2</math></p> $\Rightarrow \vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$	<p><math>\vec{a} \perp \vec{b}</math></p> $c = \sqrt{a^2 + b^2}$  <p><math>\vec{a}</math> tạo với <math>\vec{b}</math> một góc <math>\alpha</math></p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$  <p><math>\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b} \Rightarrow c =  a - b </math></p> <p><math>\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b} \Rightarrow c = a + b</math></p>

**c) Các lực thường gặp:**

	Định nghĩa	Tính chất
<b>Lực quán tính</b>	Lực ảo tác động lên các vật đặt trong hệ quy chiếu phi quán tính gọi là lực quán tính.	- Luôn ngược chiều với gia tốc hệ quy chiếu phi quán tính (a). $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$
<b>Lực đàn hồi</b>	Lực đàn hồi là lực sinh ra khi vật đàn hồi bị biến dạng.	- Luôn ngược chiều với ngoại lực tác động vào vật, có độ lớn tỉ lệ với độ cứng (k) và độ biến dạng (x) của vật. $ F_{dh}  = kx$
<b>Lực điện trường</b>	Lực do điện trường tác động vào các vật mang điện tích đặt trong nó gọi là lực điện trường.	- Chiều của lực phụ thuộc vào dấu của q: $\vec{F}_E = q\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_E \uparrow \uparrow \vec{E} \Leftrightarrow q > 0 \\ \vec{F}_E \uparrow \downarrow \vec{E} \Leftrightarrow q < 0 \end{cases}$
<b>Trọng lực</b>	Lực do trái đất tác động vào một vật được gọi là trọng lực	- Luôn có điểm đặt tại tâm của vật và hướng về tâm trái đất. $P = mg$ . Trong đó: $g = G \frac{M}{(R+h)^2}$
<b>Lực ma sát</b>	Lực cản trở chuyển động của một vật, tạo ra bởi những vật tiếp xúc với nó, được gọi là lực ma sát.	- Luôn ngược chiều với chiều chuyển động. Có khuynh hướng giữ vật lại bằng cách chuyển hóa động năng thành chủ yếu nhiệt năng. - Độ lớn của lực tỉ lệ với hệ số ma sát (k) và áp lực (N) của vật trên bề mặt tiếp xúc. $F_{ms} = \mu N$
<b>Lực đẩy Acsimet</b>	Là lực tác động bởi một chất lưu lên một vật thể nhúng trong nó, khi cả hệ thống nằm trong một trường lực (trọng lực hay lực quán tính).	- Luôn ngược chiều với gia tốc trọng trường (g), có độ lớn tỉ lệ với khối lượng riêng chất lỏng (D), thể tích của phần vật ngập trong nước (V). $\vec{F}_A = -DV\vec{g}$
<b>Lực hướng tâm</b>	Lực (hay hợp lực) tác dụng vào một vật chuyển động tròn đều và gây ra cho vật gia tốc hướng tâm gọi là lực hướng tâm.	- Luôn hướng về tâm của đường tròn, có phương vuông góc với vận tốc của vật. $F_{ht} = \frac{v^2}{R}$

**d) Động học chất điểm:**

	Chuyển động đều	Chuyển động thẳng biến đổi đều	Rơi tự do	Chuyển động tròn đều
<b>Vận tốc</b>	$v = \frac{S}{t}$	$v = v_0 + at$	$\begin{cases} v = \sqrt{2gh} \\ v = gt \end{cases}$	$v = r\omega$ ( $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ )
<b>Gia tốc</b>	$a = 0$	$a = \frac{v - v_0}{\Delta t}$	$a = g$	$a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$
<b>Quãng đường</b>	$S = vt$	$\begin{cases} S = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \\ S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \end{cases}$	$S = h = \frac{1}{2}gt^2$	$S = r.\Delta\alpha$ ( $\Delta\alpha = \omega t$ )

**e) Các định luật bảo toàn**

Định luật bảo toàn cơ năng	Định luật bảo toàn động lượng
+ Động năng: $W_d = \frac{1}{2}mv^2$ + Thế năng: $\begin{cases} W_t = mgh \text{ (thế năng trọng trường)} \\ W_t = \frac{1}{2}kx^2 \text{ (thế năng đàn hồi)} \end{cases}$ + Cơ năng: $W = W_d + W_t$ + Định luật bảo toàn: $W_d + W_t = W'_d + W'_t$	+ Động lượng: $p = mv$ + Định luật bảo toàn: $p_1 + p_2 = const$ $\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = V(m_1 + m_2) \text{ (va chạm mềm)} \\ m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \text{ (va chạm đàn hồi)} \end{cases}$ * <b>Lưu ý:</b> Vận tốc của vật sau va chạm đàn hồi $\begin{cases} v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \\ v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \end{cases}$

**f) Bảng giá trị trọng số:**

Trọng số	G	M	K	m	$\mu$	n	A <sup>0</sup>	p
Giá trị	10 <sup>9</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-10</sup>	10 <sup>-12</sup>

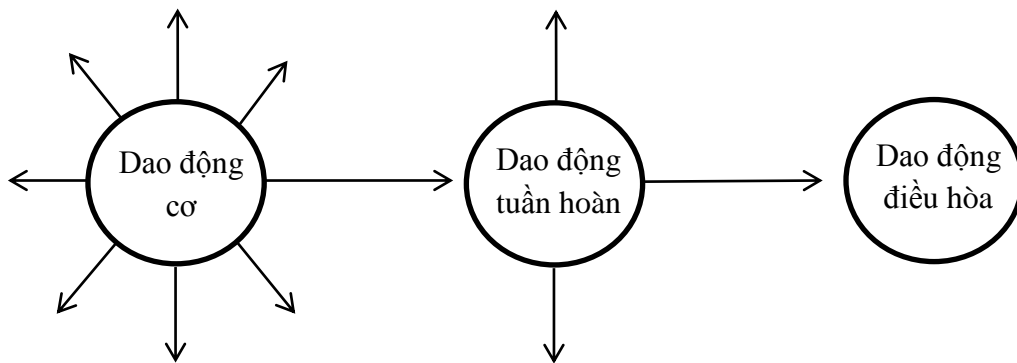
## B. CHUYÊN ĐỀ DAO ĐỘNG CƠ

### I) Dao động điều hòa:

#### a) Các loại dao động:

	Định nghĩa	Đại lượng đặc trưng
<b>Dao động cơ</b>	Là sự chuyển động của một vật quanh một vị trí xác định gọi là vị trí cân bằng.	- Vị trí cân bằng (VTCB): O
<b>Dao động tuần hoàn</b>	Là dao động mà sau những khoảng thời gian bằng nhau, vật trở lại vị trí cũ theo hướng cũ.	- Vị trí cân bằng: O - Chu kỳ: T
<b>Dao động điều hòa</b>	Là dạng dao động đơn giản nhất của dao động tuần hoàn, li độ của vật được biểu thị bằng hàm cosin hay sin theo thời gian.	- Vị trí cân bằng: O - Chu kỳ: T - Biên độ: A - Li độ: x

\* **Nhận xét:** Dao động điều hòa chỉ là một trong số rất nhiều dao động cơ, và là một trong những dao động đơn giản nhất trong tự nhiên.



#### b) Phương trình dao động:

Một dao động điều hòa có thể được xem là hình chiếu của một chất điểm chuyển động tròn đều trên đường tròn lên trục hoành. Khi đó:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó:

- $x$ : Li độ, là độ dịch chuyển của vật so với VTCB
- $A$ : Biên độ, là khoảng cách lớn nhất của vật so với VTCB
- $\omega$ : Tần số góc
- $\varphi$ : Pha (góc) ban đầu của dao động
- $\omega t + \varphi$ : Pha dao động tại thời điểm  $t$

#### c) Chu kỳ, tần số, tần số góc của dao động điều hòa:

	Định nghĩa	Đơn vị
<b>Chu kỳ</b>	Là khoảng thời gian để vật thực hiện một dao động toàn phần	s(giây)
<b>Tần số</b>	Là số dao động toàn phần thực hiện trong một giây	Hz
<b>Tần số góc</b>	Là tốc độ góc của chất điểm chuyển động tròn đều	Rad/s
Giữa tần số, chu kỳ và tần số có mối liên hệ: $\omega = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi f$		

**\* Lưu ý:**

- Biên độ dao động chỉ phụ thuộc vào cách kích thích ban đầu
- Quỹ đạo dao động (L) là 1 đoạn thẳng:  $L=2A$
- VTCB O là vị trí có năng lượng thấp nhất
- Chu kỳ, tần số, tần số góc chỉ phụ thuộc vào cấu tạo của hệ dao động
- Biên độ chính là li độ cực đại
- Mối liên hệ giữa tốc độ vòng ( $\omega_v$ ) và tốc độ góc:  $\omega = 2\pi \frac{n}{\Delta t} = 2\pi \cdot \omega_v$  (rad / s)

**❖ BÀI TẬP**

+ **Dạng 1:** Xác định các đại lượng cơ bản trong phương trình dao động điều hòa

Ví Du

.....

+ **Dạng 2:** Các phương trình dao động điều hòa đặc biệt

**Phương pháp:** Một số dạng phương trình dao động đặc biệt thường gặp

	$x = x_0 + A \cos(\omega t + \varphi)$	$x = A \sin^2(\omega t + \varphi)$ $\Leftrightarrow x = \frac{A}{2} - \frac{A}{2} \cos(2\omega t + 2\varphi)$	$x = A \cos^2(\omega t + \varphi)$ $\Leftrightarrow x = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} \cos(2\omega t + 2\varphi)$
<b>VTCB</b>	$x = x_0$	$x = \frac{A}{2}$	$x = \frac{A}{2}$
<b>Biên độ</b>	A	$\frac{A}{2}$	$\frac{A}{2}$
<b>Tần số góc</b>	$\omega$	$2\omega$	$2\omega$
<b>Pha dao động</b>	$\omega t + \varphi$	$2\omega t + 2\varphi$	$2\omega t + 2\varphi$

\* **Lưu ý:** Đối với các dạng phương trình khác ta cũng dùng công thức biến đổi lượng giác để đưa về dạng dao động điều hòa.

Ví Du

.....

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

.....

**d) Vận tốc của vật dao động điều hòa:**

- **Phương trình vận tốc:**

$$v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

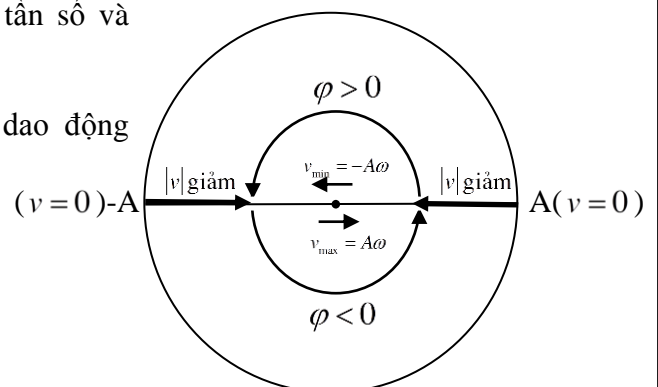
- **Các tính chất:**

+ Vận tốc của vật biến thiên điều hòa cùng tần số và sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với li độ.

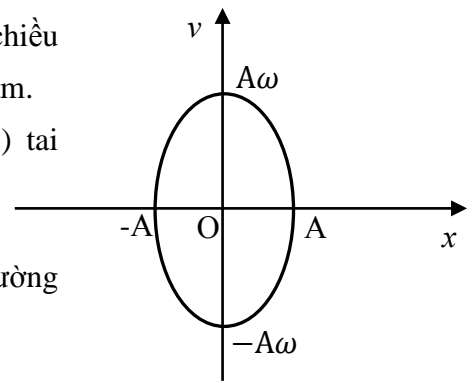
+ Vật chuyển động theo chiều âm thì pha dao động dương và ngược lại:

$$\begin{cases} v > 0 \rightarrow \varphi < 0 \\ v < 0 \rightarrow \varphi > 0 \end{cases}$$

+ Vận tốc bằng 0 và đổi chiều tại biên.



- + Tại VTCB, vận tốc đạt cực đại ( $v_{\max} = A\omega$ ) khi vật theo chiều dương và đạt cực tiểu ( $v_{\max} = -A\omega$ ) khi vật theo chiều âm.
- + Xét về độ lớn, vận tốc có giá trị cực đại ( $v_{\max} = A\omega$ ) tại VTCB và nhỏ nhất ở biên ( $v = 0$ ).
- $\Rightarrow$  Tốc độ của vật giảm từ VTCB ra biên và ngược lại.
- + Đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ là đường elip.



$$\text{Vì } \vec{v} \perp \vec{x} \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{(A\omega)^2} = 1$$

### ❖ BÀI TẬP

+ **Dạng 1:** Tìm vận tốc tại một thời điểm bất kỳ

**Phương pháp:** Áp dụng công thức:

$$v = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

VÍ DỤ:.....

+ **Dạng 2:** Tìm vận tốc tại một vị trí bất kỳ

**Phương pháp:** Sử dụng hệ thức độc lập thời gian

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{(A\omega)^2} = 1 \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

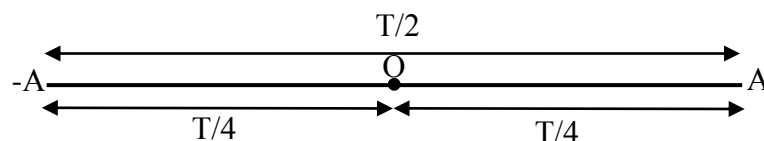
VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 3:** Xác định vận tốc trung bình, tốc độ trung bình (cơ bản)

**Phương pháp:**

- Quãng đường vật đi được trong 1 chu kỳ là  $4A$ , nửa chu kỳ là  $2A$
- Vận tốc trung bình:  $v_{TB} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  (phụ thuộc vào khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối).
- Tốc độ trung bình:  $\bar{v} = \frac{S}{\Delta t}$  ( $S$  là quãng đường vật đi được).
- Sử dụng trục thời gian cho các vị trí đặc biệt:



VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP VẬN TỐC

e) Gia tốc của vật dao động điều hòa:

- Phương trình gia tốc:

$$a = v' = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

- Các tính chất:

- + Gia tốc biến thiên điều hòa cùng tần số và sớm pha  $\pi$  so với li độ.
- + Gia tốc đạt cực đại tại biên âm ( $a_{\max} = A\omega^2$ ) và đạt cực tiểu tại biên dương ( $a_{\min} = -A\omega^2$ ).
- + Gia tốc luôn hướng về VTCB và đổi chiều tại VTCB.

+ Xét về độ lớn: Gia tốc dao động của vật lớn nhất ở biên ( $|a|_{\max} = A\omega^2$ ) và nhỏ nhất ở VTCB ( $a = 0$ ).

$\Rightarrow$  Độ lớn gia tốc giảm khi vật đi từ biên về VTCB.

- +  $\begin{cases} \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} & \text{khi vật từ biên về VTCB} \\ \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} & \text{khi vật từ VTCB ra biên} \end{cases}$

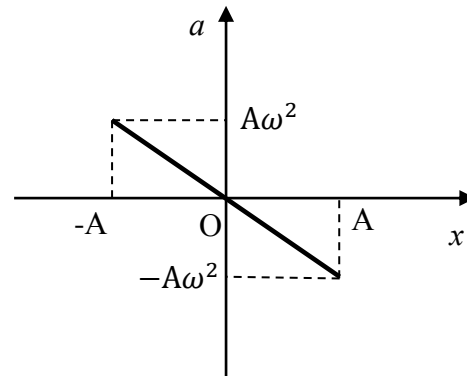
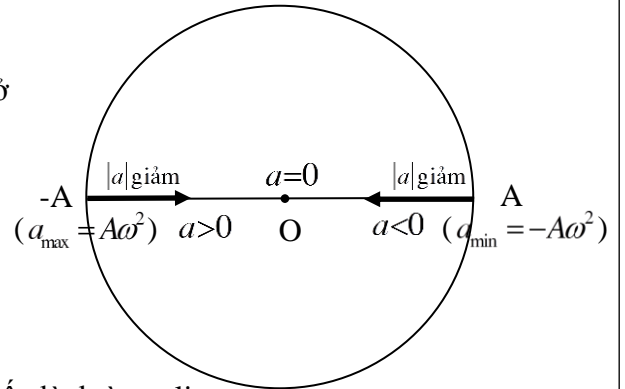
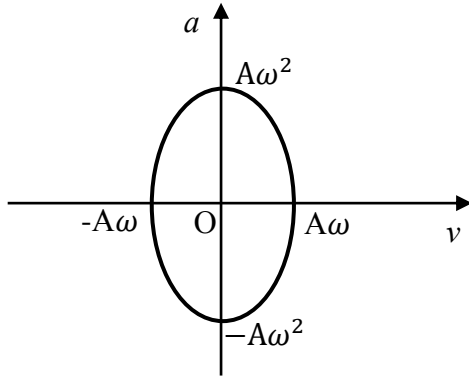
+ Gia tốc luôn ngược dấu với li độ.

+ Đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa gia tốc và vận tốc là đường elip.

$$\text{Vì } \vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \frac{v^2}{(A\omega)^2} + \frac{a^2}{(A\omega^2)^2} = 1$$

+ Đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa gia tốc và li độ là một đoạn thẳng qua góc tọa độ.

$$a = -\omega^2 x$$



\* **Lưu ý:** Vì  $\vec{F} = m\vec{a}$  nên lực hồi phục cũng có các tính chất tương tự như gia tốc

### ❖ BÀI TẬP

+ **Dạng 1:** Tính gia tốc tại một thời điểm bất kỳ

**Phương pháp:** Áp dụng công thức

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

VÍ DỤ: .....

+ **Dạng 2:** Tính gia tốc tại một vị trí bất kỳ

**Phương pháp:** Áp dụng các công thức độc lập thời gian

$$\frac{v^2}{(A\omega)^2} + \frac{a^2}{(A\omega^2)^2} = 1; \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{(A\omega)^2} = 1; \quad a = -\omega^2 x$$

VÍ DỤ: .....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

.....

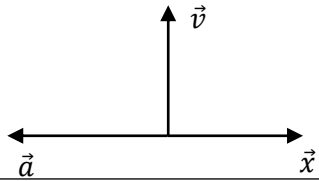


**f) Tóm lược mối quan hệ giữa li độ, vận tốc và gia tốc**

- Phương trình dao động:

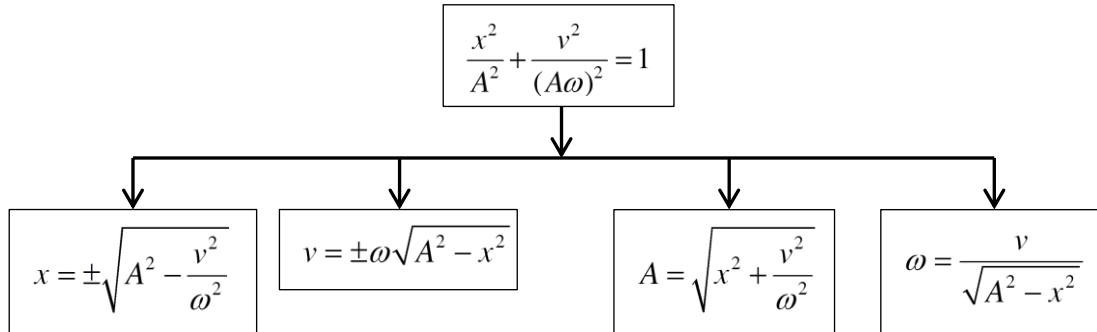
$$\begin{cases} v = x' \\ a = v' = x'' \end{cases}$$

Li độ, vận tốc và gia tốc đều là các đại lượng dao động cùng tần số góc. khác nhau về độ lệch pha.

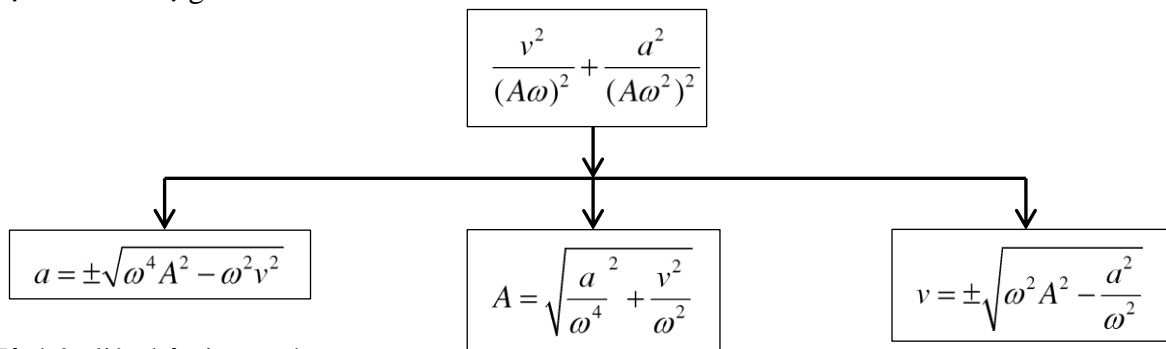


- Các hệ thức độc lập:

- Hệ thức liên hệ giữa x và v:



- Hệ thức liên hệ giữa v và a:

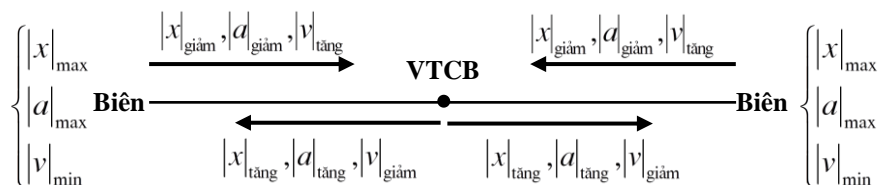


- Hệ thức liên hệ giữa x và a:

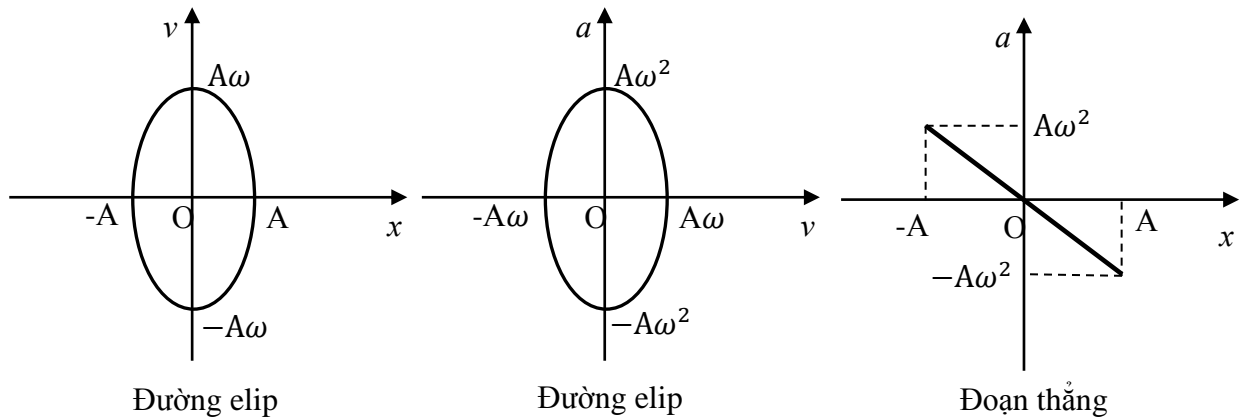
$$a = -\omega^2 x$$

- Sự biến đổi độ lớn li độ, vận tốc và gia tốc trong 1 chu kỳ:

Vị trí, quá trình di chuyển	Li độ	Vận tốc	Gia tốc
Biên	$ x _{\max} = A$	$ v _{\min} = 0$	$ a _{\max} = A\omega^2$
VTCB	$ x _{\min} = 0$	$ v _{\max} = A\omega$	$ a _{\min} = 0$
Từ biên về VTCB	Giảm	Tăng	Giảm
Từ VTCB ra biên	Tăng	Giảm	Tăng



- Đồ thị liên hệ giữa li độ, vận tốc và gia tốc:



### ❖ CÁC DẠNG BÀI TẬP ÔN TỔNG HỢP

+ **Dạng 1:** Viết phương trình dao động

**Phương pháp:**

- Phương trình dao động của li độ, vận tốc và gia tốc:

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \\ a = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) \end{cases}$$

- Để lập phương trình dao động, ta cần xác định 3 đại lượng  $A$ ,  $\omega$  và  $\varphi$  theo các cách sau:

Đại lượng	Phương pháp xác định
<b>A</b>	$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \frac{\text{chiều dài quỹ đạo}}{2}$
$\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v_{\max}}{A} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}} = \frac{\alpha}{t} = \frac{ v }{\sqrt{A^2 - x^2}}$
$\varphi$	Tìm $\varphi$ từ phương trình $\cos \varphi = \frac{x}{A}$ , sau đó căn cứ vào dấu của vận tốc để chọn $\varphi$ : $\begin{cases} v > 0 \rightarrow \varphi < 0 \\ v < 0 \rightarrow \varphi > 0 \end{cases}$

\* **Lưu ý:** Cần để ý các kết quả sau để tìm  $A$ ,  $\omega$  và  $\varphi$  nhanh hơn

- Khi kéo vật ra một đoạn và thả nhẹ thì tại đó là biên.
- Mối liên hệ giữa tốc độ vòng và tốc độ góc:  $\omega = 2\pi \frac{n}{\Delta t} = 2\pi \cdot \omega_v$  (rad/s)
- Giá trị  $\varphi$  tại các vị trí đặc biệt:

	<b>A</b>	$A/2$	<b>0</b>	$-A/2$	<b>-A</b>
$\varphi$ (rad)	0	$\pm \pi/3$	$\pm \pi/2$	$\pm 2\pi/3$	$\pi$

**VÍ DỤ:.....**

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

.....

+ **Dạng 2:** Bài toán sử dụng đường tròn lượng giác

Một số dạng toán thường gặp:

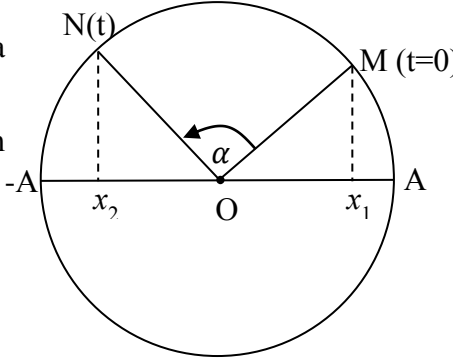
- **Bài toán 1:** Đề bài cho  $x_1, x_2$  và yêu cầu xác định thời gian vật đi từ  $x_1$  đến  $x_2$ .

+ **Bước 1:** Tính tần số góc  $\omega$ .

+ **Bước 2:** Xác định điểm M, N sao cho hình chiếu của chúng trên trục hoành là  $x_1$  và  $x_2$ .

+ **Bước 3:** Tìm góc quét  $\alpha = \widehat{MON}$  bằng phương pháp hình học (chủ yếu dùng công thức  $\cos \varphi = \frac{x}{A}$ ).

+ **Bước 4:** Áp dụng công thức  $\alpha = \omega t \Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega}$ .



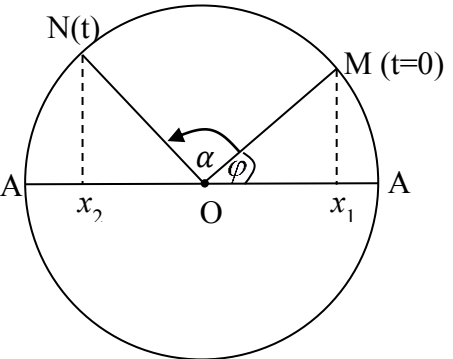
VÍ DỤ:.....

- **Bài toán 2:** Đề bài cho  $x_1$ , tìm  $x_2$  sau khi vật đi được 1 khoảng thời gian  $\Delta t$ .

+ **Bước 1:** Tính tần số góc  $\omega$ .

+ **Bước 2:** Xác định M, tìm N bằng cách tính góc quét  $\alpha = \widehat{MON}$  bằng công thức  $\alpha = \omega \cdot \Delta t$

+ **Bước 3:** Hình chiếu của N xuống trục Ox là  $x_2, x_2$  tính bằng công thức  $\cos(\varphi + \alpha) = \frac{x}{A}$



VÍ DỤ:.....

- **Bài toán 3:** Đề bài cho  $x_1$ , tìm thời gian  $\Delta t$  sau khi vật đi được quãng đường S.

**Phương pháp:**

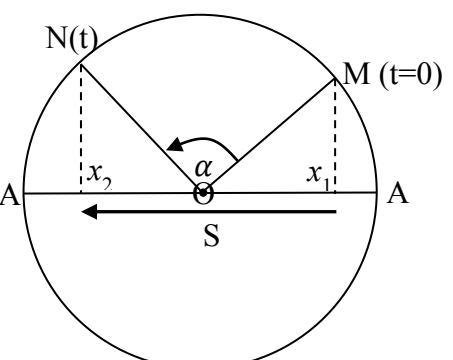
+ **Bước 1:** Tính tần số góc  $\omega$ .

+ **Bước 2:** Xác định  $x_2$  nhờ vào quãng đường vật đi.

+ **Bước 3:** Xác định M, N từ  $x_1$  và  $x_2$ .

+ **Bước 4:** Xác định góc quét  $\alpha = \widehat{MON}$  bằng phương pháp hình học.

+ **Bước 5:** Áp dụng công thức  $\alpha = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\alpha}{\omega}$



VÍ DỤ:.....

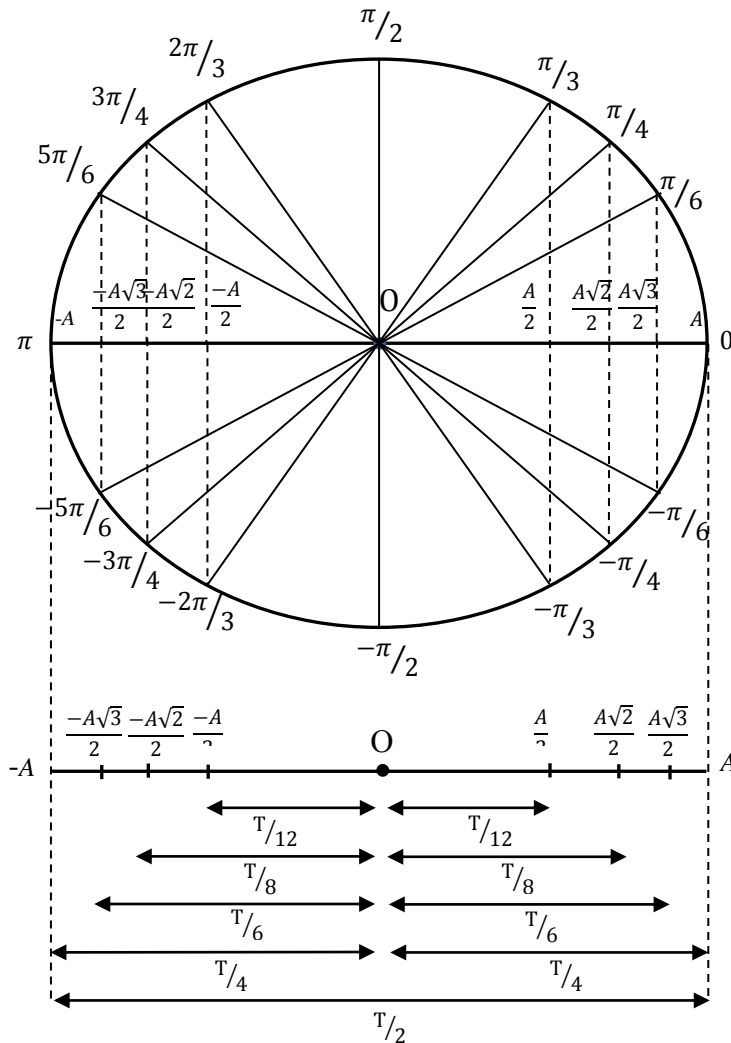
\* **Nhận xét:**

- Đối với dạng toán này ta luôn dùng 2 công thức:  $\cos \varphi = \frac{x}{A}$  và  $\alpha = \omega \cdot \Delta t$ .

- Trong các bài toán luôn cần xác định các vị trí đầu và cuối  $x_1$  và  $x_2$  để giải quyết yêu cầu của đề bài.

**\* Lưu ý:**

- Có khá nhiều bài toán được giải bằng phương pháp đường tròn lượng giác như:
  - + Tính tốc độ trung bình
  - + Tìm quãng đường dài nhất, ngắn nhất trong khoảng thời gian cho trước.
  - + Xác định khoảng thời gian để độ lớn li độ, vận tốc, gia tốc không vượt quá giá trị cho trước.
- .....
- Các dạng toán này sẽ lần lượt được trình bày trong các phần sau.
- Thông thường, các đề bài thường cho  $x_1, x_2$  có giá trị đặc biệt nên rất cần thiết để áp dụng lượt đồ đường tròn lượng giác liên hệ giữa các vị trí đặc biệt và góc quay tương ứng:



VÍ DỤ:...

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

+ **Dạng 3:** Sử dụng phương trình elip (hệ thức độc lập)

**Phương pháp:**

- Bất kỳ 2 đại lượng nào hoặc 2 thời điểm nào của cùng 1 đại lượng ở trạng thái vuông pha nhau thì 2 đại lượng đó liên quan với nhau theo phương trình elip. Nếu gọi 2 đại lượng đó là a và b, ta có phương trình elip:

$$\frac{a^2}{a_{\max}^2} + \frac{b^2}{b_{\max}^2} = 1$$

Ví dụ:  $\vec{x} \perp \vec{v} \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{(A\omega)^2} = 1$ ;  $\vec{v} \perp \vec{a} \Rightarrow \frac{v^2}{(A\omega)^2} + \frac{a^2}{(A\omega^2)^2} = 1$  hoặc  $\vec{x}_1 \perp \vec{x}_2 \Rightarrow \frac{x_1^2}{A^2} + \frac{x_2^2}{A^2} = 1 \dots$

- Từ phương trình elip ta rút ra các đại lượng cần tính.

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP DẠNG 1,2 VÀ 3

+ **Dạng 4:** Xác định thời điểm  $t$  vật qua li độ  $x_a$  cho trước lần thứ  $N$ .

**Phương pháp:**

- **Cách 1:** Giải phương trình lượng giác  $x_a = A \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow t = \dots$

\* **Lưu ý:** Các giá trị  $k$  trong nghiệm  $t$  được chọn sao cho  $t > 0$ .

- **Cách 2:** Sử dụng đường tròn lượng giác.

+ **Bước 1:** Tính chu kỳ  $T$ .

+ **Bước 2:** Tính khoảng thời gian  $t_1$  vật đi từ  $x_0$  tới  $x_a$  (tương ứng từ  $M$  tới  $N$ ) và khoảng thời gian  $t_2$  vật đi từ  $N$  tới  $T$  sau khi xác định vị trí ban đầu ( $x_0$ ) và vị trí cần qua ( $x_a$ ).

$$t_1 = \frac{\alpha_1}{\omega}; t_2 = \frac{\alpha_2}{\omega}$$

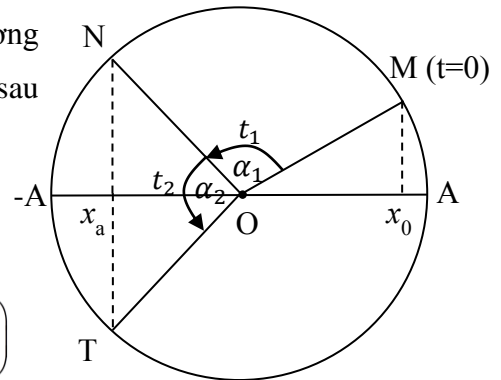
+ **Bước 3:**

• Nếu  $N$  lẻ:  $\Rightarrow$  Kết quả:  $t = nT + t_1$   $\left( n = \frac{N-1}{2} \right)$

• Nếu  $N$  chẵn:  $\Rightarrow$  Kết quả:  $t = nT + t_1 + t_2$   $\left( n = \frac{N-2}{2} \right)$

\* **Lưu ý:**

- Nếu  $x_0 \equiv x_a$  ta dễ dàng tìm được kết quả khi phân tích đường tròn lượng giác.



VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 5:** Xác định thời điểm  $t$  vật qua li độ  $x_a$  cho trước lần thứ  $N$  theo chiều xác định.

**Phương pháp:**

- **Cách 1:** Dùng phương trình lượng giác

+ **Bước 1:** Giải phương trình lượng giác:  $x_a = A \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \dots \\ t_2 = \dots \end{cases}$

+ **Bước 2:** Thế lần lượt  $t_1$  và  $t_2$  vào phương trình vận tốc để xác định chiều  $\Rightarrow t = \dots$

- **Cách 2:** Sử dụng đường tròn lượng giác.

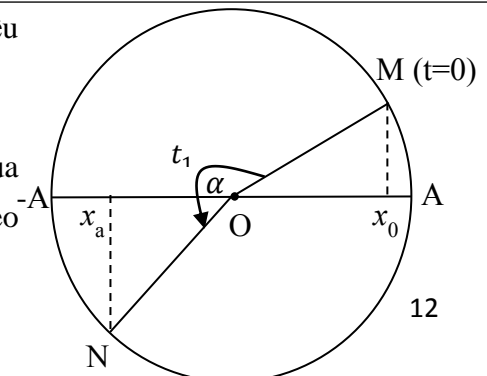
Giả sử đề bài yêu cầu tính  $t$  biết rằng vật qua  $x_a$  theo chiều dương.

+ **Bước 1:** Tính chu kỳ  $T$ .

+ **Bước 2:** Xác định 2 vị trí  $x_0, x_a$  và điểm  $M, N$  tương ứng của chúng trên đường tròn. Đối với điểm  $N$ , nếu đề bài cho theo chiều dương thì điểm  $N$  nằm dưới và ngược lại.

+ **Bước 3:** Tìm thời gian  $t_1$  vật đi từ  $M$  tới  $N$ :  $t_1 = \frac{\alpha}{\omega}$

+ **Bước 4:** Suy ra kết quả:  $t = (N-1)T + t_1$



VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 6:** Xác định quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t$  kể từ vị trí ban đầu.

➤ Kiến thức cần nhớ:

- Quãng đường vật đi được trong 1 chu kỳ:  $S_{1T} = 4A$

- Quãng đường vật đi được trong 1/2 chu kỳ:  $S_{\frac{1}{2}T} = 2A$

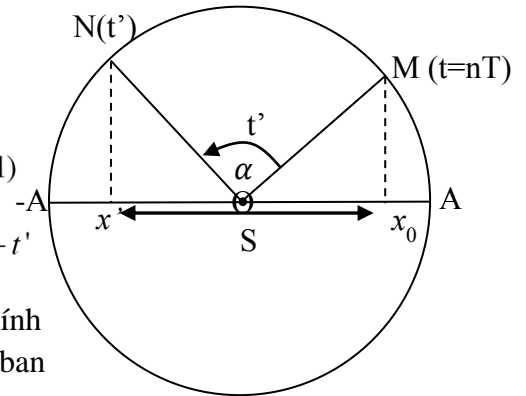
- Trong 1/4 chu kỳ, nếu vị trí ban đầu của vật ở biên hoặc VTGB thì:  $S_{\frac{1}{4}T} = A$

#### Phương pháp:

+ **Bước 1:** Tính chu kỳ T

+ **Bước 2:** Tính:  $\frac{\Delta t}{T} = n, m$

- Nếu  $\begin{cases} m = 0 \\ m = 5 \end{cases} \Rightarrow$  Kết quả:  $S = n.4A$
- Nếu  $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 5 \end{cases}$ , ta biểu diễn  $\frac{\Delta t}{T} = n + \frac{t'}{T} \Rightarrow \Delta t = nT + t'$



+ **Bước 3:** Dùng phương pháp đường tròn lượng giác để tính quãng đường  $S'$  vật đi được trong thời gian  $t'$  kể từ vị trí ban đầu (sau n chu kỳ, vật trở lại vị trí cũ).

+ **Bước 4:** Suy ra kết quả:  $S = n.4A + S'$

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 7:** Xác định số lần N vật qua li độ  $x_a$  cho trước trong khoảng thời gian  $\Delta t$

Phương pháp: Xét trường hợp vị trí ban đầu  $x_0 \neq x_a$

+ **Bước 1:** Tìm tần số góc  $\omega$ , chu kỳ T

+ **Bước 2:** Tính:  $\frac{\Delta t}{T} = n, m$

- Nếu  $m = 0 \Rightarrow$  Kết quả:  $N = 2n$
- Nếu  $m \neq 0$ , ta biểu diễn  $\frac{\Delta t}{T} = n + \frac{t'}{T} \Rightarrow \Delta t = nT + t'$

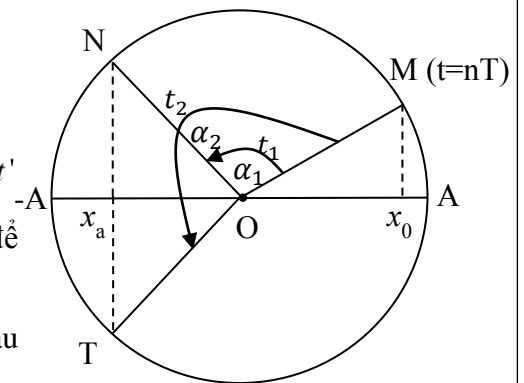
+ **Bước 3:** Dùng phương pháp đường tròn lượng giác để tính  $t_1$  và  $t_2$ :

Trong đó: -  $t_1$  là thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí đầu tiên ( $x_0$ ) tới  $x_a$  trong 1 chu kỳ.

-  $t_2$  là thời gian dài nhất vật đi từ vị trí đầu tiên ( $x_0$ ) tới  $x_a$  trong 1 chu kỳ.

+ **Bước 4:** So sánh:

- Nếu  $t' \geq t_2 \Rightarrow$  Kết quả:  $N = 2n + 2$
- Nếu  $t_1 \leq t' < t_2 \Rightarrow$  Kết quả:  $N = 2n + 1$
- Nếu  $t' < t_1 \Rightarrow$  Kết quả:  $N = 2n$



\* **Lưu ý:** Khi  $x_a$  ở biên thì ta làm như sau:

<p>+ <b>Bước 1:</b> Tìm tần số góc <math>\omega</math>, chu kỳ T</p> <p>+ <b>Bước 2:</b> Tính: <math>\frac{\Delta t}{T} = n, m</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nếu <math>m = 0 \Rightarrow</math> Kết quả: <math>N = n</math></li> <li>• Nếu <math>m \neq 0</math>, ta biểu diễn <math>\frac{\Delta t}{T} = n + \frac{t'}{T} \Rightarrow \Delta t = nT + t'</math></li> </ul> <p>+ <b>Bước 3:</b> Dùng phương pháp đường tròn lượng giác để tính <math>t_1</math>, là khoảng thời gian vật đi từ vị trí ban đầu đến <math>x_a</math> trong 1 chu kỳ.</p> <p>+ <b>Bước 4:</b> So sánh</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nếu <math>t' \geq t_1 \Rightarrow</math> Kết quả: <math>N = n + 1</math></li> <li>• Nếu <math>t' &lt; t_1 \Rightarrow</math> Kết quả: <math>N = n</math></li> </ul>	
---	--

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 8:** Tính quãng đường dài nhất và ngắn nhất trong khoảng thời gian  $\Delta t$

Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , quãng đường dài nhất vật đi được khi di chuyển xung quang VTCB và quãng đường ngắn nhất vật đi được khi di chuyển xung quanh biên.

**Phương pháp:**

▪ Trường hợp 1:  $\Delta t < \frac{T}{2}$

+ **Bước 1:** Tính góc quét  $\alpha$  trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :

$$\alpha = \omega t$$

+ **Bước 2:**

Quãng đường dài nhất	Quãng đường ngắn nhất
$S_{\max} =  x_2 - x_1  = 2A \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	$S_{\min} = S_1 + S_2 = 2A \left[ 1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]$

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Trường hợp 2:  $\Delta t > \frac{T}{2}$

+ Bước 1: Tính tần số góc  $\omega$  và chu kỳ T.

+ Bước 2: Biểu diễn  $\frac{\Delta t}{T/2} = n + \frac{t'}{T/2} \Rightarrow \Delta t = n \frac{T}{2} + t'$   
 $\Rightarrow S = n.2A + S'$

$S'$  là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $t'$ , và lúc này  $t' < \frac{T}{2}$ .

+ Bước 3: Xác định quãng đường lớn nhất và ngắn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian  $t'$  theo cách làm như trên.

$$\begin{cases} S'_{\max} = 2A \sin\left(\frac{\alpha'}{2}\right) \\ S'_{\min} = 2A \left[1 - \cos\left(\frac{\alpha'}{2}\right)\right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_{\max} = n.2A + 2A \sin\left(\frac{\alpha'}{2}\right) \\ S_{\min} = n.2A + 2A \left[1 - \cos\left(\frac{\alpha'}{2}\right)\right] \end{cases} (\alpha' = \omega t')$$

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 9:** Tìm tốc độ, vận tốc trung bình bằng phương pháp đường tròn lượng giác

Phương pháp:

+ Vận tốc trung bình:  $v_{tb} = \frac{|x_2 - x_1|}{\Delta t}$

+ Tốc độ trung bình:  $\bar{v} = \frac{S}{\Delta t}$

Sử dụng đường tròn lượng giác để xác định  $x_1, x_2, S$  và  $\Delta t$

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

.....

### TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP 3 DẠNG: 7,8,9

.....

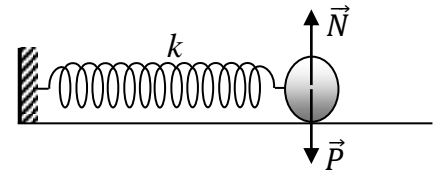
### TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP 9 DẠNG



## II) CON LẮC Lò XO

### a) Đặc điểm của hệ dao động con lắc lò xo (CLLX) nằm ngang:

- **Cấu tạo:** CLLX nằm ngang gồm một vật nhỏ có khối lượng  $m$  được gắn vào đầu của lò xo có độ cứng  $k$  và có khối lượng không đáng kể, đầu kia của lò xo được giữ cố định.
- **Tính chất:**



- Phương trình dao động: Vật dao động dưới tác dụng của lực đàn hồi

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó:  $\left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ \text{VTCB O ở vị trí lò xo không biến dạng} \end{array} \right.$

- Lực đàn hồi luôn hướng về vị trí lò xo không biến dạng:

$$F = -kx$$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F_{dh} \text{ tỉ lệ với độ cứng và li độ} \\ F_{dh} \text{ không phụ thuộc vào khối lượng của vật} \end{array} \right.$

- Lực đàn hồi cũng là lực hồi phục (đối với CLLX nằm ngang)

\* **Lưu ý:**

+ Lực đàn hồi có xu hướng đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng

+ Lực hồi phục (hay lực kéo về) tạo ra gia tốc, làm cho vật dao động, thường là hợp lực và có xu hướng đưa vật về VTCB

- Lực hồi phục có các tính chất như gia tốc của vật:

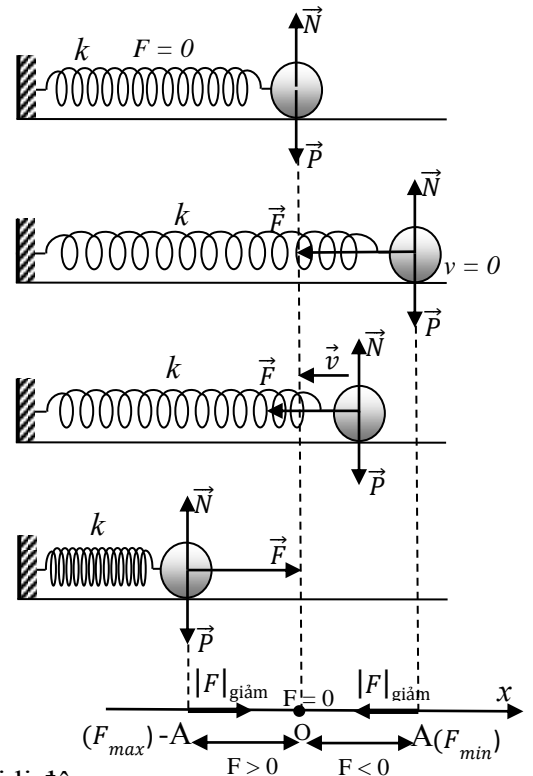
+ Dao động điều hòa cùng tần số nhưng ngược pha so với li độ

+ Đổi chiều ở VTCB, luôn hướng về VTCB.

+ Tại biên dương:  $F_{\min} = -kA$  ; tại biên âm:  $F_{\max} = kA$

+ Xét về độ lớn:  $\left\{ \begin{array}{l} |F|_{\max} = kA \text{ khi vật ở biên} \\ |F|_{\min} = 0 \text{ khi vật ở VTCB} \end{array} \right.$

+ Độ lớn của lực giảm dần từ biên về VTCB



### ❖ BÀI TẬP:

+ **Dạng 1:** Xác định các đại lượng cơ bản trong dao động điều hòa:  $A, \omega, x, v, a, L_{\max}, L_{\min}, F_{\max}, F_{\min} \dots$

**Phương pháp:** Các kiến thức cần nắm

- Tần số góc, chu kỳ dao động:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\Delta t}{N}$  (N là số chu kỳ dao động trong  $\Delta t$ )

- Cực trị của lực:  $\left\{ \begin{array}{l} |F|_{\max} = kA \\ |F|_{\min} = 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} F_{\max} = kA \\ F_{\min} = -kA \end{array} \right.$

- Chiều dài lò xo:  $\left\{ \begin{array}{l} l_{\max} = l_0 + A \\ l_{\min} = l_0 - A \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} l_0 = \frac{l_{\max} + l_{\min}}{2} \\ l_{\min} \leq l \leq l_{\max} \end{array} \right.$  ( $l_0$  là chiều dài tự nhiên của lò xo)

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 2:** Sự phụ thuộc của chu kỳ, tần số, tần số góc vào khối lượng m

**Phương pháp:**

Từ công thức tính chu kỳ:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ , ta rút ra một số kết luận sau:

- Khi tăng hoặc giảm khối lượng của vật lên n lần thì chu kỳ tăng hoặc giảm  $\sqrt{n}$  lần.
- Gọi  $T_1, T_2, T$  lần lượt là chu kỳ khi vật có khối lượng là  $m_1, m_2$  và  $m = m_1 + m_2$ . Khi đó:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \Rightarrow \begin{cases} f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} \\ \omega = \frac{\omega_1 \omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}} \end{cases}$$

- Gọi  $T_1, T_2, T$  lần lượt là chu kỳ khi vật có khối lượng là  $m_1, m_2$  và  $m = m_1 - m_2$ . Khi đó:

$$T = \sqrt{|T_1^2 - T_2^2|} \Rightarrow \begin{cases} f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{|f_1^2 - f_2^2|}} \\ \omega = \frac{\omega_1 \omega_2}{\sqrt{|\omega_1^2 - \omega_2^2|}} \end{cases}$$

VÍ DỤ:....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 3:** Cắt, ghép lò xo

**Phương pháp:**

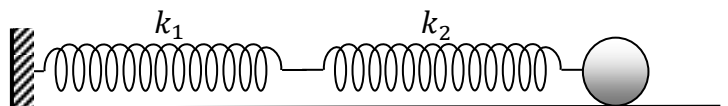
- Độ cứng k tỉ lệ nghịch với chiều dài của lò xo. Khi cắt lò xo có chiều dài ban đầu  $l_0$ , độ cứng  $k_0$  thành nhiều đoạn khác nhau, ta có:

$$\begin{cases} l_0 = l_1 + l_2 + \dots \\ k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots \end{cases}$$

- Gọi  $k_1$  là độ cứng của lò xo thứ nhất,  $k_2$  là độ cứng của lò xo thứ 2 và  $k$  là độ cứng của hệ lò xo được ghép từ 2 lò xo đó.

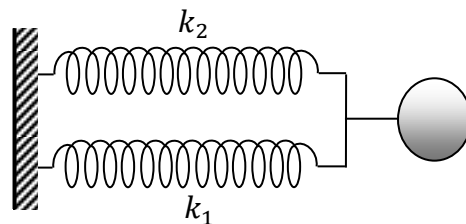
+ **Ghép nối tiếp:**

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow \begin{cases} T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \\ f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} \end{cases}$$



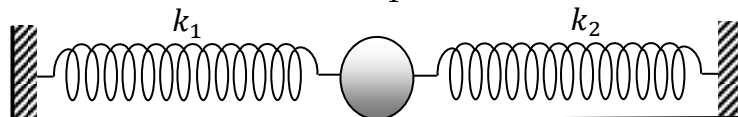
+ **Ghép song song:**

$$k = k_1 + k_2 \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \\ f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \end{cases}$$



+ **Ghép đối xứng:**

$$k = k_1 + k_2$$



VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### b) Năng lượng trong CLLX:

- Động năng:  $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

- Thế năng:  $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

- Cơ năng:  $W = W_t + W_d = \begin{cases} W_{d_{\max}} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \\ W_{t_{\max}} = \frac{1}{2}kA^2 \end{cases} = const$

\* Các tính chất quan trọng:

+ Trong một chu kỳ, khi động năng giảm thì thế năng tăng và ngược lại, nhưng tổng của chúng không đổi và bằng cơ năng.

+ Cơ năng tỉ lệ bình phương với biên độ, tỉ lệ với độ cứng  $k$  và không phụ thuộc vào khối lượng.

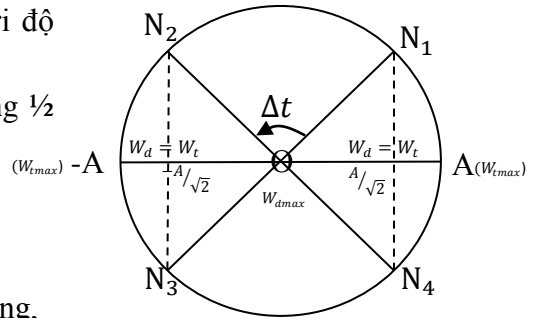
+ Động năng và thế năng biến đổi với chu kỳ bằng  $\frac{1}{2}$  chu kỳ dao động của li độ.

+  $\begin{cases} W = W_{d_{\max}} \text{ tại VTCB} \\ W = W_{t_{\max}} \text{ tại biên} \end{cases}$

+ Trong một chu kỳ có 4 lần động năng bằng thế năng,

vị trí tại đó là  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$  và khoảng thời gian liên tiếp giữa 2 lần  $W_d = W_t$  là  $\Delta t = \frac{T}{4}$ .

+ Li độ của vật khi  $W_d = nW_t$ :  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$ ,



### ❖ BÀI TẬP

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### c) Tổng hợp kiến thức về CLLX nằm ngang:

- Tần số góc của dao động:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

- Lực đàn hồi đóng vai trò là lực hồi phục (lực kéo về):  $F = -kx$

- Tính chất của lực hồi phục:

+  $\begin{cases} \text{Đổi chiều tại VTCB, luôn hướng về VTCB} \\ F_{\min} = -kA \text{ (tại biên dương), } F_{\max} = kA \text{ (tại biên âm)} \\ |F|_{\max} = kA \text{ (tại biên), } |F|_{\min} = 0 \text{ (tại VTCB)} \\ \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{v} \text{ khi vật đi từ biên về VTCB, } \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{v} \text{ khi vật đi từ VTCB ra biên.} \end{cases}$

- Cơ năng:  $W = W_t + W_d = \begin{cases} W_{d_{\max}} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \\ W_{t_{\max}} = \frac{1}{2}kA^2 \end{cases} = const$

- Chu kỳ của động năng và thế năng bằng  $\frac{1}{2}$  chu kỳ dao động của li độ.
- Khi không có ma sát, lực cản, cơ năng bảo toàn và tỉ lệ với độ cứng k, tỉ lệ với bình phương biên độ và không phụ thuộc vào khối lượng của vật.

- Khi  $W_d = nW_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$ .

- Trong 1 chu kỳ có 4 lần  $W_d = W_t$  và tại đó:  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ . Khoảng thời gian giữa 2 lần liên tiếp

$$\Delta t = \frac{T}{4}.$$

- Độ cứng của lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài của nó:  $k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots$

- Ghép lò xo:

Nối tiếp	Song song	Đổi xứng
$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow \begin{cases} T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \\ f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} \end{cases}$	$k = k_1 + k_2 \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \\ f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \end{cases}$	$k = k_1 + k_2 \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \\ f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \end{cases}$

- Trong một chu kỳ, thời gian lò xo giãn và nén bằng nhau.

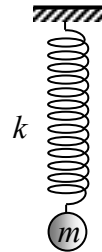
- Chiều dài lò xo trong quá trình dao động:

Chiều dài lớn nhất	Chiều dài nhỏ nhất	Chiều dài tự nhiên	Phạm vi thay đổi
$l_{\max} = l_0 + A$	$l_{\min} = l_0 - A$	$l_0 = \frac{(l_{\max} + l_{\min})}{2}$	$l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### d) CLLX nằm thẳng đứng:

- **Cấu tạo:** CLLX nằm thẳng đứng gồm 1 vật nhỏ có khối lượng m được gắn vào đầu của lò xo có độ cứng k, đầu còn lại của lò xo được treo vào 1 điểm cố định.



- **Các tính chất:**

- Ở VTCB, lò xo giãn ra 1 đoạn (Hình A):  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

- Tần số góc của dao động:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$

- Các đặc điểm về chiều dài của lò xo:

$$+ l_{\max} = l_0 + \Delta l + A$$

$$+ l_{\min} = l_0 + \Delta l - A$$

$$+ l_{CB} = \frac{(l_{\max} + l_{\min})}{2}$$

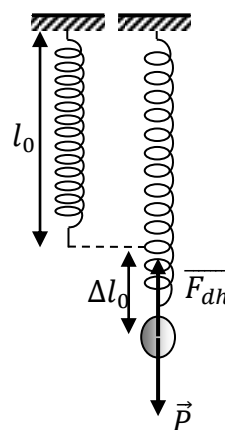
+ Độ giãn của lò xo (Hình B):

$$\begin{cases} \Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A \\ \Delta l_{\min} = \Delta l_0 - A \quad (A < \Delta l_0) \end{cases} \Rightarrow \text{Lò xo luôn giãn}$$

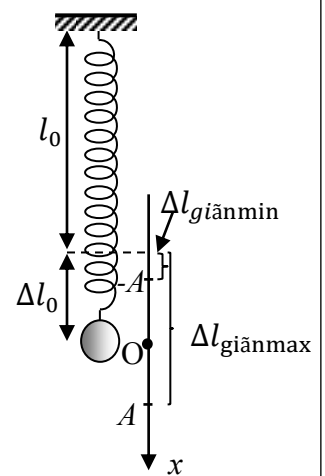
+ Độ nén của lò xo (khi  $A > \Delta l_0$ ) (Hình C):

$$\Delta l_{\text{nénmax}} = A - \Delta l_0$$

Quá trình lò xo giãn và nén trong một chu kỳ được thể hiện trong hình D



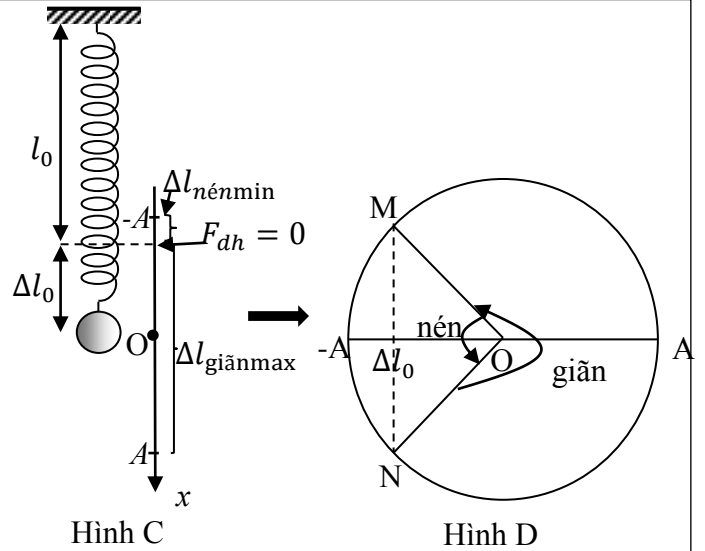
Hình A



Hình B

- Các đặc điểm về lực:
- + Lực tác dụng lên điểm treo là lực đàn hồi  
 $F_{dh} = k\Delta l$  ( $\Delta l$  là độ biến dạng của lò xo)
- + Lực đàn hồi cực đại:  
 $F_{dh\max} = k(\Delta l + A)$
- + Lực đàn hồi cực tiểu:  

$$\begin{cases} F_{dh\min} = k(\Delta l_0 - A) & (\text{khi } A < \Delta l_0) \\ F_{dh\min} = 0 & (\text{khi } A \geq \Delta l_0) \end{cases}$$
- + Lực nén cực đại:  
 $F_{nen\max} = k(A - \Delta l_0)$  (khi  $A > \Delta l_0$ )
- + Lực hồi phục:  
 $|F_{hp}| = kx = |F_{dh} - P|$



\* **Lưu ý:** Đối với CLLX nằm thẳng đứng, lực đàn hồi không phải là lực hồi phục. Lực hồi phục là hợp lực của lực đàn hồi và trọng lực.

### ❖ BÀI TẬP

+ **Dạng 1:** Xác định các đại lượng cơ bản:  $A, \omega, \Delta l_0, T, W_d, W_t, \dots$

**Phương pháp:** Chú ý các vấn đề sau

- Nếu kéo lò xo xuống dưới (hoặc nâng lên) một đoạn rồi thả nhẹ thì tại đó là biên.
- Nếu kéo lò xo xuống dưới (hoặc nâng lên) một đoạn rồi truyền cho nó vận tốc ban đầu nào đó thì tại đó là li độ  $x_0$ . Khi đó ta dùng hệ thức độc lập để xác định  $A$ .

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$$

- Độ giãn ban đầu của lò xo:

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$$

- Tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

**VÍ DỤ:.....**

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 2:** Tìm độ biến dạng, chiều dài của lò xo trong quá trình dao động

**Phương pháp:** Sử dụng các công thức

- Chiều dài lớn nhất (khi vật ở vị trí thấp nhất):  $l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A$
- Chiều dài nhỏ nhất (khi vật ở vị trí cao nhất):  $l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A$
- Chiều dài của lò xo ở VTGB:  $l_{CB} = \frac{l_{\max} + l_{\min}}{2}$
- Chiều dài của lò xo ở li độ  $x$ :  $l_x = l_0 + \Delta l_0 + x$
- Độ giãn cực đại và cực tiểu: 
$$\begin{cases} \Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A \\ \Delta l_{\min} = \Delta l_0 - A \quad (A < \Delta l_0) \end{cases}$$

**VÍ DỤ:**

- Độ nén cực đại:  $\Delta l_{nen\max} = A - \Delta l_0$

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 3:** Bài toán tìm lực

**Phương pháp:**

- Lực hồi phục:

$$|F_{hp}| = kx = |F_{dh} - P|$$

- Lực đàn hồi tại 1 vị trí bất kỳ:

$$F_{dh} = k(\Delta l_0 + x) : \begin{cases} F_{dh} > 0 \text{ (lực kéo)} \\ F_{dh} < 0 \text{ (lực đẩy)} \end{cases}$$

- Lực đàn hồi cực đại:

$$F_{dhmax} = k(\Delta l + A)$$

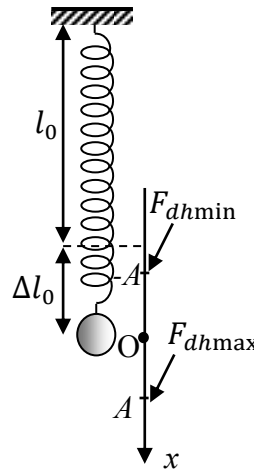
- Lực đàn hồi cực tiểu:

$$F_{dhmin} = \begin{cases} 0 & \text{(khi } A \geq \Delta l_0) \\ k(\Delta l_0 - A) & \text{(khi } A < \Delta l_0) \end{cases}$$

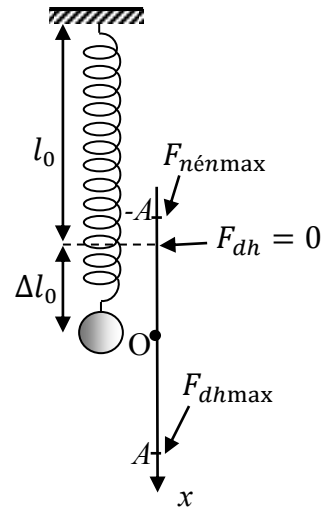
- Lực nén cực đại:

$$F_{nenmax} = k(A - \Delta l_0) \text{ (khi } A > \Delta l_0)$$

\* **Lưu ý:** Lực tác dụng lên điểm treo của lò xo là lực đàn hồi



Hình A ( $A < \Delta l_0$ )



Hình B ( $A \geq \Delta l_0$ )

**VÍ DỤ:**...

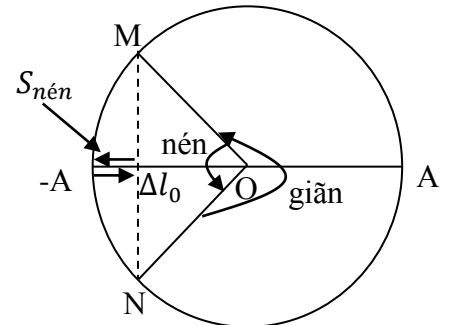
## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 4:** Tìm thời gian, quãng đường... lò xo giãn nén

**Phương pháp:**

- Nếu  $A \leq \Delta l_0$  thì lò xo giãn trong cả chu kỳ.

- Nếu  $A > \Delta l_0$ , sử dụng đường tròn lượng giác để xác định thời gian, quãng đường... lò xo giãn hoặc nén.

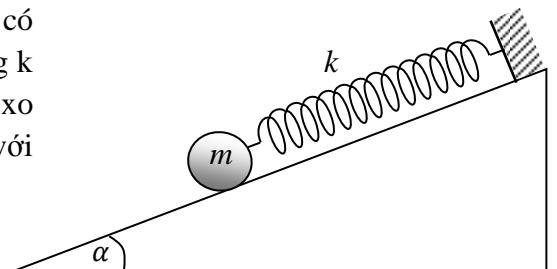


**VÍ DỤ:**.....

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP

e) Con lắc lò xo nằm nghiêng

- **Cấu tạo:** CLLX nằm nghiêng gồm một vật nhỏ có khối lượng  $m$  được gắn vào đầu của lò xo có độ cứng  $k$  và có khối lượng không đáng kể, đầu kia của lò xo được giữ cố định trên mặt phẳng nghiêng so với phương ngang một góc  $\alpha$ .



• **Các tính chất:**

Theo hình bên, có 2 lực tác động vào vật m theo phương dao động (Ox) là lực thành phần ( $F_t$ ) và lực đàn hồi ( $F_{dh}$ ). Trong đó:

$$F_t = P \sin \alpha$$

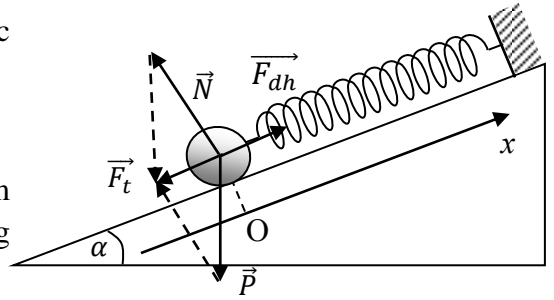
Xét một cách nhìn khác, ta có thể xem CLLX nằm nghiêng giống như CLLX nằm thẳng đứng có trọng lực tác dụng lên vật là  $P' = F_t \Rightarrow g' = g \sin \alpha$ .

$\Rightarrow$  Điều này đồng nghĩa cho phép ta có thể áp dụng tất cả các công thức, tính chất của CLLX nằm thẳng đứng cho CLLX nằm nghiêng, trong đó thay  $g = g'$

**Ví dụ:** Độ giãn của lò xo tại VTCB

+ CLLX nằm thẳng đứng:  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

$\Rightarrow$  CLLX nằm nghiêng:  $\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2}$



❖ **BÀI TẬP:**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM  
TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP**

f) Các dạng toán khác (nâng cao):

+ **Dạng 1:** Tìm điều kiện để hệ ban đầu dao động điều hòa

**Phương pháp:** Xét một số bài toán thường gặp

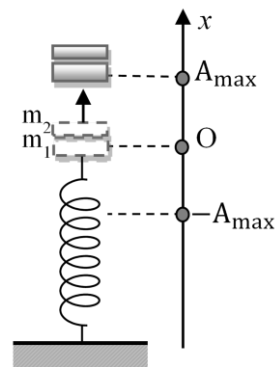
▪ **Dao động theo phương thẳng đứng**

+ **Bài toán 1:** Đặt vật  $m_2$  lên vật  $m_1$  trong hệ dao động

Để  $m_2$  luôn nằm yên trên  $m_1$  trong quá trình dao động thì gia tốc của hệ vật không được vượt quá  $g$ , khi đó:

$$a_{\max} \leq g \Leftrightarrow \omega^2 A \leq g \Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2}$$

$$\Rightarrow A \leq \frac{m_1 + m_2}{k} g$$



+ **Bài toán 2:** Hai đầu lò xo được gắn vào 2 vật

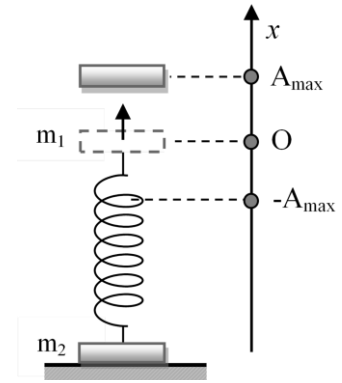
Để  $m_2$  luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình dao động thì lực kéo lên của lò xo không được vượt quá trọng lượng của  $m_2$ .

Ta có:

$$F_{kéo\max} \leq m_2 g$$

$$\text{Mà: } F_{kéo\max} = k(A - \Delta l) = k\left(A - \frac{m_1 g}{k}\right) = kA - m_1 g$$

$$\Rightarrow A \leq \frac{m_1 + m_2}{k} g$$



▪ **Dao động theo phương nằm ngang**

+ **Bài toán 3:** Vật  $m_2$  nằm trên vật  $m_1$  trong hệ dao động

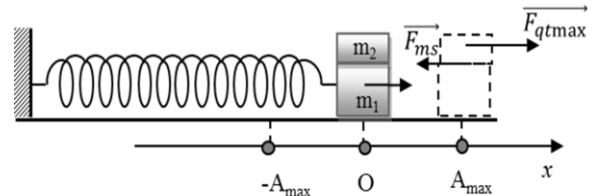
Hệ số ma sát giữa vật  $m_1$  và  $m_2$  là  $\mu$ , bỏ qua ma sát giữa  $m_1$  và mặt sàn. Để  $m_2$  không trượt lên trên  $m_1$  trong quá trình dao động thì lực quán tính cực đại tác dụng lên  $m_1$  phải nhỏ hơn lực ma sát giữa  $m_1$  và  $m_2$ :

$$F_{qt\max} \leq F_{ms} \Leftrightarrow m_1 a_{\max} \leq \mu m_1 g$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 A \leq \mu g$$

$$\Leftrightarrow A \leq \frac{\mu g}{\omega^2}$$

$$\Rightarrow A \leq \mu \frac{m_1 + m_2}{k} g$$



VÍ DỤ:....

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

+ **Dạng 2:** Con lắc lò xo chịu thêm tác dụng của ngoại lực

Dưới tác dụng của lực lạ (lực quán tính, lực điện trường, lực đẩy Acsimet...), hệ dao động sẽ thay đổi một số tính chất như: VTGB, lực hồi phục, năng lượng dao động... Tuy nhiên, vì bản chất của hệ dao động không đổi nên chu kỳ, tần số hay tần số góc của vật không thay đổi.

**Phương pháp:**

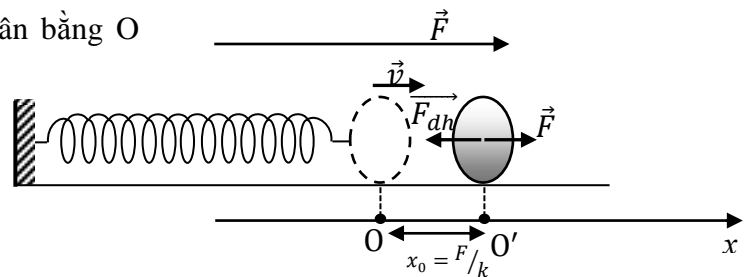
- **Vị trí cân bằng mới:**

- **Đối với con lắc lò xo nằm ngang:**

- Dưới tác dụng của lực  $F$ , vị trí cân bằng  $O$  dịch chuyển theo phương  $F$  tới  $O'$ .

- Tại  $O'$  ta có:

$$F_{dh} = F \Rightarrow kx_0 = F \Rightarrow x_0 = \frac{F}{k}$$



- **Đối với con lắc lò xo nằm thẳng đứng:** Gọi  $O_1$  và  $O_2$  là VTGB mới



+ **Trường hợp 1:**  $F < P$

Tại VTCB mới ta có:

- Khi  $\vec{F}$  cùng chiều với  $\vec{P}$

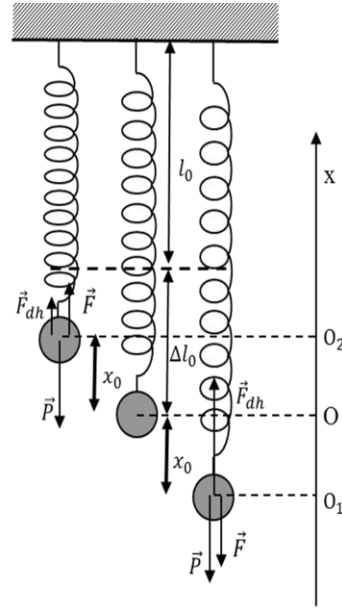
$$F_{dh} = P + F \Rightarrow k\Delta l = mg + F$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta l &= \frac{mg}{k} + \frac{F}{k} \\ &= \Delta l_0 + x_0 \end{aligned}$$

- Khi  $\vec{F}$  ngược chiều với  $\vec{P}$

$$F_{dh} = P - F \Rightarrow k\Delta l = mg - F$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta l &= \frac{mg}{k} - \frac{F}{k} \\ &= \Delta l_0 - x_0 \end{aligned}$$



\* **Tóm lại:** Vị trí cân bằng mới luôn nằm dưới vị trí lò xo không biến dạng, cách vị trí cân bằng ban đầu một đoạn  $x_0 = \frac{F}{k}$ . Nằm dưới vị trí cân bằng ban đầu khi  $\vec{P}$  cùng chiều với  $\vec{F}$  và ngược lại.

+ **Trường hợp 2:**  $F < P$

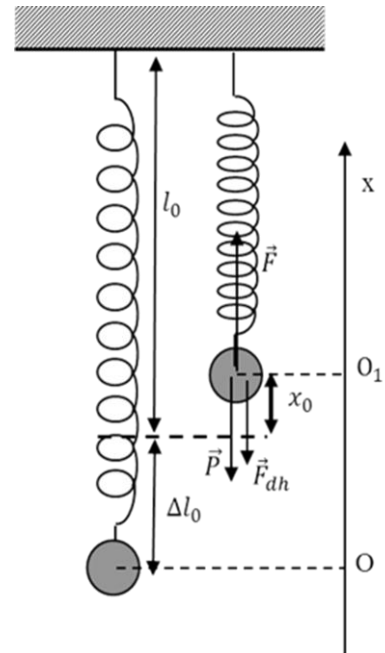
Xét khi  $\vec{F}$  ngược chiều với  $\vec{P}$ . Tại VTCB mới ta có:

$$F_{dh} = F - P \Rightarrow kx_0 = F - mg$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x_0 &= \frac{F}{k} - \frac{mg}{k} \\ &= \frac{F}{k} - \Delta l_0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Vị trí cân bằng mới nằm trên vị trí lò xo không biến dạng và cách vị trí này một đoạn  $x_0 = \frac{F}{k} - \Delta l_0$

\* **Lưu ý:** Khi  $\vec{F}$  cùng chiều với  $\vec{P}$ , độ dịch chuyển VTCB từ O xuống O₂ có kết quả như trường hợp  $F < P$



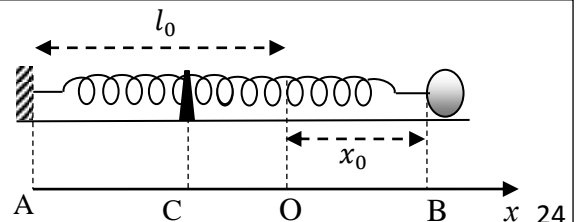
**VÍ DỤ:...**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

+ **Dạng 3:** Giữ cố định một vị trí trên lò xo khi con lắc dao động

**Phương pháp:**

Khi con lắc lò xo đang dao động với chiều dài lúc đó là AB, li độ  $x_0$  và bị giữ lại tại điểm C (xem hình), ta có:



Li độ ( $x_1$ ) và chiều dài tự nhiên mới ( $l_1$ ) của con lắc	Độ cứng ( $k_1$ ) của con lắc lò xo mới	Vị trí cân bằng của lò xo mới cách O một đoạn
$\frac{l_0}{l_1} = \frac{x_0}{x_1} = \frac{AB}{BC}$	$l_1 k_1 = l_0 k_0$ $\Rightarrow k_1 = \frac{l_0}{l_1} k_0 = \frac{AB}{BC} k_0$	$x = l_1 - CO$

VÍ DỤ: ...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 4:** Bài toán liên quan tới va chạm

**Phương pháp:**

- Kiến thức cũ cần nắm:

	Va chạm mềm	Va chạm đàn hồi
Khái niệm	Là va chạm không đàn hồi, sau va chạm hai vật gắn chặt vào nhau và chuyển động cùng với vận tốc giống nhau.	Là va chạm xuất hiện khi hai vật chuyển động cùng phương, sau va chạm hai vật bị biến dạng đàn hồi trong khoảng thời gian rất ngắn, sau đó vật lấy lại hình dạng ban đầu và tiếp tục chuyển động tách rời nhau.
Vận tốc sau va chạm	$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_1}{m_1 + m_2}$	$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ $v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$

- Sự thay đổi chu kỳ và VTCB của dao động sau va chạm. Xét vật dao động có khối lượng  $m_1$

	Va chạm mềm		Va chạm đàn hồi
	CLLX nằm ngang	CLLX nằm thẳng đứng	
Độ dời VTCB	Không đổi	$x_0 = \frac{m_2 g}{k}$	Không đổi
Chu kỳ	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$	Không đổi

VÍ DỤ: ...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 5:** Bài toán hệ 2 vật

Hệ gồm hai vật  $m_1$  và  $m_2$  được đặt cạnh hoặc gắn chặt với nhau hay nối với nhau bằng sợi dây mảnh không dẫn. Bài toán thường khảo sát vấn đề khi hệ đang dao động thì vật không gắn với lò xo bị tách ra khỏi hệ.

**Phương pháp:**

- Các kiến thức cần nhớ:

	Chuyển động đều	Chuyển động thẳng biến đổi đều	Rơi tự do
Vận tốc	$v = \frac{S}{t}$	$v = v_0 + at$	$v = \sqrt{2gh}$ $v = gt$

<b>Gia tốc</b>	$a = 0$	$a = \frac{v - v_0}{\Delta t}$	$a = g$
<b>Quãng đường</b>	$S = vt$	$\left[ \begin{array}{l} S = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \\ S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \end{array} \right.$	$S = h = \frac{1}{2}gt^2$

- Đối với hệ CLLX nằm thẳng đứng, khi vật bị tách khỏi hệ dao động thì chu kỳ và VTCB sẽ có sự thay đổi. Cụ thể:

	<b>Chu kỳ</b>	<b>VTCB</b>
<b>Trước khi vật bị tách</b>	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$	$\Delta l_0 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$
<b>Sau khi vật bị tách</b>	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$	$\Delta l_0 = \frac{m_1g}{k}$

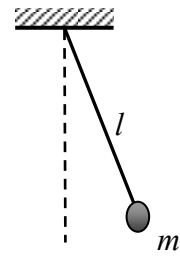
**VÍ DỤ:...**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM  
TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP NÂNG CAO**

### III) CON LẮC ĐƠN (CLĐ)

#### a) Đặc điểm:

- **Cấu tạo:** CLĐ gồm một vật nhỏ, khối lượng  $m$  treo ở đầu của một sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể và có chiều dài  $l$ . Đầu còn lại của sợi dây được treo tại một điểm cố định.



#### b) Các tính chất:

- **Phương trình dao động:** Khi biên độ góc  $\alpha_0$  đủ nhỏ ( $\alpha_0 \leq 10^\circ$ ) thì vật sẽ dao động điều hòa trên cung có độ dài  $2S_0$ .

$$s = S_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Vì } s = \alpha l \Rightarrow \alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Trong đó: } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

\* **Nhận xét:** Chu kỳ dao động của CLĐ phụ thuộc vào nhiệt độ, vị trí địa lí, chiều cao và chiều sâu, không phụ thuộc vào khối lượng của

#### - Các tính chất về lực:

+ Thành phần lực  $P_t$  của  $P$  đóng vai trò là lực hồi phục (lực kéo về), có phương vuông góc với quỹ đạo chuyển động của vật.

$$P_t = \begin{cases} -P \sin \alpha = -mg \sin \alpha & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ -mg \alpha = -mg \frac{s}{l} = -m\omega^2 s & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$$

+ Hợp lực của lực căng dây  $T$  và  $P_n$  là lực hướng tâm  $F_{ht}$ , có tác dụng giữ cho vật chuyển động trên cung tròn.

$$\begin{cases} F_{ht} = T - P_n = ma_{ht} & \Rightarrow \text{Tại biên: } T = P_n = P \cos \alpha_0 \text{ (vì ở biên } a_{ht} = 0) \\ T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) & \Rightarrow \begin{cases} T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0) \text{ (Khi vật ở VTCB)} \\ T_{\min} = mg \cos \alpha_0 \text{ (Khi vật ở biên)} \end{cases} \end{cases}$$

#### \* Lưu ý:

+ Khi  $\alpha \leq 10^\circ$ ,  $T = mg(1 - 1,5\alpha^2 + \alpha_0^2)$

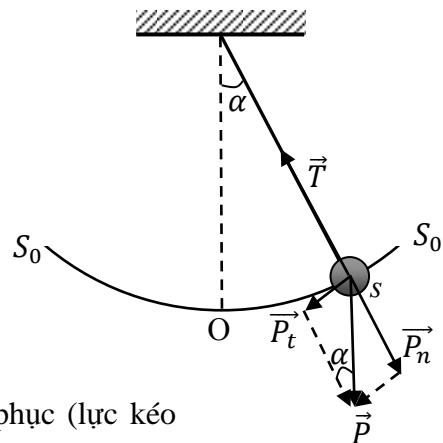
+ Lực tác dụng lên điểm treo của con lắc là lực căng dây  $T$

#### - Các tính chất về vận tốc và gia tốc:

$$+ |v| = \begin{cases} \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} \Rightarrow \begin{cases} |v|_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)} \text{ (ở VTCB)} \\ |v|_{\min} = 0 \text{ (ở biên)} \end{cases} & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)} & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$$

+ Gia tốc của vật là gia tốc tổng hợp của gia tốc hướng tâm và gia tốc tiếp tuyến

$$\begin{cases} a_{ht} = \frac{v^2}{l} \\ a_{tt} = g \sin \alpha \end{cases} \text{ vì } \vec{a}_{ht} \perp \vec{a}_{tt} \Rightarrow a = \sqrt{a_{ht}^2 + a_{tt}^2}$$



\* **Lưu ý:** Khi  $\alpha \leq 10^\circ$  ta có thể xem như vật dao động trên đoạn thẳng và không có gia tốc hướng tâm.

+ Các hệ thức độc lập:

$\vec{s} \perp \vec{v}$	$\vec{v} \perp \vec{a}$	$\vec{v} \perp \vec{F}$	$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{s}$
$\frac{s^2}{S_0^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1 \Rightarrow \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1$	$\frac{v^2}{v_{\max}^2} + \frac{a^2}{a_{\max}^2} = 1$	$\frac{v^2}{v_{\max}^2} + \frac{F_{hp}^2}{F_{hp\max}^2} = 1$	$a = -\omega^2 s$

\* **Lưu ý:** Hai đại lượng  $s$  và  $x$  tương đương nhau nên ta được phép áp dụng tất cả các công thức trong CLLX cho CLĐ bằng cách thay  $x \rightarrow s$ .

### ❖ BÀI TẬP:

+ **Dạng 1:** Xác định các đại lượng cơ bản trong phương trình dao động li độ:  $\alpha_0, S_0, \omega, T, \dots$

**Phương pháp:** Lưu ý các công thức sau:

$$s = \alpha t; \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 2:** Viết phương trình dao động

**Phương pháp:** Ta cần xác định các đại lượng sau:  $S_0, \alpha_0, \omega, \varphi$

Đại lượng	Phương pháp xác định
$S_0, \alpha_0$	$S_0 = \alpha_0 l; S_0 = \frac{v_{\max}}{\omega} = \sqrt{s^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \frac{\text{Chiều dài quỹ đạo cung}}{2}$
$\omega$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{v}{\sqrt{S_0^2 - s^2}} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{S_0}}$
$\varphi$	+ Bước 1: Tính $\varphi$ thông qua công thức: $\cos \varphi = \frac{s}{S_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0}$ + Bước 2: Căn cứ vào dấu của $v$ để chọn $\varphi$ $\begin{cases} v < 0 \Rightarrow \varphi > 0 \\ v > 0 \Rightarrow \varphi < 0 \end{cases}$

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 3:** CLĐ có chiều dài thay đổi (cắt, nối):

**Phương pháp:**

+ Gọi  $l_1, T_1; l_2, T_2$  lần lượt là chiều dài và chu kỳ của 2 CLĐ khác nhau. Khi đó:

Chu kỳ (T) của CLĐ có chiều dài $l = l_1 + l_2$	Chu kỳ (T) của CLĐ có chiều dài $l =  l_1 - l_2 $
$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$	$T = \sqrt{ T_1^2 - T_2^2 }$

+ Gọi  $l_0, T_0$  là chiều dài, chu kỳ ban đầu của con lắc. Khi thay đổi chiều dài con lắc  $l' = l_0 \pm \Delta l$ ,

ta có: 
$$\frac{T_0^2}{T'^2} = \frac{l_0}{l'} = \frac{l_0}{l_0 \pm \Delta l}$$

VÍ DỤ:...

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**  
**TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP 3 DẠNG: 1,2,3**

+ **Dạng 4:** Chu kỳ CLĐ phụ thuộc vào độ cao, độ sâu và vị trí địa lí.

**Phương pháp:**

Chu kỳ con lắc ở nơi có gia tốc trọng trường g	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
Gia tốc trọng trường	$g = G \frac{M}{(R+h)^2}$ ( $G = 6,674 \cdot 10^{-11}$ ; $R = 6400$ (km))
Chu kỳ con lắc khi đưa lên độ cao h	$T' = T_0 \left(1 + \frac{h}{R}\right)$ ( $T_0$ là chu kỳ con lắc tại mặt đất)
Chu kỳ con lắc khi đưa xuống độ sâu d	$T' = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{d}{R}\right)$

VÍ DỤ:...

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

+ **Dạng 5:** Tìm vận tốc, gia tốc và lực căng dây

**Phương pháp:** Áp dụng các công thức liên quan đến vận tốc, gia tốc và lực căng dây

Nhóm công thức tính vận tốc	$+ v = S_0 \omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ $+ v = \omega \sqrt{S_0^2 - s^2}$ $+  v  = \begin{cases} \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \Rightarrow \begin{cases}  v _{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)} & (\text{ở VTCB}) \\  v _{\min} = 0 & (\text{ở biên}) \end{cases} & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)} & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$
Nhóm công thức tính gia tốc	$\begin{cases} a_{ht} = \frac{v^2}{l} \\ a_t = g \sin\alpha \end{cases} \quad \text{vì } \vec{a}_{ht} \perp \vec{a}_t \Rightarrow a = \sqrt{a_{ht}^2 + a_t^2}$
Nhóm công thức tính lực căng dây	$\begin{cases} F_{ht} = T - P_n = ma_{ht} \Rightarrow \text{Tại biên: } T = P_n = P \cos\alpha_0 \text{ (vì ở biên } a_{ht} = 0) \\ T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \Rightarrow \begin{cases} T_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) & (\text{Khi vật ở VTCB}) \\ T_{\min} = mg \cos\alpha_0 & (\text{Khi vật ở biên}) \end{cases} & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ T = mg(1 - 1,5\alpha^2 + \alpha_0^2) & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$ <p>* Lực tác dụng lên điểm treo của con lắc là lực căng dây T</p>

VÍ DỤ:...

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

+ **Dạng 6:** Sự phụ thuộc chu kỳ CLĐ vào nhiệt độ

**Phương pháp:**

Gọi  $\alpha$  là hệ số giãn nở vì nhiệt. Giả sử ban đầu con lắc có chiều dài  $l_1$  và đang ở nhiệt độ  $t_1$ , sau khi thay đổi nhiệt độ sang  $t_2$  thì ta có:

- Chiều dài con lắc khi ở nhiệt độ  $t_2$ :  $l_2 = l_1 + l_1\alpha(t_2 - t_1) = l_1(1 + \alpha\Delta t)$

- Chu kỳ của con lắc khi ở nhiệt độ  $t_1$ :  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$

- Chu kỳ của con lắc khi ở nhiệt độ  $t_2$ :  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l_1(1 + \alpha\Delta t)}{g}}$

$\Rightarrow$  Tỉ số chu kỳ:  $\frac{T'}{T_0} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{1 + \alpha\Delta t} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha\Delta t$

\* **Chú ý:**

Khi đưa CLĐ lên độ cao $h$ có nhiệt độ thay đổi	Khi đưa CLĐ xuống độ sâu $d$ có nhiệt độ không đổi
$\frac{T'}{T_0} = 1 + \frac{h}{R} + \frac{1}{2}\alpha\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{h}{R} + \frac{1}{2}\alpha\Delta t$	$\frac{T'}{T_0} = 1 + \frac{1}{2}\frac{d}{R} + \frac{1}{2}\alpha\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{R} + \alpha\Delta t\right)$

VÍ DỤ:....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 7:** Tìm thời gian đồng hồ chạy nhanh, chậm trong  $t$  giờ

**Phương pháp:**

Thời gian đồng hồ chạy sai trong một chu kỳ			
Khi chỉ thay đổi nhiệt độ	Khi chỉ thay đổi độ cao	Thay đổi cả độ cao và nhiệt độ	Khi chỉ thay đổi chiều dài
$\Delta T = T_0 \cdot \frac{1}{2} \alpha \Delta t$	+ Đưa lên độ cao $h$ : $\Delta T = T_0 \cdot \frac{h}{R}$ + Đưa xuống độ sâu $d$ : $\Delta T = T_0 \cdot \frac{h}{2R}$	+ Đưa lên cao: $\Delta T = T_0 \left( \frac{h}{R} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t \right)$ + Đưa xuống sâu: $\Delta T = \frac{1}{2} T_0 \left( \frac{d}{R} + \alpha \Delta t \right)$	$\Delta T = \frac{1}{2} T_0 \frac{\Delta l}{l_0}$
$\Rightarrow$ Thời gian đồng hồ chạy sai trong $t$ giờ: $\Delta t = \Delta T \cdot \frac{3600t}{T_0}$ ( $T_0$ là chu kỳ đồng hồ chạy đúng)			
* <b>Lưu ý:</b> $\begin{cases} \Delta T > 0: \text{Đồng hồ chạy chậm} \\ \Delta T < 0: \text{Đồng hồ chạy nhanh} \\ \Delta T = 0: \text{Đồng hồ chạy đúng} \end{cases}$			

VÍ DỤ:.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP 4 DẠNG: 4,5,6,7

**b) Năng lượng trong CLĐ:**

+ **Thế năng:** Thế năng của CLĐ do trọng lực sinh ra, theo hình bên ta có:

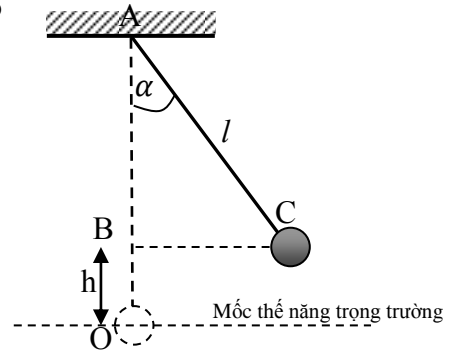
$$W_t = mgh = mg(AO - AB) = mgl(1 - \cos \alpha)$$

+ **Cơ năng:** Cơ năng sẽ bằng thế năng cực đại, do đó:

$$W = W_d + W_t = W_{t_{\max}} = mgl(1 - \cos \alpha_0)$$

+ **Động năng:**

$$W_d = W - W_t = mgl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$



**❖ BÀI TẬP:**

Tổng hợp các công thức về năng lượng trong CLĐ

<b>Động năng</b>	$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \begin{cases} mgl(\cos \alpha - \cos \alpha_0) & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \frac{1}{2}mgl(\alpha_0^2 - \alpha^2) & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$
<b>Thế năng</b>	$W_t = \begin{cases} mgl(1 - \cos \alpha) & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \frac{1}{2}mgl\alpha^2 & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$
<b>Cơ năng</b>	$W = W_d + W_t = \begin{cases} mgl(1 - \cos \alpha_0) & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2 & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$
<b>Li độ tại vị trí có <math>W_d = nW_t</math></b>	$s = \pm \frac{S_0}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}}$

VÍ DỤ:...

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

c) Các dạng toán khác (nâng cao)

+ **Dạng 1:** CLĐ bị vướng đỉnh và hai con lắc trùng phùng

Phương pháp:

Con lắc đơn vướng đỉnh		
Chu kỳ dao động	Mối quan hệ giữa biên độ góc $\alpha_{01}$ và $\alpha_{02}$	Hình vẽ biểu diễn
<p>CLĐ vướng đỉnh sẽ dao động với một nửa chu kỳ ứng với chiều dài l và một nửa chu kỳ ứng với chiều dài l'.</p> $T^* = \frac{T + T'}{2} = \frac{2\pi\sqrt{l}}{2} + \frac{2\pi\sqrt{l'}}{2}$	<p>Theo định luật bảo toàn cơ năng:</p> $W_B = W_C$ $\Leftrightarrow mgl(1 - \cos \alpha_{01}) = mgl'(1 - \cos \alpha_{02})$ $\Leftrightarrow l(1 - \cos \alpha_{01}) = l'(1 - \cos \alpha_{02})$	
<p><b>Chú ý:</b> - Không nên vận dụng công thức tính cơ năng gần đúng do <math>\alpha_{01}</math> nhỏ hơn <math>10^\circ</math> nhưng <math>\alpha_{02}</math> có thể lớn hơn <math>10^\circ</math>.</p>		



- Trường hợp giữ chặt một điểm trên dây treo, CLĐ sẽ dao động với chu kỳ mới ứng với chiều dài  $l'$ .

### Hai con lắc trùng phùng

**Khái niệm:** Hệ gồm 2 con lắc có chu kỳ dao động khác nhau, sau khoảng thời gian  $T$  nào đó thì 2 con lắc cùng lập lại trạng thái cũ được gọi là 2 con lắc trùng phùng, và  $T$  là chu kỳ trùng phùng.

Bài toán về 2 con lắc trùng phùng chỉ tập trung chủ yếu tìm chu kỳ trùng phùng. Sau đây là hai phương pháp xác định:

<b>Phương pháp 1:</b>	<b>Phương pháp 2:</b>
Lập tỉ số chu kỳ dao động của 2 con lắc (cho mọi trường hợp)	Xác định độ chênh lệch chu kỳ của 2 con lắc (Khi $T_1 \approx T_2$ )
Với $T$ là chu kỳ trùng phùng. Ta có: $T = n_1 T_1 = n_2 T_2 \Leftrightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow n_1; n_2$ ( $n_1, n_2$ là hai số nguyên dương nhỏ nhất)	Trong trường hợp hai chu kỳ có giá trị gần bằng nhau và $ T_2 - T_1 $ là ước của $T_1$ hoặc $T_2$ - Giả sử $T_2 > T_1$ . Độ chênh lệch chu kỳ của hai con lắc: $\Delta T = T_2 - T_1$ - Khi trùng phùng, con lắc 1 dao động với số chu kỳ là $n_1$ , con lắc 2 dao động với số chu kỳ là $n_2$ và: $n_1 = n_2 + 1$ . Khi đó: $n_1 = \frac{T_2}{T_2 - T_1}; n_2 = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$ Vậy khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp được xác định như sau $T = n_1 T_1 = n_2 T_2 = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}$

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 2:** CLĐ và các lực lạ

+ Chu kỳ của con lắc đơn trong lực lạ: 
$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g^*}}$$

Ta có:  $\vec{P}^* = \vec{P} + \vec{F}$

Trong đó:  $\vec{P}^*$  là trọng lực biểu kiến khi xuất hiện lực lạ  $\vec{F}$

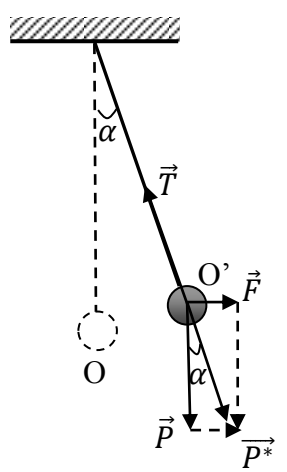
$\Rightarrow$  Gia tốc trọng lực biểu kiến của vật khi xuất hiện lực lạ: 
$$\vec{g}^* = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$$

+ Lực lạ có phương thẳng đứng: 
$$g^* = g \pm \frac{F}{m}$$

+ Lực lạ có phương vuông góc với trọng lực:  
Gia tốc biểu kiến: 
$$g^* = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}$$

Góc lệch dây treo tại VTCB mới  $O'$ : 
$$\tan \alpha = \frac{F}{P}$$

+ Lực lạ có phương xiên: 
$$\frac{F}{m} = \sqrt{g^2 + g^{*2} - 2gg^* \cos \alpha}$$



VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 3:** Bài toán va chạm

**Phương pháp:** Xem lý thuyết và va chạm trong dạng 4 (nâng cao) trong CLLX.

\* **Lưu ý:**

+ Trong cả va chạm mềm lẫn đàn hồi, chu kỳ con lắc không đổi.

+ Độ cao cực đại vật đạt được (mốc thế năng ở vị trí vật nặng thấp nhất):

$$h_{\max} = \frac{v_{\max}^2}{2g}$$

**VÍ DỤ:.....**

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP CÁC DẠNG NÂNG CAO

**d) Tổng hợp kiến thức**

- **Phương trình dao động:**  $s = S_0 \cos(\omega t + \varphi)$ ;  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

- **Tần số góc:**  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

- **Mối quan hệ giữa li độ góc và li độ cung:**  $s = \alpha l$

- **Lực hồi phục:**  $P_t = \begin{cases} -P \sin \alpha = -mg \sin \alpha & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ -mg\alpha = -mg \frac{s}{l} = -m\omega^2 s & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$

- **Lực hướng tâm:** là hợp lực của lực căng dây  $\vec{T}$  và lực thành phần  $\vec{P}_n$ :  $F_{ht} = T - P_n$

- **Lực căng dây:**

$$T = \begin{cases} mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) \Rightarrow \begin{cases} T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0) & (\text{Khi vật ở VTCB}) \\ T_{\min} = mg \cos \alpha_0 & (\text{Khi vật ở biên}) \end{cases} & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ mg(1 - 1,5\alpha^2 + \alpha_0^2) & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$$

- **Vận tốc của vật:**

$$+ v = S_0 \omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$+ v = \omega \sqrt{S_0^2 - s^2}$$

$$+ |v| = \begin{cases} \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} \Rightarrow \begin{cases} |v|_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)} & (\text{ở VTCB}) \\ |v|_{\min} = 0 & (\text{ở biên}) \end{cases} & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)} & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$$

- **Gia tốc của vật:**  $\begin{cases} a_{ht} = \frac{v^2}{l} \\ a_{tt} = g \sin \alpha \end{cases}$  vì  $\vec{a}_{ht} \perp \vec{a}_{tt} \Rightarrow a = \sqrt{a_{ht}^2 + a_{tt}^2}$

- **Các hệ thức độc lập:**

$\vec{s} \perp \vec{v}$	$\vec{v} \perp \vec{a}$	$\vec{v} \perp \vec{F}$	$\vec{a} \updownarrow \vec{s}$
$\frac{s^2}{S_0^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1 \Rightarrow \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} + \frac{v^2}{v_{\max}^2} = 1$	$\frac{v^2}{v_{\max}^2} + \frac{a^2}{a_{\max}^2} = 1$	$\frac{v^2}{v_{\max}^2} + \frac{F_{hp}^2}{F_{hp \max}^2} = 1$	$a = -\omega^2 s$

- **Chu kỳ con lắc khi g, l, t thay đổi:**

- + Chu kỳ con lắc có chiều dài  $l = l_1 + l_2$ :  $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$
- + Chu kỳ con lắc có chiều dài  $l = |l_1 - l_2|$ :  $T = \sqrt{|T_1^2 - T_2^2|}$
- + Chu kỳ con lắc có chiều dài thay đổi một đoạn nhỏ  $l' = l_0 \pm \Delta l$ :  $T' = T_0 \sqrt{\frac{(l' \pm \Delta l)}{l_0}}$
- + Chu kỳ con lắc khi đưa lên độ cao  $h$ :  $T' = T_0 \left(1 + \frac{h}{R}\right)$
- + Chu kỳ con lắc khi đưa xuống độ sâu  $d$ :  $T' = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{d}{R}\right)$
- + Chu kỳ con lắc khi thay đổi nhiệt độ:  $T' = T_0 \sqrt{1 + \alpha \Delta t}$
- + Chu kỳ con lắc khi đưa lên độ cao  $h$  có nhiệt độ thay đổi:  $T' = T_0 \left(1 + \frac{h}{R} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t\right)$
- + Chu kỳ con lắc khi đưa xuống độ sâu  $d$  có nhiệt độ thay đổi:  $T' = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h}{R} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t\right)$

- Thời gian sai lệch con lắc đồng hồ trong  $t$  giờ:

Thời gian đồng hồ chạy sai trong một chu kỳ			
Khi chỉ thay đổi nhiệt độ	Khi chỉ thay đổi độ cao	Thay đổi cả độ cao và nhiệt độ	Khi chỉ thay đổi chiều dài
$\Delta T = T_0 \cdot \frac{1}{2} \alpha \Delta t$	+ Đưa lên độ cao $h$ : $\Delta T = T_0 \cdot \frac{h}{R}$ + Đưa xuống độ sâu $d$ : $\Delta T = T_0 \cdot \frac{d}{2R}$	+ Đưa lên cao: $\Delta T = T_0 \left( \frac{h}{R} + \frac{1}{2} \alpha \Delta t \right)$ + Đưa xuống sâu: $\Delta T = \frac{1}{2} T_0 \left( \frac{d}{R} + \alpha \Delta t \right)$	$\Delta T = \frac{1}{2} T_0 \frac{\Delta l}{l_0}$
$\Rightarrow$ Thời gian đồng hồ chạy sai trong $t$ giờ: $\Delta t = \Delta T \cdot \frac{3600t}{T_0}$ (s) ( $T_0$ là chu kỳ đồng hồ chạy đúng)			
* Lưu ý: $\begin{cases} \Delta T > 0: \text{Đồng hồ chạy chậm} \\ \Delta T < 0: \text{Đồng hồ chạy nhanh} \\ \Delta T = 0: \text{Đồng hồ chạy đúng} \end{cases}$			

- Năng lượng của vật:

<b>Động năng</b>	$W_d = \frac{1}{2} m v^2 = \begin{cases} mgl(\cos \alpha - \cos \alpha_0) & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \frac{1}{2} mgl(\alpha_0^2 - \alpha^2) & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$
<b>Thế năng</b>	$W_t = \begin{cases} mgl(1 - \cos \alpha) & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \frac{1}{2} mgl\alpha^2 & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$
<b>Cơ năng</b>	$W = W_d + W_t = \begin{cases} mgl(1 - \cos \alpha_0) & (\text{khi } \alpha > 10^\circ) \\ \frac{1}{2} mgl\alpha_0^2 & (\text{khi } \alpha \leq 10^\circ) \end{cases}$
<b>Li độ tại vị trí có <math>W_d = nW_t</math></b>	$s = \pm \frac{S_0}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}}$

❖ **BÀI TẬP:.....**

**TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP CLĐ**  
**TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP CLLX,CLĐ**

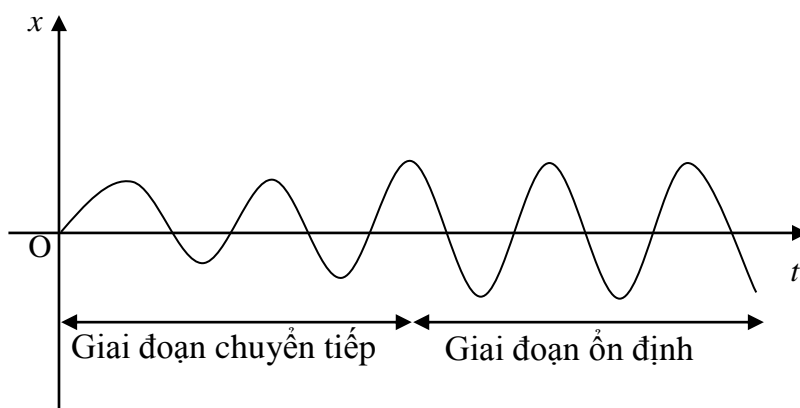
#### IV) DAO ĐỘNG TẮT DẦN, DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC

##### a) Các loại dao động:

	Khái niệm	Đặc điểm
<b>Dao động tắt dần</b>	Là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian do ma sát, lực cản và độ nhớt của môi trường.	- Không phải là dao động điều hòa. - Dao động tắt dần càng nhanh khi ma sát, lực cản và độ nhớt của môi trường càng lớn.
<b>Dao động duy trì</b>	Là dao động tắt dần được bổ sung năng lượng trong mỗi chu kỳ để bù đắp lại năng lượng mất đi.	- Chu kỳ của hệ không thay đổi khi bổ sung năng lượng.
<b>Dao động cưỡng bức</b>	Là dao động dưới sự tác dụng của ngoại lực cưỡng bức biến thiên điều hòa. $F = F_0 \cos(\omega t + \varphi)$	- Là dao động điều hòa - Tần số dao động cưỡng bức bằng tần số của ngoại lực - Biên độ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào biên độ ngoại lực và tỉ lệ nghịch với độ chênh lệch giữa tần số của dao động riêng và tần số của ngoại lực.

##### \* Lưu ý:

- Khi một vật dao động chỉ phụ thuộc vào các đặc tính của hệ mà không chịu bất kỳ ảnh hưởng của yếu tố bên ngoài nào được gọi là dao động tự do.
- Dao động duy trì và dao động cưỡng bức là 2 cách để kéo dài một dao động tắt dần.
- Dao động cưỡng bức trải qua 2 giai đoạn: Giai đoạn chuyển tiếp và giai đoạn ổn định



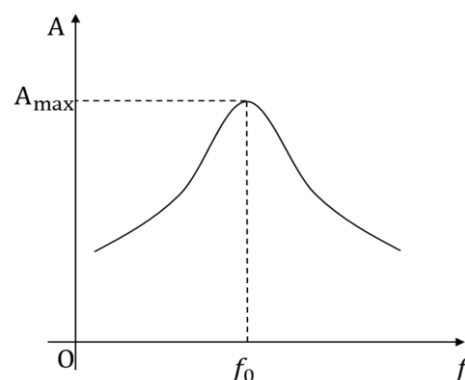
##### b) Hiện tượng cộng hưởng:

Khi tần số của ngoại lực cưỡng bức ( $f$ ) bằng tần số riêng ( $f_0$ ) của hệ thì hệ sẽ dao động với biên độ lớn nhất, được gọi là hiện tượng cộng hưởng.

Điều kiện  $f = f_0$  được gọi là điều kiện cộng hưởng.

##### \* Lưu ý:

- + Đỉnh cực đại (hình vẽ) của đồ thị càng nhọn khi lực cản môi trường càng nhỏ.
- + Hiện tượng cộng hưởng xảy ra càng rõ khi lực cản môi trường càng nhỏ



❖ **BÀI TẬP:...**

+ **Dạng 1:** Lý thuyết về các dao động

**Phương pháp:** Nắm vững lý thuyết, hiểu rõ bản chất của từng dao động

**VÍ DỤ:...**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

+ **Dạng 2:** Dao động cưỡng bức, hiện tượng cộng hưởng

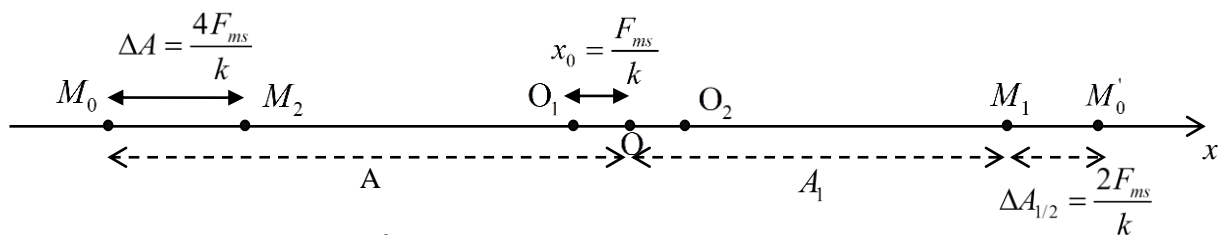
**Phương pháp:** Xem lại lý thuyết về dao động cưỡng bức và hiện tượng cộng hưởng

**VÍ DỤ:...**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

+ **Dạng 3 (nâng cao):** Dao động tắt dần

**Phương pháp:** Khảo sát quá trình biến đổi trong chu kỳ đầu tiên



Trong đó:  $M_0$  là vị trí ban đầu của vật.

$M_1, M_2$  là vị trí vật sau nửa chu kỳ và sau chu kỳ đầu tiên.

$O$  là VTCB khi không có lực ma sát.

$O_1, O_2$  là hai VTCB mới trong dao động tắt dần, cách  $O$  một đoạn  $x_0$ .

- **Độ giảm biên độ sau nửa chu kỳ:**

Gọi  $A_1$  là biên độ còn lại sau nửa chu kỳ. Áp dụng định luật năng lượng ta có

$$\Delta W_{\text{giảm}} = A_{F_{ms}} \Leftrightarrow W - W_{1/2T} = F_{ms} S$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} k (A^2 - A_1^2) = F_{ms} (A + A_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} k (A - A_1) = F_{ms}$$

$$\Rightarrow A - A_1 = \Delta A_{1/2T} = \frac{2F_{ms}}{k} = \text{const}$$

- **Độ giảm biên độ sau một chu kỳ:**

Cứ sau nửa chu kỳ, biên độ dao động tiến lại gần VTCB một đoạn:

$$\Delta A_{T/2} = \frac{2F_{ms}}{k}$$

$$\Rightarrow \text{độ giảm biên độ sau một chu kỳ: } \Delta A_{1T} = 2\Delta A_{1/2T} = \frac{4F_{ms}}{k}.$$

- **Độ dịch chuyển VTCB mới:**

$$\text{Tại } O_1, O_2 \text{ ta có: } F_{dh} = F_{ms} \Rightarrow x_0 = \frac{F_{ms}}{k}.$$

Vật dao động quanh hai VTCB mới  $O_1$  và  $O_2$  với  $O_1$  ứng với nửa chu kỳ lẻ và  $O_2$  ứng với nửa chu kỳ chẵn. Vật sẽ dừng lại trong đoạn  $O_1 O_2$ .

➤ **Các kết quả quan trọng:**

- Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k}$

- Số dao động vật thực hiện được đến khi dừng lại:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu g}$

⇒ Số lần vật qua VTCB (O) là  $2N$ .

- Thời gian vật dao động đến khi dừng lại:  $\Delta t = N.T$

- Quãng đường vật đi được cho đến khi dừng lại:  $\frac{1}{2}kA^2 = F_{ms} \cdot S \Rightarrow S = \frac{kA^2}{2F_{ms}}$

- Độ dịch chuyển vị trí cân bằng:  $x_0 = \frac{F_{ms}}{k}$

+ Biên độ dao động trong nửa chu kì đầu là:  $A_1 = A - x_0$

+ Biên độ dao động trong nửa chu kì thứ 2 là:  $A_2 = A - 3x_0$

+ Biên độ dao động trong nửa chu kì thứ 3 là:  $A_3 = A - 5x_0$

+ Biên độ dao động trong nửa chu kì thứ 4 là:  $A_4 = A - 7x_0$

.....

- Vận tốc lớn nhất trong quá trình dao động:  $v = (A - x_0)\omega$

**VÍ DỤ:...**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM  
TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP DẠNG: 1,2,3**

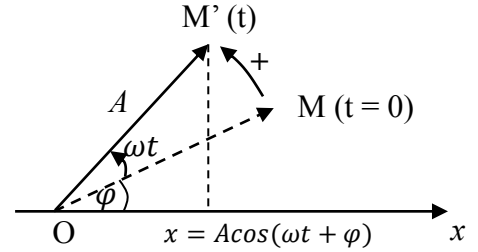
## V) TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

### a) Vecto quay:

Một vecto có độ lớn là  $A$ , khi quay theo chiều dương của đường tròn lượng giác với vận tốc góc là  $\omega$  thì hình chiếu từ đỉnh vecto lên trục hoành là một dao động điều hòa có phương trình:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Như vậy, 1 dao động điều hòa được biểu diễn bằng 1 vecto quay.



### b) Giải đồ vecto:

- Xét 2 dao động điều hòa:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ (được biểu diễn bằng vecto quay } \vec{A}_1 \text{)}$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \text{ (được biểu diễn bằng vecto quay } \vec{A}_2 \text{)}$$

- Phương trình dao động tổng hợp có dạng:

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

Như vậy, vecto quay của dao động tổng hợp là vecto tổng của 2 vecto  $\vec{A}_1$  và  $\vec{A}_2$ .

Từ hình bên ta có:

+ Biên độ dao động tổng hợp:

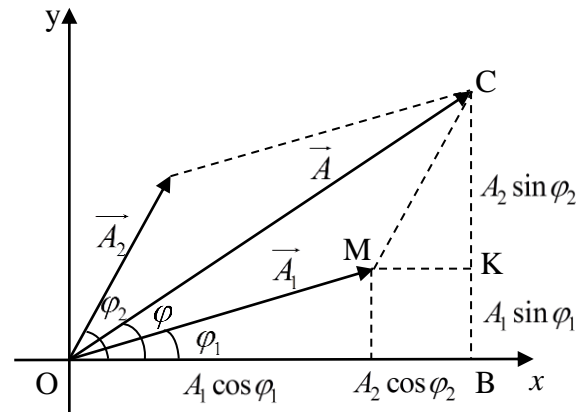
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

+ Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

Ta có thành phần dao động trên 2 trục:

$$\begin{cases} \text{Trục tung: } A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 \\ \text{Trục hoành: } A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



\* Lưu ý:

- Biên độ tổng hợp có thể được tính theo công thức:

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

- Trường hợp khi ta biết dao động tổng hợp và 1 trong 2 dao động thành phần thì dao động thành phần còn lại được xác định như sau:

Giả sử dao động thành phần còn lại là  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Ta có:

$$\begin{cases} \text{Xét } \Delta OMC: A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1) \\ \text{Xét } \Delta MKC: \tan \varphi_2 = \frac{CK}{MK} = \frac{A \sin \varphi - A_1 \sin \varphi_1}{A \cos \varphi - A_1 \cos \varphi_1} \end{cases}$$

- Nếu dao động tổng hợp nhiều hơn 2 dao động thành phần, ta vẫn có:

$$\begin{cases} A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots + A_n \sin \varphi_n \\ A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots + A_n \cos \varphi_n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A^2 = A_x^2 + A_y^2 \\ \tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots + A_n \sin \varphi_n}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots + A_n \cos \varphi_n} \end{cases}$$



### c) Ảnh hưởng của độ lệch pha

- Hai dao động cùng pha ( $\Delta\varphi = 2k\pi$ ):  $A = A_{\max} = A_1 + A_2$
  - Hai dao động ngược pha [ $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ ]:  $A = A_{\min} = |A_1 - A_2|$
  - Hai dao động vuông pha [ $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ ]:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$
- Như vậy:  $A_{\min} \leq A \leq A_{\max} \Leftrightarrow |A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$

#### ❖ BÀI TẬP:

+ **Dạng 1:** Tìm biên độ, pha dao động và viết phương trình dao động

#### Phương pháp:

Xác định A	Xác định $\varphi$
$+ A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$ $+ A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \sqrt{\frac{2W}{K}}$	$+ \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$
$+ \begin{cases} A = A_1 + A_2 & (\Delta\varphi = 2k\pi) \\ A =  A_1 - A_2  & [\Delta\varphi = (2k+1)\pi] \\ A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} & [\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}] \end{cases}$	
$+  A_1 - A_2  \leq A \leq A_1 + A_2$	

VÍ DỤ:...

#### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 2:** Tìm vận tốc, gia tốc và năng lượng

Phương pháp: Vận dụng các công thức liên quan tới vận tốc, gia tốc và năng lượng trong các bài trước.

VÍ DỤ:...

#### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 3:** Viết phương trình dao động thành phần

#### Phương pháp:

- Nếu biết dao động tổng hợp và 1 trong 2 dao động thành phần, dao động thành phần còn lại được xác định như sau:

$$\text{Giả sử dao động thành phần còn lại là } x_2: \begin{cases} A_2 = \sqrt{A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1)} \\ \tan \varphi_2 = \frac{A \sin \varphi - A_1 \sin \varphi_1}{A \cos \varphi - A_1 \cos \varphi_1} \end{cases}$$

- Tìm  $x_1, x_2, x_3$  khi biết  $x_{12}, x_{23}, x_{13}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 \\ x_{13} = x_1 + x_3 \\ x_{23} = x_2 + x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{(x_{12} + x_{13} - x_{23})}{2} \\ x_2 = \frac{(x_{12} + x_{23} - x_{13})}{2} \\ x_3 = \frac{(x_{13} + x_{23} - x_{12})}{2} \end{cases}$$

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP 3 DẠNG:1,2,3

❖ Các dạng nâng cao:

+ **Dạng 4:** Cực trị trong dao động tổng hợp

**Phương pháp:** Bài toán này chủ yếu dùng giản đồ vectơ và các hệ thức lượng trong tam giác

**Bước 1:** Vẽ giản đồ vector cho các vector  $\vec{A}, \vec{A}_1, \vec{A}_2$

**Bước 2:** Sử dụng định lý Cosin trong tam giác:

$$\frac{A_1}{\sin\alpha} = \frac{A_2}{\sin\beta} = \frac{A}{\sin\gamma}$$

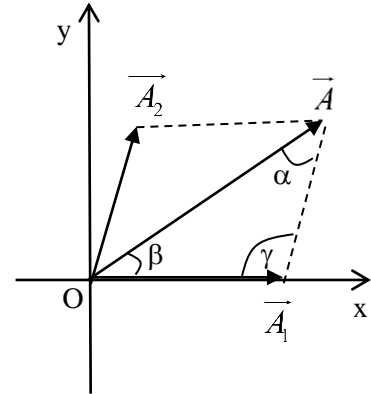
**Bước 3:** Dựa vào yêu cầu của bài toán tìm các đại lượng liên quan:

- Xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của  $A, A_1, A_2$
- Xác định pha ban đầu  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi$

\* **Lưu ý:**

+ Giá trị lớn nhất của  $\sin x = 1$  khi  $x = \frac{\pi}{2}$ .

+ Có thể sử dụng bất đẳng thức Cauchy, bất đẳng thức trong tam giác... để giải các bài toán liên quan tới cực trị trong tổng hợp dao động điều hòa.



VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 5:** Bài toán liên quan tới li độ

**Phương pháp:** Một số công thức thường được sử dụng để giải bài toán li độ:

- Phương trình li độ của chất điểm dao động điều hòa:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

- Hệ thức độc lập với thời gian:

$$x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$$

- Vị trí của vật tại thời điểm động năng bằng n lần thế năng:

$$x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$$

- Biểu thức elip khi đại lượng có 2 phương trình thành phần, hoặc 2 giá trị tức thời vuông pha

+ Xét hai dao động điều hòa:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi)$  và  $x_2 = A_2 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = -A_2 \sin(\omega t + \varphi)$ .

Khi đó ta có:

$$\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1$$

+ Xét phương trình dao động:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ , giữa 2 thời điểm có:  $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$ . Khi đó

$$\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{x_2^2}{A^2} = 1$$

\* **Lưu ý:** Đối với các đại lượng như vận tốc, gia tốc... ta vẫn có kết quả tương tự

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### VI) MỘT SỐ DẠNG TOÁN KHÁC

a) Bài toán về đồ thị trong dao động cơ:

**Phương pháp:** Quan sát đồ thị và xác định các đại lượng sau

<b>Xác định A</b>	Là khoảng cách từ đỉnh đồ thị tới đường cân bằng (thường là trục Ox)
<b>Xác định pha ban đầu</b>	<p>+ <b>Bước 1:</b> Tìm giao điểm của đồ thị với trục tung <math>\Rightarrow x_0</math></p> <p>+ <b>Bước 2:</b> Tính <math>\varphi</math> thông qua công thức: <math>\cos \varphi = \frac{x_0}{A}</math></p> <p>+ <b>Bước 3:</b> Xác định dấu của <math>\varphi</math> thông qua phần đồ thị sau giao điểm của đồ thị với trục tung:</p> $\begin{cases} \text{Đồ thị đi lên:} & \varphi < 0 \\ \text{Đồ thị đi lên xuống:} & \varphi > 0 \end{cases}$
<b>Xác định chu kỳ</b>	Quan sát khoảng cách giữa 2 điểm mà trạng thái sau đó bắt đầu lặp lại $\Rightarrow$ chu kỳ T là khoảng thời gian giữa 2 điểm đó

VÍ DỤ:...

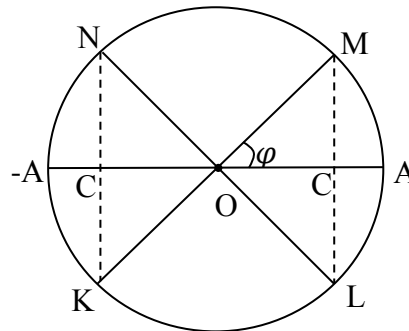
### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

b) Xác định khoảng thời gian để độ lớn li độ, vận tốc, gia tốc không vượt quá giá trị cho trước

**Phương pháp:**

- + **Bước 1:** Tính tần số góc
- + **Bước 2:** Gọi C là vị trí tại đó vật có li độ, vận tốc hoặc gia tốc có giá trị cho trước
- + **Bước 3:** Xác định độ lớn  $\varphi$  từ công thức:

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{x}{A} & (\text{đối với li độ}) \\ \cos \varphi = \frac{a}{a_{\max}} & (\text{đối với gia tốc}) \\ \sin \varphi = \frac{v}{v_{\max}} & (\text{đối với vận tốc}) \end{cases}$$



+ **Bước 4:** Xác định thời gian cần tìm

Đối với li độ và gia tốc	Đối với vận tốc
Thời gian vật không vượt quá giá trị cho trước là khi chất điểm chuyển động trên cung MN và KL ( $MN = KL$ ), tương ứng với góc quét: $\alpha = 2\pi - 4\varphi$ $\Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{2\pi - 4\varphi}{\omega}$	Thời gian vật không vượt quá giá trị cho trước chất điểm chuyển động trên cung LM và NK ( $LM = NK$ ), tương ứng với góc quét: $\alpha = 4\varphi$ $\Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{4\varphi}{\omega}$

\* Lưu ý:

+ Dạng toán này có thể yêu cầu tính A,  $\omega$ ,...

+ Để xác định thời gian độ lớn li độ, vận tốc, gia tốc không nhỏ hơn giá trị cho trước thì ta chỉ cần lấy chu kỳ T trừ cho thời gian độ lớn li độ, vận tốc, gia tốc không vượt quá giá trị cho trước

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### c) Bài toán 2 chất điểm dao động

Trong bài toán này ta thường gặp 2 dạng

+ **Dạng 1:** Tìm thời điểm và số lần 2 vật gặp nhau

**Phương pháp:** Có vài cách tiếp cận bài toán này, tuy nhiên cách tổng quát và phổ biến nhất là dùng phương pháp giải phương trình lượng giác.

- **Bước 1:** Xác định phương trình dao động của 2 chất điểm  $x_1, x_2$ .

- **Bước 2:** Cho  $x_1 = x_2$  để tìm thời điểm và số lần 2 vật gặp nhau

\* **Lưu ý:** Để biết được khi 2 chất điểm gặp nhau cùng chiều hay ngược chiều ta chỉ cần lần lượt thế t từ phương trình  $x_1 = x_2$  vào phương trình vận tốc của 2 chất điểm để xem chúng cùng chiều hay ngược chiều.

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

+ **Dạng 2:** Khoảng cách giữa 2 vật

**Phương pháp:**

Xét hai phương trình dao động của hai chất điểm trên cùng một phương có chung vị trí cân bằng:

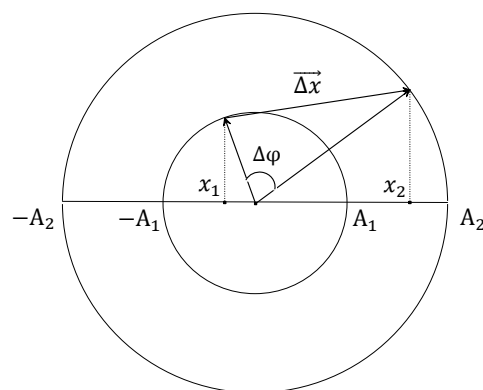
$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Hiệu khoảng cách giữa hai chất điểm (hình chiếu của  $\vec{\Delta x}$  trên phương dao động) là một dao động điều hòa:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \Delta x_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó:  $\Delta x_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta \varphi}$



\* **Lưu ý:**

- Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm có thể tính trực tiếp từ hiệu của hai phương trình dao động ban đầu:

$$\Delta x_{\max} = \text{GTLN}(A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) - A_2 \cos(\omega t + \varphi_2))$$

-  $\Delta x_{\max}$  khi  $\vec{\Delta x}$  song song với phương dao động.

-  $\Delta x_{\min} = 0$  (hai vật gặp nhau) khi  $\vec{\Delta x}$  vuông góc với phương dao động.

VÍ DỤ:...

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP DẠNG BÀI TOÁN VỀ 2 CHẤT ĐIỂM

#### VII) TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP CẢ CHƯƠNG