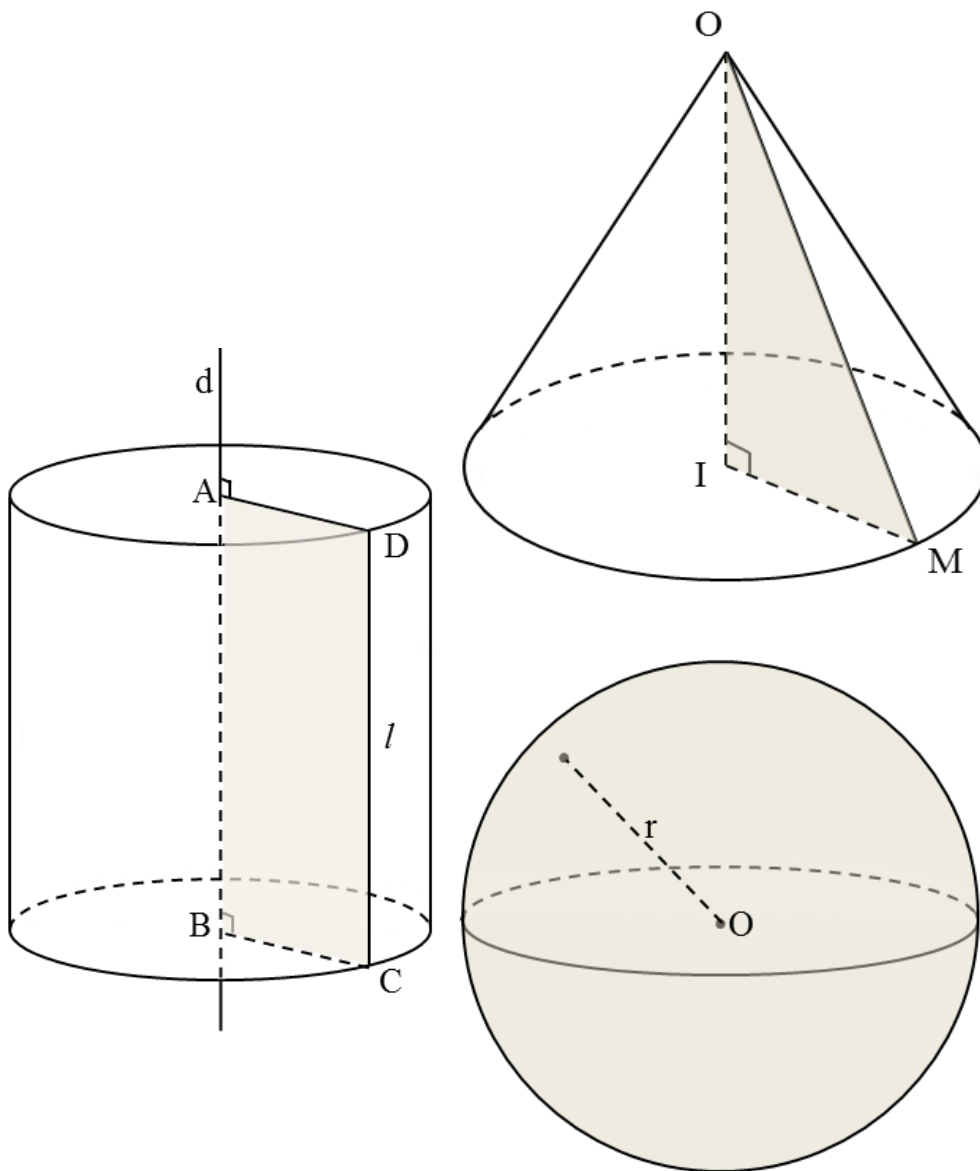


-- OMEGA--
NGUYỄN VĂN VINH
LÊ ĐÌNH HÙNG

CHUYÊN ĐỀ:

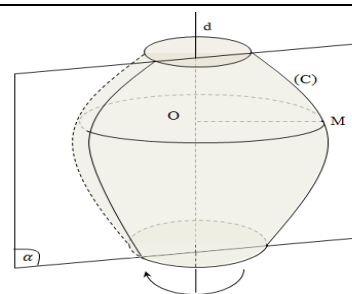
MẶT NÓN – MẶT TRỤ- MẶT CẦU



BÀI 1: MẶT NÓN – HÌNH NÓN – KHỐI NÓN

a) Mặt tròn xoay:

Một mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng d và (C) , khi quay (α) quanh d một góc 360° thì mỗi điểm M thuộc (C) sẽ vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc d . Tập hợp tất cả các điểm trên (C) tạo thành một đường tròn có tâm trên d khi (α) quay quanh d được gọi là mặt tròn xoay. (C) được gọi là đường sinh, d là trục của mặt tròn xoay.



b) Mặt nón, hình nón và khối nón tròn xoay

Mặt nón tròn xoay	Hình nón tròn xoay	Khối nón tròn xoay
Khi (C) là một đường thẳng trong mặt phẳng (α) quay quanh d thì (C) sinh ra một mặt tròn xoay gọi là mặt nón (gọi tắt là mặt nón). Khi đó: (C) là đường sinh của mặt nón. d là trục của mặt nón $\beta = (\widehat{d, (C)})$ $0^\circ < \beta < 90^\circ$ - Góc 2β là góc ở đỉnh của mặt nón	Cho tam giác OIM vuông tại I. Khi quay tam giác đó quanh cạnh OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón). Khi đó: O là đỉnh của hình nón OI là đường cao của hình nón OM là đường sinh của hình nón. - Đường tròn tâm I, bán kính IM là mặt đáy của hình nón. - Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi cạnh OM quay quanh OI gọi là mặt xung quanh của hình nón.	Là phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó (gọi tắt là khối nón). Khi đó: - Đỉnh, mặt đáy, đường sinh của một hình nón theo thứ tự là đỉnh, mặt đáy, đường sinh của khối nón. - Điểm không thuộc khối nón gọi là điểm ngoài của khối nón. - Điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón gọi là điểm trong của khối nón.

* Lưu ý:

Mặt nón là một hình học dài vô hạn, trong khi đó hình nón là hình học có giới hạn, là 1 phần của mặt nón có đỉnh trùng với đỉnh của mặt nón. Do vậy mà trong một số trường hợp, thiết diện của một mặt phẳng với mặt nón khác với hình nón

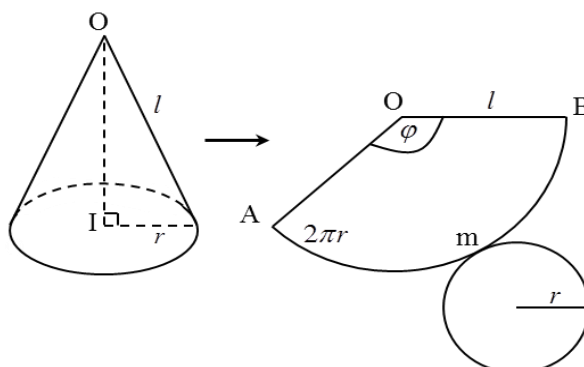
c) Các công thức tính diện tích và thể tích của hình nón:

Xét hình nón có chiều cao h , bán kính đáy r và chiều dài đường sinh là l , khi đó:

Diện tích xung quanh	$S_{xq} = \pi rl$	
Diện tích đáy	$S_{\text{đáy}} = \pi r^2$	
Diện tích toàn phần	$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi rl + \pi r^2$	
Thể tích khối nón	$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	

*** Lưu ý:**

- Nếu cắt mặt xung quanh của hình nón theo 1 đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng thì ta được 1 hình quạt có bán kính bằng độ dài đường sinh của hình nón và 1 cung tròn có độ dài bằng chu vi đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích hình quạt này là diện tích xung quanh hình nón.



- Mối quan hệ giữa đường sinh l và bán kính r :

Gọi φ là số đo góc của cung $\widehat{AmB}$, khi đó ta có độ dài của cung $\widehat{AmB}$: $C_{\widehat{AmB}} = \varphi l$. Vì độ dài cung $\widehat{AmB}$ bằng chu vi của đường tròn có bán kính r của đáy hình chóp ban đầu nên ta có:

$$\varphi l = 2\pi r \Rightarrow \frac{l}{r} = \frac{2\pi}{\varphi}$$

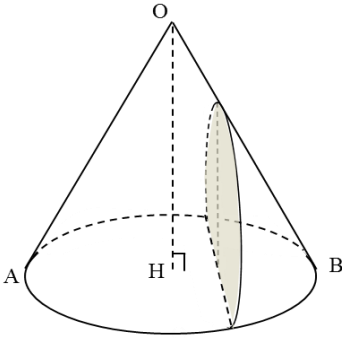
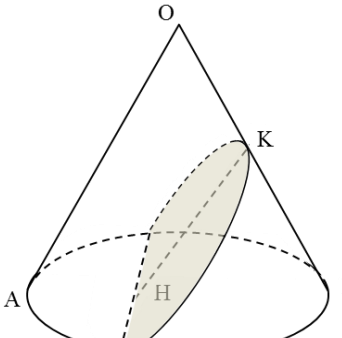
d) Thiết diện của mặt phẳng với hình nón:

- Mặt phẳng cắt hình nón và đi qua đỉnh:

Mặt phẳng đi qua 2 đường sinh	Mặt phẳng đi qua 1 đường sinh
Thiết diện là tam giác cân tại đỉnh của hình nón	Khi này mặt phẳng tiếp xúc với hình nón (gọi là tiếp diện)

- Mặt phẳng cắt hình nón và không đi qua đỉnh:

Mặt phẳng vuông góc với trục và cắt tất cả đường sinh của hình nón	Mặt phẳng không vuông góc và cắt tất cả đường sinh của hình nón
Thiết diện là 1 đường tròn	Thiết diện là 1 đường elip

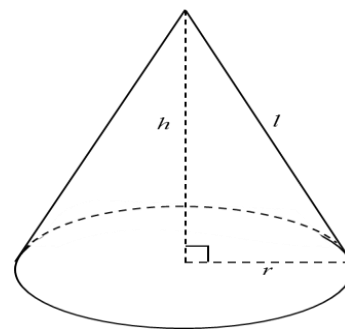
Mặt phẳng song song với 2 đường cao của hình nón	Mặt phẳng song song với 1 đường sinh của hình nón
 Thiết diện là 1 nhánh hypebol có đáy là đường thẳng. * Lưu ý: Nếu là mặt nón thì thiết diện là 2 nhánh của 1 hypebol	 Thiết diện là 1 parabol có đáy là 1 đường thẳng. * Lưu ý: Nếu là mặt nón thì thiết diện là 1 đường parabol

BÀI TẬP:

+ **Dạng 1: Tính diện tích – thể tích hình nón, khối nón**

Phương pháp: Cần nắm vững các công thức tính diện tích, thể tích của hình nón và khối nón:

- Công thức liên hệ giữa đường sinh, đường cao và bán kính đáy: $l^2 = h^2 + r^2$
- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$
- Diện tích đáy: $S_{\text{đáy}} = \pi r^2$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi rl + \pi r^2$
- Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

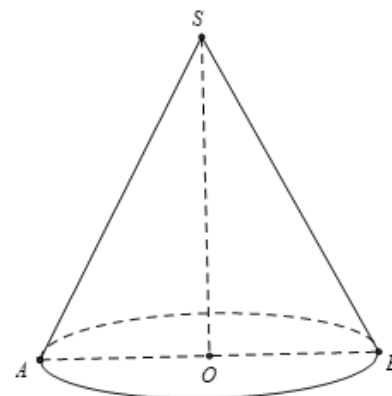


VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho hình nón có bán kính đáy là 4a, chiều cao là 3a. Tính độ dài đường sinh, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình nón.

Hướng dẫn:

- Độ dài đường sinh của hình nón:
- + Xét tam giác SOA có: $h = SO = 3a$; $r = AO = 4a$
 $\Rightarrow l = SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$
- Diện tích xung quanh:
 $S_{xq} = \pi rl = \pi \times 4a \times 5a = 20\pi a^2 \text{ (dvt)}$
- Diện tích đáy:
 $S_{\text{đ}} = \pi r^2 = \pi \times (4a)^2 = 16\pi a^2 \text{ (dvt)}$
- Diện tích toàn phần:
 $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đ}} = 20\pi a^2 + 16\pi a^2 = 36\pi a^2 \text{ (dvt)}$
- Thể tích hình nón:
 $V = \frac{1}{3} S_{\text{đ}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (4a)^2 \cdot 3a = 16\pi a^3 \text{ (dvt)}$



Ví dụ 2: Cho hình nón có đường sinh $l = a$ (cm), góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là 30° .
 Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón theo a .

Hướng dẫn:

- Bán kính đáy của hình nón:

$$r = l \times \cos \widehat{SAO} = a \times \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

- Chiều cao của hình nón:

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$$

- Diện tích xung quanh hình nón:

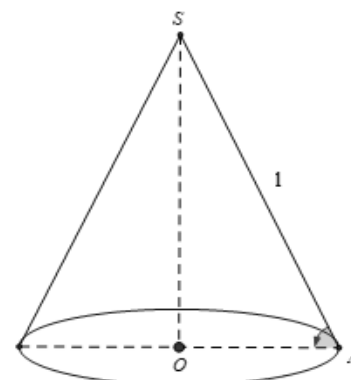
$$S_{xq} = \pi r l = \pi \times a \times \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2} (dvdv)$$

- Diện tích đáy hình nón:

$$S_d = \pi r^2 = \pi \times \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3\pi a^2}{4} (dvdv)$$

- Thể tích hình nón:

$$V = \frac{1}{3} \times S_d \times h = \frac{1}{3} \times \left(\frac{3\pi a^2}{4}\right) \times \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8} (dvt)$$



+ Dạng 2: Các bài toán về thiết diện của mặt phẳng qua đỉnh của hình nón

Phương pháp: Ta cần nắm các tính chất sau

Gọi:

+ Mặt phẳng (SAC) là thiết diện của mặt phẳng giao với hình nón
 đỉnh O, đáy có tâm là H.

+ M là trung điểm của AC.

+ K là hình chiếu của H lên OM

Khi đó ta có:

- Khoảng cách từ tâm H tới thiết diện (OAC):

$$\begin{cases} (OHM) \cap (OAC) = OM \\ HK \perp OM \\ HK \subset (OMH) \end{cases} \Rightarrow HK \perp (OAC)$$

Vậy khoảng cách từ H tới (OAC) là HK

- Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và OH:

$$\begin{cases} AC \perp MH \\ OH \perp MH \end{cases} \Rightarrow d(AC; OH) = MH$$

Vậy MH là khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và OH

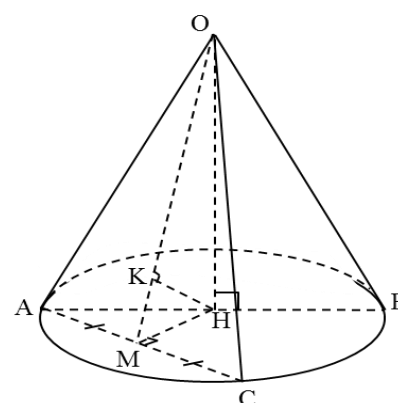
- Góc giữa thiết diện (OAC) và OH:

Ta có: $HK \perp (OAC) \Rightarrow OK$ là hình chiếu của OH lên (OAC)

$$\Rightarrow (\widehat{OH, (OAC)}) = (\widehat{OH, OK}) = \widehat{HOK}$$

Vậy góc giữa thiết diện (OAC) và OH là $\widehat{HOK}$

- Góc giữa thiết diện (OAC) và đáy của hình nón (ABC)



$$\text{Ta có: } \begin{cases} (OAC) \cap (ABC) = AC \\ OM \perp AC \text{ } (\Delta OAC \text{ cân tại } O) \Rightarrow ((OAC), (ABC)) = (\widehat{OM, HM}) = (\widehat{OMH}) \\ HM \perp AC \end{cases}$$

Vậy góc giữa thiết diện (OAC) và đáy của hình nón (ABC) là $\widehat{OMH}$

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Một hình nón có đường sinh bằng a và góc ở đỉnh bằng 90° . Cắt hình nón bằng mặt phẳng (P) đi qua đỉnh sao cho góc giữa (P) và mặt đáy hình nón bằng 60° . Khi đó diện tích của thiết diện là.

Hướng dẫn:

Gọi H là tâm của mặt đáy (ABC), M là trung điểm của AC, mặt phẳng (P) cắt hình nón theo thiết diện là ΔOAC

- Đường cao OH của hình nón:

Xét $\Delta AOB \perp$ tại O có OH là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

- Góc giữa mặt (P) và đáy (ABC):

Vì M là trung điểm, của AC nên:

$$((P), (ABC)) = \widehat{OMH} = 60^\circ$$

- Độ dài cạnh OM:

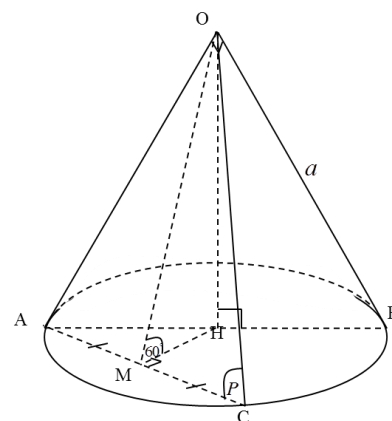
$$\text{Xét } \Delta OHM \perp \text{ tại H, ta có: } OM = \frac{OH}{\sin \widehat{OMH}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

- Độ dài cạnh AM:

$$\text{Xét } \Delta OMA \perp \text{ tại M, ta có: } AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{3} a\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

- Diện tích thiết diện OAC:

$$S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} OM \cdot AC = \frac{1}{2} OM \cdot 2AM = \frac{\sqrt{6}}{3} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{\sqrt{2}}{3} a^2$$



Ví dụ 2: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3cm và có đường sinh $l=5$ cm. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh và tạo với trục một góc 30° . Diện tích thiết diện là.

Hướng dẫn:

Gọi H là tâm của mặt đáy (ABC), M là trung điểm của AC, mặt phẳng (P) cắt hình nón theo thiết diện là ΔOAC .

- Đường cao OH của hình nón:

Xét $\Delta OHB \perp$ tại H, ta có:

$$OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$$

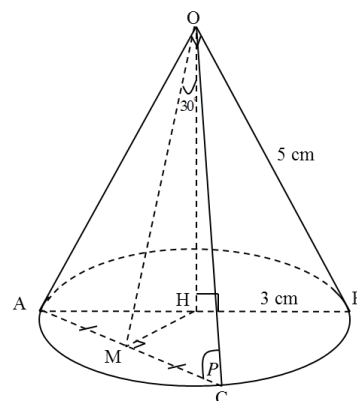
- Góc giữa mặt (P) và đường cao OH

Vì M là trung điểm AC nên:

$$((P), OH) = \widehat{MOH} = 30^\circ$$

- Độ dài cạnh OM:

Xét $\Delta OHM \perp$ tại H, ta có:



$$OM = \frac{OH}{\cos \widehat{MOH}} = \frac{4}{\cos 30^\circ} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

- Độ dài cạnh AM:

Xét $\triangle OMA \perp$ tại M, ta có:

$$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{3} \text{ (cm)}$$

- Diện tích thiết diện OAC:

$$S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} OM \cdot AC = \frac{1}{2} OM \cdot 2AM = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{33}}{3} = \frac{8\sqrt{11}}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ví dụ 3: Cho hình nón đỉnh S, có chiều cao $h=a$ và bán kính đáy $r=2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S, cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến mặt (P).

Hướng dẫn:

Gọi H là tâm của mặt đáy (ABC), M là trung điểm của AB, K là hình chiếu của H lên SM, mặt (P) cắt hình nón theo thiết diện là $\triangle SAB$.

- Độ dài cạnh AM:

Xét $\triangle AMH \perp$ tại M, ta có:

$$MH = \sqrt{AH^2 - AM^2} = \sqrt{AH^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(2a)^2 - (\sqrt{3}a)^2} = a$$

- Khoảng cách từ H tới mặt (P):

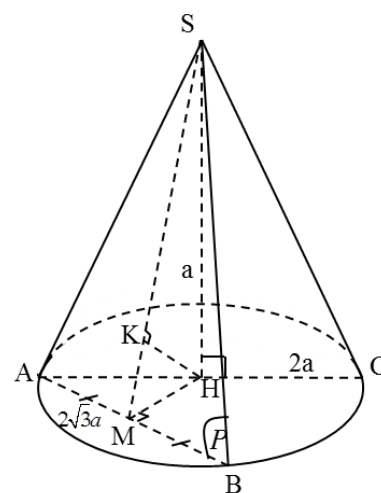
Vì K là hình chiếu của H lên SM nên:

$d(H; (P)) = HK$

Xét $\triangle SHM \perp$ tại H, ta có:

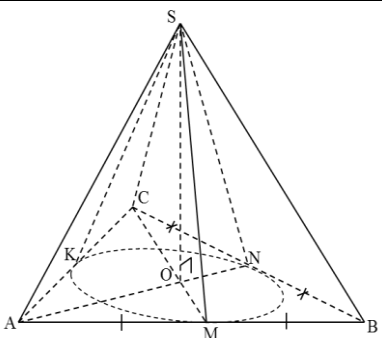
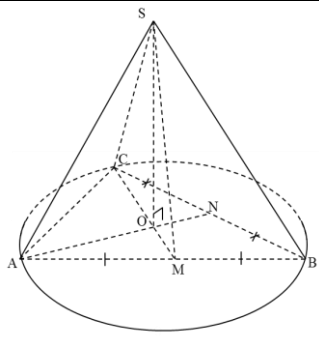
$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$



+ **Dạng 3: Hình nón ngoại tiếp, nội tiếp hình chóp đều**

Hình nón nội tiếp hình chóp đều S.ABCD	Hình nón ngoại tiếp hình chóp đều S.ABCD
Hình nón nội tiếp có đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD có tâm là O. Ta có: - Bán kính đáy: $r = OM = \frac{1}{2} AB$ - Đường cao: $h = SO$ - Đường sinh: $l = SM$	Hình nón ngoại tiếp có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD có tâm là O. Ta có: - Bán kính đáy: $r = OA = \frac{1}{2} AC$ - Đường cao: $h = SO$ - Đường sinh: $l = SA$

Hình nón nội tiếp hình chóp đều S.ABC	Hình nón ngoại tiếp hình chóp đều S.ABC
 Hình nón nội tiếp có đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC có tâm là O. Ta có: - Bán kính đáy: $r = OM = \frac{1}{3} CM$ - Đường cao: $h = SO$ - Đường sinh: $l = SM$	 Hình nón ngoại tiếp có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC có tâm là O. Ta có: - Bán kính đáy: $r = CO = \frac{2}{3} CM$ - Đường cao: $h = SO$ - Đường sinh: $l = SA$

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có các cạnh đều bằng a là.

Hướng dẫn:

Gọi O là tâm của đáy ABCD

- Độ dài cạnh OB:

Vì ABCD là hình vuông cạnh a nên ta có:

$$OB = \frac{1}{2} BD = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

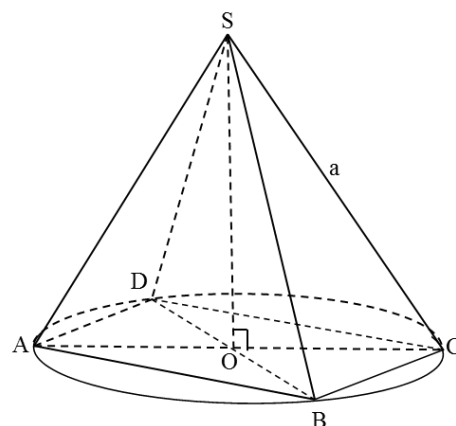
- Độ dài đường cao SO:

Xét $\triangle SOB \perp$ tại O, ta có:

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

- Thể tích của khối nón ngoại tiếp hình chóp S.ABCD:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi OB^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{\sqrt{2}}{2} a\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{\sqrt{2}}{12} \pi a^3$$



Ví dụ 2: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh bên bằng a, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình nón đỉnh S có đường tròn đáy nội tiếp hình vuông ABCD, tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích khối nón tạo nên.

Hướng dẫn:

Gọi M là trung điểm của BC, O là tâm của đáy, b là độ dài cạnh đáy

- Góc giữa mặt bên và đáy ABCD:

Ta có:

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SM \perp BC \text{ } (\triangle SBC \text{ cân tại } S) \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = \widehat{SMO} = 30^\circ \\ OM \perp BC \text{ } (\triangle BOC \text{ cân tại } O) \end{cases}$$

- Độ dài cạnh OM:

Ta có:

$\begin{cases} O: \text{Trung điểm AC} \\ M: \text{Trung điểm BC} \end{cases} \Rightarrow OM \text{ là đường trung bình } \triangle ABC$

$$\Rightarrow OM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} b$$

- Độ dài cạnh SO:

Xét $\triangle SOM \perp$ tại O, ta có:

$$SO = OM \cdot \tan \widehat{SOM} = \frac{1}{2} b \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} b$$

- Độ dài cạnh OC:

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình vuông cạnh } b \Rightarrow OC = \frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2} b$$

- Giá trị của b theo a:

Xét $\triangle SOC \perp$ tại O, ta có:

$$SC^2 = SO^2 + OC^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} b \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} b \right)^2$$

$$\Rightarrow b = \frac{4\sqrt{11}}{11} a$$

- Độ dài cạnh SM:

Xét $\triangle SOM \perp$ tại O, ta có:

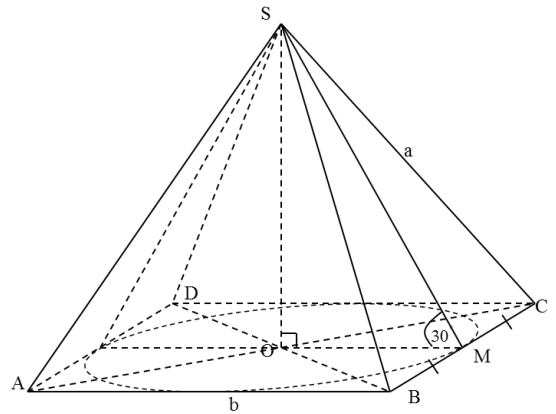
$$SM = \frac{OM}{\cos \widehat{SMO}} = \frac{b}{2 \cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} b$$

- Diện tích xung quanh của hình nón nội tiếp hình chóp S.ABCD:

$$S_{xq} = \pi \cdot OM \cdot SM = \pi \cdot \frac{1}{2} b \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} b = \pi \frac{\sqrt{3}}{6} b^2 = \pi \frac{\sqrt{3}}{6} \left(\frac{4\sqrt{11}}{11} a \right)^2 = \frac{8\sqrt{3}}{33} \pi a^2$$

- Thể tích của khối nón:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi OM^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \frac{1}{4} b^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} b = \frac{\sqrt{3}}{48} \pi b^3 = \frac{\sqrt{3}}{48} \pi \left(\frac{4\sqrt{11}}{11} a \right)^3 = \frac{64\sqrt{33}}{5808} \pi a^3$$



Ví dụ 3: Tính thể tích hình nón ngoại tiếp hình chóp tam giác đều SABC có thể tích là V.

Hướng dẫn:

Gọi O là tâm của đáy, M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC, a là độ dài cạnh của đáy

- Diện tích tam giác ABC:

Vì $\triangle ABC$ đều cạnh a nên ta có:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

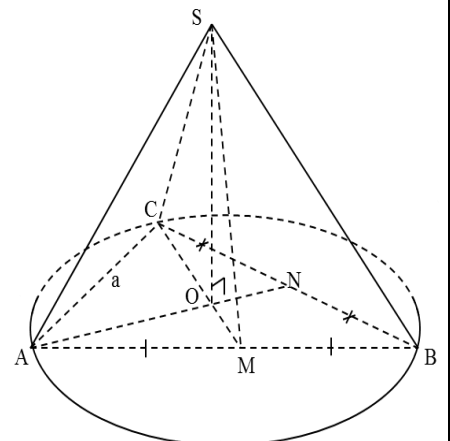
- Thể tích hình chóp SABC:

$$V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SO = \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \cdot SO \quad (1)$$

- Độ dài bán kính OC của đáy hình nón ngoại tiếp SABC

$$R = CO = \frac{2}{3} CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

- Diện tích đáy của hình nón:



$$S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{3} a \right)^2 = \frac{1}{3} \pi a^2$$

- Thể tích khối nón:

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot SO = \frac{1}{9} \pi a^2 \cdot SO \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta suy ra:
$$\frac{V_{\text{nón}}}{V} = \frac{\frac{1}{9} \pi a^2 \cdot SO}{\frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \cdot SO} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \pi \Rightarrow V_{\text{nón}} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \pi V$$

Ví dụ 4: Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a, các mặt bên đều tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối nón nội tiếp hình chóp đều.

Hướng dẫn:

Gọi O là tâm của đáy, M, N và K lần lượt là trung điểm của AB, BC và AC.

- Độ dài cạnh CM:

Vì ABC là tam giác đều cạnh a, nên ta có:

$$CM = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

- Bán kính đáy hình nón nội tiếp hình chóp đều:

$$\text{Ta có: } R = OM = \frac{1}{3} CM = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

- Góc giữa mặt bên và đáy ABC:

Ta có:

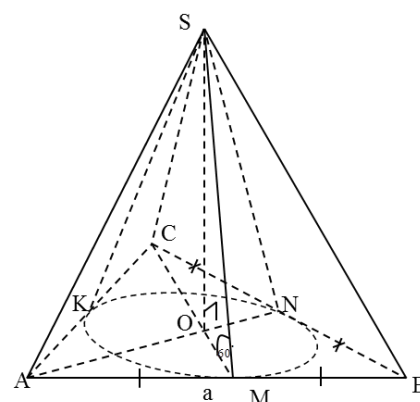
$$\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SM \perp AB (\triangle SAB \text{ cân tại } S) \Rightarrow ((SAB), (ABC)) = \widehat{SMC} = 60^\circ \\ CM \perp AB (\triangle ABC \text{ đều}) \end{cases}$$

- Độ dài đường cao SO:

$$\text{Xét } \triangle SOM \perp \text{ tại } O, \text{ ta có: } SO = OM \tan \widehat{SOM} = \frac{\sqrt{3}}{6} a \tan 60^\circ = \frac{1}{2} a$$

- Thể tích khối nón:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot SO = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{6} a \right)^2 \cdot \frac{1}{2} a = \frac{1}{72} \pi a^3$$



+ **Dạng 4:** Bài toán hình nón cụt

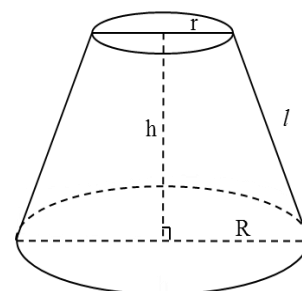
Phương pháp: Gọi r, R, h, l lần lượt là bán kính đáy bé, đáy lớn, chiều cao và đường sinh

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi l(r + R)$

- Diện tích đáy (2 đáy): $S_{\text{đáy}} = \pi(r^2 + R^2)$

- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}}$

- Thể tích khối nón cụt: $V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + r^2 + Rr)$



* **Lưu ý:**

Thiết diện của của mặt phẳng cắt hình nón cụt, song song với trục là hình thang cân

VÍ DỤ

Cho hình nón cụt có bán kính đáy là 12cm, chiều cao 8cm và độ dài đường sinh là 10cm. Tính thể tích của khối nón cụt.

Hướng dẫn:

Gọi O, O' là tâm của 2 đáy, r là bán kính đường tròn của đáy nhỏ; dựng AB vuông góc với $O'C$ như hình vẽ.

- Độ dài cạnh BC :

Xét $\triangle ABC \perp$ tại B , ta có:

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$$

- Độ dài cạnh $O'B$:

$$\text{Ta có: } O'B = O'C - BC = 12 - 6 = 6(\text{cm})$$

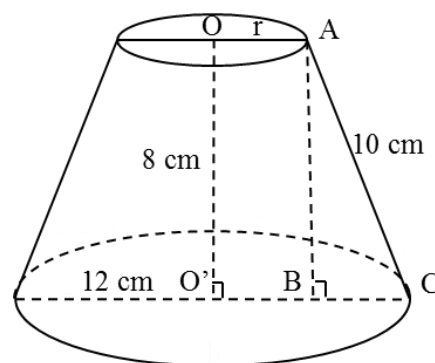
- Độ dài bán kính đường tròn của đáy nhỏ:

Ta có $OABO'$ là hình chữ nhật nên:

$$r = O'B = 6(\text{cm})$$

- Thể tích của khối nón cụt:

$$V = \frac{1}{3} \pi O O' (O'C^2 + r^2 + O'C \cdot r) = \frac{1}{3} \pi 8 (12^2 + 6^2 + 12 \cdot 6) = 672 \pi (\text{cm}^3)$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho khối nón có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng r . Thể tích của khối nón là:

A. $V = \pi r^2 h$

B. $V = 3\pi r^2 h$

C. $V = \frac{1}{3} \pi r h$

D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Câu 2: Với V là thể tích của khối nón tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h được cho bởi công thức nào sau đây:

A. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

B. $V = \frac{4}{3} \pi r^2 h$

C. $V = \pi r^2 h$

D. $V = \frac{4}{3} \pi^2 r^2 h$

Câu 3: Cho khối nón có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng r . Diện tích toàn phần của khối nón là:

A. $S_p = \pi r(1+r)$

B. $S_p = \pi r(2l+r)$

C. $S_p = 2\pi r(1+r)$

D. $S_p = 2\pi r(1+2r)$

Câu 4: Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích của khối nón là:

A. 160π

B. 144π

C. 120π

D. Đáp án khác

Câu 5: Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích của khối nón là:

A. 160π

B. 144π

C. 128π

D. 120π

Câu 6: Cho khối nón có chiều cao bằng 8 và độ dài đường sinh bằng 10. Thể tích của khối nón là:

A. 96π

B. 140π

C. 128π

D. 124π

Câu 7: Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác ABC đều có cạnh bằng a ; Biết B, C thuộc đường tròn đáy. Thể tích của khối nón là:

A. $a^3 \pi \sqrt{3}$

B. $\frac{a^3 \pi 2\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{3a^3 \pi}{8}$

Câu 8: Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác ABC vuông cân tại A ; Biết A trùng với đỉnh của khối nón, $AB = 4a$. Bán kính đường tròn đáy của khối nón là:

A. $a^3 \pi \sqrt{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

D. $a2\sqrt{2}$

Câu 9: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích của khối nón là:

- A. $\frac{6\sqrt{11}}{5}\pi$ B. $\frac{25\sqrt{11}}{3}\pi$ C. $\frac{4\sqrt{11}}{3}\pi$ D. $\frac{5\sqrt{11}}{3}\pi$

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đường tròn đáy bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 120π . Chiều cao h của khối nón là:

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{3}$ C. $2\sqrt{11}$ D. $\sqrt{11}$

Câu 11: Cho khối nón có đỉnh S, cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh của khối nón tạo thành thiết diện là tam giác SAB. Biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến thiết diện bằng 2, $AB = 12$, bán kính đường tròn đáy bằng 10. Chiều cao h của khối nón là:

- A. $\frac{8\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$ C. $\frac{4\sqrt{15}}{15}$ D. $\sqrt{15}$

Câu 12: Cho hình nón có đỉnh S, tâm đáy là O, bán kính đáy là a, góc tạo bởi một đường sinh SM và đáy là 60° . Tìm kết luận sai:

- A. $l = 2a$ B. $S_{xq} = 2\pi a^2$ C. $S_{xq} = 4\pi a^2$ D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 13: Cho hình nón đỉnh O, tâm đáy là I, đường sinh $OA = 4$, $S_{xq} = 8\pi$. Tìm kết luận sai:

- A. $R = 2$ B. $h = 2\sqrt{3}$ C. $S_{day} = 4\pi$ D. $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$

Câu 14: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. $2\pi a^2$ B. πa^2 C. $\frac{\pi a^2}{2}$ D. $\frac{3\pi a^2}{4}$

Câu 15: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân, cạnh góc vuông là a; Tìm kết luận đúng:

- A. $V = \frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ C. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ D. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

Câu 16: Cho hình nón có thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông cân có cạnh huyền $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là:

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ C. $\pi a^2 \sqrt{2}$ D. Đáp án khác

Câu 17: Cắt hình nón bằng một mặt phẳng qua trục thì thiết diện thu được là tam giác đều cạnh là 2a; Tìm kết luận đúng:

- A. $S_{day} = a^2$ B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $S_{xq} = 2\pi a^2$ D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$

Câu 18: Một hình nón có đỉnh S, tâm đáy là O, độ dài đường sinh là 5, bán kính đáy là 4. Một hình vuông ABCD có 4 đỉnh nằm trên đường tròn đáy. Thể tích khối chóp SABCD là:

- A. 32 B. 16 C. 8 D. 64

Câu 19: Cho hình nón đỉnh S, tâm O, hai đường sinh SA, SB bằng 4 và tạo với nhau một góc là 60° và ΔABC vuông tại O. Tìm kết luận đúng:

- A. $R = 2$ B. $R = 2\sqrt{2}$ C. $R = 4$ D. $R = 4\sqrt{3}$

Câu 20: Cho hình chóp tam giác đều SABCD có cạnh đáy là a, cạnh bên là 2a. Một hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Tìm kết luận đúng:

- A. $R = a\sqrt{3}$ B. $h = \frac{a\sqrt{33}}{3}$ C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$ D. $V = \frac{\pi a^3}{9}$

Câu 21: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R có $\widehat{BAC} = 75^\circ$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay ΔABC quanh AC thì ΔBHC tạo thành hình nón xoay có diện tích xung quanh bằng:

A. $S_{xq} = \frac{3+2\sqrt{3}}{2} \pi R^2$

B. $S_{xq} = \frac{1+\sqrt{3}}{4} \pi R^2 \sqrt{4}$

C. $S_{xq} = \frac{1+\sqrt{2}}{4} \pi R^2 \sqrt{4}$

D. Đáp án khác

Câu 22: Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' có cạnh bằng a; Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$

Câu 23: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. πa^2

B. $2\pi a^2$

C. $\frac{\pi a^2}{2}$

D. $\frac{3\pi a^2}{4}$

Câu 24: Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh của trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

D. $\pi a^2 \sqrt{3}$

Câu 25: Một hình thang cân ABCD có đáy nhỏ AB = 1, đáy lớn CD = 3, cạnh bên BC = DA = $\sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V = \frac{7\pi}{3}$

B. $V = \frac{4\pi}{3}$

C. $V = \frac{5\pi}{3}$

D. $V = 3\pi$

Câu 26: Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' có cạnh đáy bằng a; Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

Câu 27: Trong không gian cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a; Gọi H, K lần lượt là trung điểm của DC và AB. Khi quay hình vuông đó xung quanh trục HK ta được một hình trụ tròn xoay (H). Gọi S_{xq} , V lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay (H) và khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ (H). Tỉ số $\frac{V}{S_{xq}}$ bằng:

A. $\frac{a}{4}$

B. $\frac{a}{2}$

C. $\frac{a}{3}$

D. $\frac{2a}{3}$

Câu 28: Một tam giác vuông ABC vuông tại A, có $AB = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{3}$. Kẻ $AH \perp BC$. Cho tam giác quay quanh BC, tam giác AHB và AHC tạo thành 2 hình nón có diện tích xung quanh là S_1, S_2 và thể tích V_1, V_2 . Xét 2 câu:

(I) $2S_2 = 3S_1$ (II) $2V_2 = 3V_1$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (II)

C. Cả 2 câu đều sai

D. Cả 2 câu đều đúng

Câu 29: Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{BAD} = \alpha$ ($00 < \alpha < 90^\circ$), $AD = a$ và $\widehat{ADB} = 90^\circ$. Quay ABCD quanh AB, ta được vật tròn xoay có thể tích là:

A. $V = \pi a^3 \sin^2 \alpha$

B. $V = \pi a^3 \sin \alpha \cos \alpha$

C. $V = \pi a^3 \sin^2 \alpha / \cos \alpha$

D. $V = \pi a^3 \cos^2 \alpha / \sin \alpha \pi a$

Câu 30: Cho tứ diện ABCD có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh BD vuông góc với cạnh BC. Khi quay các cạnh tứ diện đó xung quanh trục là cạnh AB, có bao nhiêu hình nón được tạo thành ?

- A. 1 B. 2. C. 3 D. 4

Câu 31: Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20\text{cm}$ và bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Gọi diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay và thể tích của khối nón tròn xoay lần lượt là S_{xq} và V .

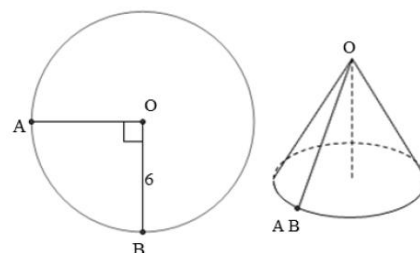
Tỉ số $\frac{V}{S_{xq}}$ bằng:

- A. $\frac{100}{3\sqrt{41}}\text{cm}$. B. $\frac{200}{3\sqrt{41}}\text{cm}$ C. $\frac{3001}{5\sqrt{41}}\text{cm}$ D. Đáp án khác

Câu 32: Cho hình tròn có bán kính là 6. Cắt bỏ $\frac{1}{4}$ hình

tròn giữa 2 bán kính OA, OB, rồi ghép 2 bán kính đó lại sao cho thành một hình nón (như hình vẽ). Thể tích khối nón tương ứng đó là:

- A. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{9\pi\sqrt{7}}{8}$ C. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{4}$ D. Đáp án khác

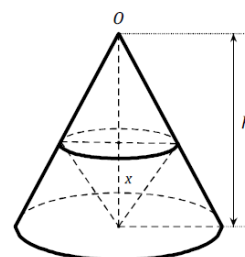


Câu 33: Cho hai điểm cố định A, B và một điểm M di động trong không gian luôn thỏa mãn điều kiện $\angle MAB = \alpha$ với $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau:

- A. mặt nón. B. mặt trụ C. mặt cầu D. mặt phẳng

Câu 34: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có diện tích 50cm^2 . Thể tích khối nón là:

- A. $\frac{250\pi\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$ B. $\frac{200\pi}{3}\text{cm}^3$ C. $150\sqrt{2}\pi\text{cm}^3\text{cm}^3$ D. $\frac{100\pi}{3\sqrt{2}}\text{cm}^3\text{cm}^3$



Câu 35: Cho hình nón đỉnh O, chiều cao là h. Một khối nón có đỉnh là tâm của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Chiều cao x của khối nón này là bao nhiêu để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$?

- A. $x = \frac{h}{3}$ B. $x = \frac{h}{2}$ C. $x = \frac{2h}{3}$ D. $x = \frac{h\sqrt{3}}{3}$

Câu 36: Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại C, nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AB. Xét điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC) sao cho SA, SB, SC tạo với (ABC) góc 45° . Hãy chọn câu đúng:

- A. Hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là hình nón tròn xoay.
B. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân.
C. Khoảng cách từ O đến 2 thiết diện qua đỉnh (SAC) và (SBC) bằng nhau
D. Cả 3 câu trên đều đúng

Câu 37: Cho hình nón xoay chiều cao SO. Gọi ABCD là hình vuông nội tiếp trong đường tròn đáy của hình tròn. Cho biết $AB = a$ và thể tích của hình nón là $V = \frac{\pi a^3}{6}$. Gọi M, N là trung điểm của BC và SA thì độ dài của đoạn MN là:

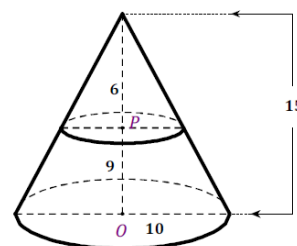
- A. $MN = a\sqrt{14}$ B. $MN = \frac{a\sqrt{14}}{2}$ C. $MN = \frac{a\sqrt{14}}{3}$ D. $MN = \frac{a\sqrt{14}}{4}$

Câu 38: Cho hình chóp đều SABCD có cạnh đáy bằng a, góc SAC bằng 45° . Tính thể tích khối chóp. Tính diện tích xung quanh của mặt nón ngoại tiếp hình chóp SABCD.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{7a^3\sqrt{2}}{6}; \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

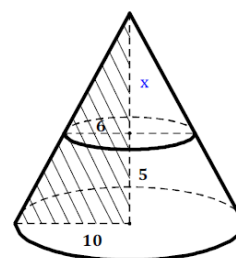
Câu 39: Cho hình nón có đáy là đường tròn có đường kính 10. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 bằng:

- A. 8π B. 24π
C. $\frac{200\pi}{9}$ D. 96π



Câu 40: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10, mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một đường tròn có bán kính bằng 6, khoảng cách giữa mặt phẳng này với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Chiều cao của hình nón (N) bằng:

- A. 12,5 B. 10
C. 8,5 D. 7



Câu 41: Một hình nón đỉnh S có chiều cao SO = h. Gọi AB là dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác OAB đều và mặt phẳng (SAB) hợp với mặt phẳng chứa đường tròn đáy một góc 60° . Diện tích xung quanh và thể tích của khối nón lần lượt bằng

- A. $\frac{2\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{9}$ B. $\frac{\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{27}$ C. $\frac{\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{9}$ D. $\frac{2\sqrt{13}\pi h^2}{9}; \frac{4\pi h^3}{27}$

Câu 42: Một hình nón có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O. Mặt phẳng (P) đi qua trục của hình nón cắt hình nón đó theo thiết diện là tam giác SAB. Biết diện tích tam giác SAB là $81a^2$ (với $a > 0$ cho trước) và đường sinh của hình nón hợp với mặt đáy một góc 30° . Diện tích xung quanh và thể tích của khối nón lần lượt bằng

- A. $162\pi a^2; 243\sqrt{3}\pi a^3$ B. $162\pi a^2; 243\sqrt{3}\pi a^3$
C. $\frac{81\pi a^2}{2}; 243\sqrt{3}\pi a^3$ D. $\frac{81\pi a^2}{2}; \frac{243\pi a^3}{\sqrt{3}}$

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính R, đường sinh bằng 2R. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S, cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB có góc $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) ?

- A. $\frac{\sqrt{3\sqrt{3}-3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}R$ B. $\frac{\sqrt{\sqrt{3}-3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}R$ C. $\frac{\sqrt{3\sqrt{3}-3}}{2+\sqrt{3}}R$ D. $\frac{\sqrt{3\sqrt{3}+3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}R$

Câu 44: Cho hình nón tròn xoay có đường cao h = 20cm, bán kính đáy r = 25cm. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm. Diện tích của thiết diện đó bằng:

- A. $S_{SAB} = 400(cm^2)$ B. $S_{SAB} = 600(cm^2)$ C. $S_{SAB} = 500(cm^2)$ D. $S_{SAB} = 800(cm^2)$

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

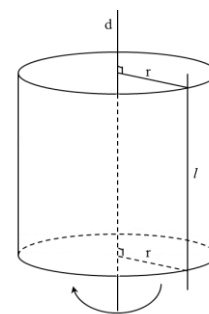
1D	2A	3A	4D	5C	6A	7C	8D	9B	10C	11A	12C	13D	14C	15C
16C	17C	18A	19B	20B	21A	22C	23C	24A	25A	26B	27A	28C	29A	30B
31A	32B	33A	34A	35C	36D	37D	38C	39A	40A	41C	42D	43B	44A	

BÀI 2: MẶT TRỤ TRÒN XOAY

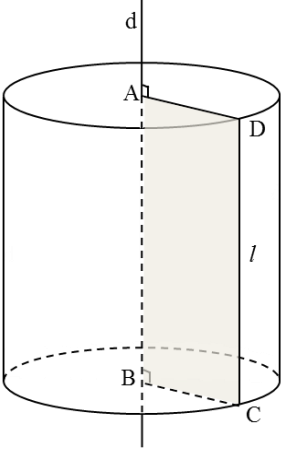
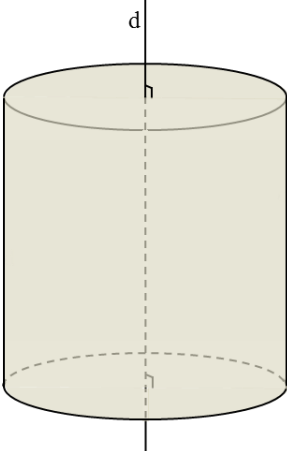
a) Định nghĩa:

Trong mặt phẳng (α) cho hai đường thẳng d và l song song và cách nhau một khoảng r . Khi quay mặt phẳng (α) xung quanh d thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay (gọi tắt là mặt trụ).

Đường thẳng d gọi là trục, đường thẳng l là đường sinh và r là bán kính của mặt trụ đó.

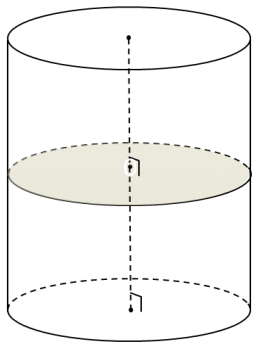
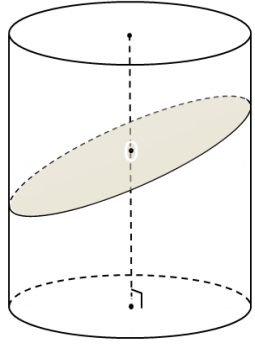


b) Hình trụ tròn xoay và khối trụ tròn xoay

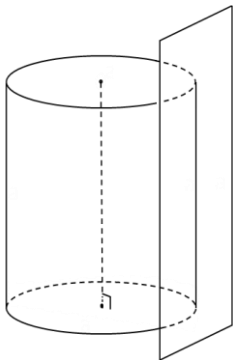
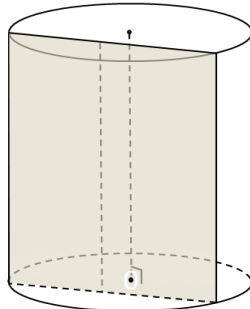
Hình trụ tròn xoay	Khối trụ tròn xoay
Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB, thì đường gấp khúc ADCB tạo thành một hình được gọi là hình trụ tròn xoay (gọi tắt là hình trụ).  Khi đó: - Hai đường tròn (A,AD) và (B,BC) gọi là 2 đáy của hình trụ. - DC là đường sinh của hình trụ. - Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi DC gọi là mặt xung quanh. - AB là đường cao của hình trụ.	Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ đó là khối trụ tròn xoay (gọi tắt là khối trụ).  Khi đó: - Mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính của một hình trụ theo thứ tự là mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính của khối trụ. - Điểm không thuộc khối trụ gọi là điểm ngoài của khối trụ. - Điểm thuộc khối trụ nhưng không thuộc hình trụ gọi là điểm trong của khối trụ.

c) Thiết diện của mặt phẳng với hình trụ

-Mặt phẳng cắt trục của hình trụ:

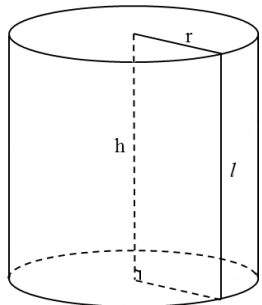
Mặt phẳng vuông góc với trục	Mặt phẳng không vuông góc với trục
 Thiết diện là 1 đường tròn	 Thiết diện là 1 đường elip

- Mặt phẳng song song với trục của hình trụ:

Khoảng cách từ mặt phẳng tới trục bằng bán kính của hình trụ	Khoảng cách từ mặt phẳng tới trục nhỏ hơn bán kính của hình trụ
 Mặt phẳng và hình trụ có chung 1 đường sinh. Lúc này, mặt phẳng tiếp xúc với hình trụ (gọi là tiếp diện).	 Thiết diện là một hình chữ nhật, có 2 cạnh là 2 đường sinh, 2 cạnh còn lại là 2 dây cung của 2 đáy hình trụ.

d) Các công thức tính diện tích và thể tích của hình trụ

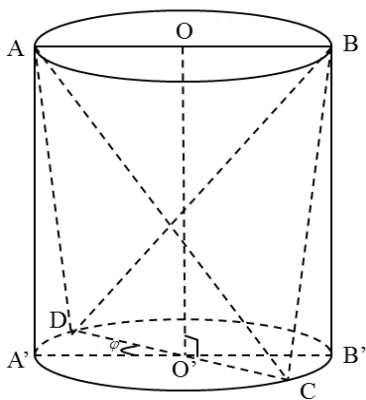
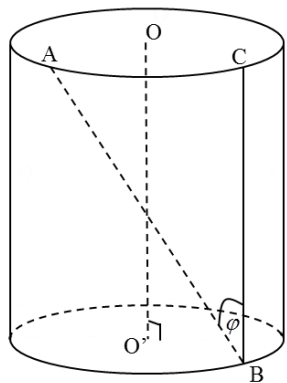
Xét hình trụ có chiều cao h , bán kính r và đường sinh l , ta có:

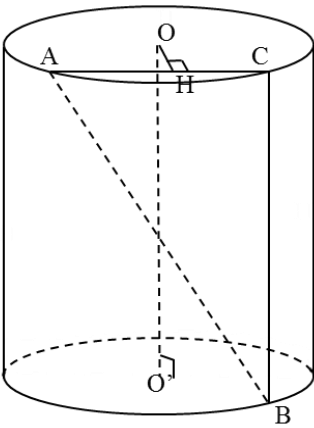
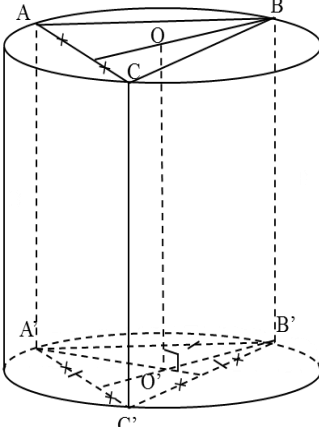
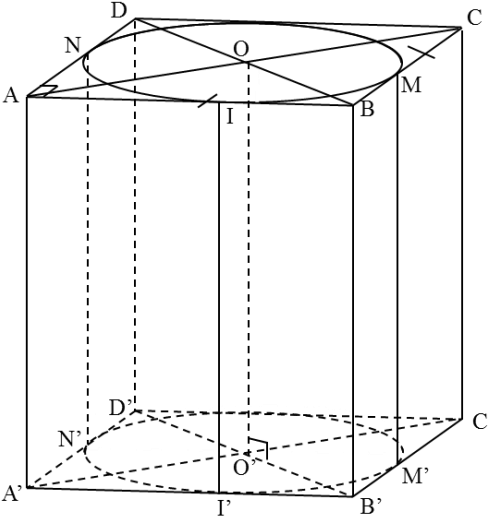
Diện tích xung quanh	$S_{xq} = 2\pi r l$	
Diện tích đáy	$S_{\text{đáy}} = 2\pi r^2$ (2 đáy)	
Diện tích toàn phần	$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 2\pi r(l + r)$	
Thể tích khối trụ	$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi r^2 h$	

❖ BÀI TẬP

Phương pháp:

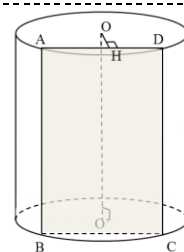
Ta cần nắm vững các bài toán sau:

Thể tích của tứ diện tạo bởi 2 đường kính chéo nhau nằm ở 2 đáy (AB và DC)	Góc giữa đường thẳng nối 2 tâm và đường thẳng nối 2 điểm trên 2 đường tròn của đáy
 $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot OO' \sin(\widehat{AB, CD})$ $= \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot OO' \sin \varphi$	 Dựng BC song song với OO', khi đó: $(\widehat{OO', AB}) = (\widehat{BC, AB}) = \widehat{CBA}$

Khoảng cách giữa đường thẳng nối 2 tâm của đáy và đường thẳng nối 2 điểm trên 2 đường tròn của đáy	Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có thể tích là V.
 Dựng BC song song với OO' và OH vuông góc với AC, khi đó ta có: $d(OO', AB) = OH$	 Thể tích của khối trụ: $V_{\text{trụ}} = \frac{4}{9}\pi V$
Diện tích xung quanh của hình trụ khi nội tiếp trong hình lăng trụ tứ giác đều có diện tích xung quanh là S.	Mối liên hệ giữa diện tích xung quanh, toàn phần và thể tích khối trụ trong bài toán tối ưu
 Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi S$	Xét một khối trụ có thể tích V không đổi: - Bán kính và chiều cao hình trụ để diện tích toàn phần nhỏ nhất: $\begin{cases} R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \\ h = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}} \end{cases}$ - Bán kính và chiều cao hình trụ để diện tích xung quanh cộng với diện tích 1 đáy là nhỏ nhất: $\begin{cases} R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}} \\ h = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}} \end{cases}$

*** Lưu ý:**

- Nếu hình vuông nội tiếp trong hình trụ thì đường chéo của hình vuông cũng bằng đường chéo của hình trụ.
- Khi mặt phẳng cắt khối trụ theo phương song song với trục và tạo ra thiết diện là hình chữ nhật ABCD thì khoảng cách từ tâm đáy O tới mặt (ABCD) là độ dài OH ($OH \perp AD$).

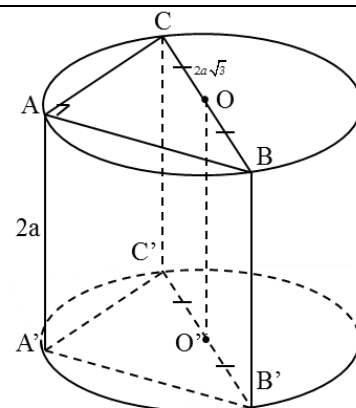


VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA'=2a$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a\sqrt{3}$. Thể tích của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này là.

Hướng dẫn:

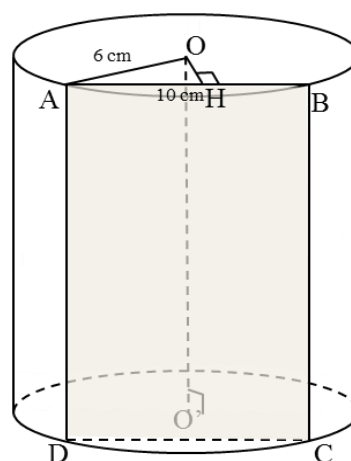
Gọi O, O' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$
 - Bán kính r của đáy đường tròn hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$:
 Vì $\triangle ABC \perp$ tại A nên đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có tâm O là trung điểm của BC
 $\Rightarrow r = OC = \frac{1}{2}BC = a\sqrt{3}$
 - Diện tích đường tròn tâm O :
 $S = \pi r^2 = \pi(a\sqrt{3})^2 = 3\pi a^2$
 - Thể tích khối trụ nội tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$:
 $V = S.AA' = 3\pi a^2.2a = 6\pi a^3$



Ví dụ 2: Cho một khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 6cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có A, B thuộc cùng một đáy của khối trụ. Biết $AB=10$ cm, khoảng cách từ trục của khối trụ đến thiết diện được tạo thành là

Hướng dẫn:

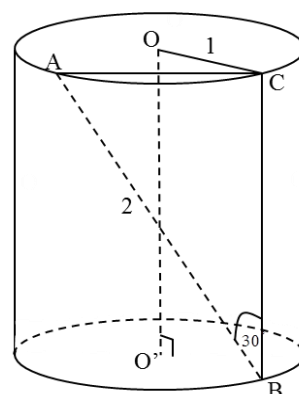
Gọi O, O' lần lượt là tâm của đường tròn của đáy hình trụ,
 H là hình chiếu của O lên cạnh AB .
 - Xác định khoảng cách từ O tới mặt $(ABCD)$:
 Ta có: $\begin{cases} AD \perp OH (AB \perp (AOB)) \\ AB \perp OH \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABCD)$
 $\Rightarrow d(O, (ABCD)) = OH$
 - Độ dài khoảng cách AH :
 Vì $\triangle OAB$ cân tại O nên OH cũng là đường trung tuyến
 $\Rightarrow AH = \frac{1}{2}AB = 5$ (cm)
 - Độ dài khoảng cách OH :
 Xét $\triangle OAH \perp$ vuông tại H , ta có:
 $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$ (cm)



Ví dụ 3: Một hình trụ tròn xoay bán kính $R=1$. Trên 2 đường tròn (O) và (O') lấy điểm A và B sao cho $AB=2$ và góc giữa AB và trục OO' bằng 30° . Tính thể tích của khối trụ.

Hướng dẫn:

Dựng BC song song với OO' như hình vẽ
 - Góc giữa đường thẳng AB và OO' :
 Vì $BC \parallel OO' \Rightarrow (\widehat{AB, OO'}) = (\widehat{AB, BC}) = \widehat{ABC} = 30^\circ$
 - Độ dài đường cao BC của khối trụ:
 Xét $\triangle ACB \perp$ tại C ($BC \perp (AOC)$), ta có:
 $BC = AB \cos \widehat{ABC} = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$
 - Diện tích đường tròn đáy của hình trụ:
 $S = \pi OC^2 = \pi$
 - Thể tích của khối trụ:
 $V = S.BC = \sqrt{3}\pi$



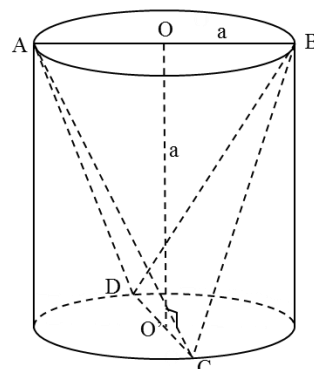
Ví dụ 4: Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Đường kính AB trong đường tròn tâm O vuông góc với đường kính CD trong đường tròn tâm O'. Tính thể tích của tứ diện ABCD.

Hướng dẫn:

- Thể tích tứ diện ABCD:

Áp dụng công thức tính thể tích tứ diện được tạo từ 2 đường kính chéo nhau trong 2 mặt phẳng đáy, ta có:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot OO' \cdot \sin(\widehat{AB, CD}) = \frac{1}{6} 2a \cdot 2a \cdot a \sin 90^\circ = \frac{2}{3} a^3$$



Ví dụ 5: Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có AB = 1 và AD = 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng.

Hướng dẫn:

Khi quay hình chữ nhật ABCD quay cạnh MN thì ta được hình trụ có 2 đáy là 2 đường tròn (M; MD) và (N; NC).

- Diện tích đáy của hình trụ quay hình chữ nhật ABCD quay quanh cạnh MN:

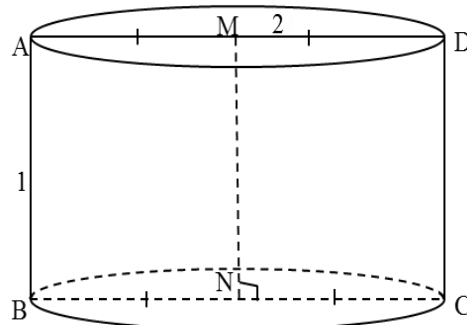
$$S_{\text{đáy}} = \pi MD^2 = \pi \left(\frac{AD}{2} \right)^2 = \pi$$

- Diện tích xung quanh của hình trụ:

$$S_{xq} = 2\pi NC \cdot MN = 2\pi \cdot 1 \cdot 1 = 2\pi$$

- Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S_{tp} = 2S_{\text{đáy}} + S_{xq} = 2\pi + 2\pi = 4\pi$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π . Thể tích của khối trụ là:

- A. 160π B. 164π C. 64π D. 144π

Câu 2: Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, biết thể tích của khối trụ bằng 90π . Diện tích xung quanh của khối trụ là:

- A. 81π B. 60π C. 78π D. Đáp án khác

Câu 3: Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy là h, độ dài đường sinh là l và bán kính của đường tròn đáy là r. Diện tích toàn phần của khối trụ là:

- A. $S_{tp} = \pi r(1+r)$ B. $S_{tp} = \pi r(21+r)$
C. $S_{tp} = 2\pi r(1+r)$ D. $S_{tp} = 2\pi r(1+2r)$

Câu 4: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết AB = 4a, AC = 5a. Thể tích của khối trụ là:

- A. $16\pi a^3$ B. $8\pi a^3$ C. $4\pi a^3$ D. $12\pi a^3$

Câu 5: Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh AB = 2a, AD = 4a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình vuông ABCD quanh trục MN ta được khối trụ tròn xoay. Thể tích khối trụ là:

- A. $4\pi a^3$ B. $2\pi a^3$ C. πa^3 D. $3\pi a^3$

Câu 6: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng 3a. Diện tích toàn phần của khối trụ là:

- A. $\sqrt{3}\pi a^2$ B. $\frac{27\pi a^2}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$ D. $\frac{13\pi a^2}{6}$

Câu 7: Cho một khối trụ có chiều cao bằng 8cm, bán kính đường tròn đáy bằng 6cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 4cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

- A. $16\sqrt{5}$ cm B. $32\sqrt{3}$ cm C. $32\sqrt{5}$ cm D. $16\sqrt{3}$ cm

Câu 8: Một hình trụ có chiều cao h, một thiết diện song song và cách trục một khoảng bằng d chắn trên đáy một dây cung sao cho cung nhỏ trùng bởi dây cung này có số đo bằng 2α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Diện tích của thiết diện là:

- A. $4hd \cdot \sin \alpha$ B. $\frac{hd}{\sin \alpha}$ C. $\frac{2hd \sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$ D. $2hd \cdot \tan \alpha$

Câu 9: Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao 12cm, đường kính đáy 4cm, lượng nước trong cốc cao 10cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính 2cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (Làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân)

- A. 0,33cm B. 0,67cm C. 0,75cm D. 0,25cm

Câu 10: Trung điểm đoạn nối tâm của hai đáy được gọi là tâm của hình trụ. B là một điểm trên đường tròn đáy (O) và A là điểm đối xứng với B qua tâm hình trụ. Khoảng cách ngắn nhất từ B đến A trên mặt trụ là bao nhiêu, biết rằng chiều cao của hình trụ là 4cm và chu vi đường tròn đáy là 6cm?

- A. 5cm B. $\sqrt{16 + \frac{36}{\pi^2}}$ cm C. $\sqrt{6 + \frac{36}{\pi^2}}$ cm D. 7cm

Câu 11: Một hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và $\widehat{BAC} = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Cho hình chữ nhật đó quay quanh cạnh AB, tam giác ABC tạo thành hình nón có diện tích xung quanh cho bởi 4 kết quả sau đây. Hỏi kết quả nào sai?

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \tan \alpha}{\cos \alpha}$ B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \tan \alpha}{\cos^2 \alpha}$
C. $S_{xq} = \pi a^2 \sin \alpha (1 + \tan^2 \alpha)$ D. $S_{xq} = \pi a^2 \tan \alpha$

Câu 12: Hình chữ nhật ABCD có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm 4 cạnh AB, BC, CD, DA. Cho hình chữ nhật ABCD quay quanh QN, tứ giác MNPQ tạo thành vật tròn xoay có thể tích là:

- A. $V = 8\pi$ B. $V = 6\pi$ C. $V = 4\pi$ D. $V = 2\pi$

Câu 13: Một hình trụ tròn xoay bán kính $R = 1$. Trên 2 đường tròn (O) và (O') lấy A và B sao cho $AB = 2$ và góc giữa AB và trục OO' bằng 30° . Xét hai câu: (I) Khoảng cách giữa O'O và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (II) Thể tích của hình trụ là $V = \sqrt{3}$

- A. Chỉ (I) B. Chỉ (II) C. Cả 2 câu đều sai D. Cả 2 câu đều đúng

Câu 14: Cho $ABA'B'$ là thiết diện song song với trục OO' của hình trụ (A, B thuộc đường tròn tâm O). Cho biết $AB = 4$, $AA' = 3$ và thể tích của hình trụ bằng $V = 24\pi$. Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng $(AA'B'B)$ là:

- A. d = 1 B. d = 2 C. d = 3 D. d = 4

Câu 15: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD = 12$ và góc ACD bằng 60° . Thể tích của khối trụ là:

- A. 16π B. 144π C. 24π D. 112π

Câu 16: Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB = 2a$, $AD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình vuông ABCD quanh trục MN ta được khối trụ tròn xoay. Diện tích xung quanh của khối trụ là:

- A. 24π B. $12\pi a^3$ C. $3\pi a^3$ D. $8\pi a^2$

Câu 17: Cho một khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 6. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có A, B thuộc cùng một đáy của khối trụ. Biết $AB = 10$. Khoảng cách từ trục của khối trụ đến thiết diện được tạo thành là:

- A. $\sqrt{15}$ B. $\sqrt{11}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{41}$

Câu 18: Cho hình vuông ABCD có cạnh a ; Gọi I, H lần lượt là trung điểm của AB và CD. Cho hình vuông đó quay quanh trục IH thì tạo nên một hình trụ. Tìm kết luận sai:

- A. $S_{xq} = \pi a^2$ B. $l = a$ C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$ D. $S_{day} = \pi a^2$

Câu 19: Một hình trụ có tâm hai đáy lần lượt là O, O'. OA và OB' là hai bán kính trên hai đáy và vuông góc nhau, $l = a$, $R = a$; Tìm kết luận sai:

- A. $OA \perp (OO'B)$ B. $OA \perp OB$ C. $V_{OO'AB} = \pi a^2$ D. $V_{OO'AB} = \frac{2a^2}{3}$

Câu 20: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O'. Bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a ; Trên đường tròn O lấy điểm A, trên đường tròn O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Thể tích khối tứ diện OO'AB tính theo a bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 21: Một hình trụ có bán kính đáy là a ; A và B là 2 điểm trên 2 đường tròn đáy sao cho $AB = 2a$ và tạo với trục của hình trụ một góc 30° . Tìm kết luận đúng:

- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $h = a\sqrt{3}$ C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 22: Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' có cạnh bằng a ; Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông ABCD và A'B'C'D'. Diện tích S là:

- A. πa^2 B. $\pi a^2\sqrt{2}$ C. $\pi a^2\sqrt{3}$ D. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$

Câu 23: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a ; Thể tích của khối trụ đó là:

- A. $\frac{1}{2}\pi a^3$ B. $\frac{1}{4}\pi a^3$ C. $\frac{1}{3}\pi a^3$ D. πa^3

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC. A'B'C' có cạnh đáy là a ; Cạnh A'B tạo với đáy một góc 45° . Một hình trụ có 2 đáy là 2 đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và A'B'C'. Tìm kết luận đúng:

- A. $h = a\sqrt{2}$ B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $S_{day} = \frac{\pi a^2}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 25: Trong các hình trụ có thể tích V không đổi, người ta tìm được hình trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất. Hãy so sánh chiều cao h và bán kính đáy R của hình trụ này:

- A. $h = R\sqrt{2}$ B. $h = R$ C. $h = \frac{R}{\sqrt{2}}$ D. $h = 2R$

Câu 26: Cho hình trụ bán kính bằng r . Gọi O, O' là tâm hai đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với 2 đáy của hình trụ tại O và O'. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

- A. diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ
B. diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ

- C. thể tích khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích khối trụ.
 D. thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ

Câu 27: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD = 2$. Quay hình chữ nhật ABCD lần lượt quanh AD và AB, ta được 2 hình trụ tròn xoay có thể tích V_1, V_2 . Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $V_1 = V_2$ B. $V_2 = 2V_1$ C. $V_1 = 2V_2$ D. $2V_1 = 3V_2$

Câu 28: Giả sử viên phấn viết bảng có dạng hình trụ tròn xoay đường kính đáy bằng 1cm, chiều dài 6cm. Người ta làm những hộp carton đựng phấn dạng hình hộp chữ nhật có kích thước $6 \times 5 \times 6$ cm. Muốn xếp 350 viên phấn vào 12 hộp, ta được kết quả nào trong 4 khả năng sau:

- A. Vừa đủ B. Thiếu 10 viên C. Thừa 10 viên D. Không xếp được

Câu 29: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

- A. $16\pi r^2$ B. $18\pi r^2$ C. $9\pi r^2$ D. $36\pi r^2$

Câu 30: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{cm} \times 240\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

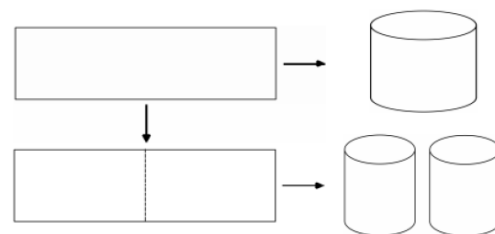
⊗ Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

⊗ Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng

nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng. Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò

được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$
 C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$ D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$



Câu 31. Xét các mệnh đề

(I) Tập hợp các đường thẳng d thay đổi nhưng luôn luôn song song và cách đường thẳng Δ cố định một khoảng không đổi là một mặt trụ.

(II) Hai điểm A, B cố định. Tập hợp các điểm M trong không gian mà diện tích tam giác MAB không đổi là một mặt trụ.

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (II).
 C. Cả (I) và (II). D. Không có mệnh đề đúng.

Câu 32. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Thể tích khối trụ bằng:

- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 33. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lần lượt có giá trị là:

- A. $2(\sqrt{3}+1)\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2$. B. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2(\sqrt{3}+1)\pi R^2$.
 C. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\pi R^2$. D. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2 + R^2$.

Câu 34. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh có cạnh bằng $2R$. Diện tích toàn phần của khối trụ bằng:

- A. $4\pi R^2$. B. $6\pi R^2$. C. $8\pi R^2$. D. $2\pi R^2$.

Câu 35. Một hình trụ có bán kính đáy $R = 70\text{cm}$, chiều cao hình trụ $h = 20\text{cm}$. Một hình vuông có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho có ít nhất một cạnh không song song và không vuông góc với trục hình trụ. Khi đó cạnh của hình vuông bằng bao nhiêu?

- A. 80cm . B. 100cm . C. $100\sqrt{2}\text{cm}$. D. 140cm .

Câu 36. Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm , chiều cao bằng 6cm . Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

- A. 10cm B. 6cm C. 5cm D. 8cm

Câu 37. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30° . Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng:

- A. R . B. $R\sqrt{3}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') . Biết $AB = 2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$.

Câu 39. Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

- A. 2π . B. 3π . C. 4π . D. 8π .

Câu 40. Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài có sẵn). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ. Nếu hình trụ được tạo thành có chu vi đáy bằng $2a$ thì thể tích của nó bằng:

- A. $\frac{a^3}{\pi}$. B. πa^3 . C. $\frac{a^3}{2\pi}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 41. Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài có sẵn). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ. Nếu hình trụ được tạo thành có chiều dài đường sinh bằng $2a$ thì bán kính đáy bằng:

- A. $\frac{a}{\pi}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a}{2\pi}$. D. $2\pi a$.

Câu 42. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

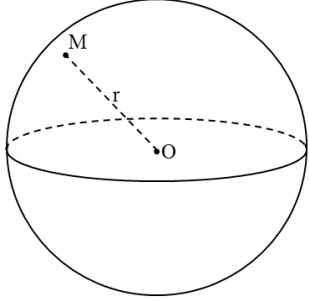
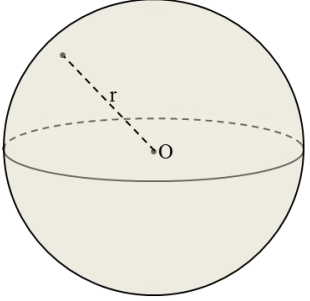
- A. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. C. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2R}{3}$.

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM:

1A	2B	3C	4D	5A	6B	7C	8D	9A	10C	11B	12A	13C	14B	15B
16D	17B	18D	19C	20A	21B	22D	23A	24D	25C	26A	27C	28D	29C	30C
31C	32D	33B	34B	35B	36A	37C	38A	39C	40A	41C	42C			

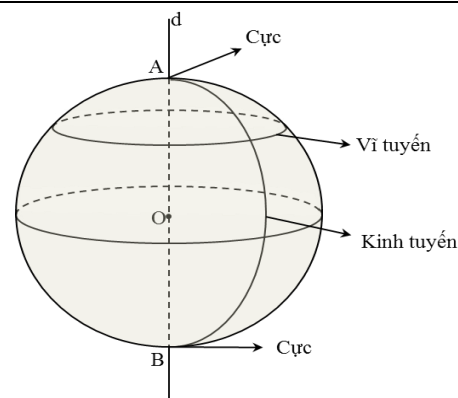
BÀI 3: MẶT CẦU VÀ KHỐI CẦU

a) Định nghĩa:

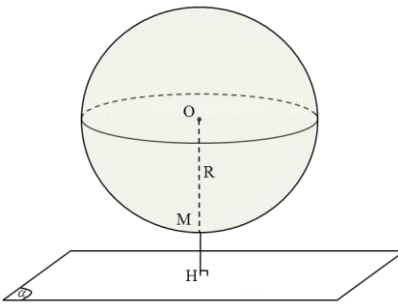
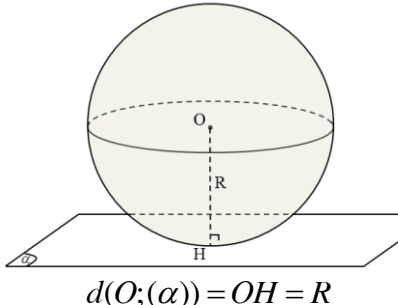
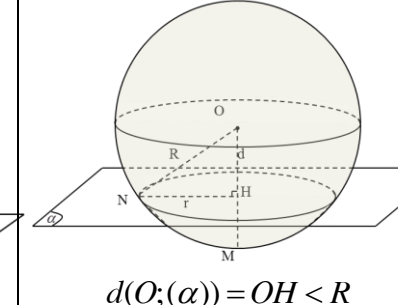
Mặt cầu	Khối cầu
Tập hợp những điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng không đổi bằng r ($r > 0$) được gọi là mặt cầu tâm O bán kính r. Kí hiệu: $S(O;r)$  - Đoạn thẳng nối 2 điểm trên $S(O;r)$ gọi là dây cung của mặt cầu. - Dây đi qua tâm là đường kính của mặt cầu. Một mặt cầu được xác định khi biết tâm và bán kính.	Tập hợp các điểm thuộc mặt cầu $S(O;r)$ cùng với các điểm nằm trong mặt cầu đó được gọi là khối cầu hoặc hình cầu tâm O bán kính r.  Tâm, bán kính của mặt cầu cũng là tâm và bán kính của khối cầu.

b) Đường kinh tuyến và vĩ tuyến của mặt cầu

- Giao tuyến của mặt cầu với các nửa mặt phẳng có bờ là trục của mặt cầu gọi là kinh tuyến của mặt cầu.
- Giao tuyến của mặt cầu với các mặt phẳng vuông góc với trục được gọi là vĩ tuyến của mặt cầu.
- Hai giao điểm của mặt cầu với trục được gọi là hai cực của mặt cầu.



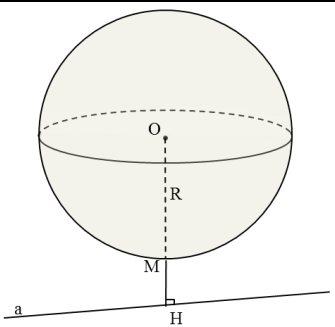
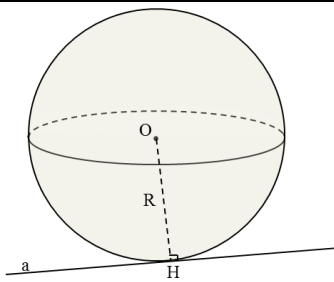
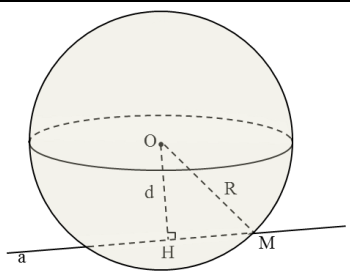
c) Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng

Mặt phẳng và mặt cầu không có điểm chung	Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (gọi là tiếp diện)	Mặt phẳng cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn
 $d(O;(\alpha)) = OH > R$	 $d(O;(\alpha)) = OH = R$ (H là tiếp điểm)	 $d(O;(\alpha)) = OH < R$ * Lưu ý: $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

*Lưu ý:

Khi mặt phẳng (α) đi qua tâm của mặt cầu thì (α) được gọi là **mặt phẳng kính**, lúc đó thiết diện giữa (α) và mặt cầu là **đường tròn lớn** có bán kính lớn nhất và bằng bán kính mặt cầu.

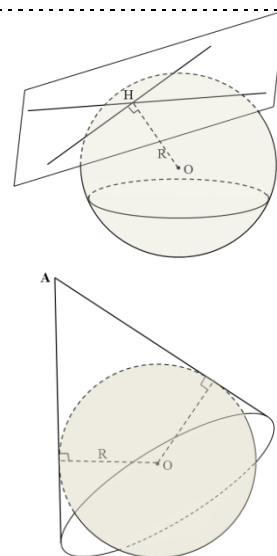
d) Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Mặt cầu và đường thẳng không có điểm chung	Đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (gọi là tiếp tuyến)	Đường thẳng cắt mặt cầu tại 2 điểm phân biệt
 $d(O; a) = OH > R$	 $d(O; a) = OH = R$ (H là tiếp điểm)	 $d(O; a) = OH < R$ * Lưu ý: $R = \sqrt{d^2 + HM^2}$

*** Lưu ý:**

- Qua 1 điểm H nằm trên mặt cầu, có vô số tiếp tuyến vuông góc với bán kính OH của mặt cầu tại H và đều nằm trên mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại H.

- Qua 1 điểm A nằm ngoài mặt cầu có vô số tiếp tuyến với mặt cầu, các tiếp tuyến này tạo thành một mặt nón đỉnh A. Khi đó, độ dài từ A tới các tiếp điểm đều bằng nhau.



e) Diện tích và thể tích của mặt cầu

Với R là bán kính mặt cầu, ta có:

- Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$

- Thể tích mặt cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

f) Mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình đa diện, hình trụ và hình nón

	Mặt cầu nội tiếp	Mặt cầu ngoại tiếp
Hình đa diện	Khi mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình đa diện	Khi mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình đa diện
Hình trụ	Khi mặt cầu tiếp xúc với 2 đáy và tất cả các đường sinh của hình trụ	Khi mặt cầu đi qua 2 đường tròn của 2 đáy hình trụ
Hình nón	Khi mặt cầu tiếp xúc với đáy và tất cả các đường sinh của hình nón	Khi mặt cầu đi qua đỉnh và đường tròn của đáy hình nón

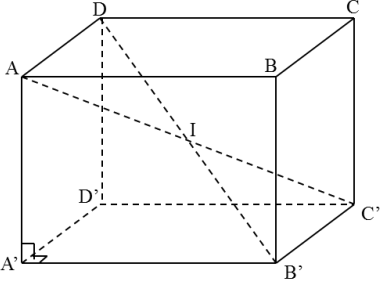
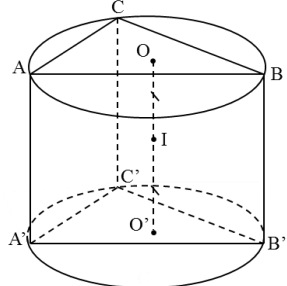
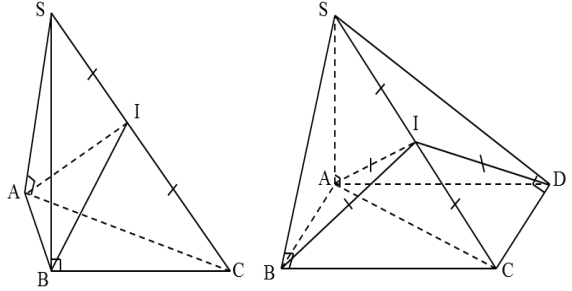
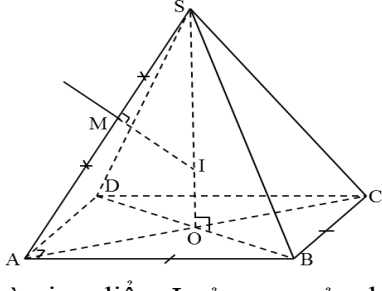
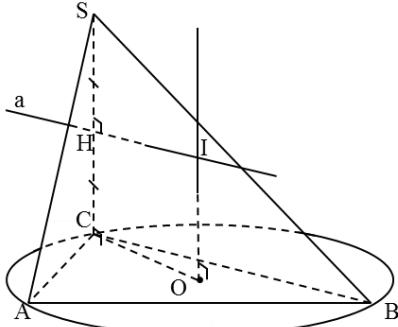
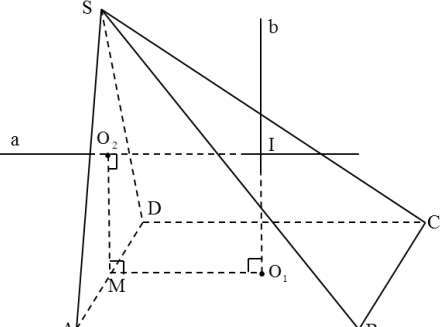
*** Lưu ý:**

- Để hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp thì đáy hình chóp phải nội tiếp được 1 đường tròn.
 - Trục của 1 đa giác là đường thẳng đi qua tâm của đường tròn ngoại tiếp và vuông góc với đa giác đó; bất kì điểm nào nằm trên trục cũng đều cách đều các đỉnh của đa giác.
 - Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là giao điểm của trục đường tròn ngoại tiếp đáy hình chóp với mặt phẳng trung trực của 1 cạnh bên.

❖ BÀI TẬP

Phương pháp:

- Nắm vững lý thuyết về mặt cầu, khối cầu, vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu; giữa đường thẳng và mặt cầu. Cần lưu ý trường hợp mặt phẳng hoặc đường thẳng giao với mặt cầu.
- Các bài toán trong chủ đề mặt cầu thường tập trung xác định tâm, tính bán kính, thể tích,... của hình cầu ngoại tiếp các hình đa diện, hình trụ... Để làm tốt các dạng toán này ta cần nắm được cách xác định tâm và bán kính của mặt cầu trong các trường hợp sau:

Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật, hình lập phương	Mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng có đáy nội tiếp đường tròn
 - Tâm: Là giao điểm I của các đường chéo trong của hình hộp chữ nhật, hình lập phương - Bán kính: $R = ID = IA = IC' = \dots$	 - Tâm: Là trung điểm I của đoạn nối tâm của trục của đáy OO'. - Bán kính: $R = IA = IB = IC = IA' = \dots$
Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có các đỉnh nhìn đoạn thẳng nối 2 đỉnh còn lại (S,C) dưới 1 góc vuông	Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều
 - Tâm: Là trung điểm I của SC - Bán kính: $R = \frac{SC}{2} = IA = IB = \dots$	 - Tâm: Là giao điểm I của trục của đáy SO và mặt trung trực của 1 trong các cạnh bên. - Bán kính: $R = IS = IA = \dots = \frac{SA^2}{2SO}$
Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có 1 cạnh bên vuông góc với đáy	Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với đáy
 - Tâm: Là giao điểm I của trục của đáy và mặt trung trực của cạnh vuông góc với đáy SC.	 - Tâm: Là giao điểm I của trục của đáy b và trục của mặt vuông góc với đáy a. - Bán kính:

- Bán kính: $R = IS = IA = \dots = \sqrt{CO^2 + \left(\frac{SC}{2}\right)^2}$	$R = IS = IA = \dots = \sqrt{O_1A^2 + O_2A^2 - \left(\frac{AD}{2}\right)^2}$ + O_1A là bán kính đáy + O_2A là bán kính mặt bên vuông góc với đáy + AD là giao tuyến của mặt bên vuông góc với đáy và đáy.
---	---

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Cho ba điểm A, B, C nằm trên một mặt cầu, biết rằng góc $\angle ABC = 90^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A. AB là một đường kính của mặt cầu
- B. Luôn có một đường tròn nằm trên mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.
- C. Tam giác ABC vuông cân tại C
- D. Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn lớn

Câu 2: Trong các đa diện sau đây, đa diện nào không luôn luôn nội tiếp được trong mặt cầu:

- A. hình chóp tam giác (tứ diện)
- B. hình chóp ngũ giác đều
- C. hình chóp tứ giác.
- D. hình hộp chữ nhật

Câu 3: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai ?

- A. Mặt trụ và mặt nón có chứa các đường thẳng
- B. Mọi hình chóp luôn nội tiếp trong mặt cầu.
- C. Có vô số mặt phẳng cắt mặt cầu theo những đường tròn bằng nhau
- D. Luôn có hai đường tròn có bán kính khác nhau cùng nằm trên một mặt nón

Câu 4: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai ?

- A. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp
- B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp
- C. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp

Câu 5: Số mặt cầu đi qua một đường tròn cho trước là:

- A. 1
- B. 2
- C. Vô số.
- D. 3

Câu 6: Cho ba điểm phân biệt A, B, C không thẳng hàng. Tìm tập hợp các tâm O của mặt cầu thỏa mãn điều kiện đi qua hai điểm A, B;

- A. Đường trung trực cạnh AB
- B. Mặt trung trực cạnh AB
- C. Đường tròn đường kính AB
- D. Đường tròn ngoại (ABC)

Câu 7: Cho ba điểm phân biệt A, B, C không thẳng hàng. Tìm tập hợp các tâm O của mặt cầu thỏa mãn điều kiện đi qua ba điểm A, B, C;

- A. Trục của đường tròn ngoại (ABC)
- B. Mặt trung trực cạnh AB
- C. Đường trung trực cạnh AB
- D. Đường tròn ngoại (ABC)

Câu 8: Chọn mệnh đề sai

- A. hình hộp chữ nhật nội tiếp được mặt cầu
- B. hình lập phương nội tiếp được mặt cầu
- C. Lăng trụ đáy là tam giác đều nội tiếp được mặt cầu.
- D. Lăng trụ đứng tam giác nội tiếp được mặt cầu.

Câu 9: Trong các hình hộp nội tiếp mặt cầu hãy xác định hình hộp có diện tích toàn phần lớn nhất.

- A. hình hộp chữ nhật
- B. hình hộp lập phương
- C. hình hộp đáy là hình thoi
- D. hình hộp đứng

Câu 10: Diện tích S của một mặt cầu có bán kính r được xác định bởi công thức nào sau đây:

- A. $S = 4\pi r$
- B. $S = 4\pi r^2$.
- C. $S = 4\pi^2 r^2$
- D. $S = 4r^2$

Câu 11: Cho ABCD là một tứ diện đều. Mệnh đề nào sau đây là sai ?

- A. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đường cao của tứ diện vẽ từ A
- B. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đoạn thẳng nối điểm A và trọng tâm tam giác BCD.

C. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đoạn nối trung điểm của AB, CD.

D. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là trung điểm của đoạn nối đỉnh A và chân đường cao vẽ từ A đến mp(BCD).

Câu 12: Thể tích V của một mặt cầu có bán kính r được xác định bởi công thức nào sau đây:

A. $V = \frac{4\pi r}{3}$

B. $V = \frac{4\pi^2 r^2}{3}$

C. $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

D. $V = \frac{4\pi^2 r^3}{3}$

Câu 13: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có bán kính r bằng:

A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

C. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$

D. $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 14: Hình chóp SABC có SA, AB, BC đôi một vuông góc, SA = a, AB = b, BC = c. Mặt cầu đi qua các đỉnh S, A, B, C có bán kính r bằng:

A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$

B. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

C. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

D. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 15: Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và OA = a, OB = 2a, OC = 3a. Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp OABC bằng:

A. $S = 14\pi a^2$

B. $S = 12\pi a^2$

C. $S = 10\pi a^2$

D. $S = 8\pi a^2$

Câu 16: Cho hình tứ diện SABC có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và SA = a, SB = SC = 2a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Gọi S' là diện tích của mặt cầu (S)

và V là thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng. Tỉ số $\frac{S'}{V}$ bằng:

A. a

B. 4a

C. 2a.

D. 3a

Câu 17: Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a; Bán kính của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của tứ diện ABCD bằng:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 18: Cho tứ diện đều ABCD cạnh a; (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ABCD, thể tích của khối cầu đó là:

A. $V = \frac{\pi a^3}{8}$

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$

C. $V = \frac{3\pi a^3}{4}$

D. Đáp án khác

Câu 19: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, AB = a, biết SA = 2a và SA $\perp$ (ABC), gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB và SC. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC.

A. I là trung điểm của AC, R = $a\sqrt{2}$

B. I là trung điểm của AC, R = $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. I là trung điểm của SC, R = $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

D. I là trung điểm của SC, R = $a\sqrt{6}$

Câu 20: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, AB = a, biết SA = 2a và SA $\perp$ (ABC), gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB và SC. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu qua các điểm A, B, C, H, K.

A. I là trung điểm của AC, R = $a\sqrt{2}$

B. I là trung điểm của AC, R = $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. I là trung điểm của AB, R = a

D. I là trung điểm của AB, R = $\frac{a}{2}$

Câu 21: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy bằng a, SB = 2a. Tính thể tích V khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $V = \frac{64\sqrt{14}}{147}a^3$

B. $V = \frac{16\sqrt{14}}{49}a^3$

C. $V = \frac{64\sqrt{14}}{147}\pi a^3$

D. $V = \frac{16\sqrt{14}}{49}\pi a^3$

Câu 22: Cho hình chóp SABCD. Đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a tâm O, SAB là tam giác đều có trọng tâm G và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Xác định tâm I mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. Là O

B. I nằm trên đường thẳng qua O $\perp$ (ABCD)

C. I nằm trên đường thẳng qua G $\perp$ (SAB)

D. Cả B và C

Câu 23: Cho hình chóp SABCD. Đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a tâm O, SAB là tam giác đều có trọng tâm G và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $R = \frac{\sqrt{21}}{6}a$

B. $R = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

C. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

D. $R = \frac{a}{2}$

Câu 24: Cho hình chóp SABCD có AB = SA = a, SA $\perp$ (ABCD), đáy ABCD là hình vuông. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SC, (P) lần lượt cắt SB, SC, SD tại H, I và K. Chọn mệnh đề **sai**

A. Các điểm A, B, C, D, S cùng nằm trên một mặt cầu.

B. Các điểm A, B, C, D, H, K cùng nằm trên một mặt cầu.

C. Các điểm A, B, C, D, H, I, K cùng nằm trên một mặt cầu.

D. Các điểm A, B, C, D, H, I, K, S cùng nằm trên một mặt cầu.

Câu 25: Cho hình chóp SABCD có AB = SA = a, SA $\perp$ (ABCD), đáy ABCD là hình vuông. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SC, (P) lần lượt cắt SB, SC, SD tại H, I và K. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy bằng a và $\widehat{BSD} = 2\alpha$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{8\sin 2\alpha}$

B. $\frac{a\sqrt{8}}{2\sin 2\alpha}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2\sin 2\alpha}$

D. Đáp án khác

Câu 27: Cho tứ diện SABC có ABC là tam giác đều cạnh a; Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện biết SA = 2a và SA $\perp$ (ABC).

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$

Câu 28: Cho hình chóp SABC có SA $\perp$ (ABC), SA = a; Đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{ACB} = 30^\circ$ và AB = a; Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Tìm mệnh đề **sai**:

A. Tâm của (S) là trung điểm SC

B. (S) có bán kính $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

C. Diện tích của (S) là $S = 5\pi a^2$

D. Thể tích khối cầu là $V = \frac{\sqrt{5}\pi a^3}{6}$

Câu 29: Cho hình chóp SABCD có SA $\perp$ (ABCD), SA = a; Đáy ABCD là hình chữ nhật có AB = a, AD = 2a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD. Tìm mệnh đề **đúng**:

A. Tâm của (S) là trung điểm SD

B. (S) có bán kính $R = a\sqrt{6}$

- C. Diện tích của (S) là $S = 6\pi a^2$. D. Thể tích khối cầu là $V = \frac{\pi a^3}{24}$

Câu 30: Cho hình chóp tam giác đều SABC có cạnh đáy là a, cạnh bên là $a\sqrt{\frac{2}{3}}$. Tìm mệnh đề đúng:

- A. Không có mặt cầu đi qua 4 điểm S, A, B, C
 B. Mặt cầu đi qua 4 điểm S, A, B, C có tâm là trung điểm của BC
 C. Mặt cầu đi qua 4 điểm S, A, B, C có tâm là trọng tâm của ΔABC .
 D. Mặt cầu đi qua 4 điểm S, A, B, C có bán kính $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a, tâm đáy là O. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD. Tìm mệnh đề sai:

- A. Tâm của (S) là O B. (S) có bán kính $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
 C. Diện tích của (S) là 2 D. Thể tích khối cầu là $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

Câu 32: Cho tứ diện SABC, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3$, $BC = 4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) và SC hợp với (ABC) góc 45° . Thể tích hình cầu ngoại tiếp SABClà:

- A. $V = \frac{\pi 5\sqrt{2}}{3}$ B. $V = \frac{\pi 25\sqrt{2}}{3}$ C. $V = \frac{\pi 125\sqrt{3}}{3}$ D. $V = \frac{\pi 125\sqrt{2}}{3}$

Câu 33: Diện tích hình tròn lớn của một hình cầu là p. Một mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo một đường tròn có bán kính r, diện tích $\frac{P}{2}$. Biết bán kính hình cầu là R, chọn đáp án đúng:

- A. $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$ B. $r = \frac{R}{2\sqrt{3}}$ C. $r = \frac{R}{3\sqrt{2}}$ D. Đáp án khác

Câu 34: Cho hình chóp SABCD đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp SABCD bằng:

- A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 35: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$; Cạnh bên SA vuông góc mp(ABC) và SC hợp với đáy một góc bằng 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Câu 36: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a; Cạnh bên SA vuông góc với mp(ABCD) và SC hợp với mp(ABCD) một góc 45° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{3\pi a^3}{2}$ B. $\frac{\pi a^3}{2}$ C. $\frac{2\pi a^3}{3}$ D. $\frac{4\pi a^3}{3}$

Câu 37: Cho hình chóp đều SABCD có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $SA = a$; Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Câu 38: Cho hình chóp SABC có SA = 5a và SA vuông góc mp(ABC). Tam giác ABC vuông tại B, AB = 3a, BC = 4a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Gọi S' là diện tích của mặt cầu (S) và V là thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng. Tỉ số $\frac{V}{S'}$ bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a$ B. $\frac{5\sqrt{2}}{6}a$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a$

Câu 39: Cho hình chóp SABCD có SA $\perp$ (ABC), SA = a, đáy là hình thang vuông tại A và B, AB = BC = a và AD = 2a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{3}$ B. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$ C. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{9}$ D. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{12}$

Câu 40: Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác đều cạnh a; Cạnh bên SA vuông góc với mp(ABC) và SA = 2a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Diện tích của mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{19\pi a^2}{3}$ B. $\frac{16\pi a^2}{3}$ C. $\frac{22\pi a^2}{3}$ D. Đáp án khác

Câu 41: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a; SA $\perp$ (ABC) và SA = 2a. Bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp SABC bằng:

- A. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 42: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a; Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp(ABCD). Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD. Tính diện tích của mặt cầu (S):

- A. $\frac{7\pi a^2}{3}$ B. $\frac{2\pi a^2}{3}$ C. $\frac{3\pi a^2}{2}$ D. $\frac{5\pi a^2}{3}$

Câu 43: Cho hình chóp đều SABC có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{32\pi a^3}{81}$ B. $\frac{64\pi a^3}{77}$ C. $\frac{32\pi a^3}{77}$ D. $\frac{72\pi a^3}{77}$

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có đáy là tam giác vuông tại A, AB = a; Đường chéo BC' tạo với mặt phẳng (AA'C'C) một góc bằng 30° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho. Bán kính của mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{a}{2}$ B. a C. 2a D. 3a

Câu 45: Cho hình lăng trụ đều ABCDA'B'C'D' có cạnh đáy bằng a, cạnh bên là 2a. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho. Diện tích mặt cầu (S) là:

- A. $4\pi a^2$ B. πa^2 C. $6\pi a^2$ D. Đáp án khác

Câu 46: Cho hình lăng trụ đều ABC. A'B'C' có AB = a, góc giữa mp(A'BC) và mp(ABC) bằng 60° . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{43}}{4\sqrt{3}}$ B. $\frac{a\sqrt{43}}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{a\sqrt{43}}{4}$ D. $\frac{a}{4\sqrt{3}}$

Câu 47: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

- A. 1. B. 2 C. 1,5 D. 1,2

Câu 48: Cho hình chóp SABCD có cạnh đáy là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SA = a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD. Gọi V là thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S). Tỉ số $\frac{2V}{a^3}$ bằng:

- A. $4\pi\sqrt{3}$ B. $2\pi\sqrt{3}$ C. $3\pi\sqrt{3}$ D. $\pi\sqrt{3}$

Câu 49: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC theo a;

- A. $S = 2\pi a^2$ B. $S = 8\pi a^2$ C. $S = 16\pi a^2$ D. $S = 12\pi a^2$

Câu 50: Một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng 2x. Điều kiện cần và đủ của x để tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ở ngoài hình chóp là:

- A. $x < \frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{2\sqrt{2}} < x < \frac{a}{2}$ C. $\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{a}{2} < x$

Câu 51: Cho 2 mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến (Δ). Lấy A, B cố định trên (Δ). Gọi S là mặt cầu có tâm O, đường kính AB. Gọi (C_1) là giao tuyến của (S) với (P), (C_2) là giao tuyến của (S) với (Q). Gọi C là một điểm thuộc (C_1) và là trung điểm của dây cung $\widehat{AB}$ và D là điểm tùy ý thuộc (C_2). Thể tích lớn nhất của tứ diện ABCD là:

- A. $\frac{R^3}{2}$ B. $\frac{R^3}{3}$ C. $\frac{R^3}{6}$ D. $\frac{R^3}{12}$

Câu 52: Cho tứ diện ABCD. Giả sử tập hợp điểm M trong không gian thỏa mãn:

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ (với a là một độ dài không đổi) thì tập hợp M nằm trên:

- A. Nằm trên mặt cầu tâm O (với O là trung điểm đường nối 2 cạnh đối) bán kính $R = \frac{a}{4}$
 B. Nằm trên mặt cầu tâm O (với O là trung điểm đường nối 2 cạnh đối) bán kính $R = \frac{a}{2}$
 C. Nằm trên đường tròn tâm O (với O là trung điểm đường nối 2 cạnh đối) bán kính $R = a$
 D. Nằm trên mặt cầu tâm O (với O là trung điểm đường nối 2 cạnh đối) bán kính $R = \frac{a}{3}$

Câu 53: Trên nửa đường tròn đường kính AB = 2R, lấy 1 điểm C sao cho C khác A và B. Kẻ CH vuông với AB tại H, gọi I là trung điểm của CH. Trên nửa đường thẳng lx vuông với mặt phẳng (ABC), lấy điểm S sao cho $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Nếu C chạy trên nửa đường tròn thì:

- A. Mặt (SAB) cố định và tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABCI luôn chạy trên 1 đường cố định.
 B. Mặt (SAB) và (SAC) cố định.
 C. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABCI luôn chạy trên 1 đường cố định và đoạn nối trung điểm của SI và SB không đổi.
 D. Mặt (SAB) cố định và điểm H luôn chạy trên một đường tròn cố định

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1A	2C	3B	4C	5C	6B	7B	8C	9B	10B	11C	12C	13A	14C	15A
16C	17B	18B	19C	20B	21C	22D	23A	24D	25B	26C	27A	28D	29C	30D
31B	32D	33A	34B	35B	36D	37C	38B	39B	40B	41A	42A	43A	44B	45D
46A	47A	48D	49B	50B	51B	52A	53C							

THÔNG TIN LIÊN HỆ TÁC GIẢ:

Email: omegagrouphpt@gmail.com

Facebook: www.facebook.com/omegagrouphpt