

HÌNH HỌC 12

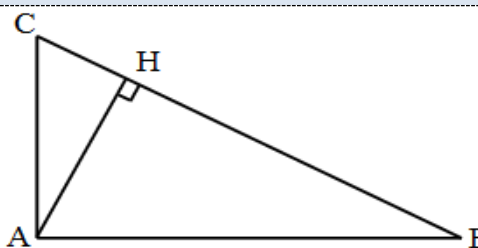
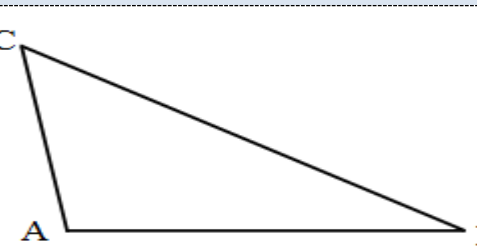
CHUYÊN ĐỀ:
KHỐI ĐA DIỆN



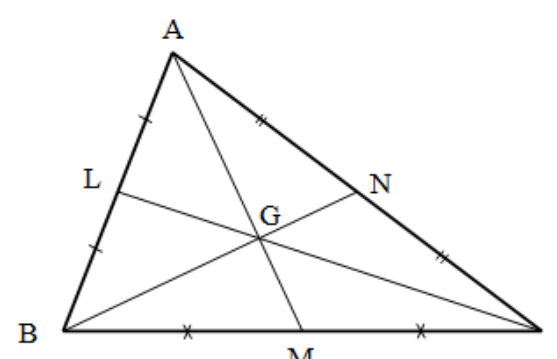
A- KIẾN THỨC BỔ TRỢ CHO CHUYÊN ĐỀ

I) HÌNH HỌC PHẪNG

a) Các hệ thức trong tam giác

Đối với tam giác vuông	Đối với tam giác thường
	
- Nhóm công thức tính cạnh: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $AB^2 = BH.BC$ $AC^2 = CH.BC$ -Nhóm công thức tính đường cao: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ $AH^2 = CH.BH$ $AH.BC = AB.AC$	-Định lý cos: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC \cos A$ $AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2BC.AB \cos B$ $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC \cos C$ -Định lý sin: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} = 2R$ (R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

b) Các tính chất về đường trung tuyến của tam giác:

- Độ dài đường trung tuyến: $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$ $BN^2 = \frac{BC^2 + BA^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$ $CL^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4}$	
(Bình phương đường trung tuyến bằng 1 nửa tổng bình phương 2 cạnh kề trừ cho 1 phần tư bình phương cạnh còn lại) - Trọng tâm của tam giác: Là giao điểm của 3 đường trung tuyến. Độ dài từ đỉnh tam giác tới trọng tâm bằng 2/3 độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh đó. $AG = \frac{2}{3} AM ; BG = \frac{2}{3} BN ; CG = \frac{2}{3} CL$	

* Lưu ý:

- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến kẻ từ đỉnh góc vuông có độ dài bằng 1 nửa cạnh huyền; khi đó trung điểm cạnh huyền chính là tâm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác.
- Đoạn thẳng nối trung điểm 2 cạnh của tam giác là đường trung bình của tam giác. (Khi đề bài cho trung điểm của cạnh ta cần hết sức để ý tới việc vận dụng tính chất đường trung bình).

c) Các công thức tính diện tích tam giác

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH.BC = \frac{1}{2} BK.AC = \frac{1}{2} CQ.AB$
--

$$- S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC \sin A = \frac{1}{2} CA.CB. \sin C = \frac{1}{2} BA.BC. \sin B$$

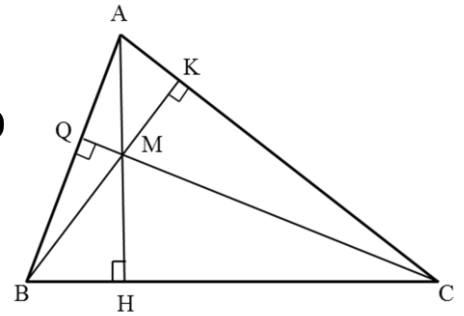
$$- S_{\Delta ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4R} \quad (R \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp } \Delta)$$

$$- S_{\Delta ABC} = p.r$$

Trong đó: $p = \frac{AB + AC + BC}{2}$ (1 nửa chu vi của tam giác)

r là bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác

$$- S_{\Delta ABC} = \sqrt{p.(p-AB).(p-AC).(p-BC)} \quad (\text{Công thức Heron})$$



*** Lưu ý:**

- Đối với tam giác vuông, diện tích tam giác bằng $\frac{1}{2}$ tích 2 cạnh góc vuông.

- Đối với tam giác đều cạnh a , chiều cao h :

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

- Hệ thức cạnh và chiều cao tương ứng: Trong một tam giác, các tích của đường cao với cạnh tương ứng luôn bằng nhau.

$$AH.BC = BK.AC = CQ.AB$$

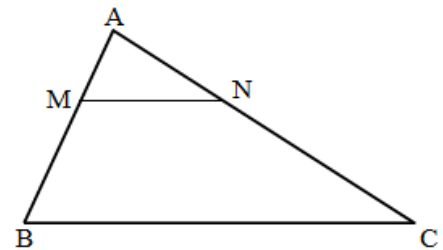
d) Định lí Talet

ΔABC có $MN \parallel BC$, ta có:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

*** Lưu ý:** Đường trung bình là một trường hợp đặc biệt của định lí Talet.



e) Diện tích của các loại tứ giác:

- **Diện tích hình vuông có cạnh a :** Bằng bình phương của cạnh

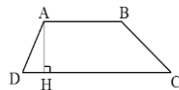
$$S = a^2$$

- **Diện tích hình chữ nhật có chiều dài là a , chiều rộng là b :** Bằng dài nhân rộng

$$S = a.b$$

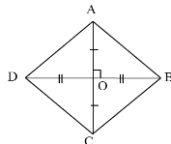
- **Diện tích hình thang:** Bằng 1 nửa tổng 2 đáy nhân với chiều cao

$$S = \frac{(AB + CD).AH}{2}$$



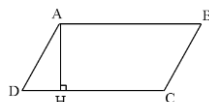
- **Diện tích hình thoi:** Bằng $\frac{1}{2}$ tích 2 đường chéo

$$S = \frac{1}{2} AC.BD$$



- **Diện tích hình bình hành:** Bằng đáy nhân chiều cao

$$S = AH.CD$$



*** Lưu ý:**

- Đường chéo của hình vuông cạnh a là $a\sqrt{2}$

- Diện tích đường tròn bán kính R :

$$S = \pi R^2$$

- Chu vi đường tròn bán kính R :

$$C = 2\pi R$$

II) HÌNH HỌC KHÔNG GIAN LỚP 11

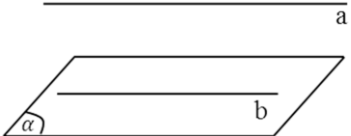
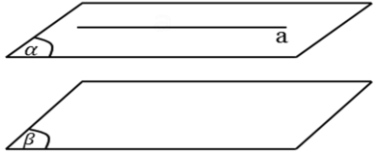
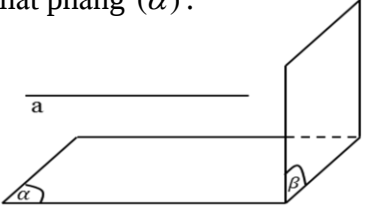
1) QUAN HỆ SONG SONG

a) Đường thẳng song song với mặt phẳng:

+ Định nghĩa:

Đường thẳng và mặt phẳng được gọi là song song khi chúng không có điểm chung nào

+ Các phương pháp chứng minh:

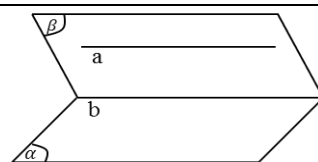
Phương pháp 1 (Phương pháp chính)	Phương pháp 2	Phương pháp 3
Nếu đường thẳng a không nằm trên mặt phẳng (α), và song song với đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (α) thì a song song với (α).  $\begin{cases} a \not\subset (\alpha) \\ a \parallel b \\ b \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (\alpha)$	Nếu 2 mặt phẳng (α) và (β) song song nhau, thì đường thẳng a bất kì thuộc mặt phẳng (α) cũng sẽ song song với mặt phẳng (β).  $\begin{cases} a \subset (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (\beta)$	Nếu như đường thẳng a và mặt phẳng (α) cùng vuông góc với đường thẳng hoặc mặt phẳng khác thì a sẽ song song với mặt phẳng (α).  $\begin{cases} a \perp (\beta) \\ (\alpha) \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (\alpha)$

* Lưu ý:

Ta còn dùng mối quan hệ song song giữa đường thẳng và mặt phẳng để chứng minh 2 đường thẳng song song.

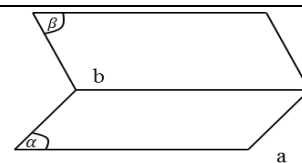
- Định lý 1:

Gọi b là giao tuyến của 2 mặt phẳng (α) và (β) , nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và song song với (β) thì a cũng song song với b .



- Định lý 2:

Nếu 2 mặt phẳng (α) và (β) giao nhau tại b và cùng song song với đường thẳng a (a không nằm trong mặt phẳng (α) và (β)) thì a song song với b .

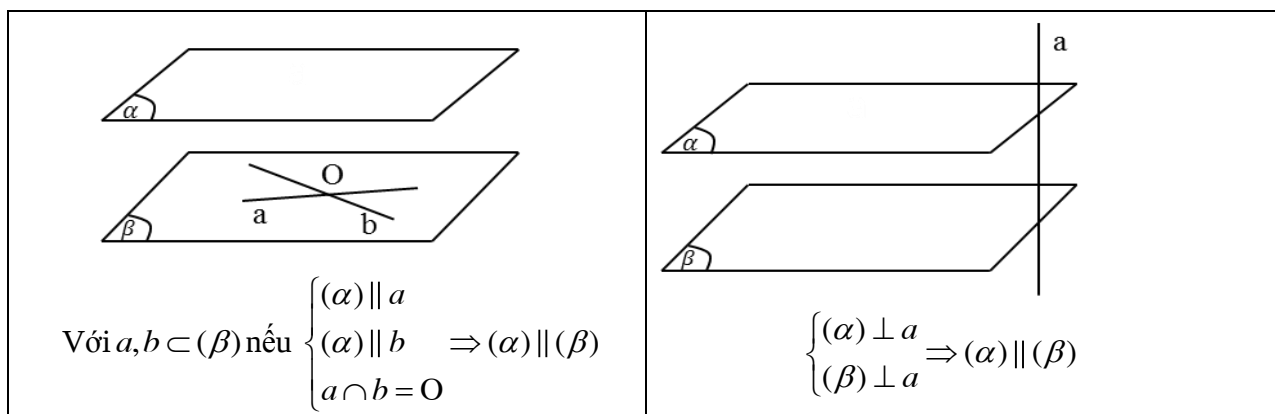


b) Hai mặt phẳng song song

+ Định nghĩa: Hai mặt phẳng được gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.

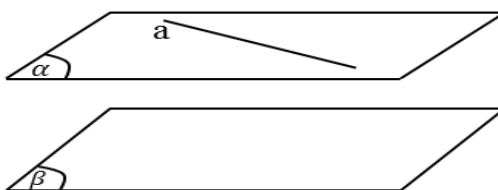
+ Các phương pháp chứng minh:

Phương pháp 1 (Phương pháp chính)	Phương pháp 2
Nếu mặt phẳng (α) song song với 2 đường thẳng cắt nhau chứa trong mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).	Nếu 2 mặt phẳng (α) và (β) cùng vuông góc với 1 đường thẳng hoặc cùng song song với 1 mặt phẳng khác thì (α) song song với (β).

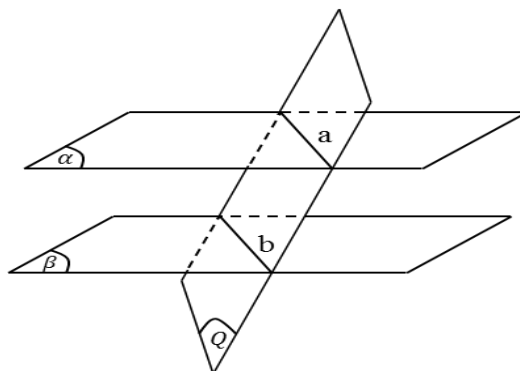


*** Lưu ý:**

- Nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) , mà (α) song song với (β) thì a song song với (β) .



- Nếu 2 mặt phẳng (α) và (β) song song nhau thì 1 mặt phẳng (Q) bất kì sẽ cắt 2 mặt (α) và (β) với 2 giao tuyến a và b song song với nhau.



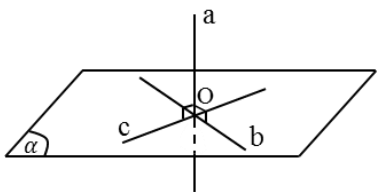
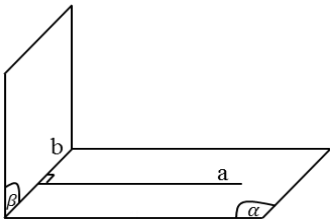
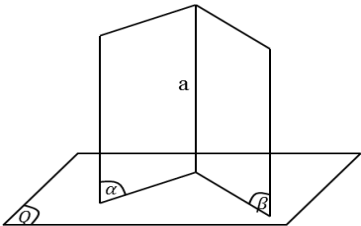
2) QUAN HỆ VUÔNG GÓC

a) Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng:

+ Định nghĩa:

Một đường thẳng được gọi là vuông góc với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng chứa trong mặt phẳng đó.

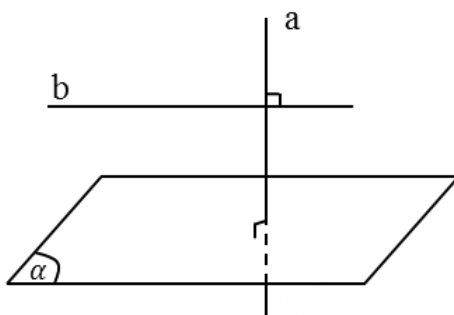
+ Các phương pháp chứng minh:

Phương pháp 1 (Phương pháp chính)	Phương pháp 2	Phương pháp 3
Nếu đường thẳng a vuông góc với 2 đường thẳng b và c cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) thì a vuông góc với (α) .	Nếu 2 mặt phẳng (α) và (β) vuông góc tại b , thì đường thẳng a bất kì nằm trong (α) và vuông góc với b thì cũng sẽ vuông góc với (β) .	Nếu mặt phẳng (α) và (β) cùng vuông góc với mặt phẳng (Q) thì giao tuyến a của (α) và (β) sẽ vuông góc với (Q) .
 $\begin{cases} a \perp b, c \\ b, c \subset (\alpha) \Rightarrow a \perp (\alpha) \\ b \cap c = O \end{cases}$	 $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) = b \\ a \perp b \end{cases} \Rightarrow a \perp (\beta)$	 $\begin{cases} (\alpha) \perp (Q) \\ (\beta) \perp (Q) \\ (\alpha) \cap (\beta) = a \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q)$

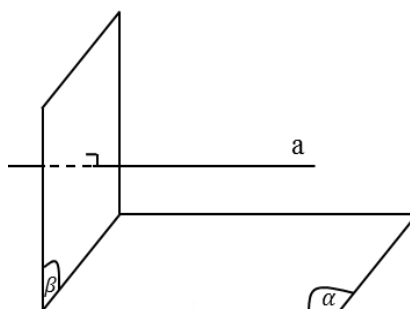
* Lưu ý:

Ta còn dùng tính chất bất cầu để chứng minh 1 đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Dưới đây là 2 trường hợp thường gặp:

- Nếu đường thẳng a vuông góc với b , mà b song song với (α) thì a cũng sẽ vuông góc với (α)



- Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) , mà (α) vuông góc với (β) thì a cũng sẽ vuông góc với (β) .



b) Hai đường thẳng vuông góc

+ Định nghĩa:

Hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau khi góc giữa chúng bằng 90°

+ **Các phương pháp chứng minh:** Ngoài các phương pháp trong hình học phẳng, trong không gian ta thường sử dụng các phương pháp sau:

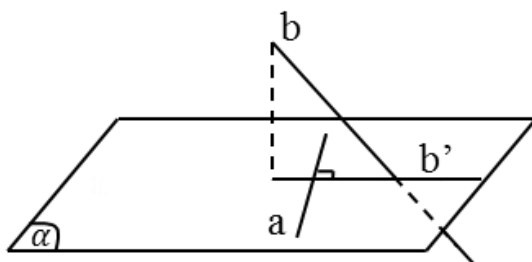
- Phương pháp 1 (phương pháp chính):

Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng chứa đường thẳng b thì a sẽ vuông góc với b .

- Phương pháp 2:

Sử dụng định lý 3 đường vuông góc:

Trong không gian cho 2 đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b không vuông góc với (α) . Gọi b' là hình chiếu của b lên (α) , nếu a vuông góc với b' thì a sẽ vuông góc với b .

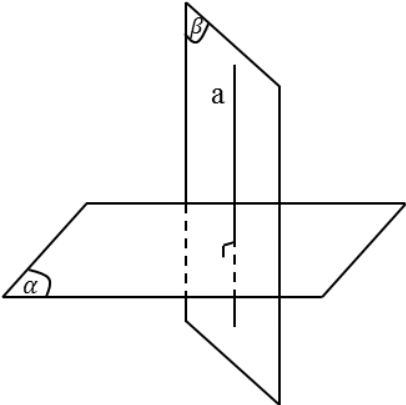
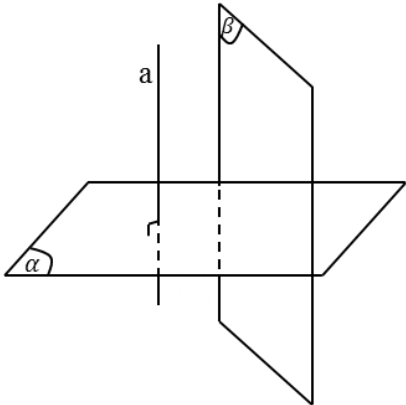


c) Hai mặt phẳng vuông góc:

+ Định nghĩa:

Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc nhau khi góc giữa chúng bằng 90°

+ Các phương pháp chứng minh:

Phương pháp 1 (Phương pháp chính)	Phương pháp 2
Nếu a vuông góc với (α) thì mặt phẳng (β) bất kỳ đi qua a cũng sẽ vuông góc với (α).  $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\beta) \perp (\alpha)$	Nếu a vuông góc với (α) thì mặt phẳng (β) bất kỳ song song với a cũng sẽ vuông góc với (α).  $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ (\beta) \parallel a \end{cases} \Rightarrow (\beta) \perp (\alpha)$

3) KHOẢNG CÁCH

Khoảng cách giữa 2 đối tượng (điểm, đoạn, đường hoặc mặt phẳng) là độ dài nhỏ nhất nối giữa 2 đối tượng đó.

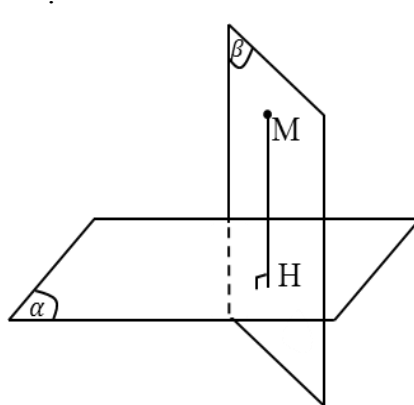
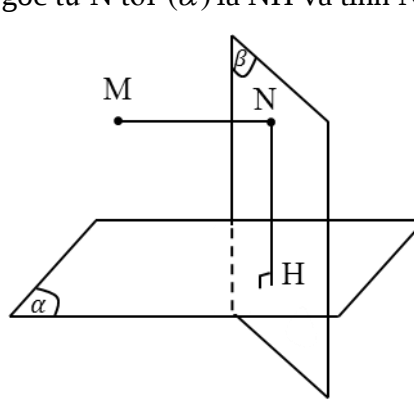
a) Khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng hoặc 1 mặt phẳng:

+ Định nghĩa:

Là độ dài của đoạn thẳng nối điểm đó với hình chiếu của điểm đó lên đường thẳng hoặc mặt phẳng đang xét.

+ Các phương pháp tìm khoảng cách:

Xét bài toán tìm khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α)

Phương pháp 1	Phương pháp 2
+ Bước 1: Xác định mặt phẳng (β) đi qua M và vuông góc với (α). + Bước 2: Trong mặt phẳng (β), ta dựng đoạn thẳng vuông góc từ M tới (α) là MH. + Bước 3: Sử dụng hình học phẳng (thông thường ta ghép đoạn MH vào 1 Δ vuông) để xác định độ dài MH.  $d_{(M,(\alpha))} = MH$	+ Bước 1: Xác định mặt phẳng (β) không đi qua M và vuông góc với (α). + Bước 2: Xác định đoạn thẳng song song, đi qua M và cắt (β) tại N. Khi đó, khoảng cách từ M tới (α) bằng khoảng cách từ N tới (α). + Bước 3: Trong mặt phẳng (β), ta dựng đoạn vuông góc từ N tới (α) là NH và tính NH.  $d_{(M,(\alpha))} = d_{(N,(\alpha))} = NH$

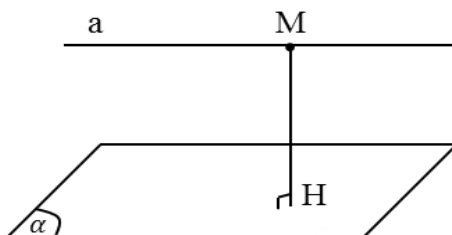
*Lưu ý:

- Ở phương pháp 2, nếu không xác định được mặt phẳng (β) vuông góc với mặt phẳng (α) thì đi tìm đường thẳng a vuông góc với (α) rồi sau đó thực hiện các bước 2 và 3 tương tự.

- Đối với bài toán tìm khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng ta làm hoàn toàn tương tự.

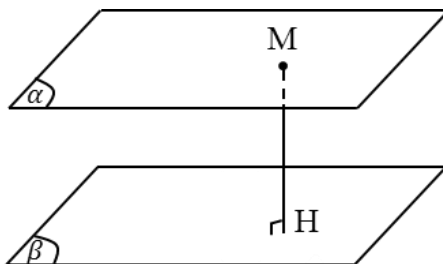
b) Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) là khoảng cách của 1 điểm M bất kì thuộc a tới mặt phẳng (α).



c) Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song

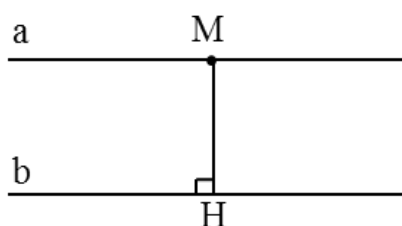
Khoảng cách giữa đường thẳng (α) song song với mặt phẳng (α) là khoảng cách của 1 điểm M bất kì thuộc (α) tới mặt phẳng (α).



d) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau hoặc song song

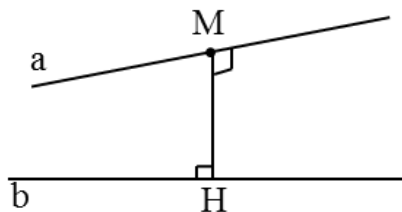
+ Khi đường thẳng a song song với b:

Khoảng cách từ đường thẳng a tới b là khoảng cách từ 1 điểm M bất kì thuộc a tới b.



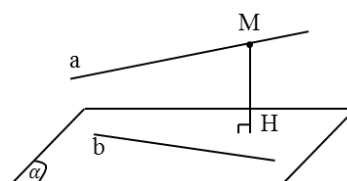
+ Khi đường thẳng a và b chéo nhau:

Khoảng cách từ đường thẳng a tới b là độ dài vuông góc chung MH của a và b.



Tuy nhiên, ta thường vận dụng cách sau để xác định khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau:

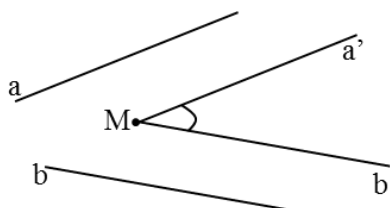
- + **Bước 1:** Xác định mặt phẳng (α) qua b và song song a.
- + **Bước 2:** Khoảng cách từ a tới (α) chính là khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc a tới (α) (là MH trên hình vẽ).



4) GÓC

a) Góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau

Góc giữa 2 đường thẳng a và b là góc giữa 2 đường thẳng a' và b' sau khi tịnh tiến (trượt) a và b tới điểm M. Góc giữa 2 đường thẳng trong không gian luôn lấy góc nhọn tạo bởi a' và b'.



*** Lưu ý:**

Góc giữa a và b còn được xác định thông qua công thức:

(độ lớn của tích vô hướng chia cho tích độ dài)

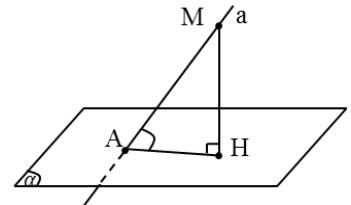
$$\cos(a, b) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

b) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Phương pháp xác định góc giữa a và mặt phẳng (α)

+ **Bước 1:** Từ điểm M trên đường thẳng a, xác định đoạn thẳng MH vuông góc với mặt phẳng (α).

+ **Bước 2:** Suy ra AH là hình chiếu của AM lên (α), từ đây ta có góc giữa a và (α) là MAH



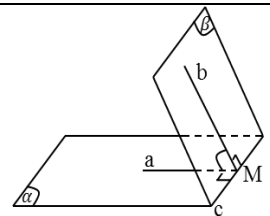
c) Góc giữa 2 mặt phẳng

Phương pháp xác định góc giữa 2 mặt phẳng (α) và (β)

- **Bước 1:** Xác định giao tuyến c của (α) và (β)

- **Bước 2:** Xác định a nằm trong (α) và b nằm trong (β) sao cho a và b đều vuông góc với c tại M.

- **Bước 3:** Góc giữa (α) và (β) khi đó là góc giữa đường thẳng a và b.



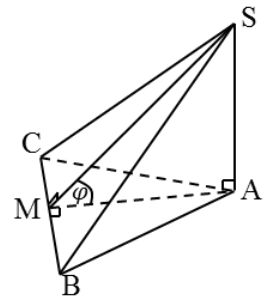
***Lưu ý:**

Khi hình chóp SABC có $SA \perp (ABC)$ thì (ABC) được gọi là hình chiếu của (SBC) lên mặt đáy. Gọi φ là góc tạo bởi (SBC) và (ABC), khi đó ta có:

Diện tích của ΔABC :

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta SBC} \cos \varphi (*)$$

(* là công thức tính diện tích hình chiếu)

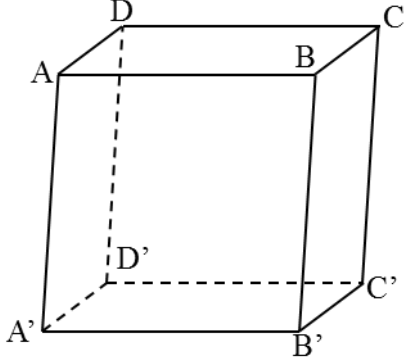
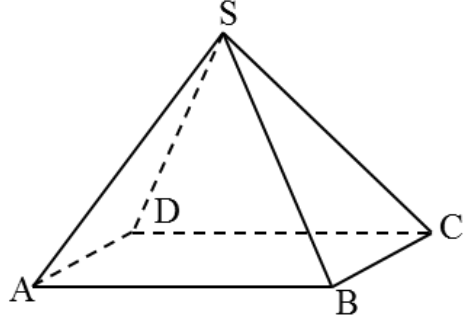


B- CHUYÊN ĐỀ KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 1) KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

a) Khái niệm về hình đa diện:

+ Một số ví dụ về các hình đa diện thường gặp:

Hình lăng trụ	Hình chóp
Là hình có 2 đáy là 2 đa giác song song và bằng nhau, các mặt còn lại gọi là mặt bên và đều là hình bình hành.  - Mặt đáy: (ABCD), (A'B'C'D') - Các mặt bên: (ADA'D'), (ABB'A'), (BCC'B'), (CDD'C') - Các cạnh bên: AA', BB', CC', DD' - Các đỉnh: A, B, C, D, A', B', C', D'	Là hình có 1 đỉnh và 1 đáy là đa giác lồi. Các mặt còn lại gọi là mặt bên và luôn là tam giác.  - Mặt đáy: ABCD - Các mặt bên: (SAB), (SBC), (SCD), (SDA) - Các cạnh bên: SA, SB, SC, SD - Đỉnh hình chóp: S - Đỉnh đa giác: A, B, C, D

* Chú ý:

- Các cạnh bên của hình lăng trụ luôn song song và bằng nhau.
- **Hình lăng trụ đứng** là hình có các cạnh bên vuông góc với đáy.
- **Hình lăng trụ đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.
- **Hình chóp đều** có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau

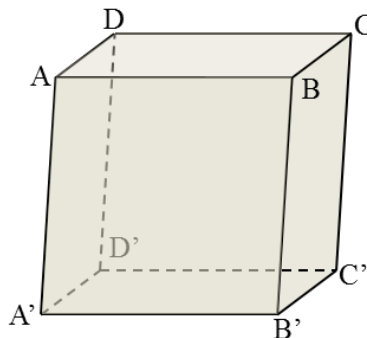
+ Khái niệm hình đa diện:

Hình đa diện là (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn 2 tính chất sau:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

b) Khái niệm về khối đa diện:

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, để cả hình đa diện đó.



Khối đa diện $ABCD A'B'C'D'$ gồm hình đa diện $ABCD A'B'C'D'$ và phần không gian bên trong nó.

***Lưu ý:**

Mỗi đa diện chia các điểm còn lại (ngoại trừ các điểm trên hình đa diện) của không gian thành 2 miền không giao nhau là miền trong và miền ngoài của hình đa diện. Các điểm nằm ở miền trong gọi là điểm trong, các điểm nằm ở miền ngoài gọi là điểm ngoài.

c) Hai đa diện bằng nhau

+ Phép dời hình:

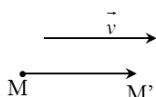
- Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định duy nhất được gọi là 1 phép biến hình.

- Phép biến hình trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa 2 điểm tùy ý.

Một số phép dời hình trong không gian:

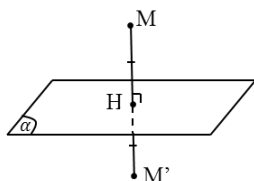
- Phép tịnh tiến theo vectơ
- Phép đối xứng qua mặt phẳng
- Phép đối xứng tâm
- Phép đối xứng qua đường thẳng

Phép tịnh tiến theo vectơ



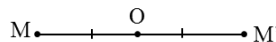
Biến M thành M' : $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$

Phép đối xứng qua mặt phẳng



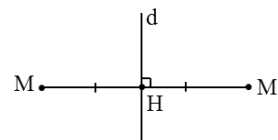
(α) là mặt phẳng trung trực MM'

Phép đối xứng tâm



O là trung điểm của MM'

Phép đối xứng qua đường thẳng



d là đường trung trực của MM'

Các phép biến hình trong không gian

*** Lưu ý:**

- Nếu phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến hình H thành chính nó (P) được gọi là mặt phẳng đối xứng của H.

- Nếu phép đối xứng tâm O biến hình (H) thành chính nó thì O được gọi là tâm đối xứng.

- Nếu phép đối xứng qua đường thẳng d biến hình (H) thành chính nó thì d gọi là trục đối xứng của (H).

+ Hai hình bằng nhau:

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Tương tự, hai đa diện gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến đa diện này thành đa diện kia.

d) Phân chia và lắp ghép các khối đa diện

Một khối đa diện có thể được phân chia thành nhiều khối đa diện khác nhau. Đặc biệt, một khối đa diện bất kỳ luôn có thể phân chia được thành những khối tứ diện.

❖ BÀI TẬP

Phương pháp: Nắm vững lý thuyết về hình đa diện, khối đa diện, các phép dời hình và phân chia, lắp ráp các khối đa diện. Ngoài ra ta cần ghi nhớ thêm các kiến thức sau:

- Mọi liên hệ giữa số cạnh, số đỉnh và số mặt của 1 hình đa diện bất kỳ:

$$\text{Số cạnh} = \text{Số đỉnh} + \text{Số mặt} - 2$$

- Hình chóp có số đỉnh bằng số mặt và có số cạnh gấp đôi số cạnh của đáy.

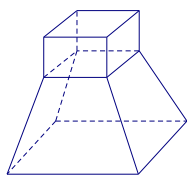
- Nếu 1 khối đa diện chỉ có các mặt là tam giác thì tổng số các mặt là số chẵn.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

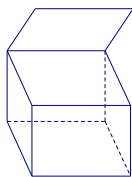
Câu 1. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của bao nhiêu đa giác?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

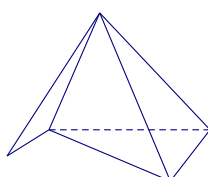
Câu 2. Cho các hình sau:



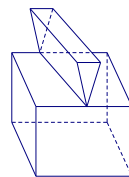
Hình 1



Hình 2



Hình 3

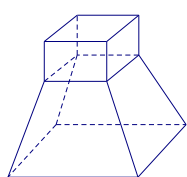


Hình 4

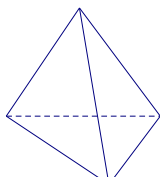
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình đa diện là:

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

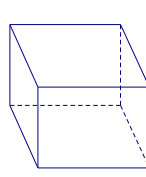
Câu 3. Cho các hình sau:



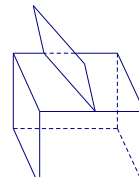
Hình 1



Hình 2



Hình 3

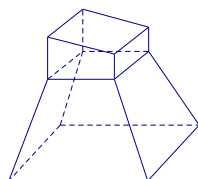


Hình 4

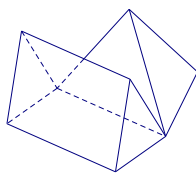
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện là:

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

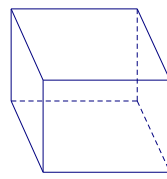
Câu 4. Cho các hình sau:



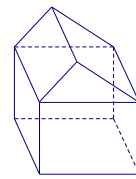
Hình 1



Hình 2



Hình 3

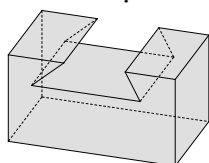


Hình 4

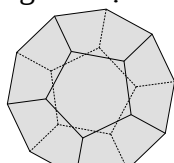
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

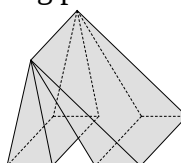
Câu 5. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



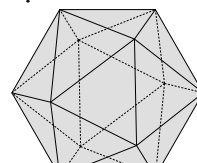
A. Hình 1.



B. Hình 2.



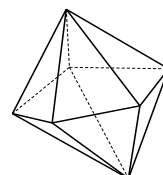
C. Hình 3.



D. Hình 4.

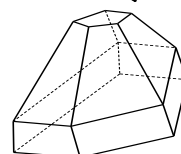
Câu 6. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

- A. 8 B. 10
C. 11 D. 12

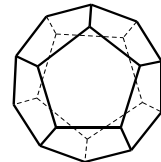
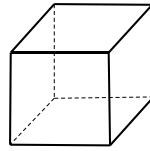
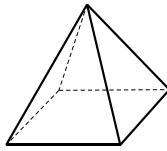
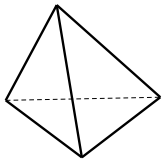


Câu 7. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

- A. 11 B. 12
C. 13 D. 14



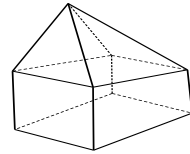
Câu 8. Khối đa diện nào sau đây có số mặt nhỏ nhất?



A. Khối tứ diện đều. B. Khối chóp tứ giác. C. Khối lập phương. D. Khối 12 mặt đều.

Câu 9. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh?

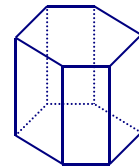
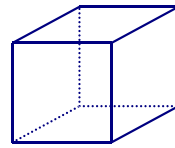
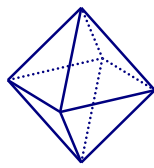
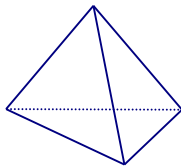
- A.8 B. 9
C.12 D.16



Câu 10. Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
B. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 11. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 12. Gọi n_1, n_2, n_3 lần lượt là số trục đối xứng của khối tứ diện đều, khối chóp tứ giác đều và khối lập phương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $n_1 = 0, n_2 = 0, n_3 = 6$. B. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 9$.
C. $n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 9$. D. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 3$.

Câu 13. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng. B. 1 mặt phẳng.
C. 2 mặt phẳng. D. 3 mặt phẳng.

Câu 14. Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là:

- A. 4 mặt phẳng. B. 6 mặt phẳng.
C. 8 mặt phẳng. D. 10 mặt phẳng.

Câu 15. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- A. 4 mặt phẳng. B. 1 mặt phẳng.
C. 2 mặt phẳng. D. 3 mặt phẳng.

Câu 16. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng. B. 6 mặt phẳng.
C. 9 mặt phẳng. D. 3 mặt phẳng.

Câu 17. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng. B. 1 mặt phẳng. C. 2 mặt phẳng. D. 3 mặt phẳng.

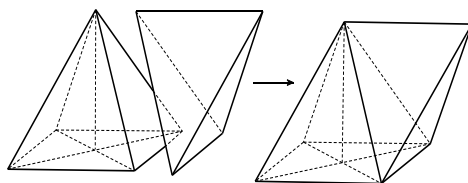
Câu 18. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 8 mặt phẳng. B. 9 mặt phẳng. C. 10 mặt phẳng. D. 12 mặt phẳng.

Câu 19. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh của một tứ diện?

- A. 1 mặt phẳng. B. 4 mặt phẳng.
C. 7 mặt phẳng. D. Có vô số mặt phẳng.

Câu 20. Lắp ghép hai khối đa diện $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$ để tạo thành khối đa diện $\mathcal{H}$, trong đó $\mathcal{H}_1$ là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a , $\mathcal{H}_2$ là khối tứ diện đều cạnh a sao cho một mặt của $\mathcal{H}_1$ trùng với một mặt của $\mathcal{H}_2$ như hình vẽ. Hỏi khối đa diện $\mathcal{H}$ có bao nhiêu mặt?



- A. 5 B. 7 C. 8 D. 9
- Câu 21.** Có thể chia một hình lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện bằng nhau?
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- Câu 22.** Mặt phẳng $AB'C'$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào ?

- A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 B. Hai khối chóp tam giác.
 C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
 D. Hai khối chóp tứ giác.

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Khối đa diện có các mặt là những tam giác thì:

- A. Số mặt và số đỉnh của nó bằng nhau B. Số mặt và số cạnh của nó bằng nhau
 C. Số mặt của nó là một số chẵn D. Số mặt của nó là một số lẻ

Câu 24: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng 7
 B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh nhỏ hơn 7
 C. Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 6
 D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh lớn hơn 7

Câu 25: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Trong một hình đa diện tổng của số mặt và số cạnh nhỏ hơn số đỉnh.
 B. Trong một hình đa diện tổng của số mặt và số đỉnh lớn hơn số cạnh
 C. Trong một hình đa diện tổng số cạnh và số đỉnh nhỏ hơn số mặt
 D. Tồn tại một hình đa diện có tổng của số mặt và số đỉnh nhỏ hơn số cạnh

Câu 26: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Mỗi hình đa diện có ít nhất 8 mặt B. Mỗi hình đa diện có ít nhất 6 mặt
 C. Mỗi hình đa diện có ít nhất 5 mặt D. Mỗi hình đa diện có ít nhất 4 mặt

Câu 27: Có ít nhất bao nhiêu cạnh xuất phát từ mỗi đỉnh của một hình đa diện?

- A. 5 cạnh B. 4 cạnh C. 3 cạnh D. 2 cạnh

Câu 28: Hãy chọn cụm từ (hoặc từ) cho dưới đây để sau khi điền nó vào chỗ trống mệnh đề sau trở thành mệnh đề đúng

“Số cạnh của một hình đa diện luôn....”

- A. Chẵn B. Lẻ
 C. Nhỏ hơn hoặc bằng số đỉnh D. Lớn hơn hoặc bằng 6

Câu 29: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 6
 B. Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 7
 C. Số mặt của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 4
 D. Số đỉnh của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 4

Câu 30: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Số cạnh của một hình đa diện luôn chẵn B. Số đỉnh của một hình đa diện luôn chẵn
 C. Số mặt của một hình đa diện luôn chẵn D. Số đỉnh của một hình lăng trụ luôn chẵn

ĐÁP ÁN

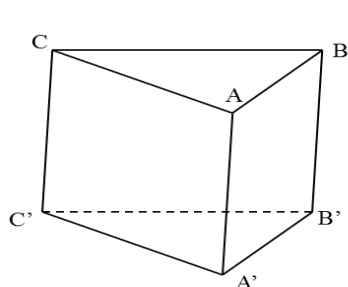
1A	2A	3D	4C	5C	6B	7B	8A	9D	10C	11A	12C	13A	14B	15A
16D	17D	18B	19C	20A	21C	22A	23C	24A	25A	26D	27C	28D	29D	30B

BÀI 2: KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

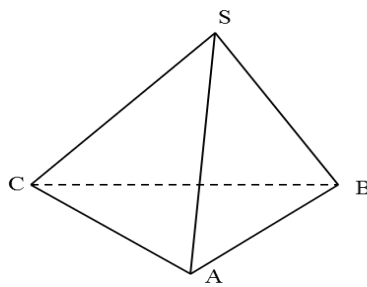
a) Khối đa diện lồi

Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H). Khi đó đa diện xác định (H) được gọi là đa diện lồi.

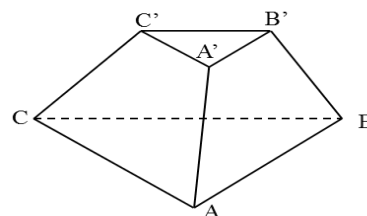
Ví dụ một số đa diện lồi thường gặp:



Hình trụ tam giác



Tứ diện



Tứ diện cắt

b) Khối đa diện đều

+ Định nghĩa:

Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có tính chất sau đây:

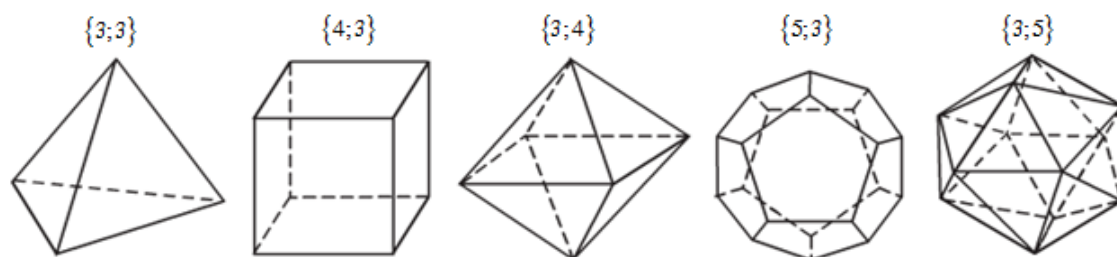
- Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.
- Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q cạnh.

Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{p; q\}$

Như vậy, các mặt của khối đa diện đều là những đa giác đều bằng nhau.

+ Các khối đa diện đều:

Chỉ có 5 loại khối đa diện đều: $\{3;3\}$, $\{4;3\}$, $\{3;4\}$, $\{5;3\}$ và $\{3;5\}$



Các khối đa diện đều

Bảng tóm tắt các thông số của các khối đa diện đều cạnh a :

Đa diện đều	Khối tứ diện $\{3;3\}$	Khối lập phương $\{4;3\}$	Khối bát diện $\{3;4\}$	Khối thập nhị diện (12 mặt) $\{5;3\}$	Khối nhị thập diện (20 mặt) $\{3;5\}$
Số đỉnh	4	8	6	20	12
Số mặt	4	6	8	12	20
Số cạnh	6	12	12	30	30
Tổng diện tích các mặt	$S = \sqrt{3}a^2$	$S = 6a^2$	$S = 2\sqrt{3}a^2$	$S = 3\sqrt{25+10\sqrt{5}}a^2$	$S = 5\sqrt{3}a^2$
Mặt đối xứng	6	9	9	15	15
Thể tích	$V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$	$V = a^3$	$V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$	$V = \frac{(15+7\sqrt{5})a^3}{4}$	$V = \frac{5(3+\sqrt{5})a^3}{12}$
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp	$R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$	$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	$R = \frac{a(\sqrt{15}+\sqrt{3})}{4}$	$R = \frac{a(\sqrt{10}+2\sqrt{5})}{4}$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Có mấy loại khối đa diện đều?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 2: Số đỉnh của một hình bát diện đều là:

- A. Sáu B. Tám C. Mười D. Mười hai

Câu 3: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có số đỉnh

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Câu 4: Mô tả nào sau đây là đúng đối với hình đa diện đều loại 4 - 3?

- A. Có 6 mặt B. Có 8 đỉnh C. Có 8 cạnh D. 2 trong 3 mô tả trên

Câu 5: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Lắp ghép hai khối đa diện lồi ta được một khối đa diện lồi.
B. Hai mặt của một đa diện có thể không có điểm chung
C. Tồn tại một đa diện có số đỉnh bằng số mặt.
D. Hình chóp tứ giác là một đa diện lồi.

Câu 6: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- A. Bốn B. Hai C. Ba D. Một

Câu 7 : Khối bát diện đều (tám mặt đều) thuộc loại :

- A. $\{3;4\}$ B. $\{3;5\}$ C. $\{4;3\}$ D. $\{3;3\}$

Câu 8: Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 . B. 7 . C. 8 . D. 9 .

Câu 9: Khối 20 mặt đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 24 cạnh B. 28 cạnh C. 30 cạnh D. 40 cạnh

Câu 10: Khối 12 mặt đều có bao nhiêu đỉnh ?

- A. 10 đỉnh B. 12 đỉnh C. 18 đỉnh D. 20 đỉnh

Câu 11: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

- A. Số mặt của một hình đa diện đều luôn là số chẵn
B. Số đỉnh của một hình đa diện đều luôn là số chẵn
C. Số cạnh của một hình đa diện đều luôn là số chẵn
D. Tồn tại một hình đa diện đều có số cạnh là số lẻ

Câu 12: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Khối lập phương là khối đa diện lồi
B. Khối chóp là khối đa diện lồi
C. Khối lăng trụ là khối đa diện lồi
D. Ghép hai khối đa diện lồi sẽ được một khối đa diện lồi

Câu 13: Khối lập phương là khối đa diện đều thuộc loại nào?

- A. (4; 3) B. (3; 4) C. (5; 3) D. (3; 5)

Câu 14: Khối bát diện là khối đa diện đều thuộc loại nào?

- A. (4; 3) B. (3; 4) C. (5; 3) D. (3; 5)

Câu 15: Khối 12 mặt đều là khối đa diện đều thuộc loại nào?

- A. (4; 3) B. (3; 4) C. (5; 3) D. (3; 5)

Câu 16: Khối 20 mặt đều là khối đa diện đều thuộc loại nào?

- A. (4; 3) B. (3; 4) C. (5; 3) D. (3; 5)

Câu 17: Khối bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 8 cạnh B. 12 cạnh C. 24 cạnh D. 30 cạnh

Câu 18: Khối 12 mặt đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 12 cạnh B. 20 cạnh C. 24 cạnh D. 30 cạnh

Câu 19: Các mặt của khối 12 mặt đều là những đa giác nào?

- A. Tam giác đều B. hình vuông C. ngũ giác đều D. lục giác đều

Câu 20: Các mặt của khối 20 mặt đều là những đa giác nào?

- A. Tam giác đều B. hình vuông C. ngũ giác đều D. lục giác đều

Câu 21: Khối bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

- A. 6 đỉnh B. 8 đỉnh C. 10 đỉnh D. 12 đỉnh

Câu 22: Khối 20 mặt đều có bao nhiêu đỉnh?

- A. 12 đỉnh B. 16 đỉnh C. 20 đỉnh D. 24 đỉnh

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tâm các mặt của hình bát diện đều là các đỉnh của một hình tứ diện đều
 B. Tâm các mặt của một hình bát diện đều là các đỉnh của một hình bát diện đều
 C. Tâm các mặt của một hình 12 mặt đều là các đỉnh của một hình 12 mặt đều
 D. Tâm các mặt của một hình 20 mặt đều là các đỉnh của một hình 20 mặt đều

Câu 24: Điền vào chỗ trống cụm từ nào cho dưới đây để được một mệnh đề đúng?

“Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một....”

- A. Hình 12 mặt đều C. Hình lập phương
 B. Hình bát diện đều D. Hình tứ diện đều

Câu 25: Điền vào chỗ trống cụm từ nào cho dưới đây để được một mệnh đề đúng?

“Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều là các đỉnh của một....”

- A. Hình tứ diện đều C. hình bát diện đều
 B. Hình lập phương D. hình 12 mặt đều

Câu 26: Điền vào chỗ trống cụm từ nào cho dưới đây để được một mệnh đề đúng?

“Tồn tại hình đa diện đều mà các mặt của nó là những....”

- A. Đa giác tám cạnh đều C. ngũ giác đều
 B. Đa giác bảy cạnh đều D. lục giác đều

Câu 27: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Tồn tại hình đa diện đều mà các mặt của nó là những tam giác đều
 B. Tồn tại hình đa diện đều mà các mặt của nó là những hình vuông
 C. Tồn tại hình đa diện đều mà các mặt của nó là những ngũ giác đều
 D. Tồn tại hình đa diện đều mà các mặt của nó là những lục giác đều

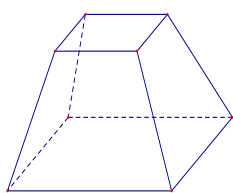
Câu 28: Trong các hình đa diện đều sau, hình nào có số đỉnh lớn hơn số mặt?

- A. Hình tứ diện đều C. hình 12 mặt đều
 B. Hình bát diện đều D. hình 20 mặt đều

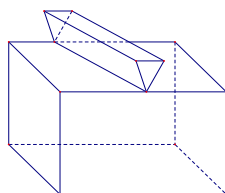
Câu 29: Trong các hình đa diện đều sau, hình nào có số đỉnh nhỏ hơn số mặt?

- A. Hình tứ diện đều C. hình 12 mặt đều
 B. Hình lập phương D. hình 20 mặt đều

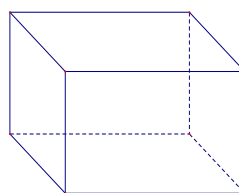
Câu 30. Cho các hình khối sau:



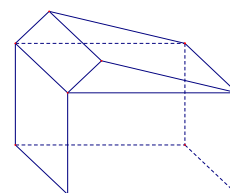
Hình 1



Hình 2



Hình 3

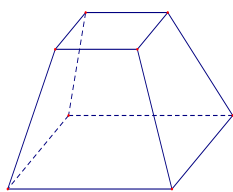


Hình 4

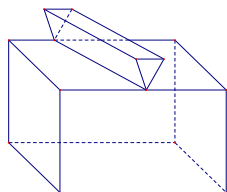
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện lồi là:

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

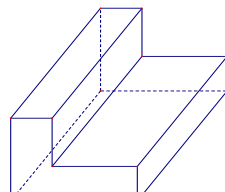
Câu 31. Cho các hình khối sau:



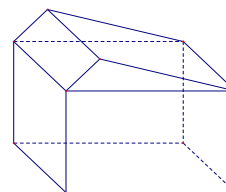
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 32. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của hình nào trong các hình sau đây?

- A. Bát diện đều. B. Tứ diện đều. C. Lục giác đều. D. Ngũ giác đều.

Câu 33. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình lập phương.
 B. Tâm tất cả các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình tứ diện đều.
 C. Tâm tất cả các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.
 D. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình tứ diện đều.

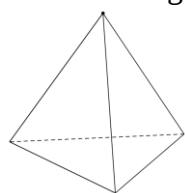
Câu 34. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

- A. các đỉnh của một hình tứ diện đều. B. các đỉnh của một hình bát diện đều.
 C. các đỉnh của một hình mười hai mặt đều. D. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

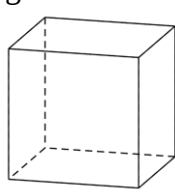
Câu 35. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Tồn tại khối tứ diện là khối đa diện đều. B. Tồn tại khối lăng trụ đều là khối đa diện đều.
 C. Tồn tại khối hộp là khối đa diện đều. D. Tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều.

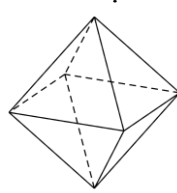
Câu 36. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



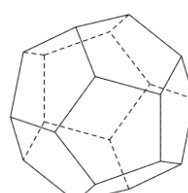
Tứ diện đều



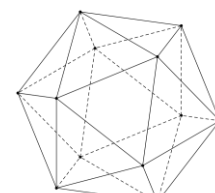
Lập phương



Bát diện đều



12 mặt đều



20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
 B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
 C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
 D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 37. Mỗi khối đa diện đều mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của ba mặt thì số đỉnh D và số cạnh C của các khối đa diện đó luôn thỏa mãn:

- A. $D = C - 2$. B. $D \geq C$. C. $3D = 2C$. D. $3C = 2D$.

Câu 38. Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $4/3$ là:

- A. 4π . B. 8π . C. 12π . D. 10π .

Câu 39. Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $3/5$ là:

- A. 12π . B. 16π . C. 20π . D. 24π .

Câu 40. Tổng độ dài ℓ của tất cả các cạnh của một tứ diện đều cạnh a .

- A. $\ell = 4a$. B. $\ell = 6a$. C. $\ell = 6$. D. $\ell = 4$.

Câu 41. Tổng độ dài ℓ của tất cả các cạnh của khối mười hai mặt đều cạnh bằng 2.

- A. $\ell = 8$. B. $\ell = 16$. C. $\ell = 24$. D. $\ell = 60$.

Câu 42. Cho hình đa diện đều loại $4/3$ cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 4a^2$. B. $S = 6a^2$. C. $S = 8a^2$. D. $S = 10a^2$.

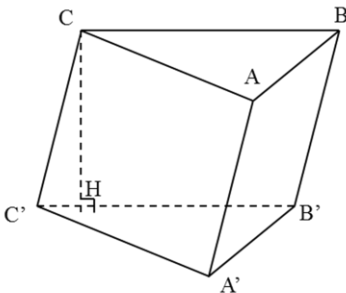
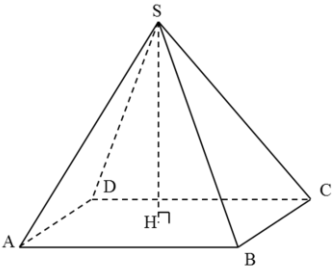
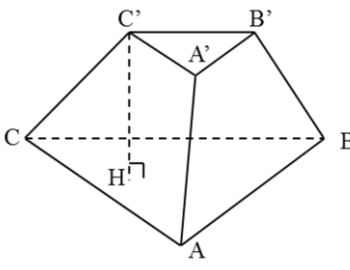
Câu 43. Cho hình bát diện đều cạnh a Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 4\sqrt{3}a^2$. B. $S = \sqrt{3}a^2$. C. $S = 2\sqrt{3}a^2$. D. $S = 8a^2$.

ĐÁP ÁN:

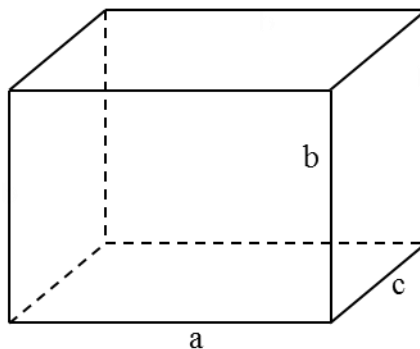
1C	2A	3C	4D	5A	6A	7A	8D	9C	10D	11D	12D	13A	14B	15C
16D	17B	18D	19C	20A	21A	22A	23A	24B	25C	26C	27D	28C	29D	30B
31B	32A	33B	34B	35D	36B	37C	38C	39C	40B	41B	42B	43C		

BÀI 3: THỂ TÍCH CỦA KHỐI ĐA DIỆN

Hình lăng trụ	Hình chóp	Hình chóp cắt
 $V = S_{A'B'C'} \cdot CH$ (diện tích đáy nhân cao)	 $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH$ (1/3 diện tích đáy nhân cao)	 $V = \frac{1}{3} H \cdot (S_{ABC} + S_{A'B'C'} + \sqrt{S_{ABC} S_{A'B'C'}})$

* Lưu ý:

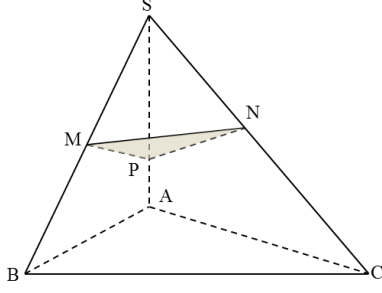
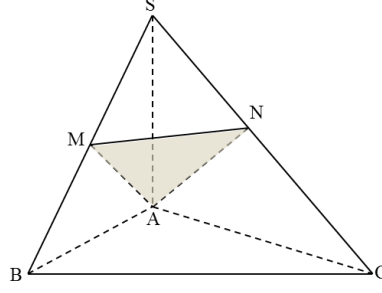
- Nếu lăng trụ là hình hộp thì thể tích bằng dài nhân rộng nhân cao: $V = abc$



⇒ Thể tích hình lập phương có cạnh a bằng a lập phương: $V = a^3$

(Hình lập phương là hình hộp có chiều dài bằng chiều rộng bằng chiều cao)

- Đối với tứ diện, ta cần lưu ý tới phương pháp tỷ số thể tích:

 $\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{SP}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC}$	 $\frac{V_{SMNA}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC}$
---	--

❖ BÀI TẬP

Phương pháp chung:

Có 4 phương pháp để tính thể tích của 1 khối đa diện:

- **Phương pháp 1:** Tính theo công thức

Trong phương pháp này ta cần phải đi tìm đường cao và diện tích đáy

- **Phương pháp 2:** Sử dụng công thức tỷ số diện tích.

Phương pháp này chỉ được áp dụng cho tứ diện, khi có 1 mặt phẳng cắt tứ diện theo 1 giao diện nào đó.

- **Phương pháp 3:** Tính thể tích bằng cách chia nhỏ khối đa diện.

Khi khối đa diện ban đầu rất khó xác định được chiều cao hoặc diện tích đáy, ta nên dùng phương pháp này:

+ **Bước 1:** Chia khối đa diện cần tính thành các khối đa diện nhỏ, các khối nhỏ này dễ tính được thể tích.

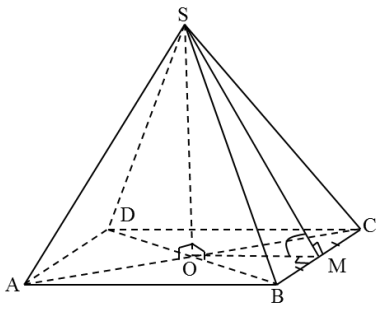
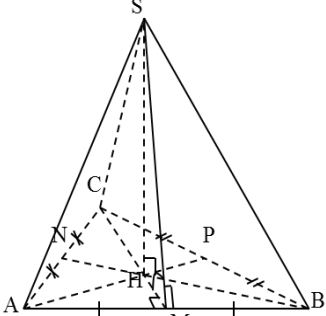
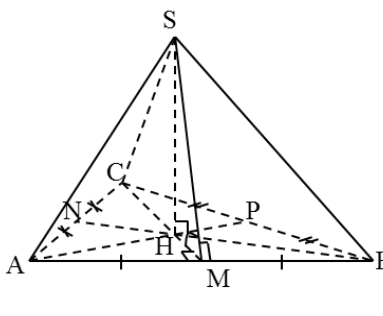
+ **Bước 2:** Cộng thể tích các khối đa diện nhỏ ta được thể tích của khối đa diện ban đầu cần tính.

- **Phương pháp 4:** Tính thể tích bằng cách mở rộng khối đa diện

Ta có thể mở rộng khối đa diện ban đầu để được một khối đa diện mới dễ tính thể tích hơn. Lưu ý phần khối đa diện được mở rộng phải dễ tính thể tích. Khi đó thể tích khối đa diện ban đầu bằng thể tích khối đa diện lúc sau trừ cho thể tích của khối đa diện được mở rộng.

* **Lưu ý:**

Ta cần nắm được các tính chất của các hình chóp đều thường gặp sau:

Hình chóp tứ giác đều	Hình chóp tam giác đều	Tứ diện đều
		
- Các mặt bên là các tam giác cân tại S. - Đáy ABCD là hình vuông. - Đường cao là SO (nối từ đỉnh xuống tâm O của đáy). - Các mặt bên tạo với đáy 1 góc bằng nhau và bằng SMO. - Cạnh bên tạo với đáy 1 góc bằng nhau: $SAO = SBO = SCO = SDO$ - SO là trục đối xứng của hình chóp.	- Các mặt bên là các tam giác cân tại S. - Đáy ABC là tam giác đều. - Đường cao SH (nối từ đỉnh xuống tâm H của đáy). - Các mặt bên tạo với đáy 1 góc bằng nhau và bằng SMH. - Cạnh bên tạo với đáy 1 góc bằng nhau: $SAH = SBH = SCH$ - SH là trục đối xứng của hình chóp.	- Tứ diện đều có các mặt và đáy đều là tam giác đều. - Như vậy tứ diện đều là 1 trường hợp đặc biệt của hình chóp tam giác đều. Do đó tứ diện đều có các tính chất giống như hình chóp tam giác đều.

➤ CÁC DẠNG BÀI TẬP VỀ HÌNH CHÓP

+ **Dạng 1:** Hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy

Phương pháp:

Đường cao đã được xác định từ giả thiết của đề bài, do vậy ở dạng toán này ta chỉ cần nắm vững các công thức tính độ dài và góc trong hình học phẳng để áp dụng tìm cạnh, đoạn của đáy và đường cao. Từ đó ta tính được diện tích đáy và đường cao.

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho khối chóp SABC có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $BAC = 120^\circ$, biết $SA \perp (ABC)$ và mặt (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp SABC.

Hướng dẫn:

Gọi M là trung điểm của cạnh BC, vì $\triangle ABC$ cân tại A

$\Rightarrow AM \perp BC$ (1)

Ta có $\triangle SAB = \triangle SAC$ ($AB = AC$; SA chung)

$\Rightarrow SB = SC \Rightarrow \triangle SBC$ cân tại S

$\Rightarrow SM \perp BC$ (2)

Ta lại có: $(SBC) \cap (ABC) = BC$ (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = SMA = 45^\circ$

- Độ dài cạnh AM:

Xét $\triangle AMC \perp$ tại M, ta có:

$$\begin{cases} MC = \frac{1}{2} BC = a \\ \angle CAM = \frac{1}{2} BAC = 60^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{MC}{\tan \angle CAM} = \frac{a}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

- Đường cao hình chóp SA:

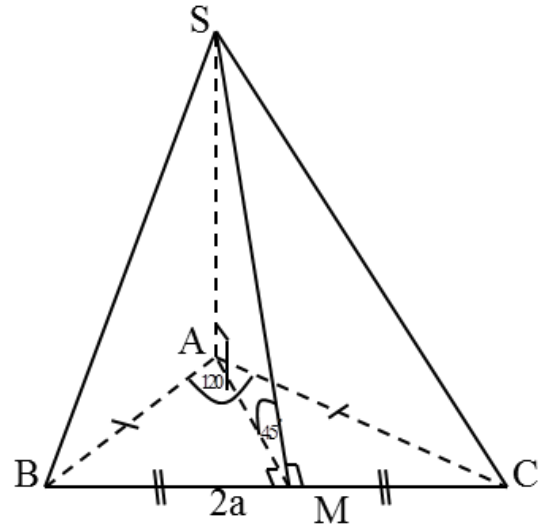
Ta có:

$$\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AM \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AM$$

$\Rightarrow \triangle SAM \perp$ tại A

$$\Rightarrow SA = AM \tan \angle SMA = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

- Diện tích đáy ABC:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{3} a^2$$

- Thể tích khối chóp SABC:

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} SA = \frac{a^3}{9} \text{ (dvtt)}$$

Ví dụ 2: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông biết $SA \perp (ABCD)$, $SC = a$ và SC hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp.

Hướng dẫn:

- Góc giữa SC và đáy (ABCD)

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên (ABCD)

$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = \angle SCA = 60^\circ$

- Đường cao SA:

Xét $\triangle SAC \perp$ tại A, ta có:

$$SA = SC \sin \angle SCA = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

- Đường chéo AC của hình vuông ABCD:

Xét $\triangle SAC \perp$ tại A, ta có:

$$AC = SC \cos \angle SCA = \frac{a}{2}$$

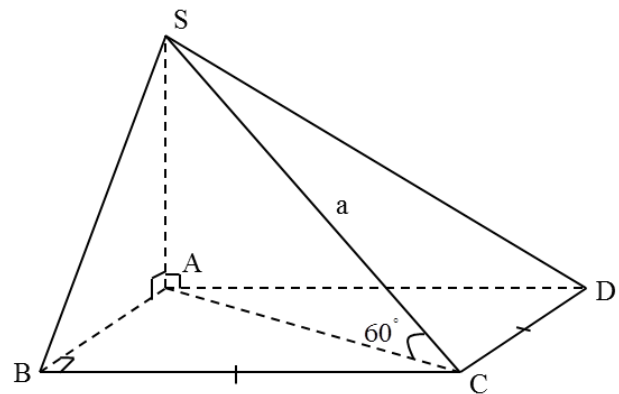
- Diện tích hình vuông ABCD:

$$\text{Ta có: } AC = \frac{a}{2} = BC\sqrt{2} \Rightarrow BC = \frac{a}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = BC^2 = \frac{a^2}{8}$$

- Thể tích khối chóp:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$$



Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi. $BD=a$, $AC=2a$. SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

Hướng dẫn:

- Góc giữa SC và đáy (ABCD)

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên (ABCD)

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = \angle SCA = 60^\circ$$

- Đường cao SA:

Xét $\triangle SAC \perp$ tại A, ta có:

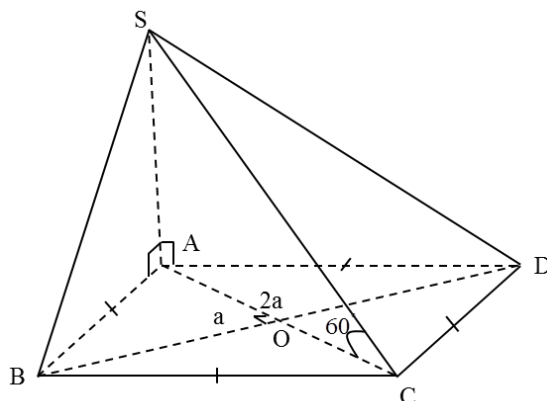
$$SA = AC \tan \angle SCA = 2\sqrt{3}a$$

- Diện tích đáy ABCD:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = a^2$$

- Thể tích khối chóp SABCD:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2\sqrt{3}}{3} a^3$$



Ví dụ 4: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành, $SA \perp (ABCD)$. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng 30° . Cho $AD=2a$, AH vuông góc với BC và AH bằng a; Tính thể tích khối chóp.

Hướng dẫn:

- Góc giữa (SBC) và đáy (ABCD):

Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp AH (1) \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$$

$$\Rightarrow BC \perp SH (2)$$

$$\text{Lại có: } (SBC) \cap (ABCD) = BC (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \Rightarrow ((ABCD), (SBC)) = (\angle AHS) = \angle SHA = 30^\circ$$

- Đường cao SA:

Xét $\triangle SAH \perp$ tại A, ta có:

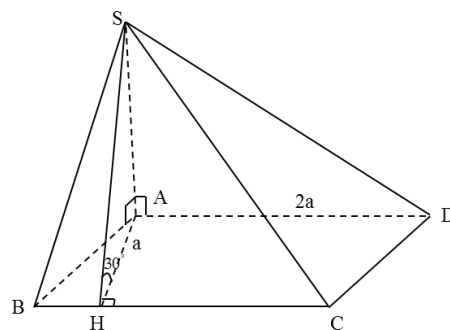
$$SA = AH \tan \angle SHA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

- Diện tích đáy (ABCD):

$$S_{ABCD} = AH \cdot AD = 2a^2$$

- Thể tích khối chóp SABCD:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$$



Ví dụ 5: Cho hình chóp SABCD đáy ABCD là hình thang có hai đáy là AD và BC, có SA vuông góc với đáy. Cho $AD=3a$, $BC=2a$, AH vuông góc với BC và bằng a; Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp.

Hướng dẫn:

- Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy (ABCD)

$$\begin{cases} BC \perp AH (1) \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$$

$$\Rightarrow BC \perp SH (2)$$

$$\text{Lại có: } (SBC) \cap (ABCD) = BC (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \Rightarrow ((ABCD), (SBC)) = (\angle AHS) = \angle SHA = 30^\circ$$

Xét $\triangle SAH \perp$ tại A, ta có:

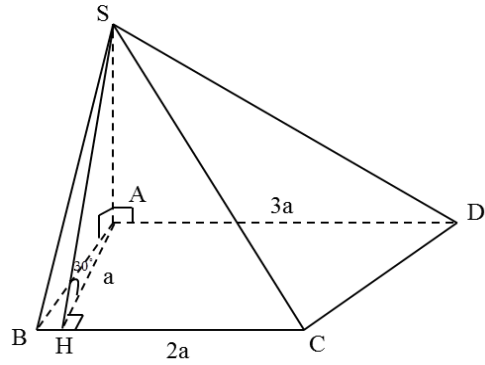
$$SA = AH \tan SHA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

- Diện tích đáy (ABCD):

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD)AH = \frac{5}{2}a^2$$

- Thể tích hình chóp SABCD:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng $SB = a\sqrt{5}$

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$

Câu 2: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC \perp a$

- A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 3: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{48}$

Câu 4: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a biết SA vuông góc với đáy ABC và (SBC) hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích hình chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 5: Cho hình chóp tam giác SABC có cạnh đáy $AB=2a$, $BC=3a$; Góc giữa AB và BC bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABC biết SA vuông góc với đáy và $SA=4a$

- A. $2\sqrt{3}a^3$ B. $\sqrt{3}a^3$ C. $4\sqrt{3}a^3$ D. $2a^3$

Câu 6: Cho hình chóp tam giác SABC có cạnh đáy $AB=AC=2a$, $BC=3a$; Tính theo a thể tích khối chóp SABC biết SA vuông góc với đáy và $SA=3a$

- A. $\frac{\sqrt{15}a^3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{15}a^3}{4}$ C. $\frac{3\sqrt{7}a^3}{4}$ D. Đáp án khác

Câu 7: Cho hình chóp tam giác SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a; Tính theo a thể tích khối chóp SABC biết SA vuông góc với đáy và $SA=3a$

- A. $\frac{3a^3}{2}$ B. a^3 C. $3a^3$ D. $\frac{a^3}{4}$

Câu 8: Cho hình chóp tam giác SABC có $AC=3a$, $AB=4a$, $BC=5a$; Tính theo a thể tích khối chóp SABC biết SA vuông góc với đáy và $SA=2a$

- A. a^3 B. $2a^3$ C. $4a^3$ D. $6a^3$

Câu 9: Cho hình chóp tam giác SABC có ABC là tam giác vuông tại A; $AB=AC=a$; Tính theo a thể tích khối chóp SABC biết SA vuông góc với đáy và $SA=2a$

- A. a^3 B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $3a^3$

Câu 10: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác vuông cân tại C, cạnh SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB=2a$, $SB=3a$; Thể tích khối chóp SABC là V. Tỷ số $\frac{8V}{a^3}$ có giá trị là.

- A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 11: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $a\sqrt{5}$. SA vuông góc với đáy. $SA=2a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

- A. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $5a^3\sqrt{2}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{10}}{3}$

Câu 12: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc với đáy ABCD và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp SABCD

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 13: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với đáy. $SA=2a$; Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $2a^3$ C. $4a^3$ D. a^3

Câu 14: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Góc giữa SB và đáy bằng 60° . $SA=2a$; Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $3a^3$ B. $\frac{8a^3}{9}$ C. $8a^3$ D. $\frac{8a^3}{6}$

Câu 15: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông và SA vuông góc với đáy. $SA=3a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $9a^3$ B. a^3 C. $3a^3$ D. $27a^3$

Câu 16: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a và SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $8\sqrt{2}a^3$ B. $16\sqrt{2}a^3$ C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 17: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a và SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $3\sqrt{3}a^3$ B. $8\sqrt{3}a^3$ C. $8\sqrt{3}a^2$ D. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 18: Cho khối chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông biết $SA \perp (ABCD)$, $SC=a$ và SC hợp với đáy một góc 60° Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{48}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$

Câu 19: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$

Câu 20: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

- A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{a^3}{8}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{13}}{12}$

Câu 21: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $3a$. SC vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

- A. $9a^3$ B. $8a^3$ C. $7a^3$ D. $6a^3$

Câu 22: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $\frac{a}{3}$. SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{81}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{27}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 23: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O, $AC = 2AB = 2a$, SA vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SD = a\sqrt{5}$

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ C. $a^3\sqrt{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 24: Cho khối chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật biết rằng $SA \perp (ABC)$, SC hợp với đáy một góc 45° và $AB = 3a$, $BC = 4a$. Tính thể tích khối chóp

- A. $20a^3$ B. $40a^3$ C. $10a^3$ D. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 25: Cho hình chóp đều SABCD có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên của hình chóp tạo với đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tính theo a thể tích khối chóp SABMN.

- A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. Đáp án khác

Câu 26: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SA = 3a$; Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $3a^3$ B. $6a^3$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. Đáp án khác

Câu 27: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. $DC = 3a$, $SA = 2a$; Góc giữa SD và đáy bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $4a^3$ B. $3a^3$ C. $12a^3$ D. $4\sqrt{3}a^3$

Câu 28: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt phẳng (SDC) và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. a^3 B. $3a^3$ C. $4a^3$ D. $\frac{4a^3}{3}$

Câu 29: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa mặt phẳng (SDC) và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $2a^3$ C. $2\sqrt{3}a^3$ D. $4a^3$

Câu 30: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. $AC = 2AB$, $BC = a\sqrt{3}$. Góc giữa SB và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

- A. a^3 B. $\sqrt{3}a^3$ C. $3\sqrt{3}a^3$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 31: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, có $AB = a\sqrt{2}$, $BC = 2a$. SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$

Câu 32: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối đa diện S.BCD:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{10}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 33: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a; Góc A bằng 60° . SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2a^3}{3}$ C. $\frac{4a^3}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 34: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a; Góc A bằng 60° . O là tâm hình thoi. SA vuông góc với đáy. Góc giữa SO và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

A. a^3 B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $2a^3$

Câu 35: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi. $BD = a$, $AC = 2a$. SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

A. $2\sqrt{3}a^3$ B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\sqrt{3}a^3$ D. a^3

Câu 36: Cho khối chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và góc nhọn A bằng 60° và $SA \perp (ABC)$. Biết rằng khoảng cách từ A đến cạnh SC = a; Tính thể tích khối chóp SABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. Đáp án khác

Câu 37: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành với $AB = a$, $AD = 2a$, góc $BAD = 60^\circ$. SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60° . Thể tích khối chóp SABCD là V. Tỉ số $V = \frac{a^3}{3}$ là:

A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{7}$

Câu 38: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành, $SA \perp (ABC)$. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng 30° . Cho $AB = 3a$, $AD = 2a$, AH vuông góc với BC và AH bằng a; Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{10\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$ D. Đáp án khác

Câu 39: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành, $SA \perp (ABC)$. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng 60° . Cho $AB = 2a$, $AD = 4a$, AH vuông góc với BC và AH bằng a; Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 40: Cho hình chóp SABCD đáy ABCD là hình thang có hai đáy là AD và BC, có SA vuông góc với đáy. Cho $AD = 3a$, $BC = 2a$, AH vuông góc với BC và bằng a; Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ B. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 41: Cho hình chóp SABCD đáy ABCD là hình thang có hai đáy AB và CD, có SA vuông góc với đáy. Cho $CD=4a$, $AB=2a$, AH vuông góc với CD và bằng a; Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp.

- A. $4\sqrt{3}a^3$ B. $6\sqrt{3}a^3$ C. $6\sqrt{3}a^3$ D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 42: Cho hình chóp SABCD đáy ABCD là hình thang, có SA vuông góc với đáy. Cho $CD=5a$, $AH=AB=2a$, AH vuông góc với CD. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích khối chóp.

- A. $\frac{20a^3}{3}$ B. $\frac{14a^3}{3}$ C. $\frac{28a^3}{3}$ D. $\frac{16a^3}{3}$

Câu 43: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A, B biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cho SA vuông với mặt đáy và cạnh bên SC hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích hình chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 44: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A, D biết $AD = CD = a$, $AB = 2a$; Cho SA vuông góc với đáy và SD hợp với đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 45: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A, B biết $AB = BC = 2a$, $AD = 3a$. Cho SA vuông với mặt đáy và cạnh bên SB hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích hình chóp

- A. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 46: Cho khối chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp SABCD.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ B. $a^3\sqrt{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ D. $a^3\sqrt{6}$

Câu 47: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang cân có hai đáy là AD và BC. Biết $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$; Cho SH vuông góc với đáy (H là trung điểm của AD). SC hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. a^3 B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{3a^3}{4}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 48: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang cân có hai đáy là AD và BC, $SA \perp$ đáy, vuông góc với đáy. Biết $AB = 3CD = 3a$, $BC = a\sqrt{6}$. Các cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. $2a^3\sqrt{5}$ B. $2a^3\sqrt{3}$ C. $2a^3\sqrt{6}$ D. Đáp án khác

Câu 49: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang cân có hai đáy là AB và CD, SA vuông góc với đáy. Biết $AB = 2CD = 4a$, $BC = a$. Cho SI vuông góc với đáy (I là giao điểm của AC và BD). SD hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. $3a^3\sqrt{2}$ B. $5a^3\sqrt{6}$ C. $2a^3\sqrt{6}$ D. Đáp án khác

ĐÁP ÁN:

1A	2B	3A	4A	5A	6D	7D	8C	9C	10B	11A	12A	13A	14B	15D
16C	17D	18A	19A	20B	21A	22A	23D	24A	25C	26C	27D	28D	29A	30D
31A	32B	33D	34B	35B	36A	37C	38C	39A	40B	41D	42B	43A	44B	45C
46A	47C	48C	49A											

Dạng 2: Hình chóp có một mặt bên vuông góc với đáy

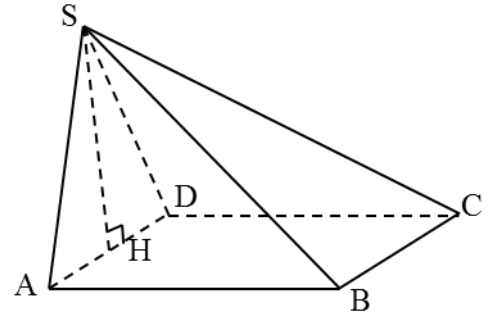
Phương pháp: Xét hình chóp $S.ABCD$ có mặt $(SAD) \perp (ABCD)$

Đường cao của hình chóp là đường cao của ΔSAD . Chứng minh:

$$\left\{ \begin{array}{l} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SH \subset (SAD) \\ SH \perp AD \end{array} \right. \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Đặc biệt nếu ΔSAD cân hoặc đều thì đường cao cũng là đường trung tuyến và phân giác.

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH$$



VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=a$, $BAC = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

Hướng dẫn:

- Đường cao của khối chóp $SABC$:

Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \end{array} \right. \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

$\Rightarrow SH$ là đường cao của khối chóp

Vì ΔSAB đều cạnh a nên ta có:

$$SH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

- Đường cao của đáy ABC :

Gọi M là trung điểm của BC

Vì ΔABC cân tại A $\Rightarrow AM$ là đường cao ΔABC

Xét $\Delta ABM \perp$ tại M , ta có:

$$AM = AB \cos BAM = a \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$$

- Độ dài cạnh BC :

Xét $\Delta ABM \perp$ tại M , ta có:

$$BM = AB \sin BAM = a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

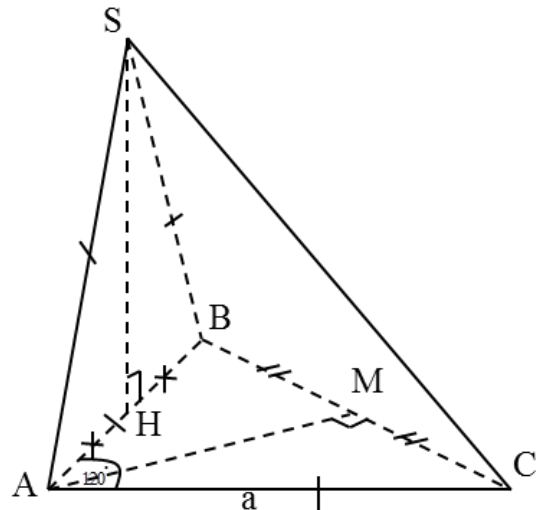
$$\Rightarrow BC = 2BM = \sqrt{3}a$$

- Diện tích đáy ABC :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

- Thể tích khối chóp $SABC$:

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{1}{8} a^3$$



Ví dụ 2: Cho hình chóp SABC có $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $\triangle SBC$ là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SAB) vuông góc với (ABC). Tính thể tích khối chóp SABCD.

Hướng dẫn:

- Độ dài cạnh AC và AB:

Vì $\triangle ABC \perp$ tại A nên ta có:

$$\begin{cases} AC = BC \sin \angle ABC = \frac{a}{2} \\ AB = BC \cos \angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{2} a \end{cases}$$

- Độ dài cạnh AS:

Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ AC \subset (ABC) \\ AC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB)$

Vì $SA \subset (SAB) \Rightarrow AC \perp SA$

Vậy $\triangle SAC \perp$ tại A

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

- Độ lớn góc MBA:

Gọi M là trung điểm SB $\Rightarrow AM \perp SB$ ($\triangle SAB$ cân tại A vì $AB=AS$)

Xét $\triangle ABM \perp$ tại M, ta có:

$$\cos MBA = \frac{BM}{AB} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow MBA = \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$$

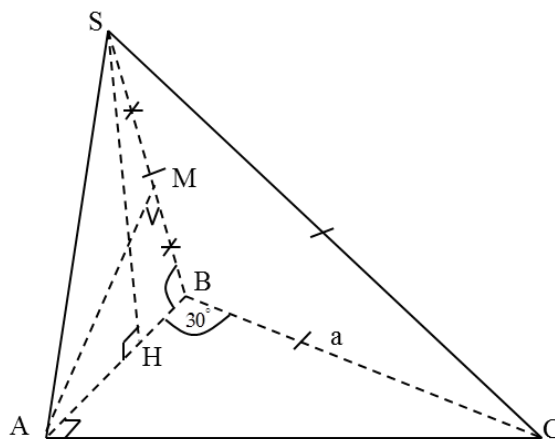
- Đường cao khối chóp SABCD:

Gọi H là hình chiếu của S lên AB

$\Rightarrow SH$ là đường cao của khối chóp SABCD

Xét $\triangle SHB \perp$ tại H, ta có:

$$SH = SB \sin \angle SBH$$



$$\text{Vì } \cos MBA = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin MBA = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{\frac{2}{3}} a$$

- Diện tích đáy ABC:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} a^2$$

- Thể tích khối chóp SABC

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{2}}{24} a^3 \text{ (đvtt)}$$

Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Mặt bên SAD là tam giác đều cạnh là a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Cạnh bên SC hợp với mặt phẳng (ABCD) một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD

Hướng dẫn:

- Góc giữa cạnh bên SC và đáy ABCD:

Gọi H là trung điểm của AD, vì $\triangle SAD$ đều

$\Rightarrow SH \perp (AD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow CH$ là hình chiếu của SC lên (ABCD)

$\Rightarrow (\angle SC, (ABCD)) = (\angle SC, CH) = \angle SCH = 30^\circ$

- Đường cao SH của khối chóp SABCD:

Vì $\triangle SAD$ đều cạnh a nên ta có:

$$SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

- Độ dài cạnh CH:

Ta có: $SH \perp (ABCD)$, mà $CH \subset (ABCD)$

$\Rightarrow SH \perp CH$

$$\Rightarrow \triangle SHC \perp \text{tại } H, \text{ do đó: } CH = \frac{SH}{\tan \angle SCH} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{2 \tan 30^\circ} = \frac{3}{2}a$$

- Độ dài cạnh CD:

Xét $\triangle CDH \perp$ tại D, ta có:

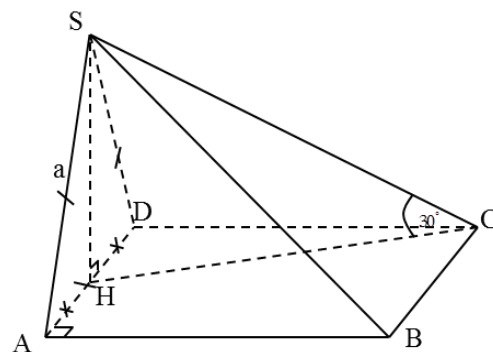
$$DC = \sqrt{CH^2 - DH^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{2}a$$

- Diện tích đáy ABCD:

$$S_{ABCD} = AD \cdot CD = a \cdot \sqrt{2}a = \sqrt{2}a^2$$

- Thể tích khối chóp SABCD

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hình chóp SABC có $\angle BAC = 90^\circ$; $\angle ABC = 30^\circ$; SBC là tam giác đều cạnh a và $(SBC) \perp (ABC)$. Tính thể tích khối chóp SABC.

A. $\frac{a^3}{16}$

B. $\frac{a^3}{24}$

C. $\frac{a^3}{12}$

D. Đáp án khác

Câu 2: Cho tứ diện ABCD có ABC là tam giác đều cạnh a, BCD là tam giác vuông cân tại D, $(ABC) \perp (BCD)$ và AD hợp với (BCD) một góc 60° . Tính thể tích tứ diện ABCD.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

D. Đáp án khác

Câu 3: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp SABC

A. $\frac{a^3}{8}$

B. a^3

C. $\frac{a^3}{2}$

D. $2a^3$

Câu 4: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, có $BC = a$; Mặt bên (SAC) vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp SABC

A. $\frac{a^3}{12}$

B. $\frac{a^3}{6}$

C. $\frac{a^3}{24}$

D. a^3

Câu 5: Cho hình chóp SABC có đáy ABC vuông cân tại A với $AB = AC = a$ biết tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC), mặt phẳng (SAC) hợp với (ABC) một góc 45° . Tính thể tích của SABC.

- A. $\frac{a^3}{12}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{24}$ D. a^3

Câu 6: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều; mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAB vuông tại S, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = a$; Gọi K là trung điểm của đoạn AC. Tính thể tích khối chóp SABC

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$

Câu 7: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{5}$. Tính V:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{15}a^3}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 8: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, góc giữa SB và đáy bằng 60° . Tính $\frac{V}{a^3}$:

- A. $2\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{7}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 9: Cho hình chóp SABC có $SB = SC = BC = CA = a$; Hai mặt (ABC) và (ASC) cùng vuông góc với (SBC). Tính thể tích hình chóp.

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$

Câu 10: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác cân tại A, $BC = 2a\sqrt{3}$, góc $BAC = 120^\circ$, 2 mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, $SA = 2a$; Tính V:

- A. $2a^3\sqrt{3}$ B. a^3 C. $a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 11: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 30° , M là trung điểm của BC. Tính thể tích khối chóp SABM.

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3}{48}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$

Câu 12: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh a ; Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy ABCD. Tính thể tích khối chóp SABCD.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $a^3\sqrt{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 13: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a , biết (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 14: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, biết (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{5}$. Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$

Câu 15: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, biết (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, $SB = a\sqrt{3}$. Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 16: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, biết (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. a^3 B. $\frac{a^3}{2}$ C. $2a^3$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 17: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, tam giác SAB cân tại S và (SAD) vuông góc với đáy. Biết góc giữa (SAC) và đáy bằng 60° . Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. a^3 B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 18: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 19: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, tam giác SAB đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết $AD = 4a$; Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 20: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = 4a$, (SAB) vuông góc với đáy, 2 mặt bên (SBC) và (SAD) cùng hợp với đáy 1 góc 30° . Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 21: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = 3a$, $AD = 5a$, (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, $SA = \frac{a}{2}$. Tính $V_{S.ABCD}$:

- A. a^3 B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{5a^3}{2}$ D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 22: Cho hình chóp SABCD có ABCD là hình chữ nhật, $\triangle SAB$ đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABCD) biết (SDC) hợp với (ABCD) một góc 30° . Tính thể tích hình chóp SABCD

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $a^3 a_3$

Câu 23: Cho SABCD có ABCD là hình thang cân góc 45° với AB là đáy nhỏ, CD là đáy lớn. $AD = a\sqrt{2}$, $AB = a$ và SAB là tam giác đều thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 24: Cho SABCD có ABCD là hình thang cân góc 60° . Biết $AB = a$ đáy nhỏ, chiều cao hình thang bằng $a\sqrt{6}$ và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{(2+\sqrt{2})a^3}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $a^3\sqrt{3}$ D. Đáp án khác

Câu 25: Cho SABCD có ABCD là hình thang cân có AB là đáy nhỏ, CD là đáy lớn. Tính thể tích khối chóp biết ABIK là hình vuông cạnh a, K, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên CD và SB hợp với đáy góc 60° , tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 26: Cho SABCD có ABCD là hình thang cân. $DC = 2a$, $2DC = AB$, hình chiếu của I lên CB trùng trung điểm CB (với I là trung điểm AB) $d_{(I;BC)} = a$, (SBC) hợp với đáy góc 60° . Tam giác SAB cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{a^3}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{33}}{3}$ C. $3a^3$ D. Đáp án khác

Câu 27: Cho hình chóp SABCD đáy là thang vuông tại A và D với $AD=CD=a$, $AB=2a$ và tam giác SAB đều nằm trong mp vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp là:

- A. $\sqrt{3}a^3$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ D. $3a^3$

Câu 28: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B với BC là đáy nhỏ. Biết rằng tam giác SAB là tam giác đều có cạnh với độ dài bằng $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SC = a\sqrt{5}$ và khoảng cách từ D tới mặt phẳng (SHC) bằng $2a\sqrt{2}$ (ở đây H là trung điểm AB). Hãy tính thể tích khối chóp theo a là:

- A. $\frac{4a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 29: Cho SABCD có ABCD là hình thang vuông tại A và D. tính thể tích khối chóp. biết $CD = AD = a\sqrt{2}$, $AB = 2a$, tam giác SAB đều nằm trong mp vuông góc với đáy.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3(\sqrt{2}+1)}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{3}$ D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 30: Cho SABCD có ABCD là hình thang vuông tại A và D có góc $ABC = 45^\circ$, $AB = 2a$, $AD = a$ và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích hình chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 31: Cho SABCD có ABCD là hình thang vuông tại A và D. Tam giác SAB cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. $AD = a\sqrt{3}$, $CD = \frac{1}{2}AB$, góc giữa SC và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{9a^3}{2}$ C. $6a^3$ D. Đáp án khác

Câu 32: Cho SABCD có ABCD là hình thang vuông tại A và D. $AD = a$, $AB = 3a$, $CD = \frac{2}{3}AB$ và (SCB) hợp đáy góc 30° , và tam giác SAB đều nằm trong mp vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{5a^3}{8}$ C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{4}$ D. Đáp án khác

Câu 33: Cho SABCD có ABCD là hình thang. BC đáy nhỏ bằng a, $AB = a\sqrt{3}$. Có tam giác SAB cân tại S $SA = 2a$; (SAB) vuông góc đáy, đường trung tuyến của AB cắt đường cao kẻ từ B tại I, $I \in AD$ và $3AI = AD$, góc BAD bằng 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. $a^3\sqrt{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{13}(3\sqrt{3}+1)}{4}$ C. $2a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 34: Cho SABCD có ABCD là hình thang. $AB = a\sqrt{5}$, $CD = 2AB$, $d_{(AB;BC)} = a\sqrt{3}$. Có tam giác SCD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa (SAB) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{2}$ B. $a^3\sqrt{15}$ C. $3a^3\sqrt{15}$ D. a^3

Câu 35: Cho SABCD có ABCD là hình thang có $AB = a$ là đáy nhỏ, $CD = 3a$ là đáy lớn. Tam giác SAB cân tại S nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 30° , góc DCI bằng 45° , I là trung điểm của AB, $IC = 3a$; Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{15a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ D. Đáp án khác

Câu 36: Cho SABCD, ABCD là hình bình hành, mp(SAD) vuông góc với đáy, $AB = 4$, $AD = 3$, góc $ADC = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp

- A. 12 B. 8 C. 9 D. Đáp án khác

Câu 37: Cho SABCD, ABCD là hình bình hành, $AB = 4$, $CI = 3$, I là đường cao kẻ từ C tới BD. Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp

- A. $24\sqrt{3}$ B. $20\sqrt{3}$ C. $16\sqrt{3}$ D. Đáp án khác

Câu 38: Cho SABCD, ABCD là hình bình hành $BC = 8$, $HI = 2$ (I là trung điểm AB) H là đường cao kẻ từ I đến AC, góc ACB bằng 30° , SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Biết $AC = 3AI$ và (SAC) hợp với đáy góc 60° . Tính V

- A. 128 B. 72 C. 120 D. Đáp án khác

Câu 39: Cho SABCD, ABCD là hình thoi. Có $AC = a$, $BD = 3a$ và $d_{(S,ABCD)} = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ B. $a^3\sqrt{3}$ C. $a^3\sqrt{2}$ D. a^3

Câu 40: Cho SABCD, ABCD là hình thoi. Có $d_{(S,ABCD)} = a\sqrt{3}$, $AB = a$ và góc ABC bằng 60° . Tính thể tích khối chóp.

- A. $a^3\sqrt{2}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3a^3}{2}$

Câu 41: Cho. ABCD, ABCD là hình thoi. $AB = a$, ABC là góc 60° , tam giác SAB cân nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. SC hợp với đáy góc 45° . Tính thể tích khối chóp.

- A. $3a^3$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $a^3\sqrt{2}$

ĐÁP ÁN:

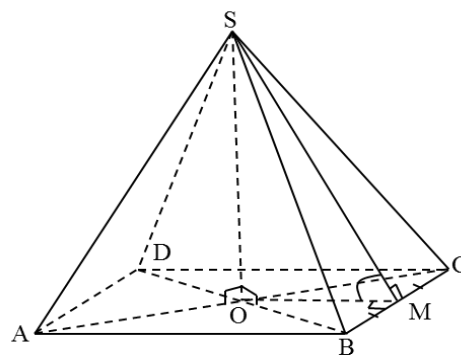
1A	2A	3A	4B	5A	6C	7C	8C	9A	10D	11D	12A	13A	14C	15B
16D	17C	18B	19A	20D	21C	22A	23B	24A	25C	26B	27C	28A	29C	30D
31B	32C	33B	34A	35C	36C	37C	38B	39A	40B	41C				

+ **Dạng 3:** Hình chóp đều

Phương pháp: Xét hình chóp tứ giác đều S.ABCD

- Các mặt bên là các tam giác cân tại S.
- Đáy ABCD là hình vuông.
- Đường cao là SO (nối từ đỉnh xuống tâm O của đáy).
- Các mặt bên tạo với đáy 1 góc bằng nhau và bằng SMO.
- Cạnh bên tạo với đáy 1 góc bằng nhau:
 $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \angle SDO$
- SO là trục đối xứng của hình chóp.

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO$$



* **Lưu ý:**

Hình chóp tam giác đều khác tứ diện đều: Hình chóp tam giác đều có các mặt bên là tam giác cân, còn tứ diện đều có tất cả các mặt là tam giác đều.

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy 2a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

Hướng dẫn:

- Góc giữa mặt bên và đáy:
 Vì S.ABCD là khối chóp đều nên góc giữa các mặt bên và đáy luôn bằng nhau, do vậy ta có thể chọn bất kì mặt bên nào để khảo sát góc giữa mặt bên và đáy.

Gọi M là trung điểm của BC

$$\Rightarrow \begin{cases} SM \perp BC \text{ (}\triangle SBC \text{ cân)} & (1) \\ OM \perp BC \text{ (}\triangle BOC \text{ cân)} & (2) \end{cases}$$

Ta lại có: $(SBC) \cap (ABCD) = BC$ (3)

Từ (1), (2) và (3)

$$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (\angle SMO) = \angle SMO = 60^\circ$$

- Độ dài cạnh OM:

Xét $\triangle ABC$, ta có:

M là trung điểm BC

O là trung điểm AC

$\Rightarrow OM$ là đường trung bình $\triangle ABC$

$$\Rightarrow OM = \frac{1}{2} AB = a$$

- Độ dài đường cao SO của khối chóp S.ABCD:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ OM \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp OM$$

$$\Rightarrow \triangle SOM \text{ vuông tại O}$$

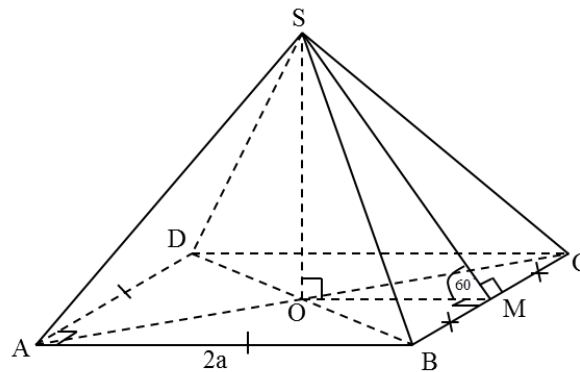
$$\Rightarrow SO = OM \tan \angle SMO = a \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$$

- Diện tích đáy ABCD:

$$S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$$

- Thể tích khối chóp SABCD:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot \sqrt{3}a = \frac{4\sqrt{3}}{3} a^3$$



Ví dụ 2: Cho hình chóp tam giác đều có đường cao h hợp với một mặt bên một góc 60° . Tính thể tích khối chóp.

Hướng dẫn:

- Góc giữa đường cao của khối chóp và mặt bên:

Gọi N, M lần lượt là trung điểm của AB và BC; $CN \cap AM = G \Rightarrow G$ là trọng tâm của ΔABC .
 Vì SABC là hình chóp tam giác đều nên SG là đường cao của khối chóp SABC.

Ta có: $\begin{cases} AM \perp BC (\Delta ABC \text{ đều}) \\ SG \perp BC (SG \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) (1)$

Đựng $GH \perp SM (2)$ tại H

Vì $(AMS) \subset GH (3)$ nên từ (1) và (3) $\Rightarrow BC \perp GH (4)$

Từ (2) và (4) $\Rightarrow GH \perp (SBC)$

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu của SG lên mặt bên (SBC)

$\Rightarrow (SG, (SBC)) = (SG, SM) = GSM = 60^\circ$

- Độ dài đoạn GM:

Xét $\Delta SGM \perp$ tại G, ta có:

$$GM = SG \cdot \tan GSM = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$$

- Độ dài đoạn AM:

Vì G là trọng tâm ΔABC

$$\Rightarrow AM = 3GM = 3\sqrt{3}h$$

- Độ dài cạnh BC của Δ đều ABC:

Ta có:

$$AM = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \text{ (AM là đường cao } \Delta \text{ đều ABC)} \Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}} AM = \frac{2}{\sqrt{3}} 3\sqrt{3}h = 6h$$

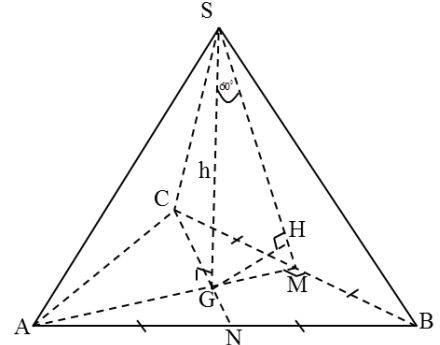
$$\Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}} AM = \frac{2}{\sqrt{3}} 3\sqrt{3}h = 6h$$

- Diện tích đáy ABC:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (6h)^2 = 9\sqrt{3}h^2$$

- Thể tích khối chóp SABC:

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3}h^2 \cdot h = 3\sqrt{3}h^3$$



Ví dụ 3: Cho khối tứ diện đều ABCD cạnh bằng a. Tính thể tích khối tứ diện đều.

Hướng dẫn:

Gọi N, M lần lượt là trung điểm của AB và BC; $CN \cap AM = G \Rightarrow G$ là trọng tâm của ΔABC

- Độ dài cạnh AM:

Vì ΔABC đều nên AM là đường cao

$$\Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

- Độ dài đoạn AG:

Vì G là trọng tâm ΔABC nên ta có:

$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

- Đường cao SG của khối chóp SABC:

Vì SABC là đa diện đều nên SG là đường cao

Xét $\Delta SGA \perp$ tại G, ta có:

$$\Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} a\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

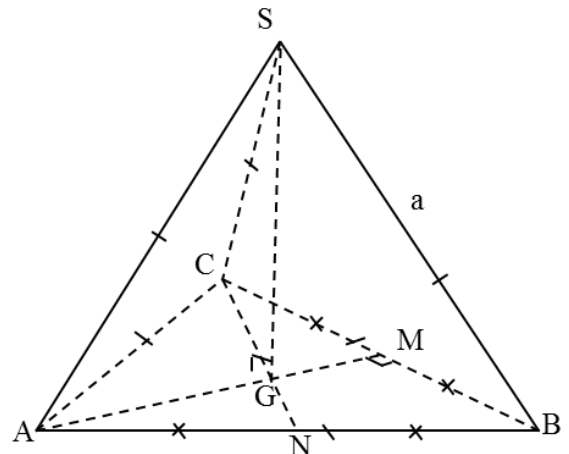
- Diện tích đáy ABC:

Vì ΔABC đều nên ta có:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

- Thể tích khối chóp SABC:

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} a = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{a^3}{12}$

Câu 2: Cho hình chóp tam giác đều SABC có cạnh bên a, góc ở đáy của mặt bên là 45° . Tính thể tích hình chóp SABC.

A. $\frac{a^2}{3}$

B. $\frac{a^3}{6}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $\frac{a^3}{5}$

Câu 3: Cho hình chóp tam giác đều có đường cao h và mặt bên có góc ở đỉnh bằng 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{h^3\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{h^3\sqrt{4}}{8}$

C. $\frac{h^3\sqrt{2}}{6}$

D. $\frac{h^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 4: Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a; Thể tích của (H) bằng:

A. $\frac{a^3}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng a, hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{4}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

D. Đáp án khác

Câu 6: Cho hình chóp đều SABC có cạnh bên bằng a hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{3a^3}{32}$

B. $\frac{3a^3}{16}$

C. $\frac{3a^3}{4}$

D. Đáp án khác

Câu 7: Cho hình chóp tam giác đều SABC có các cạnh là a. Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{3a^3}{2}$

D. Đáp án khác

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ . Thể tích khối chóp SABCD theo a và φ bằng

A. $\frac{2a^3 \tan \varphi}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2} \tan \varphi}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2} \tan \varphi}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2} \tan \varphi}{3}$

Câu 9: Cho hình chóp tam giác đều SABC có cạnh đáy a và mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp SABC.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 10: Cho chóp tam giác đều có đường cao h hợp với một mặt bên một góc 30° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{h^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{h^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{h^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{h^2\sqrt{2}}{4}$

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có chiều cao h, góc ở đỉnh của mặt bên bằng 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{2h^3}{3}$

B. $\frac{h^3}{3}$

C. $\frac{h^3}{6}$

D. $\frac{3h^2}{2}$

Câu 12: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác đều, mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAB vuông tại S, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = a$; Gọi K là trung điểm của đoạn AC. Tính thể tích khối chóp SABC.

$$A. V = \frac{a^3}{8}$$

$$B. V = \frac{a^3}{3}$$

$$C. V = \frac{a^3}{6}$$

$$D. V = \frac{a^3}{2}$$

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . M, N là trung điểm của cạnh SD, DC. Tính theo a thể tích khối chóp MABC.

$$A. \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$$

$$B. \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

$$C. \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

$$D. \frac{a^3}{8}$$

Câu 14: Cho hình chóp đều SABCD có cạnh đáy bằng 2a. Mặt bên của hình chóp tạo với đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tính theo a thể tích khối chóp SABMN.

$$A. \frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$$

$$B. \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

$$C. \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

$$D. \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$$

Câu 15: Cho hình chóp đều SABCD có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB và CD. Thể tích khối tứ diện AMNP bằng

$$A. \frac{a^3}{48}$$

$$B. \frac{a^3}{16}$$

$$C. \frac{a^3}{24}$$

$$D. \frac{a^3}{6}$$

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có đáy hợp với cạnh bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD bằng 2. Thể tích khối chóp là

$$A. \frac{4}{3}$$

$$B. \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

C. Đáp số khác

$$D. 4\sqrt{2}$$

ĐÁP ÁN:

1A	2B	3A	4B	5C	6A	7D	8B	9D	10B	11A	12D	13B	14C	15A	16B
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

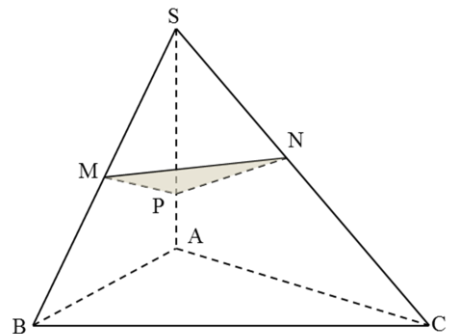
+ **Dạng 5:** Phương pháp tỷ số thể tích

Phương pháp:

Khi một mặt phẳng bất kỳ cắt khối chóp S.ABC theo thiết diện (MNP) thì ta có:

$$\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{SP}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC}$$

(công thức này chỉ áp dụng cho tứ diện. Nếu hình chóp không phải là tứ diện, ta cần phân chia hình chóp đó thành các tứ diện nhỏ rồi áp dụng công thức trên).



VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho hình chóp SABC có $V_{SABC} = 6a^3$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho SM=MA, SN=NB, SQ=2QC. Tính V_{SMNQ} .

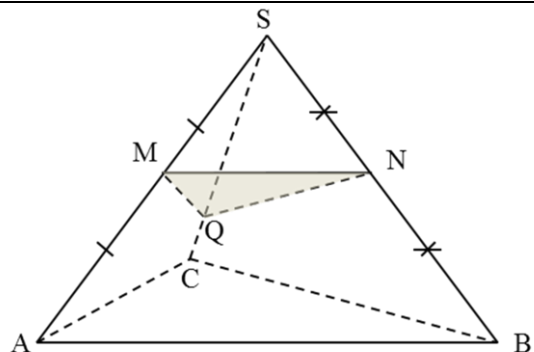
Hướng dẫn:

- Thể tích khối chóp SMNQ:

Ta có:

$$\frac{V_{SMNQ}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow V_{SMNQ} = \frac{1}{6} V_{SABC} = \frac{1}{6} \cdot 6a^3 = a^3$$



Ví dụ 2: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và $S.AEMF$

Hướng dẫn:

Gọi (α) là mặt phẳng qua AM và song song với BD , O là tâm của đáy $ABCD$.

- Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và khối chóp $S.ABCD$.

Gọi $I = AM \cap SO$

Vì $(\alpha) \parallel BD \Rightarrow (\alpha)$ sẽ cắt mặt (SDB) tại giao tuyến song song với BD . Qua I dựng $EF \parallel BD$, khi đó $EF = (\alpha) \cap (SBD)$.

$\Rightarrow$ Thiết diện tạo bởi $(\alpha) \cap S.ABCD = (AEMF)$

- Góc giữa cạnh bên và đáy:

Vì $S.ABCD$ là khối chóp đều $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$\Rightarrow BO$ là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, (BO)) = SBO = 60^\circ$

- Độ dài cạnh BO :

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $BD = \sqrt{2}a$

$$\Rightarrow BO = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

- Độ dài đường cao SO của khối chóp $SABCD$

Xét $\triangle SOB \perp$ tại O , ta có:

$$SO = BO \cdot \tan SBO = \frac{\sqrt{2}a}{2} \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{6}a}{2}$$

- Diện tích đáy $ABCD$:

$$S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

- Thể tích khối chóp $S.ABCD$:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{\sqrt{6}a}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3$$

- Tỷ số SE với SB và SF với SD :

Xét $\triangle SAC$ có I là trọng tâm (SO và AM là 2 trung tuyến)

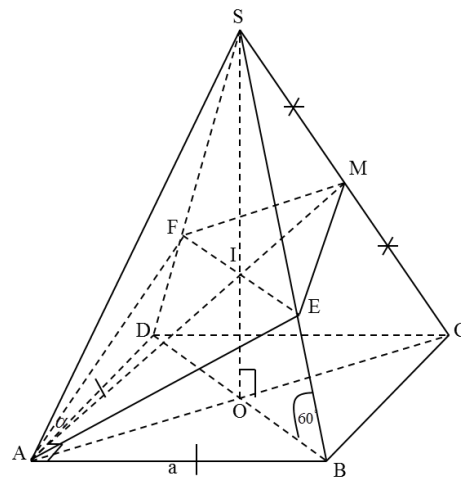
$$\Rightarrow SI = \frac{2}{3} SO \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Xét } \triangle SOB \text{ có } IE \parallel OB \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SE}{SB} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Chứng minh tương tự ta có: } \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SF}{SD} = \frac{2}{3}$$

- Thể tích khối chóp $SABC$ và $SADC$:

Vì $S.ABCD$ là khối chóp đều nên khối chóp sau khi được chia nhỏ thành khối $SABC$ và $SADC$ sẽ có thể tích bằng nhau.



$$\Rightarrow V_{SABC} = V_{SADC} = \frac{V_{SABCD}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{12} a^3$$

- Thể tích khối chóp $SAEM$:

$$\text{Ta có: } \frac{V_{SAEM}}{V_{SABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{SAEM} = \frac{1}{3} V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{12} a^3 = \frac{\sqrt{6}}{36} a^3$$

- Thể tích khối chóp $SAFM$:

$$\text{Ta có: } \frac{V_{SAFM}}{V_{SADC}} = \frac{SF}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{SAFM} = \frac{1}{3} V_{SADC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{12} a^3 = \frac{\sqrt{6}}{36} a^3$$

- Thể tích khối chóp $S.AEMF$:

Ta có:

$$V_{S.AEMF} = V_{SAEM} + V_{SAFM} = 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{36} a^3 = \frac{\sqrt{6}}{18} a^3$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Nếu 2 khối chóp có cùng chiều cao thì tỉ số thể tích bằng tỉ số:

- A. Diện tích 2 đáy B. 2 Đường cao C. Cạnh đáy D. Cạnh bên

Câu 2: Nếu 2 khối chóp có cùng diện tích đáy thì tỉ số thể tích bằng tỉ số:

- A. Diện tích 2 đáy B. 2 Đường cao C. Cạnh đáy D. Cạnh bên

Câu 3: Đối với 2 khối chóp tam giác có: $\frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$ bằng:

- A. $V_{S.ABC}$ B. $V_{S.A'B'C'}$ C. $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$ D. $2V_{S.A'B'C'}$

Câu 4: Cho tứ diện ABCD. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện AB'C'D và khối tứ diện ABCD bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 5: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành và I là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AI và song song với BD chia hình chóp thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích 2 phần này

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 6: Cho hình chóp SABC có $S.ABC \ V = 6a^2$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho SM = MA, SN = NB, SQ = 2QC. Tính S.MNQ V :

- A. a^3 B. $2a^3$ C. $3a^2$ D. $4a^2$

Câu 7: Cho hình chóp SABC có $V_{S.ABC} = 120$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho: MA = 2SM, NB = 3SN, QC = 4SQ. Tính $V_{S.MNQ}$:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 8: Cho khối chóp S.ABC. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Khi đó tỉ số thể tích $\frac{V_{S.IJK}}{V_{S.ABC}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 9: Cho tứ diện ABCD có B' là trung điểm AB, C' thuộc đoạn AC và thỏa mãn $2AC' = C'C$. Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị tỉ số thể tích giữa khối tứ diện AB'C'D và phần còn lại của khối tứ diện ABCD ?

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 10: Cho khối chóp S.ACB. Gọi G là trọng tâm giác SBC. Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại I, J. Gọi $V_{S.AIJ}$, $V_{S.ABC}$ lần lượt là thể tích của các khối tứ diện SAIJ và SABC. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = 1$ B. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{2}{3}$ C. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{4}{9}$ D. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{8}{27}$

Câu 11: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên bằng 2a. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm trên đoạn SC sao cho NS = 2NC. Thể tích khối chóp A.BCNM có giá trị nào sau đây ?

- A. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{36}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{16}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{24}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{18}$

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông cân ở A và AB = a. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với (ABC) lấy điểm D sao cho CD = a. Mặt phẳng (α) qua C và vuông góc với BD, cắt BD tại F và cắt AD tại E. Thể tích khối tứ diện nhận CDEF giá trị nào sau đây ?

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{a^3}{24}$ C. $\frac{a^3}{36}$ D. $\frac{a^3}{54}$

Câu 13: Cho khối chóp S.ABCD. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp S.A'B'C'D' và S.ABCD bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{16}$

Câu 14: Cho khối chóp S.ABCD có thể tích bằng V. Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng (α) qua A' và song song với đáy (ABCD) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích khối chóp S.A'B'C'D' bằng:

- A. $\frac{V}{3}$ B. $\frac{V}{9}$ C. $\frac{V}{27}$ D. $\frac{V}{81}$

Câu 15: Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC. Tỷ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó là:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{5}$

Câu 16: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C'. Gọi D là trung điểm A'C', k là tỉ số thể tích khối tứ diện B'BAD và khối lăng trụ đã cho. Khi đó k nhận giá trị:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 17: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C'. Gọi M là trung điểm A'C', I là giao điểm của AM và A'C. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện IABC với khối lăng trụ đã cho là:

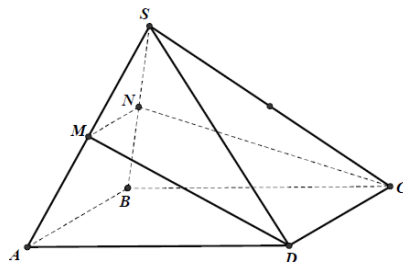
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 18: Cho hình chóp SABCD có ABCD là hình bình hành có M là trung điểm SC. Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại P và Q. Khi đó $\frac{V_{S.AMPQ}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 19: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tỉ số thể tích của khối chóp SMNCD và khối chóp SABCD bằng:

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$



ĐÁP ÁN:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
D	C	C	B	D	A	B	A	A	B	D	C	B	C	A	D	B	D	A

+ **Dạng 5:** Cạnh bên hoặc mặt bên tạo với đáy 1 góc α và một số bài toán khác

Phương pháp:

Các giả thiết của dạng bài tập này khá đa dạng, tuy nhiên tinh thần chung của các bài toán này nằm ở 2 bước sau:

- **Bước 1:** Xác định được góc α trên hình vẽ.
- **Bước 2:** Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác để tính các yếu tố cạnh liên quan tới tính chiều cao và diện tích đáy.

VÍ DỤ: (Ví dụ có cạnh bên hợp với đáy, mặt bên hợp với đáy...)

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, $BD=a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy (ABCD) là trung điểm OD. Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

Hướng dẫn:

- Góc giữa SD và đáy (ABCD):

Vì $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SD, (ABCD)) = (SD, BD) = SDB = 60^\circ$

- Độ dài đoạn DH:

Vì H là trung điểm của DO, ta có:

$$\Rightarrow DH = \frac{1}{2} DO = \frac{1}{4} DB = \frac{1}{4} a$$

- Chiều cao SH của khối chóp SABCD:

Xét $\triangle SHD \perp$ tại H, ta có:

$$SH = DH \cdot \tan SDB = \frac{1}{4} a \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

- Cạnh AB của đáy ABCD:

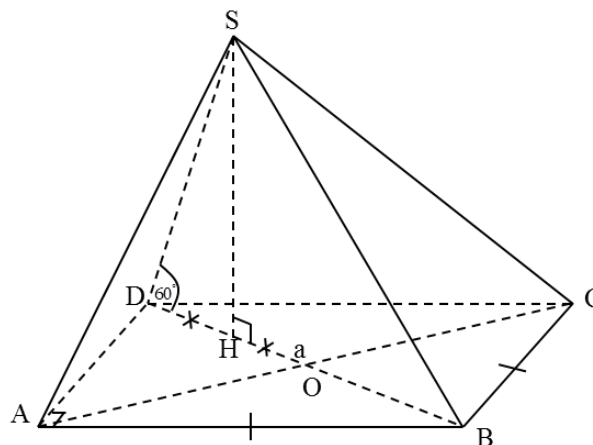
$$\text{Ta có: } BD = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

- Diện tích đáy ABCD:

$$S_{ABCD} = AB^2 = \left(\frac{\sqrt{2}a}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} a^2$$

- Thể tích khối chóp SABCD:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a = \frac{\sqrt{3}}{24} a^3$$



Ví dụ 2: Cho hình chóp SABC có tam giác ABC vuông tại A, $AB = AC = a$, chiều vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng(SAB) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp SABC.

Hướng dẫn:

- Góc giữa (SAB) và đáy (ABC):

Dựng $HM \perp AB$ (1)

Ta có: $\begin{cases} SH \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SH \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB \perp (SMH)$

Mà $SM \subset (SMH) \Rightarrow AB \perp SM$ (3)

Ta lại có: $(SAB) \cap (ABC) = AB$ (4)

Từ (1), (3) và (4)

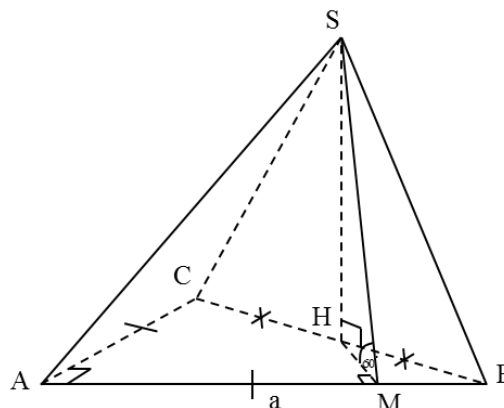
$$\Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (SM, HM) = SMH = 60^\circ$$

- Độ dài cạnh BH:

$$\text{Vì } \triangle ABC \perp A \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$$\text{Vì H là trung điểm BC} \Rightarrow BH = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

- Độ dài cạnh MH:



Ta có: $\triangle ABC \perp$ cân tại A $\Rightarrow \angle ABC = 45^\circ$

$$\Rightarrow MH = BH \sin MBH = \frac{\sqrt{2}a}{2} \sin 45^\circ = \frac{1}{2}a$$

- Đường cao SH của khối chóp SABC:

$$\text{Ta có } \begin{cases} SH \perp (ABC) \\ MH \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SH \perp MH$$

$$\Rightarrow \triangle SHM \perp \text{ tại H}$$

$$\Rightarrow SH = MH \cdot \tan SMH = \frac{1}{2}a \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

- Diện tích đáy ABC:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2}a^2$$

- Thể tích khối chóp SABC:

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$$

Ví dụ 3: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cạnh huyền bằng 3.

Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Tính thể tích khối chóp SABC.

Hướng dẫn:

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$, M và N lần lượt là trung điểm của AC và AB.

- Độ dài cạnh AC và BC:

Vì $\triangle ABC \perp$ cân tại C

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2AC^2$$

$$\Rightarrow AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

- Diện tích đáy ABC:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{9}{4}$$

- Độ dài cạnh BM:

Xét $\triangle BCM \perp$ tại C

$$\Rightarrow BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \sqrt{(BC)^2 + \left(\frac{AC}{2} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} \right)^2} = \frac{3\sqrt{10}}{4}$$

- Độ dài cạnh BG:

$$\text{Ta có: } BG = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{10}}{4} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

- Đường cao SG của khối chóp SABC:

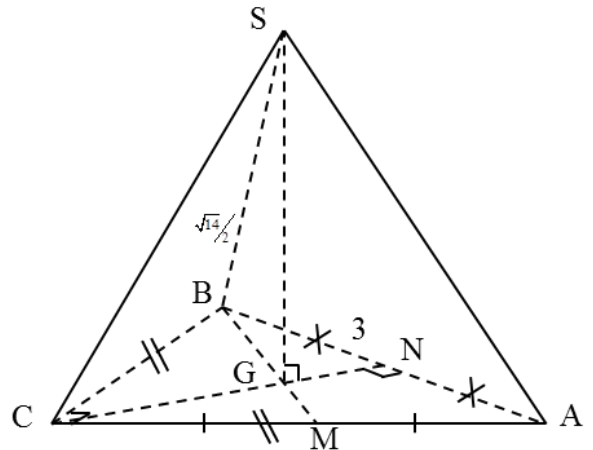
$$\text{Ta có: } \begin{cases} SG \perp (ABC) \\ BG \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SG \perp BG$$

$$\Rightarrow \triangle SGB \perp \text{ tại G}$$

$$\Rightarrow SG = \sqrt{SB^2 - BG^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{14}}{2} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{10}}{2} \right)^2} = 1$$

- Thể tích khối chóp SABC:

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hình chóp SABC, đáy tam giác vuông tại A, $\angle ABC = 60^\circ$, $BC = 2a$; gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC, biết SH vuông góc với mp (ABC) và SA tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp SABC

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$

Câu 2: Cho hình chóp SABC tam giác ABC vuông tại B, $BC = a$, $AC = 2a$, tam giác SAB đều. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AC. Tính thể tích khối chóp SABC

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

Câu 3: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp SABC

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{\sqrt{19}a^3}{4}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. Đáp án khác

Câu 4: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA = 4a$, $BC = 3a$, gọi I là trung điểm của AB, hai mặt phẳng (SIC) và (SIB) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp SABC

- A. $\frac{a^3}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{5}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{12\sqrt{3}a^3}{5}$

Câu 5: Cho hình chóp SABC, có đáy là tam giác ABC cân tại A, $AB = AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy một góc α , biết $\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$. Tính thể tích khối chóp SABC

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 6: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác cân tại A, góc $\angle BAC = 120^\circ$. Gọi H, M lần lượt là trung điểm các cạnh BC và SC, SH vuông góc với (ABC), $SA = 2a$ và tạo với mặt đáy góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABC

- A. a^3 B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$

Câu 7: Cho tứ diện ABCD có ABC là tam giác đều cạnh $3a$ và cạnh CD tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Gọi H là điểm nằm trên AB sao cho $AB = 3AH$ và mặt phẳng (DHC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích tứ diện đã cho

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$ B. $\frac{\sqrt{7}a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{7}$ D. $\frac{9\sqrt{7}a^3}{4}$

Câu 8: Cho hình chóp SABC có tam giác ABC vuông tại A, $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp SABC

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$

Câu 9: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành với $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$, $BD = a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng ABCD là trọng tâm G của tam giác BCD, biết $SG = 2a$; Tính thể tích V của hình chóp S ABCD

- A. $\frac{4a^3}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 10: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật $AD = 2a, AB = a$. Gọi H là trung điểm của AD, biết $SH \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp biết $SA = a\sqrt{5}$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4a^3}{3}$ D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 11: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Gọi H là trung điểm cạnh AB biết $SH \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp biết tam giác SAB đều

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 12: Cho SABCD có ABCD là hình thang vuông tại A và D. $SA = AD = 2a$; $CD = a$; Góc giữa (SBC) và (ABCD) bằng 60° . Gọi I là trung điểm cạnh AD. Biết (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với (ABCD). Tính VABCD

- A. a^3 B. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$ C. $a^3\sqrt{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 13: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D; SA vuông góc với mặt đáy (ABCD); $AB = 2a$; $AD = CD = a$; Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy (ABCD) là 60° . Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N. Tính thể tích khối chóp SCDMN theo a;

- A. $\frac{27a^3}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{7a^3\sqrt{6}}{27}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{6}}{27}$

Câu 14: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên (ABCD) trùng với trọng tâm tam giác BCD. Cạnh SA hợp với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 15: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$; Hình chiếu của S lên (ABCD) là trung điểm H của AB, SC tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp SABCD là:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 16: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a tâm O. Hình chiếu của đỉnh S trên (ABCD) là trung điểm AO, góc giữa (SCD) và (ABCD) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. Đáp án khác

Câu 17: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình thoi cạnh bằng 5 cm, đường chéo $AC = 4$ cm. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. $SO = 2\sqrt{2}$ và SO vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SC, mặt phẳng (ABM) cắt SD tại N. Tính thể tích khối chóp SMNAB

- A. 2 B. 3 C. 12 D. 1

Câu 18: Cho SABCD có ABCD là hình chữ nhật. chiều cao chóp bằng $a\sqrt{5}$. Diện tích đáy bằng 8. Tính thể tích khối chóp.

- A. 12 B. $\frac{8a\sqrt{5}}{5}$ C. $a^3\sqrt{2}$ D. $\frac{8a\sqrt{5}}{3}$

Câu 19: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a, góc $BAD = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với (ABCD). Góc giữa SC và (ABCD) bằng 45° . Tính thể tích khối chóp SAHCD.

- A. $\frac{a^3\sqrt{39}}{32}$ B. $\frac{a^3\sqrt{39}}{96}$ C. $\frac{a^3\sqrt{35}}{32}$ D. Đáp án khác

Câu 20: Cho khối chóp SABCD có đáy ABCD là nửa lục giác đều nội tiếp trong nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ biết (SBC) hợp với đáy ABCD một góc 45° . Tính thể tích khối chóp SABCD

- A. $\frac{3R^3}{8}$ B. $3R^3$ C. $\frac{3R^3}{6}$ D. Đáp án khác

Câu 21: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành và lấy M trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = x$. Tìm x để mặt phẳng (MBC) chia hình chóp thành 2 phần có thể tích bằng nhau

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Câu 22: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. SA vuông góc với đáy. $SA = \frac{3a}{2}$. Tính theo a thể tích khối chóp SABCD.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 23: Cho hình chóp SABCD đáy là hình chữ nhật $AD = 2a$, $AB = a$, có (SAB) và (SAD) vuông góc đáy và góc SC và đáy bằng 30° Thể tích khối chóp là:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{6}$ D. Đáp án khác

Câu 24: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SCD) và đáy là 60° . Tính thể tích khối chóp SABCD:

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{15}}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$ D. Đáp án khác

Câu 25: Cho hình chóp SABCD có SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và đáy ABCD là hình chữ nhật; $AB = a$, $AD = 2a$; Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của AC và DM, H là hình chiếu vuông góc của A lên SB. Biết góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) là φ , với

$\tan \varphi = \frac{\sqrt{10}}{5}$. Tính thể tích khối chóp SABMN.

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{18}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 26: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABCD) là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và đường thẳng SC tạo với đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD:

- A. $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{5a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 27: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a tâm O , hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm của AO , góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng (ABCD) là 60° . Tính thể tích của khối chóp SABCD:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^35\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{a^33\sqrt{3}}{2}$

Câu 28: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a ; Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN với DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp SCDNM:

- A. $\frac{5a^3}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a^35\sqrt{3}}{24}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{5}$ D. $\frac{a^35\sqrt{3}}{6}$

Câu 29: Cho hình chóp SABC có $SA=3a$ (với $a>0$); SA tạo với đáy (ABC) một góc bằng 60° . Tam giác ABC vuông tại B , $\angle ACB = 30^\circ$. G là trọng tâm của tam giác ABC. Hai mặt phẳng (SGB) và (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích của hình chóp SABC theo a ;

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$ B. $V = \frac{324}{12}a^3$ C. $V = \frac{2\sqrt{13}}{12}a^3$ D. $V = \frac{243}{112}a^3$

ĐÁP ÁN:

1B	2A	3B	4D	5D	6A	7D	8B	9D	10C	11D	12B	13B	14A	15A
16B	17A	18D	19B	20A	21D	22B	23A	24B	25C	26B	27A	28A	29D	

BÀI TẬP TỔNG HỢP TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ C. $V = a^3\sqrt{2}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC là tam giác vuông cân tại S , $SB = 2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $3a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 2a^3$ B. $V = 4a^3$ C. $V = 6a^3$ D. $V = 12a^3$

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 40$ B. $V = 192$ C. $V = 32$ D. $V = 24$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh SD . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{6}$ B. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$ C. $V = 2a^3\sqrt{15}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $V = a^3\sqrt{3}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = a^3 \dots \quad \text{B. } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên $SA = 2$ và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = 1. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{1}{3}. \quad \text{D. } V = 2.$$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{2a^3 \sqrt{6}}{12}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}.$$

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{12}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}. \quad \text{C. } V = 2a^3. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}.$$

Câu 11. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

$$\text{A. } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

$$\text{A. } h = \frac{a\sqrt{3}}{6}. \quad \text{B. } h = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } h = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } h = a\sqrt{3}.$$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh huyền AC . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{2a^3 \sqrt{6}}{12}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}.$$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $ABC = 60^\circ$. Cạnh bên $SD = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD thỏa $HD = 3HB$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{5}}{24}. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{15}}{24}. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{15}}{8}. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{15}}{12}.$$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa $AH = 2BH$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}.$$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $SBD = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = a^3. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $AB = SA = a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{3a^3}{4}. \quad \text{C. } V = a^3. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy; diện tích tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ (đvdt). Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = a^3. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , cạnh huyền AB bằng 3. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{3}{2}. \quad \text{B. } V = \frac{1}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{3}{4}. \quad \text{D. } V = 1.$$

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AC = 5a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = 6\sqrt{2}a^3. \quad \text{B. } V = 4\sqrt{2}a^3. \quad \text{C. } V = 2\sqrt{2}a^3. \quad \text{D. } V = 2a^3.$$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{3a^3}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{2}. \quad \text{D. } V = a^3.$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $BAD = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và SD tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{3a^3}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{2}. \quad \text{D. } V = a^3.$$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB , góc giữa SC và mặt đáy bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{15}}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{15}}{18}$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{5}}{6}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 2a$, $BC = a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Biết góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi I là trung điểm của BC , SI tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B ; đỉnh S cách đều các điểm A, B, C . Biết $AC = 2a$, $BC = a$; góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $BD = 1$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là trung điểm OD . Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{1}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh đáy AD và BC ; $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{D. } V = a^3\sqrt{3}.$$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}. \quad \text{B. } V = 8\sqrt{2}a^3. \quad \text{C. } V = 8\sqrt{6}a^3. \quad \text{D. } V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = AB = a$. Gọi N là trung điểm SD , đường thẳng AN hợp với đáy ($ABCD$) một góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}. \quad \text{C. } V = a^3\sqrt{3}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}. \quad \text{B. } V = \sqrt{3}a^3. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{1}{\sqrt{6}}. \quad \text{B. } V = \sqrt{6}. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{6}}{3}. \quad \text{D. } V = \sqrt{3}.$$

Câu 36. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{8}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc đáy và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \quad \text{C. } V = a^3\sqrt{3}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 38. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = 3a^3. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}. \quad \text{C. } V = a^3. \quad \text{D. } V = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng ($ABCD$) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}. \quad \text{B. } V = a^3. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , đường chéo $AC = a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa (SCD) và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = 1$, $AB = 2$; cạnh bên SA vuông góc với đáy; mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{2}$. B. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, $S_{\triangle ABD} = 6\text{cm}^2$, $AB = 3\text{cm}$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng 60° . Tính thể tích V của khối tứ diện đã cho.

A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$. C. $V = 2\sqrt{3}\text{cm}^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$.

Câu 43.) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , BD . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{7}{2}a^3$. B. $V = 14a^3$. C. $V = \frac{28}{3}a^3$. D. $V = 7a^3$.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $AGBC$.

A. $V = 3$. B. $V = 4$. C. $V = 6$. D. $V = 5$.

Câu 45. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và vuông góc với đáy (ABC) . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Tính thể tích của $S.AMN$.

A. $V = \frac{2a^3}{27}$. B. $V = \frac{2a^3}{29}$. C. $V = \frac{a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{27}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$.

A. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{5a^3}{8}$. D. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh $2a$. Mặt bên tạo với đáy góc 60° . Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD . Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $DKAC$.

$$\text{A. } V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}. \quad \text{B. } V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{5}. \quad \text{C. } V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}. \quad \text{D. } V = a^3\sqrt{3}$$

.**Câu 49***. Cho hình chóp $S.ABC$ có $ASB = CSB = 60^\circ$, $ASC = 90^\circ$ và $SA = SB = a$, $SC = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB$, $SC = SD$, $(SAB) \perp (SCD)$ và tổng diện tích hai tam giác SAB và SCD bằng $\frac{7a^2}{10}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3}{5}. \quad \text{B. } V = \frac{4a^3}{15}. \quad \text{C. } V = \frac{4a^3}{25}. \quad \text{D. } V = \frac{12a^3}{25}.$$

ĐÁP ÁN:

1D	2A	3C	4B	5A	6C	7A	8A	9B	10B	11C	12D	13A	14B	15D
16C	17A	18C	19C	20A	21C	22A	23C	24B	25D	26D	27A	28C	29A	30C
31B	32D	33B	34D	35C	36A	37D	38C	39C	40A	41C	42D	43D	44B	45D
46A	47B	48C	49D	50C										

+ **Dạng 6:** Các bài toán tính khoảng cách

Phương pháp:

Ngoài các phương pháp chính xác định khoảng cách đã được trình bày trong phần **KIẾN THỨC BỔ SUNG**, ta cần lưu ý thêm các phương pháp sau:

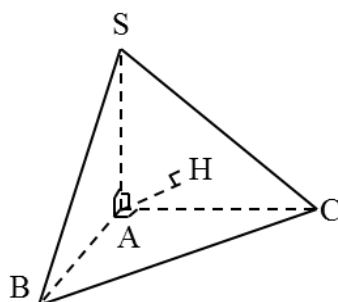
- Sử dụng công thức tính thể tích:

Từ công thức $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$, khi biết được V và $S_{\text{đáy}}$ ta sẽ tính được chiều cao (khoảng cách) h từ

đỉnh đối diện với đáy tương ứng: $h = \frac{3V}{S_{\text{đáy}}}$

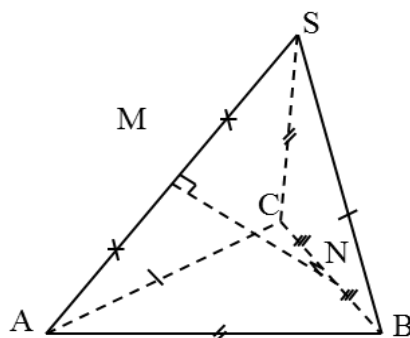
- Đối với tứ diện vuông, ta có công thức tính đường cao từ A tới (SBC) như sau:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2}$$

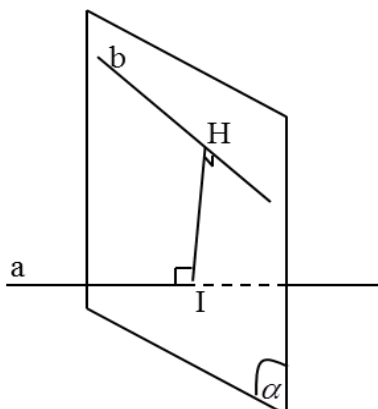


Tứ diện vuông ($AS \perp AB \perp AC$)

- Nếu tứ diện SABC có $SC=AB$, $AC=SB$ thì đoạn thẳng MN nối trung điểm của 2 cạnh SA và BC là đoạn thẳng vuông góc chung của SA và BC.



- Khi a, b chéo nhau và $a \perp b$, ta tìm mặt phẳng (α) qua b và vuông góc với a, khi đó đoạn thẳng kẻ từ giao điểm I của a với (α) vuông góc với b tại H là đoạn thẳng vuông góc chung của a và b; hay IH là khoảng cách từ giữa 2 đường thẳng a và b.



VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD

Hướng dẫn:

- Xác định khoảng cách giữa SC và BD:

Ta có:

$$\begin{cases} BD \perp AC \text{ (ABCD là hình vuông)} \\ BD \perp SA \text{ (SA} \perp \text{ABCD)} \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Dựng $OH \perp SC$. Vì $OH \subset (SAC)$

$\Rightarrow OH$ là khoảng cách giữa BD và SC

- Độ dài cạnh OC:

$$\text{Ta có: } OC = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}BC}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

- Độ lớn góc SCA

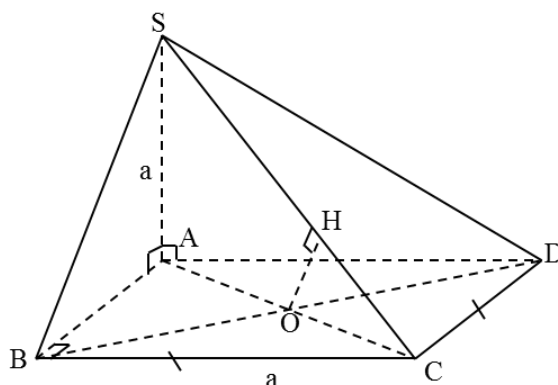
Xét $\triangle SAC \perp$ tại A, ta có:

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow SCA = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- Khoảng cách OH:

Xét $\triangle OHC \perp$ tại H, ta có:

$$OH = OC \sin SCA = \frac{\sqrt{2}a}{2} \sin(\arctan \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{\sqrt{6}}{6} a$$



Ví dụ 2: Cho hình chóp SABCD là hình vuông, $BD=2a$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD)

Hướng dẫn:

- Xác định khoảng cách từ B tới (SAD)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ AD \subset (ABCD) \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$$

Vì $SB \subset (SAB) \Rightarrow SB \perp AD$ (1)

Ta lại có: $SB \perp SA$ ($\triangle SAB \perp$ tại S) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SB \perp (SAD)$

Vậy khoảng cách từ B tới mặt (SAD) là SB

- Độ dài cạnh SA:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp BC \text{ (AD} \parallel \text{BC)} \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC)$$

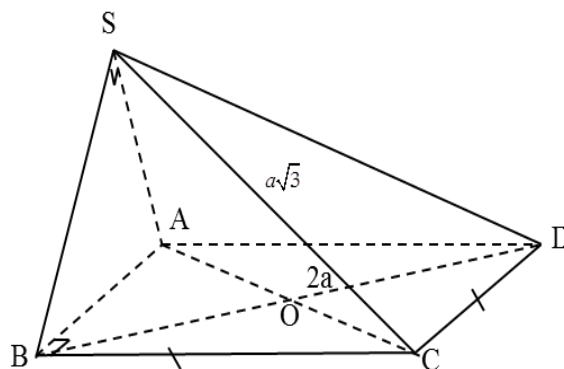
Vì $SC \subset (SBC) \Rightarrow SA \perp SC$

$\Rightarrow \triangle SAC \perp$ tại S

$$\Rightarrow SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$$

- Độ dài cạnh AB:

$$\text{Ta có: } AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$$



- Độ dài khoảng cách SB:

Xét $\triangle SAB \perp$ tại S, ta có:

$$SB = \sqrt{AB^2 - SA^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a$$

Ví dụ 3: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B, $SAB = SAD = 90^\circ$, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBD)

Hướng dẫn:

Gọi h là khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBD)

- Độ dài của h:

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ (SAD) \supset SA \\ (SAB) \supset SA \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{cases} \quad (1)$$

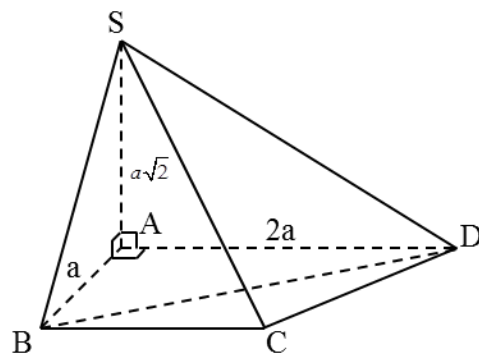
Vì $AD \perp AB$ (ABCD là hình thang vuông) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (SAB) \perp (SAD) \perp (ABCD)$

Vậy SABC là tứ diện vuông

$$\Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\sqrt{7}}{7}a$$



Ví dụ 4: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tâm O, $SA = a$ và $\perp$ với (ABCD). Gọi I, M là trung điểm của SC, AB, khoảng cách từ I đến đường thẳng CM bằng.

Hướng dẫn:

- Xác định khoảng cách từ I tới MC:

Dựng $OK \perp MC$ (1) như hình vẽ

Ta có: $\begin{cases} I: \text{trung điểm SC} \\ O: \text{trung điểm AC} \end{cases} \Rightarrow IO \text{ là đường trung bình } \Delta SAC$

$$\Rightarrow IO = \frac{SA}{2} = \frac{1}{2}a \text{ và } IO \parallel SA, \text{ mà } SA \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow IO \perp (ABCD) \quad (2)$$

Mặt khác: $MC \subset (ABCD) \quad (3)$

Từ (2) và (3) $\Rightarrow IO \perp MC \quad (4)$

Từ (1) và (4) $\Rightarrow MC \perp (OIK)$

Vì $IK \subset (OIK) \Rightarrow MC \perp IK$

Vậy IK là khoảng cách từ I tới MC

- Độ lớn góc AMC

$$\text{Xét } \Delta BCM \perp \text{ tại B, ta có: } \tan BCM = \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BCM = \arctan \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có: } AMC = BCA - BMC = 45^\circ - \arctan \frac{1}{2}$$

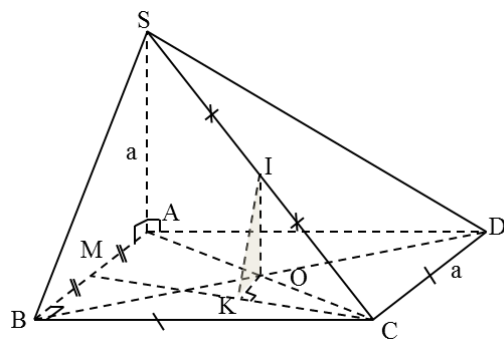
- Độ dài cạnh OC:

$$\text{Ta có: } OC = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}BC}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

- Độ dài cạnh OK:

$$\text{Xét } \Delta OKC \perp \text{ tại K, ta có: } OK = OC \sin ACM = \frac{\sqrt{2}a}{2} \sin(45^\circ - \arctan \frac{1}{2})$$

- Độ dài khoảng cách IK:



$$\text{Ta có: } \begin{cases} IO \perp (ABCD) \\ OK \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow IO \perp OK$$

$$\Rightarrow \Delta IOK \perp \text{ tại } O \Rightarrow IK = \sqrt{IO^2 + OK^2} = \sqrt{IO^2 + OK^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left[\frac{\sqrt{2}a}{2} \sin(45^\circ - \arctan \frac{1}{2})\right]^2} = \frac{\sqrt{30}}{10} a$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B. $AB = a\sqrt{2}$. SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a}{2}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mp(SBC)

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{12}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$

Câu 2: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$. SA vuông góc với đáy và $SC = 3a$; Tính khoảng cách từ điểm A đến mp(SCD)

- A. $\frac{a\sqrt{70}}{14}$ B. $\frac{a\sqrt{70}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{70}}{3}$

Câu 3: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 4: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tâm O, $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I, M là trung điểm của SC, AB, khoảng cách từ S tới CM bằng

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{20}$ B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{20}$ D. Đáp án khác

Câu 5: Cho hình lập phương ABCD. $A_1B_1DC_1D_1$ cạnh bằng a; Khoảng cách giữa A_1B và B_1D bằng

- A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ C. $a\sqrt{6}$ D. $a\sqrt{3}$

Câu 6: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 7: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tâm O, $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I, M là trung điểm của SC, AB, khoảng cách từ I đến đường thẳng CM bằng

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$ B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 8: Cho tứ diện ABCD có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AC = AD = 4$, $AB = 3$, $BC = 5$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng:

- A. $\frac{6}{17}$ B. $\frac{12}{\sqrt{34}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 9: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 10: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a}{2}$ D. Đáp án khác

Câu 11: Cho hình chóp SABC có $SC = \frac{a\sqrt{70}}{5}$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=2a$, $AC = a$ và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{3a}{4}$ C. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{4a}{5}$

Câu 12: Cho khối chóp SABC có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông cân tại B, $SA = a$, SB hợp với đáy góc 30° . Tính khoảng cách giữa AB và SC.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. a C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ D. $a\sqrt{3}$

Câu 13: Cho hình chóp SABC có các mặt (ABC) và (SBC) là những tam giác đều cạnh a; Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 60° . Hình chiếu vuông góc của S xuống (ABC) nằm trong tam giác ABC. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) theo a:

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$ B. $\frac{a3\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{2}}$ D. $a2\sqrt{13}$

Câu 14: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông, $BD = 2a$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD).

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{a3\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{a3}{\sqrt{21}}$ D. $\frac{a2\sqrt{21}}{7}$

Câu 15: Cho hình chóp SABC có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết góc $BAC = 120^\circ$, tính khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAB tới mặt phẳng (SAC).

- A. $\frac{a}{6}$ B. $\frac{3\sqrt{2}a}{6}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{6}}$ D. $\frac{\sqrt{2}a}{6}$

Câu 16: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác ABC cân tại A, $AB = AC = a$, góc BAC bằng 120° , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy một góc α , biết $\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

- A. $\frac{\sqrt{13}a}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{12}}$ D. $2\sqrt{13}a$

Câu 17: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a, $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$ hình chiếu vuông góc H của S lên mặt (ABCD) là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của AD. Tính khoảng cách giữa hai đường SD và HK theo a:

- A. $\frac{3a}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{7}$ C. $\frac{\sqrt{21}a}{5}$ D. $\frac{\sqrt{3}a}{5}$

Câu 18: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $AC=2a$, $BD=3a$. tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC

A. $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{208}{207}}a$ B. $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{208}{207}}a$ C. $\sqrt{\frac{208}{207}}a$ D. $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{208}{207}}a$

Câu 19: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, với $AB = a$, $BC = 2a$, $\angle ABC = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của $\triangle ABC$; góc giữa AA' và $mp(ABC)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $A'.ABC$ và khoảng cách từ G đến $mp(A'BC)$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 20: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{5}$. Góc giữa cạnh AB và mặt đáy là 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến $mp(A'BC)$.

A. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$

Câu 21: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cạnh $2a$. Góc giữa mặt $(A'BC)$ và mặt đáy là 30° . Tính khoảng cách từ điểm A đến $mp(A'BC)$

A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{3a}{2}$ C. a D. $\frac{3a}{5}$

Câu 22: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a ; Đường thẳng SA vuông góc với mp đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $d(SB, CD) = a\sqrt{2}$ B. $d(SB, CD) = a\sqrt{3}$
C. $d(SB, CD) = a$ D. $d(SB, CD) = 2a$

Câu 23: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a ; Đường thẳng SA vuông góc với mp đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm CD . Khoảng cách từ M đến $mp(SAB)$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $d(SB, CD) = a\sqrt{2}$ B. $d(SB, CD) = 2a$
C. $d(SB, CD) = a$ D. $d(SB, CD) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 24: Cho hình chóp $SABC$, đáy tam giác vuông tại A , $\angle ABC = 60^\circ$, $BC = 2a$. gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC , biết SH vuông góc với $mp(ABC)$ và SA tạo với đáy một góc 60° . Tính khoảng cách từ B đến $mp(SAC)$ theo a ;

A. $d = \frac{a}{\sqrt{5}}$ B. $d = \frac{2a}{5}$ C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ D. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$

Câu 25: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 30° , M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AM theo a :

A. $d = \frac{a}{13}$ B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{13}$ C. $d = \frac{a}{\sqrt{3}}$ D. $d = \frac{a}{\sqrt{13}}$

Câu 26: Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC = \frac{a}{2}$. Tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mp vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ SC đến AB :

A. $\frac{2a\sqrt{39}}{39}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $a \frac{a\sqrt{39}}{13}$ D. Đáp án khác

Câu 27: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác cân tại A, góc BAC = 120° . Gọi H, M lần lượt là trung điểm các cạnh BC và SC, SH vuông góc với (ABC), SA = 2a và tạo với mặt đáy góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC.

- A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{7}$ B. $d = \frac{a\sqrt{21}}{3}$ C. $d = \frac{a}{7}$ D. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 28: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 2a. Mặt phẳng (SAB) vuông góc đáy, tam giác SAB cân tại A; Biết thể tích khối chóp SABCD bằng $\frac{4a^3}{3}$. Khi đó, độ dài SC bằng

- A. 3a B. $a\sqrt{6}$ C. 2a D. Đáp số khác

Câu 29: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác cân tại A, AB = AC = 2a; CAB = 120° . Góc giữa (A'BC) và (ABC) là 45° . Khoảng cách từ B' đến mp(A'BC) là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $2a\sqrt{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 30: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa SC và mp(ABC) là 45° . Hình chiếu của S lên mp(ABC) là điểm H thuộc AB sao cho HA = 2HB. Biết CH = $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC:

- A. $\frac{a\sqrt{210}}{15}$ B. $\frac{a\sqrt{210}}{45}$ C. $\frac{a\sqrt{210}}{30}$ D. $\frac{a\sqrt{210}}{20}$

Câu 31: Hình chóp SABC có đáy là tam giác cân, AB = AC = $a\sqrt{5}$, BC = 4a, đường cao là SA = $a\sqrt{3}$. Một mặt phẳng (P) vuông góc đường cao AH của đáy ABC sao cho khoảng cách từ A đến mp(P) bằng x. Diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mp(P) là:

- A. $\frac{x(a\sqrt{5}-x)}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{x(a\sqrt{15}-x)}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{4x(a\sqrt{3}-x)}{\sqrt{3}}$ D. Đáp án khác

ĐÁP ÁN

1C, 2C, 3B, 4B, 5B, 6B, 7A, 8B, 9B, 10B, 11D, 12A, 13B, 14D, 15A, 16B, 17D, 18D, 19B, 20D, 21B, 22C, 23C, 24D, 25D, 26B, 27D, 28B, 29C, 30D, 31C.

+ **Dạng 7:** Các bài toán xác định góc

Phương pháp: Xem lại các phương pháp trong mục 4 của **KIẾN THỨC BỔ SUNG**.

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho hình chóp SABCD có ABCD là hình thang vuông tại A và D thỏa mãn AB = 2AD = 2CD và SA $\perp$ (ABCD), SA = a. Gọi O = AC $\cap$ BD. Khi đó góc hợp bởi SB và mặt phẳng (SAC) là:

Hướng dẫn:

Gọi a là độ dài của cạnh AD, dựng CH $\perp$ AB

- Độ dài đoạn HB:

Vì AHCD là hình vuông nên AH = DC = a

$\Rightarrow$ HB = AB - AH = a

- Độ dài cạnh BC:

Xét $\triangle BHC \perp$ tại H, ta có:

$BC = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

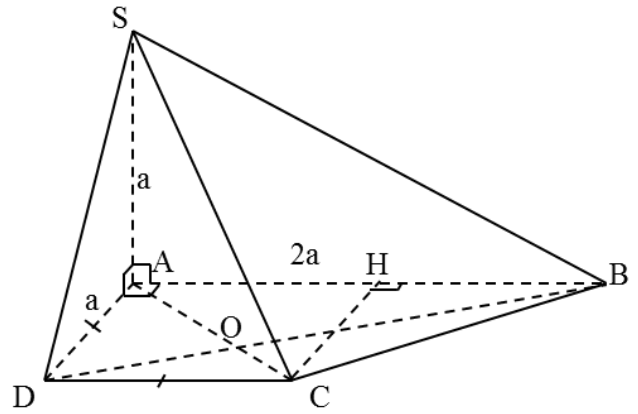
- Độ dài cạnh AC:

ADCH là hình vuông cạnh a nên ta có:

$$AC = CD\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

- Dạng $\triangle ABC$

$$\text{Ta có: } AC^2 + BC^2 = 2a^2 (= AB)$$



$\Rightarrow \triangle ABC \perp$ cân tại C

- Xác định góc giữa SB và (SAC)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$$

$\Rightarrow SC$ là hình chiếu của SB lên (SAC)

$$\Rightarrow (SB, (SAC)) = (SB, SC) = BSC$$

- Độ dài cạnh SC:

Xét $\triangle SAC \perp$ tại A, ta có:

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$$

- Độ lớn của góc BSC :

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC$$

$\Rightarrow \triangle BCS \perp$ tại C

$$\Rightarrow \tan BSC = \frac{BC}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow BSC = \arctan \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Ví dụ 2: Cho tứ diện ABCD có $AB=CD=2a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BC và AD, $MN=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

Hướng dẫn:

Gọi K là trung điểm AC

- Xác định góc giữa AB và CD:

Xét $\triangle ABC$, ta có:

$$\begin{cases} M: \text{Trung điểm BC} \\ K: \text{Trung điểm AC} \end{cases} \Rightarrow MK \text{ là đường trung bình } \triangle ABC$$

$$\Rightarrow MK \parallel AB (1); MK = \frac{1}{2} AB = a$$

Chứng minh tương tự ta cũng có:

$$NK \parallel CD (2); NK = \frac{1}{2} CD = a$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow (AB, CD) = (MK, NK) = (MKN)$$

- Độ lớn của góc MKN

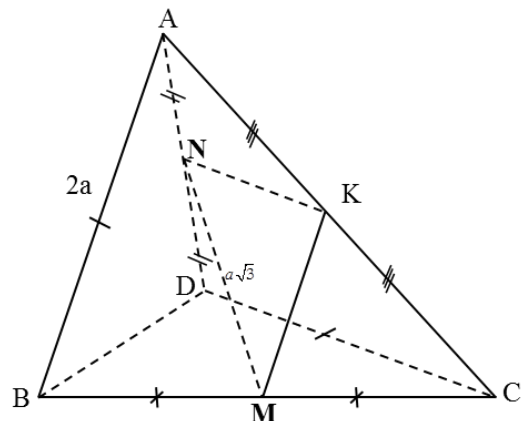
Áp dụng định lý cos trong $\triangle MKN$, ta có:

$$MN^2 = NK^2 + MK^2 - 2NK \cdot MK \cdot \cos MKN$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = a^2 + a^2 - 2.a.a.\cos MKN$$

$$\Rightarrow \cos MKN = -\frac{1}{2} \Rightarrow MKN = 120^\circ$$

Vì góc giữa 2 đường thẳng không vượt quá 90° nên $(AB, CD) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$



Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh a, $SA=a$ vuông góc với đáy (ABCD). Tính góc giữa hai mặt (SBC) và (SDC).

Hướng dẫn:

Gọi O là tâm của đáy ABCD, K là hình chiếu của B lên SC

- Xác định góc giữa (SBC) và (SDC):

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC (ABCD \text{ là hình vuông}) \\ BD \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Vì $SC \subset (SAC) \Rightarrow SC \perp BD$ (1)

Mà $BK \perp SC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (BDK)$

Vì $DK \subset (BDK) \Rightarrow SC \perp DK$ (3)

Ta lại có: $(SBC) \cap (SDC) = SC$ (4)

Vậy từ (2), (3) và (4) ta suy ra:

$((SBC), (SDC)) = (BK, DK) = (BKD)$

- Độ dài cạnh BS và SD:

Xét $\triangle SBA \perp$ tại A, ta có:

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

Tương tự ta cũng tính được $SD = a\sqrt{2}$

- Dạng $\triangle SBC$:

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB (ADCB \text{ là hình vuông}) \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Vì $SB \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

$\Rightarrow \triangle SBC \perp$ tại B

- Dạng $\triangle SDC$:

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD (ABCD \text{ là hình vuông}) \\ CD \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

Vì $SD \subset (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$

$\Rightarrow \triangle SDC \perp$ tại D

- Độ dài cạnh BK và KD:

$$\text{Xét } \triangle SBC \perp \text{ tại B, ta có: } \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{3}{2a^2}$$

$$\Rightarrow BK = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

$$\text{Tương tự xét } \triangle SDC \perp \text{ tại D, ta tính được } DK = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

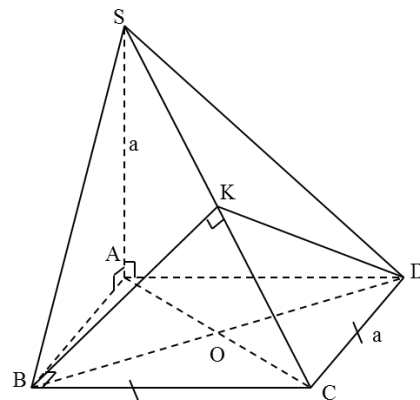
- Độ dài cạnh BD:

Vì ABCD là hình vuông cạnh a $\Rightarrow BD = a\sqrt{2}$

- Độ lớn góc giữa (SBC) và (SDC):

Áp dụng định lý cos trong $\triangle BKD$, ta có:

$$BD^2 = BK^2 + DK^2 - 2BK \cdot DK \cdot \cos \angle BKD$$



$$\Leftrightarrow 2a^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{6}}{3}a\right)^2 - 2\frac{\sqrt{6}}{3}a \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}a \cdot \cos \text{BKD}$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 = \frac{4}{3}a^2 - \frac{4}{3}a^2 \cos \text{BKD}$$

$$\Rightarrow \cos \text{BKD} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{BKD} = 120^\circ$$

Vì góc giữa 2 mặt phẳng không vượt quá 90° nên $((\text{SBC}), (\text{SDC})) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hình chóp SABCD có SA vuông góc với đáy góc giữa SC là đáy là

- A. SBA B. SAC C. SDA D. SCA

Câu 2: Cho hình chóp SABCD có ABCD là tứ giác đều tâm O và (SAB) và (SAD) cùng vuông góc (ABCD), góc giữa (SBD) và đáy là:

- A. SCO B. SOC C. SOA D. SCA

Câu 3: Cho hình chóp SABCD có ABCD là tứ giác đều tâm O và SA vuông góc (ABCD), góc giữa SA và (SBD) là:

- A. ACS B. SOC C. SCA D. SAC

Câu 4: Cho lăng Trụ đứng ABC.A'B'C', đáy là tam giác vuông tại B, góc giữa (A'BC) và đáy là:

- A. A'BA B. A'AC C. A'CA D. A'AB

Câu 5: Cho hình chóp SABCD có ABCD là hình thang vuông tại A và D thỏa mãn $AB=2AD=2CD$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó góc hợp bởi SB và mặt phẳng (SAC) là:

- A. BSO. B. BSC. C. DSO. D. BSA.

Câu 6: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy bằng a, thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$.

Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy gần góc nào nhất sau đây?

- A. 60° B. 45° C. 30° D. 70°

Câu 7: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều; mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAB vuông tại S, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = a$; Gọi K là trung điểm của đoạn AC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SK theo a:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{5a}{\sqrt{3}}$ D. $a\sqrt{15}$

Câu 8: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD). Biết $SC = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 30° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC).

- A. $\frac{a\sqrt{11}}{66}$ B. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$ C. $\frac{5a}{\sqrt{66}}$ D. Đáp án khác

Câu 9: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $CD = 2a$; hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° ; gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Tính khoảng cách từ G đến mặt (SBC).

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ D. $a\sqrt{6}$

Câu 10: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm I, có $AB = a; BC = a\sqrt{3}$. Gọi H là trung điểm của AI. Biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC vuông tại S. Khi đó khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng:

- A. $a\sqrt{15}$ B. $\frac{3a\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$

Câu 11: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, với $AC = \frac{a}{2}$, $BC = a$; Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B tới mặt phẳng (SAC), biết rằng mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy (ABC).

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$ C. $\frac{4a}{\sqrt{5}}$ D. $\sqrt{3}a$

Câu 12: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng (ABC) thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$. Góc giữa SC và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Hãy tính khoảng cách từ trung điểm K của SB đến mặt phẳng (SAH).

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{4a}{\sqrt{2}}$ D. $a\sqrt{2}$

Câu 13: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC = a$, $\angle ACB = 60^\circ$, $SA \perp (ABC)$ và M là điểm nằm trên cạnh AC sao cho $MC = 2MA$. Biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC).

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{3a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ D. Đáp án khác

Câu 14: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Biết $SA \perp (ABCD)$, SC hợp với mặt phẳng (ABCD) một góc α với $\tan \alpha = \frac{4}{5}$, $AB = 3a$ và $BC = 4a$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC).

- A. $\frac{12a}{5}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{12a}{\sqrt{5}}$ D. $5a\sqrt{3}$

Câu 15: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a; Gọi I là trung điểm cạnh AB. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của CI, góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBC)

- A. $\frac{21a}{29}$ B. $\frac{\sqrt{21}a}{5}$ C. $\frac{\sqrt{21}a}{4\sqrt{29}}$ D. $4\sqrt{21}a$

Câu 16: Cho hình chóp SABC có tam giác ABC vuông tại A, $BC = 2a$, Góc ACB bằng 60° . Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mp(ABC), tam giác SAB cân tại S, tam giác SBC vuông tại S. Tính khoảng cách từ điểm A tới mp(SBC).

- A. $\frac{21a}{29}$ B. $\frac{\sqrt{15}a}{5}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{15}}$ D. $4\sqrt{15}a$

Câu 17: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $BC = 2a$; Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên (SAC) hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCI), biết rằng I là trung điểm của cạnh AB.

- A. $\frac{a}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{6}}$ D. Đáp án khác

Câu 18: Cho hình chóp $SABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy góc bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a :

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{2}}$ D. $2\sqrt{3}a$

Câu 19: Cho hình chóp $SABC$ đáy ABC là tam giác vuông cân với $BA = BC = a$, $SA = a$ vuông góc với đáy. Gọi M , N là trung điểm AB và AC . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. Đáp án khác

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Gọi M , N là trung điểm của AD , BB_1 . Tính cosin góc chóp bởi hai đường thẳng MN và AC_1 bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 21: Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

Câu 22: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm của CD . Tính cosin góc giữa AC và BM bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $(0^\circ < \varphi < 90^\circ)$. Tính tang góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ theo a bằng:

- A. $\sqrt{3} \tan \varphi$ B. $2\sqrt{2} \tan \varphi$ C. $\sqrt{2} \tan \varphi$ D. $3 \tan \varphi$

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ cạnh bằng a ; Gọi M , N , P là trung điểm các cạnh BB_1 , CD , $A_1 D_1$. Góc giữa MP và $C_1 N$ bằng

- A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°

Câu 25: Cho hình chóp đều $SABCD$ cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M , N lần lượt là trung điểm SA và BC . Biết góc giữa MN và $(ABCD)$ là 60° . Cosin góc giữa MN và (SBD) là:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 26: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm của CD . Tính cosin góc giữa AC và BM bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 27: Cho hình chóp $SABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = AB = a$, $AC = 2a$, $\angle ASC = \angle ABC = 90^\circ$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) , (SBC) .

- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{105}{35}$ C. $-\frac{\sqrt{105}}{35}$ D. $\frac{105}{53}$

Câu 28: Cho hình chóp $SABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , SA vuông góc với đáy, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, góc giữa SC và đáy bằng 45° . Góc giữa mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng

- A. 90^0 B. 60^0 C. 30^0 D. 45^0

Câu 29: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, tam giác SAB cân tại S và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ABCD) bằng 60^0 . Gọi H là trung điểm cạnh AB tính cosin của góc giữa hai đường thẳng CH và SD

- A. $\frac{\sqrt{33}}{12}$ B. $\frac{\sqrt{12}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{12}$ D. Đáp án khác

Câu 30: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có $AA' = \frac{a\sqrt{10}}{4}$, $AC = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $ACB = 135^0$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AB. Tính góc tạo bởi đường thẳng C'M với mặt phẳng (ACC'A').

- A. $\alpha = 30^0$ B. $\alpha = 60^0$ C. $\alpha = 45^0$ D. $\alpha = 90^0$

Câu 31: Cho lăng trụ ABC.A'B'C', $AB = 2a$, $AC = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{10}}{2}$, $BAC = 120^0$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mp(ABC) là trung điểm của cạnh BC. Tính số đo góc giữa hai mp(ABC) và (ACC'A').

- A. $\alpha = 30^0$ B. $\alpha = 60^0$ C. $\alpha = 45^0$ D. $\alpha = 90^0$

Câu 32: Cho tứ diện ABCD có $AD=AC=a\sqrt{2}$, $BC=BD=a$; Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD), biết thể tích của khối tứ diện bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{27}$

- A. 60^0 B. 120^0 C. 45^0 D. Cả A,B,C đều sai

Câu 33: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác cân $AB=AC=a$, $BAC = 120^0$, $BB' = a$, I là trung điểm của CC'. Tính cosin góc giữa (ABC) và (AB'I)?

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{\frac{3}{10}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 34: Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), $AB = BC = a$, $AD = 2a$; $\angle(SC; (ABCD)) = 45^0$ thì góc giữa mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng:

- A. 60^0 B. 30^0 C. $\arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ D. 45^0

Câu 35: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng a; Tính theo a khoảng cách giữa A'B và B'D. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BB', CD, A'D'. Góc giữa MP và C'N là:

- A. 30^0 B. 60^0 C. 90^0 D. 45^0

Câu 36: Cho hình chóp tam giác SABC có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, có SA vuông góc với (ABC). Để thể tích của khối chóp SABC là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

- A. 60^0 B. 30^0 C. 45^0 D. Đáp án khác

ĐÁP ÁN

1D	2C	3A	4A	5C	6B	7A	8B	9C	10C	11A	12B	13A	14A	15C
16D	17B	18A	19A	20B	21C	22A	23C	24B	25C	26A	27C	28C	29A	30B
31C	32C	33D	34A	35C	36D									

➤ CÁC BÀI TẬP VỀ HÌNH LĂNG TRỤ

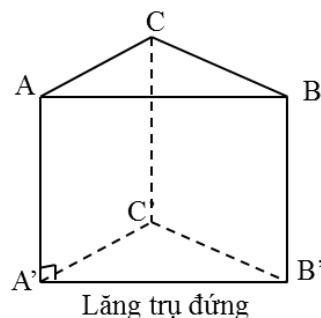
+ **Dạng 1:** Các bài toán về lăng trụ đứng

Phương pháp:

Nắm vững các kiến thức sau:

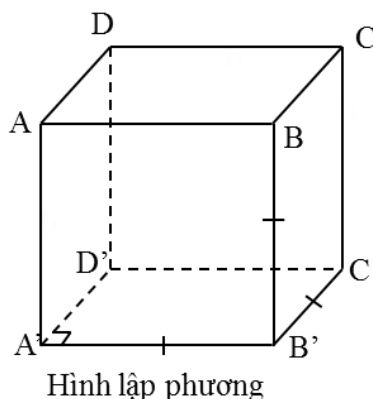
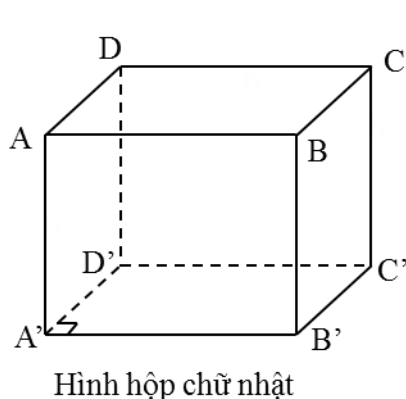
- Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với đáy, do đó cạnh bên cũng chính là đường cao của lăng trụ.
- Các mặt bên là các hình chữ nhật và vuông góc với đáy.
- Khi đáy là tam giác đều thì lăng trụ được gọi là **lăng trụ tam giác đều**.
- Khi đáy là hình vuông thì lăng trụ được gọi là **lăng trụ tứ giác đều**.
- Công thức tính thể tích: Bằng diện tích đáy nhân cao

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h$$



* **Lưu ý:**

- **Hình hộp chữ nhật** là hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật.
- **Hình lập phương** là hình lăng trụ đứng tất cả các mặt là hình vuông.



VÍ DỤ: (ví dụ chứa lăng trụ tam giác, tứ giác, lăng trụ tam giác đều, tứ giác đều, hình hộp chữ nhật, hình thoi... cạnh, khoảng cách và góc)

Ví dụ 1: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , biết rằng chiều cao lăng trụ là $3a$ và mặt bên $AA'B'B$ có đường chéo là $5a$. Tính thể tích lăng trụ.

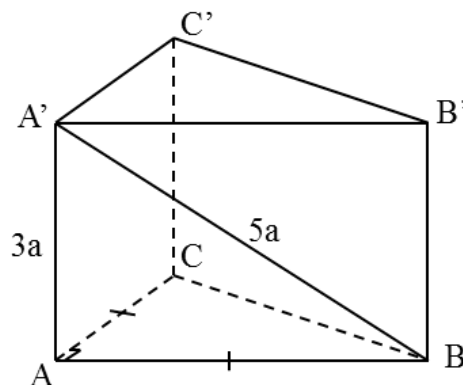
Hướng dẫn:

- Độ dài cạnh AB :
 Xét $\triangle AA'B \perp$ tại A , ta có:

$$AB = \sqrt{A'B^2 - AA'^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a$$
- Diện tích đáy ABC :
 Vì $\triangle ABC \perp$ cân tại A nên ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 4a \cdot 4a = 8a^2$$
- Thể tích lăng trụ $ABC A'B'C'$:

$$V_{ABC A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = 8a^2 \cdot 3a = 24a^3$$



Ví dụ 2: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC A'B'C'$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng a và AA' hợp với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Tính thể tích lăng trụ.

Hướng dẫn:

Gọi M là trung điểm của BC , H là hình chiếu của A lên $A'M$

- Xác định khoảng cách từ A tới mặt $(A'BC)$:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AA' (AA' \perp ABC) \\ BC \perp AM (\Delta ABC \text{ đều}) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M)$$

$$\text{Vì } AH \subset (AA'M) \Rightarrow BC \perp AH \quad (1)$$

$$\text{Mà } AH \perp A'M \quad (2) \text{ nên từ (1) và (2)}$$

$$\Rightarrow AH \perp (A'BC)$$

$$\Rightarrow AH = d(A, (A'BC)) = a$$

- Xác định góc giữa AA' và $(A'BC)$:

$$\text{Vì } AH \perp (A'BC) \Rightarrow A'H \text{ là hình chiếu của } AA' \text{ lên } (A'BC)$$

$$\Rightarrow (AA', (A'BC)) = (AA', A'H) = \angle AA'H = 30^\circ$$

- Đường cao lăng trụ $ABC A'B'C'$:

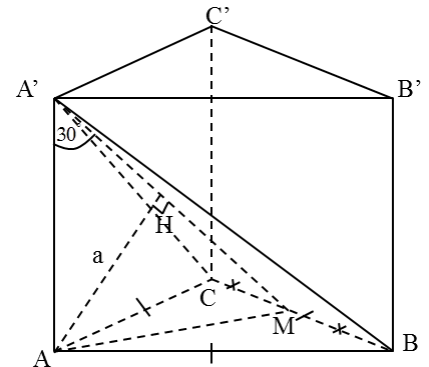
Xét $\Delta AA'H \perp$ tại H , ta có:

$$AA' = \frac{AH}{\sin \angle AA'H} = \frac{a}{\sin 30^\circ} = 2a$$

- Độ dài cạnh AM :

Xét $\Delta AA'M \perp$ tại A ($AA' \perp (ABC)$), ta có:

$$AM = AA' \tan 30^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$



- Độ dài cạnh AB :

Vì ΔABC đều nên ta có:

$$AM = \frac{\sqrt{3}}{2} AB \Rightarrow AB = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}a$$

- Diện tích đáy ABC :

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{4}{3}a\right)^2 = \frac{4\sqrt{3}}{9}a^2$$

- Thể tích lăng trụ $ABC A'B'C'$

$$V_{ABC A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{4\sqrt{3}}{9}a^2 \cdot 2a = \frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$$

Ví dụ 3: Cho lăng trụ đứng $ABCD A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $BD' = a$. Tính thể tích lăng trụ biết rằng BD' hợp với đáy một góc 60° .

Hướng dẫn:

- Xác định góc giữa BD' và $(ABCD)$:

Vì $DD' \perp (ABCD) \Rightarrow BD$ là hình chiếu của BD' lên $ABCD$.

$$\Rightarrow (BD', (ABCD)) = (BD', BD) = \angle DBD' = 60^\circ$$

- Đường cao của lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$ và độ dài BD :

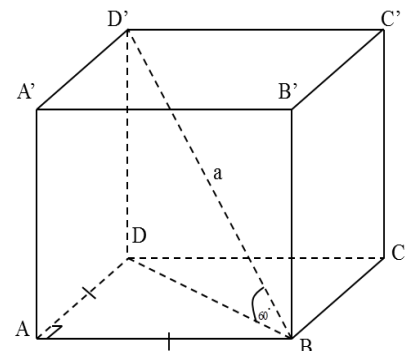
Xét $\Delta DBD' \perp$ tại D ($DD' \perp (ABCD)$), ta có:

$$DD' = BD' \sin \angle DBD' = a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$BD = BD' \cos \angle DBD' = a \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a$$

- Độ dài cạnh AB của đáy $ABCD$:

$$\text{Ta có: } BD = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}a$$



- Diện tích đáy ABCD:

$$S_{ABCD} = AB^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}a\right)^2 = \frac{1}{8}a^2$$

- Thể tích lăng trụ ABCD A'B'C'D':

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot DD' = \frac{1}{8}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{16}a^3$$

Ví dụ 4: Cho lăng trụ đứng ABCD A'B'C'D' có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và góc nhọn A = 60° . Tính thể tích lăng trụ biết rằng mặt (BDC') hợp với đáy ABCD một góc 60° .

Hướng dẫn:

Gọi $O = BD \cap AC$

- Xác định góc giữa (BDC') và (ABCD):

Ta có:

$$\begin{cases} BD \perp OC(1)(ABCD \text{ là hình thoi}) \\ BD \perp CC'(CC' \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (COC')$$

$$\text{Vì } OC' \subset (COC') \Rightarrow BD \perp OC'(2)$$

$$\text{Ta lại có: } (BDC') \cap (ABCD) = BD(3)$$

Từ (1),(2) và (3) ta suy ra:

$$((ABCD), (BDC')) = (C'O, CO) = COC' = 60^\circ$$

- Độ dài cạnh AC:

Xét $\triangle AOB \perp$ tại O, ta có:

$$AO = AB \cdot \cos OAB = AB \cdot \cos \frac{DAB}{2} = a \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\Rightarrow AC = 2AO = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \sqrt{3}a$$

- Độ dài đường cao CC' của lăng trụ:

Xét $\triangle COC' \perp$ tại C, ta có:

$$CC' = OC \tan COC' = AO \tan COC' = \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \tan 60^\circ = \frac{3}{2}a$$

- Độ dài cạnh BD:

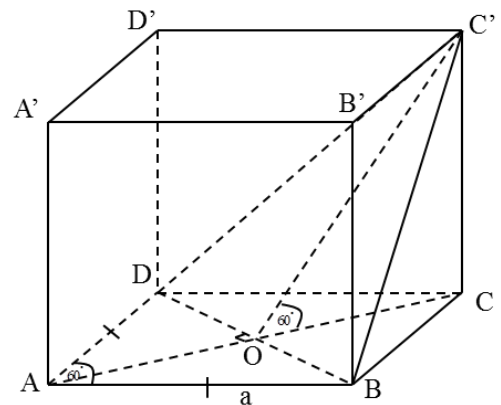
Ta có $\triangle ABD$ cân tại A có $BAD = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ đều $\Rightarrow BD = a$

- Diện tích đáy ABCD:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \sqrt{3}a \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

- Thể tích lăng trụ ABCD A'B'C'D':

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot CC' = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \cdot \frac{3}{2}a = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho(H) lăng trụ đứng ABCA'B'C' đáy là tam giác vuông cân tại B, AC= $a\sqrt{2}$ biết góc giữa A'B và đáy bằng 60° . Thể tích của (H) bằng:

- A. $\sqrt{3}a^3$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

Câu 2: Cho(H) lăng trụ đứng ABCA'B'C' đáy là tam giác vuông cân tại B, AC= $a\sqrt{2}$ biết góc giữa(A'BC) và đáy bằng 60° Thể tích của (H) bằng:

- A. $\sqrt{6}a^3$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 3: Cho lăng trụ đứng ABCA'B'C' có đáy ABC vuông cân tại B có AB = $\frac{a}{2}$. Biết A'C = a và A'Chợp với mặt bên (AA'B'B) một góc 30° . Tính thể tích lăng trụ

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $\frac{27a^3}{8}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

Câu 4: Cho lăng trụ đứng tam giác ABCA'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với BA = BC= a, biết (A'BC) hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ C. $\sqrt{6}a^3$ D. $\sqrt{6}a^3$

Câu 5: Cho lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại B. AB = 2a, BC = a, AA' = $2a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ ABC. A'B'C'.

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $4\sqrt{3}a^3$ D. $4\sqrt{3}a^3$

Câu 6: Cho lăng trụ đứng ABC A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\frac{a}{3}$. Góc giữa mặt (A'BC) và mặt đáy là 45° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ ABC. A'B'C'.

- A. $\frac{a^3}{48}$ B. $\frac{a^3}{24}$ C. $\frac{a^3}{72}$ D. Đáp án khác

Câu 7: Cho lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Góc giữa cạnh C'B và mặt đáy là 30° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ ABC. A'B'C'.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{54}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 8: Cho lăng trụ đứng ABCA'B'C' có đáy là tam giác vuông tại A, AC=a, $\angle ACB = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên (BCC'B') tạo với mặt phẳng (AA'C'C) một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a

- A. $\sqrt{6}a^3$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$

Câu 9: Cho lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại B. AB = $a\sqrt{2}$, BC = 3a. Góc giữa cạnh AB và mặt đáy là 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ ABC. A'B'C'.

- A. $2\sqrt{3}a^3$ B. $3\sqrt{3}a^3$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 10: Cho lăng trụ đứng ABCA'B'C' đáy là tam giác vuông cân tại B, AC = $a\sqrt{3}$, biết góc giữa(A'BC) và đáy bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $\frac{27a^3}{8}$

B. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{7}$

D. Đáp án khác

Câu 11: Cho $ABCA'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh $\frac{2a}{3}$. Góc giữa $(AB'C')$ và đáy là 45° . V_{LT} là

A. $\frac{a^3}{9}$

B. $2\sqrt{3}a^3$

C. $\sqrt{6}a^3$

D. $\sqrt{3}a^3$

Câu 12: Cho lăng trụ XYZ . $X'Y'Z'$ đáy tam giác đều. $XY = a$, $XX' = a\sqrt{2}$. $V_{LT} = ?$

A. $\sqrt{6}a^3$

B. $\frac{2a^3}{5}$

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$

D. $2\sqrt{3}a^3$

Câu 13: Cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$, mặt bên $ACC'A'$ là hình vuông. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AC , CC' , $A'B'$ và H là hình chiếu của A lên BC . Tính thể tích khối chóp $A'.HMN$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{33}$

B. $\frac{9a^3}{32}$

C. $\frac{3\sqrt{5}a^3}{32}$

D. Đáp án khác

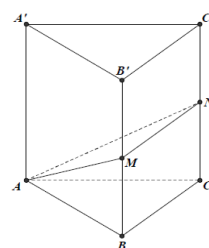
Câu 14: Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABCA'B'C'$ có thể tích bằng V . M , N lần lượt là trung điểm BB' và CC' . Thể tích của khối $ABCMN$ bằng:

A. $\frac{V}{2}$

B. $\frac{V}{3}$

C. $\frac{2V}{3}$

D. $\frac{V}{4}$



Câu 15: Cho lăng trụ đứng $ABCD A'B'C'D'$ với đáy $ABCD$ là hình vuông. $BD' = 2a$ và $AB = a$; Tính V_{LT}

A. $\sqrt{2}a^3$

B. $\sqrt{3}a^3$

C. $2\sqrt{3}a^3$

D. $\frac{2a^3}{5}$

Câu 16: Cho lăng trụ đứng $XYZT$. $X'Y'Z'T'$. Cạnh bên $XX' = 2a$ và khoảng cách $d(T; (XZT')) = a$; Tính thể tích lăng trụ

A. $\frac{16a^3}{3}$

B. $\sqrt{2}a^3$

C. $2\sqrt{3}a^3$

D. Đáp án khác

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD A'B'C'D'$. Đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $BC = 2AB$, góc BCB' bằng 30° . Tính V_{LT}

A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $a^3\sqrt{3}$

C. $a^3\sqrt{2}$

D. $\frac{a^3}{9}$

Câu 18: Cho lăng trụ đứng $ABCD A'B'C'D'$. Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $CD = a$ và $S = \frac{a^2}{2}$.

Góc giữa $B'D$ và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính V_{LT}

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$

B. $\frac{7a^3}{2}$

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $a^3\sqrt{8}$

Câu 19: Cho lăng trụ đứng $ABCD A'B'C'D'$ đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo, OC' tạo với mp $(A'B'C'D')$ một góc 60° và $CC' = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $4a^3\sqrt{5}$

B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

C. $\frac{8a^3\sqrt{5}}{3}$

D. Đáp án khác

Câu 20: Cho hình hộp đứng $ABCD A'B'C'D'$, có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\angle BAD = 60^\circ$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của CD và $B'C$ biết rằng MN vuông góc với BD' . Tính thể tích khối hộp $ABCD A'B'C'D'$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{3a^3}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng ABCDA'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh a, $\angle BAD = 60^\circ$, $AC' = 2a$. Gọi $O = AC \cap BD$, $E = A'C \cap OC'$. Tính thể tích lăng trụ ABCDA'B'C'D' là:

A. $a^3 3\sqrt{3}$

B. $\frac{3a^3}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 22: Hình lăng trụ đều là:

A. Lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều

B. Lăng trụ có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau

C. Lăng trụ có đáy là tam giác đều và cạnh bên vuông góc với đáy

D. Lăng trụ có tất cả các cạnh bằng nhau

Câu 23: Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của (H) bằng:

A. $\frac{a^3}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 24: Cho lăng trụ tam giác đều ABCA'B'C', cạnh đáy bằng a; Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AA', AB, BC; góc giữa hai mặt phẳng (C'AI) và (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp NAC'I

A. $32a^3\sqrt{3}$

B. $\frac{a^3}{32}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 25: Cho lăng trụ đều ABCDA'B'C'D'. ABCD là hình vuông cạnh a và $BD' = a$; Góc giữa BD' và $(AA'D'D)$ bằng 30° . Tính thể tích lăng trụ

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

B. a^3

C. $a^3\sqrt{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{8}}{3}$

Câu 26: Cho ABCDA'B'C'D' là lăng trụ đều. Đáy là hình vuông ABCD, góc giữa mp (ACD') và mp(ABCD) là 45° . Tính thể tích lăng trụ, biết $AA' = 2a$.

A. $16a^3$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a^3}{9}$

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 27: Cho lăng trụ ABCDA'B'C'D'. Đáy ABCD là hình vuông tâm O. có $OA' = a$ và OA' hợp với (ABCD) một góc 60° . $V_{LT} = ?$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $2a^3\sqrt{3}$

C. $a^3\sqrt{8}$

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 28: Cho lăng trụ đứng ABCA'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a; BC' hợp với mp (ABB'A') một góc 30° . Tính V_{LT} .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

B. $\frac{2a^3}{5}$

C. $a^3\sqrt{2}$

D. $\frac{a^3}{9}$

Câu 29: Cho lăng trụ đứng ABCA'B'C' đáy là tam giác đều cạnh 2a; BC' hợp với đáy góc 30° . Tính thể tích

A. $2a^3$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

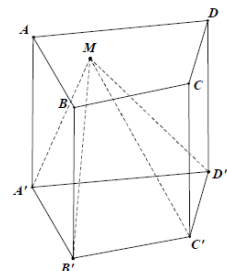
C. $a^3\sqrt{8}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 30: Cho khối lăng trụ ABCDA'B'C'D' có thể tích 36cm^3 . Gọi M là điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng ABCD. Thể tích khối chóp MA'B'C'D' là:

A. 18cm^3

B. 12cm^3



C. 24cm^3

D. 16cm^3

Câu 31: Cho lăng trụ đều ABC.A'B'C'. Biết rằng góc giữa (A'BC) và (ABC) là 30° , tam giác A'BC có diện tích bằng 8. Thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' là:

A. $3\sqrt{3}$

B. $8\sqrt{2}$

C. $8\sqrt{3}$

D. 8

Câu 32: Hình hộp chữ nhật có 3 kích thước a, b, c thì đường chéo d có độ dài là:

A. $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

B. $d = \sqrt{a^2 + 2b^2 - c^2}$

C. $d = \sqrt{2a^2 + b^2 - c^2}$

D. $d = \sqrt{3a^2 + 3b^2 - 2c^2}$

Câu 33: Cho ABCDA'B'C'D' là hình hộp chữ nhật, chiều dài 2a, chiều rộng a, chiều cao là a 3. Tính V

A. $2a^3$

B. a^3

C. $2a^3\sqrt{3}$

D. $\frac{3a^3}{2}$

Câu 34: Cho ABCDA'B'C'D' là hình hộp chữ nhật, chiều dài $a\sqrt{3}$, chiều rộng là a, AD' hợp đáy góc 30° . Tính V

A. $a^3\sqrt{3}$

B. a^3

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $a^3\sqrt{15}$

Câu 35: Cho biết thể tích của một hình hộp chữ nhật là V, đáy là hình vuông cạnh a; Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng

A. $\frac{V}{a}$

B. $\frac{2V}{a}$

C. $\frac{4V}{a}$

D. Đáp án khác

Câu 36: Hình hộp đứng ABCDA'B'C'D' có đáy là một hình thoi với diện tích S. Hai đường chéo ACC'A' và BDD'B' có diện tích lần lượt bằng S_1, S_2 . Khi đó thể tích của hình hộp là ?

A. $\frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{3}$

B. $\frac{S_1\sqrt{S_2S_3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3S_1S_2S_3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{S_1S_2S_3}}{2}$

Câu 37: Đường chéo của một hình hộp chữ nhật bằng d, góc giữa đường chéo của hình hộp và mặt đáy của nó bằng α , góc nhọn giữa hai đường chéo của mặt đáy bằng β . Thể tích khối hộp đó bằng:

A. $\frac{1}{2}d^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \sin \beta$

B. $\frac{1}{2}d^3 \cos^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta$

C. $d^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta$

D. $\frac{1}{3}d^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \sin \beta$

Câu 38: Cho hình hộp ABCDA'B'C'D' có đáy là một hình thoi và hai mặt chéo ACC'A', BDD'B' đều vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt này có diện tích lần lượt bằng 100 cm^2 , 105 cm^2 và cắt nhau theo một đoạn thẳng có độ dài 10 cm. Khi đó thể tích của hình hộp đã cho là

A. $225\sqrt{5}\text{ cm}^3$.

B. 425 cm^3 .

C. $235\sqrt{5}\text{ cm}^3$.

D. 525 cm^3 .

Câu 39: Cho hình hộp ABCDA'B'C'D' có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên (ABB'A') và (ADD'A') lần lượt tạo với đáy những góc 45° và 60° . Tính thể tích khối hộp nếu biết cạnh bên bằng 1.

A. 3

B. 6

C. 9

D. Đáp án khác

Câu 40: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng. Tỷ số thể tích của khối tứ diện ACB'D' và khối hộp ABCD.A'B'C'D' bằng ?

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 41: Người ta muốn xây một bồn chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 5m, 1m, 2m. Biết mỗi viên gạch có chiều dài 20cm, chiều rộng 10cm, chiều cao 5cm. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên

gạch để xây bồn đó và thể tích thực của bồn chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể)

A. 1180 viên, 8820 lít

B. 1180 viên, 8800 lít

C. 1182 viên, 8820 lít

D. 1180 viên, 8280 lít

Câu 42: Cho $ABCD A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a ; Tính V

A. a^3

B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $3a^3$

Câu 43: Cho $ABCD A'B'C'D'$ là hình lập phương $AC = 5\sqrt{2}$. Tính V

A. 120

B. 125

C. 110

D. 225

Câu 44: Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ có $D'B = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lập phương

A. $a^3\sqrt{15}$

B. $\frac{a^3}{4}$

C. a^3

D. $\frac{2a^3}{5}$

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$. I là trung điểm BB' . Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng:

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{7}{17}$

C. $\frac{4}{14}$

D. $\frac{1}{2}$

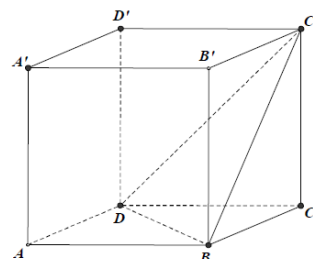
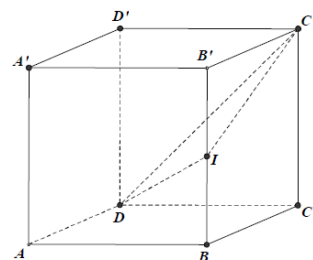
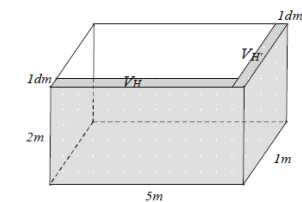
Câu 46: Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$. Mặt phẳng BDC' chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{4}$



ĐÁP ÁN:

1B	2C	3A	4B	5D	6C	7B	8A	9B	10B	11A	12C	13C	14B	15A
16A	17A	18A	19C	20B	21C	22A	23C	24B	25A	26A	27A	28A	29A	30B
31C	32A	33C	34A	35C	36D	37A	38D	39A	40C	41A	42A	43B	44C	45B
46B														

+ **Dạng 2:** Hình lăng trụ xiên

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho hình lăng trụ $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Điểm H là hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ.

Hướng dẫn:

Gọi M là hình chiếu của H lên AC .

- Xác định góc giữa $(ACC'A')$ và (ABC) :

Ta có: $\begin{cases} AC \perp A'H (A'H \perp (ABC)) \\ AC \perp MH (1) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'MH)$

Mà $A'M \subset (A'MH) \Rightarrow AC \perp A'M (2)$

Ta lại có: $(ACC'A') \cap (ABC) = AC (3)$

Từ (1),(2) và (3) ta suy ra:

$$((ACC'A'), (ABC)) = (A'M, MH) = A'MH = 45^\circ$$

- Độ dài cạnh MH:

Xét $\triangle AMH \perp$ tại M, ta có:

$$MH = AH \sin MHA = \frac{AB}{2} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

- Đường cao A'H của lăng trụ:

Xét $\triangle A'HM \perp$ tại H ($A'H \perp (ABC)$) có

$$A'MH = 45^\circ$$

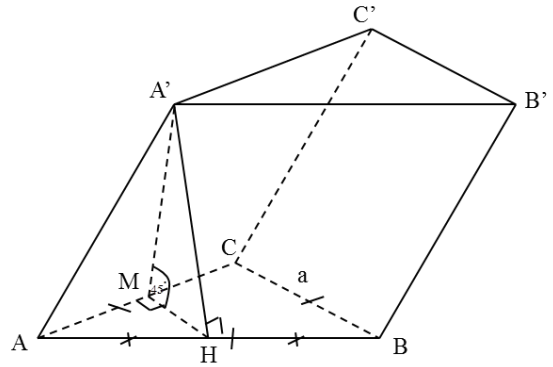
$$\Rightarrow \triangle A'HM \perp \text{ cân tại H} \Rightarrow MH = A'H = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

- Diện tích đáy ABC:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

- Thể tích lăng trụ $ABC A'B'C'$:

$$V_{ABC A'B'C'} = S_{ABC} A'H = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} a = \frac{3}{16} a^3$$



*** Lưu ý:**

Muốn xác định mặt phẳng vuông góc với a khi có b vuông góc với a , ta chỉ cần dựng đoạn vuông góc c từ b tới a . Khi đó mặt phẳng qua b và c sẽ vuông góc với a .

Ví dụ 2: Cho lăng trụ xiên $ABC A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính thể tích lăng trụ biết AA' hợp với đáy một góc 60° .

Hướng dẫn:

Gọi M, H lần lượt là trung điểm của AC và BC; O là giao điểm của BM và AH.

Vì $\triangle ABC$ đều nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

- Xác định góc giữa AA' và (ABC) :

Ta có $A'O \perp (ABC) \Rightarrow AO$ là hình chiếu của AA' trên (ABC)

$$\Rightarrow (AA', (ABC)) = (AA', AO) = A'AO = 60^\circ$$

- Độ dài cạnh AH:

Vì $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow AH$ là đường cao

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

- Độ dài cạnh AO:

Vì O là trọng tâm $\triangle ABC$

$$\Rightarrow AO = \frac{2}{3} AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

- Đường cao A'O của lăng trụ:

Xét $\triangle A'OA \perp$ tại O ($A'O \perp (ABC)$), ta có:

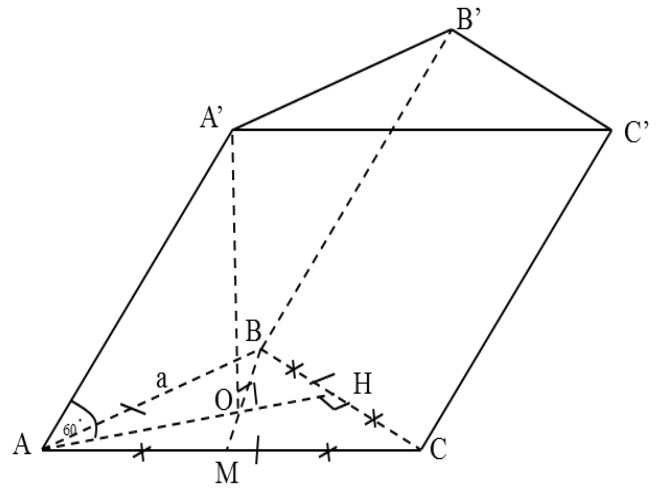
$$A'O = AO \tan A'AO = \frac{\sqrt{3}}{3} a \tan 60^\circ = a$$

- Diện tích đáy ABC:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

- Thể tích lăng trụ $ABC A'B'C'$:

$$V_{ABC A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'O = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^3$$



Ví dụ 3: Cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=b, AA'=c$; $BAD = 30^\circ$ và biết cạnh bên AA' hợp với đáy $ABCD$ một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

Hướng dẫn:

Gọi M, H lần lượt là hình chiếu của D và A' lên AB và $(ABCD)$

- Độ dài đường cao $A'H$ của lăng trụ:

Xét $\triangle AA'H \perp$ tại H ($A'H \perp (ABCD)$), ta có:

$$A'H = AA' \sin A'AH = c \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

- Đường cao MD của hình bình hành ABCD:

Xét $\triangle AMD \perp$ tại M, ta có:

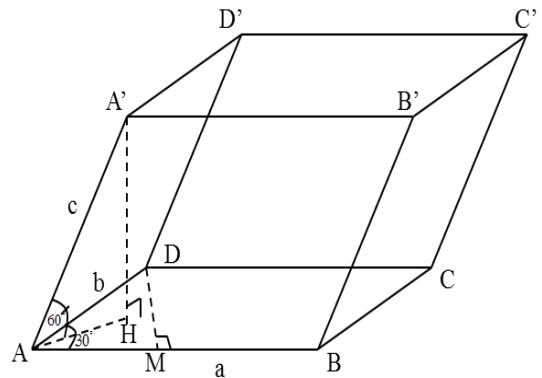
$$MD = AD \sin DAM = b \sin 30^\circ = \frac{1}{2} b$$

- Diện tích đáy ABCD:

$$S_{ABCD} = MD \cdot AB = \frac{1}{2} ab$$

- Thể tích lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$:

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{1}{2} ab \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} c = \frac{\sqrt{3}}{4} abc$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho lăng trụ xiên $ABCA'B'C'$ đáy ABC là tam giác đều cạnh a, biết cạnh bên là $a\sqrt{3}$ và hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $a^3\sqrt{2}$ C. $2a^3\sqrt{3}$ D. $a^3\sqrt{8}$

Câu 2: Cho lăng trụ xiên $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a; Hình chiếu AA' xuống ABC trùng với trung điểm H của BC. Góc giữa AA' và (ABC) bằng 60° . $V_{LT} = ?$

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{2a^3}{5}$ C. $2a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{a^3}{9}$

Câu 3: Cho lăng trụ xiên tam giác $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$; Hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết AA' hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

- A. $2a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{2a^3}{5}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 4: Cho lăng trụ $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , đỉnh A' có hình chiếu trên (ABC) nằm trên đường cao AH của tam giác ABC biết mặt bên $(BB'C'C)$ hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{2a^3}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a ; Hình chiếu vuông góc của A' xuống (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(ACC'A')$ tạo với đáy góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ này

- A. $\frac{3a^3}{16}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3}{16}$

Câu 6: Cho lăng trụ $ABCD A_1B_1C_1D_1$, đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 trên mp $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Góc giữa (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A. $3a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{3a^3}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B ; $AB = a$, $\angle ACB = 30^\circ$; M là trung điểm cạnh AC , góc giữa cạnh bên và mặt đáy của lăng trụ bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mp (ABC) là trung điểm H của BM . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$

- A. $3a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{3a^3}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 8: Cho lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 2$, $BC = 4$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AC . Góc giữa hai mặt phẳng (BCC_1B_1) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho

- A. $3a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 9: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B ; $AB = a$; Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mp (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$

- A. $3a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 10: Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$, $AB = 2a$, $AC = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{10}}{2}$, $\angle BAC = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mp (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$

- A. $3a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $\angle ABC = 30^\circ$. Biết M là trung điểm của AB , tam giác $MA'C$ đều cạnh a và nằm trong một mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy hình lăng trụ. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$ B. $\frac{a^3}{7}$ C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 12: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B ; $AB = a$; Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho HC

= 2HA. Mặt bên (ABB'A') hợp với mặt đáy (ABC) một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ ABCA'B'C'

A. $\frac{4a^3}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a^3 2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

Câu 13: Cho hình lăng trụ ABCDA'B'C'D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên AA' = a, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm I của AB. Gọi K là trung điểm của BC. Tính theo a thể tích khối chóp A'.IKD

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$ B. $\frac{a^3 4\sqrt{3}}{15}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{16}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

Câu 14: Cho lăng trụ ABCA'B'C' có độ dài cạnh bên bằng 2a, đáy ABC là tam giác vuông tại A, AB = a, AC = $a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC. Gọi V là thể tích khối chóp A'. ABC và M là cosin của góc giữa hai đường thẳng AA', B'C' tính theo a; Khi đó V và M kết quả lần lượt là

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}, M = \frac{2}{3}$ B. $V = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{5}, M = \frac{2}{7}$
C. $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{12}, M = \frac{3}{16}$ D. $V = \frac{a^3}{2}, M = \frac{1}{4}$

Câu 15. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh đều bằng 2a, đáy ABCD là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{4a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{8a^3}{3}$. C. $V = 8a^3$. D. $V = 4a^3 \sqrt{2}$.

Câu 16. Cho lăng trụ ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên AA' = a, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm H của AB. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và AC = 2a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và A'A = $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3 \sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$. D. $V = 2a^3 \sqrt{2}$.

Câu 18. Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết A'O = a. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 19. Cho hình lăng trụ S.ABCD có đáy là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{2}$ và A'A = $a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 20. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Biết rằng $A'A = A'B = A'C = a$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 21. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $AC = 2$; cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{21}}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{21}}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $V = \frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Câu 22. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng $2a^3$.

A. $V = 6a^3$. B. $V = \frac{5a^3}{2}$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12cm^3 . Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'CD'$.

A. $V = 2\text{cm}^3$. B. $V = 3\text{cm}^3$. C. $V = 4\text{cm}^3$. D. $V = 5\text{cm}^3$.

Câu 24. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$; $A'O$ vuông góc với đáy ($ABCD$). Cạnh bên AA' hợp với mặt đáy ($ABCD$) một góc 45° . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 25. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh có độ dài bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC . Góc tạo bởi cạnh bên AA' với mặt đáy là 45° . Tính thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3$. B. $V = 1$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ tam giác ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V = \frac{8}{3}$. B. $V = \frac{16}{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27. Tính thể tích V của một khối lăng trụ biết đáy có diện tích $S = 10\text{cm}^2$, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° và độ dài cạnh bên bằng 10cm.

A. $V = 100\text{cm}^3$. B. $V = 50\sqrt{3}\text{cm}^3$. C. $V = 50\text{cm}^3$. D. $V = 100\sqrt{3}\text{cm}^3$.

Câu 28. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\angle ABC = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $ABC = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp (ABCD)$ và cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $OABC'D'$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{12}$. **C.** $V = \frac{a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$.

ĐÁP ÁN:

1A	2A	3A	4A	5A	6B	7C	8A	9C	10B	11B	12C	13A	14C	15D
16B	17C	18A	19D	20C	21A	22D	23C	24D	25A	26D	27B	28C	29C	