

CHỦ ĐỀ 1. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. Chuyển động cơ

1. Chuyển động cơ

- + Chuyển động cơ của một vật (gọi tắt là chuyển động) là sự thay đổi vị trí của vật đó so với các vật khác theo thời gian.

2. Chất điểm

- + Một vật chuyển động được coi là chất điểm nếu kích thước của nó rất nhỏ so với độ dài đường đi.
- + Chất điểm được coi như điểm hình học và có khối lượng bằng khối lượng của vật.

3. Quỹ đạo

- + Là đường mà chất điểm vạch ra khi nó chuyển động (hay tập hợp tất cả các vị trí của chất điểm chuyển động tạo ra một đường nhất định, đường đó gọi là quỹ đạo của chuyển động).

4. Mốc thời gian

- + Mốc thời gian (hoặc gốc thời gian) là thời điểm ta bắt đầu đo thời gian. Trong chuyển động cơ người ta thường chọn thời điểm bắt đầu chuyển động là gốc thời gian.
- + Để đo được thời gian trôi đi kể từ mốc thời gian ta phải dùng một chiếc đồng hồ.

5. Thời điểm và thời gian (khoảng thời gian)

- + Thời điểm: 14h30' là một thời điểm
- + Thời gian (khoảng thời gian): thời gian từ $t = 10\text{h}$ sáng đến 4h chiều là một khoảng thời gian.

6. Hệ tọa độ

- + Hai đường thẳng Ox và Oy vuông góc với nhau tạo thành một hệ trục tọa độ vuông góc (gọi tắt là hệ tọa độ). Điểm O gọi là gốc tọa độ. Vậy hệ tọa độ gồm có gốc tọa độ và các trục tọa độ.

7. Hệ quy chiếu

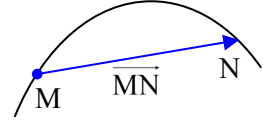
- + Một vật mốc gắn với hệ tọa độ và một gốc thời gian cùng với một đồng hồ hợp thành hệ quy chiếu. Như vậy hệ quy chiếu gồm: vật làm mốc, hệ tọa độ, gốc thời gian và đồng hồ.

II. Chuyển động thẳng. Chuyển động thẳng đều

1. Độ dời

a. Khái niệm độ dời

- + Xét một chất điểm chuyển động theo một quỹ đạo bất kì. Tại thời điểm t_1 chất điểm ở vị trí M. Tại thời điểm t_2 chất điểm ở vị trí N. Vậy trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ chất điểm đã dời từ vị trí M đến vị trí N. Vector $\overrightarrow{MN}$ gọi là vector độ dời của chất điểm trong khoảng thời gian nói trên.



b. Độ dời trong chuyển động thẳng

- + Trong chuyển động thẳng, vector độ dời nằm trên đường thẳng quỹ đạo. Nếu chọn trục Ox trùng với đường thẳng quỹ đạo thì vector độ dời có phương trùng với trục ấy. Giá trị đại số của vector độ dời $\overrightarrow{MN}$ bằng: $\Delta x = x_2 - x_1$. Trong đó x_1 và x_2 lần lượt là tọa độ các điểm M và N trên trục Ox.



Độ dời = Độ biến thiên tọa độ = Tọa độ cuối - Tọa độ đầu

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

⚡ Chú ý:

- ✓ Khi chất điểm chuyển động, quãng đường nó đi được có thể không trùng với độ dời của nó.
- ✓ Nếu chất điểm chuyển động theo một chiều và lấy chiều đó làm chiều dương thì độ dời trùng với quãng đường đi được.

2. Vận tốc trung bình. Tốc độ trung bình trong chuyển động thẳng không đều

a. Vận tốc trung bình

- + Vector vận tốc trung bình $\vec{v}_{tb}$ của chất điểm trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 bằng thương số của vector độ dời $\overrightarrow{MN}$ và khoảng thời gian

$$\Delta t = t_2 - t_1 : \vec{v}_{tb} = \frac{\overrightarrow{MN}}{\Delta t}$$

- + Trong chuyển động thẳng, vector vận tốc trung bình $\vec{v}_{tb}$ có phương trùng với đường thẳng quỹ. Chọn trục tọa độ Ox trùng với đường thẳng quỹ đạo thì giá trị đại số của vector vận tốc trung bình bằng: $v_{tb} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

⚡ **Chú ý:**

- ✓ Vận tốc trung bình có giá trị đại số (có thể âm, dương hoặc bằng 0). Có đơn vị m/s hay km/h.
- ✓ Vector vận tốc có phương và chiều trùng với vector độ dời $\overline{M_1M_2}$

b. Tốc độ trung bình

- + Tốc độ trung bình đặc trưng cho mức độ nhanh hay chậm của chuyển động trong khoảng thời gian ấy.
- + Biểu thức: $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (Δs là quãng đường đi trong thời gian Δt , $\bar{v}$ luôn dương)

3. Chuyển động thẳng đều

- + Chuyển động thẳng đều có quỹ đạo là một đường thẳng và vận tốc có phương, chiều và độ lớn không đổi.
- + Vector vận tốc có đặc điểm:
 - Góc đặt ở vật chuyển động.
 - Hướng theo hướng chuyển động (không đổi)
 - Độ lớn $|\vec{v}| = \frac{s}{t}$ (độ lớn của vận tốc gọi là tốc độ, do đó tốc độ luôn dương)
- + Phương trình chuyển động thẳng đều: $x = x_0 + v(t - t_0)$

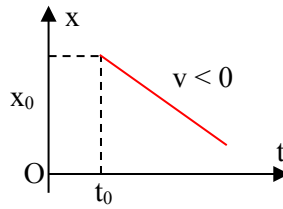
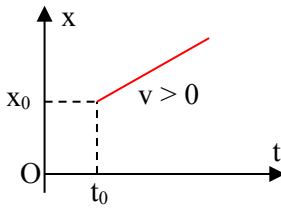
Trong đó:

x_0 là tọa độ ban đầu, cho biết lúc đầu chất điểm cách gốc đoạn x_0
 t_0 là thời điểm ban đầu ở tọa độ x_0 , t là thời điểm vật có tọa độ x
 v là vận tốc ($v > 0$ khi vật đi theo chiều dương, ngược lại $v < 0$)

4. Đồ thị của chuyển động thẳng đều

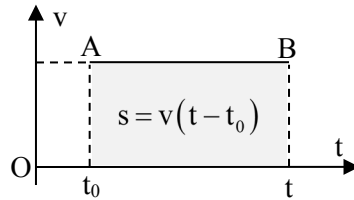
a. Đồ thị tọa độ - thời gian

- + Vì $x = x_0 + v(t - t_0) \Leftrightarrow y = ax + b$ nên đồ thị tọa độ theo thời gian là một nửa đường thẳng, có độ dốc (hệ số góc) là v , được giới hạn bởi điểm có tọa độ (t_0, x_0) . Dốc lên nếu $v > 0$ và ngược lại.



b. Đồ thị vận tốc

- + Đồ thị vận tốc theo thời gian là một nửa đường thẳng song song với trục thời gian t.
- + Đường đi s được biểu diễn bằng diện tích hình t_0ABt .



III. Chuyển động thẳng biến đổi đều

1. Vận tốc tức thời. Chuyển động thẳng biến đổi đều

- + Vận tốc tức thời là vận tốc tại một thời điểm
- + Vector vận tốc tức thời của một vật là một vector có gốc tại vật chuyển động, có hướng của hướng chuyển động và có độ dài tỉ lệ với độ lớn của vận tốc tức thời theo một tỉ lệ xích nào đó.
- + Chuyển động thẳng biến đổi đều là chuyển động thẳng có độ lớn của vận tốc tức thời hoặc tăng hoặc giảm đều theo thời gian. Nếu vận tốc tức thời tăng đều thì đó là chuyển động nhanh dần đều. Nếu giảm dần đều thì đó là chuyển động chậm dần đều.

2. Gia tốc trong chuyển động thẳng biến đổi đều

- + Là đại lượng vật lý đặt trưng cho sự biến đổi nhanh hay chậm của vận tốc.
- + Giá trị đại số: $a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$ (1) (giá trị đại số xác định độ lớn và chiều). Đơn vị của gia tốc a là m/s^2
- + Vector gia tốc: $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
- + Đặc điểm của véc tơ gia tốc:
 - Gốc tại vật chuyển động.
 - Phương không đổi theo phương quỹ đạo.
 - Chiều không đổi: Nếu $a \cdot v > 0$ ($\vec{a}, \vec{v}$ cùng hướng) thì vật chuyển động nhanh dần đều. Nếu $a \cdot v < 0$ ($\vec{a}, \vec{v}$ ngược hướng) thì vật chuyển động chậm dần đều.

3. Vận tốc trong chuyển động thẳng biến đổi đều

- + Công thức vận tốc: $v = v_0 + a(t - t_0)$
- + Thường chọn gốc thời gian tại thời điểm t_0 (tức $t_0 = 0$) nên: $v = v_0 + at$
- + Đặc điểm vector vận tốc:
 - Gốc tại vật chuyển động.
 - Phương chiều không đổi (phương trùng phương quỹ đạo, chiều theo chiều chuyển động)
 - Độ lớn thay đổi, tăng đều hoặc giảm đều theo thời gian.
- + Nếu $v > 0$ thì vật chuyển động cùng chiều dương trục tọa độ, nếu $v < 0$ thì vật chuyển động theo chiều âm (ngược chiều dương) trục tọa độ.
- + Đồ thị vận tốc - thời gian: $v = v_0 + at \Leftrightarrow y = ax + b$ nên đồ thị có dạng đường thẳng, có hệ số góc là a , đồ thị đi lên nếu $a > 0$, đi xuống nếu $a < 0$.
- + Khi chọn chiều dương là chiều chuyển động thì: chuyển động nhanh dần đều $a > 0$; chuyển động chậm dần đều $a < 0$.

4. Công thức quãng đường

- + Tổng quát: $s = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$
- + Thường chọn $t_0 = 0$ nên: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$

5. Tọa độ (phương trình chuyển động)

- + Tổng quát: $x = x_0 + s = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$
 - + Thường chọn $t_0 = 0$ nên: $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
 - + Đồ thị tọa độ thời gian: Vì $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow y = ax^2 + bx + c$ nên đồ thị có dạng parabol, điểm xuất phát ($t_0 = 0, x = x_0$), bề lõm quay lên nếu $a > 0$, bề lõm quay xuống nếu $a < 0$.
- ★ Hệ thức liên hệ giữa a, v và s : $v^2 - v_0^2 = 2as$

Chứng minh: $v^2 - v_0^2 = 2as$

Ta có: $v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$

Mà: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow s = v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$

$$\Leftrightarrow s = v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2a} (v - v_0)^2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2as$$

IV. Rơi tự do

a. Định nghĩa

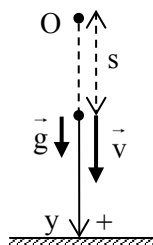
- + Sự rơi tự do là sự rơi chỉ dưới tác dụng của trọng lực.

b. Hệ quy chiếu

- + Gắn với mặt đất, trục tọa độ Oy thẳng đứng, hướng xuống, gốc tọa độ O là điểm thả rơi.

c. Đặc điểm của chuyển động rơi tự do

- + Phương, chiều: Phương thẳng đứng, chiều từ trên xuống.
- + Tính chất của chuyển động rơi tự do: Chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = g = \text{hằng số}$.
- + Gia tốc rơi tự do: $\vec{a} = \vec{g}$
 - Phương thẳng đứng
 - Chiều hướng xuống
 - Độ lớn thường lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ hoặc $g = 10 \text{ m/s}^2$



d. Các công thức

- + Công thức vận tốc: $v = v_0 + at \xrightarrow{v_0=0} v = gt$
- + Công thức đường đi: $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{v_0=0} s = \frac{1}{2} gt^2 \quad (s = h)$
- + Công thức liên hệ: $v^2 - v_0^2 = 2as \xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2gh \quad (h = s)$
- + Phương trình tọa độ: Chọn gốc tọa độ O tại vị trí rơi, phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống: $y = \frac{1}{2} gt^2$

V. Chuyển động tròn đều

1. Định nghĩa

- + Chuyển động tròn là chuyển động có quỹ đạo là một đường tròn.
- + Tốc độ trung bình trong chuyển động tròn:

$$\bar{v} = \frac{\text{độ dài cung tròn chuyển động}}{\text{thời gian chuyển động}}$$

- + Chuyển động tròn đều là chuyển động có quỹ đạo là đường tròn và có vận tốc tại mọi điểm trên quỹ đạo là như nhau.

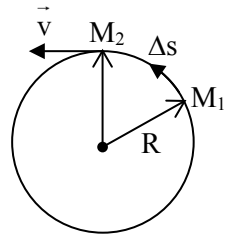
2. Tốc độ dài

a. Tốc độ dài

- + Gọi Δs là độ dài của cung tròn mà vật đi được từ điểm M_1 đến M_2 trong khoảng thời gian rất ngắn (ngắn đến mức Δs có thể xem là đoạn thẳng).

Khi đó thương số $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ gọi là tốc độ dài.

- + Tốc độ dài cũng chính là tốc độ tức thời trong chuyển động tròn đều.
- + Trong chuyển động tròn đều Δs tỉ lệ với Δt nên v là một đại lượng không đổi và bằng tốc độ trung bình của vật.



b. Vận tốc trong chuyển động tròn đều (vận tốc dài)

- + Hướng của vector vận tốc:
 - Phương: tiếp tuyến với đường tròn quỹ đạo
 - Chiều: theo chiều chuyển động.
 - Độ lớn vận tốc: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{const}$

Kết luận: Vector vận tốc trong chuyển động tròn đều có độ lớn không đổi nhưng có hướng luôn luôn thay đổi.

3. Các đặc trưng của chuyển động tròn đều

a. Tốc độ góc (ký hiệu ω)

- + Tốc độ góc là đại lượng đặc trưng cho sự quay nhanh hay chậm của bán kính OM.
- + Biểu thức: $\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$
- + Đơn vị tốc độ góc: $\Delta \alpha$ đo bằng rad, Δt đo bằng s $\Rightarrow \omega$ đo bằng rad/s

b. Chu kì (ký hiệu T)

- + Là khoảng thời gian chất điểm đi hết một vòng trên đường tròn quỹ đạo
- + Biểu thức: $\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$
- + Đơn vị: giây (s)

c. Tần số (ký hiệu f)

- + Tần số f của chuyển động tròn đều là số vòng chất điểm đi được trong một giây.
- + Công thức của tần số là: $f = \frac{1}{T}$
- + Tần số có đơn vị là: héc (Hz)

d. Các công thức liên hệ

+ Công thức liên hệ giữa tốc độ góc ω và chu kì quay T : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

+ Công thức liên hệ giữa tốc độ góc và tốc độ dài: $v = \omega R$

Chứng minh: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta s = R \cdot \Delta \alpha} v = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \cdot R = \omega R$

Chú ý: độ dài cung tròn = (bán kính) x (góc ở tâm chắn cung)

3. Gia tốc trong chuyển động tròn đều

+ Phương: theo phương bán kính (vuông góc với $\vec{v}$)

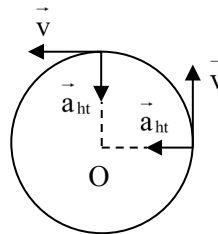
+ Chiều: hướng vào tâm nên gọi là gia tốc hướng tâm (ký hiệu $\vec{a}_{ht}$)

+ Độ lớn của gia tốc hướng tâm:

$$a_{ht} = \frac{v^2}{R} \xrightarrow{v = \omega R} a_{ht} = \omega^2 R$$

+ **Ý nghĩa của gia tốc hướng tâm:**

Gia tốc hướng tâm đặc trưng cho sự biến đổi về hướng của vận tốc.



VI. Tính tương đối của chuyển động

1. Các khái niệm

a. Hệ quy chiếu (HQC) chuyển động và HQC đứng yên

- + HQC đứng yên: là HQC gắn với vật đứng yên.
- + HQC chuyển động: là HQC gắn với vật chuyển động.

b. Vận tốc tuyệt đối, vận tốc tương đối, vận tốc kéo theo

- + Vận tốc tuyệt đối: là vận tốc của vật so với HQC đứng yên.
- + Vận tốc tương đối: là vận tốc của vật so với HQC chuyển động.
- + Vận tốc kéo theo: là vận tốc của HQC chuyển động so với HQC đứng yên.

2. Công thức cộng vận tốc

- + **Quy ước:** Vật chuyển động: (1); HQC chuyển động: (2);
HQC đứng yên: (3)

- + **Công thức cộng vận tốc:** $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$

Trong đó: $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của vật (1) đối với hệ quy chiếu đứng yên (3) gọi là vận tốc tuyệt đối; $\vec{v}_{12}$ là vận tốc của vật (1) đối với hệ quy chiếu chuyển động (2) gọi là vận tốc tương đối; $\vec{v}_{23}$ là vận tốc của hệ quy chiếu chuyển động (2) so với hệ quy chiếu đứng yên (3) gọi là vận tốc kéo theo.

❖ **Các trường hợp đặc biệt**

+ Các vectơ vận tốc cùng phương, cùng chiều: $v_{13} = v_{12} + v_{23}$ (xem hình a)

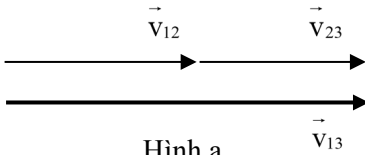
+ Các vectơ vận tốc cùng phương, ngược chiều: $v_{13} = v_{12} - v_{23}$

Với ($v_{12} > v_{23}$) (xem hình b)

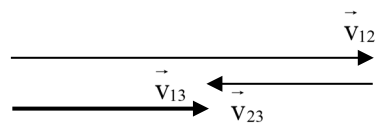
+ Các vectơ vận tốc vuông góc với nhau: $v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2}$ (xem hình c)

+ Các vectơ tạo nhau một góc α : $v_{13}^2 = v_{12}^2 + v_{23}^2 + 2v_{12}v_{23}\cos\alpha$

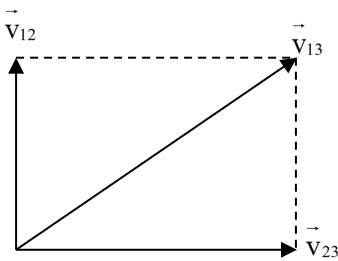
Với ($\vec{v}_{12}; \vec{v}_{23}$) = α (xem hình d)



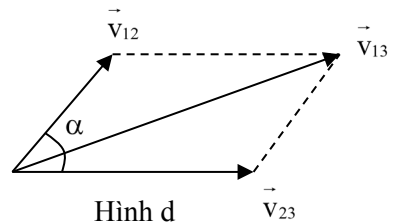
Hình a



Hình b



Hình c



Hình d

B. PHÂN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. VẬN TỐC VÀ TỐC ĐỘ TRONG CHUYỂN ĐỘNG THẲNG

Vấn đề 1. Độ dời và quãng đường

+ Độ dời: $\Delta x = x_2 - x_1$

+ Quãng đường trong chuyển động thẳng đều: $s = vt$

Trong đó:

x_1 và x_2 lần lượt là tọa độ lúc đầu và lúc sau

s là quãng đường đi được, v là tốc độ (độ lớn vận tốc), t là thời gian.

Ví dụ 1: Một con kiến chuyển động từ điểm A đến B rồi lại quay lại điểm C (C là điểm chính giữa AB). Biết AB bằng 100 cm. Hãy xác định độ dời và quãng đường của con kiến khi:

a) nó đi từ A đến B

b) nó đi từ A đến B rồi về C

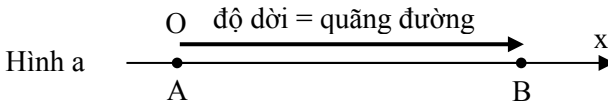
Hướng dẫn

+ Chọn trục Ox trùng với AB, gốc O trùng với A, chiều dương hướng từ A đến B.

+ Theo đề ra ta có: $x_A = 0$, $x_C = 50$ cm, $x_B = 100$ cm.

a) Độ dời của con kiến khi đi từ A đến B là: $\Delta x_{AB} = x_B - x_A = 100$ cm

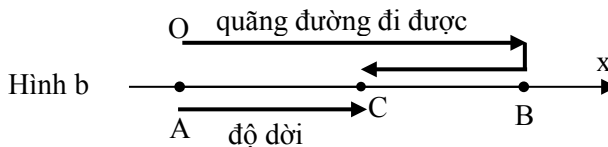
+ Quãng đường khi con kiến đi từ A đến B: $s_{AB} = AB = 100$ cm



b) Độ dời của con kiến khi đi từ A đến B rồi về C là: $\Delta x_{ABC} = x_C - x_A = 50$ cm

+ Quãng đường khi con kiến đi từ A đến B rồi về C:

$$s_{ABC} = AB + BC = 100 + 50 = 150 \text{ cm}$$



Ví dụ 2: Một người đi từ A đến B với vận tốc $v_1 = 12 \text{ km/h}$. Nếu người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h thì đến nơi sớm hơn 1 giờ.

a) Tìm quãng đường AB và thời gian dự định đi từ A đến B ?

b) Ban đầu người đó đi với vận tốc $v_1 = 12 \text{ km/h}$ được quãng đường s_1 thì xe bị hư phải sửa chữa mất 15 phút. Do đó trong quãng đường còn lại người ấy đi với vận tốc $v_2 = 15 \text{ km/h}$ thì đến nơi vẫn sớm hơn dự định 30 phút.

Tìm quãng đường s_1 ?

Hướng dẫn

a) Gọi t là thời gian người dự định đi quãng đường AB với vận tốc $v_1 = 12\text{km/h}$

+ Ta có: $\frac{AB}{12} = \frac{AB}{12+3} + 1 \Rightarrow AB = 60\text{km}$

+ Thời gian dự định đi là: $t = \frac{AB}{12} = \frac{60}{12} = 5\text{h}$

b) Thời gian đi quãng đường s_1 với vận tốc $v_1 = 12\text{km/h}$ là: $t_1 = \frac{s_1}{12}$

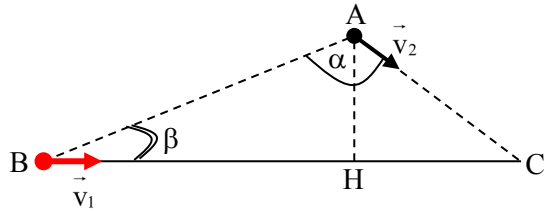
+ Quãng đường còn lại người đó đi với vận tốc $v_2 = 15\text{km/h}$ nên thời gian đi quãng đường còn lại là: $t_2 = \frac{60-s_1}{15}$

+ Tổng thời gian đi trên quãng đường AB lúc này là:

$$t' = \left(t_1 + \frac{15}{60} + t_2 \right) = \frac{s_1}{12} + \frac{15}{60} + \frac{60-s_1}{15} = \frac{s_1}{60} + \frac{17}{4}$$

+ Theo đề ra ta có: $t - t' = 0,5 \Leftrightarrow 5 - \left(\frac{s_1}{60} + \frac{17}{4} \right) = 0,5 \Rightarrow s_1 = 15\text{km}$

Ví dụ 3: Một người đứng ở A cách đường quốc lộ BC một đoạn $h = 100\text{ m}$ nhìn thấy 1 xe ô tô vừa đến B cách mình $d = 500\text{ m}$ đang chạy trên đường với vận tốc $v_1 = 50\text{ km/h}$ (hình vẽ). Đúng lúc nhìn thấy xe thì người ấy chạy theo hướng AC với vận tốc v_2 .



a) Biết $v_2 = \frac{20}{\sqrt{3}} (\text{km/h})$, tính α .

b) Góc α bằng bao nhiêu thì v_2 có giá trị cực tiểu. Tính vận tốc cực tiểu đó.

Hướng dẫn

a) Gọi t là thời gian để người và xe đến C , ta có:
$$\begin{cases} BC = 50t \\ AC = \frac{20}{\sqrt{3}}t \end{cases}$$

+ Áp dụng định lí hàm sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$

$$\Leftrightarrow \frac{50}{\sin \alpha} = \frac{20}{\sqrt{3} \sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = 2,5\sqrt{3} \sin \beta$$

$$+ \text{ Lại có : } \sin \beta = \frac{AH}{AB} = \frac{100}{500} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 60^\circ \\ \alpha = 120^\circ \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Từ câu a ta có: } \frac{50}{\sin \alpha} &= \frac{v_2}{\sin \beta} \Rightarrow v_2 = \frac{50 \sin \beta}{\sin \alpha} \\ \Rightarrow v_2 &= 50 \cdot \frac{h}{d} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = 50 \cdot \frac{100}{500} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{10}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

$$+ \text{ Nhận thấy } v_2 \text{ min khi và chỉ khi } \sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow v_2 = 10 \text{ km/h}$$

Ví dụ 4: Một cậu bé đi lên núi với vận tốc 1m/s. Khi còn cách đỉnh núi 100m cậu bé thả một con chó và nó bắt đầu chạy đi chạy lại giữa đỉnh núi và cậu bé. Con chó chạy lên đỉnh núi với vận tốc 3m/s và chạy lại phía cậu bé với vận tốc 5m/s. Tính quãng đường mà con chó đã chạy từ lúc được thả ra tới khi cậu bé lên tới đỉnh núi.

Hướng dẫn

Cách 1:

Gọi vận tốc của cậu bé là v , vận tốc của con chó khi chạy lên là v_1 và khi chạy xuống là v_2 . Gọi t là thời gian từ khi thả đến khi gặp lại nhau lần đầu.

$$+ \text{ Thời gian con chó chạy lên đỉnh núi lần đầu: } t_1 = \frac{L}{v_1} = \frac{100}{3} \text{ (s)}$$

$$+ \text{ Thời gian con chó chạy từ đỉnh núi tới cậu bé lần đầu là: } t_2 = t - \frac{100}{3} \text{ (s)}$$

+ Quãng đường mà con chó đã chạy trong thời gian t_2 này là:

$$s_2 = v_2 t_2 = 5 \left(t - \frac{100}{3} \right)$$

+ Quãng đường mà cậu bé đã đi trong thời gian t là: $s_1 = vt = t$

+ Tổng quãng đường mà cậu bé đi lên và quãng đường mà chó chạy xuống đúng bằng L nên ta có: $L = s_1 + s_2 \Leftrightarrow 100 = t + 5 \left(t - \frac{100}{3} \right) \Rightarrow t = \frac{400}{9} \text{ (s)}$

+ Quãng đường con chó chạy cả lên núi và xuống núi trong thời gian t là:

$$s_c = L + s_2 = 100 + 5 \left(\frac{400}{9} - \frac{100}{3} \right) = \frac{1400}{9}$$

+ Quãng đường cậu bé đã đi trong thời gian t là: $s_1 = \frac{400}{9}$

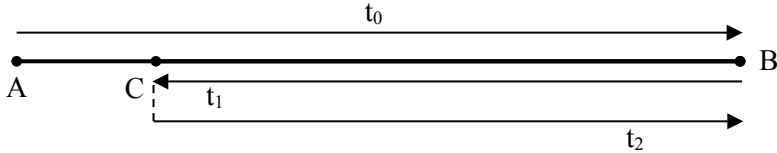
$$+ \text{ Từ đó ta được: } \frac{s_2}{s_1} = 3,5$$

+ Vậy mối quan hệ giữa quãng đường chó chạy và cậu bé đi là: $\frac{s_{ch}}{s_b} = 3,5$

- + Khi cậu bé lên đến đỉnh núi thì $s_b = L = 100 \text{ m} \Rightarrow s_{ch} = 350 \text{ m}$
- + Vậy khi cậu bé lên đến đỉnh thì chó chạy được quãng đường là 350 m

Cách 2:

- + Giả sử vị trí thả là A, đỉnh núi là B, C là vị trí chó và người gặp nhau lần đầu.



- + Thời gian chó chạy từ chỗ thả lên đến đỉnh núi là: $t_0 = \frac{AB}{v_1} = \frac{100}{3} \text{ (s)}$
- + Bây giờ xem như bài toán chó chạy từ đỉnh B xuống gặp người rồi lại quay lên đỉnh B. Dễ thấy rằng các quãng đường lên, xuống từng cặp một bằng nhau.
- + Ta có: $s_{BC} = s_{CB} \Leftrightarrow 5t_1 = 3t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{5} = \text{hằng số}$
- + Gọi tổng thời chó chạy lên (không kể lần đầu từ A) là t_ℓ và tổng thời gian chó chạy xuống là t_x . Ta luôn có: $\frac{t_x}{t_\ell} = \frac{3}{5} \Rightarrow t_x = 0,6t_\ell$ (1)
- + Thời gian của cậu bé khi lên đỉnh B là: $t = \frac{AB}{v} = 100 \text{ (s)}$
- + Tổng thời gian chó lên xuống và thời gian lần đầu từ A lên đỉnh B đúng bằng thời gian cậu bé đi lên đến đỉnh B nên: $(t_\ell + t_x) + t_0 = 100$ (2)
- + Giải hệ phương trình (1) và (2) ta có: $t_\ell = \frac{125}{3} \text{ (s)}$ và $t_x = 25 \text{ (s)}$
- + Vậy quãng đường chó chạy trong toàn bộ quá trình là:
 $s_{ch} = 100 + 3t_\ell + 5t_x = 350 \text{ m}$

Ví dụ 5: Một người xuất phát từ A tới bờ sông để lấy nước rồi từ đó mang nước đến B. A cách bờ sông một khoảng $AM = 60 \text{ m}$; B cách bờ sông một khoảng $BN = 300 \text{ m}$. Khúc sông MN dài 480 m và coi là thẳng. Từ A và B tới bất kì điểm nào của bờ sông MN đều có thể đi theo các đường thẳng (hình vẽ). Hỏi muốn quãng đường cần đi là ngắn nhất thì người đó phải đi theo con đường như thế nào và tính chiều dài quãng đường ấy? Nếu người ấy chạy với vận tốc $v = 6 \text{ m/s}$ thì thời gian phải chạy hết bao nhiêu?



Hướng dẫn

- + Giả sử A đi theo đường AIB. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua bãi sông.
- + Ta có: $AIB = AI + IB = AI + IB' = AIB'$
- + Để AIB ngắn nhất thì 3 điểm A, I, B' thẳng hàng. Lúc đó $I \equiv J$.
- + Dựa vào hình vẽ ta có:

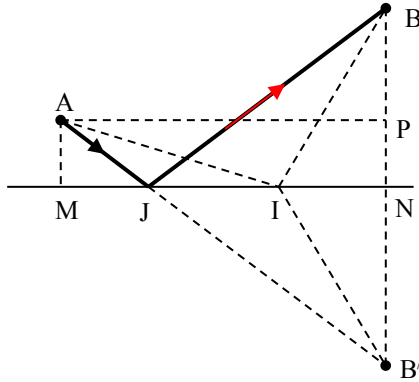
$$AP = MN = 480\text{m}$$

$$B'P = B'N + NP = 360\text{m}$$

$$AB' = \sqrt{AP^2 + B'P^2} = 600(\text{m})$$

- + Thời gian ngắn nhất là:

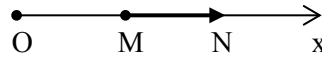
$$t = \frac{AB'}{v} = \frac{600}{6} = 100(\text{s})$$



Vấn đề 2. Vận tốc trung bình. Tốc độ trung bình trong chuyển động thẳng

✎ Vận tốc trung bình:

+ Vector vận tốc trung bình: $\vec{v}_{tb} = \frac{\overrightarrow{MN}}{\Delta t}$



+ Giá trị đại số của vận tốc trung bình: $v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

- Khi $\Delta x > 0 \Rightarrow v_{tb} > 0 \Rightarrow$ Vector v_{tb} cùng chiều với chiều dương của trục Ox.
- Khi $\Delta x < 0 \Rightarrow v_{tb} < 0 \Rightarrow$ Vector v_{tb} ngược chiều với chiều dương của trục Ox.

✎ Tốc độ trung bình:

+ Công thức: $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ là giá trị số học (luôn dương)

- + Trong chuyển động thẳng theo một chiều, chiều dương là chiều chuyển động thì tốc độ trung bình bằng vận tốc trung bình (vì $\Delta x = s$)

- + Nếu vật chuyển động cùng trên một quỹ đạo có nhiều giai đoạn chuyển

động với các vận tốc khác nhau thì: $\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$

✎ Chú ý:

- + Tốc độ trung bình khác trung bình cộng của vận tốc.
- + Nếu $t_1 = t_2 = t_3 = \dots = t_n$ thì tốc độ trung bình bằng trung bình cộng của vận tốc.

+ Khi xe nghỉ thì $s = 0$, $v = 0$ nhưng $t \neq 0$ nên trong công thức

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} \text{ vẫn có sự tham gia của thời gian } t.$$

Ví dụ 6: Một người bơi dọc theo chiều dài 50 m của một bể bơi hết 40 s, rồi quay về chỗ xuất phát trong 42 s. Hãy xác định vận tốc trung bình và tốc độ trung bình của người đó khi:

- Trong lần bơi đầu tiên dọc theo chiều dài bể bơi.
- Trong lần bơi về.
- Trong suốt quãng đường đi và về.

Hướng dẫn

a) Vì bơi theo một chiều nên: $\bar{v} = v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{50}{40} = 1,25 \text{ m/s}$

b) Vì bơi theo một chiều nên $\bar{v} = v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{50}{42} \approx 1,19 \text{ m/s}$

c) Vì lại về chỗ cũ nên độ dời $\Delta x = 0$, do đó: $v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{42 + 40} = 0 \text{ m/s}$

+ Quãng đường và thời gian cả bơi đi lẫn bơi về lần lượt là:

$$\Delta s = 2 \cdot 50 \text{ m}; \Delta t = 42 + 40 = 82 \text{ s}$$

+ Tốc độ trung bình trong cả lần bơi đi và về: $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{42 + 40} \approx 1,22 \text{ m/s}$

Ví dụ 7: Một chất điểm chuyển động đi qua 6 điểm liên tiếp theo thứ tự A, B, C, D, E, F. Biết quãng đường và thời gian giữa hai điểm liên tiếp nhau được cho như bảng sau:

Tên quãng đường	AB	BC	CD	DE	EF
Chiều dài quãng đường s (m)	0,05	0,15	0,25	0,3	0,3
Thời gian chuyển động t (s)	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0

Hãy tính tốc độ trung bình của chất điểm khi nó chuyển động trên:

- Đoạn đường từ A đến C
- Đoạn đường từ A đến D
- Đoạn đường từ A đến E
- Đoạn đường từ A đến F
- Cho nhận xét về tốc độ trung bình của chất điểm trên các quãng đường

Hướng dẫn

a) Tốc độ trung bình của chất điểm trên đoạn AC:

$$v_{AC} = \frac{AC}{t_{AC}} = \frac{AB + BC}{t_{AB} + t_{BC}} = \frac{0,05 + 0,15}{3 + 3} = \frac{1}{30} (\text{m/s})$$

b) Tốc độ trung bình của chất điểm trên đoạn AD:

$$v_{AD} = \frac{AD}{t_{AD}} = \frac{AB + BC + CD}{t_{AB} + t_{BC} + t_{CD}} = \frac{0,05 + 0,15 + 0,25}{3 + 3 + 3} = \frac{1}{20} (\text{m/s})$$

c) Tốc độ trung bình của chất điểm trên đoạn AE:

$$v_{AE} = \frac{AE}{t_{AE}} = \frac{AB + BC + CD + DE}{t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} + t_{DE}} = \frac{0,05 + 0,15 + 0,25 + 0,3}{3 + 3 + 3 + 3} = \frac{1}{16} (\text{m/s})$$

d) Tốc độ trung bình của chất điểm trên đoạn AF:

$$v_{AF} = \frac{AF}{t_{AF}} = \frac{AB + BC + CD + DE + EF}{t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} + t_{DE} + t_{EF}}$$

$$\Rightarrow v_{AF} = \frac{0,05 + 0,15 + 0,25 + 0,3 + 0,3}{3 + 3 + 3 + 3 + 3} = \frac{7}{100} (\text{m/s})$$

e) Tốc độ trung bình của chất điểm trên các đoạn đường khác nhau là khác nhau

⚡ **Chú ý:**

- ✓ Vì tốc độ trung bình của chất điểm trên các đoạn đường khác nhau có thể khác nhau nên không dùng công thức tốc độ trung bình để xác định vị trí vào thời điểm nào đó.
- ✓ Đặc biệt nếu tốc độ trung bình trên mọi quãng đường bất kì đều như nhau thì khi đó có thể dùng công thức tốc độ trung bình để xác định vị trí vào thời điểm nào đó. Vì lúc này chất điểm chuyển động thẳng đều.

Ví dụ 8: Một người đi xe đạp đã đi $s_1 = 4$ km với vận tốc $v_1 = 16$ km/h, sau đó người ấy dừng lại để sửa xe trong $t_2 = 15$ phút rồi đi tiếp $s_3 = 8$ km với vận tốc $v_3 = 8$ km/h. Tính tốc độ trung bình của người ấy trên tất cả quãng đường đã đi.

Hướng dẫn

+ Thời gian người đó đi trong đoạn đường 4km đầu: $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{4}{16} = 0,25$ h

+ Khi sửa xe người đó không đi nên $s_2 = 0$ nhưng thời gian sửa xe là:
 $t_2 = 15\text{ph} = 0,25$ h

+ Thời gian người đó đi trong đoạn đường 8km sau: $t_3 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{8}{8} = 1$ h

+ Vậy tốc độ trung bình trên toàn bộ quãng đường là:

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{4 + 0 + 8}{0,25 + 0,25 + 1} = 8 \text{ km/h}$$

Ví dụ 9: Một xe máy đi nửa đoạn đường đầu tiên với vận tốc $v_1 = 60 \text{ km/h}$ và nửa đoạn đường sau với vận tốc $v_2 = 40 \text{ km/h}$. Tính tốc độ trung bình trên cả đoạn đường.

Hướng dẫn

+ Gọi toàn bộ quãng đường là $2s$. Nửa quãng đường đầu là s_1 và nửa quãng đường sau là s_2 . Theo đề ra ta có: $s_1 = s_2 = s$

+ Thời gian đi trên nửa đường đầu và nửa đường sau là: $t_1 = \frac{s}{v_1}$ và $t_2 = \frac{s}{v_2}$

+ Tốc độ trung bình trên toàn bộ quãng đường:

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 40}{60 + 40} = 48 (\text{km/h})$$

Ví dụ 10: Một ô tô chuyển động từ A đến B, trong nửa phần đầu đoạn đường AB xe đi với vận tốc 120 km/h . Trong nửa đoạn đường còn lại ô tô đi nửa thời gian đầu với vận tốc 80 km/h và nửa thời gian sau 40 km/h .

Hướng dẫn

+ Gọi tổng quãng đường là $2s$.

+ Thời gian đi trên nửa quãng đầu: $t_1 = \frac{s}{v_1}$

+ Gọi thời gian đi nửa đường còn lại là $2t$.

+ Quãng đường đi được trong nửa thời gian đầu: $s_2 = v_2 t$

+ Quãng đường đi được nửa thời gian cuối: $s_3 = v_3 t$

+ Ta có: $s_2 + s_3 = (v_2 + v_3)t \Leftrightarrow s = (v_2 + v_3)t \Rightarrow t = \frac{s}{v_2 + v_3}$

+ Tốc độ trung bình trên toàn quãng: $\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$

$$\Leftrightarrow \bar{v} = \frac{2s}{t_1 + 2t} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + 2 \frac{s}{v_2 + v_3}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{2}{v_2 + v_3}} = 80 (\text{km/h})$$

Ví dụ 11: Một ô tô chuyển động trên đường thẳng AB. Trong nửa thời gian đầu xe đi với vận tốc $v_1 = 40 \text{ km/h}$, trong nửa thời gian cuối xe đi với vận tốc $v_2 = 60 \text{ km/h}$. Tính tốc độ trung bình trên cả quãng đường.

Hướng dẫn

+ Gọi thời gian xe chạy trên toàn bộ quãng đường là $2t$

+ Quãng đường ô tô đi được trong nửa thời gian đầu ($t_1 = t$) là: $s_1 = v_1 t_1 = v_1 t$

+ Quãng đường ô tô đi được trong nửa thời gian sau ($t_2 = t$) là: $s_2 = v_2 t_2 = v_2 t$

+ Tốc độ trung bình trên toàn bộ quãng đường:

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{(v_1 + v_2)t}{2t} = \frac{(v_1 + v_2)}{2} = 50 \text{ (km/h)}$$

Ví dụ 12: Một ô tô chuyển động từ A đến B, trong nửa thời gian đầu xe đi với vận tốc 120 km/h. Trong nửa thời gian còn lại ô tô đi nửa đoạn đường đầu với vận tốc 80 km/h và nửa đoạn đường sau 40 km/h. Tính tốc độ trung bình trên toàn bộ quãng đường AB.

Hướng dẫn

+ Gọi tổng thời gian là $2t \Rightarrow t_1 = t_2 = t$

+ Quãng đường đi trong nửa thời gian đầu: $s_1 = v_1 t_1 = v_1 t$

+ Gọi quãng đường đi trong nửa thời gian còn lại là $2s \Rightarrow s_2 = s_3 = s$

+ Thời gian đi trong nửa quãng đường đầu: $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{v_2}$

+ Thời gian đi trong nửa quãng đường sau: $t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{s}{v_3}$

+ Ta có: $t_2 + t_3 = \frac{s}{v_2} + \frac{s}{v_3} \Leftrightarrow t = s \left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} \right)$

$$\Rightarrow s = \frac{t}{\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}} = t \left(\frac{v_2 v_3}{v_2 + v_3} \right) = s_2 = s_3$$

+ Tốc độ trung bình trên toàn quãng: $\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{v_1 t + 2t \left(\frac{v_2 v_3}{v_2 + v_3} \right)}{2t} = \frac{v_1 + 2 \left(\frac{v_2 v_3}{v_2 + v_3} \right)}{2} = \frac{v_1}{2} + \frac{v_2 v_3}{v_2 + v_3} = \frac{260}{3} \text{ (km/h)}$$

Vấn đề 3. Chuyển động theo quy luật

Phương pháp:

- + Xác định quy luật của chuyển động
- + Tính tổng quãng đường chuyển động. Tổng này thường là tổng của một dãy số.
- + Giải phương trình nhận được với số lần thay đổi vận tốc là số nguyên.

Ví dụ 13: Một viên bi được thả lần từ đỉnh dốc xuống chân dốc. Bi đi xuống nhanh dần và quãng đường mà bi đi được trong giây thứ i là $s_k = 4k - 2$ ($k = 1; 2; \dots; n$), với s_k tính bằng mét (m) và k tính bằng giây (s).

- a) Tính quãng đường mà bi đi được trong giây thứ 2; sau 2 giây.
- b) Chứng minh rằng quãng đường tổng cộng mà bi đi được sau n giây (k và n là các số tự nhiên) là $L_{(n)} = 2n^2$ (mét).

c) Vẽ đồ thị sự phụ thuộc của quãng đường đi được vào thời gian chuyển động.

Hướng dẫn

a) Quãng đường mà bi đi được trong giây thứ nhất khi $k = 1$: $s_{k=1} = 4.1 - 2 = 2$ (m)

+ Quãng đường mà bi đi được trong giây thứ 2 khi $k = 2$: $s_{k=2} = 4.2 - 2 = 6$ (m)

+ Quãng đường mà bi đi được sau 2 giây là: $\Delta s = s_{k=2} + s_{k=1} = 2 + 6 = 8$ (m)

b) Vì quãng đường đi được trong giây thứ k là $s_k = 4k - 2$ nên ta có:

$$s_{(k=1)} = 2$$

$$s_{(k=2)} = 6 = 2 + 4$$

$$s_{(k=3)} = 10 = 2 + 8 = 2 + 4.2$$

$$s_{(k=4)} = 14 = 2 + 12 = 2 + 4.3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$s_{(k=n)} = 4n - 2 = 2 + 4(n - 1)$$

+ Quãng đường sau n (s):

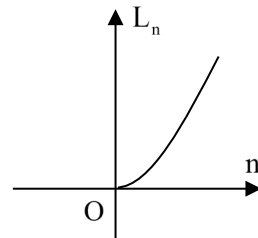
$$L_{(n)} = s_{(1)} + s_{(2)} + \dots + s_{(n)} = 2n + 4[1 + 2 + \dots + (n - 1)]$$

$$\text{Vì: } 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = \frac{(n - 1)n}{2} (*)$$

$$\text{Nên: } L_{(n)} = 2n + 2(n - 1)n = 2n^2 \text{ (mét)}$$

Chú ý (*):

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n \\ \Leftrightarrow 2S = 2 + 4 + 6 + \dots + 2(n - 2) + 2(n - 1) + 2n \\ \Leftrightarrow 2S = 2(n + 1) + 2(n + 1) + \dots + 2(n + 1) \\ \Leftrightarrow 2S = 2(n + 1) \frac{n}{2} = (n + 1)n \Rightarrow S = \frac{(n + 1)n}{2} \end{array} \right.$$



c) Vì $L = 2n^2 \Leftrightarrow y = 2x^2$ ($x > 0$).

Đồ thị là nhánh parabol $L_n = 2n^2$
bên phải trục L_n (hình vẽ bên)

Ví dụ 14: Trên một đường thẳng AB dài 81 km, xe ô-tô đi từ A đến B, cứ sau 15 phút chuyển động thẳng đều, ô-tô lại dừng nghỉ 5 phút. Trong khoảng thời gian 15 phút đầu, vận tốc của xe thứ nhất là $v_1 = 10$ km/h và trong các khoảng thời gian kế tiếp, vận tốc của xe lần lượt là $2v_1, 3v_1, 4v_1 \dots$. Xác định vận tốc trung bình của xe ô-tô trên toàn bộ quãng đường AB.

Hướng dẫn

+ Thời gian mỗi lần xe chuyển động là: $t_1 = 15\text{ph} = \frac{1}{4}(\text{h})$

+ Thời gian mỗi lần xe nghỉ: $\Delta t_1 = 5ph = \frac{1}{12}(h)$

+ Trong khoảng thời gian đầu xe đi được quãng đường $s_1 = v_1 t_1 = \frac{v_1}{4}$ (km)

+ Các quãng đường xe đi được trong các khoảng thời gian kế tiếp sau đó là:

$$s_2 = \frac{2v_1}{4}; s_3 = \frac{3v_1}{4}; s_4 = \frac{4v_1}{4} \dots; s_n = \frac{nv_1}{4}; \text{ (km)}$$

+ Gọi S là tổng quãng đường mà xe đi được trong n lần:

$$S = s_1 + s_2 + \dots + s_n = \frac{v_1}{4}(1 + 2 + \dots + n) = \frac{v_1}{4} \frac{n(n+1)}{2}$$

Với $v_1 = 10 \text{ km/s} \Rightarrow S = \frac{10}{4} \frac{n(n+1)}{2} = 1,25n(n+1) \text{ km}$ (n nguyên)

+ Khi $S = 81 \text{ km}$, ta có: $S = 1,25n(n+1) = 81 \Rightarrow n = 7,56$

+ Vì n là số nguyên nên suy ra $n = 7 \Rightarrow \Delta S = 1,25.7(7+1) = 70 \text{ km}$

+ Như vậy sau 7 lần dừng và đi, xe đã đi được quãng đường 70 km $\Rightarrow$ còn đi tiếp 11 km nữa với vận tốc $v_8 = 8v_1 = 80 \text{ km/h}$.

+ Thời gian chuyển động trên quãng đường 11 km cuối là: $t_8 = \frac{11}{80}h$

+ Vậy tổng thời gian mà xe chuyển động trên đoạn đường AB là:

$$t = 7(t_1 + \Delta t_1) + t_8 = \frac{593}{240}(h)$$

+ Vận tốc trung bình của xe thứ nhất trên quãng đường AB là:

$$v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{19440}{593} \approx 32,78 (\text{km/h})$$

Vấn đề 4. Chuyển động trên đường kín

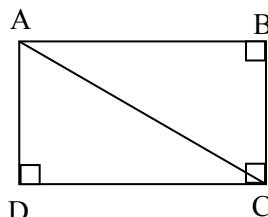
+ Quãng đường đi được trong thời gian t: $s = vt$

+ Gọi L là chiều dài đường kín $\Rightarrow$ số vòng đi là: $n = \frac{s_1}{L}$

+ Sau thời gian Δt , chất điểm 1 đi được n vòng, chất điểm 2 đi được m vòng thì: $\Delta t = n.T_1 = m.T_2$ (T_1 và T_2 là thời gian đi hết 1 vòng của mỗi chất điểm)

Ví dụ 15: Lúc 6 giờ có hai xe cùng chiều xuất phát từ A. Xe 1 chạy liên tục nhiều vòng theo hành trình ABCDA với vận tốc không đổi $v_1 = 28 \text{ km/h}$ và xe 2 theo hành trình ACDA với vận tốc không đổi $v_2 = 8 \text{ m/s}$. Biết độ dài quãng đường AD, AB lần lượt là 3 km và 4 km (khi gặp nhau các xe có thể vượt qua nhau) như hình 1.

- 1) Chúng gặp nhau lần đầu tiên tại A lúc mấy giờ và khi đó mỗi xe đã chạy được mấy vòng.
- 2) Cùng với điều kiện trên, nếu xe 1 xuất phát từ A theo hành trình ABCDA và xe 2 xuất phát từ D theo hành trình DACD.
 - a) Xác định thời điểm lúc xe 2 chạy nhiều hơn xe 1 đúng hai vòng của chúng.
 - b) Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa 2 xe trong 5 phút đầu tiên.



Hình 1

Hướng dẫn

+ Đổi $v_2 = 8 \text{ m/s} = 28,8 \text{ km/h}$

+ Chiều dài quãng đường AC là: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5 \text{ km}$

1) Thời gian đi hết một vòng của xe 1 là: $T_1 = \frac{ABCD}{v_1} = \frac{2(4+3)}{28} = 0,5 \text{ (h)}$

+ Thời gian đi hết một vòng của xe 2 là: $T_2 = \frac{ACDA}{v_2} = \frac{5+4+3}{28,8} = \frac{5}{12} \text{ (h)}$

+ Gọi t là thời gian kể từ khi xuất phát đến khi hai xe gặp nhau; n_1 và n_2 lần lượt là số vòng đi được của mỗi xe.

+ Ta có: $t = n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{6} = \frac{5n}{6n} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 5n \\ n_2 = 6n \end{cases} \Rightarrow t = 5n T_1 \quad (1)$

(với n là số nguyên dương)

+ Từ (1) nhận thấy rằng $t_{\min}$ khi và chỉ khi $n = \min \Rightarrow n = 1 \Rightarrow t_{\min} = 5 T_1 = 2,5 \text{ h}$

+ Vậy sau 2,5 h kể từ khi hai xe cùng xuất phát tại A thì chúng gặp lại nhau lần đầu tiên tại A $\Rightarrow$ thời điểm chúng gặp nhau là lúc 8 giờ 30 phút.

+ Số vòng đi được của mỗi xe lúc đó là: $\begin{cases} n_1 = 5 \text{ (vòng)} \\ n_2 = 6 \text{ (vòng)} \end{cases}$

2.a) Gọi t là thời gian để xe 2 đi hơn xe 1 đúng 2 vòng

+ Số vòng đi được của xe 1, xe 2 tương ứng là: $\begin{cases} n_1 = \frac{t}{T_1} \\ n_2 = \frac{t}{T_2} \end{cases}$

+ Theo đề ra, ta có: $n_2 - n_1 = 2 \Leftrightarrow \frac{t}{T_2} - \frac{t}{T_1} = 2 \Rightarrow t = \frac{2}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)} = 5 \text{ (h)}$

+ Vậy thời điểm lúc xe 2 chạy nhiều hơn xe 1 đúng 2 vòng là lúc 11 giờ

2.b) Quãng đường mà mỗi xe đi được trong 5 phút đầu tiên lần lượt là:

$$\begin{cases} S_1 = v_1 t = 28 \cdot \frac{5}{60} = \frac{7}{3} \text{ km} < AB = 4 \text{ km} \\ S_2 = v_2 t = 28,8 \cdot \frac{5}{60} = 2,4 \text{ km} < DA = 3 \text{ km} \end{cases}$$

+ Suy ra trong thời gian trên xe 1 đang chạy trên AB và xe 2 đang chạy trên DA.

+ Giả sử ở thời điểm t xe 1 ở N và xe 2 ở M.

+ Khoảng cách giữa hai xe là:

$$L = \sqrt{MA^2 + AN^2} = \sqrt{(AD - MD)^2 + AN^2} \quad (2)$$

+ Thay $\begin{cases} AD = 3 \text{ km} \\ DM = v_2 t = 28,8t \text{ vào (2) ta có: } L = \sqrt{(3 - 28,8t)^2 + (28t)^2} \\ AN = v_1 t = 28t \end{cases}$

+ Đặt $y = (3 - 28,8t)^2 + (28t)^2 \Rightarrow y = 1613,44t^2 - 172,8t + 9$

+ Nhận thấy y là hàm số bậc 2 ($y = at^2 + bt + c$) với biến t , có hệ số $a > 0 \Rightarrow$ hàm

số đạt cực tiểu tại $t = \frac{-b}{2a} = \frac{172,8}{2 \cdot 1613,44} = \frac{135}{2521} (\text{h}) \approx 0,05355 (\text{h})$

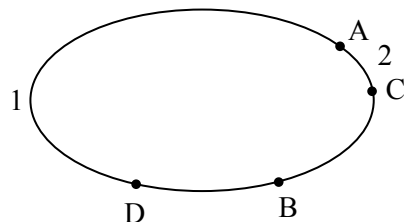
🔗 **Lưu ý:** Có thể tìm giá trị cực tiểu của y bằng cách khác như sau:

+ Ta có: $y = \left(\sqrt{1613,44} \cdot t - \frac{172,8}{2 \cdot \sqrt{1613,44}} \right)^2 + 9 - \left(\frac{172,8}{2 \cdot \sqrt{1613,44}} \right)^2$

+ Nhận thấy L nhỏ nhất khi y nhỏ nhất $\Leftrightarrow \left(\sqrt{1613,44} \cdot t - \frac{172,8}{2 \cdot \sqrt{1613,44}} \right)^2 \min$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{1613,44} \cdot t - \frac{172,8}{2 \cdot \sqrt{1613,44}} \right)^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{172,8}{2 \cdot 1613,44} = \frac{135}{2521} (\text{h}) \approx 0,05355 (\text{h})$

Ví dụ 16: An và Bình khởi hành cùng lúc trên một đường chạy khép kín L như hình. An khởi hành từ A, Bình khởi hành từ B, chạy ngược chiều nhau và gặp nhau lần đầu ở C. Ngay sau khi gặp nhau, Bình quay ngược lại chạy cùng chiều với An. Khi An qua B thì Bình qua A, Bình tiếp tục chạy thêm 120 m nữa thì gặp An lần thứ hai tại D. Biết chiều dài quãng đường B1A gấp 6 lần chiều dài quãng đường A2C (xem hình). Coi vận tốc của mỗi bạn không đổi. Tìm chiều dài quãng đường chạy L .



Hướng dẫn

+ Gọi t_1 là thời gian An đi từ A đến C, ta có: $AC = x = v_A t_1$ (1)

+ Cũng trong thời gian t_1 Bình đi ngược chiều từ B đến C: $BC = v_B t_1$ (2)

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{BC}{x} = \frac{v_B}{v_A}$ (3)

+ Gọi t_2 là thời gian An đi từ C đến B, ta có: $BC = v_A t_2$ (4)

+ Cũng trong thời gian t_2 Bình đi từ C đến A nên: $BC + 6x = v_B t_2$ (5)

+ Từ (4) và (5) ta có: $\frac{BC + 6x}{BC} = \frac{v_B}{v_A}$ (6)

+ Từ (3) và (6) ta có: $\frac{BC}{x} = \frac{BC + 6x}{BC} \Rightarrow BC = 3x \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 3$ (7)

+ Gọi t_3 là thời gian An đi từ B đến D, ta có: $BD = v_A t_3$ (8)

+ Cũng trong thời gian t_3 Bình đi từ A đến D nên: $120 = v_B t_3$ (9)

+ Từ (8) và (9) ta có: $\frac{120}{BD} = \frac{v_B}{v_A} = 3 \Rightarrow BD = 40(\text{m})$ (10)

+ Lại có: $120 = BD + 4x \Rightarrow x = 20 \text{ m}$

+ Chiều dài đường kín là: $L = AC + CB + BA = x + 3x + 6x = 10x = 200 \text{ m}$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một người đi xe đạp và một người đi bộ cùng xuất phát lúc 7h tại đầu A trên một con đường thẳng AB dài 15km. Khi đi đến đầu B người đi xe đạp quay ngược lại và gặp người đi bộ lần đầu tiên tại C cách A một đoạn 9km lúc 8h30ph.

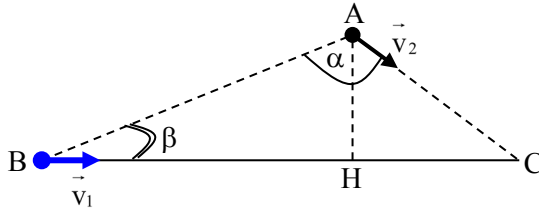
- Tính độ dài và quãng đường đi được của mỗi người trong khoảng thời gian nói trên.
- Biểu diễn vector độ dài của 2 người trong khoảng thời gian nói trên. Tỉ xích $1\text{cm} = 1\text{km}$

Bài 2: Một người đi xe đạp từ nhà đến trường. Khi đi được 6 phút thì chợt nhớ mình quên mang hộp bút màu. Rồi quay trở về nhà lấy sau đó đi đến trường. Do vậy thời gian chuyển động của người đó bằng 1,5 lần thời gian đến trường nếu như không quên hộp bút màu. Biết thời gian lên xe và xuống xe không đáng kể và vận tốc là như nhau không đổi và bằng 14km/h. Tính quãng đường từ nhà đến trường và thời gian nếu không quên hộp bút chì màu.

Bài 3: Một ô tô dự định chuyển động với vận tốc $v_1 = 60\text{km/h}$ để đến bến đúng giờ. Vì sự cố nên sau 6 phút xe mới khởi hành được. Để đến bến đúng giờ, người lái xe phải tăng tốc độ của ô tô nhưng không vượt quá $v_2 = 90\text{km/h}$. Hỏi ô tô có đến bến đúng giờ hay không? Biết khoảng cách từ chỗ xuất phát đến bến là 15km.

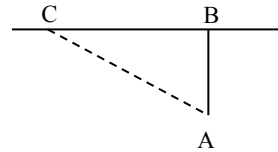
Bài 4: Một người đứng ở A cách đường quốc lộ BC một đoạn $h = 200$ m nhìn thấy 1 xe ô tô vừa đến B cách mình $d = 600$ m đang chạy trên đường với vận tốc $v_1 = 60$ km/h (hình vẽ). Đúng lúc nhìn thấy xe ô tô thì người ấy dùng xe máy chạy theo hướng AC với vận tốc v_2 .

- Biết $v_2 = 40$ (km/h), tính α .
- Góc α bằng bao nhiêu thì v_2 có giá trị cực tiểu. Tính vận tốc cực tiểu đó.



Bài 5: Minh và Nam đứng ở hai điểm M, N cách nhau 750 m trên một bãi sông. Khoảng cách từ M đến sông 150 m, từ N đến sông 600 m. Tính thời gian ít nhất để Minh chạy ra sông mức một thùng nước mang đến chỗ Nam. Cho biết đoạn sông thẳng, vận tốc chạy của Minh không đổi $v = 2$ m/s; bỏ qua thời gian mức nước.

Bài 6: Một người đứng tại A cách con đường BC một khoảng $AB = 50$ m, ở trên đường có một ô tô đang tiến lại với vận tốc $v = 10$ m/s. Khi người ấy thấy ô tô còn cách mình 130 m thì bắt đầu ra đường để đón ô tô theo hướng vuông góc với mặt đường.



Hỏi người ấy phải đi với vận tốc bao nhiêu để có thể gặp được ô tô?

Bài 7: Một người đi xe đạp từ điểm A đến B rồi lại quay lại điểm C (C là điểm chính giữa AB). Biết AB bằng 1 km. Hãy xác định độ rời của người kiến khi:

- Người đó đi từ A đến B
- Người đó đi từ A đến B rồi về C

Bài 8: Một người đi xe đạp và một người đi bộ cùng xuất phát lúc 7h tại đầu A trên một con đường thẳng AB dài 15km. Khi đi đến đầu B người đi xe đạp quay ngược lại và gặp người đi bộ lần đầu tiên tại C cách A đoạn 9km lúc 8h30ph.

- Biểu diễn vector độ dời của 2 người trong khoảng thời gian nói trên. Tỉ xích 1cm = 1km
- Tính vận tốc trung bình và tốc độ trung bình của mỗi người trong khoảng thời gian nói trên?

Bài 9: Một con cá heo bơi dọc theo chiều dài 50 m của bể bơi hết 20 s, rồi quay lại chỗ xuất phát trong 25 s. Xác định vận tốc trung bình và tốc độ trung bình:

- Trong lần bơi đầu tiên theo chiều dài bể bơi.
- Trong lần bơi về.
- Trong suốt quãng đường bơi đi và về.

Bài 10: Một xe đạp chuyển động thẳng đều, đi nửa đoạn đường đầu tiên với tốc độ $v_1 = 10 \text{ km/h}$ và nửa đoạn đường sau với tốc độ $v_2 = 15 \text{ km/h}$. Tính tốc độ trung bình trên cả đoạn đường.

Bài 11: Một ô tô chuyển động từ A đến B, nửa thời gian đầu đi với tốc độ $v_1 = 35 \text{ km/h}$ và nửa thời gian sau đi với tốc độ $v_2 = 55 \text{ km/h}$. Khi trở về (từ B về A) ô tô lại đi với tốc độ $v_3 = 35 \text{ km/h}$ trên nửa đoạn đường đầu và nửa đường còn lại đi với tốc độ $v_4 = 55 \text{ km/h}$. Xác định vận tốc trung bình và tốc độ trung bình của ô tô trên toàn bộ quãng đường cả đi và về.

Bài 12: Tính tốc độ trung bình trên toàn bộ quãng đường trong các trường hợp câu a và câu b sau:

- Một vật trong nửa quãng đường đầu chuyển động với vận tốc v_1 , trong nửa quãng đường sau chuyển động với vận tốc v_2 .
- Một vật trong nửa thời gian đầu chuyển động với vận tốc v_1 , trong nửa thời gian sau chuyển động với vận tốc v_2 .
- So sánh tốc độ trung bình tính được trong hai câu a và b.

Bài 13: *Hai bạn An và Bình bắt đầu chạy thi trên một quãng đường s . Biết An chạy trên nửa quãng đường đầu chạy với vận tốc không đổi v_1 và trên nửa quãng đường sau chạy với vận tốc không đổi v_2 ($v_2 \neq v_1$). Còn Bình thì trong nửa thời gian đầu chạy với vận tốc v_1 và trong nửa thời gian sau chạy với vận tốc v_2 . Ai về đích trước? Tại sao?

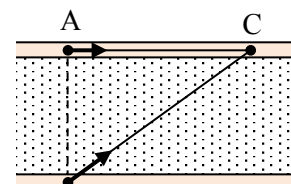
Bài 14: Một người đi từ A đến B. Đoạn đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Đoạn lên dốc đi với vận tốc 30 km/h , đoạn xuống dốc đi với vận tốc 50 km/h . Thời gian đoạn lên dốc bằng $\frac{2}{3}$ thời gian đoạn xuống dốc.

- So sánh độ dài đoạn đường lên dốc với đoạn xuống dốc.
- Tính tốc độ trung bình trên cả đoạn đường AB?

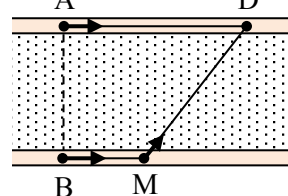
Bài 15: Một người đi bộ từ A đến B với vận tốc 6 km/h , lúc về do đã mệt nên người đó chỉ còn đi được 4 km/h . Tính tốc độ trung bình của người đó trên cả quãng đường đi và về?

Bài 16: *Hai người ban đầu ở các vị trí A và B trên hai con đường thẳng song song nhau và cách nhau đoạn $l = 540 \text{ m}$, AB vuông góc với hai con đường. Giữa hai con đường là một cánh đồng. Người I chuyển động trên đường từ A với vận tốc $v_1 = 4 \text{ m/s}$. Người II khởi hành từ B cùng lúc với người I và muốn chuyển động đến gặp người này. Vận tốc chuyển động của người II khi đi trên cánh đồng là $v_2 = 5 \text{ m/s}$ và khi đi trên đường là $v'_2 = 13 \text{ m/s}$.

- Người II đi trên cánh đồng từ B đến C và gặp người I tại C như hình a. Tìm thời



Hình a

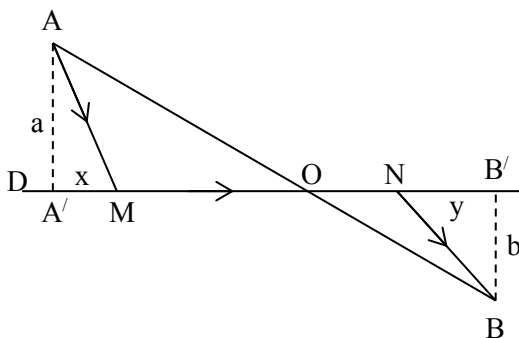


Hình b

gian chuyển động của hai người khi đến C và khoảng cách AC.

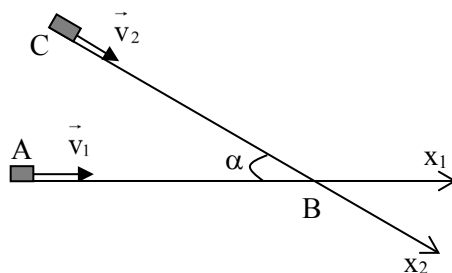
- b) Người II đi trên đường từ B đến M rồi đi trên cánh đồng từ M đến D và gặp người I tại D như hình b, sao cho thời gian chuyển động của hai người lúc gặp nhau là ngắn nhất. Tìm thời gian chuyển động này và các khoảng cách BM, AD.

Bài 17: *Một ô tô xuất phát từ điểm A trên cánh đồng để đến điểm B trên sân vận động. Cánh đồng và sân vận động được ngăn cách nhau bởi con đường thẳng D, khoảng cách từ A đến đường D là $a = 400\text{m}$, khoảng cách từ B đến đường D là $b = 300\text{m}$, khoảng cách AB = $2,8\text{km}$. Biết tốc độ của ô tô trên cánh đồng là $v = 3\text{km/h}$,



trên đường D là $\frac{5v}{3}$, trên sân vận động là $\frac{4v}{3}$. Hỏi ô tô phải đi đến điểm M trên đường cách A' một khoảng x và rời đường tại N cách B' một khoảng y bằng bao nhiêu để thời gian chuyển động là nhỏ nhất? Xác định khoảng thời gian nhỏ nhất đó?

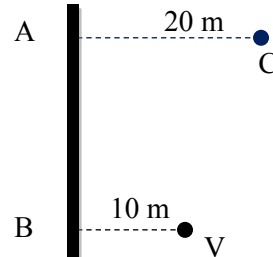
Bài 18: Hai vật chuyển động thẳng đều trên hai đường thẳng tạo với nhau một góc $\alpha = 30^\circ$ với tốc độ $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$ và đang hướng về phía giao điểm B. Tại thời điểm khoảng cách giữa hai vật nhỏ nhất thì vật 1 cách giao điểm một đoạn $d_1 = 30\sqrt{3}\text{ m}$. Hỏi vật 2 cách giao điểm một đoạn bao nhiêu.



Bài 19: *Một người đứng quan sát chuyển động của đám mây đen từ một khoảng cách an toàn. Từ lúc người đó nhìn thấy tia chớp đầu tiên phát ra từ đám mây, phải sau thời gian $t_1 = 20\text{s}$ mới nghe thấy tiếng sấm tương ứng của nó. Tia chớp thứ hai xuất hiện sau tia chớp thứ nhất khoảng thời gian $T_1 = 3\text{ phút}$ và sau khoảng thời gian $t_2 = 5\text{s}$ kể từ lúc nhìn thấy tia chớp thứ hai, mới nghe thấy tiếng sấm của nó. Tia chớp thứ 3 xuất hiện sau tia chớp thứ hai khoảng thời gian $T_2 = 4\text{ phút}$ và sau khoảng thời gian $t_3 = 30\text{s}$ kể từ lúc nhìn thấy tia chớp thứ ba, mới nghe thấy tiếng

sấm của nó. Cho rằng đám mây đen chuyển động không đổi chiều trên một đường thẳng nằm ngang với vận tốc không đổi. Biết vận tốc âm thanh trong không khí là $u = 330\text{m/s}$, vận tốc ánh sáng $c = 3.10^8\text{m/s}$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ đám mây đen đến người quan sát và tính vận tốc của đám mây đen.

Bài 20: *Trong một buổi tập luyện trước Seagame 28, hai cầu thủ Công Phượng và Văn Toàn đứng tại vị trí C và V trước một bức tường thẳng đứng như hình vẽ (Hình 1). Công Phượng đứng cách tường 20 m, Văn Toàn đứng cách tường 10 m. Công Phượng đá quả bóng lăn trên sân về phía bức tường. Sau khi phản xạ, bóng sẽ chuyển động đến chỗ Văn Toàn đang đứng. Coi sự phản xạ của quả bóng khi va chạm vào bức tường giống như hiện tượng phản xạ của tia sáng trên gương phẳng. Cho $AB = 30\text{ m}$, vận tốc của bóng không đổi và bằng 6 m/s . Em hãy xác định:



Hình 1

- Góc tạo bởi phương chuyển động của quả bóng và bức tường.
- Thời gian bóng lăn từ Công Phượng đến chân Văn Toàn

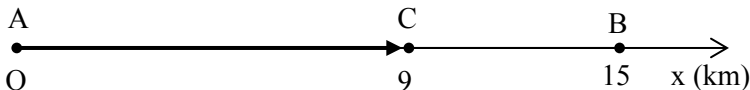
HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

- Chọn trục Ox trùng với AB , gốc O trùng với A , chiều dương hướng từ A đến B .
 + Tọa độ điểm A là $x_A = 0$, tọa độ điểm C là $x_C = 9$, tọa độ điểm B là $x_B = 15$.
 + Độ dời của người đi bộ là: $\Delta x_1 = s_1 = x_C - x_A = 9\text{ km}$
 + Độ dời của người đi xe đạp: $\Delta x_2 = x_C - x_A = 9\text{ km}$
 + Quãng đường của người đi xe đạp đã đi được:

$$s_2 = AB + BC = AB + (AB - AC) = 15 + (15 - 9) = 21\text{ km}$$

- Biểu diễn vector độ dời của 2 người trong khoảng thời gian nói trên. Tỉ xích $1\text{ cm} = 1\text{ km}$



Bài 2: HD:
$$\begin{cases} 6 + 6.2 + t = 1.5(6 + t) \Rightarrow t = 18\text{ min} \Rightarrow \Delta t = 18 + 6 = 24\text{ min} \\ s = vt = 14 \cdot \frac{24}{60} = 5.6\text{ km} \end{cases}$$

Bài 3:

+ Nếu không có sự cố thì thời gian dự định đi của ô tô là: $t = \frac{s}{v_1} = \frac{15}{60} = 0,25h$

+ Giả sử ô tô phải đi với vận tốc v để đến đúng giờ.

+ Ta có: $0,25 = \frac{15}{v} + 0,1 \Rightarrow v = 100 \text{ km/h} > v_2$ nên xe không thể đến đúng giờ.

Bài 4:

a) Gọi t là thời gian để người và xe đến C, ta có:
$$\begin{cases} BC = 60t \\ AC = 40t \end{cases}$$

+ Áp dụng định lí hàm sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$

$$\Leftrightarrow \frac{60}{\sin \alpha} = \frac{40}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{2} \sin \beta$$

+ Lại có: $\sin \beta = \frac{AH}{AB} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 30^\circ \\ \alpha = 150^\circ \end{cases}$

b) Từ câu a ta có: $\frac{60}{\sin \alpha} = \frac{v_2}{\sin \beta} \Rightarrow v_2 = \frac{60 \sin \beta}{\sin \alpha} = 60 \cdot \frac{h}{d} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow v_2 = 60 \cdot \frac{200}{600} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{20}{\sin \alpha}$$

+ Nhận thấy v_2 min khi và chỉ khi $\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow v_2 = 20 \text{ km/h}$

Bài 5:

+ Giả sử Minh đi theo đường MIN. Gọi N' là điểm đối xứng của N qua bãi sông.

+ Ta có: $MIN = MI + IN = MI + IN' = MIN'$

+ Để MIN ngắn nhất thì 3 điểm M, I, N' thẳng hàng. Lúc đó $I \equiv J$.

+ Dựa vào hình vẽ ta có:

$$NP = NK - PK = NK - MH = 450 \text{ m}$$

$$MP = \sqrt{MN^2 - NP^2} = 600 \text{ m}$$

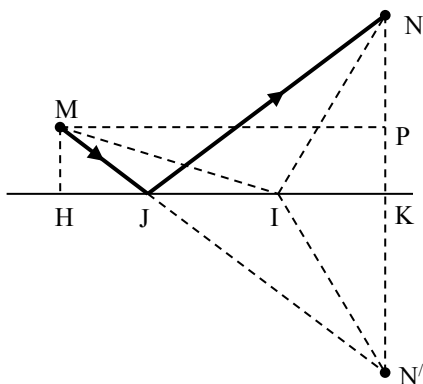
$$N'P = N'K + KP = 750 \text{ m}$$

$$MN' = \sqrt{MP^2 + N'P^2} = 150\sqrt{41} \text{ (m)}$$

+ Thời gian ngắn nhất là:

$$t = \frac{MN'}{v} = \frac{150\sqrt{41}}{2}$$

$$\Rightarrow t = 75\sqrt{41} \text{ s} \approx 480 \text{ s} = 8 \text{ phút.}$$



Bài 6:

+ Gọi v_1 là vận tốc của người phải chạy để gặp ô tô tại B

+ Khoảng cách CB: $CB = \sqrt{CA^2 - AB^2} = \sqrt{130^2 - 50^2} = 120 \text{ m}$

+ Khi người gặp ô tô tại B thì:

$$t = \frac{AB}{v_1} = \frac{CB}{v} \Leftrightarrow \frac{50}{v_1} = \frac{120}{10} \Rightarrow v_1 = \frac{25}{6} (\text{m/s}) = 15 \text{ km/h}$$

Bài 7:

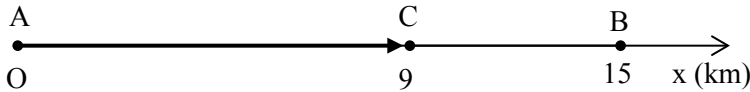
Chọn gốc tọa độ tại A, chiều từ A đến B $\Rightarrow x_A = 0$, $x_C = 0,5 \text{ km}$ và $x_B = 1 \text{ km}$

a) Độ dời khi đi từ A đến B: $\Delta x_{AB} = x_2 - x_1 = x_B - x_A = 1 - 0 = 1 \text{ km}$

b) Độ dời khi đi từ A đến B rồi về C: $\Delta x_{ABC} = x_2 - x_1 = x_C - x_A = 0,5 - 0 = 0,5 \text{ km}$

Bài 8:

a) Chọn trục tọa độ có gốc tại A, chiều từ A đến B $\Rightarrow x_A = 0$, $x_C = 9 \text{ km}$, $x_B = 15 \text{ km}$



b) Độ dời và quãng đường của người đi xe đạp trong thời gian từ 7h đến 8h30:

+ Độ dời: $\Delta x_1 = x_C - x_A = 9 - 0 = 9 \text{ km}$

+ Quãng đường: $\Delta s_1 = s_{AB} + s_{BC} = 15 + 9 = 24 \text{ km}$

Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình của người đi xe đạp:

+ Vận tốc trung bình: $v_{1tb} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{9}{1,5} = 6 \text{ km/h}$

+ Tốc độ trung bình: $\overline{v}_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t} = \frac{15 + 9}{1,5} = 14 \text{ km/h}$

Độ dời và quãng đường của người đi bộ trong thời gian từ 7h đến 8h30:

+ Độ dời: $\Delta x_2 = x_C - x_A = 9 - 0 = 9 \text{ km}$

+ Quãng đường: $\Delta s_2 = s_{AC} = 9 \text{ km}$

Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình của người đi bộ:

+ Vận tốc trung bình: $v_{2tb} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{9}{1,5} = 6 \text{ km/h}$

+ Tốc độ trung bình: $\overline{v}_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t} = \frac{9}{1,5} = 6 \text{ km/h}$

Nhận xét: Do người đi bộ đi theo một chiều nên quãng đường và độ dời trong thời gian $t = 1,5 \text{ h}$ là như nhau nên tốc độ trung bình và vận tốc trung bình như nhau.

Bài 9:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50}{20} = 2,5 (\text{m/s}) \\ \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50}{20} = 2,5 (\text{m/s}) \end{cases} & \text{b)} \quad & \begin{cases} v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50}{25} = 2 (\text{m/s}) \\ \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50}{25} = 2 (\text{m/s}) \end{cases} \\ \text{c)} \quad & \begin{cases} v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{20+25} = 0 (\text{m/s}) \\ \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50+50}{20+25} \approx 2,22 (\text{m/s}) \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 10:

+ Gọi tổng quãng đường là $2S$ thì: $s_1 = s_2 = S$

+ Thời gian xe đi nửa quãng đường đầu và nửa quãng đường sau lần lượt là:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{S}{10}; \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{S}{15}$$

+ Tốc độ trung bình trên toàn bộ quãng đường: $v_{tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$

$$\Rightarrow v_{tb} = \frac{2S}{\frac{S}{10} + \frac{S}{15}} = 12 (\text{km/h})$$

Bài 11:

+ Vì sau toàn bộ quá trình ô tô lại về vị trí ban đầu (vị trí A) nên độ dời của ô tô bằng 0 $\Rightarrow$ vận tốc trung bình của ô tô trên toàn bộ quãng đường cả đi và về bằng 0.

+ Gọi $AB = 2s \Rightarrow$ tổng quãng đường cả đi và về là $s_0 = s_1 + s_2 + 2s = 4s$. Gọi tổng thời gian cả đi và về là $t_0 = 2t + t_3 + t_4$ (với $t_1 = t_2 = t$).

+ Ta có: $t_1 = t_2 \Leftrightarrow \frac{s_1}{v_1} = \frac{s_2}{v_2} \Rightarrow \frac{s_1}{v_1} = \frac{s_1 + s_2}{v_1 + v_2} = \frac{s}{v_1 + v_2}$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2s}{v_1 + v_2}; \quad t_3 = \frac{s}{v_3}; \quad t_4 = \frac{s}{v_4}$$

+ Tốc độ trung bình: $\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{4s}{2 \frac{2s}{v_1 + v_2} + \frac{s}{v_3} + \frac{s}{v_4}} \approx 43,86 (\text{km/h})$$

Bài 12:

a) Gọi chiều dài quãng đường là $2s$ thì thời gian đi hết quãng đường là:

$$t = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{s(v_1 + v_2)}{v_1 v_2}$$

+ Tốc độ trung bình là: $v_a = \frac{s}{t} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$

b) Gọi thời gian đi hết cả đoạn đường là $2t$ ta có: $s = v_1t + v_2t = t(v_1 + v_2)$

+ Tốc độ trung bình là: $v_b = \frac{s}{2t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

c) Ta có: $v_a - v_b = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} - \frac{v_1 + v_2}{2} = -\frac{(v_1 - v_2)^2}{2(v_1 + v_2)} < 0$

Vậy tốc độ trung bình trong câu a nhỏ hơn trong câu b

Bài 13:

+ Thời gian đi hết quãng đường: $t = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = \frac{s(v_2 + v_1)}{2v_1v_2}$

+ Tốc độ trung bình của An là: $v_A = \frac{s}{t} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$

+ Gọi thời gian đi hết cả đoạn đường là $2t_0$ ta có: $s = v_1t_0 + v_2t_0 = t_0(v_1 + v_2)$

+ Tốc độ trung bình của Bình là: $v_B = \frac{s}{2t_0} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

+ Ta có: $v_A - v_B = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} - \frac{v_1 + v_2}{2} = -\frac{(v_1 - v_2)^2}{2(v_1 + v_2)} < 0 \Rightarrow v_B > v_A$

Vậy tốc độ trung bình của Bình lớn hơn An nên Bình về trước.

Bài 14:

+ Gọi thời gian trên toàn bộ quãng đường là t ($t > 0$). Gọi s_1 và t_1 là quãng đường và thời gian đoạn lên dốc và s_2 và t_2 là quãng đường và thời gian đoạn xuống dốc.

+ Theo đề ta có:
$$\begin{cases} t_1 + t_2 = t \\ t_1 = \frac{2}{3}t_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0,4t \\ t_2 = 0,6t \end{cases}$$

a) Quãng đường lên dốc và xuống dốc là: $\begin{cases} s_1 = v_1t_1 \\ s_2 = v_2t_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 12t \\ s_2 = 30t \end{cases} \Rightarrow s_2 > s_1$

b) Tốc độ trung bình trên cả đoạn đường AB:

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{12t + 30t}{t} = 42 \text{ (km / h)}$$

Bài 15:

+ Gọi AB là quãng đường người đó đi giữa hai điểm A, B

+ Thời gian lúc đi là: $t_1 = \frac{AB}{v_1}$

+ Thời gian lúc về là: $t_2 = \frac{AB}{v_2}$

+ Tốc độ trung bình cả đi và về là: $\bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{2AB}{\frac{AB}{v_1} + \frac{AB}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 4,8 \text{ km/h}$

Bài 16:

a) Gọi thời gian chuyển động của hai người cho đến lúc gặp nhau là t

+ Ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow (v_2 t)^2 = (v_1 t)^2 + \ell^2$

+ Thay số và giải phương trình, ta tính được: $t = 180 \text{ s} \Rightarrow AC = v_1 t = 720 \text{ m}$

b) Gọi thời gian người II chuyển động trên đoạn đường BM là x

+ Ta có: $MD^2 = (AD - BM)^2 + \ell^2 \Rightarrow [v_2(t - x)]^2 = (v_1 t - v_2 x)^2 + \ell^2$

+ Thay số và thu gọn ta được phương trình: $144x^2 - 54tx + 291600 - 9t^2 = 0$

+ Điều kiện để phương trình có nghiệm x : $\Delta' = (27t)^2 - 144(291600 - 9t^2) \geq 0$
 $\Rightarrow t \geq 144 \text{ s}$ hay $t_{\min} = 144 \text{ s}$

+ Lúc này: $x = \frac{27t}{144} = 27 \text{ s} \Rightarrow BM = v_2 x = 351 \text{ (m)}, AD = v_1 t = 576 \text{ (m)}$

Bài 17:

+ Xét hai tam giác vuông $AOA' \sim BOB' \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{AO}{BO} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{AO+OB}{OB}$
 $\Rightarrow \frac{0,7}{0,3} = \frac{2,8}{OB} \Rightarrow OB = 1,2 \text{ km}, OA = 1,6 \text{ km}$

+ Ta có: $\begin{cases} A'O = \sqrt{1,6^2 - 0,4^2} = 0,4\sqrt{15} \\ B'O = \sqrt{1,2^2 - 0,3^2} = 0,3\sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow A'B' = 0,7\sqrt{15} \text{ (km)}$

+ Giả sử người phải đi theo đường AMNB. Đặt $A'M = x$, $B'N = y$, $A'B' = c$
 $\Rightarrow$ điều kiện $0 \leq x, y$ và $(x + y) \leq c$.

+ Thời gian đi theo đường AMNB là:

$$T = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{v} + \frac{3}{4v} \sqrt{y^2 + b^2} + \frac{3}{5v} (c - x - y), \text{ (với } v = 3 \text{ km/h)}$$

+ Đặt $P_{(x)} = \sqrt{x^2 + a^2} - \frac{3x}{5}$ (1), $Q_{(y)} = \frac{1}{4} \sqrt{y^2 + b^2} - \frac{y}{5}$ (2)

$$\Rightarrow T = \frac{P_x}{v} + \frac{3Q_y}{v} + \frac{3C}{5v} \quad (3)$$

+ Từ (3) ta thấy $T_{\min}$ thì $P_{(x)\min}$ và $Q_{(y)\min}$

+ Từ (1) $\Rightarrow P_{(x)} + \frac{3x}{5} = \sqrt{x^2 + a^2}$ ($P \geq 0; x \geq 0$) $\Rightarrow 16x^2 - 30Px + 25(a^2 - P^2) \geq 0$

$$\text{hay } P^2 \geq \frac{16}{25}a^2 \Rightarrow P_{\min} = \frac{4}{5}a \quad (5)$$

$$+ \text{Giá trị } P_{\min} \text{ ứng với nghiệm kép của (4): } x = \frac{30P}{32} = \frac{3a}{4}$$

$$+ \text{Tương tự ta có: } Q_{\min} = \frac{3b}{20} \Rightarrow y = \frac{4b}{3} \quad (6)$$

+ Thay (5) và (6) vào (3) ta được:

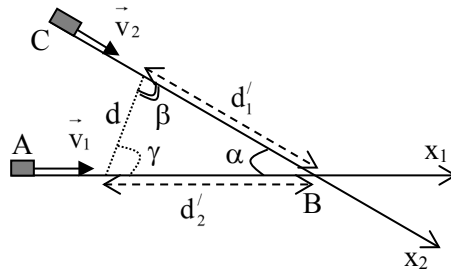
$$T_{\min} = \frac{49}{50} + \frac{9b}{20v} + \frac{3c}{5v} \Rightarrow T_{\min} = \frac{(16a + 9b + 12c)}{20v}$$

$$+ \text{Thay số ta có: } x = \frac{3a}{4} = 0,3\text{km} = 300\text{m}, \quad y = \frac{4b}{3} = 0,4\text{km} = 400\text{m},$$

$$\Rightarrow T_{\min} = 0,6939\text{h} = 41 \text{ phút } 38 \text{ giây}$$

Bài 18:

+ Gọi d_1, d_2 là khoảng cách từ vật 1 và vật 2 đến O lúc đầu ta xét ($t = 0$).



+ Áp dụng định lý hàm sin ta có:

$$\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d'}{\sin \gamma} = \frac{d_2}{\sin \beta} \Leftrightarrow \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{d_2 - v_2 t}{\sin \beta}.$$

$$+ \text{Vì } v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}} \text{ nên ta có: } \frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - v_1 t}{\sqrt{3} \sin \beta}$$

+ Áp dụng tính chất của phân thức ta có:

$$\begin{aligned} \frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} &= \frac{\sqrt{3}d_2 - v_1 t}{\sqrt{3} \sin \beta} = \frac{(\sqrt{3}d_2 - v_1 t) - (d_1 - v_1 t)}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma} \\ \Rightarrow \frac{d}{\sin 30^\circ} &= \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma} \quad (1) \end{aligned}$$

+ Mặt khác, ta có: $\sin \beta = \sin(180^\circ - \beta) = \sin(\alpha + \gamma) = \sin(30^\circ + \gamma)$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \sin \beta = \sqrt{3} \sin(30^\circ + \gamma) = \sqrt{3}(\sin 30^\circ \cos \gamma + \cos 30^\circ \sin \gamma)$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \gamma + \frac{3}{2} \sin \gamma \quad (2)$$

+ Thay (2) vào (1) ta có:
$$\frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\gamma + \frac{3}{2}\sin\gamma - \sin\gamma}$$

$$\Rightarrow d = \frac{(\sqrt{3}d_2 - d_1)\sin 30^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\gamma + \frac{1}{2}\sin\gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3}\cos\gamma + \sin\gamma}$$

+ Vậy
$$d = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3}\cos\gamma + \sin\gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{y}$$

+ Khoảng cách giữa hai vật $d_{\min} \Leftrightarrow y_{\max}$ với $y = \sqrt{(\sqrt{3}\cos\gamma + \sin\gamma)^2}$

+ Áp dụng bất đẳng thức Bunhia Côpski:

$$\sqrt{(\sqrt{3}\cos\gamma + \sin\gamma)^2} \leq \sqrt{\left[(\sqrt{3})^2 + 1^2\right] \cdot [\cos^2\gamma + \sin^2\gamma]} = 2 \Rightarrow y_{\max} = 2$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{3}\cos\gamma = \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\cos\gamma}{\sin\gamma}$

$$\Rightarrow \tan\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \gamma = 30^\circ \text{ và } \beta = 120^\circ$$

+ Lúc đó: $\frac{d'_1}{\sin 30^\circ} = \frac{d'_2}{\sin 120^\circ} \Rightarrow d'_2 = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot d'_1 = \sqrt{3}d'_1 = 90(\text{m})$

+ Vậy, khoảng cách từ vật hai đến O lúc này là: $d'_2 = 90(\text{m})$

Bài 19:

+ Kí hiệu A, B, C là các vị trí đám mây phát tia chớp tương ứng 1, 2, 3

+ Gọi D là vị trí người quan sát, S_1, S_2, S_3 là các đường đi của âm thanh và ánh sáng, ta có các phương trình sau:

$$\frac{S_1}{c} + 20 = \frac{S_1}{u} \Rightarrow S_1 \approx 6600\text{m}$$

$$\frac{S_2}{c} + 5 = \frac{S_2}{u} \Rightarrow S_2 \approx 1650\text{m}$$

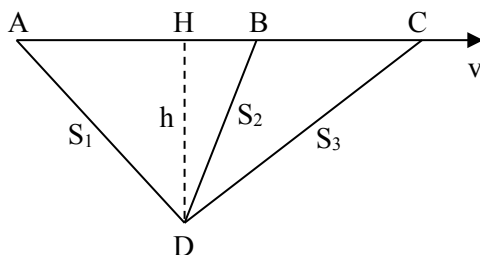
$$\frac{S_3}{c} + 30 = \frac{S_3}{u} \Rightarrow S_3 \approx 9900\text{m}$$

+ Đặt $S_2 = a \Rightarrow S_1 = 4a$ và $S_3 = 6a$

+ Từ hình ta có:

$$AB = AH + HB \Leftrightarrow AB = \sqrt{S_1^2 - h^2} + \sqrt{S_2^2 - h^2}$$

$$\Rightarrow 180v = \sqrt{16a^2 - h^2} + \sqrt{a^2 - h^2} \quad (1)$$



$$\text{Và } BC = HC - HB = \sqrt{S_3^2 - h^2} + \sqrt{S_2^2 - h^2}$$

$$\Rightarrow 240v = \sqrt{36a^2 - h^2} - \sqrt{a^2 - h^2} \quad (2)$$

$$+ \text{ Lấy (2) x 3 - 4 x (1) } \Rightarrow 7\sqrt{a^2 - h^2} = 3\sqrt{36a^2 - h^2} - 4\sqrt{16a^2 - h^2}$$

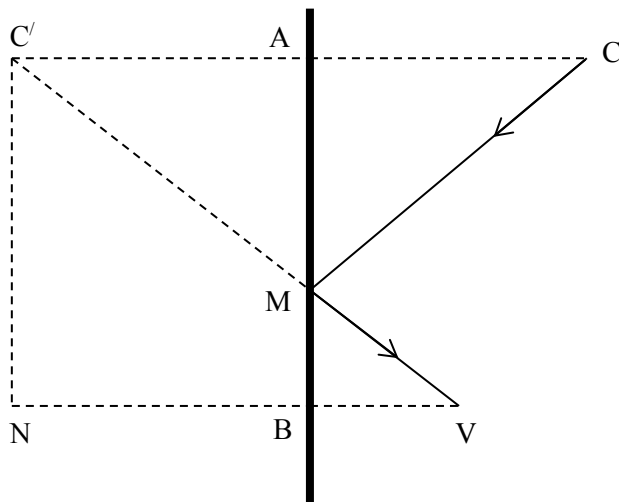
+ Giải phương trình được: $h = 0,9479a$, thay $a = 1650 \text{ m}$

$$\Rightarrow h = 1564,03 \text{ m} \Rightarrow v \approx 38,54 \text{ m/s}$$

Bài 20:

a) Góc tạo bởi phương chuyển động của quả bóng và bức tường

+ Vì sự phản xạ của quả bóng khi va chạm vào bức tường giống như hiện tượng phản xạ của tia sáng trên gương phẳng nên ta vẽ được đường truyền bóng như hình dưới.



$$+ \text{ Từ hình vẽ ta có: } \triangle ACM \sim \triangle BVM \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BV} = \frac{20}{10}$$

$$+ \text{ Mà } AM + BM = AB = 30 \text{ (m)} \Rightarrow AM = 20 \text{ (m)}; BM = 10 \text{ (m)}$$

$$+ \text{ Do } \triangle ACM \text{ cân nên } \widehat{AMC} = \widehat{BMV} = 45^\circ$$

$$\text{b) Quãng đường bóng lăn là } CM + MV = C'M + MV = C'V$$

$$+ \text{ Tam giác } NC'V \text{ vuông tại } N, C'N = AB = 30 \text{ m}; NV = 30 \text{ m}$$

$$+ \text{ Suyra: } (C'V)^2 = (AB)^2 + (NV)^2$$

$$+ \text{ Thay số ta tính được } C'V = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2} \text{ (m)}$$

$$+ \text{ Thời gian bóng lăn đến chân Văn Toàn là: } t = \frac{C'V}{v} = \frac{30\sqrt{2}}{6} = 5\sqrt{2} \text{ (s)}$$

Dạng 2. CÁC BÀI TOÁN VỀ CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

Vấn đề 1. Viết phương trình chuyển động. Tìm thời điểm, vị trí gặp nhau

☞ Phương pháp giải:

Bước 1: Chọn hệ quy chiếu (nếu đề chưa chọn trước)

- + Chọn trục tọa độ Ox có gốc tọa độ gắn với vị trí ban đầu của vật 1 hoặc 2. Chiều dương là chiều chuyển động của vật được chọn làm gốc.
- + Gốc thời gian lúc vật 1 hoặc vật 2 bắt đầu chuyển động (thường chọn gốc thời gian gắn với vật xuất phát đầu tiên)

Bước 2: Từ hệ quy chiếu vừa chọn, xác định các thông số sau cho mỗi vật

- + Tọa độ đầu $x_0 = ?$
- + Vận tốc $v = ?$ (bao gồm cả dấu)
- + Thời điểm đầu $t_0 = ?$

Bước 3: Thiết lập phương trình của chuyển động cho mỗi vật

- + Đối với chuyển động thẳng đều, phương trình chuyển động tổng quát có dạng:

$$\blacksquare \text{ Vật 1: } x_1 = x_{01} + v_1(t - t_{01}) \quad (1)$$

$$\blacksquare \text{ Vật 2: } x_2 = x_{02} + v_2(t - t_{02}) \quad (2)$$

Chú ý:

- + Khi vật chuyển động theo chiều dương thì $v > 0$ và ngược lại $v < 0$.
- + Vật ở phía dương của trục tọa độ $x > 0$, ở phía âm của trục tọa độ $x < 0$.
- + Khi hai xe gặp nhau thì chúng có cùng tọa độ nên: $x_1 = x_2$
- + Khoảng cách giữa hai vật chuyển động cùng phương: $b = |x_2 - x_1|$
- + Khoảng cách giữa hai vật chuyển động vuông góc nhau: $d = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$
- + Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ là đường thẳng

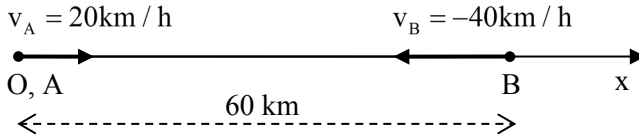
Ví dụ 1: Có hai xe chuyển động thẳng đều, xuất phát cùng lúc từ hai vị trí A, B cách nhau 60 km. Xe thứ nhất khởi hành từ A đi đến B với vận tốc $v_A = 20$ km/h. Xe thứ hai khởi hành từ B đi đến A với vận tốc $v_B = 40$ km/h.

- a) Thiết lập phương trình chuyển động của hai xe.
- b) Tìm vị trí và thời gian (từ khi xuất phát đến khi hai xe gặp nhau).
- c) Dựa vào phương trình chuyển động vẽ đồ thị chuyển động hai xe trên cùng một hệ trục tọa độ.

Hướng dẫn

a) Thiết lập phương trình chuyển động của hai xe

+ Chọn trục tọa độ Ox có gốc tọa độ O trùng vị trí A, có phương là phương AB, chiều dương là chiều từ A đến B (như hình). Gốc thời gian là lúc hai xe bắt đầu xuất phát $\Rightarrow t_{01} = t_{02} = 0$.



+ Tại thời điểm ban đầu tọa độ của xe A và xe B lần lượt là: $\begin{cases} x_{0A} = 0 \\ x_{0B} = 60\text{km} \end{cases}$

+ Vận tốc của xe A và xe B lần lượt là: $\begin{cases} v_A = 20\text{km / h} \\ v_B = -40\text{km / h} \end{cases}$

($v_B < 0$ là do xe B chuyển động ngược chiều dương)

+ Dựa vào phương trình tổng quát của chuyển động thẳng đều ta viết được phương trình chuyển động của các xe như sau :

Phương trình chuyển động của các xe: $x = x_0 + v(t - t_0)$

$$\text{Xe đi từ A: } x_A = x_{0A} + v_A(t - t_{01}) \Rightarrow x_1 = 20t \quad (\text{km; h}) \quad (1)$$

$$\text{Xe đi từ B: } x_B = x_{0B} + v_B(t - t_{02}) \Rightarrow x_2 = 60 - 40t \quad (\text{km; h}) \quad (2)$$

b) Tìm vị trí và thời điểm mà hai xe gặp nhau

+ Khi hai xe gặp nhau: $x_A = x_B \Rightarrow 20t = 60 - 40t \Rightarrow t = 1\text{h}$

+ Vị trí hai xe gặp nhau: Thay $t = 1\text{h}$ vào (1) $\Rightarrow x_A = 20\text{ km}$.

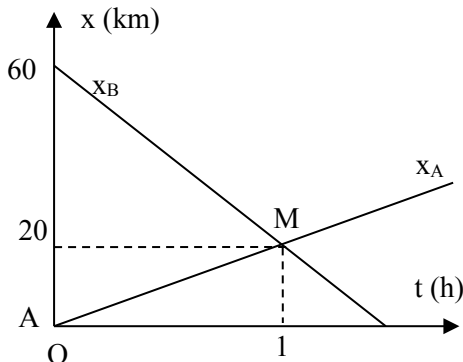
Vậy, hai xe gặp nhau sau 1h, tại vị trí cách gốc tọa độ A một đoạn là 20 km.

c) Đồ thị chuyển động của 2 xe

+ Đồ thị của x_A là đường thẳng qua: A ($t = 0, x = 0$); M ($t = 1, x = 20$)

+ Đồ thị của x_B là đường thẳng qua: B ($t = 0, x = 60$); M ($t = 1, x = 20$)

+ Vẽ đồ thị $\Rightarrow$ hai đồ thị cắt nhau ở điểm M ($t = 1, x = 20$) như hình vẽ dưới



Ví dụ 2: Lúc 7h sáng một xe ô tô khởi hành từ điểm A, chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_1 = 30 \text{ km/h}$ đi về phía B cách A đoạn 80 km. Cùng lúc đó một xe thứ hai khởi hành từ B đi về phía A với vận tốc không đổi $v_2 = 50 \text{ km/h}$. Chọn trục tọa độ Ox có gốc tọa độ tại A, chiều dương từ A đến B. Gốc thời gian là lúc 7h sáng.

- Tìm thời điểm và vị trí 2 xe gặp nhau. Vẽ đồ thị chuyển động của 2 xe trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Thời điểm và vị trí khi hai xe cách nhau 40 km lần đầu tiên?
- Thời điểm và vị trí khi hai xe cách nhau 4 km

Hướng dẫn

a) Theo cách chọn trục tọa độ Ox và gốc thời gian của đề bài.

Ta có: $x_{0A} = 0$, $x_{0B} = 80 \text{ km}$, $t_{01} = t_{02} = 0$, $v_1 = 30 \text{ km/h}$, $v_2 = -50 \text{ km/h}$

+ Phương trình chuyển động của xa A và B là:
$$\begin{cases} x_A = 30t & (\text{km; h}) \\ x_B = 80 - 50t & (\text{km; h}) \end{cases}$$

+ Khi hai xe gặp nhau thì: $x_A = x_B \Leftrightarrow 30t = 80 - 50t \Rightarrow t = 1 \text{ h} \Rightarrow x = 30 \text{ km}$

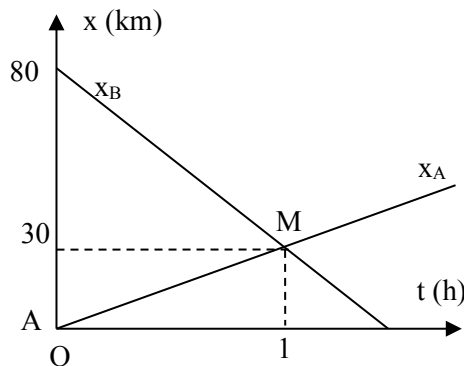
+ Vậy hai xe gặp nhau lúc 8h sáng, vị trí gặp nhau cách gốc A đoạn 30km.

* Vẽ đồ thị chuyển động của hai xe

+ Đồ thị của x_A là đường thẳng qua: A ($t = 0$, $x = 0$); M ($t = 1$, $x = 30$)

+ Đồ thị của x_B là đường thẳng qua: B ($t = 0$, $x = 80$); M ($t = 1$, $x = 30$)

+ Vẽ đồ thị $\Rightarrow$ hai đồ thị cắt nhau ở điểm M ($t = 1$, $x = 30$) như hình vẽ dưới



b) Lần đầu tiên hai xe cách nhau 40km, lúc này 2 xe chưa ngang qua nhau nên có:

$$x_B > x_A \Rightarrow x_B - x_A = 40 \Leftrightarrow 80 - 50t - 30t = 40 \Rightarrow t = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ min}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = 30 \cdot 0,5 = 15 \text{ km} \\ x_B = 80 - 50 \cdot 0,5 = 55 \text{ km} \end{cases}$$

+ Vậy thời điểm hai xe cách nhau 40km lần đầu tiên là lúc 7h30 phút, lúc này xe A cách gốc A đoạn 15km, xe B cách gốc A đoạn 55km.

c) Khi hai xe cách nhau 4km ta có: $|x_B - x_A| = 4 \Rightarrow x_B - x_A = \pm 4$

TH1: $x_B - x_A = 4 \Rightarrow 80 - 50t - 30t = 4$

$$\Rightarrow t = 0,95\text{h} = 57\text{ min} \Rightarrow x_A = 28,5\text{ km}; x_B = 32,5\text{ km}$$

TH2: $x_B - x_A = -4 \Rightarrow 80 - 50t - 30t = -4$

$$\Rightarrow t = 1,05\text{h} = 1\text{h}3\text{ min} \Rightarrow x_A = 31,5\text{ km}; x_B = 27,5\text{ km}$$

Ví dụ 3: Lúc 7h một người đi bộ từ A đến B với vận tốc $v_1 = 4\text{ km/h}$. Lúc 9h một người đi xe đạp từ A đuổi theo với vận tốc $v_2 = 12\text{ km/h}$. Chọn trục tọa độ Ox có gốc O trùng với vị trí A, chiều dương là chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc 7h.

- Viết phương trình chuyển động của mỗi người.
- Xác định thời điểm và vị trí họ gặp nhau.
- Lúc mấy giờ họ cách nhau 2 km.

Hướng dẫn

Nhận xét: trong bài này hai vật xuất phát ở hai thời điểm khác nhau nên ta phải sử dụng phương trình tổng quát ở dạng $x = x_0 + v(t - t_0)$

a) Vì chọn gốc thời gian là lúc 7h nên ta có:
$$\begin{cases} t_{01} = 0 \\ t_{02} = 2\text{h} \end{cases}$$

+ Vì gốc tọa độ O trùng với A nên ta có:
$$\begin{cases} x_{01} = 0 \\ x_{02} = 0 \end{cases}$$

+ Hai người đi theo chiều dương trục Ox nên $v > 0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 4\text{ km/h} \\ v_2 = 12\text{ km/h} \end{cases}$

+ Do đó phương trình chuyển động của mỗi người là:
$$\begin{cases} x_1 = 4t \\ x_2 = 12(t - 2) \end{cases}$$

(với x đo bằng km và t đo bằng h)

b) Khi người đi bộ và người đi xe đạp gặp nhau thì:

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow 4t = 12(t - 2) \Rightarrow t = 3\text{h}$$

+ Vậy thời điểm họ gặp nhau là lúc 10 giờ

+ Vị trí gặp nhau cách gốc tọa độ đoạn: $x = x_1 = x_2 = 12\text{ km}$

c) Khi họ cách nhau 2 km thì $|x_1 - x_2| = 2 \Rightarrow x_1 - x_2 = \pm 2$

* **Trường hợp 1:** Khi người đi xe đạp chưa vượt qua người đi bộ

$$x_1 - x_2 = 2 \Leftrightarrow 4t - 12(t - 2) = 2 \Rightarrow t = 2,75\text{h} = 2\text{ giờ } 45\text{ phút}$$

+ Vậy người đi xe đạp cách người đi bộ 2 km lần đầu vào lúc 9 giờ 45 phút

* **Trường hợp 2:** Khi người đi xe đạp vượt qua người đi bộ

$$x_1 - x_2 = -2 \Leftrightarrow 4t - 12(t - 2) = -2 \Rightarrow t = 3,25\text{h} = 3\text{ giờ } 15\text{ phút}$$

+ Vậy người đi xe đạp cách người đi bộ 2 km lần thứ 2 vào lúc 10 giờ 15 phút

Ví dụ 4: Hãy lập phương trình chuyển động của một ô tô chuyển động thẳng đều, trong các trường hợp sau:

a) Ô tô chuyển động theo chiều âm với tốc độ 5 m/s và ở thời điểm $t_1 = 3\text{s}$ thì $x_1 = 90\text{m}$.

b) Tại $t_1 = 2\text{s}$ thì $x_1 = 4\text{m}$; và tại $t_2 = 3\text{s}$ thì $x_2 = 6\text{m}$.

Hướng dẫn

Phương trình tổng quát của ô tô có dạng: $x = x_0 + vt$

a) Vì ô tô chuyển động theo chiều âm nên $v < 0 \Rightarrow v = -5\text{m/s}$

+ Do đó phương trình chuyển động của ô tô có dạng: $x = x_0 - 5t$

+ Tại thời điểm $t_1 = 3\text{s}$ thì $x_1 = 90\text{m}$ nên ta có: $90 = x_0 - 5.3 \Rightarrow x_0 = 105\text{m}$

+ Vậy phương trình chuyển động của ô tô là: $x = 105 - 5t$ ($x: \text{m}; t: \text{s}$)

b) Tại $t_1 = 2\text{s}$ thì $x_1 = 4\text{m} \Rightarrow 4 = x_0 + 2v$

+ Tại $t_2 = 3\text{s}$ thì $x_2 = 6\text{m} \Rightarrow 6 = x_0 + 3v$

+ Giải hệ phương trình trên ta có: $v = 2\text{m/s}$ và $x_0 = 0$

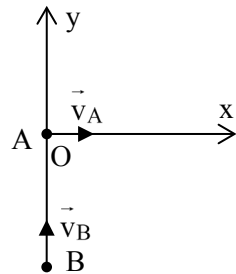
+ Vậy phương trình chuyển động của ô tô là: $x = 2t$ ($x: \text{m}; t: \text{s}$)

Ví dụ 5: Trong hệ tọa độ xOy (hình bên), có hai vật nhỏ A và B chuyển động thẳng đều. Lúc bắt đầu chuyển động, vật A ở O và cách vật B một đoạn 100m. Biết vận tốc của vật A là $v_A = 6\text{m/s}$ theo hướng Ox, vận tốc của vật B là $v_B = 2\text{m/s}$ theo hướng Oy.

a) Viết phương trình chuyển động của mỗi vật theo trục tọa độ riêng của chúng.

b) Sau thời gian bao lâu kể từ khi bắt đầu chuyển động, hai vật A và B lại cách nhau 100m.

c) Xác định khoảng cách nhỏ nhất giữa hai vật A và B.



Hướng dẫn

a) Phương trình chuyển động của vật A: $x_A = 6t$

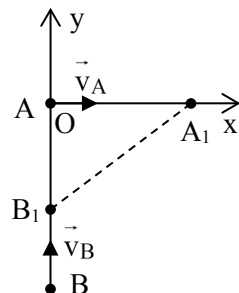
+ Phương trình chuyển động của vật B: $x_B = -100 + 2t$

b) Khoảng cách giữa A và B sau t giây:

$$d^2 = (x_A)^2 + (x_B)^2 \Leftrightarrow d^2 = (-100 + 2t)^2 + 36t^2 (*)$$

+ Khi khoảng cách $d = 100\text{m}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 100^2 = (-100 + 2t)^2 + 36t^2 \\ \Rightarrow 40t^2 - 400t = 0 \Rightarrow t = 10\text{s} \end{cases}$$



c) Biến đổi (*): $40t^2 - 400t + 100^2 = d^2$ (**)

Ta có:
$$\begin{cases} 40t^2 - 2 \cdot (2\sqrt{10}t) \cdot (10\sqrt{10}) + 10^2 \cdot 10 + 9000 = d^2 \text{ (**)} \\ \Leftrightarrow (2\sqrt{10}t - 10\sqrt{10})^2 + 9000 = d^2 \Rightarrow d_{\min} = 30\sqrt{10} \text{ (m)} \end{cases}$$

☞ **Chú ý:** Có thể tính theo biệt thức delta ở lớp 9 từ phương trình bậc 2 như sau:

$$\Delta' = (b')^2 - ac = 200^2 - 40(100^2 - d^2) = 40d^2 - 360000$$

Điều kiện có nghiệm là: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 40d^2 - 360000 \geq 0$

$$\Rightarrow d \geq 30\sqrt{10} \Rightarrow d_{\min} = 30\sqrt{10} \text{ (m)}$$

Ví dụ 6: Người thứ nhất khởi hành từ A đến B với vận tốc 8km/h. Cùng lúc đó người thứ 2 và thứ 3 cùng khởi hành từ B về A với vận tốc lần lượt là 4km/h và 15km/h. Khi người thứ 3 gặp người thứ nhất thì ngay lập tức quay lại chuyển động về phía người thứ 2. Khi gặp người thứ 2 cũng lập tức quay lại chuyển động về phía người thứ nhất và quá trình cứ thế tiếp diễn cho đến lúc ba người ở cùng 1 nơi. Biết chiều dài quãng đường AB là 48km. Chọn trục tọa độ Ox có phương AB, có gốc O tại A, có chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc 3 người khởi hành.

a) Viết phương trình chuyển động của người thứ nhất và thứ hai.

b) Kể từ lúc khởi hành cho đến khi 3 người ở cùng 1 nơi thì người thứ ba đã đi được quãng đường bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn:

a) Vì chọn gốc thời gian là lúc 3 người cùng xuất phát nên $t_{01} = t_{02} = 0$

+ Gốc tọa độ O tại A nên $x_{01} = 0$ và $x_{02} = 48 \text{ km}$

+ Chiều dương là chiều từ A đến B nên:
$$\begin{cases} v_1 > 0 \Rightarrow v_1 = 8 \text{ km/h} \\ v_2 < 0 \Rightarrow v_2 = -4 \text{ km/h} \end{cases}$$

+ Phương trình chuyển động của người thứ nhất: $x_1 = 8t$

+ Phương trình chuyển động của người thứ hai: $x_2 = 48 - 4t$

b) Khi 3 người gặp nhau thì: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 8t = 48 - 4t \Rightarrow t = 4\text{h}$

+ Vậy kể từ khi ba người xuất phát thì sau 4h ba người gặp nhau

+ Do người thứ 3 chuyển động với tốc độ không đổi trong suốt quá trình nên quãng đường người thứ 3 đi được là: $s_3 = v_3 \cdot t = 15 \cdot 4 = 60 \text{ km}$

Vấn đề 2. Dựa vào phương trình chuyển động xác định các đại lượng khác

+ Phương trình chuyển động: $x = x_0 + v(t - t_0)$

+ Quãng đường đi được: $s = v(t - t_0)$

+ So sánh phương trình của đề bài với phương trình tổng quát ta suy ra được các đại lượng x_0 ; t_0 ; v . Từ đó dễ dàng tính được s và x khi biết t .

Ví dụ 7: Cho phương trình chuyển động của 1 chất điểm: $x = 18 - 6(t - 0)$ (với x đo bằng km, t đo bằng h)

- Xác định x_0, t_0 ?
- Xác định vị trí của chất điểm lúc $t = 4h$?
- Tính quãng đường của chất điểm đi được sau 2h kể từ thời điểm đầu ?

Hướng dẫn

a) So sánh phương trình $x = 18 - 6(t - 0)$ với phương trình tổng quát

$x = x_0 + v(t - t_0)$ ta có: $x_0 = 18\text{km}$, $t_0 = 0$, $v = -6\text{km/h}$ (vật đang chuyển động theo chiều âm)

b) Vị trí của chất điểm lúc $t = 4h$: $x = 18 - 6(t - 0) = 18 - 6(4 - 0) = -6\text{km}$

Vậy lúc này vật đang ở miền âm của trục tọa độ

c) Quãng đường đi được sau 2h (kể từ thời điểm đầu): $s = |v|.t = |-6|.2 = 12\text{km}$

Ví dụ 8: Một chất điểm chuyển động thẳng đều dọc theo trục tọa độ Ox có phương trình chuyển động dạng: $x = 30 + 4t$ (x tính bằng mét, t tính bằng giây).

- Xác định tính chất chuyển động (chiều, vị trí ban đầu, vận tốc của chuyển động).
- Định tọa độ chất điểm lúc $t = 10s$.
- Tìm quãng đường trong khoảng thời gian từ $t_1 = 10s$ đến $t_2 = 30s$.

Hướng dẫn

a) So sánh phương trình $x = 30 + 4t$ với phương trình tổng quát $x = x_0 + v(t - t_0)$

ta có: $x_0 = 30\text{m}$, $v = 4\text{m/s}$ (vật đang chuyển động theo chiều dương)

b) Tọa độ chất điểm lúc $t = 10s$: $x = 30 + 4t = 30 + 4.10 = 70\text{m}$

c) Thời gian chuyển từ $t_1 = 10s$ đến $t_2 = 30s$ là: $t = 30 - 10 = 20s$

+ Quãng đường chuyển động được là: $s = v.t = 4.20 = 80\text{m}$

Vấn đề 3. Các bài toán liên quan đến đồ thị

- + Dạng đồ thị tọa độ thời gian có dạng là đường thẳng.
- + Để vẽ đồ thị tọa độ của các vật chuyển động thẳng đều ta tiến hành:
 - Chọn trục tọa độ, gốc thời gian (hệ trục tọa độ Oxt)
 - Lập bảng tọa độ - thời gian (x, t). Lưu ý phương trình tọa độ của chuyển động thẳng đều là phương trình bậc nhất nên đồ thị tọa độ của chuyển động thẳng đều là đường thẳng, do đó ta chỉ cần xác định 2 điểm trên đường thẳng đó là đủ, trừ trường hợp đặc biệt trong quá

trình chuyển động vật dừng lại một thời gian hoặc thay đổi tốc độ, khi đó ta phải xác định các cặp điểm khác.

- Vẽ đồ thị tọa độ bằng cách vẽ đường thẳng hoặc các đoạn thẳng, nửa đường thẳng qua từng cặp điểm đã xác định.

Loại 1. Dựa vào phương trình chuyển động vẽ đồ thị

- + Viết phương trình chuyển động của mỗi xe
- + Dựa vào phương trình chuyển động $\Rightarrow$ lập bảng tọa độ - thời gian
- + Dựa vào bảng tọa độ - thời gian $\Rightarrow$ vẽ đồ thị

Chú ý: Giao của hai đồ thị là vị trí gặp nhau của hai chất điểm. Tung độ cho biết tọa độ (vị trí) gặp nhau, hoành độ cho biết thời gian gặp nhau.

Ví dụ 9: Lúc 7 giờ sáng một xe ô tô xuất phát từ tỉnh A đi đến tỉnh B với vận tốc 60 km/h. Nửa giờ sau một ô tô khác xuất phát từ tỉnh B đi đến tỉnh A với vận tốc 40 km/h. Coi đường đi giữa hai tỉnh A và B là đường thẳng, cách nhau 180 km và các ô tô chuyển động thẳng đều.

- Lập phương trình chuyển động của các xe ô tô. Dựa vào phương trình vẽ đồ thị của các xe.
- Từ đồ thị xác định vị trí và thời điểm mà hai xe gặp nhau.

Hướng dẫn

a) Chọn trục Ox có phương chuyển động, gốc O là vị trí xuất phát xe A, chiều dương là chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc 7h sáng.

+ Phương trình chuyển động của xe A: $x_A = 60t$ (km; h)

+ Phương trình chuyển động của xe B: $x_B = 180 - 40(t - 0,5)$ (km; h)
(điều kiện t: $t \geq 0,5$ h)

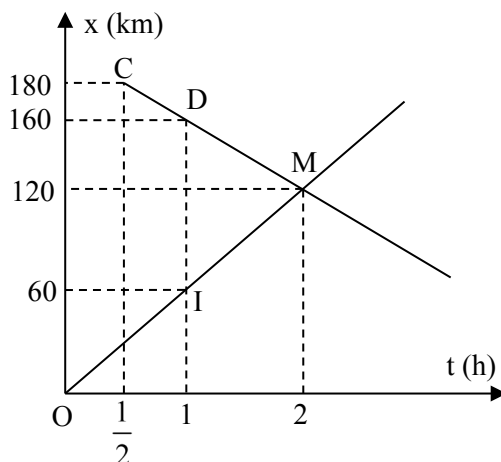
* **Vẽ đồ thị của hai xe**

+ Bảng tọa độ - thời gian:

t (h)	0	1/2	1	2
x_A (km)	0	30	60	120
x_B (km)		180	160	120

+ Đồ thị của x_A là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O (0, 0) và điểm I (1, 60)

+ Đồ thị của x_B là đường thẳng đi qua điểm C ($\frac{1}{2}$, 180) và điểm D (1, 160)



b) Từ đồ thị ta thấy hai xe gặp nhau sau 2h (lúc 9h sáng), lúc này hai xe cách O đoạn 120km

Loại 2. Dựa vào dữ liệu bài toán vẽ luôn đồ thị

- + Chọn hệ quy chiếu: Chọn trục và gốc thời gian (chọn trục Oxt)
- + Lập bảng tọa độ - thời gian

Ví dụ 10: Lúc 6h ô tô thứ nhất đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc 45km/h. Sau khi chạy được 40 phút xe dừng lại tại một bến xe trong thời gian 10 phút. Sau đó lại tiếp tục chạy với vận tốc bằng lúc đầu. Lúc 6 giờ 50 phút, ô tô thứ 2 khởi hành từ thành phố A đi về B với vận tốc 60km/h. Coi chuyển động của hai ô tô là chuyển động thẳng đều.

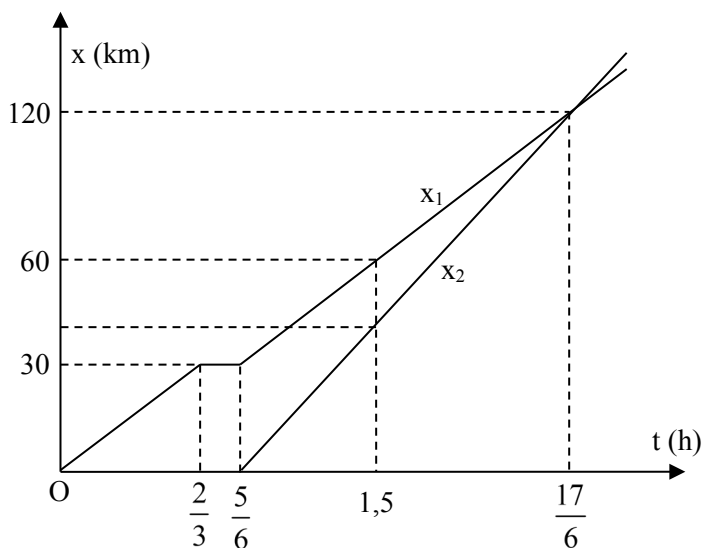
- a) Vẽ đồ thị chuyển động của hai ô tô trên cùng một hệ trục tọa độ.
- b) Căn cứ vào đồ thị, xác định vị trí và thời gian hai ô tô gặp nhau.

Hướng dẫn

a) Chọn trục Oxt, có gốc O trùng A, chiều dương của trục Ox là chiều chuyển động, gốc thời gian $t = 0$ là lúc xe thứ nhất bắt đầu xuất phát.

+ Bảng giá trị của tọa độ - thời gian:

t (h)	0	2/3	5/6	1	1,5
x_1 (km)	0	30	30	37,5	60
x_2 (km)	0	0	0	10	40



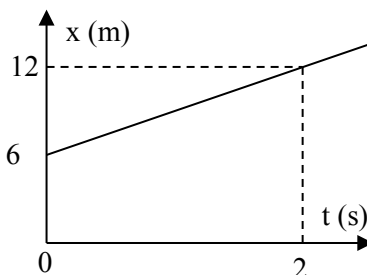
b) Từ đồ thị suy ra thời gian gặp nhau là $t = \frac{17}{6} \text{ h} = 2 \text{ giờ } 50 \text{ phút}$, cách A đoạn 120km.

Loại 3. Dựa vào đồ thị viết phương trình chuyển động, tìm vị trí, thời điểm hai vật gặp nhau.

- + Đặc điểm chuyển động theo đồ thị:
 - Đồ thị dốc lên $\Rightarrow v > 0$ (vật chuyển động theo chiều dương)
 - Đồ thị dốc xuống $\Rightarrow v < 0$ (vật chuyển động theo chiều âm)
 - Đồ thị nằm ngang $\Rightarrow v = 0$ (vật đứng yên)
- + Nếu 2 đồ thị song song thì hai vật có cùng vận tốc.
- + Nếu hai đồ thị cắt nhau tại M: hoành độ của điểm M cho ta biết thời điểm hai vật gặp nhau; tung độ của điểm M cho ta biết vị trí hai vật gặp nhau.
- + Công thức vận tốc: $v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

Ví dụ 11: Một vật chuyển động thẳng đều có đồ thị tọa độ – thời gian như hình.

- a) Xác định đặc điểm của chuyển động.
- b) Viết phương trình chuyển động của vật.



- c) Xác định vị trí của vật sau 10 giây.

Hướng dẫn

a) Đồ thị dốc lên $\Rightarrow$ vật chuyển động theo chiều dương

b) Từ đồ thị ta thấy: $\begin{cases} t = 0 \Rightarrow x = 6\text{m} \\ t = 2\text{s} \Rightarrow x = 12\text{m} \end{cases}$

+ Phương trình tổng quát của vật có dạng: $x = x_0 + v \cdot t$ (*)

+ Thay $t = 0, x = 6\text{m}$ vào (*) ta có: $6 = x_0 + v \cdot 0 \Rightarrow x_0 = 6\text{m}$

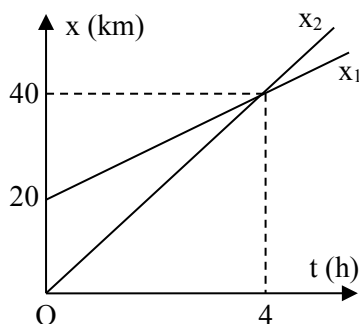
+ Thay $t = 2\text{s}, x = 12\text{m}$ vào (*) ta có: $12 = x_0 + v \cdot 2 \xrightarrow{x_0 = 6\text{m}} v = 3\text{m/s}$

+ Phương trình chuyển động: $x = 6 + 3t$ (m;s)

c) Vị trí của vật sau 10 giây: $x = 6 + 3 \cdot 10 = 36(\text{m})$

Ví dụ 12: Đồ thị chuyển động của người đi bộ và người đi xe đạp được biểu diễn như hình bên.

- Lập phương trình chuyển động của từng người.
- Dựa vào đồ thị, xác định vị trí và thời điểm mà 2 người gặp nhau.
- Từ các phương trình chuyển động, tìm lại vị trí và thời điểm mà 2 người gặp nhau.



Hướng dẫn

a) Phương trình chuyển động tổng quát của hai xe có dạng: $x = x_0 + vt$ (*)

+ Từ đồ thị ta thấy đường thẳng x_1 đi qua hai điểm A (0, 0) và điểm B (4, 40)

+ Thay các tọa độ của A và B vào (*) ta có: $\begin{cases} 0 = x_{01} + v_1 \cdot 0 \\ 40 = x_{01} + 4v_1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_1 = 10\text{km/h} \end{cases} \Rightarrow \text{PT: } x_1 = 10t \quad (\text{km;h})$$

+ Từ đồ thị ta thấy đường thẳng x_2 đi qua hai điểm A (0, 20) và điểm B (4, 40)

+ Thay các tọa độ của A và B vào (*) ta có: $\begin{cases} 20 = x_{02} + v_2 \cdot 0 \\ 40 = x_{02} + 4v_2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = 20\text{km} \\ v_1 = 5\text{ km/h} \end{cases} \Rightarrow \text{PT: } x_2 = 20 + 5t \quad (\text{km;h})$$

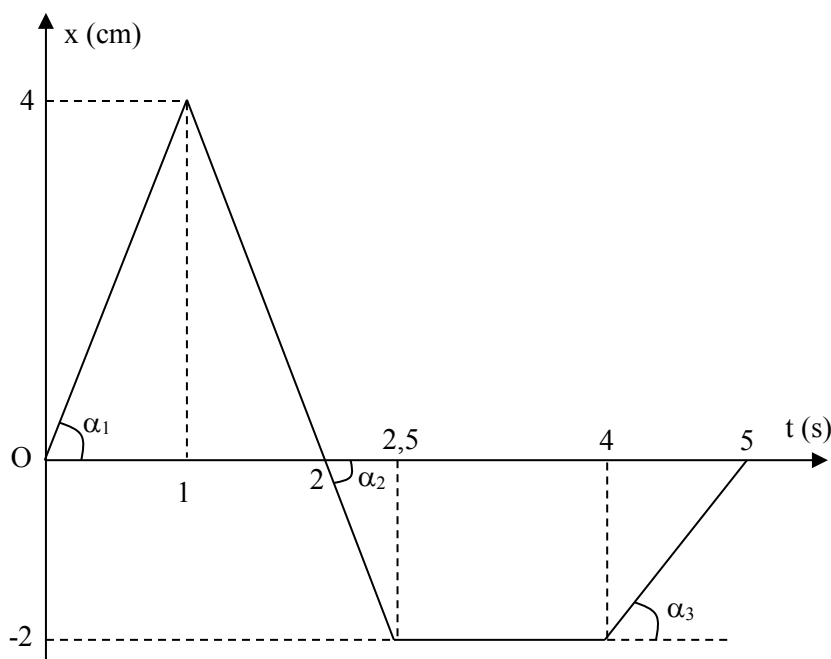
b) Giao của hai đồ thị là vị trí mà hai xe gặp nhau. Từ đồ thị ta thấy chúng gặp nhau sau 4h kể từ khi bắt đầu xuất phát và khi đó chúng cách gốc O một đoạn 40km.

c) Theo câu a ta có phương trình chuyển động của hai xe: $\begin{cases} x_1 = 10t \\ x_2 = 20 + 5t \end{cases}$

+ Khi hai xe gặp nhau thì: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 10t = 20 + 5t \Rightarrow t = 4\text{h} \Rightarrow x_1 = x_2 = 40\text{km}$

Ví dụ 13: Một chất điểm chuyển động trên một đường thẳng. Đồ thị chuyển động của nó được vẽ như hình.

- Hãy mô tả chuyển động của chất điểm.
- Tìm vận tốc trung bình và tốc độ trung bình trong các khoảng thời gian sau: 0 s – 1 s ; 0 s – 4 s ; 1 s – 5 s ; 0 s – 5 s.



Hướng dẫn

a) Trong khoảng thời gian từ $t_0 = 0$ s đến $t_1 = 1$ s, đồ thị chuyển động là một đường thẳng đi lên và tạo một góc α_1 với trục Ox. Như vậy chất điểm chuyển động theo

chiều dương của trục tọa độ, từ vị trí có tọa độ $x_0 = 0$ đến vị trí có tọa độ $x_1 = 4$ cm.

$$\text{Vận tốc của chất điểm bằng: } v_1 = \tan \alpha_1 = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{4 - 0}{1 - 0} = 4 \text{ (cm / s)}$$

Từ lúc $t_1 = 1$ s đến $t_2 = 2,5$ s, đồ thị là một đường thẳng đi xuống và tạo với trục Ox góc α_2 . Như vậy chất điểm chuyển động theo chiều âm của trục tọa độ, từ vị trí có tọa độ $x_1 = 4$ cm đến vị trí có tọa độ $x_2 = -2$ cm. Vận tốc của chất điểm là:

$$v_2 = \tan \alpha_2 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-2 - 4}{2,5 - 1} = -4 \text{ (cm / s)}$$

Từ lúc $t_2 = 2,5$ s đến lúc $t_3 = 4$ s, đồ thị là đường thẳng song song với trục thời gian, chất điểm đứng yên ở vị trí có tọa độ $x_2 = -2$ cm.

Từ lúc $t_3 = 4$ s đến $t_4 = 5$ s, đồ thị là một đường thẳng đi lên và tạo với trục Ox góc α_3 . Như vậy chất điểm chuyển động theo chiều dương của trục tọa độ, từ vị trí có tọa độ $x_2 = -2$ cm đến vị trí có tọa độ $x_3 = 0$ cm. Vận tốc của chất điểm là:

$$v_3 = \tan \alpha_3 = \frac{x_3 - x_2}{t_4 - t_3} = \frac{0 - (-2)}{5 - 4} = 2 \text{ (cm / s)}$$

b) Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình trong từng giai đoạn

Giai đoạn 1: đi từ $t_0 = 0$ đến $t_1 = 1$ s

Lúc $t_0 = 0$ thì $x_0 = 0$; lúc $t_1 = 1$ s thì $x_1 = 4$ cm. Vậy thời gian là: $\Delta t_1 = t_1 - t_0 = 1$ s

Độ dời trong khoảng thời gian này là: $\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 4 - 0 = 4$ cm

$$\text{Vậy: } v_{1tb} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{4}{1} = 4 \text{ cm / s}$$

Quãng đường đi được trong thời gian đó là: $s_1 = |x_1 - x_0| = 4$ cm

$$\text{Tốc độ trung bình là: } \bar{v}_1 = \frac{s_1}{\Delta t_1} = \frac{4}{1} = 4 \text{ cm / s}$$

Giai đoạn 2: Từ lúc $t_0 = 0$ đến $t_2 = 4$ s

Lúc $t_0 = 0$ thì $x_0 = 0$; lúc $t_2 = 4$ s thì $x_2 = -2$ cm. Vậy thời gian là: $\Delta t_2 = t_2 - t_0 = 4$ s

Độ dời trong khoảng thời gian này là: $\Delta x_2 = x_2 - x_0 = -2 - 0 = -2$ cm

$$\text{Vậy: } v_{2tb} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{-2}{4} = -0,5 \text{ cm / s}$$

Do chuyển động không theo một chiều nên ta tính quãng đường như sau:

- Từ lúc $t_0 = 0$ đến $t_1 = 1$ s quãng đường đi được là: $s_1 = |x_1 - x_0| = 4$ cm
- Từ lúc $t_1 = 1$ đến $t_2 = 2,5$ s quãng đường đi được là:
 $s_2 = |x_2 - x_1| = |-2 - 4| = 6$ cm

▪ Từ lúc $t_2 = 2,5$ s đến $t_3 = 4$ s chất điểm đứng yên nên $s_3 = 0$
 Vậy tổng quãng đường đi trong thời gian đó là: $s = 4 + 6 = 10\text{cm}$

Tốc độ trung bình là: $\bar{v}_2 = \frac{s}{\Delta t_2} = \frac{10}{4} = 2,5\text{cm/s}$

Giai đoạn 3: Từ lúc $t_1 = 1$ s đến $t_4 = 5$ s

Tương tự trên ta cũng suy ra được:
$$\begin{cases} \Delta t_3 = t_4 - t_1 = 5 - 1 = 4\text{s} \\ \Delta x_3 = x_4 - x_1 = 0 - 4 = -4\text{cm} \\ \Delta s_3 = 6 + 0 + 2 = 8\text{cm} \end{cases}$$

Nên: $\bar{v}_{3tb} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{-4}{4} = -1\text{cm/s}$; $\bar{v}_3 = \frac{\Delta s_3}{\Delta t_3} = \frac{8}{4} = 2\text{cm/s}$

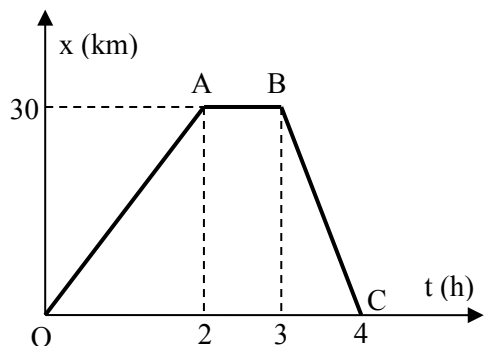
Giai đoạn 4: Từ lúc $t_0 = 0$ s đến $t_4 = 5$ s

Tương tự trên ta cũng suy ra được:
$$\begin{cases} \Delta t_4 = t_4 - t_0 = 5 - 0 = 5\text{s} \\ \Delta x_4 = x_4 - x_0 = 0 - 0 = 0\text{cm} \\ \Delta s_4 = 4 + 6 + 0 + 2 = 12\text{cm} \end{cases}$$

Nên: $\bar{v}_{4tb} = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = 0\text{cm/s}$; $\bar{v}_4 = \frac{\Delta s_4}{\Delta t_4} = \frac{12}{5} = 2,4\text{cm/s}$

Ví dụ 14: Một chất điểm chuyển động trên một đường thẳng gồm 3 giai đoạn, có đồ thị cho như hình.

- Hãy xác định tính chất chuyển động trong từng giai đoạn ?
- Lập phương trình chuyển động của vật cho từng giai đoạn ?



Hướng dẫn

- Giai đoạn OA vật chuyển động theo chiều dương, với quãng đường 60km trong thời gian là 2h. Giai AB nghỉ 1h. Giai đoạn BC chuyển động theo chiều âm, với quãng đường 30km trong thời gian 1h.
- Lập phương trình chuyển động của vật cho từng giai đoạn

*** Xét trong giai đoạn OA:**

+ Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} x_{0-OA} = 0 \\ t_{0-OA} = 0 \end{cases}$$

+ Trong thời gian từ $t_0 = 0$ đến $t_A = 2h$ vật đi từ điểm có tọa độ $x_0 = 0$ đến điểm có tọa độ $x_A = 30km$ nên vận tốc trong giai đoạn OA là:

$$v_{OA} = \frac{x_A - x_0}{t_A - t_0} = \frac{30 - 0}{2 - 0} = 15km / h$$

+ Vậy phương trình chuyển động trong giai đoạn OA: $x_{OA} = 15t$ (km;h)
(với $0 \leq t \leq 2h$)

*** Xét giai đoạn AB:**

+ Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} x_{0-AB} = 30km \\ t_{0-AB} = 2h \end{cases}$

+ Đồ thị trong giai đoạn AB song song với trục Ot $\Rightarrow$ vật không chuyển động

+ Vậy phương trình chuyển động trong giai đoạn AB: $x_{AB} = 30$ km
(với $2 \leq t \leq 3h$)

*** Xét trong giai đoạn BC:**

+ Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} x_{0-BC} = 30km \\ t_{0-BC} = 3h \end{cases}$

+ Trong thời gian từ $t_B = 3$ đến $t_C = 4h$ vật đi từ điểm có tọa độ $x_B = 30km$ đến điểm có tọa độ $x_C = 0$ nên vận tốc trong giai đoạn BC là:

$$v_{BC} = \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} = \frac{0 - 30}{4 - 3} = -30km / h$$

+ Vậy phương trình chuyển động trong giai đoạn BC: $x_{BC} = 30 - 30(t - 3)$ (km;h)
(với $3 \leq t \leq 4h$)

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Hai người khởi hành cùng một lúc tại hai địa điểm A và B cách nhau 20km. Nếu hai người đi ngược chiều nhau thì sau 12 phút họ gặp nhau. Nếu đi cùng chiều thì sau 1 giờ người thứ nhất đuổi kịp người thứ hai. Tính vận tốc của mỗi người.

Bài 2: Có hai xe chuyển động thẳng đều, cùng xuất phát lúc 6 giờ sáng từ hai vị trí A, B cách nhau 220 km. Xe thứ nhất khởi hành từ A đi đến B với tốc độ $v_1 = 60$ km/h. Xe thứ hai khởi hành từ B đi đến A với tốc độ $v_2 = 50$ km/h.

- Thiết lập phương trình chuyển động của hai xe?
- Tìm vị trí và thời điểm mà hai xe gặp nhau.
- Vẽ đồ thị chuyển động hai xe trên cùng một hệ trục tọa độ

Bài 3: Có hai xe chuyển động thẳng đều, từ hai vị trí A, B cách nhau 10,2 km. Lúc 8h xe thứ nhất khởi hành từ A đi đến B với vận tốc $v_1 = 12 \text{ m/s}$. Đến 8h 5 phút xe thứ hai khởi hành từ B đi đến A với vận tốc $v_2 = 10 \text{ m/s}$.

- Thiết lập phương trình chuyển động của hai xe?
- Tìm vị trí (so với gốc toạ độ) và thời điểm mà hai xe gặp nhau.
- Tìm vị trí (so với gốc toạ độ) và thời điểm mà hai xe cách nhau 4,4 km

Bài 4: Một xe ô-tô chuyển động thẳng đều, cứ sau mỗi giờ đi được một quãng đường 50km. Bến ô-tô nằm ở đầu đoạn đường và xe ô-tô xuất phát từ một địa điểm cách bến xe 2km. Chọn bến xe làm mốc, chọn thời điểm ô-tô xuất phát làm gốc thời gian và chọn chiều dương là chiều chuyển động của ô-tô, viết phương trình chuyển động của xe ô-tô.

Bài 5: Hãy lập phương trình chuyển động của một ô tô chuyển động thẳng đều, trong các trường hợp sau:

- Ô tô chuyển động theo chiều dương với tốc độ 5m/s và ở thời điểm $t_1 = 3\text{s}$ thì $x_1 = 90\text{m}$.
- Tại $t_1 = 1\text{s}$ thì $x_1 = 4\text{m}$; và tại $t_2 = 2\text{s}$ thì $x_2 = 5\text{m}$.

Bài 6: Lúc 6h ô tô thứ nhất đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc 45km/h. Sau khi chạy được 40 phút xe dừng lại tại một bến xe trong thời gian 10 phút. Sau đó lại tiếp tục chạy với vận tốc bằng lúc đầu. Lúc 6h 50phút, ô tô thứ 2 khởi hành từ thành phố A đi về B với vận tốc 60km/h. Coi chuyển động của hai ô tô là chuyển động thẳng đều. Chọn trục toạ độ Ox có phương chuyển động, gốc tại A, chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc xe ô tô xuất phát ở thành phố A.

- Lập phương trình chuyển động mỗi xe. Từ phương trình chuyển động suy ra vị trí và thời điểm hai xe gặp nhau.
- Dựa vào phương trình chuyển động ở câu a, vẽ đồ thị chuyển động của hai ô tô trên cùng một hệ trục toạ độ.
- Viết phương trình chuyển động của hai xe trong trường hợp chọn gốc thời gian lúc xe thứ hai bắt đầu xuất phát.

Bài 7: Ba địa điểm A, B, C nằm theo thứ tự đó, dọc một đường thẳng. Một xe tải đi từ B về hướng C với tốc độ 40 km/h. Sau 1h kể từ khi xe tải xuất phát một ô tô con đi từ A về phía B với tốc độ 60 km/h, biết A, B cách nhau 20 km. Hỏi xe con đuổi kịp xe tải sau bao lâu và lúc đó cách A bao xa?

Bài 8: Lúc 6 giờ sáng 2 ô tô cùng khởi hành từ A, chuyển động ngược chiều. Xe thứ nhất có vận tốc 70 km/h, xe thứ hai có vận tốc 40 km/h. Đến 8 giờ sáng cùng ngày, xe thứ nhất dừng lại nghỉ 30 phút rồi chạy theo xe thứ 2 với vận tốc như cũ. Coi chúng chuyển động thẳng đều. Chọn trục Ox có phương là phương chuyển động, gốc tại A, chiều dương là chiều chuyển động của xe thứ 2. Gốc thời gian là

lúc hai xe cùng xuất phát. Bằng cách lập phương trình, xác định vị trí và thời điểm 2 xe gặp nhau.

Bài 9: Hai ô tô xuất phát từ 2 điểm A và B cách nhau 120km, chuyển động thẳng đều theo chiều từ A đến B với vận tốc $v_1 = 30\text{km/h}$ và $v_2 = 20\text{km/h}$.

- Lập phương trình chuyển động của 2 xe trên một hệ tọa độ, chiều dương từ A đến B, gốc tọa độ O tại trung điểm AB, gốc thời gian lúc 2 xe xuất phát.
- Xác định vị trí và thời gian kể từ khi xuất phát đến khi hai xe gặp nhau.

Bài 10: Lúc 6 giờ sáng một người đi xe đạp đuổi theo một người đi bộ đã đi được 8km. Cả hai chuyển động thẳng đều với vận tốc người đi bộ là $v_1 = 4\text{km/h}$ và của người đi xe đạp là $v_2 = 12\text{km/h}$. Tìm vị trí và thời gian người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ?

Bài 11: Lúc 7 giờ, có một xe khởi hành từ A, chuyển động thẳng đều về B với vận tốc 40 km/h. Lúc 7 giờ 30 phút, một chiếc xe khác từ B chuyển động về hướng A với vận tốc 50 km/h. Biết khoảng cách AB = 110 km.

- Xác định vị trí của mỗi xe và khoảng cách giữa chúng lúc 8 h và 9 h?
- Hai xe gặp nhau ở đâu? Lúc mấy giờ?

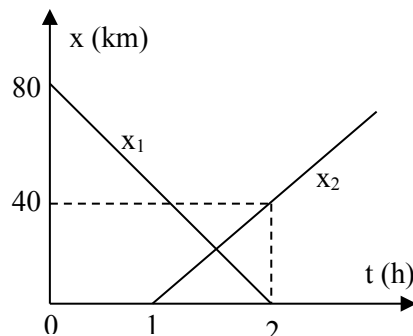
Bài 12: Cùng một lúc, từ hai tỉnh A và B cách nhau 20 km có hai xe chuyển động thẳng đều theo chiều từ A đến B. Sau 2 giờ chuyển động thì chúng gặp nhau. Biết xe thứ nhất, xuất phát từ A có vận tốc 20 km/h. Bằng cách lập phương trình chuyển động, tìm vận tốc của xe thứ hai.

Bài 13: Hai xe khởi hành cùng lúc ở hai bến xe cách nhau 40 km. Biết hai xe chuyển động thẳng đều với vận tốc lần lượt là v_1 và v_2 . Nếu chúng đi cùng chiều thì sau 2 giờ chuyển động, hai xe này sẽ đuổi kịp nhau. Nếu chúng đi ngược chiều, thì sau 24 phút chúng sẽ gặp nhau. Tính độ lớn vận tốc của mỗi xe.

Bài 14: Hai đoàn tàu chuyển động ngược chiều nhau từ 2 điểm A và B cách nhau 100km, hai tàu đều có vận tốc là 60 km/h. Một con chim bay với vận tốc 120 km/h xuất phát từ đầu tàu 1 bay đến đầu tàu 2 và cứ tiếp tục như thế cho đến khi hai đầu tàu ngang qua nhau. Tính thời gian và quãng đường chim bay được cho đến khi 2 đầu tàu ngang qua nhau. Biết 2 tàu và con chim xuất phát cùng một lúc.

Bài 15: Đồ thị tọa độ – thời gian chuyển động của hai xe được biểu diễn như hình vẽ.

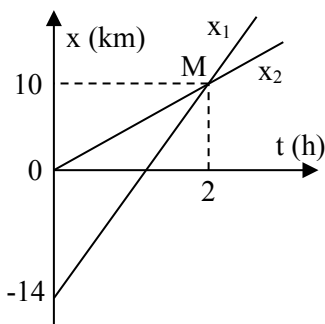
- Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.
- Nêu đặc điểm chuyển động của mỗi xe (vị trí khởi hành,



chiều chuyển động, độ lớn vận tốc).

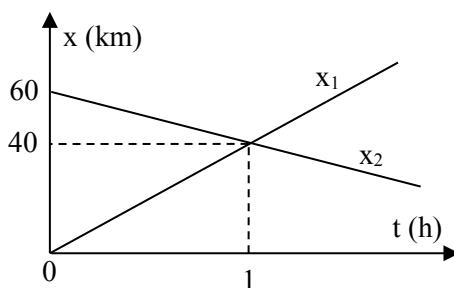
Bài 16: Đồ thị tọa độ – thời gian chuyển động của hai xe được biểu diễn như hình vẽ.

- Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.
- Nêu đặc điểm chuyển động của mỗi xe (vị trí khởi hành, chiều chuyển động, độ lớn vận tốc).



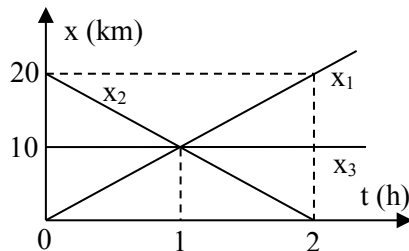
Bài 17: Đồ thị của hai xe được biểu diễn như hình vẽ.

- Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.
- Dựa vào đồ thị tìm thời điểm hai xe cách nhau 30 km sau khi gặp nhau.



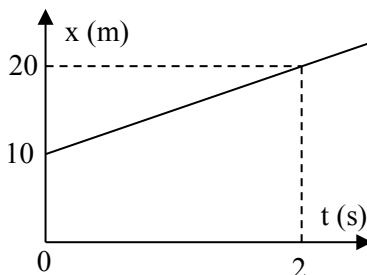
Bài 18: Trên hình vẽ là đồ thị tọa độ – thời gian của 3 ô tô

- Phương trình chuyển động của mỗi xe.
- Tính chất chuyển động của mỗi xe, vị trí và thời điểm chúng gặp nhau.

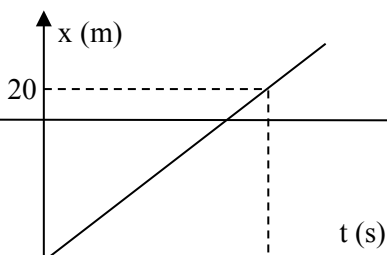


Bài 19: Một vật chuyển động thẳng đều có đồ thị tọa độ – thời gian như hình.

- Xác định đặc điểm của chuyển động.
- Viết phương trình chuyển động của vật.
- Xác định vị trí của vật sau 12 giây.

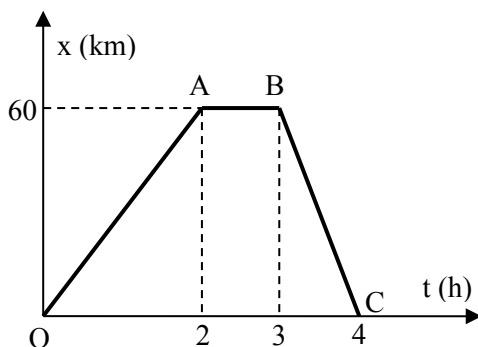


Bài 20: Một vật chuyển động thẳng đều có đồ thị tọa độ – thời gian như hình.



- Vận tốc trung bình của vật là bao nhiêu ?
- Viết phương trình chuyển động của vật và tính thời gian để vật đi đến vị trí cách gốc tọa độ 80 m ?

Bài 21: Một chất điểm chuyển động trên một đường thẳng gồm 3 giai đoạn, có đồ thị cho như hình.



- Hãy xác định tính chất chuyển động trong từng giai đoạn ?
- Lập phương trình chuyển động của vật cho từng giai đoạn ?

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

- + Khi hai xe chuyển động ngược chiều:
$$\begin{cases} x_A = v_1 t \\ x_B = 20 - v_2 t \end{cases}$$
- + Sau $t = 12 \text{ min} = 0,2\text{h}$ gặp nhau nên: $0,2v_1 = 20 - 0,2v_2$ (1)
- + Khi hai xe chuyển động cùng chiều:
$$\begin{cases} x_A = v_1 t \\ x_B = 20 + v_2 t \end{cases}$$
- + Sau $t = 1\text{h}$ gặp nhau nên: $v_1 = 20 + v_2$ $0,2v_1 = 20 - 0,2v_2$ (2)
- + Giải (1) và (2) ta có:
$$\begin{cases} v_1 = 60\text{km/h} \\ v_2 = 40\text{km/h} \end{cases}$$

Bài 2:

+ Chọn trục tọa độ Ox có phương AB, gốc O tại A, chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc hai xe xuất phát.

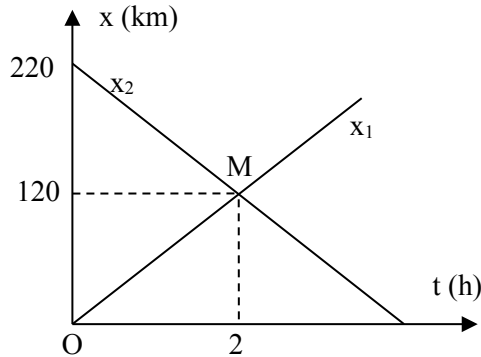
- Phương trình chuyển động của các xe là :
$$\begin{cases} x_1 = 60t \\ x_2 = 220 - 50t \end{cases}$$

b) Khi hai xe gặp nhau: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 60t = 220 - 50t \Rightarrow t = 2\text{h} \Rightarrow x = 120\text{km}$

c) Đồ thị chuyển động của mỗi xe

Đối với xe 1: đồ thị là đường thẳng d_1 đi qua gốc tọa độ ($t = 0, x_1 = 0$) và điểm có tọa độ ($t = 2\text{h}, x_1 = 120\text{ km}$)

Đối với xe 2: đồ thị là đường thẳng d_2 đi qua điểm có tọa độ ($t = 0, x_1 = 220$) và điểm có tọa độ ($t = 2\text{h}, x_1 = 120\text{ km}$)



Bài 3: Chọn trục tọa độ Ox có phương là phương chuyển động, gốc O trùng với A , chiều dương từ A đến B . Gốc thời gian là lúc xe A bắt đầu xuất phát.

a) Phương trình chuyển động của mỗi xe:
$$\begin{cases} x_1 = 12t \\ x_2 = 10200 - 10(t - 300) = 13200 - 10t \end{cases}$$

(Với x đo bằng m và t đo bằng s)

b) Khi hai xe gặp nhau: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 12t = 13200 - 10t \Rightarrow t = 600\text{s} \Rightarrow x = 7200\text{m}$

c) Vị trí và thời điểm mà hai xe cách nhau 4,4 km

Cách nhau 4,4 km trước khi gặp nhau: lúc này $x_2 > x_1$ nên: $x_2 - x_1 = 4,4\text{km}$

$$\Leftrightarrow 13200 - 10t - 12t = 4400 \text{ (m)} \Rightarrow t = 400\text{s} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4800\text{m} \\ x_2 = 9200\text{m} \end{cases}$$

Cách nhau 4,4 km sau khi gặp nhau: lúc này $x_1 > x_2$ nên: $x_1 - x_2 = 4,4\text{km}$

$$\Leftrightarrow 12t - (13200 - 10t) = 4400 \text{ (m)} \Rightarrow t = 800\text{s} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 9600\text{m} \\ x_2 = 5200\text{m} \end{cases}$$

Bài 4:

+ Vì chọn bến xe làm mốc, chọn thời điểm ô tô xuất phát làm gốc thời gian và chọn chiều dương là chiều chuyển động của ô tô nên tọa độ ban đầu của ô tô là

$$x_0 = -2\text{km}$$

+ Vận tốc của ô tô trong quá trình chuyển động là: $v = 50\text{ km/h}$

+ Phương trình chuyển động của ô tô: $x = x_0 + v.t = -2 + 50t \text{ (km; h)}$

Bài 5:

+ Phương trình tổng quát của ô tô có dạng: $x = x_0 + vt$

a) Vì ô tô chuyển động theo chiều dương nên $v > 0 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$

+ Do đó phương trình chuyển động của ô tô có dạng: $x = x_0 + 5t$

+ Tại thời điểm $t_1 = 3 \text{ s}$ thì $x_1 = 90 \text{ m}$ nên ta có: $90 = x_0 + 5.3 \Rightarrow x_0 = 75 \text{ m}$

+ Vậy phương trình chuyển động của ô tô là: $x = 75 + 5t$ (x: m; t: s)

b) Tại $t_1 = 1 \text{ s}$ thì $x_1 = 4 \text{ m} \Rightarrow 4 = x_0 + v$ (1)

+ Tại $t_2 = 2 \text{ s}$ thì $x_2 = 5 \text{ m} \Rightarrow 5 = x_0 + 2v$ (2)

+ Giải hệ phương trình (1) và (2) ta có: $v = 1 \text{ m/s}$ và $x_0 = 3 \text{ m}$

+ Vậy phương trình chuyển động của ô tô là: $x = 3 + t$ (x: m; t: s)

Bài 6:

a) Lập phương trình chuyển động của mỗi xe. Vẽ đồ thị chuyển động của hai ô tô trên cùng một hệ trục tọa độ.

Phương trình chuyển động của xe thứ nhất gồm 3 giai đoạn:

+ **Giai đoạn 1:** Trong thời gian 40 min đầu $= \frac{2}{3}(\text{h})$ đầu

Trong giai đoạn này xe thứ nhất có: $t_{0-1} = 0$, $x_{0-1} = 0$ và $v_1 = 45 \text{ km/h}$

Phương trình chuyển động trong giai đoạn này: $x_{1-1} = 45t$ (với $t \leq \frac{2}{3} \text{ h}$)

+ **Giai đoạn 2:** Xe nghỉ trong 10 phút

Trong giai đoạn này xe thứ nhất có: $t_{0-2} = \frac{2}{3} \text{ h}$, $x_{0-2} = 30$ và $v_1 = 0 \text{ km/h}$

Phương trình chuyển động trong giai đoạn này:

$$x_{1-2} = 30 \text{ (km)} \text{ (với } \frac{2}{3} \text{ h} \leq t \leq \frac{5}{6} \text{ h)}$$

+ **Giai đoạn 3:** Xe tiếp tục chuyển động trong thời gian còn lại

Trong giai đoạn này xe thứ nhất có: $t_{0-3} = \frac{5}{6} \text{ h}$, $x_{0-3} = 30$ và $v_1 = 45 \text{ km/h}$

Phương trình chuyển động trong giai đoạn này:

$$x_{1-3} = 30 + 45 \left(t - \frac{5}{6} \right) \text{ (với } t \geq \frac{5}{6} \text{ h)}$$

Phương trình chuyển động của xe thứ 2:

Lúc 6 giờ 50 phút xe thứ hai xuất phát tại A nên tại thời điểm ban đầu $t_{02} = \frac{5}{6} \text{ h}$ xe

thứ 2 có $x_{02} = 0$

Phương trình chuyển động của xe hai là: $x_2 = 60\left(t - \frac{5}{6}\right)$ (với $t \geq \frac{5}{6}h$)

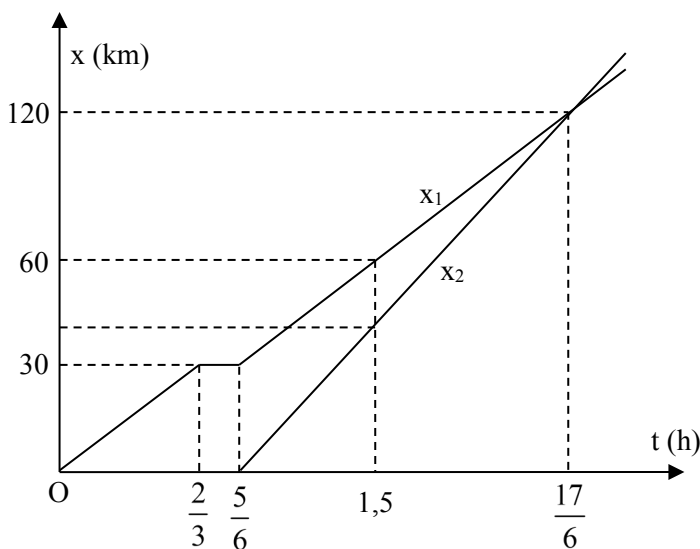
Hai xe chỉ có thể gặp nhau khi: $x_1 = x_2 \Rightarrow t = 2h50ph \Rightarrow x = 120 \text{ km}$.

Thời điểm hai xe gặp nhau là 8 giờ 50 phút, cách A đoạn 120km.

b) Đồ thị chuyển động của các xe

+ Bảng giá trị của tọa độ - thời gian:

t (h)	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	1	1,5
x_1 (km)	0	30	30	37,5	60
x_2 (km)	0	0	0	10	40



c) Khi xe 2 vừa xuất phát thì xe 1 đã đi được quãng đường:

$$s = v_1 \cdot t = 45 \cdot \frac{40}{60} = 30 \text{ km} \Rightarrow x_{01} = 30 \text{ km}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 1 là: $x_1 = 30 + 45t$ (km; h)

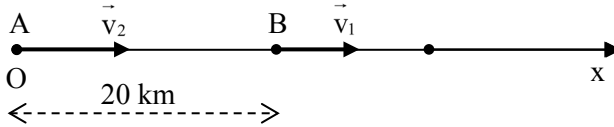
+ Phương trình chuyển động của xe 2 là: $x_2 = 60t$.

+ Khi gặp nhau thì: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 30 + 45t = 60t \Rightarrow t = 2h \Rightarrow x = 120\text{km}$

+ Vậy thời điểm hai xe gặp nhau là 8h50phút, cách A đoạn 120km.

Bài 7:

+ Chọn trục Ox có phương là đường thẳng ABC, gốc tọa độ tại A, chiều dương từ A đến C. Gốc thời là lúc xe tải khởi hành.



* Phương trình chuyển động của xe tải:

+ Tại thời điểm ban đầu $t_{01} = 0$

+ Xe tải cách gốc tọa độ đoạn $x_{01} = BO = 20\text{ km}$

+ Xe tải đi theo chiều dương nên $v_1 > 0 \Rightarrow v_1 = 40\text{ km/h}$.

+ Vậy phương trình chuyển động của xe tải là: $x_1 = 20 + 40t$ (x đo km; t đo h)

* Phương trình chuyển động của ô tô:

+ Vì ô tô xuất phát sau gốc thời gian 1 giờ $\Rightarrow t_{02} = 1h$

+ Tại thời điểm ban đầu ô tô đang ở gốc tọa độ nên $x_{02} = 0$

+ Ô tô đi theo chiều dương nên $v_2 > 0 \Rightarrow v_2 = 60\text{ km/h}$.

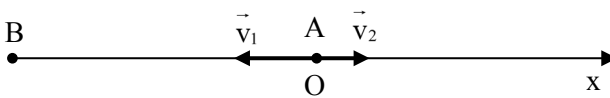
+ Vậy phương trình chuyển động của xe ô tô là: $x_2 = 60(t - 1)$ (x đo km; t đo h)

+ Khi xe ô tô đuổi kịp xe tải thì: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 20 + 40t = 60(t - 1)$

+ Lúc này hai xe cách A đoạn: $x_A = x_1 = 20 + 40.4 = 180\text{km}$

Bài 8:

+ Lúc ban đầu xe thứ nhất đi theo chiều âm, xe thứ hai đi theo chiều dương



+ Phương trình chuyển động của xe thứ nhất gồm 3 giai đoạn:

- Giai đoạn 1: $x_{1-1} = -70t$ (đk: $0 < t \leq 2$)
- Giai đoạn 2: $x_{1-2} = -140$ (đk: $2 \leq t \leq 2,5$)
- Giai đoạn 3: $x_{1-3} = -140 + 70(t - 2,5)$ (đk: $2,5 \leq t$)

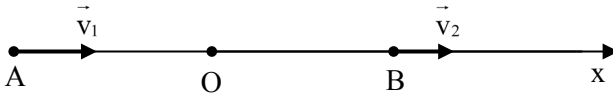
+ Phương trình xe thứ hai: $x_2 = 40t$

+ Khi hai xe gặp nhau: $-140 + 70(t - 2,5) = 40t \Rightarrow t = 10,5h \Rightarrow x = 420\text{ km}$

Chú ý: Lúc đầu hai xe xuất phát tại cùng một điểm A, đi ngược chiều nhau nên trong hai giai đoạn đầu của xe thứ nhất chúng không thể gặp nhau được. Chúng chỉ có thể gặp nhau trong giai đoạn 3.

Bài 9:

+ Trục tọa độ và vị trí các xe được biểu thị như hình



a) Theo cách chọn trục tọa độ và chọn gốc thời gian của bài ta có:
$$\begin{cases} x_{0A} = -60\text{km} \\ x_{0B} = 60\text{km} \end{cases}$$

+ Vì cả hai xe đều chuyển động theo chiều dương nên:
$$\begin{cases} v_A = 30\text{km/h} \\ v_B = 20\text{km/h} \end{cases}$$

+ Phương trình chuyển động của xe A: $x_A = -60 + 30t$ (x đo bằng km; t đo bằng h)

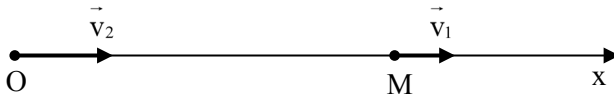
+ Phương trình chuyển động của xe B: $x_B = 60 + 20t$ (x đo bằng km; t đo bằng h)

b) Khi gặp nhau: $x_A = x_B \Leftrightarrow -60 + 30t = 60 + 20t \Rightarrow t = 12\text{h} \Rightarrow x = 360\text{km}$

+ Vậy sau 12h thì hai xe gặp nhau và vị trí gặp nhau cách vị trí A đoạn 360 km

Bài 10:

+ Chọn trục tọa độ Ox có phương là phương chuyển động, gốc O tại vị trí người đi xe đạp xuất phát, chiều dương là chiều chuyển động của người đi xe đạp. Gốc thời gian là lúc 6h sáng.



+ Tại thời điểm ban đầu $t_0 = 0$, người đi xe đạp đang ở gốc tọa độ O còn người đi bộ đang ở M cách gốc O đoạn 8 km nên ta có:
$$\begin{cases} x_{01} = 8\text{km} \\ x_{02} = 0 \end{cases}$$

+ Vì cả hai người đều đi theo chiều dương nên $v > 0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 4\text{km/h} \\ v_2 = 12\text{km/h} \end{cases}$

+ Phương trình chuyển động của người đi bộ: $x_1 = 8 + 4t$ (km, h)

+ Phương trình của người đi xe đạp là: $x_2 = 12t$ (km, h)

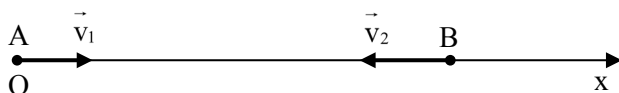
+ Khi hai người gặp nhau thì: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 8 + 4t = 12t \Rightarrow t = 1\text{h}$

+ Vị trí hai người gặp nhau cách gốc O đoạn $x = 12\text{km}$

+ Vậy vào lúc 7 giờ sáng cùng ngày thì hai người gặp nhau và vị trí gặp nhau cách vị trí xuất phát của người đi bộ một đoạn $x = 12\text{km}$

Bài 11:

+ Chọn trục tọa độ Ox có phương AB, gốc O tại A, chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc 7 giờ.



a) Phương trình chuyển động của xe A: $x_A = 40t$ (km, h)

+ Phương trình chuyển động của xe B:

$$x_B = 110 - 50(t - 0,5) \text{ (km, h) (đk: } t \geq 0,5\text{h)}$$

+ Vị trí xe A và xe B lúc 8h: $\Rightarrow t = 1\text{h} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 40t = 40\text{km} \\ x_B = 110 - 50(t - 0,5) = 85\text{km} \end{cases}$

+ Khoảng cách giữa hai xe lúc 8h là: $\Delta x_1 = x_B - x_A = 85 - 40 = 45\text{km}$

+ Vị trí xe A và xe B lúc 9h: $\Rightarrow t = 2\text{h} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 40t = 80\text{km} \\ x_B = 110 - 50(t - 0,5) = 35\text{km} \end{cases}$

+ Khoảng cách giữa hai xe lúc 9h là: $\Delta x_1 = x_A - x_B = 80 - 35 = 45\text{km}$

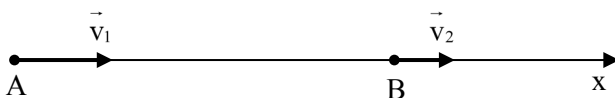
b) Khi hai xe gặp nhau thì:

$$x_A = x_B \Rightarrow 40t = 110 - 50(t - 0,5) \Rightarrow t = 1,5\text{h} \Rightarrow x_A = 60\text{km}$$

+ Vậy hai xe gặp nhau lúc 8 giờ 30 phút, ở vị trí điểm M cách A đoạn 60km

Bài 12:

+ Chọn trục tọa độ Ox có phương AB, gốc O tại A, chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc hai xe xuất phát.



+ Phương trình chuyển động của xe thứ nhất: $x_A = 20t$ (km, h)

+ Phương trình chuyển động của xe thứ hai: $x_B = 20 + vt$ (km, h)

+ Khi hai xe gặp nhau: $x_A = x_B \Leftrightarrow 20t = 20 + vt$

+ Vì sau $t = 2\text{h}$ thì hai xe gặp nhau nên: $20.2 = 20 + v.2 \Rightarrow v = 10(\text{km/h})$

Bài 13:

+ Chọn trục tọa độ Ox có phương chuyển động, gốc O tại vị trí xuất phát xe thứ nhất, chiều dương là chiều chuyển động của xe thứ nhất. Gốc thời gian là lúc hai xe xuất phát.

* Khi hai xe chuyển động cùng chiều, phương trình chuyển động của mỗi xe tương

ứng là:
$$\begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = 40 + v_2 t \end{cases}$$

+ Sau 2h gặp nhau nên ta có: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 2v_1 = 40 + 2v_2 \Leftrightarrow v_1 = 20 + v_2$ (1)

* Khi hai xe chuyển động ngược chiều, phương trình chuyển động của mỗi xe

tương ứng là:
$$\begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = 40 - v_2 t \end{cases}$$

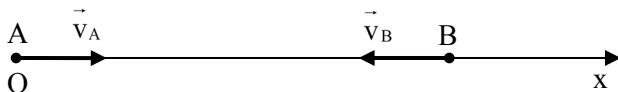
+ Sau 24 phút = 0,4h gặp nhau nên ta có:

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow 0,4v_1 = 40 - 0,4v_2 \Leftrightarrow v_1 = 100 - v_2 \quad (2)$$

+ Giải hệ phương trình (1) và (2) ta có : $v_1 = 60\text{km/h}$ và $v_2 = 40\text{km/h}$

Bài 14:

+ Chọn trục tọa độ Ox có phương là phương chuyển động, gốc là vị trí xuất phát của tàu tại A, chiều từ A đến B. Gốc thời gian là lúc hai đoàn tàu xuất phát.



+ Phương trình chuyển động của tàu A: $x_A = 60t$ (km, h)

+ Phương trình chuyển động của tàu B: $x_B = 100 - 60t$ (km, h)

+ Khi hai tàu gặp nhau: $x_A = x_B \Leftrightarrow 60t = 100 - 60t \Rightarrow t = \frac{5}{6}\text{h}$

+ Trong thời gian $t = \frac{5}{6}\text{h}$ này con chim bay được quãng đường là:

$$s = v \cdot t = 120 \cdot \frac{5}{6} = 100\text{km}$$

Bài 15:

a) Phương trình tổng quát có dạng: $x = x_0 + v(t - t_0)$

* Xét với xe thứ nhất:

+ Từ đồ thị ta có $t_{01} = 0$ nên phương trình tổng quát là $x_1 = x_{01} + v_1 t$

+ Đồ thị của x_1 đi qua điểm $(t = 0, x = 80)$ và điểm $(t = 2, x = 0)$.

$$+ \text{ Do đó ta có: } \begin{cases} 80 = x_{01} + v_1 \cdot 0 \\ 0 = x_{01} + 2v_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{01} = 80\text{km} \\ v_1 = -40\text{km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe thứ nhất là: $x = 80 - 40t$ (km)

* Xét với xe thứ hai:

+ Từ đồ thị ta thấy $t_{02} = 1\text{h}$ nên phương trình tổng quát là $x_2 = x_{02} + v(t - t_{02})$

+ Đồ thị của x_2 đi qua điểm $(t = 1, x = 0)$ và điểm $(t = 2, x = 40)$.

$$+ \text{ Do đó ta có: } \begin{cases} 0 = x_0 + v(1 - 1) \\ 40 = x_0 + v(2 - 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ v = 40\text{km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe thứ hai là: $\begin{cases} x = 40(t - 1) \text{ (km)} \\ t \geq 1\text{h} \end{cases}$

b) Từ đồ thị ta thấy

+ Xe thứ nhất khởi hành tại vị trí cách gốc toạ độ 80 km, chuyển động ngược chiều dương với độ lớn vận tốc là $v_2 = 40 \text{ km/h}$

+ Xe thứ hai khởi hành tại gốc toạ độ sau mốc thời gian 1 giờ, chuyển động cùng chiều dương với độ lớn vận tốc là $v_2 = 40 \text{ km/h}$.

Bài 16:

a) Phương trình tổng quát có dạng: $x = x_0 + vt$

* **Xét với xe 1:**

+ Đồ thị của x_1 đi qua điểm $(t = 0, x = -14)$ và điểm $(t = 2, x = 10)$.

$$+ \text{ Do đó ta có: } \begin{cases} -14 = x_{01} + v_1 \cdot 0 \\ 10 = x_{01} + 2v_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{01} = -14\text{km} \\ v_1 = 12\text{km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 1 là: $x = -14 + 12t$ (km)

* **Xét với xe 2:**

+ Đồ thị của x_2 đi qua điểm $(t = 0, x = 0)$ và điểm $(t = 2, x = 10)$.

$$+ \text{ Do đó ta có: } \begin{cases} 0 = x_{02} + v_2 \cdot 0 \\ 10 = x_{02} + 2v_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{02} = 0 \\ v_2 = 5\text{km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 1 là: $x = 5t$ (km)

b) Từ đồ thị ta thấy

+ Xe 1 khởi hành tại vị trí cách gốc toạ độ 14 km (về phía âm), chuyển động cùng chiều dương, độ lớn vận tốc là $v_1 = 12 \text{ km/h}$.

+ Xe 2 khởi hành tại gốc toạ độ, chuyển động cùng chiều dương, độ lớn vận tốc là $v_2 = 5 \text{ km/h}$.

Bài 17:

a) Phương trình tổng quát có dạng: $x = x_0 + vt$

*** Xét với xe 1:**

+ Đồ thị của x_1 đi qua điểm $(t = 0, x = 0)$ và điểm $(t = 1, x = 40)$.

+ Do đó ta có:
$$\begin{cases} 0 = x_{01} + v_1 \cdot 0 \\ 40 = x_{01} + 1v_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{01} = 0 \\ v_1 = 40 \text{ km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 1 là: $x_1 = 40t$ (km)

*** Xét với xe 2:**

+ Đồ thị của x_2 đi qua điểm $(t = 0, x = 60)$ và điểm $(t = 1, x = 40)$.

+ Do đó ta có:
$$\begin{cases} 60 = x_{02} + v_2 \cdot 0 \\ 40 = x_{02} + 1v_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{02} = 60 \\ v_2 = -20 \text{ km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 2 là: $x_2 = 60 - 20t$ (km)

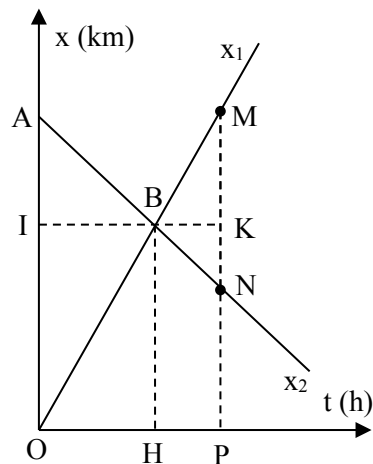
b) Kẻ một đường thẳng song song với trục tung (ứng với $t > 1$ h) cắt hai đường x_1 và x_2 tại hai điểm M và N

+ Từ đề ra ta có $MN = 30$ km (khoảng cách giữa hai xe sau khi gặp nhau)

+ Xét hai tam giác đồng dạng OBA và MBN

ta có:
$$\begin{cases} \frac{OA}{MN} = \frac{BI}{BK} \\ \frac{BI}{BK} = \frac{OH}{HP} \end{cases} \Rightarrow \frac{OA}{MN} = \frac{OH}{HP}$$

$$\Rightarrow HP = \frac{MN \cdot OH}{OA} = \frac{30 \cdot 1}{60} = 0,5 \text{ h}$$



+ Vậy thời gian hai xe cách nhau 30 km là 1,5h kể từ lúc chuyển động.

Bài 18:

a) Phương trình tổng quát có dạng: $x = x_0 + vt$

*** Xét với xe 1:**

+ Đồ thị của x_1 đi qua điểm $(t = 0, x = 0)$ và điểm $(t = 1, x = 10)$.

+ Do đó ta có:
$$\begin{cases} 0 = x_{01} + v_1 \cdot 0 \\ 10 = x_{01} + 1v_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{01} = 0 \\ v_1 = 10 \text{ km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 1 là: $x_1 = 10t$ (km)

*** Xét với xe 2:**

+ Đồ thị của x_2 đi qua điểm $(t = 0, x = 20)$ và điểm $(t = 2, x = 0)$.

+ Do đó ta có:
$$\begin{cases} 20 = x_{02} + v_2 \cdot 0 \\ 0 = x_{02} + 2v_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{02} = 20 \\ v_2 = -10 \text{ km/h} \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 2 là: $x_2 = 20 - 10t$ (km)

*** Xét với xe 3:**

+ Đồ thị của x_2 đi qua điểm ($t = 0, x = 10$) và điểm ($t = 1, x = 10$).

+ Do đó ta có:
$$\begin{cases} 10 = x_{03} + v_3 \cdot 0 \\ 10 = x_{03} + 1 \cdot v_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{03} = 10 \\ v_3 = 0 \end{cases}$$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe 2 là: $x_3 = 10$ (km)

b) Từ đồ thị ta thấy:

+ Xe 1 chuyển động cùng chiều dương với tốc độ 10 km/h

+ Xe 2 chuyển động ngược chiều dương với vận tốc 10 km/h

+ Xe 3 đứng yên tại vị trí cách gốc tọa độ 10 km.

+ Ba xe gặp nhau tại vị trí cách gốc tọa độ 10 km, sau khi khởi hành được 1h

Bài 19:

a) Đồ thị dốc lên $\Rightarrow$ vật chuyển động theo chiều dương

b) Từ đồ thị ta thấy:
$$\begin{cases} t = 0 \Rightarrow x = 10\text{m} \\ t = 2\text{s} \Rightarrow x = 20\text{m} \end{cases}$$

+ Phương trình tổng quát của vật có dạng: $x = x_0 + v \cdot t$ (*)

+ Thay $t = 0, x = 10\text{m}$ vào (*) ta có: $10 = x_0 + v \cdot 0 \Rightarrow x_0 = 10\text{m}$

+ Thay $t = 2\text{s}, x = 20\text{m}$ vào (*) ta có: $20 = x_0 + v \cdot 2 \xrightarrow{x_0 = 10\text{m}} v = 5\text{m/s}$

+ Phương trình chuyển động: $x = 10 + 5t$ (m;s)

c) Vị trí của vật sau 12 giây: $x = 10 + 5 \cdot 12 = 70(\text{m})$

Bài 20:

+ Phương trình chuyển động tổng quát của vật: $x = x_0 + vt$

+ Từ đồ thị thấy rằng khi $t = 0 \Rightarrow x = 0$ và khi $t = 2(\text{s}) \Rightarrow x = 20\text{m}$. Thay vào

phương trình tổng quát ta có:
$$\begin{cases} 0 = x_0 + v \cdot 0 \\ 20 = x_0 + 2 \cdot v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ v = 10\text{m/s} \end{cases}$$

a) Vận tốc trung bình:
$$v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{2} = 10\text{m/s}$$

b) Phương trình chuyển động của vật: $x = 10t$ (x đo bằng m, t đo bằng s)

+ Khi vật cách gốc tọa độ 80km thì: $x = 10t \Leftrightarrow 80 = 10t \Rightarrow t = 8\text{s}$

Bài 21:

a) Giai đoạn OA vật chuyển động theo chiều dương, với quãng đường 60km trong thời gian là 2h. Giai đoạn AB nghỉ 1h. Giai đoạn BC chuyển động theo chiều âm, với quãng đường 60km trong thời gian 1h.

b) Lập phương trình chuyển động của vật cho từng giai đoạn.

*** Xét trong giai đoạn OA:**

+ Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} x_{0-OA} = 0 \\ t_{0-OA} = 0 \end{cases}$$

+ Trong thời gian từ $t_0 = 0$ đến $t_A = 2h$ vật đi từ điểm có tọa độ $x_0 = 0$ đến điểm có tọa độ $x_A = 60km$ nên vận tốc trong giai đoạn OA là:

$$v_{OA} = \frac{x_A - x_0}{t_A - t_0} = \frac{60 - 0}{2 - 0} = 30km / h$$

+ Vậy phương trình chuyển động trong giai đoạn OA: $x_{OA} = 30t$ (km;h)

(với $0 \leq t \leq 2h$)

*** Xét giai đoạn AB:**

+ Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} x_{0-AB} = 60km \\ t_{0-AB} = 2h \end{cases}$$

+ Đồ thị trong giai đoạn AB song song với trục Ot $\Rightarrow$ vật không chuyển động

+ Vậy phương trình chuyển động trong giai đoạn AB: $x_{AB} = 60$ km

(với $2 \leq t \leq 3h$)

*** Xét trong giai đoạn BC:**

+ Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} x_{0-BC} = 60km \\ t_{0-BC} = 3h \end{cases}$$

+ Trong thời gian từ $t_B = 3$ đến $t_C = 4h$ vật đi từ điểm có tọa độ $x_B = 60km$ đến điểm có tọa độ $x_C = 0$ nên vận tốc trong giai đoạn BC là:

$$v_{BC} = \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} = \frac{0 - 60}{4 - 3} = -60km / h$$

+ Vậy phương trình chuyển động trong giai đoạn BC: $x_{BC} = 60 - 60(t - 3)$ (km;h)

(với $3 \leq t \leq 4h$)

Dạng 3. CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

Vấn đề 1. Dựa vào phương trình x, s, v để tìm các đại lượng liên quan

- + Phương trình chuyển động (phương trình tọa độ):

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \xrightarrow{t_0=0} x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

- + Phương trình quãng đường:

$$s = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \xrightarrow{t_0=0} s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

- + Phương trình vận tốc (vận tốc tức thời):

$$v = v_0 + a(t - t_0) \xrightarrow{t_0=0} v = v_0 + at$$

- + So sánh phương trình đề bài và phương trình tổng quát suy ra: a, v_0, x_0, t_0

- + Từ đó thay t vào để tính x, v, s ở thời gian t

Chú ý:

- ✓ x_0 là tọa độ ban đầu, cho biết lúc t_0 chất điểm có tọa độ x_0
- ✓ v_0 là vận tốc ban đầu (vận tốc tại t_0)
- ✓ a là gia tốc của chuyển động (đơn vị thường dùng là m/s^2 và cm/s^2)
- ✓ x là tọa độ; v là vận tốc ở thời điểm t
- ✓ t_0 là thời điểm ban đầu (so với mốc thời gian), $t_0 > 0$ nếu mốc thời gian chọn trước t_0 và $t_0 < 0$ nếu mốc thời gian chọn sau t_0 , để đơn giản thường chọn mốc thời gian trùng với t_0 khi đó $t_0 = 0$.
- ✓ Khi vật qua gốc tọa độ thì $x = 0$; khi vận tốc đổi chiều thì $v = 0$.

Ví dụ 1: Cho phương trình chuyển động của một vật: $x = 2t^2 + 10t + 100$ (trong đó x đo bằng m, thời gian t đo bằng s)

- Tính gia tốc của chuyển động.
- Tìm vận tốc lúc $t = 2$ s.
- Xác định vị trí của vật khi vật có vận tốc 30 m/s.
- Xác quãng đường đi được của vật sau khoảng thời gian 5 s (kể từ $t = 0$).

Hướng dẫn

- + So sánh phương trình $x = 2t^2 + 10t + 100$ với phương trình tổng quát

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \text{ ta có: } \begin{cases} x_0 = 100m; v_0 = 10m/s \\ \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4m/s^2 \end{cases}$$

- Gia tốc của chuyển động là $a = 4m/s^2$
- Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ s: $v = v_0 + at = 10 + 4t = 10 + 4.2 = 18(m/s)$
- Khi vật có vận tốc $v = 30$ m/s thì: $30 = 10 + 4t \Rightarrow t = 5s$

+ Vị trí của vật lúc này là: $x = 2t^2 + 10t + 100 = 2.5^2 + 10.5 + 100 = 200\text{m}$

d) Quãng đường đi được của vật: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 10.5 + \frac{4}{2}.5^2 = 100\text{m}$

Ví dụ 2: Một chất điểm chuyển động theo phương trình: $x = 10 + 20t - 2t^2$ (với x đo bằng m, t đo bằng s). Hãy xác định :

- Gia tốc, toạ độ x_0 và vận tốc ban đầu v_0 .
- Vận tốc ở thời điểm $t = 3\text{s}$.
- Vận tốc lúc vật có toạ độ $x = 60\text{ m}$.
- Toạ độ lúc vận tốc là $v = 4\text{ (m/s)}$.
- Quãng đường đi từ $t_1 = 2\text{s}$ đến $t_2 = 5\text{s}$.
- Quãng đường đi được khi vận tốc thay đổi từ $v_1 = 8\text{ (m/s)}$ đến $v_2 = 4\text{ (m/s)}$.

Hướng dẫn

a) So sánh phương trình $x = 10 + 20t - 2t^2$ với phương trình tổng quát

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \text{ ta có: } \begin{cases} x_0 = 10\text{m}; v_0 = 20\text{m/s} \\ \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4\text{m/s}^2 \end{cases}$$

b) Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at = 20 - 4t$

+ Vận tốc ở thời điểm $t = 3\text{s}$ là: $v_{(t=3)} = 20 - 4.3 = 8\text{ m/s}$

c) Khi $x = 60 \Rightarrow 60 = 10 + 20t - 2t^2 \Rightarrow t = 5(\text{s})$

+ Thay $t = 5\text{s}$ vào phương trình vận tốc ta có: $v = 20 - 4.5 = 0$

d) Khi $v = 4\text{ m/s} \Rightarrow 4 = 20 - 4t \Rightarrow t = 4\text{s}$

+ Thay $t = 4\text{s}$ vào phương trình chuyển động ta có:

$$x = 10 + 20t - 2t^2 = 10 + 20.4 - 2.4^2 = 58(\text{m})$$

e) Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 20t - 2t^2$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian $t_1 = 2\text{s}$ là:

$$s_1 = 20t - 2t^2 = 20.2 - 2.2^2 = 32(\text{m})$$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian $t_2 = 5\text{s}$ là:

$$s_2 = 20t - 2t^2 = 20.5 - 2.5^2 = 50(\text{m})$$

+ Vậy quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t_1 đến t_2 là:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 50 - 32 = 18(\text{m})$$

f) Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2as$

+ Quãng đường chất điểm đi được từ $v_0 = 10\text{ m/s}$ đến $v_1 = 8\text{m/s}$ là:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as_1 \Rightarrow s_1 = \frac{8^2 - 10^2}{2 \cdot (-4)} = 4,5(\text{m})$$

+ Quãng đường chất điểm đi được từ $v_0 = 10 \text{ m/s}$ đến $v_2 = 4 \text{ m/s}$ là:

$$v_2^2 - v_0^2 = 2as_2 \Rightarrow s_2 = \frac{4^2 - 10^2}{2 \cdot (-4)} = 10,5(\text{m})$$

+ Vậy quãng đường chất điểm đi được từ $v_1 = 8 \text{ m/s}$ đến $v_2 = 4 \text{ m/s}$ là:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 10,5 - 4,5 = 6(\text{m})$$

Ví dụ 3: Một vật chuyển động biến đổi đều có phương trình vận tốc theo thời gian t là: $v = 20 + 8t$ (trong đó x đo bằng cm, t đo bằng s).

- Xác định vận tốc đầu và gia tốc của vật. Từ đó cho biết tính chất của chuyển động (chuyển động nhanh dần đều hay chậm dần đều).
- Xác định vận tốc và vị trí của vật tại thời điểm $t = 2 \text{ s}$. Biết tại thời điểm ban đầu vật đang ở vị trí $x_0 = 0$.
- Xác định quãng đường đi được trong khoảng thời gian $t = 5 \text{ s}$ kể từ khi bắt đầu chuyển động.
- Tính quãng đường vật đi được từ $t_1 = 2 \text{ s}$ đến $t_2 = 5 \text{ s}$. Tính v_{tb} trong khoảng thời gian này.

Hướng dẫn

a) So sánh với phương trình vận tốc tổng quát $v = v_0 + at \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 20(\text{cm/s}) \\ a = 8(\text{cm/s}^2) \end{cases}$

+ Vì vận tốc v_0 và gia tốc a cùng dấu nên chuyển động của vật thuộc loại chuyển động nhanh dần đều.

b) Thay $t = 2 \text{ s}$ vào phương trình vận tốc ta có: $v = 20 + 8 \cdot 2 = 36 \text{ cm/s}$

+ Phương trình tọa độ (phương trình chuyển động) của chất điểm là:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 20t + 4t^2 \quad (x \text{ đo bằng cm, } t \text{ đo bằng s})$$

+ Thay $t = 2 \text{ s}$ vào phương trình tọa độ ta có: $x = 20 \cdot 2 + 4 \cdot 2^2 = 56 \text{ cm}$

c) Vận tốc của vật khi $t = 5 \text{ s}$ là: $v = 20 + 8 \cdot 5 = 60 \text{ cm/s}$

+ Quãng đường đi được của vật khi $t = 5 \text{ s}$: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{60^2 - 20^2}{2 \cdot 8} = 200(\text{cm})$

d) Vận tốc của vật khi $t_1 = 2 \text{ s}$: $v_1 = 20 + 8 \cdot 2 = 36 \text{ cm/s}$

+ Quãng đường đi được trong thời gian $t_1 = 2 \text{ s}$:

$$s_1 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} = \frac{36^2 - 20^2}{2 \cdot 8} = 56(\text{cm})$$

+ Vận tốc của vật khi $t_2 = 5 \text{ s}$: $v_2 = 20 + 8 \cdot 5 = 60 \text{ cm/s}$

+ Quãng đường vật đi được trong thời gian $t_2 = 5s$:

$$s_2 = \frac{v_2^2 - v_0^2}{2a} = \frac{60^2 - 20^2}{2.8} = 200(\text{cm})$$

+ Vậy quãng đường chất điểm đi được trong thời gian từ $t_1 = 2s$ đến $t_2 = 5s$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 200 - 56 = 144(\text{cm})$$

+ Vận tốc trung bình trong thời gian này là: $v_{tb} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{36 + 60}{2} = 48(\text{cm/s})$

Vấn đề 2. Cho các mối liên hệ về vận tốc, thời gian, quãng đường, vị trí

+ Vị trí ở thời điểm t : $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

+ Quãng đường đi được sau thời gian t : $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

+ Vận tốc vào thời điểm t : $v = v_0 + at$

+ Mối liên hệ v_0, v, a và s : $v^2 - v_0^2 = 2as$ (s là quãng đường đi từ $v_0 \rightarrow v$)

Chú ý:

✓ Khi chọn chiều dương là chiều chuyển động thì $v^2 - v_0^2 = 2as$, khi chọn chiều dương ngược chiều chuyển động thì $v_0^2 - v^2 = 2a.s$ (*)

✓ Trong chuyển động thẳng biến đổi đều, vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 được tính bằng công thức: $v_{tb} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ (**)

(Với v_1 là vận tốc lúc t_1 và v_2 là vận tốc lúc t_2)

✎ Chứng minh biểu thức (*):

+ Khi chọn chiều dương ngược chiều chuyển động thì:

$$s = x_0 - x = -\left(v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right)$$

+ Lại có: $v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} \Rightarrow s = -\left(v_0 \left[\frac{v - v_0}{a}\right] + \frac{1}{2}a \left[\frac{v - v_0}{a}\right]^2\right)$

$$\Rightarrow s = -\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2a}\right) \Rightarrow v_0^2 - v^2 = 2a.s$$

+ Chú ý v, v_0 và a có giá trị đại số, còn s luôn dương

✎ Chứng minh biểu thức ():**

+ Ta có: $v_{tb} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(v_0 t_2 + 0,5at_2^2) - (v_0 t_1 + 0,5at_1^2)}{t_2 - t_1}$

$$\Leftrightarrow v_{tb} = \frac{v_0(t_2 - t_1) + 0,5a(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow v_{tb} = v_0 + \frac{1}{2}a(t_2 + t_1) = \frac{v_0 + at_1}{2} + \frac{v_0 + at_2}{2} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Ví dụ 4: Tính gia tốc của chuyển động trong các trường hợp sau:

- Xe rời bến, chuyển động thẳng nhanh dần đều. Sau 1 phút vận tốc đạt 54km/h.
- Xe đang chạy với vận tốc 36 km/h thì hãm phanh và dừng lại sau 10 s.
- Xe chuyển động thẳng nhanh dần đều. Sau 1 phút, vận tốc tăng từ 18km/h lên 72 km/h.

Hướng dẫn

a) Vận tốc vào thời điểm t: $v = v_0 + at$

Sau thời gian $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ thì vận tốc $v = 54\text{km/h} = 15\text{m/s}$, và lúc đầu xe bắt đầu rời bến nên $v_0 = 0$. Do đó: $15 = 0 + 60a \Rightarrow a = 0,25\text{m/s}^2$

b) Ta có: $v_0 = 36\text{km/h} = 10 \text{ m/s}$, $t = 10\text{s}$, $v = 0$ nên: $0 = 10 + 10a \Rightarrow a = -1\text{m/s}^2$

c) Ta có: $v_0 = 18\text{km/h} = 5\text{m/s}$, $v = 72 \text{ km/h} = 20\text{m/s}$, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

Do đó: $20 = 5 + 60a \Rightarrow a = 0,25\text{m/s}^2$

Ví dụ 5: Vận tốc của một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox cho bởi hệ thức: $v = 10 - 2t \text{ (m/s)}$.

- Tính vận tốc tại thời điểm ban đầu $t = 0$ và gia tốc của chuyển động.
- Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ $t_1 = 2\text{s}$ đến $t_2 = 4\text{s}$ là bao nhiêu.

Hướng dẫn

a) Từ phương trình $v = 10 - 2t \text{ (m/s)}$ ta có: $v_0 = 10\text{m/s}$; $a = -2\text{m/s}^2$

b) Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 :

$$+ \text{ Ta có: } v_{tb} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(v_0 t_2 + 0,5at_2^2) - (v_0 t_1 + 0,5at_1^2)}{t_2 - t_1}$$

$$\Leftrightarrow v_{tb} = \frac{v_0(t_2 - t_1) + 0,5a(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow v_{tb} = v_0 + \frac{1}{2}a(t_2 + t_1) = \frac{v_0 + at_1}{2} + \frac{v_0 + at_2}{2} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$+ \text{ Mà: } \begin{cases} v_1 = 10 - 2t_1 = 10 - 2.2 = 6\text{m/s} \\ v_2 = 10 - 2t_2 = 10 - 2.4 = 2\text{m/s} \end{cases} \Rightarrow v_{tb} = 4\text{m/s}$$

+ Vì v_1 và v_2 cùng dấu nên trong khoảng thời gian này vật chưa đổi chiều chuyển động nên vận tốc trung bình và tốc độ trung bình bằng nhau nên $\bar{v} = v_{tb} = 4 \text{ m/s}$

Ví dụ 6: Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc 72 km/h thì giảm đều tốc độ, khi đi được quãng đường 50 m thì vận tốc chỉ còn lại một nửa ban đầu.

a) Tính gia tốc của ô tô.

b) Tính quãng đường đi được cho đến khi dừng hẳn

Hướng dẫn

a) Ta có:
$$\begin{cases} v^2 - v_0^2 = 2as \\ v = \frac{v_0}{2}; s = 50 \text{ m}; v_0 = 20 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = -3 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

b) Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 20^2}{2 \cdot (-3)} \text{ m} = \frac{200}{3} \approx 66,67 \text{ m}$

Ví dụ 7: Một vật chuyển động trên 3 đoạn đường liên tiếp bằng nhau trước khi dừng lại. Biết rằng thời gian chuyển động trên đoạn đường thứ 2 vật đi trong 1 giây. Tính thời gian vật đi 3 đoạn đường này.

Hướng dẫn

Chọn mốc $t = 0$ là lúc xe dừng hẳn. Chiều dương ngược chiều chuyển động của xe. Gốc tọa độ tại chỗ dừng. Bài toán tương đương như vật chuyển động nhanh dần từ vị trí dừng đến vị trí xuất phát (đi lùi).

+ Gọi t_3 là thời gian đi trên đoạn 3 ta có: $s = \frac{1}{2}at_3^2$ (1)

+ Quãng đường đi được trên đoạn 3 và 2: $2s = \frac{1}{2}a(t_3 + 1)^2$ (2)

+ Lấy (2) chia (1) ta có:
$$\begin{cases} 2 = \frac{(t_3 + 1)^2}{t_3^2} \Rightarrow 2t_3^2 = t_3^2 + 2t_3 + 1 \Rightarrow t_3^2 - 2t_3 - 1 = 0 \\ \Rightarrow t_3 = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow t_2 = 2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

+ Khi đi trên cả 3 đoạn: $3s = \frac{1}{2}at^2$ (3)

+ Lấy (3) chia (1) ta có: $3 = \frac{t^2}{t_3^2} \Rightarrow t^2 = 3t_3^2 \Rightarrow t = t_3\sqrt{3} = (1 + \sqrt{2})\sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{6}$

+ Vậy tổng thời gian là $t = \sqrt{3} + \sqrt{6}$

Vấn đề 3. Quãng đường đi được từ t_1 đến t_2

Loại 1. Quãng đường đi được trong giây thứ n (trong giây cuối của n giây đầu tiên)

+ Quãng đường đi được trong thời gian t : $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

+ Quãng đường đi được trong n giây đầu tiên: $s_n = v_0 \cdot n + \frac{1}{2} a \cdot n^2$

+ Quãng đường đi được trong $(n - 1)$ giây đầu tiên:

$$s_{n-1} = v_0 \cdot (n - 1) + \frac{1}{2} a \cdot (n - 1)^2$$

+ Quãng đường đi được trong giây thứ n (trong giây cuối của n giây đầu tiên)
là: $\Delta s = s_n - s_{n-1}$

$$\Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot n + \frac{1}{2} a \cdot n^2 - \left[v_0 \cdot (n - 1) + \frac{1}{2} a \cdot (n - 1)^2 \right] = v_0 + a n - \frac{1}{2} a$$

+ Khi vật chuyển động chậm dần đều, đến khi dừng lại ta có:

$$v = 0 = v_0 + a t \xrightarrow{t=n} v_0 + a \cdot n = 0 \Rightarrow \Delta s = -\frac{1}{2} a$$

Ví dụ 8: Xe máy chuyển động thẳng nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, trong 3s đầu đi được quãng đường 2,5m.

a) Tìm gia tốc và vận tốc của xe máy lúc $t = 3$ s.

b) Tìm quãng đường xe máy đã đi trong 2 giây đầu và trong giây thứ 3.

Hướng dẫn

a) Ta có: $s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$. Vì xe chuyển động nhanh dần từ trạng thái nghỉ nên $v_0 = 0$

+ Vậy: $s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{5}{9} (\text{m} / \text{s}^2)$

+ Vận tốc của xe máy lúc $t = 3$ s: $v = a t = \frac{5}{9} \cdot 3 = \frac{5}{3} (\text{m} / \text{s})$

b) Theo trên ta có: $s = \frac{1}{2} a t^2$

+ Quãng đường xe máy đi được trong 2 giây đầu tiên: $s_{t=2} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} \cdot 2^2 = \frac{10}{9} \text{m}$

+ Quãng đường xe máy đi được trong 3 giây đầu tiên: $s_{t=3} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} \cdot 3^2 = \frac{5}{2} \text{m}$

+ Vậy quãng đường đi được trong giây thứ 3 là: $\Delta s = s_{(t=3)} - s_{(t=2)} = \frac{25}{18} \text{m}$

Ví dụ 9: Một ô tô chuyển động thẳng chậm dần đều. Xác định quãng đường ô tô đi được cho đến khi dừng lại. Biết quãng đường ô tô đi được trong giây đầu tiên gấp 39 lần quãng đường chất điểm đi được trong giây cuối cùng và tổng quãng đường đi được trong hai khoảng thời gian đó là 20m.

Hướng dẫn

Cách 1:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (*)

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 1 giây đầu và trong 1 giây cuối. Theo đề ra ta có:
$$\begin{cases} s_1 = 39s_2 \\ s_1 + s_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 19,5(\text{m}) \\ s_2 = 0,5(\text{m}) \end{cases}$$

+ Từ (*) ta có quãng đường chất điểm đi được trong giây đầu tiên ($t = 1$) là:

$$s_1 = 19,5 = v_0 \cdot 1 + \frac{1}{2} a \cdot 1^2 \Leftrightarrow v_0 + 0,5a = 19,5 \quad (**)$$

+ Nếu chọn $t = 0$ là lúc chất điểm dừng lại và coi như chất điểm đi lùi thì bài toán xem như chất điểm chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $|a|$ và vận tốc ban đầu

bằng 0. Do đó ta viết lại phương trình quãng đường như sau: $s = \frac{1}{2} |a| t^2$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong giây cuối là:

$$s_2 = \frac{1}{2} |a| \cdot (1)^2 \Leftrightarrow 0,5 = \frac{|a|}{2} \Rightarrow |a| = 1(\text{m} / \text{s}^2)$$

+ Vì lúc đầu chất điểm chuyển động chậm dần $\Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -1(\text{m} / \text{s}^2)$

+ Thay $a = -1(\text{m} / \text{s}^2)$ vào (**) ta có: $v_0 = 20(\text{m} / \text{s})$

+ Ta có: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

+ Khi dừng lại thì $v = 0$ nên: $s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-20^2}{2 \cdot (-1)} = 200(\text{m})$

Cách 2:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (1)

+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at$ (2)

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian n giây là:

$$s_n = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2} a (n)^2$$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian $(n - 1)$ giây là:

$$s_{n-1} = v_0 \cdot (n - 1) + \frac{1}{2} a (n - 1)^2$$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong giây cuối là:

$$\Delta s = s_n - s_{n-1} = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2} a (n)^2 - \left[v_0 \cdot (n - 1) + \frac{1}{2} a (n - 1)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \Delta s = v_0 + an - \frac{1}{2} a \quad (3)$$

+ Khi chất điểm dừng lại thì: $\begin{cases} t = n \\ v = 0 \end{cases} \xrightarrow{(2)} v_0 + a \cdot n = 0 \quad (4)$

+ Thay (4) vào (3) ta có: $\Rightarrow \Delta s = -\frac{1}{2} a \Rightarrow a = -2 \cdot \Delta s \quad (5)$

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 1 giây đầu và trong 1 giây cuối. Theo đề ra ta có: $\begin{cases} s_1 = 39s_2 \\ s_1 + s_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 19,5 \text{ (m)} \\ s_2 = 0,5 \text{ (m)} = \Delta s \end{cases}$

+ Theo (5) ta có: $a = -2 \cdot \Delta s = -2 \cdot 0,5 = -1 \text{ (m/s}^2\text{)} \quad (6)$

+ Từ (1) ta có quãng đường chất điểm đi được trong giây đầu tiên ($t = 1$) là:

$$s_1 = 19,5 = v_0 \cdot (1) + \frac{1}{2} a \cdot (1)^2 \Leftrightarrow v_0 + 0,5a = 19,5 \quad (7)$$

+ Thay (6) vào (7) ta có: $v_0 = 20 \text{ (m/s)}$

+ Ta có: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

+ Khi dừng lại thì $v = 0$ nên: $s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-20^2}{2 \cdot (-1)} = 200 \text{ (m)}$

Loại 2. Quãng đường đi được trong k giây

+ Quãng đường đi được trong thời gian t : $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

+ Quãng đường đi được trong n giây đầu tiên: $s_n = v_0 \cdot n + \frac{1}{2} a \cdot n^2$

+ Quãng đường đi được trong $(n - k)$ giây đầu tiên:

$$s_{n-k} = v_0 \cdot (n - k) + \frac{1}{2} a \cdot (n - k)^2$$

+ Quãng đường đi được trong k kể từ giây thứ $(n - k)$ đến hết giây thứ n là:

$$\Delta s = s_n - s_{n-k} \Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot n + \frac{1}{2} a \cdot n^2 - \left[v_0 \cdot (n-k) + \frac{1}{2} a \cdot (n-k)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot k + a \cdot n \cdot k - \frac{1}{2} a \cdot k^2 = k \left(v_0 + a \cdot n - \frac{1}{2} a \cdot k \right)$$

+ Khi vật chuyển động chậm dần đều, đến khi dừng lại ta có:

$$v = 0 = v_0 + at \xrightarrow{t=n} v_0 + a \cdot n = 0 \Rightarrow \Delta s = -\frac{1}{2} a \cdot k^2$$

Ví dụ 10: Xe máy chuyển động thẳng nhanh dần đều, trong 5s đầu đi được quãng đường 8,75 m. Biết vận tốc xe máy lúc $t = 3s$ là $v = 2 \text{ m/s}$.

- Tìm gia tốc và vận tốc ban đầu của xe máy.
- Tìm quãng đường xe máy đi được trong 10s kể từ cuối giây thứ 5.

Hướng dẫn

a) Ta có:
$$\begin{cases} s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \\ v = v_0 + at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8,75 = 5v_0 + 12,5a \\ 2 = v_0 + 3a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 0,5 \text{ m/s} \\ a = 0,5 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

b) Quãng đường xe máy đi được trong 5 s: $s_{t=5} = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = 8,75 \text{ m}$

+ Quãng đường xe máy đi được trong 15 s: $s_{t=15} = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 = 63,75 \text{ m}$

+ Quãng đường đi được trong 10s kể từ cuối giây thứ 5: $\Delta s = s_{t=15} - s_{t=5} = 55 \text{ m}$

Ví dụ 11: Một chất điểm chuyển động thẳng chậm dần đều. Tìm thời gian chuyển động cho đến khi dừng lại. Biết quãng đường chất điểm đi được trong 2 s đầu dài hơn quãng đường chất điểm đi được trong 2 s cuối là 36 m và tổng quãng đường đi được trong hai khoảng thời gian đó là 40 m.

Hướng dẫn

Cách 1:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (*)

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu và trong

2 giây cuối. Theo đề ra ta có:
$$\begin{cases} s_1 - s_2 = 36 \\ s_1 + s_2 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 38 \text{ (m)} \\ s_2 = 2 \text{ (m)} \end{cases}$$

+ Từ (*) ta có quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu tiên ($t = 2$) là:

$$s_1 = 38 = v_0 \cdot 2 + \frac{1}{2} a \cdot 2^2 \Leftrightarrow v_0 + a = 19 \quad (**)$$

+ Nếu chọn $t = 0$ là lúc vật dừng lại và coi như chất điểm đi lùi thì bài toán xem như xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $|a|$ và vận tốc ban đầu bằng 0. Do

đó ta viết lại phương trình quãng đường như sau: $s = \frac{1}{2}|a|t^2$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây cuối là:

$$s_2 = \frac{1}{2}|a| \cdot (2)^2 \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{2}|a| \cdot (2)^2 \Rightarrow |a| = 1(\text{m/s}^2)$$

+ Vì lúc đầu chất điểm chuyển động chậm dần $\Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -1(\text{m/s}^2)$

+ Thay $a = -1(\text{m/s}^2)$ vào (**) ta có: $v_0 = 20(\text{m/s})$

+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at = 20 - t$

+ Khi dừng lại thì: $v = 0 \Leftrightarrow 20 - t = 0 \Rightarrow t = 20(\text{s})$

Cách 2:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (1)

+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at$ (2)

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian n giây là:

$$s_n = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2}a(n)^2$$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian $(n - 2)$ giây là:

$$s_{n-2} = v_0 \cdot (n - 2) + \frac{1}{2}a(n - 2)^2$$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây cuối là:

$$\begin{aligned} \Delta s &= s_n - s_{n-2} = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2}a(n)^2 - \left[v_0 \cdot (n - 2) + \frac{1}{2}a(n - 2)^2 \right] \\ \Rightarrow \Delta s &= 2v_0 + 2an - 2a = 2(v_0 + an - a) \end{aligned} \quad (3)$$

+ Khi chất điểm dừng lại thì: $\begin{cases} t = n \\ v = 0 \end{cases} \xrightarrow{(2)} v_0 + a \cdot n = 0$ (4)

+ Thay (4) vào (3) ta có: $\Rightarrow \Delta s = -2a \Rightarrow a = \frac{\Delta s}{-2}$ (5)

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu và trong 2 giây cuối. Theo đề ra ta có: $\begin{cases} s_1 - s_2 = 36 \\ s_1 + s_2 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 38(\text{m}) \\ s_2 = 2(\text{m}) = \Delta s \end{cases}$

+ Theo (5) ta có: $a = \frac{\Delta s}{-2} = -1(\text{m/s}^2)$ (6)

+ Từ (1) ta có quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu tiên ($t = 2$) là:

$$s_1 = 38 = v_0 \cdot (2) + \frac{1}{2} a \cdot (2)^2 \Leftrightarrow 2v_0 + 2a = 38 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ (m/s)} \quad (7)$$

+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at = 20 - t$

+ Khi dừng lại thì: $v = 0 \Leftrightarrow 20 - t = 0 \Rightarrow t = 20 \text{ (s)}$

Ví dụ 12: Một người đứng ở sân ga nhìn ngang đầu toa tàu thứ nhất của một đoàn tàu bắt đầu chuyển bánh. Thời gian toa thứ nhất qua trước mặt người ấy là $t_1 = 6 \text{ s}$. Hỏi toa thứ 9 qua trước mặt người ấy trong bao lâu? Biết rằng đoàn tàu chuyển động nhanh dần đều, chiều dài các toa bằng nhau và khoảng hở giữa 2 toa là không đáng kể.

Hướng dẫn

+ Tàu bắt đầu xuất phát nên ta có: $s = \frac{1}{2} at^2$. Gọi chiều dài mỗi toa tàu là ℓ

+ Khi đó thời gian n toa tàu đi qua mặt người ấy là: $n \cdot \ell = \frac{1}{2} at_n^2$

+ Tương tự ta có thời gian $(n-1)$ toa đi qua là: $(n-1)\ell = \frac{1}{2} at_{n-1}^2$

+ Thời gian mà toa 1 qua là: $\ell = \frac{1}{2} at_1^2$

+ Vậy ta có:
$$\begin{cases} t_n = t_1 \sqrt{n} \\ t_{n-1} = t_1 \sqrt{n-1} \end{cases} \Rightarrow \Delta t_n = t_1 (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) = 1,03 \text{ s}$$

Vấn đề 4. Viết phương trình chuyển động, phương trình vận tốc. Xác định vị trí và thời điểm gặp nhau.

+ Nếu đề chưa chọn hệ quy chiếu thì ta tự chọn. Thường để đơn giản ta nên chọn gốc tọa độ, gốc thời gian tại vị trí bắt đầu xuất phát của vật, chiều dương là chiều chuyển động của vật. Nếu có nhiều vật thì ta chọn theo một vật đơn giản nhất (vật xuất phát đầu tiên).

+ Viết phương trình tổng quát và xác định các đại lượng trong phương trình:

- Phương trình chuyển động tổng quát có dạng là:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$$

- Phương trình vận tốc tổng quát có dạng là: $v = v_0 + a(t - t_0)$

- Cần phải xác định được các thông số: x_0, v_0, a, t_0

- + Khi hai vật gặp nhau thì: $x_1 = x_2$

Chú ý :

- + Chuyển động nhanh dần đều thì $a.v > 0$. Khi chọn chiều dương là chiều chuyển động thì $v > 0 \Rightarrow a > 0$.
- + Chuyển động chậm dần đều $a.v < 0$. Khi chọn chiều dương là chiều chuyển động thì $v > 0 \Rightarrow a < 0$.

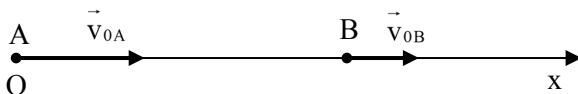
Ví dụ 13: Cùng một lúc hai xe đi qua 2 địa điểm A và B cách nhau 280 m và đi cùng chiều nhau. Xe A có vận tốc đầu 36 km/h chuyển động nhanh dần đều với gia tốc 40 cm/s^2 . Xe B có vận tốc đầu 3 m/s chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,4 \text{ m/s}^2$. Chọn trục tọa độ Ox có phương AB, gốc tại A, chiều dương từ A đến B. Gốc thời gian là lúc hai xe cùng lúc qua A, B.

- Viết phương trình chuyển động và phương trình vận tốc của hai xe.
- Sau bao lâu hai xe gặp nhau.
- Khi gặp nhau xe A đã đi được quãng đường dài bao nhiêu mét.
- Tính khoảng cách giữa hai xe sau 10s.

Hướng dẫn

+ Đổi: $v_{0A} = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$; $a_A = 40 \text{ cm/s}^2 = 0,4 \text{ m/s}^2$

a) Viết phương trình chuyển động của hai xe.



+ Gốc thời gian là lúc hai xe cùng qua A và B $\Rightarrow t_{0A} = t_{0B} = 0$

+ Gốc tọa độ tại A, chiều từ A đến B nên: $x_{0A} = 0$; $x_{0B} = 280 \text{ m}$

+ Hai vật chuyển động theo chiều chiều dương nên $v_0 > 0 \Rightarrow \begin{cases} v_{0A} = 10 \text{ m/s} \\ v_{0B} = 3 \text{ m/s} \end{cases}$

+ Vì hai vật đều chuyển động nhanh dần đều nên $a > 0 \Rightarrow \begin{cases} a_A = 0,4 \text{ m/s}^2 \\ a_B = 0,4 \text{ m/s}^2 \end{cases}$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe A và B là: $\begin{cases} x_A = 10t + 0,2t^2 \\ x_B = 280 + 3t + 0,2t^2 \end{cases}$

+ Vậy phương trình vận tốc của xe A và B là: $\begin{cases} v_A = 10 + 0,4t \\ v_B = 3 + 0,4t \end{cases}$

b) Khi hai xe gặp nhau: $x_A = x_B$

$$\Leftrightarrow 10t + 0,2t^2 = 280 + 3t + 0,2t^2 \Rightarrow 7t = 280 \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

$$\text{c) Ta có: } \begin{cases} s_A = v_{0A}t + \frac{1}{2}at^2 = 10t + 0,2t^2 \\ t = 40s \end{cases} \Rightarrow s_A = 720\text{m}$$

$$\text{d) Ta có: } \begin{cases} x_A = 10t + 0,2t^2 \\ x_B = 280 + 3t + 0,2t^2 \end{cases} \xrightarrow{t=10s} \begin{cases} x_A = 120\text{m} \\ x_B = 330\text{m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_B - x_A = 210\text{m}$$

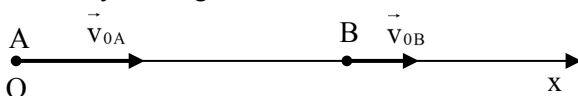
Ví dụ 14: Lúc 7 giờ 30 phút sáng một ô tô chạy qua địa điểm A trên một con đường thẳng với vận tốc 36 km/h, chuyển động chậm dần đều với gia tốc có độ lớn 20 cm/s². Cùng lúc đó tại điểm B trên cùng con đường đó cách A đoạn 560 m một ô tô khác bắt đầu khởi hành đi ngược chiều xe thứ nhất, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn 0,4 m/s². Chọn trục tọa độ Ox có phương AB, gốc tại A, chiều dương từ A đến B. Gốc thời gian là lúc 7 giờ 30 phút.

- Viết phương trình chuyển động và phương trình vận tốc của hai xe.
- Hai xe gặp nhau lúc mấy giờ.
- Địa điểm gặp nhau cách địa điểm A bao nhiêu.

Hướng dẫn

+ Đổi: $v_{0A} = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$; $a_A = 20 \text{ cm/s}^2 = 0,2 \text{ m/s}^2$

a) Viết phương trình chuyển động của hai xe.



+ Gốc thời gian là lúc hai xe cùng qua A và B $\Rightarrow t_{0A} = t_{0B} = 0$

+ Gốc tọa độ tại A, chiều từ A đến B nên: $x_{0A} = 0$; $x_{0B} = 560\text{m}$

+ Vì xe A chuyển động chậm dần đều theo chiều chiều dương nên $v > 0$ và $a < 0$,

$$\text{do đó ta có: } \begin{cases} v_{0A} = 10\text{m/s} \\ a_A = -0,2\text{m/s}^2 \end{cases}$$

+ Vì tại thời điểm ban đầu, xe B bắt đầu khởi hành chuyển động nhanh dần đều

theo chiều chiều âm nên $v_0 = 0$ và $a < 0$, do đó ta có: $\begin{cases} v_{0B} = 0 \\ a_B = -0,4\text{m/s}^2 \end{cases}$

+ Vậy phương trình chuyển động của xe A và B là: $\begin{cases} x_A = 10t - 0,1t^2 \\ x_B = 560 - 0,2t^2 \end{cases}$

+ Vậy phương trình vận tốc của xe A và B là: $\begin{cases} v_A = 10 - 0,2t \\ v_B = -0,4t \end{cases}$

b) Khi gặp nhau thì: $x_A = x_B \Leftrightarrow 10t - 0,1t^2 = 560 - 0,2t^2$

$$\Rightarrow 0,1t^2 + 10t - 560 = 0 \Rightarrow t = 40\text{s} \Rightarrow 7\text{h}30\text{ph}40\text{s}$$

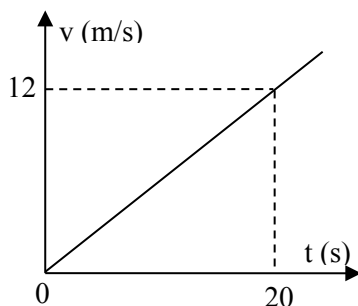
c) Ta có:
$$\begin{cases} x_A = 10t - 0,1t^2 \\ t = 40s \end{cases} \Rightarrow x_A = 240 \text{ m}$$

Vấn đề 5. Bài toán liên quan đến đồ thị chuyển động thẳng biến đổi đều

- + Vì phương trình chuyển động có dạng $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (hàm bậc 2 theo t) nên đồ thị có dạng parabol. Đồ thị có phần lõm quay lên nếu $a > 0$ và đồ thị có phần lõm quay xuống nếu $a < 0$.
- + Phương trình vận tốc có dạng $v = v_0 + at$ (hàm bậc nhất theo t) nên đồ thị có dạng là đường thẳng. Thường chọn chiều dương là chiều chuyển động nên khi chuyển động nhanh dần đều thì $a > 0$ nên đường thẳng đi lên, khi chuyển động chậm dần đều thì $a < 0$ đường thẳng đi xuống.

Ví dụ 15: Một xe máy chuyển động biến đổi đều có đồ thị vận tốc – thời gian như hình vẽ.

- a) Nêu nhận xét tính chất chuyển động.
- b) Xác định quãng đường đi được trong 20s đầu tiên.
- c) Tính vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 20$ s.



Hướng dẫn

a) Đồ thị dốc lên nên xe máy chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu bằng 0.

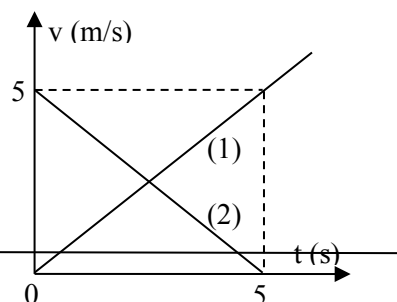
b) Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ t = 20s \end{cases} \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t_{\text{OA}}} = \frac{12 - 0}{20} = 0,6 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

+ Quãng đường đi được là: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot 20^2 = 120 \text{ m}$

c) Vận tốc trung bình trong 20s đầu: $v_{\text{tb}} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{12 + 0}{2} = 6 \text{ m/s}$

Ví dụ 16: Xe đạp (1) và xe máy (2) chuyển động biến đổi đều có đồ thị vận tốc – thời gian như hình vẽ.

- a) Nêu nhận xét tính chất chuyển động của mỗi xe.



- b) Xác định quãng đường đi được trong 5s đầu tiên của mỗi xe.
 c) Tính vận tốc trung bình của mỗi trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 5$ s.

Hướng dẫn

a) Đồ thị vận tốc – thời gian của xe đạp (1) dốc lên nên xe đạp chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu bằng 0.

+ Đồ thị vận tốc – thời gian của xe máy (2) dốc xuống nên xe máy chuyển động chậm dần với vận tốc đầu bằng 5 m/s

b) Xét với xe đạp (1):

$$+ \text{ Từ đồ thị ta có: } \begin{cases} v_{01} = 0 \\ t = 5s \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{t} = \frac{5 - 0}{5} = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$+ \text{ Quãng đường đi được là: } s_1 = v_{01}t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = 12,5 \text{ m}$$

* Xét với xe máy (2):

$$+ \text{ Từ đồ thị ta có: } \begin{cases} v_{02} = 5 \\ t = 5s \end{cases} \Rightarrow a_2 = \frac{v_2 - v_{02}}{t} = \frac{0 - 5}{5} = -1 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

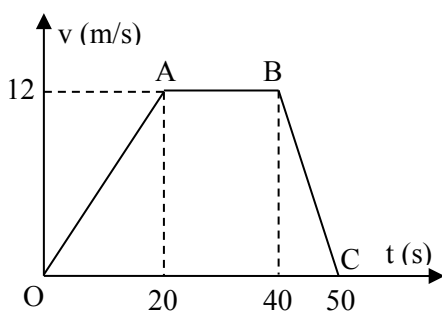
$$+ \text{ Quãng đường đi được là: } s_2 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 5 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot 5^2 = 12,5 \text{ m}$$

$$c) \text{ Vận tốc trung bình trong 5s đầu của xe đạp: } v_{tb1} = \frac{v + v_{01}}{2} = \frac{5 + 0}{2} = 2,5 \text{ m/s}$$

$$+ \text{ Vận tốc trung bình trong 5s đầu của xe máy: } v_{tb2} = \frac{v + v_{02}}{2} = \frac{0 + 5}{2} = 2,5 \text{ m/s}$$

Ví dụ 17: Một thang máy chuyển động có đồ thị vận tốc – thời gian như hình vẽ.

- a) Nêu nhận xét tính chất chuyển động trên mỗi giai đoạn.
 b) Tính quãng đường chuyển động trên mỗi giai đoạn.
 c) Tính vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 40$ s.



Hướng dẫn

a) Trong 20 s đầu vật chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu bằng 0. Trong 20 s tiếp theo vật chuyển động thẳng đều với vận tốc 12 m/s. Trong 10 s tiếp theo vật chuyển động chậm dần với vận tốc đầu 12 m/s

b) Xét trong giai đoạn OA

+ Ta có:
$$\begin{cases} v_{0-OA} = 0; t_{OA} = 20s \\ a_1 = \frac{v - v_0}{t_{OA}} = \frac{12 - 0}{20} = 0,6 (m/s^2) \end{cases}$$

+ Quãng đường đi được là: $s_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{12}{40} 20^2 = 120m$

* Xét trong giai đoạn AB:

+ Vật chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_2 = 12m/s$ trong thời gian $t_2 = 20s$

+ Do đó quãng đường đi được là: $s_2 = v_2 t_2 = 12.20 = 240m$

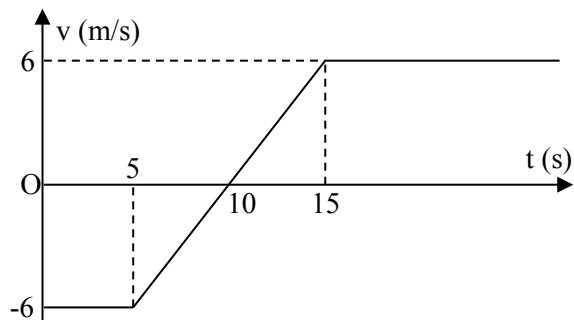
* Xét trong giai đoạn BC:

+ Ta có:
$$\begin{cases} v_{0-BC} = 12m/s; t_{BC} = 10s \\ a_1 = \frac{v - v_{0-BC}}{t_{BC}} = \frac{0 - 12}{10} = -1,6 (m/s^2) \end{cases}$$

+ Quãng đường đi được là: $s_3 = \left| v_0 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \right| = \left| 12.10 + \frac{1}{2} . (-1,6) . 10^2 \right| = 60m$

c) Vận tốc trung bình trong 40 giây đầu: $v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s_1 + s_2}{t_{OB}} = \frac{120 + 240}{40} = 9m/s$

Ví dụ 18: Đồ thị vận tốc của một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox được biểu diễn như hình vẽ. Hãy xác định gia tốc của chất điểm trong các khoảng thời gian: 0 s – 5 s; 5 s – 15 s; $t > 15$ s.



Hướng dẫn

* Xét giai đoạn 0 s – 5 s

+ Trong giai đoạn từ $t_1 = 0$ đến $t_2 = 5s$ vận tốc của chất điểm không đổi $v_1 = -6(m/s)$. Do đó vật chuyển động thẳng đều $\Rightarrow a_1 = 0$

* Xét giai đoạn 5 s – 15 s

+ Trong giai đoạn từ $t_2 = 5\text{s}$ đến $t_3 = 15\text{s}$ vận tốc của chất điểm tăng từ $v_1 = -6(\text{m/s})$ đến $v_2 = 6(\text{m/s})$ nên gia tốc trong giai đoạn này là:

$$a_2 = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{6 - (-6)}{15 - 5} = 1,2(\text{m/s}^2)$$

* Xét giai đoạn $t > 15\text{s}$

+ Trong giai đoạn $t_3 > 15\text{s}$ vận tốc của chất điểm không đổi $v_2 = 6(\text{m/s})$. Do đó vật chuyển động thẳng đều $\Rightarrow a_3 = 0$

Ví dụ 19: Một vật chuyển động trên đường thẳng theo ba giai đoạn liên tiếp: Bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ nghỉ với gia tốc $a_1 = 5\text{m/s}^2$; tiếp theo chuyển động đều; cuối cùng chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a_3 = -5\text{m/s}^2$ cho tới khi dừng lại. Thời gian chuyển động tổng cộng là 25s . Vận tốc trung bình trên cả đoạn đường là 20m/s .

- Tính vận tốc của vật trong giai đoạn chuyển động đều.
- Vẽ đồ thị vận tốc - thời gian của chuyển động.

Hướng dẫn

a) Gọi v_1 là vận tốc cuối của giai đoạn chuyển động nhanh dần đều (cũng là vận tốc của giai đoạn chuyển động thẳng đều và vận tốc ban đầu của giai đoạn chậm dần đều); s_1, s_2, s_3 và t_1, t_2, t_3 lần lượt là quãng đường đi được và thời gian chuyển động của mỗi giai đoạn.

$$+ \text{Ta có: } s_1 + s_2 + s_3 = v_{tb}t = 20.25 = 500(\text{m}) \quad (1)$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 25(\text{s}) \quad (2)$$

* Trong giai đoạn 1:

$$+ \text{Vận tốc cuối giai đoạn 1: } v_1 = a_1 t_1 = 5t_1 \quad (3)$$

$$+ \text{Quãng đường đi được: } s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 2,5t_1^2 \quad (4)$$

* Trong giai đoạn 2:

$$+ \text{Quãng đường đi được: } s_2 = v_2 t_2 = 5t_1 t_2 \quad (5)$$

* Trong giai đoạn 3:

$$+ \text{Vận tốc cuối giai đoạn 3: } 0 = v_2 + a_3 t_3 = 5t_1 - 5t_3 \Rightarrow t_1 = t_3 \quad (6)$$

$$+ \text{Quãng đường đi được: } s_3 = v_2 t_3 + \frac{1}{2} a_3 t_3^2 = 5t_1 t_3 - 2,5t_3^2 \quad (7)$$

$$+ \text{Thay (6) vào (7) ta có: } s_3 = 2,5t_1^2 \quad (8)$$

$$+ \text{Thay (4), (5), (8) vào (1) ta có: } 2,5t_1^2 + 5t_1 t_2 + 2,5t_1^2 = 500 \quad (9)$$

+ Thay (6) vào (2) ta có: $2t_1 + t_2 = 25(s) \Rightarrow t_2 = 25 - 2t_1$ (10)

+ Thay (10) vào (9) ta có: $2,5t_1^2 + 5t_1(25 - 2t_1) + 2,5t_1^2 = 500$

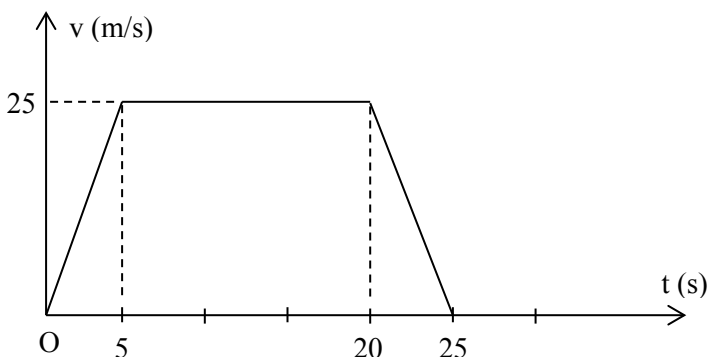
$$\Leftrightarrow 2,5t_1^2 + 125t_1 - 10t_1^2 + 2,5t_1^2 = 500 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 20(s) \\ t_1 = 5(s) \end{cases}$$

+ Vì $t_1 + t_3 > 25(s) \Rightarrow$ loại nghiệm $t_1 = 20s$ chỉ nhận nghiệm $t_1 = 5s$

+ Vậy $t_1 = t_3 = 5s$ và $t_2 = 15s$

+ Thay $t_1 = 5s$ vào (3) ta có: $v_1 = 25 \text{ m/s}$

b) Vẽ đồ thị vận tốc theo thời gian trong mỗi giai đoạn



BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1:

Một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox, theo phương trình $x = 2t + 3t^2$ (x đo bằng m, t đo bằng giây).

- Hãy xác định gia tốc và vận tốc ban đầu của chất điểm
- Tìm tọa độ và vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3 \text{ s}$

Bài 2: Một vật chuyển động theo phương trình: $x = 4t^2 + 20t$ (với x đo bằng cm, t đo bằng s)

- Xác định vận tốc đầu và gia tốc của vật.
- Xác định vận tốc và vị trí của vật tại thời điểm $t = 2 \text{ s}$
- Tính quãng đường đi được trong khoảng thời gian $t = 5 \text{ s}$ kể từ khi bắt đầu chuyển động.
- Tính quãng đường vật đi được từ $t_1 = 2s$ đến $t_2 = 5s$. Tính v_{tb} trong khoảng thời gian này.

Bài 3: Một vật chuyển động thẳng theo phương trình: $x = t^2 - 4t - 5$ (x đo bằng cm, t đo bằng s)

- Xác định x_0 , v_0 , a . Suy ra loại chuyển động.
- Tìm thời điểm vật đổi chiều chuyển động. Tọa độ vật lúc đó.
- Tìm thời điểm và vận tốc vật khi qua gốc tọa độ.
- Tìm quãng đường vật đi được sau 2s.

Bài 4: Một vật chuyển động với phương trình $x = 5 + 10t - t^2$ (với x đo bằng m, t đo bằng s). Hãy xác định:

- Gia tốc, tọa độ x_0 và vận tốc ban đầu v_0 .
- Vận tốc ở thời điểm $t = 3s$.
- Vận tốc lúc vật có tọa độ $x = 30$ m.
- Tọa độ lúc vận tốc là $v = 4$ (m/s).
- Quãng đường đi từ $t_1 = 2s$ đến $t_2 = 5s$.
- Quãng đường đi được khi vận tốc thay đổi từ $v_1 = 4$ (m/s) đến $v_2 = 2$ (m/s).

Bài 5: Phương trình vận tốc theo thời gian của một vật chuyển động thẳng biến đổi đều là: $v = 50 + 160t$ (với v đo bằng cm/s và t đo bằng s)

- Tính gia tốc của chuyển động.
- Tính vận tốc lúc $t = 1s$.
- Xác định vị trí của vật lúc vật có vận tốc là 130 cm/s. Biết lúc $t_0 = 0$ vật có tọa độ là $x_0 = 10$ cm.

Bài 6: Một vật chuyển động biến đổi đều có phương trình quãng đường theo thời gian là: $s = 4t^2 + 20t$ (với x đo bằng cm và t đo bằng s). Tính:

- Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t_1 = 2s$ đến thời điểm $t_2 = 5s$. Vận tốc trung bình trong đoạn đường này là bao nhiêu?
- Vận tốc của vật lúc $t = 3s$.

Bài 7: Một vật có gia tốc không đổi là $+3,2 \text{ m/s}^2$. Tại một thời điểm nào đó vận tốc của nó là $+9,6 \text{ m/s}$. Hỏi vận tốc của nó tại thời điểm:

- Sớm hơn thời điểm trên là 2,5s là bao nhiêu ?
- Muộn hơn thời điểm trên 2,5s là bao nhiêu ?

Bài 8: Chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox với vận tốc 3,5 m/s thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều, trong 2s vận tốc tăng đến 4,5 m/s. Tìm gia tốc, quãng đường và vận tốc trung bình trong thời gian nói trên.

Bài 9: Một vận động viên điền kinh tăng tốc từ vận tốc 3 m/s lên đến vận tốc 5 m/s trên quãng đường dài 100 m. Tính:

- Gia tốc của người đó.
- Thời gian người đó chạy trên đoạn đường nói trên.

Bài 10: Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 36 km/h thì xuống dốc. Nó chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Biết chiều dài dốc là 192 m. Tính thời gian để ô tô đi hết dốc và vận tốc của nó tại chân dốc.

Bài 11: Một đoàn tàu rời ga, chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau khi đi được 1000 m thì đạt đến vận tốc 10 m/s. Tính vận tốc của tàu sau khi đi được 2000 m.

Bài 12: Một vật chuyển động chậm dần đều, trong giây đầu tiên đi được 9m. Trong 2 giây tiếp theo đi được 12m. Tìm gia tốc của vật và quãng đường dài nhất vật đi được

Bài 13: Một đoàn tàu đang chạy với vận tốc 14,4 km/h thì hãm phanh chuyển động thẳng chậm dần đều. Trong 10s đầu nó đi được quãng đường AB dài hơn đoạn đường BC của nó trong 10s kế tiếp là 5 m. Tìm gia tốc chuyển động của đoàn tàu sau khi hãm phanh.

Bài 14: Một vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái đứng yên và đi hết quãng đường trong thời gian $t = 2$ s. Tính thời gian để vật đi được $1/2$ quãng đường về cuối.

Bài 15: Một viên bi chuyển động thẳng nhanh dần đều không vận tốc đầu, xuất phát trên đỉnh một máng nghiêng dài 10 m và trong giây thứ 5 nó đi được quãng đường bằng 36 cm. Hãy tính:

- a) Gia tốc của bi khi chuyển động trên máng.
- b) Thời gian để vật đi hết 1 mét cuối cùng trên máng nghiêng.

Bài 16: Một vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ điểm O trên trục Ox, theo chiều dương với gia tốc a. Sau khoảng thời gian t_0 thì vật chuyển động với gia tốc $-a$. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc bắt đầu chuyển động thì vật lại về đến điểm O? Cho biết tính chất của chuyển động sau khoảng thời gian t_0 ?

Bài 17: *Một đoàn tàu đang chạy chậm dần đều vào ga, chiều dài mỗi toa ℓ . Một quan sát viên đứng nhìn và thấy toa thứ 1 qua mặt mình trong 10s, toa thứ 2 qua mặt mình trong 12s. Vậy khi tàu dừng lại người quan sát đang thấy toa thứ mấy?

Bài 18: *Một người nhìn thấy 1 đoàn tàu đang vào ga toa thứ 1 qua mặt người đó trong 5s, toa thứ 2 trong vòng 45s, cho đến khi tàu dừng lại thì người đó cách toa 1 là 75m, coi chuyển động của toa tàu là chậm dần đều. Hãy tính độ lớn gia tốc của tàu.

Bài 19: *Một người đứng ở sân ga nhìn ngang đầu toa tàu thứ nhất của một đoàn tàu bắt đầu chuyển bánh. Thời gian toa thứ nhất qua trước mặt người ấy là $t_1 = 6$ s. Hỏi toa thứ 7 qua trước mặt người ấy trong bao lâu? Biết rằng đoàn tàu chuyển động nhanh dần đều, chiều dài các toa bằng nhau và khoảng hở giữa 2 toa là không đáng kể

Bài 20: *Một vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ và đi được quãng đường L trong 8 giây. Tính thời gian vật đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường cuối trong quãng đường L.

Bài 21: *Một chất điểm chuyển động thẳng chậm dần đều. Xác định quãng đường chất điểm đi được cho đến khi dừng lại. Biết quãng đường chất điểm đi được trong giây đầu tiên gấp 19 lần quãng đường chất điểm đi được trong giây cuối cùng và tổng quãng đường đi được trong hai khoảng thời gian đó là 100m.

Bài 22: *Một chất điểm chuyển động thẳng chậm dần đều. Tìm thời gian chuyển động cho đến khi dừng lại. Biết quãng đường chất điểm đi được trong 2 s đầu dài hơn quãng đường chất điểm đi được trong 2 s cuối là 144m và tổng quãng đường đi được trong hai khoảng thời gian đó là 160m.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

a) Phương trình chuyển động tổng quát của vật có dạng: $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

So sánh phương trình $x = 2t + 3t^2$ với phương trình tổng quát ta có:

$$x_0 = 0; v_0 = 2 \text{ m/s}; \frac{1}{2} a = 3 \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

b) Tọa độ của chất điểm lúc $t = 3\text{s}$: $x = 2t + 3t^2 = 2.3 + 3.3^2 = 33\text{m}$

Phương trình vận tốc của chất điểm:

$$v = v_0 + at = 2 + 6t \xrightarrow{t=3\text{s}} v = 2 + 6.3 = 20 \text{ m/s}$$

Bài 2:

a) Phương trình chuyển động tổng quát của vật có dạng: $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

So sánh phương trình $x = 20t + 4t^2$ với phương trình tổng quát ta có:

$$x_0 = 0; v_0 = 20 \text{ cm/s}; \frac{1}{2} a = 4 \Rightarrow a = 8 \text{ cm/s}^2$$

b) Phương trình vận tốc của vật: $v = v_0 + at = 20 + 8t \text{ (cm/s)}$

Vận tốc của vật lúc $t = 2\text{s}$: $v = 20 + 8t = 20 + 8.2 = 36 \text{ cm/s}$

Tọa độ (vị trí) của vật: $x = 20t + 4t^2 = 20.2 + 4.2^2 = 56 \text{ cm}$

c) Quãng đường vật đi được trong thời gian t : $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 20t + 4t^2$

Thay $t = 5 \text{ s}$ vào phương trình quãng đường ta có: $s = 20.5 + 4.5^2 = 200 \text{ cm}$

d) Quãng đường vật đi được trong thời gian $t = 2\text{s}$:

$$s_1 = 20t + 4t^2 = 20.2 + 4.2^2 = 56 \text{ cm}$$

Theo câu c quãng đường vật đi được trong 5s là: $s_2 = 200\text{cm}$

Vậy quãng đường vật đi được trong thời gian từ $t = 2\text{ s}$ đến $t = 5\text{ s}$ là:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 200 - 56 = 144\text{cm}$$

Vận tốc của vật lúc $t = 2\text{ s}$ là: $v_1 = 20 + 8t = 20 + 8.2 = 36\text{cm/s}$

Vận tốc của vật lúc $t = 5\text{ s}$ là: $v_2 = 20 + 8t = 20 + 8.5 = 60\text{cm/s}$

Vận tốc trung bình trong thời gian này là: $v_{tb} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{36 + 60}{2} = 48\text{cm/s}$

Bài 3:

a) Phương trình tổng quát của vật có dạng: $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

So sánh phương trình đề cho với phương trình tổng quát ta có:

$$x_0 = -5\text{ cm}; v_0 = -4\text{ cm/s}; \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\text{ cm/s}^2$$

b) Phương trình vận tốc: $v = v_0 + at = -4 + 2t$

Khi vận tốc đổi chiều thì: $v = 0 \Leftrightarrow -4 + 2t = 0 \Rightarrow t = 2\text{ s}$

Tọa độ lúc này của vật: $x = t^2 - 4t - 5 = 2^2 - 4.2 - 5 = -9\text{cm}$

c) Khi vật qua gốc tọa độ thì: $x = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t - 5 = 0 \Rightarrow t = 5\text{ s}$

Vận tốc lúc này của vật: $v = -4 + 2t = -4 + 2.5 = 6\text{cm/s}$

d) Quãng đường vật đi được sau thời gian t :

$$s = \left| v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \right| = \left| -4t + t^2 \right| = \left| -4.2 + 2^2 \right| = 4\text{cm}$$

Lưu ý: Công thức tính quãng đường: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ dùng khi vật đi theo chiều

duy. Tổng quát cho mọi trường hợp là: $s = \left| v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \right|$

Bài 4:

a) So sánh phương trình $x = 5 + 10t - t^2$ với phương trình tổng quát

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \text{ ta có: } \begin{cases} x_0 = 5\text{m}; v_0 = 10\text{m/s} \\ \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2\text{m/s}^2 \end{cases}$$

b) Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at = 10 - 2t$

+ Vận tốc ở thời điểm $t = 3\text{ s}$ là: $v_{(t=3)} = 10 - 2.3 = 4\text{ m/s}$

c) Khi $x = 30\text{m} \Rightarrow 30 = 5 + 10t - t^2 \Rightarrow t = 5(\text{s})$

+ Thay $t = 5s$ vào phương trình vận tốc ta có: $v = 10 - 2.5 = 0$

d) Khi $v = 4 \text{ m/s} \Rightarrow 4 = 10 - 2t \Rightarrow t = 3s$

+ Thay $t = 3s$ vào phương trình chuyển động ta có:

$$x = 5 + 10t - t^2 = 5 + 10.3 - 3^2 = 26(\text{m})$$

e) Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 10t - t^2$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian $t_1 = 2s$ là:

$$s_1 = 10t - t^2 = 10.2 - 2^2 = 16(\text{m})$$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian $t_2 = 5s$ là:

$$s_2 = 10t - t^2 = 10.5 - 5^2 = 25(\text{m})$$

+ Vậy quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t_1 đến t_2 là:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 25 - 16 = 9(\text{m})$$

f) Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2as$

+ Quãng đường chất điểm đi được từ $v_0 = 10 \text{ m/s}$ đến $v_1 = 4 \text{ m/s}$ là:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as_1 \Rightarrow s_1 = \frac{4^2 - 10^2}{2 \cdot (-2)} = 2,25(\text{m})$$

+ Quãng đường chất điểm đi được từ $v_0 = 5 \text{ m/s}$ đến $v_2 = 2 \text{ m/s}$ là:

$$v_2^2 - v_0^2 = 2as_2 \Rightarrow s_2 = \frac{2^2 - 5^2}{2 \cdot (-2)} = 5,25(\text{m})$$

+ Vậy quãng đường chất điểm đi được từ $v_1 = 4 \text{ m/s}$ đến $v_2 = 2 \text{ m/s}$ là:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 5,25 - 2,25 = 3(\text{m})$$

Bài 5:

a) So sánh với phương trình vận tốc tổng quát $v = v_0 + at \Rightarrow a = 160 \text{ cm/s}^2$

b) Vận tốc của vật khi $t = 1 \text{ s}$: $v = 50 + 160.1 = 210 \text{ cm}$

c) Phương trình chuyển động của vật: $x = 10 + 50t + 80t^2$

+ Thay $v = 130 \text{ cm/s}$ vào phương trình vận tốc ta có: $130 = 50 + 160t \Rightarrow t = 0,5s$

+ Thay $t = 0,5s$ vào phương trình chuyển động ta có: $x = 55 \text{ cm}$

Bài 6:

a) Quãng đường vật đi được từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 : $s = s_2 - s_1 = 144 \text{ cm}$

$$\text{Vận tốc trung bình: } v_{tb} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{144}{3} = 48(\text{ cm / s})$$

b) Theo đề ta có: $v_0 = 20 \text{ cm/s}$ và $\frac{1}{2}a = 4 \Rightarrow a = 8(\text{ cm / s}^2)$

+ Phương trình vận tốc của vật là: $v = v_0 + at = 20 + 8t$

+ Vận tốc của vật lúc $t = 3 \text{ s}$: $v = 20 + 8.3 = 44 \text{ cm/s}$

Bài 7:

a) Ta có: $v = v_0 + at = v_0 + 3,2.t$

$$9,6 = v_0 + 3,2.t \quad (1)$$

$$v_1 = v_0 + 3,2.(t - 2,5) \quad (2)$$

+ Trừ vế với vế của (2) cho (1) ta được: $v_1 = 9,6 - 3,2.2,5 = 1,6 \text{ (m/s)}$

b) Ta có: $v_2 = v_0 + 3,2.(t + 2,5) \quad (3)$

+ Trừ vế với vế của (3) cho (1) ta được: $v_2 = 9,6 + 3,2.2,5 = 17,6 \text{ (m/s)}$

Bài 8:

+ Ta có: $v = v_0 + at \Leftrightarrow 4,5 = 3,5 + 2a \Rightarrow a = 0,5 \text{ (m/s}^2\text{)}$

+ Lại có: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = 8 \text{ (m)}$

+ Vận tốc trung bình: $v_{tb} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{4,5 + 3,5}{2} = 4 \text{ m/s}$

Bài 9:

a) Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2a.s \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2.s} = 0,08 \text{ (m/s}^2\text{)}$

b) Ta có: $s = v_0.t + \frac{a}{2}t^2 \Leftrightarrow 100 = 3t + 0,04t^2 \Rightarrow t = 25 \text{ (s)}$

Bài 10:

+ Đổi $v_0 = 36 \text{ (km/h)} = 10 \text{ (m/s)}$

+ Ta có: $s = v_0.t + \frac{a}{2}t^2 \Leftrightarrow 192 = 10t + 0,5t^2 \Rightarrow t = 12 \text{ s}$

+ Lại có: $v = v_0 + at = 10 + 12 = 22 \text{ m/s}$

Bài 11:

Bài 12: HD:
$$\begin{cases} v_1^2 - v_0^2 = 2as_1 \Rightarrow a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s_1} = \frac{10^2 - 0}{2.1000} = 0,05 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ v_2^2 - v_0^2 = 2as_2 \Rightarrow v = \sqrt{2as_2 + v_0^2} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s)} \end{cases}$$

Bài 13:

Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên: $s_1 = v_0.t_1 + \frac{1}{2}at_1^2 = v_0 + \frac{a}{2} = 9 \quad (1)$

Quãng đường vật đi được trong 3 giây đầu tiên: $s_2 = v_0.t_2 + \frac{1}{2}at_2^2 = 3v_0 + 4,5a \quad (2)$

Quãng đường 2 giây tiếp theo (kể từ giây đầu tiên): $s_2 - s_1 = 12 \Rightarrow s_2 = 9 + 12 = 21 \text{ s}$

Vậy từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} v_0 + \frac{a}{2} = 9 \\ 3v_0 + 4,5a = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 10 \text{ m/s} \end{cases}$$

Quãng sẽ lớn nhất khi vật dừng lại $\Rightarrow s_{\max} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 10^2}{2(-2)} = 25 \text{ m}$

Bài 14:

+ Đổi $v_0 = 14,4 (\text{km/h}) = 4 (\text{m/s})$

+ Quãng đường AB, đoàn tàu đi được trong 10 s đầu:

$$s_{AB} = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = v_0 t_{(10)} + \frac{1}{2} a t_{(10)}^2 = 40 + 50a$$

+ Quãng đường AC, đoàn tàu đi được trong 20 s đầu:

$$s_{AC} = v_0 t_{(20)} + \frac{1}{2} a t_{(20)}^2 = 80 + 200a$$

+ Theo đề ra: $s_{BC} = s_{AC} - s_{AB} = (80 + 200a) - (40 + 50a) = 5$

$$\Rightarrow 150a = -35 \Rightarrow a = -\frac{7}{30} (\text{m/s}^2)$$

Bài 15:

+ Khi đi cả đoạn đường s, mất thời gian t nên ta có: $s = \frac{1}{2} a t^2$ (1)

+ Khi đi nửa đoạn đường đầu mất thời gian t_1 nên: $\frac{s}{2} = \frac{1}{2} a t_1^2$ (2)

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{t^2}{t_1^2} = 2 \Rightarrow t_1 = \frac{t\sqrt{2}}{2}$

+ Vậy thời gian trong nửa cuối của quãng đường là: $\Delta t = t - t_1 = 2 - \frac{t\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2}$

Bài 16:

a) Quãng đường vật đi được sau 4s và sau 5s đầu tiên là:
$$\begin{cases} s_4 = \frac{1}{2} a \cdot 4^2 = 8a \\ s_5 = \frac{1}{2} a \cdot 5^2 = 12,5a \end{cases}$$

+ Quãng đường bị đi được trong giây thứ 5 là:

$$\Delta s = s_5 - s_4 \Leftrightarrow 36 = 4,5a \Rightarrow a = 8 (\text{cm/s}^2)$$

b) Gọi thời gian để vật đi hết 9 m đầu và 1 m đầu là t_9, t_{10} ta có:

$$\begin{cases} 9 = \frac{1}{2}at_9^2 \\ 10 = \frac{1}{2}at_{10}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_9 = \sqrt{\frac{18}{a}} \\ t_{10} = \sqrt{\frac{20}{a}} \end{cases}$$

+ Thời gian để vật đi hết 1m cuối là: $\Delta t = t_{10} - t_9 = \sqrt{\frac{20}{0,08}} - \sqrt{\frac{18}{0,08}} = 0,81(s)$

Bài 17:

+ Chọn gốc thời gian khi vật bắt đầu chuyển động từ điểm O

+ Vật chuyển động nhanh dần đều từ 0 s đến thời điểm t_0

+ Tại thời điểm t_0 : $\begin{cases} x_0 = \frac{1}{2}at_0^2 \\ v_0 = at_0 \end{cases}$

+ Sau thời điểm t_0 vật chuyển động với gia tốc $-a$

+ Phương trình chuyển động của vật khi $t > t_0$ là:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 = -\frac{1}{2}at^2 + 2at_0t - at_0^2$$

+ Khi vật trở về điểm O ta có: $x = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t_0t + 2t_0^2 = 0 \Leftrightarrow t = t_0(2 + \sqrt{2})$$

Sau thời điểm t_0 , vật bắt đầu chuyển động chậm dần đều cho đến lúc dừng lại tức thời. Sau đó vật chuyển động nhanh dần đều theo chiều ngược lại về điểm O.

Bài 18:

+ Khi toa 1 đi qua: $\ell = v_0t_1 + \frac{1}{2}at_1^2 \xrightarrow{t_1=10s} 10v_0 + 50a$

+ Khi toa 2 đi qua: $2\ell = v_0t_2 + \frac{1}{2}at_2^2$

+ Vì $t_2 = t_1 + 12 = 22s \Rightarrow 2\ell = 22v_0 + 242a \Leftrightarrow \ell = 11v_0 + 121a$

+ Có hệ phương trình: $\begin{cases} \ell = 10v_0 + 50a \\ \ell = 11v_0 + 121a \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11\ell = 110v_0 + 550a \\ 10\ell = 110v_0 + 1210a \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{\ell}{660}; v_0 = \frac{71\ell}{660}$$

Mà $-v_0^2 = 2as \Leftrightarrow -\left(\frac{71\ell}{660}\right)^2 = 2\left(\frac{-\ell}{660}\right).n\ell \Rightarrow n = 3,82 \Rightarrow$ thấy toa số 4

Bài 19:

+ Khi toa 1 đi qua: $\ell = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \xrightarrow{t_1=5s} \ell = 5v_0 + 12,5a$

+ Khi toa 2 qua: $2\ell = v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 \xrightarrow{t_2=50s} 2\ell = 50v_0 + 1250a \Leftrightarrow \ell = 25v_0 + 625a$

+ Có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \ell = 5v_0 + 12,5a \\ \ell = 25v_0 + 625a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5\ell = 25v_0 + 62,5a \\ \ell = 25v_0 + 625a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{8\ell}{1125} \\ v_0 = \frac{49\ell}{225} \end{cases}$$

Mà $-v_0^2 = 2as \Leftrightarrow -\left(\frac{49\ell}{225}\right)^2 = 2\left(-\frac{8\ell}{1125}\right) \cdot 75 \Rightarrow \ell = 22,5m$

$$\Rightarrow a = -\frac{8\ell}{1125} = -0,16m/s^2$$

Bài 20:

+ Gọi chiều dài mỗi toa tàu là ℓ

+ Vì lúc đầu đoàn tàu bắt đầu rời bánh nên: $s = \frac{1}{2} a t^2$

+ Khi toa thứ nhất qua mặt người đó: $\ell = \frac{1}{2} a t_1^2$

+ Khi 7 toa qua mặt người đó: $7\ell = \frac{1}{2} a t_7^2 \Rightarrow 7 = \frac{t_7^2}{t_1^2} \Rightarrow t_7 = t_1 \sqrt{7} = 6\sqrt{7}(s)$

+ Khi 6 toa qua mặt người đó: $6\ell = \frac{1}{2} a t_6^2 \Rightarrow 6 = \frac{t_6^2}{t_1^2} \Rightarrow t_6 = t_1 \sqrt{6} = 6\sqrt{6}(s)$

+ Thời gian toa thứ 7 qua mặt người đó: $\Delta t_7 = t_7 - t_6 = 6\sqrt{7} - 6\sqrt{6} = 1,18(s)$

Bài 21:

+ Vì vật chuyển động nhanh dần từ trạng thái nghỉ nên: $s = \frac{1}{2} a t^2$

+ Gọi t là thời gian để vật đi được quãng đường L , ta có:

$$L = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (8)^2 = 32a \quad (1)$$

+ Gọi t_1 là thời gian để vật đi được $\frac{1}{4}$ quãng đường đầu, ta có:

$$\frac{1}{4}L = \frac{1}{2} a t_1^2 \xrightarrow{(1)} \frac{1}{4} \cdot 32a = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow t_1 = 4(s)$$

+ Vậy thời gian để vật đi $\frac{3}{4}$ quãng đường cuối là: $t_2 = t - t_1 = 8 - 4 = 4(s)$

Bài 22:

Cách 1:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (*)

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 1 giây đầu và trong 1 giây cuối. Theo đề ra ta có:
$$\begin{cases} s_1 = 19s_2 \\ s_1 + s_2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 95(m) \\ s_2 = 5(m) \end{cases}$$

+ Từ (*) ta có quãng đường chất điểm đi được trong giây đầu tiên ($t = 1$) là:

$$s_1 = 95 = v_0 \cdot 1 + \frac{1}{2} a \cdot 1^2 \Leftrightarrow v_0 + 0,5a = 95 \quad (**)$$

+ Nếu chọn $t = 0$ là lúc chất điểm dừng lại và coi như chất điểm đi lùi thì bài toán xem như chất điểm chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $|a|$ và vận tốc ban đầu bằng 0. Do đó ta viết lại phương trình quãng đường như sau: $s = \frac{1}{2} |a| t^2$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong giây cuối là:

$$s_2 = \frac{1}{2} |a| \cdot (1)^2 \Leftrightarrow 5 = \frac{|a|}{2} \Rightarrow |a| = 10(m/s^2)$$

+ Vì lúc đầu chất điểm chuyển động chậm dần $\Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -10(m/s^2)$

+ Thay $a = -10(m/s^2)$ vào (**) ta có: $v_0 = 100(m/s)$

+ Ta có: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

+ Khi dừng lại thì $v = 0$ nên: $s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-100^2}{2 \cdot (-10)} = 500(m)$

Cách 2:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (1)

+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at$ (2)

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian n giây là:

$$s_n = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2} a (n)^2$$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian $(n - 1)$ giây là:

$$s_{n-1} = v_0 \cdot (n - 1) + \frac{1}{2} a (n - 1)^2$$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong giây cuối là:

$$\Delta s = s_n - s_{n-1} = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2} a (n)^2 - \left[v_0 \cdot (n-1) + \frac{1}{2} a (n-1)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \Delta s = v_0 + an - \frac{1}{2} a \quad (3)$$

+ Khi chất điểm dừng lại thì: $\begin{cases} t = n \\ v = 0 \end{cases} \xrightarrow{(2)} v_0 + a \cdot n = 0 \quad (4)$

+ Thay (4) vào (3) ta có: $\Rightarrow \Delta s = -\frac{1}{2} a \Rightarrow a = -2 \cdot \Delta s \quad (5)$

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 1 giây đầu và trong 1 giây cuối. Theo đề ra ta có: $\begin{cases} s_1 = 19s_2 \\ s_1 + s_2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 95(\text{m}) \\ s_2 = 5(\text{m}) = \Delta s \end{cases}$

+ Theo (5) ta có: $a = -2 \cdot \Delta s = -2 \cdot 5 = -10 (\text{m} / \text{s}^2) \quad (6)$

+ Từ (1) ta có quãng đường chất điểm đi được trong giây đầu tiên ($t = 1$) là:

$$s_1 = 95 = v_0 \cdot 1 + \frac{1}{2} a \cdot 1^2 \Leftrightarrow v_0 + 0,5a = 95 \quad (7)$$

+ Thay (6) vào (7) ta có: $v_0 = 100 (\text{m} / \text{s})$

+ Ta có: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

+ Khi dừng lại thì $v = 0$ nên: $s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-100^2}{2 \cdot (-10)} = 500 (\text{m})$

Bài 23:

Cách 1:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (*)$

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu và trong 2 giây cuối. Theo đề ra ta có: $\begin{cases} s_1 - s_2 = 144 \\ s_1 + s_2 = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 152(\text{m}) \\ s_2 = 8(\text{m}) \end{cases}$

+ Từ (*) ta có quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu tiên ($t = 2$) là:

$$s_1 = 152 = v_0 \cdot 2 + \frac{1}{2} a \cdot 2^2 \Leftrightarrow v_0 + a = 76 \quad (**)$$

+ Nếu chọn $t = 0$ là lúc vật dừng lại và coi như chất điểm đi lùi thì bài toán xem như xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $|a|$ và vận tốc ban đầu bằng 0. Do

đó ta viết lại phương trình quãng đường như sau: $s = \frac{1}{2} |a| t^2$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây cuối là:

$$s_2 = \frac{1}{2}|a|. (2)^2 \Leftrightarrow 8 = \frac{1}{2}|a|. (2)^2 \Rightarrow |a| = 4 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

+ Vì lúc đầu chất điểm chuyển động chậm dần $\Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -4 \text{ (m/s}^2\text{)}$

+ Thay $a = -4 \text{ (m/s}^2\text{)}$ vào (**) ta có: $v_0 = 80 \text{ (m/s)}$

+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at = 80 - 4t$

+ Khi dừng lại thì: $v = 0 \Leftrightarrow 80 - 4t = 0 \Rightarrow t = 20 \text{ (s)}$

Cách 2:

+ Phương trình quãng đường của chất điểm: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (1)

+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at$ (2)

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian n giây là:

$$s_n = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2}a(n)^2$$

+ Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian (n - 2) giây là:

$$s_{n-2} = v_0 \cdot (n-2) + \frac{1}{2}a(n-2)^2$$

+ Suy ra quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây cuối là:

$$\begin{aligned} \Delta s &= s_n - s_{n-2} = v_0 \cdot (n) + \frac{1}{2}a(n)^2 - \left[v_0 \cdot (n-2) + \frac{1}{2}a(n-2)^2 \right] \\ \Rightarrow \Delta s &= 2v_0 + 2an - 2a = 2(v_0 + an - a) \end{aligned} \quad (3)$$

+ Khi chất điểm dừng lại thì: $\begin{cases} t = n \\ v = 0 \end{cases} \xrightarrow{(2)} v_0 + a \cdot n = 0$ (4)

+ Thay (4) vào (3) ta có: $\Rightarrow \Delta s = -2a \Rightarrow a = \frac{\Delta s}{-2}$ (5)

+ Gọi s_1 và s_2 lần lượt là quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu và trong

2 giây cuối. Theo đề ra ta có: $\begin{cases} s_1 - s_2 = 144 \\ s_1 + s_2 = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 152 \text{ (m)} \\ s_2 = 8 \text{ (m)} = \Delta s \end{cases}$

+ Theo (5) ta có: $a = \frac{\Delta s}{-2} = -4 \text{ (m/s}^2\text{)}$ (6)

+ Từ (1) ta có quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu tiên ($t = 2$) là:

$$s_1 = 152 = v_0 \cdot (2) + \frac{1}{2}a \cdot (2)^2 \Leftrightarrow 2v_0 + 2a = 152 \Rightarrow v_0 = 80 \text{ (m/s)} \quad (7)$$

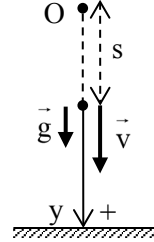
+ Phương trình vận tốc của chất điểm: $v = v_0 + at = 80 - 4t$

+ Khi dừng lại thì: $v = 0 \Leftrightarrow 80 - 4t = 0 \Rightarrow t = 20(s)$

Dạng 4. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN RƠI TỰ DO VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT BỊ NÉM THEO PHƯƠNG THẲNG ĐỨNG

Vấn đề 1. Xác định quãng đường, vận tốc, thời gian của một vật rơi tự do

- + Vật rơi tự do có đặc điểm: Chuyển động nhanh dần đều theo phương thẳng đứng, chiều từ trên xuống.
- + Công thức vận tốc : $v = g(t - t_0)$
- + Công thức đường đi: $s = \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$
- + Phương trình tọa độ: $y = y_0 + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$
- + Công thức liên hệ: $v^2 = 2gs$



🔗 **Chú ý:**

- ✓ Với sự rơi tự do thì $v_0 = 0$, $a = g$
- ✓ Nếu chọn $t_0 = 0$ thì $v = gt$, $x = x_0 + \frac{1}{2}gt^2$, $s = \frac{1}{2}gt^2$

Ví dụ 1: Chứng minh các công thức sau:

- a) Quãng đường vật rơi trong n giây: $s = \frac{1}{2}gn^2$
- b) Quãng đường vật rơi trong giây thứ n: $\Delta s_n = \frac{1}{2}g(2n - 1)$
- c) Quãng đường vật rơi trong n giây cuối: $\Delta s_n = \frac{1}{2}gn(2t - n)$

Hướng dẫn

- a) Quãng đường vật rơi tự do: $s = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=n} s = \frac{1}{2}gn^2$
- b) Quãng đường vật rơi được trong n giây đầu: $s_n = \frac{1}{2}gn^2$
- + Quãng đường vật rơi được trong (n - 1) giây đầu: $s_{n-1} = \frac{1}{2}g(n - 1)^2$
- + Quãng đường vật rơi được trong giây thứ n: $\Delta s = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{2}gn^2 - \frac{1}{2}g(n - 1)^2$
- $\Rightarrow \Delta s = \frac{1}{2}g[n^2 - (n - 1)^2] = \frac{1}{2}g(2n - 1)$
- c) Quãng đường vật rơi được trong toàn thời gian: $s_t = \frac{1}{2}gt^2$

+ Quãng đường vật rơi được trong $(t - n)$ giây đầu: $s_{t-n} = \frac{1}{2}g(t-n)^2$

+ Quãng đường vật rơi được trong n giây cuối: $\Delta s_n = s_n - s_{t-n} = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-n)^2$

$$\Delta s_n = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-n)^2 = \frac{1}{2}g[t^2 - (t-n)^2] = \frac{1}{2}gn(2t-n)$$

Ví dụ 2: Để biết độ sâu của một cái giếng đã hết nước, người ta thả một hòn đá từ miệng giếng và đo thời gian từ lúc thả đến lúc nghe thấy tiếng vọng của hòn đá khi chạm đất. Giả sử người ta đo được thời gian là 2,06 s. Tính độ sâu của giếng. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$ và vận tốc âm trong không khí là 340 m/s. Coi âm truyền theo một phương nào đó là thẳng đều.

Hướng dẫn

+ Thời gian rơi tự do t_1 của hòn đá: $h = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{h}{5}}$

+ Thời gian truyền âm t_2 : $t_2 = \frac{h}{v_{\text{âm}}} = \frac{h}{340}$

+ Theo đề ta có: $t_1 + t_2 = 2,06 \Leftrightarrow \frac{h}{340} + \sqrt{\frac{h}{5}} = 2,06$

+ Đặt $\sqrt{h} = X \Rightarrow \frac{X^2}{340} + \frac{X}{\sqrt{5}} - 2,06 = 0 \Rightarrow X = 4,475 \Rightarrow h = X^2 \approx 20(\text{m})$

Ví dụ 3: Một vật rơi tự do trong 2 s cuối vật rơi được 80 m. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính thời gian rơi và vận tốc khi vừa chạm đất của vật.

Hướng dẫn

+ Gọi t là thời gian vật rơi trong toàn bộ quãng đường h : $h = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$

+ Quãng đường vật rơi được trong khoảng thời gian $(t - 2)$ giây đầu là:

$$h_1 = \frac{1}{2}g(t-2)^2 = 5(t-2)^2 = 5t^2 - 20t + 20$$

+ Theo đề ra ta có: $h - h_1 = 80 \Rightarrow 5t^2 - (5t^2 - 20t + 20) = 80 \Rightarrow t = 5\text{s}$

+ Vận tốc khi chạm đất: $v = gt = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m/s}$

Ví dụ 4: Một vật được thả rơi tự do từ độ cao $h = 80 \text{ m}$. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Tính thời gian vật rơi cho đến khi chạm đất.
- Tính vận tốc của vật khi vừa chạm đất.

c) Tính quãng đường vật rơi được trong giây cuối.

Hướng dẫn

a) Thời gian vật rơi cho đến khi chạm đất: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.80}{10}} = 4\text{s}$

b) Vận tốc của vật khi vừa chạm đất (vận tốc của vật lúc $t = 4\text{s}$):
 $v = gt = 10.4 = 40\text{m/s}$

c) Gọi s_1 là quãng đường vật rơi trong $t_1 = 4\text{s} \Rightarrow s_1 = 80\text{m}$.

+ Gọi s_2 là quãng đường vật rơi trong thời gian $t_2 = 3\text{s}$ đầu.

+ Quãng đường vật rơi trong 1 s cuối là: $\Delta s = s_{t=4} - s_{t=3} = 80 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 35\text{m}$

Ví dụ 5: Một vật rơi tự do tại nơi có $g = 10\text{m/s}^2$, thời gian rơi là 20s.

a) Tính quãng đường rơi trong 1s đầu và trong thời gian 1s cuối.

b) Tính thời gian rơi trong 1m đầu và thời gian rơi trong 1 m cuối.

Hướng dẫn

a) Tính quãng đường rơi trong 1s đầu và trong thời gian 1s cuối.

+ Quãng đường của vật rơi tự do: $s = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$

+ Quãng đường vật rơi được trong $t = 20\text{s}$: $s = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 = 5.20^2 = 2000\text{m}$

+ Quãng đường rơi được trong thời gian 1s đầu: $s_1 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 = 5.1^2 = 5\text{m}$

+ Quãng đường vật rơi được trong thời gian 19s đầu:

$$s_2 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 = 5.19^2 = 1805\text{m}$$

+ Quãng đường rơi được trong 1s cuối: $s - s_1 = 2000 - 1805 = 195\text{m}$

b) Tính thời gian rơi trong 1m đầu và thời gian rơi trong 1 m cuối

+ Thời gian rơi trong 1m đầu: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.1}{10}} = 0,45\text{s}$

+ Thời gian rơi trong $(2000 - 1)\text{m}$ đầu: $t_{1999} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.1999}{10}} = 19,995\text{s}$

+ Thời gian rơi trong 1m cuối: $\Delta t = t_{2000} - t_{1999} = 20 - 19,995 = 0,005\text{s}$

Vấn đề 2. Lập phương trình chuyển động của vật rơi tự do

Phương pháp: Phương pháp giải tương tự chuyển động nhanh dần đều theo phương ngang nhưng ở đây theo phương thẳng đứng với gia tốc chuyển động là $\vec{a} = \vec{g}$ có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.

+ Chọn trục Oy thẳng đứng, chiều (+) hướng xuống.

+ Phương trình tổng quát có dạng: $y = y_0 + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$ ($v_0 = 0$)

+ Trường hợp đặc biệt, có một vật rơi tự do, và chọn trục Oy có gốc tại vị trí

thả. Gốc thời gian là lúc thả thì:
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}gt^2 \\ v = gt \end{cases} \quad (v_0 = 0)$$

Ví dụ 6: Người ta thả 1 vật rơi tự do từ đỉnh tháp cao. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lập phương trình chuyển động của vật. Trong các trường hợp sau:

- Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, gốc O tại vị trí thả vật, chiều dương hướng xuống. Gốc thời gian là lúc thả vật.
- Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, gốc O tại vị trí thả vật, chiều dương hướng lên. Gốc thời gian là lúc thả vật.
- Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, gốc O ở dưới vị trí thả vật 20 m, chiều dương hướng xuống. Gốc thời gian là lúc thả vật.

Hướng dẫn

a) Với cách chọn trục tọa độ Oy và gốc thời gian theo đề bài thì:
$$\begin{cases} y_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ a = g \end{cases}$$

+ Nên phương trình chuyển động trong trường hợp này là: $y = 5t^2$

b) Với cách chọn trục tọa độ Oy và gốc thời gian theo đề bài thì:
$$\begin{cases} y_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ a = -g \end{cases}$$

+ Nên phương trình chuyển động trong trường hợp này là: $y = -5t^2$

c) Với cách chọn trục tọa độ Oy và gốc thời gian theo đề bài thì:
$$\begin{cases} y_0 = -20 \\ t_0 = 0 \\ a = g \end{cases}$$

+ Nên phương trình chuyển động trong trường hợp này là: $y = -20 + 5t^2$

Ví dụ 7: Từ một đỉnh tháp người ta buông rơi tự do 1 vật. Một giây sau ở tầng tháp thấp hơn 10 m người buông rơi tự do vật thứ 2. Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tại vị trí thả vật 1. Gốc thời gian là khi thả vật 1. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Viết phương trình chuyển động của các vật.
- Sau bao lâu kể từ khi thả vật 1 thì hai vật gặp nhau.

Hướng dẫn

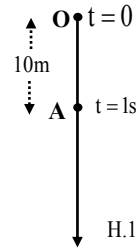
a) Phương trình tọa độ cho vật 1:

$$y = y_0 + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \xrightarrow{t_0=0} y = 5t^2$$

+ Phương trình tọa độ cho vật 2:

$$y = y_0 + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \xrightarrow{t_0=1} y = 10 + 5(t - 1)^2$$

b) Khi hai vật gặp nhau: $y_1 = y_2 \Rightarrow t = 1,5 \text{ s}$



Vấn đề 3. Chuyển động của một vật bị ném theo phương thẳng đứng

Loại 1. Chuyển động của vật bị ném theo phương thẳng đứng hướng xuống

Phương pháp: Là chuyển động nhanh dần có gia tốc $a = g$, có chiều chuyển động hướng xuống dưới.

+ Chuyển động có:

- Gia tốc: $\vec{a} = \vec{g}$
- Vận tốc đầu: $\vec{v}_0$ cùng phương với $\vec{g}$
- Phương trình: $y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$ (chiều dương hướng xuống)

+ Chọn hệ quy chiếu:

- Gốc tọa độ O tại vị trí đầu.
- Trục Oy thẳng đứng, chiều (+) trên xuống.
- Gốc thời gian $t = 0$ lúc vật bắt đầu ném.

+ Áp dụng các công thức về biến đổi đều:

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

$$s = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

$$v = v_0 + g(t - t_0)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

+ Đơn giản thường chọn gốc thời gian $t_0 = 0$ nên các công thức viết gọn hơn

$$\text{nghư sau: } \begin{cases} y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \\ s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \\ v = v_0 + g t \\ v^2 - v_0^2 = 2 a s \end{cases}$$

🔗 **Chú ý:** Khi vật chạm đất thì $y = h$ (h là độ cao cho với mặt đất)

Ví dụ 8: Một người đứng trên một tầng nhà cao 40 m và ném một vật rơi xuống dưới theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu là 10 m/s. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí ném vật. Gốc thời gian là lúc ném vật.

- Viết phương trình chuyển động của vật.
- Hỏi sau bao lâu thì vật chạm đất kể từ khi ném vật.
- Xác định tốc độ của vật khi chạm đất.

Hướng dẫn

a) Phương trình chuyển động: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = 10t + 5t^2$

b) Khi vật chạm đất: $y = 40 \Leftrightarrow 40 = 10t + 5t^2 \Rightarrow t = 2\text{s}$

c) $v = v_0 + g t = 10 + 10t \xrightarrow[t=2]{\text{chạm đất}} v = 30 \text{ m/s}$

Ví dụ 9: Một cái thước AB dài $\ell = 50(\text{cm})$ được treo bằng một sợi dây gần sát tường thẳng đứng. Mép dưới B của thước phải cách lỗ sáng O trên tường (nằm trên đường thẳng đứng với thước) khoảng h là bao nhiêu để khi thước rơi, thước che khuất lỗ sáng trong thời gian 0,1 s. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Hướng dẫn

+ Gọi h là khoảng cách từ mép B tới lỗ O

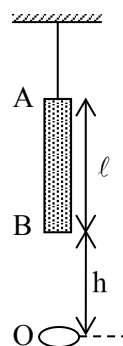
+ Khi mép B của thước tới lỗ O thì vận tốc là:

$$v = g t \xrightarrow{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}} v = \sqrt{2gh}$$

+ Thước sẽ che khuất lỗ sáng O trong thời gian kể từ khi mép dưới của thước chuyển động qua đến khi hết chiều dài của nó.

+ Do đó ta có: $\ell = \frac{1}{2} g t^2 + v t$

+ Lại có: $v = \sqrt{2gh} \Rightarrow \ell = \frac{1}{2} g t^2 + \sqrt{2gh} \cdot t$



+ Thay số: $\ell = 0,5(\text{m}), t = 0,1(\text{s}), g = 10(\text{m} / \text{s}^2) \Rightarrow h = 1,0125 \text{ m}$

Loại 2. Chuyển động của vật bị ném theo phương thẳng đứng hướng lên

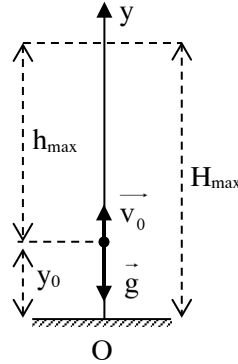
☛ Phương pháp:

1. Chọn hệ quy chiếu: trục Oy thẳng đứng, hướng lên, gốc tọa độ O trùng với mặt đất

2. Vận dụng công thức:

- + Gia tốc: $a = -g$ (vì chiều dương hướng lên, trong khi $\vec{g}$ hướng xuống)
- + Công thức vận tốc: $v = v_0 - g(t - t_0)$
- + Phương trình chuyển động:

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$



Chú ý:

- + Khi lên đến độ cao cực đại thì $v = 0$ (tại đây vận tốc đổi chiều)
- + Khi chạm đất thì $y = 0$
- + Độ cao cực đại của vật so với điểm ném: $h_{\max}$
- + Độ cao cực đại của vật so với mặt đất: $H_{\max} = y = h_{\max} + y_0$
- + Nếu vật ném từ mặt đất: $y_0 = 0 \Rightarrow H_{\max} = h_{\max}$

Ví dụ 10: Một vật được ném lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu bằng 40 m/s. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chọn chiều dương của trục tọa độ hướng lên, gốc là vị trí ném.

- a) Viết phương trình vận tốc, phương trình chuyển động.
- b) Xác định thời điểm vật có tốc độ 20m/s. Từ đó suy ra thời gian giữa hai lần vật có tốc độ 20m/s.
- c) Xác định thời điểm vật đổi chiều chuyển động (vận tốc của vật bằng 0).

Hướng dẫn

+ Do chọn chiều dương hướng lên nên $a = -g = -10(\text{m} / \text{s}^2)$

+ Chọn gốc tọa độ tại vị trí ném nên $y_0 = 0$

+ Chiều chuyển động ban đầu cùng chiều dương nên $v_0 > 0 \Rightarrow v_0 = 40 \text{ m/s}$

a) Phương trình vận tốc: $v = v_0 + at = 40 - 10t$

+ Phương trình chuyển động: $y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 40t - 5t^2$

b) Khi tốc độ bằng 20 m/s $\Rightarrow |v| = 20 \Leftrightarrow \pm 20 = 40 - 10t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2\text{s} \\ t_2 = 6\text{s} \end{cases}$

+ Thời gian giữa hai lần vận tốc bằng 20 m/s là: $\Delta t = t_2 - t_1 = 4 \text{ s}$

c) Khi vận tốc đổi chiều: $v = 0 \Leftrightarrow 0 = 40 - 10t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$

Ví dụ 11: Từ độ cao 5 m, một vật được ném lên theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu là 4 m/s. Bỏ qua sức cản không khí, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Viết phương trình chuyển động của vật. Công thức tính vận tốc tức thời?
- Độ cao cực đại mà vật lên được.
- Vận tốc của vật khi nó chạm đất.

Hướng dẫn

Chọn trục tọa độ Oy có gốc O ở mặt đất, phương thẳng đứng, chiều dương hướng

lên trên. Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu ném vật. Ta có:
$$\begin{cases} y_0 = 5(\text{m}) \\ v_0 = 4(\text{m/s}) \\ a = -g = -10 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

a) Phương trình chuyển động của vật:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = 5 + 4t - 5t^2 \quad (1)$$

+ Công thức tính vận tốc: $v = v_0 - gt \Rightarrow v = 4 - 10t \quad (2)$

b) Gọi $H_{\max}$ là độ cao cực đại mà vật lên được.

+ Khi vật lên đến $H_{\max}$, ta có: $v = 0 \Rightarrow 0 = 4 - 10t \Rightarrow t = 0,4 \text{ s}$

+ Vậy thời gian để vật lên đến độ cao cực đại là 0,4 s

+ Độ cao cực đại: $H_{\max} = y_{\max} = 5 + 4t - 5t^2 = 5 + 4 \cdot 0,4 - 5 \cdot 0,4^2 = 5,8(\text{m})$

+ Vậy độ cao cực đại mà vật có thể lên được là: $H_{\max} = 5,8(\text{m})$

c) Khi vật chạm đất : $y = 0$

+ Thay $y = 0$ vào (1) ta được: $0 = 5 + 4t - 5t^2$

+ Chọn $t = 1,48 \text{ s}$ (thời gian vật rơi cho đến khi chạm đất)

+ Thay $t = 1,48 \text{ s}$ vào (2), ta có vận tốc của vật ngay trước khi chạm đất:

$$v = 4 - 10 \cdot (1,48) = -10,8 \text{ (m/s)}$$

Dấu (–) cho thấy vector vận tốc đang hướng xuống phía dưới, ngược với chiều dương đã chọn.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một vật rơi tự do. Trong 4 s cuối cùng rơi được 320 m. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Tính:

- Thời gian rơi.
- Vận tốc trước khi vừa chạm đất.

Bài 2: Một vật được thả rơi tự do từ độ cao $h = 320 \text{ m}$. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Tính thời gian vật rơi cho đến khi chạm đất.
- Tính vận tốc của vật khi vừa chạm đất.
- Tính quãng đường vật rơi được trong giây cuối.

Bài 3: Thả một vật rơi tự do từ độ cao $h = 19,6 \text{ m}$. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính:

- Quãng đường vật rơi được trong 0,1s đầu và 0,1s cuối của thời gian rơi.
- Thời gian để vật đi hết 1 m đầu và 1 m cuối của độ cao h

Bài 4: Để biết độ sâu của một cái hang, những người thám hiểm thả một hòn đá từ miệng hang và đo thời gian từ lúc thả đến lúc nghe thấy tiếng vọng của hòn đá khi chạm đất. Giả sử người ta đo được thời gian là 13,66 s. Tính độ sâu của hang. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$ và vận tốc âm trong không khí là 340 m/s. Coi âm truyền theo một phương nào đó là thẳng đều.

Bài 5: Phải ném một vật theo phương thẳng đứng từ độ cao $h = 40 \text{ m}$ với vận tốc ban đầu v_0 bằng bao nhiêu để nó rơi tới mặt đất:

- Trước một giây so với trường hợp vật rơi tự do.
- Sau một giây so với trường hợp vật rơi tự do.

Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Bài 6: Một quả bóng được ném từ mặt đất lên cao theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu 4 m/s.

- Khoảng thời gian giữa hai thời điểm mà vận tốc của quả bóng có cùng độ lớn bằng 2,5 m/s là bao nhiêu ?
- Độ cao lúc đó bằng bao nhiêu ?

Bài 7: Một bạn học sinh tung quả bóng cho một bạn khác ở trên tầng hai cao 4 m. Quả bóng đi lên theo phương thẳng đứng và bạn này giờ tay ra bắt được quả bóng sau 1,5 s kể từ khi ném. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- Hỏi vận tốc ban đầu của quả bóng là bao nhiêu ?
- Hỏi vận tốc của quả bóng lúc bạn này bắt được là bao nhiêu ?

Bài 8: Từ độ cao 300 m một quả cầu được ném lên thẳng đứng vận tốc đầu 15 m/s. Sau đó 1s, từ độ cao 250 m quả cầu thứ 2 được ném lên với vận tốc đầu là 25 m/s. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Trong quá trình từ lúc bắt đầu ném quả cầu 1 đến lúc 2 quả cầu gặp nhau khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất giữa chúng (theo phương thẳng đứng) là bao nhiêu? và vào lúc nào?

Bài 9: Một vật được ném từ mặt đất thẳng đứng lên trên với vận tốc ban đầu 28m/s . Bỏ qua sức cản không khí và lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$. Hỏi sau bao lâu kể từ khi ném vật đạt độ cao bằng nửa độ cao cực đại?

Bài 10: Từ một kinh khí cầu đang hạ thấp đều với vận tốc $v_0 = 2\text{ m/s}$ (so với mặt đất), người ta phóng một vật thẳng đứng hướng lên với vận tốc $v = 18\text{ m/s}$ (so với mặt đất). Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

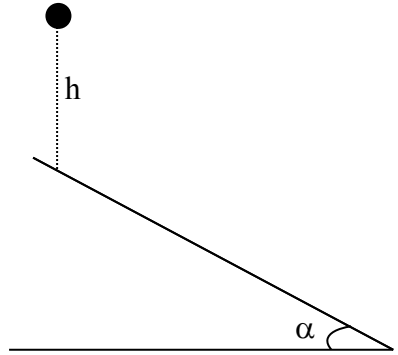
- Tính khoảng cách giữa khí cầu và vật khi vật lên tới vị trí cao nhất.
- Sau bao lâu vật rơi trở lại gặp khí cầu.

Bài 11: *Viên đạn 1 được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu V . Viên đạn 2 cũng được bắn lên theo phương thẳng đứng sau viên thứ nhất t_0 giây. Viên đạn 2 vượt qua viên đạn 1 đúng vào lúc viên 1 đạt độ cao cực đại. Hãy tìm vận tốc ban đầu của viên đạn 2.

Bài 12: *Một chiếc tàu đang chuyển động trên mặt nước nằm ngang với tốc độ không đổi v_1 thì bắn thẳng đứng lên cao một viên đạn pháo với tốc độ ban đầu v_2 . Tìm khoảng cách giữa tàu và viên đạn khi nó lên cao nhất.

Bài 13: *Một quả bóng rơi tự do từ độ cao h

xuống một mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt phẳng ngang. Sau khi va chạm tuyệt đối đàn hồi với mặt phẳng nghiêng, bóng lại tiếp tục nảy lên, rồi lại va chạm vào mặt phẳng nghiêng và tiếp tục nảy lên, và cứ tiếp tục như thế. Giả sử mặt phẳng nghiêng đủ dài để quá trình va chạm của vật xảy ra liên tục. Khoảng



cách giữa các điểm rơi liên tiếp kể từ lần thứ nhất đến lần thứ tư theo thứ tự lần lượt là ℓ_1 ; ℓ_2 và ℓ_3 . Tìm hệ thức liên hệ giữa ℓ_1 ; ℓ_2 và ℓ_3 . Áp dụng bằng số khi $h = 1\text{ m}$ và $\alpha = 30^\circ$.

Bài 14: *Một viên bi rơi tự do không vận tốc đầu từ độ cao $h = 120\text{ m}$ xuống mặt phẳng ngang. Mỗi lần va chạm với mặt phẳng ngang, vận tốc của bi nảy lên giảm đi $n = 2$ lần. Tính quãng đường bi đi được cho đến khi bi dừng hẳn.

Bài 15: Vật A được ném thẳng đứng lên trên từ độ cao 300 m so với mặt đất với vận tốc ban đầu 20 m/s . Sau đó 1 s vật B được ném thẳng đứng lên trên từ độ cao 250 m so với mặt đất với vận tốc ban đầu 25m/s . Bỏ qua sức cản không khí, lấy $g = 10\text{ m/s}^2$ Chọn gốc toạ độ ở mặt đất, chiều dương hướng thẳng đứng lên trên, gốc thời gian là lúc ném vật A.

- Viết phương trình chuyển động của các vật A, B; tính thời gian chuyển động của các vật.

- b) Thời điểm nào hai vật có cùng độ cao; xác định vận tốc các vật tại thời điểm đó.
- c) Trong thời gian chuyển động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là bao nhiêu và đạt được lúc nào.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

a) Gọi t là thời gian vật rơi trong toàn bộ quãng đường h : $h = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$

+ Quãng đường vật rơi được trong khoảng thời gian $(t - 4)$ giây là h_1 :

$$h_1 = \frac{1}{2}g(t - 4)^2 = 5(t - 4)^2 = 5t^2 - 40t + 80$$

+ Theo đề ra ta có: $h - h_1 = 320 \Rightarrow 5t^2 - (5t^2 - 40t + 80) = 320 \Rightarrow t = 10s$

b) Vận tốc khi chạm đất: $v = gt = 10 \cdot 10 = 100 \text{ m/s}$

Bài 2:

a) Thời gian vật rơi cho đến khi chạm đất: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 320}{10}} = 8s$

b) Vận tốc của vật ngay trước khi chạm đất (vận tốc của vật lúc $t = 8 \text{ s}$):

$$v = gt = 10 \cdot 8 = 80 \text{ m/s}$$

c) Gọi h là quãng đường vật rơi trong 8 s . Gọi h_1 là quãng đường vật rơi trong thời gian $t_1 = 7 \text{ s}$.

+ Quãng đường vật rơi trong 1 s cuối là: $s = h - h_1 = 320 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7^2 = 75 \text{ (m)}$

Bài 3:

a) Quãng đường vật rơi được trong $0,1 \text{ s}$ đầu tiên: $s = \frac{1}{2}gt^2 = 0,049 \text{ m}$

Thời gian rơi tự do của vật: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6}{9,8}} = 2 \text{ s}$.

Quãng đường rơi trong thời gian $t = 2 - 0,1 = 1,9$ giây đầu là: $h = \frac{1}{2}gt^2 = 17,689 \text{ m}$

Quãng vật rơi được trong $0,1$ giây cuối: $\Delta h = 19,6 - 17,689 = 1,911 \text{ m}$

b) Thời gian đi được 1 m đầu: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{9,8}} = 0,45 \text{ s}$

Thời gian rơi tự do trong $18,6 \text{ m}$ đầu: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1,95 \text{ s}$

Thời gian rơi trong 1 m cuối: $\Delta t = 2 - 1,95 = 0,05\text{s}$

Bài 4:

+ Thời gian rơi tự do t_1 của hòn đá: $h = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{h}{5}}$

+ Thời gian truyền âm t_2 kể từ khi hòn đá chạm đất đến khi nghe thấy tiếng vọng:

$$t_2 = \frac{h}{v_{\text{âm}}} = \frac{h}{340}$$

+ Theo đề ta có: $t_1 + t_2 = 13,66 \Leftrightarrow \frac{h}{340} + \sqrt{\frac{h}{5}} = 13,66$

+ Đặt $\sqrt{h} = X \Rightarrow \frac{X^2}{340} + \frac{X}{\sqrt{5}} = 13,66 \Rightarrow X = 26,0736 \Rightarrow h = X^2 \approx 680\text{m}$

Bài 5:

a) Chọn trục Oy có phương thẳng đứng, gốc O tại vị trí thả rơi tự do. Gốc thời gian là lúc thả rơi tự do.

Vật rơi tự do nên: $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40}{10}} = 2\sqrt{2} \text{ (s)}$

Vật ném với vận tốc v_0 : $h = \frac{1}{2}g(t-1)^2 + v_0(t-1) = \frac{1}{2}g(2\sqrt{2}-1)^2 + v_0(2\sqrt{2}-1)$

$$\Leftrightarrow 40 = \frac{1}{2} \cdot 10(2\sqrt{2}-1)^2 + v_0(2\sqrt{2}-1) \Rightarrow v_0 = 12,73 \text{ m/s} > 0 \text{ (cùng chiều dương)}$$

Vậy phải ném theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới

b) Chọn trục Oy có phương thẳng đứng, gốc O tại vị trí thả rơi tự do. Gốc thời gian là lúc thả rơi tự do.

Vật rơi tự do nên: $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40}{10}} = 2\sqrt{2} \text{ (s)}$

Vật ném với vận tốc v_0 : $h = \frac{1}{2}g(t+1)^2 + v_0(t+1) = \frac{1}{2}g(2\sqrt{2}+1)^2 + v_0(2\sqrt{2}+1)$

$$40 = \frac{1}{2} \cdot 10(2\sqrt{2}+1)^2 + v_0(2\sqrt{2}+1) \Rightarrow v_0 = -8,7 \text{ m/s} < 0 \text{ (ngược chiều dương)}$$

Vậy phải ném theo phương thẳng đứng từ dưới lên

Bài 6:

Chọn trục Oy thẳng đứng hướng lên, gốc tại chỗ ném vật. Gốc thời gian khi bắt đầu ném vật.

a) Ta có: $v = v_0 - gt \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{v=2,5\text{m/s}} 2,5 = 4 - 10t_1 \Rightarrow t_1 = 0,15\text{s} \\ \xrightarrow{v=-2,5\text{m/s}} -2,5 = 4 - 10t_2 \Rightarrow t_2 = 0,65\text{s} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = 0,5\text{s}$

b) Ta có: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \xrightarrow{a=-g} h = \frac{v^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{2,5^2 - 4^2}{-20} = 0,4875\text{m}$

Bài 7: Chọn trục Oy thẳng đứng hướng lên, gốc tại chỗ ném quả bóng. Góc thời gian là khi ném.

a) Phương trình toạ độ của quả bóng: $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 t - 4,9t^2$

Khi bắt được quả bóng thì $y = 4 \Rightarrow 4 = v_0 t - 4,9t^2 \xrightarrow{t=1,5\text{s}} v_0 = 10\text{m/s}$

b) Phương trình vận tốc: $v = v_0 - gt = 10 - 9,8 \cdot 1,5 = -4,7\text{m/s}$

Dấu trừ chứng tỏ vật người này bắt được quả bóng khi nó đang rơi xuống

Bài 8:

+ Chọn trục Oy thẳng đứng, hướng lên, gốc tại mặt đất.

+ Góc thời gian là lúc ném vật 1.

+ Phương trình vật 1: $y_1 = 300 + 15t - \frac{1}{2}gt^2 = 300 + 15t - 5t^2$

+ Phương trình vật 2: $y_2 = 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2 \quad (t \geq 1)$

+ Khoảng cách giữa hai vật: $\Delta y = |y_1 - y_2| = |80 - 20t|$

+ Thấy rằng: $\begin{cases} \Delta y = \max \Leftrightarrow t = \min \\ \Delta y = \min \Leftrightarrow t = \max \end{cases}$

+ Khi hai quả cầu gặp nhau: $y_1 = y_2 \Rightarrow \Delta y = 0 \Rightarrow 0 = |80 - 20t| \Rightarrow t = 4\text{s}$

+ Vậy $1 \leq t \leq 4 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\Delta y=\max, t=1} \Delta y_{\max} = 60\text{m} \\ \xrightarrow{\Delta y=\min, t=4} \Delta y_{\min} = 0 \end{cases}$

Bài 9: Chọn trục Oy thẳng đứng hướng lên, gốc tại chỗ ném quả bóng. Góc thời gian là khi ném

+ Phương trình toạ độ của quả bóng: $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

+ Phương trình vận tốc: $v = v_0 - gt$

+ Khi vật đạt độ cao cực đại thì $v = 0$ nên $v_0 - gt = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \Rightarrow y_{\max} = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$

+ Khi vật đạt độ cao $0,5h_{\max}$ ta có: $y = 0,5y_{\max}$

$$\Leftrightarrow v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_0^2}{4g} \Rightarrow 4,9t^2 - 28t + \frac{28^2}{4 \cdot 9,8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4,877\text{s} \\ t = 0,836\text{s} \end{cases}$$

Bài 10:

+ Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, có gốc O tại vị trí ném vật, chiều dương hướng xuống.

+ Kinh khí cầu đang hạ xuống $\Rightarrow$ chuyển động theo chiều dương $\Rightarrow v_{23} > 0$
 $\Rightarrow v_{23} = 2(\text{m/s})$

+ Vật bị ném lên $\Rightarrow$ vật chuyển động theo chiều âm với tốc độ ban đầu là 18 m/s

+ Phương trình chuyển động và phương trình vận tốc của vật bị ném là:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \qquad v = v_0 + g \cdot t$$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = -18(\text{m/s}) \Rightarrow \begin{cases} y = -18t + 5t^2 \\ v = -18 + 10t \end{cases}$

+ Khi vật lên đến độ cao cực đại thì: $v = 0 \Leftrightarrow -18 + 10t = 0 \Rightarrow t = 1,8(\text{s})$

+ Tọa độ của vật khi đó so với gốc O là:

$$y = -18t + 5t^2 = -18 \cdot 1,8 + 5 \cdot 1,8^2 = -16,2(\text{m})$$

+ Vậy lúc này vật đang ở phía âm của trục tọa độ và cách gốc O đoạn 16,2 m

+ Trong thời gian $t = 1,8 \text{ s}$ đó kinh khí cầu hạ xuống được một đoạn:

$$s = v_0 t = 2 \cdot 1,8 = 3,6(\text{m})$$

+ Vậy khoảng cách giữa vật và khí cầu lúc này là: $d = |y| + s = 19,8(\text{m})$

b) Phương trình chuyển động (tọa độ) của khí cầu: $y = v_0 t = 2t$

+ Khi vật rơi gặp lại khí cầu thì vật có tọa độ bằng tọa độ của khí cầu, do đó ta có:

$$-18t + 5t^2 = 2t \Rightarrow 5t^2 = 20t \Rightarrow t = 4(\text{s})$$

Bài 11:

a) Độ cao cực đại của viên đạn thứ nhất: $h_{1\max} = \frac{v^2}{2g}$

+ Thời gian để viên đạn 1 đạt độ cao trên: $t_{1\max} = \frac{v}{g}$

+ Gọi vận tốc ban đầu của viên đạn 2 là v_2 , ta có quãng đường viên đạn bay được

khi gặp viên đạn 1: $h = v_2(t_{1\max} - t_0) - \frac{1}{2}g(t_{1\max} - t_0)^2 = h_{1\max}$

$$\Rightarrow v_2 \left(\frac{v}{g} - t_0 \right) - \frac{1}{2}g \left(\frac{v}{g} - t_0 \right)^2 = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v_2 = \frac{v^2 + (v - gt_0)^2}{2(v - gt_0)}$$

Vậy vận tốc viên đạn thứ 2: $v_2 = \frac{v^2 + (v - gt_0)^2}{2(v - gt_0)}$

Bài 12:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy, có gốc O là vị trí bắn đạn pháo, trục Ox nằm ngang theo chiều chuyển động của tàu, trục Oy thẳng đứng hướng lên.

+ Phương trình chuyển động của đạn:

$$y = v_2 t - \frac{1}{2} g t^2$$

+ Phương trình vận tốc của đạn:

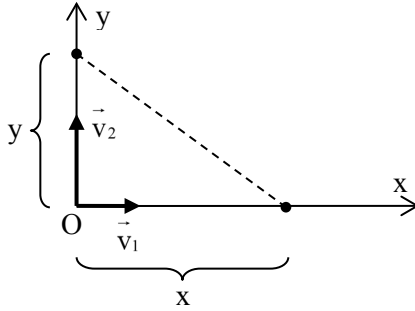
$$v_y = v_2 - g t$$

+ Phương trình chuyển động của tàu:

$$x = v_1 t$$

+ Khi đạn lên độ cao cực đại thì:

$$v_y = 0 \Leftrightarrow v_2 - g t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_2}{g}$$



+ Vị trí của đạn và của tàu khi đó là:

$$\begin{cases} y = v_2 \cdot \frac{v_2}{g} - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{v_2}{g} \right)^2 = \frac{v_2^2}{2g} \\ x = v_1 \cdot \frac{v_2}{g} = \frac{v_1 \cdot v_2}{g} \end{cases}$$

+ Khoảng cách giữa tàu và đạn khi đó là:

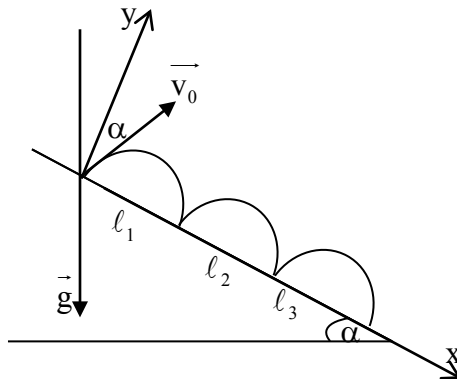
$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{v_1 \cdot v_2}{g} \right)^2 + \left(\frac{v_2^2}{2g} \right)^2} = \frac{v_2}{2g} \sqrt{4v_1^2 + v_2^2}$$

Bài 13:

+ Vận tốc ban đầu của quả bóng sau va chạm lần 1 với mặt phẳng nghiêng là:

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$$

+ Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ



+ Do va chạm của bóng và mặt phẳng nghiêng là va chạm đàn hồi nên tuân theo định luật phản xạ gương và độ lớn vận tốc được bảo toàn sau mỗi va chạm.

+ Vector vận tốc $\vec{v}_0$ hợp với trục Oy một góc α

+ Phương trình chuyển động của quả bóng sau lần va chạm đầu tiên là

$$\begin{cases} x = (v_0 \sin \alpha)t + \frac{1}{2}(g \sin \alpha)t^2 \\ y = (v_0 \cos \alpha)t - \frac{1}{2}(g \cos \alpha)t^2 \end{cases}$$

+ Sau thời gian t_1 quả bóng va chạm với mặt phẳng nghiêng lần thứ hai tại vị trí cách điểm va chạm lần đầu một khoảng ℓ_1 . Khi đó ta có

$$\begin{cases} \ell_1 = v_0 \sin \alpha t + \frac{1}{2}(g \sin \alpha)t^2 \\ 0 = v_0 \cos \alpha t - \frac{1}{2}(g \cos \alpha)t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{2v_0}{g} \\ \ell_1 = \frac{4v_0^2 \sin \alpha}{g} = 8h \sin \alpha \end{cases}$$

+ Sau va chạm, vật lại bật lên với vận tốc ban đầu được tính

$$\begin{cases} v_{1x} = v_{0x} + a_x t = v_0 \sin \alpha + (g \sin \alpha)t_1 = 3v_0 \sin \alpha \\ v_{1y} = v_{0y} + a_y t = -v_0 \cos \alpha + (g \cos \alpha)t_1 = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

+ Phương trình chuyển động của quả bóng sau lần va chạm thứ hai là:

$$\begin{cases} x = (3v_0 \sin \alpha)t + \frac{1}{2}(g \sin \alpha)t^2 \\ y = (v_0 \cos \alpha)t - \frac{1}{2}(g \cos \alpha)t^2 \end{cases}$$

+ Sau thời gian t_2 quả bóng va chạm với mặt phẳng nghiêng lần thứ ba tại vị trí cách điểm va chạm lần thứ hai một khoảng ℓ_2 . Khi đó ta có:

$$\begin{cases} \ell_2 = (3v_0 \sin \alpha)t + \frac{1}{2}(g \sin \alpha)t^2 \\ 0 = v_0 \cos \alpha t - \frac{1}{2}(g \cos \alpha)t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{2v_0}{g} \\ \ell_2 = \frac{8v_0^2 \sin \alpha}{g} = 16h \sin \alpha \end{cases}$$

+ Sau va chạm, vật lại bật lên và tính tương tự ta được thời gian từ lúc va chạm đến lúc bật lên và khoảng cách từ vị trí va chạm lần thứ 3 đến vị trí va chạm lần thứ 4

lần lượt bằng:
$$\begin{cases} t_3 = \frac{2v_0}{g} \\ \ell_3 = \frac{12v_0^2 \sin \alpha}{g} = 24h \sin \alpha \end{cases}$$

+ Vậy hệ thức liên hệ giữa ℓ_1 ; ℓ_2 và ℓ_3 là: $\frac{\ell_1}{1} = \frac{\ell_2}{2} = \frac{\ell_3}{3}$

+ Khi $h = 1 \text{ m}$ và $\alpha = 30^\circ$ thì $\ell_1 = 4 \text{ m}$; $\ell_2 = 8 \text{ m}$ và $\ell_3 = 12 \text{ m}$

Bài 14:

+ Vận tốc khi chạm mặt ngang được: $v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$.

+ Khi nảy lên có vận tốc: $v' = \frac{v}{2} = \frac{1}{n} \sqrt{2gh}$.

+ Vì $h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h \sim v^2$. Độ cao lên sau lần va chạm lần k sẽ giảm đi n^{2k} .

+ Quãng đường đi:

- Xuống lần 1 là: h
- Lên và xuống tiếp là: $\frac{2h}{n^2}$.
- Lên và xuống tiếp theo: $\frac{2h}{n^4}$.

+ Tổng quãng đường đi:

$$S = h + \frac{2h}{n^2} + \frac{2h}{n^4} + \dots = h + \frac{2h}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots \right) = h + \frac{2h}{n^2} A.$$

+ Với A là cấp số nhân lùi vô hạn $1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots$ với công bội: $q = \frac{1}{n^2}$.

+ Theo công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn ta có:

$$A = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2-1}.$$

+ Do đó: $S = \frac{h(n^2+1)}{(n^2-1)} = \frac{120(2^2+1)}{2^2-1} = 200 \text{ (m)}$

Bài 15:

a) Theo cách chọn hệ quy chiếu của đề ta có:

$$\begin{cases} y_{0A} = 300 \text{ (m)}, v_{0A} = 20 \text{ (m/s)}, t_{0A} = 0 \\ y_{0B} = 250 \text{ (m)}, v_{0B} = 25 \text{ (m/s)}, t_{0B} = 1 \text{ (s)} \\ a_A = a_B = -g = -10 \text{ (m/s}^2\text{)} \end{cases}$$

+ Phương trình chuyển động của vật A: $y_A = y_{0A} + v_{0A}t - \frac{1}{2}gt^2 = 300 + 20t - 5t^2$

+ Phương trình chuyển động của vật B:

$$y_B = y_{0B} + v_{0B}(t - t_{0B}) - \frac{1}{2}g(t - t_{0B})^2 = 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2$$

+ Khi vật A chạm đất thì: $y_A = 0 \Leftrightarrow 300 + 20t - 5t^2 = 0 \Rightarrow t_A = 10(s)$

+ Khi vật B chạm đất thì: $y_B = 0 \Leftrightarrow 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2 = 0 \Rightarrow t_B = 11(s)$

+ Vậy thời gian chuyển động của B là: $\Delta t = t_B - 1 = 10(s)$

b) Khi hai vật có cùng độ cao thì: $y_A = y_B$

$$\Leftrightarrow 300 + 20t - 5t^2 = 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2 \Rightarrow t = \frac{16}{3}(s) \approx 5,3(s)$$

+ Vận tốc của A khi đó: $v_A = 20 - 10t = -\frac{100}{3}(m/s)$

+ Vận tốc của B khi đó: $v_B = 25 - 10(t-1) = -\frac{55}{3}(m/s)$

c) Khoảng cách giữa hai vật trong thời gian chuyển động:

$$h = |y_B - y_A| = |80 - 15t| \quad (\text{với điều kiện: } 1s \leq t \leq 10s)$$

+ Vì tại $t = \frac{16}{3}(s) \approx 5,3(s)$ thì $h = 0$, trong thời gian từ $1(s) \leq t \leq \frac{16}{3}(s)$ khoảng

cách giảm dần từ $h = 65(m)$ đến $h = 0$, trong thời gian từ $\frac{16}{3}(s) \leq t \leq 10(s)$ khoảng

cách tăng dần từ $h = 0(m)$ đến $h = 70(m)$. Vậy khoảng cách lớn nhất giữa hai vật khi $t = 10s$, lúc đó: $h = |80 - 15 \cdot 10| = 70(m)$

Dạng 5. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

Vấn đề 1. Xác định tốc độ góc, chu kỳ, tần số, vận tốc dài, gia tốc hướng tâm

+ Chu kì (T) là thời gian để quay hết một vòng. Đơn vị là giây (s)

+ Tần số (f) là số vòng (n) quay được trong 1 giây $\Rightarrow f = n$. Đơn vị Hz hoặc vòng/s

$$\text{Ta có: } \begin{cases} v = \omega R \\ \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \end{cases} \Rightarrow a_{ht} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

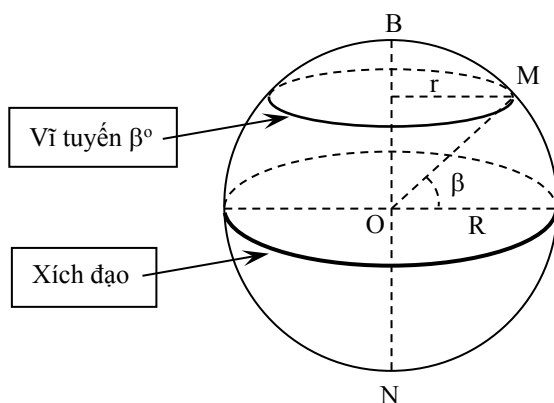
Trong đó:

v là tốc độ dài, ω là tốc độ góc (rad/s)

R là bán kính, a_{ht} là gia tốc hướng tâm

Chú ý:

- ✓ Tốc độ dài và tốc độ góc chỉ độ lớn, chúng có độ lớn không đổi trong quá trình vật chuyển động tròn đều. Còn vận tốc dài $\vec{v}$ có phương và chiều thay đổi, nhưng độ lớn không đổi (tốc độ dài)
- ✓ Gia tốc hướng tâm có phương và chiều luôn hướng vào tâm khi chất điểm chuyển động tròn đều, độ lớn không đổi.
- ✓ Chu kì của một số chuyển động thường gặp
 - Chu kì của kim giờ là 12h; của kim phút là 60ph, kim giây là 60s.
 - Trái Đất quay quanh Mặt Trời: $T_{D-T} = 365$ (ngày – đêm).
 - Trái Đất quay quanh trục của nó: $T_D = 1$ (ngày – đêm).
- ✓ Vĩ tuyến 0° là xích đạo. Khi nói điểm M nằm trên vĩ tuyến β^0 thì hiểu rằng đường nối từ M (thuộc vĩ tuyến β^0) đến tâm O của trái đất tạo với đường kính của xích đạo một góc β^0



Ví dụ 1: Một đồng hồ có kim giờ dài 3 cm, kim phút dài 4 cm.

- a) Tính tốc độ góc của 2 kim.
- b) Tính tốc độ dài của hai kim.

Hướng dẫn

a) Từ công thức $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \begin{cases} \omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{2\pi}{60.60} = 1,74.10^{-3} \text{ (rad / s)} \\ \omega_g = \frac{2\pi}{T_g} = \frac{2\pi}{12.60.60} = 1,45.10^{-4} \text{ (rad / s)} \end{cases}$

b) Từ công thức $v = \omega R \rightarrow \begin{cases} v_p = \omega_p R_1 = 6,96.10^{-3} \text{ (cm/s)} \\ v_2 = \omega_2 R_2 = 4,35.10^{-4} \text{ (cm/s)} \end{cases}$

Ví dụ 2: Một vệ tinh nhân tạo bay quanh trái đất theo đường tròn với vận tốc $v = 7,9 \text{ km/s}$ và cách mặt đất một độ cao $h = 600 \text{ km}$. Biết bán kính trái đất là $R = 6400 \text{ km}$. Xác định gia tốc hướng tâm của vệ tinh? Coi chuyển động là tròn đều.

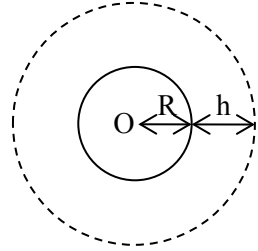
Hướng dẫn

+ Bán kính của chuyển động tròn đều:

$$r = R + h = 7000 \text{ km}$$

+ Gia tốc hướng tâm của chuyển động tròn đều: $a_{ht} = \frac{v^2}{r}$

+ Mà $v = 7,9 \text{ km/s} \Rightarrow a_{ht} = \frac{v^2}{r} = 0,089 \text{ (km/s}^2\text{)}$



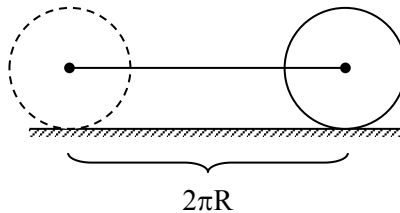
Ví dụ 3: Một bánh xe bán kính R lăn đều không trượt trên đường nằm ngang. Vận tốc của trục bánh xe là v_0 . Chứng minh rằng vận tốc dài của một điểm trên vành ngoài của bánh xe có giá trị là v_0 .

Hướng dẫn

+ Gọi T là chu kì quay của bánh xe thì vận tốc dài của điểm ngoài vành bánh xe là:

$v = \frac{2\pi R}{T}$. Trong thời gian T đó trục của bánh xe cũng đi được quãng đường bằng

chu vi của bánh xe. Do đó ta có: $v_0 = \frac{2\pi R}{T}$. Vậy $v = v_0$



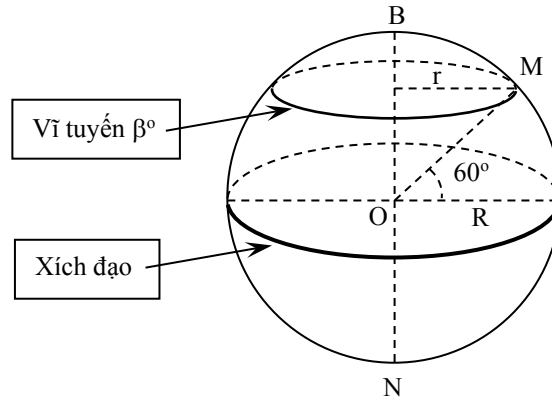
Vậy vận tốc dài của một điểm trên vành ngoài của bánh xe có giá trị bằng vận tốc chuyển động thẳng đều của một điểm trên trục.

Ví dụ 4: Tính tốc độ dài của một điểm nằm trên vĩ tuyến 60° khi Trái Đất quay quanh trục của nó. Cho biết bán kính Trái Đất là 6400 km .

Hướng dẫn

+ Bán kính quỹ đạo tròn ứng với vĩ tuyến 60° : $r = R \sin 30^\circ = 3200.10^3 \text{ (m)}$

+ Tốc độ dài của một điểm nằm trên vĩ tuyến 60° : $v = \omega.r = \frac{2\pi}{T}.r = 232,71(\text{m/s})$



Ví dụ 5: Kim phút của một đồng hồ dài bằng $\frac{4}{3}$ chiều dài kim giờ. Xác định tỉ số tốc độ góc và tốc độ dài giữa kim giờ và kim phút

a) So sánh tốc độ góc: Từ công thức: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \\ \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{12}$

b) Từ công thức $v = \omega R \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \omega_1 R_1 \\ v_2 = \omega_2 R_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{16}$

Ví dụ 6: Chiều dài của một đường đua hình tròn là 1,8 km. Hai xe máy chạy trên đường này hướng tới gặp nhau với vận tốc $v_1 = 40\text{km/h}$ và $v_2 = 60\text{km/h}$. Gọi Δt là khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp hai xe gặp nhau tại cùng một vị trí. Tính Δt

Hướng dẫn

+ Thời gian để mỗi xe chạy được 1 vòng là: $\begin{cases} T_1 = \frac{C}{v_1} = 0,045(\text{h}) \\ T_2 = \frac{C}{v_2} = 0,03(\text{h}) \end{cases}$

+ Giả sử lần đầu tiên chúng gặp nhau tại A. Sau khi xe 1 đi thêm m vòng xe 2 đi thêm n vòng nữa thì chúng lại gặp nhau lần 2 và lúc đó mất khoảng thời gian là Δt .

+ Do đó ta có: $\Delta t = mT_1 = nT_2 \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{n}{m} \Leftrightarrow \frac{n}{m} = \frac{3}{2} = \frac{3k}{2k}$

$\Rightarrow \Delta t = mT_1 = 2kT_1 \Rightarrow \Delta t_{\min} \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow \Delta t_{\min} = 2T_1 = 0,09\text{h}$

Ví dụ 7: Một trục bằng kim loại, hình trụ đường kính 10 cm được đặt vào máy tiện để tiện một cái rãnh tròn. Hình trụ quay với tốc độ góc $n = 120$ vòng/phút. Cứ mỗi vòng quay lưỡi dao tiện bóc được một lớp kim loại dày 1 mm.

- Viết các biểu thức cho tốc độ dài v và gia tốc hướng tâm của điểm tiếp xúc giữa trục kim loại với lưỡi dao tiện.
- Tính giá trị của tốc độ dài và gia tốc hướng tâm khi rãnh đã sâu 1 cm.

Hướng dẫn

1) Đổi $n = 120$ vòng/phút $= 2$ vòng/s

+ Tốc độ góc của hình trụ: $\omega = 2\pi.n = 4\pi$ (rad / s)

$$R = \frac{10}{2} = 5 \text{ (cm)} = 50 \text{ (mm)}$$

+ Bán kính hình trụ lúc đầu chưa tiện:

+ Mỗi giây (2 vòng quay) bán kính tiết diện hình trụ giảm: $\Delta R = 1.2 = 2 \text{ (mm)}$

+ Bán kính tiết diện hình trụ ở thời điểm t (tính từ lúc bắt đầu tiện) là:

$$r = (R - 2t) \text{ (mm)}$$

+ Tốc độ dài của điểm tiếp xúc giữa dao và hình trụ ở thời điểm t :

$$v = \omega r = 4\pi(50 - 2t) = 200\pi - 8\pi t \text{ (mm / s)}$$

+ Gia tốc hướng tâm của điểm tiếp xúc giữa dao và hình trụ ở thời điểm t :

$$a_{ht} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = 16\pi^2(50 - 2t) = 800\pi^2 - 32\pi^2 t \text{ (mm / s}^2\text{)}$$

b) Để tiện được rãnh sâu 1 cm $= 10$ mm cần thời gian bằng: $t = \frac{10}{2} = 5 \text{ (s)}$

+ Vận tốc và gia tốc khi đó bằng:
$$\begin{cases} v = 200\pi - 8\pi t = 160\pi \text{ (mm / s)} \\ a_{ht} = 800\pi^2 - 32\pi^2 t = 640\pi^2 \text{ (mm / s}^2\text{)} \end{cases}$$

Ví dụ 8: An ngồi làm bài văn cô giáo cho về nhà. Khi An làm xong bài thì thấy vừa lúc hai kim đồng hồ đã đổi chỗ cho nhau. Hỏi An làm bài văn hết bao nhiêu phút.

Hướng dẫn

+ Khi hai kim đổi chỗ cho nhau thì:

- Kim phút đã đi được một quãng đường từ vị trí của kim phút đến vị trí của kim giờ
- Kim giờ thì đi được một quãng đường từ vị trí của kim giờ đến vị trí của kim phút.

+ Như vậy tổng quãng đường hai kim đã đi đúng bằng một vòng đồng hồ.

$$\text{Do đó ta có: } s_{\text{phút}} + s_{\text{giờ}} = 1 \text{ vòng} \quad (1)$$

$$\text{+ Lại có: } \frac{s_{\text{phút}}}{s_{\text{giờ}}} = \frac{v_{\text{phút}} t}{v_{\text{giờ}} t} = \frac{v_{\text{phút}}}{v_{\text{giờ}}} = 12 \Rightarrow s_{\text{phút}} = 12s_{\text{giờ}} \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) ta có: $s_{\text{giờ}} = \frac{1}{13}$ vòng

+ Suy ra thời gian đổi chỗ là: $t = \frac{s_{\text{giờ}}}{v_{\text{giờ}}} = \frac{1/13}{1/12} = \frac{12}{13}$ giờ

Ví dụ 9: Một chiếc đồng hồ treo tường có đầu mút kim giây khi quay thì tạo thành một vòng tròn có chu vi 60 (mm). Giả sử đồng hồ chạy chính xác, hỏi tròn một ngày, đầu mút kim giây đi được quãng đường bao nhiêu m.

Hướng dẫn

+ Đầu mút kim giây chuyển động tròn đều trên đường tròn chu vi 60 mm

+ Khi kim giây quay được 1 vòng thì mất thời gian là $t = 60$ s, khi đó kim giây đi được quãng đường $s = 60$ mm nên vận tốc của kim giây là:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{60}{60} (\text{mm/s}) = 1 (\text{mm/s})$$

+ Quãng đường kim giây đi được trong $\Delta t = 1$ ngày là:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 1 \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60) = 86400 (\text{mm}) = 86,4 (\text{m})$$

Vấn đề 2. Vật chuyển động tròn đều bị tuột khỏi dây

+ Khi dây bị tuột vật sẽ chuyển động với vận tốc đầu là $v_0 = \omega R$.

+ Xét trường hợp khi dây có phương nằm ngang thì vật bị tuột dây $\Rightarrow$ vật

$$\text{chuyển động bị ném theo phương thẳng đứng: } \begin{cases} y = y_0 + v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2 \\ h = v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2 \\ v = v_0 \pm g t \end{cases}$$

Chú ý:

- ✓ Chọn chiều dương là chiều chuyển động.
- ✓ Lấy dấu (+) nếu khi bị tuột vật đang chuyển động hướng xuống, ngược lại khi bị tuột dây vật đang chuyển động hướng lên thì lấy dấu (-).

Ví dụ 10: Một sợi dây không đàn có chiều dài $R = 1$ m, khối lượng không đáng kể, một đầu được giữ cố định ở I cách mặt đất 25 m, còn đầu kia buộc vào viên bi nặng. Cho viên bi quay tròn đều trong mặt phẳng thẳng đứng với tốc độ góc 20 rad/s. Khi dây nằm ngang và vật đi xuống thì dây bị tuột. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, gốc tại vị trí tuột dây, chiều dương hướng xuống. Gốc thời gian là khi bi bị tuột dây. Viết phương trình chuyển động của viên bi sau khi dây bị đứt.
- b) Tính thời gian kể từ khi dây đứt đến khi bi chạm đất.
- c) Tính vận tốc của bi khi chạm đất.

Hướng dẫn

a) Khi dây đứt viên bi chuyển động đi xuống theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu $v_0 = \omega R = 20 \text{ m/s}$

+ Trục tọa độ có phương thẳng đứng, gốc tại vị trí bi bị đứt, chiều dương hướng xuống. Gốc thời gian là khi đứt

$$\text{dây} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 0, t_0 = 0 \\ v_0 = 20 (\text{m/s}) \end{cases}$$

+ Phương trình chuyển động của viên bi:

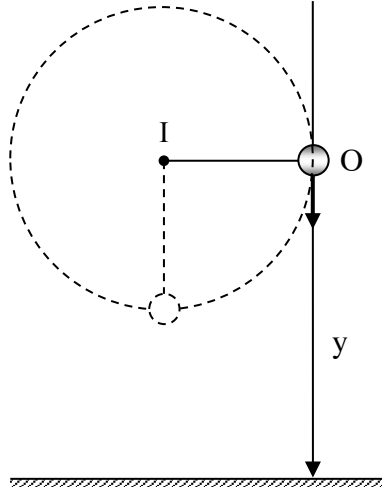
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = 20t + 5t^2$$

b) Khi bi chạm đất: $y = h$

$$\Rightarrow 25 = 20t + 5t^2 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

c) Vận tốc khi chạm đất:

$$v = v_0 + g t = 20 + 10 \cdot 1 = 30 (\text{m/s})$$



Ví dụ 11: Một viên bi được buộc bởi sợi dây dài $R = 1 \text{ m}$ được cho quay tròn đều trên mặt sàn phẳng nằm ngang nhẵn quanh tâm là đầu kia của sợi dây. Gia tốc của viên sỏi là 9 m/s^2 .

a) Tính tốc độ dài, tốc độ góc, chu kì và tần số quay của viên sỏi.

b) Nếu viên sỏi bị tuột khỏi sợi dây và chuyển động tự do theo quán tính thì sau $0,8 \text{ s}$ viên sỏi nằm cách tâm tròn bao xa ?

Hướng dẫn

a) Vì viên bi chuyển động tròn đều nên gia tốc của viên bi là gia tốc hướng tâm. Do

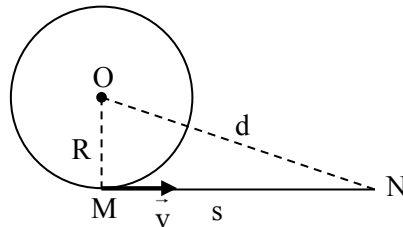
$$\text{đó ta có: } a_{ht} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_{ht} R} = 3 (\text{m/s})$$

$$+ \text{ Tốc độ góc: } \omega = \frac{v}{R} = \frac{3}{1} = 3 (\text{rad/s})$$

$$+ \text{ Chu kì: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3} (\text{s})$$

$$+ \text{ Tần số: } f = \frac{1}{T} = \frac{3}{2\pi} (\text{Hz})$$

b) Khi viên bi tuột khỏi sợi dây thì nó sẽ chuyển động thẳng đều với vận tốc $v = 3 \text{ m/s}$ theo phương tiếp tuyến với đường tròn tâm O bán kính $R = 1 \text{ m}$ tại điểm tuột dây M (như hình vẽ)



+ Quãng đường đi được sau t là:

$$s = v.t = 3.0,8 = 2,4 \text{ (m)}$$

+ Vì khi tuột viên bi chuyển động vuông góc với bán kính tại điểm tuột nên khoảng cách của viên bi đến tâm O sau thời gian $0,8$ s là:

$$d = \sqrt{R^2 + s^2} = \sqrt{1^2 + 2,4^2} = 2,6 \text{ (m)}$$

Vấn đề 3. Hai chuyển động tròn đều được liên kết với nhau bởi dây xích

- + Bánh đĩa của xe đạp được liên kết với bánh líp của xe đạp bởi một dây xích. Đĩa và líp xe được chuyển động bằng xích nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường một điểm trên vành đĩa đi được và quãng đường một điểm trên vành líp đi được là như nhau.
- + Gọi n_1 và n_2 lần lượt là số vòng quay của đĩa và líp, R_1 và R_2 lần lượt là

$$\text{bán kính của đĩa và líp ta có: } s = n_1 \cdot 2\pi R_1 = n_2 \cdot 2\pi R_2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

Ví dụ 12: Tìm quãng đường mà người đi xe đạp đi được khi người đi xe đạp quay được 20 vòng bàn đạp. Biết đường kính bánh xe là $d = 80$ cm, gấp 4 lần đường kính bánh đĩa và gấp 10 lần đường kính bánh líp.

Hướng dẫn

+ Gọi R là bán kính bánh xe thì bán kính đĩa R_1 và líp R_2 là:
$$\begin{cases} R_1 = \frac{R}{4} \\ R_2 = \frac{R}{10} \end{cases}$$

+ Gọi n_1 và n_2 lần lượt là số vòng quay được của đĩa và líp

+ Đĩa và líp xe được chuyển động bằng xích nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường một điểm trên vành đĩa đi được và quãng đường một điểm trên vành

líp đi được là như nhau, do đó: $s = n_1 \cdot 2\pi R_1 = n_2 \cdot 2\pi R_2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{R_1}{R_2} = 2,5$

+ Khi người đi xe đạp quay được 20 vòng bàn đạp thì bánh đĩa cũng quay được 20 vòng $\Rightarrow n_1 = 20$ vòng $\Rightarrow$ số vòng bánh líp quay được:

$$n_2 = 2,5n_1 = 2,5 \cdot 20 = 50 \text{ vòng}$$

+ Vì bánh líp gắn liền với bánh xe nên số vòng quay được của bánh xe bằng số vòng quay của bánh líp $\Rightarrow$ bánh xe quay được 50 vòng.

+ Quãng đường đi được là: $s = 50 \cdot \pi d = 50 \cdot \pi \cdot 0,8 = 40\pi \text{ (m)}$

Ví dụ 13: Bán kính của đĩa xe đạp là $R_1 = 9$ cm, bán kính của líp là $R_2 = 4$ cm, bán kính của bánh xe là $R = 33$ cm. Xe đạp chuyển động thẳng đều với tốc độ $v = 3,96$ m/s. Cho rằng người đi xe đạp đều, đĩa và líp quay đều.

- Tính tốc độ góc của bánh xe (đối với người đi xe).
- Tính tốc độ dài của một điểm trên vành líp (đối với trục của bánh xe).
- Tính tốc độ góc và tần số quay của đĩa (theo đơn vị vòng/phút)

Hướng dẫn

a) Tốc độ dài của một điểm trên vành bánh xe bằng vận tốc chuyển động của xe, tức là $v = 3,96 \text{ m/s}$.

+ Tốc độ góc của bánh xe: $\omega = \frac{v}{R} = \frac{3,96}{0,33} = 12 \text{ (rad / s)}$

b) Vì líp xe quay cùng tốc độ góc với bánh xe nên tốc độ góc của líp là:

$$\omega_2 = \omega = 12 \text{ rad/s}$$

+ Tốc độ dài của một điểm trên vành líp là: $v_2 = \omega_2 R_2 = 12 \cdot 0,04 = 0,48 \text{ (m / s)}$

c) Gọi n_1 và n_2 lần lượt là số vòng quay được của đĩa và líp

+ Đĩa và líp xe được chuyển động bằng xích nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường một điểm trên vành đĩa đi được và quãng đường một điểm trên vành

líp đi được là như nhau, do đó: $s = n_1 \cdot 2\pi R_1 = n_2 \cdot 2\pi R_2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{R_1}{R_2} = 2,25$

+ Gọi ω_1 là tốc độ góc của đĩa, ta có: $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = 2,25$

$$\Rightarrow \omega_1 = \frac{\omega_2}{2,25} = \frac{12}{2,25} = \frac{16}{3} \text{ (rad / s)}$$

+ Tần số quay của đĩa: $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \approx 0,85 \text{ (vòng/s)} \approx 51 \text{ vòng/phút}$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một bánh xe quay đều với vận tốc góc 5 vòng/giây, bán kính bánh xe là 30 cm. Tính vận tốc dài và gia tốc hướng tâm của một điểm trên vành bánh xe. Lấy $\pi^2 = 10$.

Bài 2: Tính gia tốc của đầu mút kim giây của một đồng hồ có chiều dài kim giây là 2,5 cm.

Bài 3: Tính gia tốc của Mặt Trăng quay quanh Trái Đất. Biết khoảng cách Trái Đất - Mặt Trăng là $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$. Chu kì quay của Mặt Trăng là 27,32 ngày.

Bài 4: Một vệ tinh nhân tạo bay quanh trái đất theo đường tròn với vận tốc $v = 7,9 \text{ km/s}$ và cách mặt đất một độ cao $h = 300 \text{ km}$. Biết bán kính trái đất là $R = 6400 \text{ km}$. Xác định vận tốc góc, chu kì, tần số của nó. Coi chuyển động là tròn đều.

Bài 5: Một quạt máy quay với tần số 400 vòng/phút. Cánh quạt dài 0,8 m. Tính tốc độ góc và tốc độ dài của một điểm ở đầu cánh quạt

Bài 6: Bánh xe đạp có đường kính 0,66 m. Xe đạp chuyển động thẳng đều với vận tốc 12 km/h. Tính tốc độ góc và tốc độ dài của một điểm trên vành bánh xe

Bài 7: Một điểm nằm trên vành ngoài của một lốp xe máy cách trục bánh xe 30 cm. Xe chuyển động thẳng đều. Hỏi bánh xe quay được bao nhiêu vòng thì số chỉ trên đồng hồ tốc độ sẽ nhảy 1 số. Biết 1 số ứng với 1 km chiều dài quãng đường.

Bài 8: Một chiếc tàu thủy đậu tại một điểm trên đường xích đạo. Hãy tính tốc độ dài và tốc độ góc của tàu đối với trục quay của Trái Đất. Biết bán kính Trái Đất là 6400 km.

Bài 9: Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc 72km/h. Tính vận tốc góc và gia tốc hướng tâm tại một điểm trên vành bánh xe. Biết bán kính của bánh xe là 25 cm

Bài 10:

- Một vệ tinh phải có chu kì quay là bao nhiêu để nó trở thành vệ tinh địa tĩnh của Trái Đất.
- So sánh vận tốc góc của một chiếc kim giờ và của một điểm trên đường xích đạo.

Bài 11: Một đoàn tàu bắt đầu chạy vào một đoạn đường tròn, bán kính 1000 m, dài 600 m, với vận tốc 15 m/s. Đoàn tàu chạy hết quãng đường đó trong thời gian $t = 30$ giây. Tìm vận tốc dài, gia tốc pháp tuyến, gia tốc tiếp tuyến, gia tốc toàn phần của đoàn tàu ở cuối quãng đường đó. Coi chuyển động của đoàn tàu là nhanh dần đều.

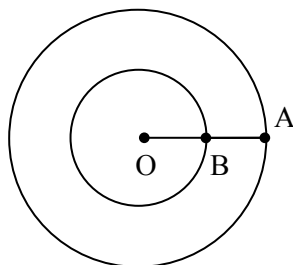
Bài 12: Để chuẩn bị bay trên các con tàu vũ trụ, các nhà du hành phải luyện tập trong máy quay li tâm. Giả sử ghế ngồi ở cách tâm của máy quay một khoảng 5 m và nhà du hành chịu một gia tốc hướng tâm bằng 7 lần gia tốc trọng trường g . Hỏi:

- Tốc độ dài của nhà du hành vũ trụ bằng bao nhiêu.
- Tốc độ góc bằng bao nhiêu (tính ra vòng trên phút)

Bài 13: Một bánh xe quay đều quanh trục O. Một điểm A nằm ở vành ngoài bánh xe có vận tốc $v_A = 0,8(\text{m/s})$ và một điểm B nằm trên cùng bán kính với A, $AB = 12(\text{cm})$ có vận tốc

$v_B = 0,5(\text{m/s})$ như hình vẽ. Tính vận tốc

góc và đường kính bánh xe ?



Bài 14: Trên phim nhựa loại 8 mm cứ 26 ảnh chiếm một chiều dài 10 cm.

- Khi chiếu, phim chạy qua đèn chiếu với nhịp 24 ảnh /giây. Tính vận tốc phim.

- b) Phim được cuộn trên một lõi. Đầu buổi chiếu bán kính lõi là $R_1 = 2 \text{ cm}$; cuối buổi chiếu, bán kính là $R_2 = 7 \text{ cm}$. Tính xem vận tốc góc của lõi phim thay đổi trong khoảng nào?

Bài 15: Một sợi dây không dẫn có chiều dài 1 m , khối lượng không đáng kể, một đầu được giữ cố định ở O cách mặt đất 40 m , còn đầu kia buộc vào viên bi nặng.

Cho viên bi quay tròn đều trong mặt phẳng thẳng đứng với tốc độ $\frac{5}{\pi}$ (vòng/s). Khi

dây nằm ngang và vật đi xuống thì dây bị tuột. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, gốc tại vị trí tuột dây, chiều dương hướng xuống. Gốc thời gian là khi bi bị tuột dây. Viết phương trình chuyển động của viên bi sau khi dây bị tuột dây.
- Tính thời gian kể từ khi dây đứt đến khi bi chạm đất.
- Tính vận tốc của bi khi chạm đất.

Bài 16: Một sợi dây không dẫn có chiều dài 1 m , khối lượng không đáng kể, một đầu được giữ cố định ở O cách mặt đất 25 m , còn đầu kia buộc vào viên bi nặng.

Cho viên bi quay tròn đều trong mặt phẳng thẳng đứng với chu kỳ $\frac{\pi}{10} \text{ s}$. Khi dây

nằm ngang và vật đi lên thì dây đứt. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, gốc tại mặt đất, chiều dương hướng lên. Gốc thời gian là khi bi bị tuột dây. Viết phương trình chuyển động của viên bi sau khi dây bị tuột.
- Tính thời gian kể từ khi dây đứt đến khi bi chạm đất.
- Tính vận tốc của bi khi chạm đất.

Bài 17: Một sợi dây không dẫn có chiều dài 100 cm , khối lượng không đáng kể, một đầu được giữ cố định ở O cách mặt đất 40 m , còn đầu kia buộc vào viên bi

nặng. Cho viên bi quay tròn đều trong mặt phẳng thẳng đứng với tần số $\frac{5}{\pi} \text{ (Hz)}$.

Khi dây nằm ngang và vật đi lên thì dây đứt. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Viết phương trình chuyển động của viên bi sau khi dây bị đứt
- Tính thời gian kể từ khi dây đứt đến khi bi chạm đất
- Tính vận tốc của bi khi chạm đất.

Bài 18: Một viên sỏi được buộc bởi sợi dây dài $0,5 \text{ m}$ được cho quay tròn đều trên mặt sàn phẳng nằm ngang nhẵn quanh tâm là đầu kia của sợi dây. Gia tốc của viên sỏi là 8 m/s^2 .

- Tính tốc độ dài, tốc độ góc, chu kỳ và tần số quay của viên sỏi.
- Nếu viên sỏi bị tuột khỏi sợi dây và chuyển động tự do theo quán tính thì sau $0,6 \text{ s}$ viên sỏi nằm cách tâm tròn bao xa ?

Bài 19: Một chiếc đồng hồ treo tường có đầu mút kim phút khi quay thì tạo thành một vòng tròn có chu vi 60 (mm). Giả sử đồng hồ chạy chính xác, hỏi tròn một tuần đầu mút kim phút đi được quãng đường bao nhiêu m.

Bài 20: Một chiếc đồng hồ treo tường có đầu mút kim giây khi quay thì tạo thành một vòng tròn có chu vi 60 (mm). Giả sử đồng hồ chạy chính xác, hỏi:

- Tròn một tuần, đầu mút kim giây đi được quãng đường bao nhiêu km.
- Tròn một năm 2008, đầu mút kim giây đi được quãng đường bao nhiêu km.

Bài 21: Một chiếc đồng hồ treo tường có đầu mút kim phút khi quay thì tạo thành một vòng tròn có chu vi 60 (mm). Giả sử đồng hồ chạy chính xác, hỏi:

- Tròn 1 ngày, đầu mút kim phút đi được quãng đường bao nhiêu m.
- Tròn một năm 2010, đầu mút kim phút đi được quãng đường bao nhiêu km.

Bài 22: Một chiếc đồng hồ treo tường có đầu mút kim giây khi quay thì tạo thành một vòng tròn có chu vi 60 (mm). Giả sử đồng hồ chạy chính xác, hỏi nếu đầu mút kim giây đi được quãng đường là 86,4 m thì nó chạy trong thời gian bao lâu ?

Bài 23: *Một người đi bộ qua cầu AB (AB xem như một cung tròn tâm O) với vận tốc 6km/h trong 10 phút. Biết góc hợp bởi vận tốc tại A với đường thẳng AB là 30° . Xác định độ lớn gia tốc hướng tâm của người ấy khi đi qua cầu.

Bài 24: *Chiều dài của một đường đua hình tròn là 1800 m. Hai xe máy chạy trên đường này hướng tới gặp nhau với vận tốc $v_1 = 40\text{km/h}$ và $v_2 = 50\text{km/h}$. Gọi Δt là khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp hai xe gặp nhau tại cùng một vị trí. Tính Δt

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1: HD : $\omega = 5(v/s) = 10\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow \begin{cases} v = \omega R = 10\pi \cdot 30 = 942(\text{cm/s}) \\ a_{ht} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = 295,79(\text{m/s}^2) \end{cases}$

Bài 2: HD : $a_{ht} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \cdot 2,5 = 0,0274(\text{cm/s}^2)$

Bài 3: HD : $a_{ht} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = 2,72 \cdot 10^{-3}(\text{m/s}^2)$

Bài 4: HD : $\begin{cases} v = \omega(R+h) \Rightarrow \omega = \frac{v}{R+h} = 1,18 \cdot 10^{-3}(\text{rad/s}) \\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 5322\text{s} = 1\text{h}28\text{min}42\text{s} \\ f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = 1,88 \cdot 10^{-4}(\text{vòng/s}) = 1,88 \cdot 10^{-4}(\text{Hz}) \end{cases}$

Bài 5:

$$\text{HD: } f = 400(\text{vòng} / \text{min}) = \frac{400}{60}(\text{vòng} / \text{s}) = \frac{20}{3} \text{Hz} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 2\pi f = 41,87(\text{rad} / \text{s}) \\ v = \omega R = 33,5(\text{m} / \text{s}) \end{cases}$$

Bài 6:

+ Vận tốc xe đạp cũng là vận tốc dài của một điểm trên vành ngoài của bánh xe do

$$\text{đó ta có: } v = 12(\text{km} / \text{h}) = 3,33(\text{m} / \text{s}) \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{2v}{d} = 10,1(\text{rad} / \text{s})$$

Bài 7:

+ Khi đồng hồ nhảy 1 số, thì quãng đường đi được là: $s = 1(\text{km}) = 10^3(\text{m})$

+ Chiều dài của bánh xe (chu vi bánh xe): $L = 2\pi R$

+ Khi bánh xe quay được 1 vòng thì chiều dài quãng đường mà xe đi được đúng bằng chu vi bánh xe L . Do đó số vòng mà bánh xe quay được khi đồng hồ nhảy

$$\text{được 1 số là: } N = \frac{s}{2\pi R} = \frac{10^3}{2\pi \cdot 0,3} = 530(\text{vòng})$$

Bài 8:

$$\text{HD: } \begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400} = 7,27 \cdot 10^{-5}(\text{rad} / \text{s}) \\ v = \omega R = 465,2(\text{m} / \text{s}) \end{cases}$$

Bài 9: Vận tốc ô tô cũng là vận tốc dài của một điểm trên vành ngoài của bánh

$$\text{xe do đó ta có } v = 20 \text{ m/s. Ta có: } \begin{cases} \omega = \frac{v}{R} = 80(\text{rad} / \text{s}) \\ a_{\text{ht}} = \omega^2 R = 1600(\text{m} / \text{s}^2) \end{cases}$$

Bài 10:

a) Chu kỳ quay của vệ tinh địa tĩnh bằng chu kỳ quay của Trái Đất nên: $T = 24\text{h}$.

$$\text{b) Từ công thức } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\omega_h}{\omega_{\text{xích đạo}}} = \frac{T_{\text{xích đạo}}}{T_h} = \frac{24}{12} = 2 \Rightarrow \omega_h = 2\omega_{\text{xích đạo}}$$

Bài 11:

+ Gọi a_t là gia tốc tiếp tuyến của tàu

$$\text{+ Ta có: } s = v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2 \Rightarrow a_t = \frac{2(s - v_0 t)}{t^2} = \frac{2(600 - 15 \cdot 30)}{30^2} = \frac{1}{3}(\text{m} / \text{s}^2)$$

$$\text{+ Vận tốc của tàu tại cuối đường vòng: } v = v_0 + a_t t = 15 + \frac{1}{3} \cdot 30 = 25(\text{m} / \text{s})$$

$$\text{+ Gia tốc hướng tâm (gia tốc pháp tuyến) của tàu: } a_{\text{ht}} = \frac{v^2}{R} = \frac{25^2}{1000} = 0,625(\text{m} / \text{s}^2)$$

$$\text{+ Gia tốc toàn phần của tàu: } a = \sqrt{a_t^2 + a_{\text{ht}}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + (0,625)^2} = 0,708(\text{m} / \text{s}^2)$$

Bài 12:

a) Ta có: $a_{ht} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_{ht} R} = \sqrt{7g \cdot R} = \sqrt{7 \cdot 9,8 \cdot 5} = 18,52 \text{ (m/s)}$

b) Tốc độ góc: $\omega = \frac{v}{R} = 3,7 \text{ (rad/s)} = 35,37 \text{ (vòng/min)}$

Bài 13:

+ Khi bánh xe quay thì tất cả các điểm trên bánh xe đều quay với cùng tốc độ góc là ω .

+ Ta có: $\begin{cases} v_A = \omega R_A \\ v_B = \omega R_B \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{R_A}{R_B} \Leftrightarrow \frac{8}{5} = \frac{OA}{OA - 12}$

$\Rightarrow OA = 32 \text{ (cm)} \Rightarrow d = 64 \text{ (cm)}$

+ Tốc độ góc của bánh xe: $\omega = \frac{v_A}{R_A} = \frac{80}{32} = 2,5 \text{ (rad/s)}$

Bài 14:

a) Tốc độ của lõi phim là: $v = \frac{s}{t} = \frac{10}{26} \cdot 24 \approx 9,2 \text{ (cm/s)}$

b) Trong quá trình chiếu phim, tốc độ dài của phim luôn không đổi

+ Tốc độ góc của lõi phim ở đầu buổi chiếu: $\omega_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{9,2}{2} = 4,6 \text{ (rad/s)}$

+ Tốc độ góc của lõi phim ở cuối buổi chiếu: $\omega_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{9,2}{7} = 1,3 \text{ (rad/s)}$

+ Vậy tốc độ góc của lõi phim thay đổi trong khoảng từ $1,3 \text{ rad/s} < \omega < 4,6 \text{ rad/s}$

Bài 15:

a) Khi dây đứt viên bi chuyển động đi xuống theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu $v_0 = \omega R = 10 \text{ m/s}$

+ Chọn trục toạ độ có phương thẳng đứng, gốc tại vị trí bi bị đứt, chiều dương hướng xuống. Gốc thời gian là khi đứt dây.

+ Ta có: $\omega = 2\pi n = 10 \text{ (rad/s)} \Rightarrow v_0 = 10 \text{ (m/s)}$

+ Phương trình chuyển động của viên bi: $y = 10t + 5t^2$

b) Khi bi chạm đất: $40 = 10t + 5t^2 \Rightarrow t = 2\text{s}$

c) Vận tốc khi chạm đất: $v = v_0 + gt = 10 + 10 \cdot 2 = 30 \text{ (m/s)}$

Bài 16:

a) Khi dây đứt viên bi chuyển động đi xuống theo phương thẳng đứng với vận tốc

đầu: $v_0 = \omega R = \frac{2\pi}{T} \cdot R = 20 \text{ (m/s)}$

Phương trình chuyển động của viên bi: $y = 25 + 20t - 5t^2$ (m)

b) Khi bi chạm đất: $0 = 25 + 20t - 5t^2 \Rightarrow t = 5s$

c) Vận tốc khi chạm đất: $v = v_0 - gt = 20 - 10.5 = -30$ (m/s)

Bài 17:

a) Khi dây đứt viên bi chuyển động đi xuống theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu: $v_0 = \omega R = 2\pi fR = 10$ (m/s)

Chọn trục toạ độ có phương thẳng đứng, gốc tại vị trí bi bị đứt, chiều dương hướng xuống. Gốc thời gian là khi đứt dây

Phương trình chuyển động của viên bi: $y = 40 + 10t - 5t^2$

b) Khi bi chạm đất: $0 = 40 + 10t - 5t^2 \Rightarrow t = 4s$

c) Vận tốc khi chạm đất: $v = v_0 - gt = 10 - 10.4 = -30$ (m/s)

Bài 18:

a) Vì viên bi chuyển động tròn đều nên gia tốc của viên bi là gia tốc hướng tâm. Do

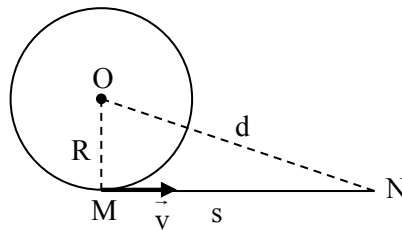
đó ta có: $a_{ht} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_{ht}R} = 2$ (m/s)

+ Tốc độ góc: $\omega = \frac{v}{R} = \frac{2}{0,5} = 4$ (rad/s)

+ Chu kì: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$ (s)

+ Tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{2}{\pi}$ (Hz)

b) Khi viên bi tuột khỏi sợi dây thì nó sẽ chuyển động thẳng đều với vận tốc $v = 2$ m/s theo phương tiếp tuyến với đường tròn tâm O bán kính $R = 0,5$ m tại điểm tuột dây M (như hình vẽ)



+ Quãng đường đi được sau t là:

$$s = v.t = 2.0,6 = 1,2 \text{ (m)}$$

+ Vì khi tuột viên bi chuyển động vuông góc với bán kính tại điểm tuột nên khoảng cách của viên bi đến tâm O sau thời gian 0,6 s là:

$$d = \sqrt{R^2 + s^2} = \sqrt{0,5^2 + 1,2^2} = 1,3 \text{ (m)}$$

Bài 19:

+ Đầu mút kim phút chuyển động tròn đều trên đường tròn chu vi 60 mm

+ Khi kim phút quay được 1 vòng thì mất thời gian là $t = 3600$ s, khi đó kim phút đi được quãng đường $s = 60$ mm nên vận tốc của kim phút là:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{60}{3600} (\text{mm} / \text{s}) = \frac{1}{60} (\text{mm} / \text{s})$$

+ Quãng đường kim phút đi được trong $\Delta t = 1$ tuần là:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = \frac{1}{60} \cdot 7 \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60) = 10080 (\text{mm}) = 10,08 (\text{m})$$

Bài 20:

+ Đầu mút kim giây chuyển động tròn đều trên đường tròn chu vi 60 mm

+ Khi kim giây quay được 1 vòng thì mất thời gian là $t = 60$ s, khi đó kim giây đi được quãng đường $s = 60$ mm nên vận tốc của kim giây là:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{60}{60} (\text{mm} / \text{s}) = 1 (\text{mm} / \text{s})$$

a) Quãng đường kim giây đi được trong $\Delta t = 1$ tuần là:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 1 \cdot (7 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 604800 (\text{mm}) = 0,6048 (\text{km})$$

b) Năm 2008 là năm nhuận nên có 366 ngày nên quãng đường kim giây đi được trong năm 2008 là:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 1 \cdot (366 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 31622400 (\text{mm}) = 31,6224 (\text{km})$$

Bài 21:

+ Đầu mút kim phút chuyển động tròn đều trên đường tròn chu vi 60 mm

+ Khi kim phút quay được 1 vòng thì mất thời gian là $t = 3600$ s, khi đó kim phút đi được quãng đường $s = 60$ mm nên vận tốc của kim phút là:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{60}{3600} (\text{mm} / \text{s}) = \frac{1}{60} (\text{mm} / \text{s})$$

a) Quãng đường kim phút đi được trong $\Delta t = 1$ ngày là:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = \frac{1}{60} \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60) = 1440 (\text{mm}) = 1,44 (\text{m})$$

b) Năm 2010 là không phải là năm nhuận nên có 365 ngày nên quãng đường kim phút đi được trong năm 2010 là:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = \frac{1}{60} \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 525600 (\text{mm}) = 0,5256 (\text{km})$$

Bài 22:

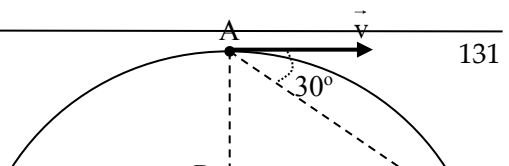
+ Đầu mút kim giây chuyển động tròn đều trên đường tròn chu vi 60 mm

+ Khi kim giây quay được 1 vòng thì mất thời gian là $t = 60$ s, khi đó kim giây đi được quãng đường $s = 60$ mm nên vận tốc của kim giây là:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{60}{60} (\text{mm} / \text{s}) = 1 (\text{mm} / \text{s}) = 10^{-3} (\text{m} / \text{s})$$

+ Để đi được quãng đường $\Delta s = 86,4$ m thì cần thời gian là Δt :

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{86,4}{10^{-3}} = 86,4 \cdot 10^3 \text{ s} = 24 \text{ h} = 1 \text{ ngày}$$



Bài 23:

$$+ \text{Đổi: } \begin{cases} v = 6(\text{km/h}) = \frac{5}{3}(\text{m/s}) \\ t = 10 \text{ min} = 600(\text{s}) \end{cases}$$

+ Quãng đường người đi bộ đi được trong thời gian 10 phút bằng chiều dài cung tròn AB, do đó ta có:

$$s = \widehat{AB} = v \cdot t = 1000(\text{m})$$

+ Tam giác AOB cân ở O nên ta có $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 60^\circ$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}(\text{rad})$$

$$+ \text{Lại có: } \widehat{AB} = \alpha R \Rightarrow R = \frac{\widehat{AB}}{\alpha}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1000}{\pi/3} = \frac{3000}{\pi}(\text{m})$$

+ Gia tốc hướng tâm của người đi bộ khi đi qua cầu:

$$a_{ht} = \frac{v^2}{R} = \frac{(5/3)^2}{3000/\pi} = \frac{\pi}{1080}(\text{m/s}^2) \approx 2,91 \cdot 10^{-3}(\text{m/s}^2)$$

Bài 24:

$$+ \text{Thời gian để mỗi xe chạy được 1 vòng là: } \begin{cases} t_1 = \frac{C}{v_1} = 0,045(\text{h}) \\ t_2 = \frac{C}{v_2} = 0,036(\text{h}) \end{cases}$$

+ Giả sử lần đầu tiên chúng gặp nhau tại A. Sau khi xe 1 đi thêm m vòng xe 2 đi thêm n vòng nữa thì chúng lại gặp nhau lần 2 và lúc đó mất khoảng thời gian là Δt .

$$\text{Do đó ta có: } \begin{cases} \Delta t = mt_1 = nt_2 \Leftrightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{n}{m} \Leftrightarrow \frac{n}{m} = \frac{5}{4} = \frac{5k}{4k} \\ \Rightarrow \Delta t = mt_1 = 4kt_1 \Rightarrow \Delta t_{\min} \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow \Delta t_{\min} = 4t_1 = 0,18\text{h} \end{cases}$$

Dạng 6. TÍNH TƯƠNG ĐỐI CỦA CHUYỂN ĐỘNG. CÔNG THỨC CỘNG VẬN TỐC

Vấn đề 1. Chuyển động trên cùng một phương

Bước 1: Quy ước

- Vật chuyển động là (1)
- Hệ quy chiếu chuyển động là (2)

- Hệ quy chiếu đứng yên là (3)

Bước 2: Xác định và biểu diễn các vận tốc đã cho trên hình

- Vận tốc của vật 1 đối với đất (3) là: $\vec{v}_1 = \vec{v}_{13}$
- Vận tốc của vật 2 đối với đất (3) là: $\vec{v}_2 = \vec{v}_{23}$
- Vận tốc của vật 1 đối với vật 2 là: $\vec{v} = \vec{v}_{12}$

Bước 3: Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

Bước 4: Chọn chiều dương (chọn theo một chiều vận tốc nào đó đã biết). Căn cứ vào chiều dương đã chọn đưa (*) về dạng phương trình đại số. Nếu vector vận tốc nào chưa xác định được chiều thì giả sử nó hướng theo chiều dương, kết quả tính toán cho giá trị âm thì vận tốc đó có chiều ngược lại so với giả sử ban đầu.

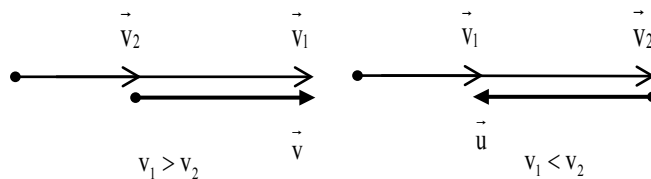
Chú ý:

- ✓ Khi viết các vận tốc v_{13}, v_{12}, v_{23} ta hiểu đây là tốc độ (các giá trị độ lớn và luôn dương).
- ✓ Trong công thức $s = vt$ (v là tốc độ của vật so với vật mốc thuộc s).
- ✓ Ta có $\vec{v}_{12} = -\vec{v}_{21}, \vec{v}_{13} = -\vec{v}_{31}, \vec{v}_{23} = -\vec{v}_{32}$ nhưng $v_{12} = v_{21}, v_{13} = v_{31}, v_{23} = v_{32}$ vì đây là độ lớn (độ dài) vector.
- ✓ Đối với bài toán thuyền chuyển động trên sông thì vận tốc của thuyền đối

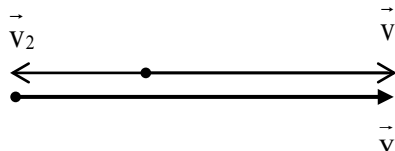
$$\text{với bờ khi đi xuôi } (v_{\text{xuôi}}) \text{ và khi đi ngược } (v_{\text{ngược}}) \text{ là: } \begin{cases} v_{\text{xuôi}} = v_1 + v_2 \\ v_{\text{ngược}} = |v_1 - v_2| \end{cases}$$

(v_1 và v_2 lần lượt là vận tốc của thuyền đối với nước và nước đối với bờ)

- ✓ Vận tốc tương đối của vật (1) đối với vật (2):
 - Nếu vật (1) và (2) chuyển động cùng chiều thì vận tốc tương đối của vật (1) đối với vật (2) là: $v = |v_1 - v_2|$ và $\vec{v}$ cùng chiều với vận tốc lớn.



- Nếu hai vật chuyển động ngược chiều thì: $v = v_1 + v_2$ và $\vec{v}$ cùng chiều với $\vec{v}_1$.

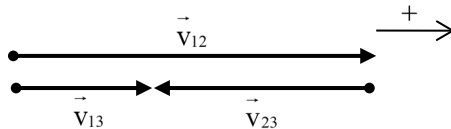


(v_1 và v_2 lần lượt là vận tốc tuyệt đối của vật 1 và vật 2)

Ví dụ 1: Một chiếc thuyền chuyển động ngược dòng với vận tốc 14 km/h đối với mặt nước. Nước chảy với tốc độ 9km/h so với bờ sông. Xác định vận tốc của thuyền đối với bờ.

Hướng dẫn

- + Quy ước: thuyền là (1), nước là (2), bờ là (3)
- + Vận tốc của thuyền (1) đối với nước (2) là $\vec{v}_{12} \Rightarrow v_{12} = 14$ (km/h)
- + Vận tốc của nước (2) đối với bờ (3) là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = 9$ (km/h)



- + Theo công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)
- + Theo đề bài vận tốc của thuyền đối với dòng nước là 14 km/h > 0 $\Rightarrow$ chiều dương được chọn theo chiều của $\vec{v}_{12}$.
- + Chiều (*) lên chiều dương ta có: $v_{13} = v_{12} - v_{23} = 14 - 9 = 5$ (km / h)

Nhận xét: $v_{13} = 5$ km/h > 0 $\Rightarrow \vec{v}_{13}$ cùng chiều dương.

✎ Có thể giải nhanh như sau:

- + Thuyền chuyển động ngược chiều với nước nên vận tốc của thuyền đối với bờ là:

$$V_{\text{thuyền-bờ}} = V_{\text{ngược}} = V_{\text{thuyền-nước}} - V_{\text{nước-bờ}} = 14 - 9 = 5 \text{ km/h}$$

Ví dụ 2: Một canô chạy xuôi dòng từ A đến B mất 30 phút. Sau đó, ca nô chạy ngược dòng từ B về A mất 1 giờ. Biết vận tốc của canô đối với nước không đổi và bằng 18 km/h.

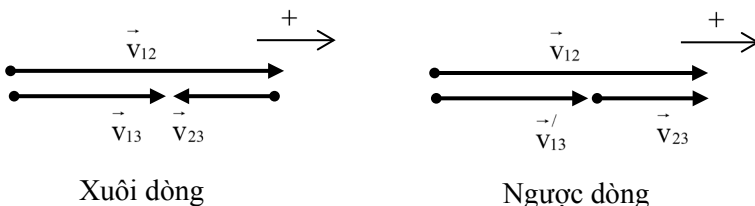
- Tìm khoảng cách giữa hai bên A và B.
- Tìm vận tốc của nước đối với bờ sông.

Hướng dẫn

- + Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc tuyệt đối của canô đối với bờ, $\vec{v}_{12}$ vận tốc tương đối của canô đối với dòng nước, $\vec{v}_{23}$ là vận tốc kéo theo của dòng nước đối với bờ.
- + Chọn chiều dương là chiều chuyển động của ca-nô

 - Tìm khoảng cách giữa hai bên A và B.

- + Theo công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$



$$+ \text{ Khi canô xuôi dòng: } v_{13} = v_{12} + v_{23} \Leftrightarrow \frac{AB}{t} = v_{12} + v_{23} \quad (1)$$

$$+ \text{ Khi canô ngược dòng: } v'_{13} = v_{12} - v_{23} \Leftrightarrow \frac{AB}{t'} = v_{12} - v_{23} \quad (2)$$

$$+ \text{ Cộng (1) và (2). Ta có: } \frac{AB}{t} + \frac{AB}{t'} = 2v_{12} \Leftrightarrow \frac{AB}{0,5} + \frac{AB}{1} = 2v_{12}$$

$$\Rightarrow 3AB = 2v_{12} \Rightarrow AB = 12\text{km}$$

+ Vậy hai bờ A, B cách nhau 12 km.

b) Tìm vận tốc của nước đối với bờ sông

$$\frac{AB}{t'} = v_{12} - v_{23} \Rightarrow v_{23} = v_{12} - \frac{AB}{t'} = 18 - \frac{12}{1} = 6\text{km/h}$$

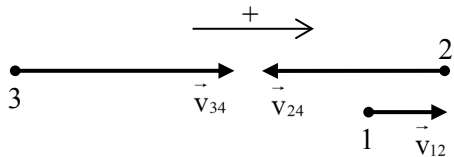
Ví dụ 3: Một nhân viên đi trên tàu hoả với vận tốc $v_1 = 5 \text{ km/h}$ (so với tàu) từ đầu toa đến cuối toa. Toa tàu này đang chạy với vận tốc $v_2 = 30 \text{ km/h}$. Trên đường sắt kế bên có một đoàn tàu khác dài $l = 120 \text{ m}$ chạy với vận tốc 35 km/h . Biết hai tàu chạy song song và ngược chiều nhau. Coi các chuyển động là thẳng đều. Tính thời gian mà nhân viên nhìn thấy đoàn tàu đi ngang qua mình.

Hướng dẫn

Nhận xét: Để tính thời gian tàu qua mặt người nhân viên này thì ta có thể tính vận tốc tương đối của người nhân viên này với tàu. Rồi áp dụng công thức $s = vt$ để suy ra thời gian.

+ Quy ước:

- Nhân viên là (1)
- Tàu hỏa chạy với vận tốc 30km/h là (2)
- Tàu hỏa chạy với vận tốc 35 km/h là (3)
- Đất là (4)



+ Gọi $\vec{v}_{12}$ là vận tốc của nhân viên đối với tàu 2, $\vec{v}_{24}$ là vận tốc của tàu 2 đối với đất, $\vec{v}_{13}$ là vận tốc tương đối của nhân viên đối với tàu 3, $\vec{v}_{34}$ là vận tốc của tàu 3 đối với đất.

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{24} + \vec{v}_{43} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{24} - \vec{v}_{34}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của nhân viên 1.

+ Chiếu (*) lên chiều dương được: $v_{13} = v_{12} - v_{24} - v_{34} = 5 - 30 - 35 = -60(\text{km/h})$

(dấu trừ nói lên $\vec{v}_{13}$ ngược chiều dương)

+ Vậy tốc độ của tàu 3 đối với nhân viên là $v_{31} = v_{13} = 60 \text{ km/h} = \frac{50}{3} \text{ m/s}$

+ Thời gian để tàu 3 đi ngang qua nhân viên: $t = \frac{\ell}{v_{31}} = \frac{120.3}{50} = 7,2s$

Ví dụ 4: Hai đầu máy xe lửa cùng chạy trên hai đoạn đường sắt thẳng song song với nhau. Biết vận tốc của đầu máy thứ nhất là 40 km/h và đầu thứ hai là 60 km/h. Xác định vận tốc tương đối (hướng và độ lớn) của đầu máy thứ nhất so với đầu máy thứ hai trong các trường hợp sau:

- Hai đầu máy chuyển động ngược chiều nhau.
- Hai đầu máy chuyển động cùng chiều nhau.

Hướng dẫn

+ Quy ước:

- Vật chuyển động - đầu máy thứ nhất là (1)
- Hệ quy chiếu chuyển động - đầu máy thứ hai là (2)
- Hệ quy chiếu đứng yên - đất là (3)

+ Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của đầu máy (1) đối với đất, $\vec{v}_{23}$ là vận tốc của đầu máy (2) đối với đất, $\vec{v}_{12}$ là vận tốc tương đối của đầu máy (1) đối với đầu máy (2).

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của đầu máy thứ nhất.

a) Hai đầu máy chuyển động ngược chiều nhau.

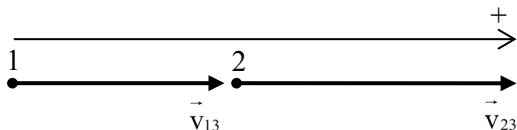


+ Chiều (*) lên chiều dương đã chọn ta có: $v_{12} = v_{13} + v_{23} = 40 + 60 = 100$ km/h

+ Vì $v_{12} > 0 \Rightarrow \vec{v}_{12}$ hướng từ 1 đến 2.

+ Vậy vận tốc tương đối của đầu máy 1 so với đầu máy 2 có chiều từ đầu máy 1 đến đầu máy 2, có độ lớn $v_{12} = 100$ km/h

b) Hai đầu máy chuyển động cùng chiều nhau.



+ Chiều (*) lên chiều dương đã chọn ta có: $v_{12} = v_{13} - v_{23} = 40 - 60 = -20$ km/h

+ Vì $v_{12} < 0 \Rightarrow \vec{v}_{12}$ hướng từ 2 đến 1

+ Vậy vận tốc tương đối của đầu máy 1 so với đầu máy 2 có chiều từ đầu máy 2 đến đầu máy 1, có độ lớn $v_{12} = 20$ km/h

Ví dụ 5: Một vật được thả rơi từ một kính khí cầu đang bay ở độ cao 280 m. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hỏi sau bao lâu vật rơi tới mặt đất. Nếu:

- Kính khí cầu đang bay lên thẳng đều với tốc độ 5 m/s.
- Kính khí cầu đang hạ xuống thẳng đều với tốc độ 5 m/s.
- Kính khí cầu đang đứng yên.

Hướng dẫn

+ Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của vật đối với đất, $\vec{v}_{12}$ vận tốc của vật đối với kính khí cầu, $\vec{v}_{23}$ vận tốc của kính khí cầu đối với đất.

+ Theo đề ta có: $|\vec{v}_{23}| = 5 \text{ m/s}$ và $v_{12} = 0$ (thả rơi nên xem như vận tốc bằng 0)

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Leftrightarrow \vec{v}_{13} = \vec{v}_{23} \Leftrightarrow v_{13} = v_{23}$

+ Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, có gốc O tại vị trí thả vật, chiều dương hướng từ trên xuống.

a) Kính khí cầu đang bay lên $\Rightarrow$ chuyển động theo chiều âm $\Rightarrow v_{23} < 0$

$$\Rightarrow v_{13} = -5 (\text{m/s})$$

$\Rightarrow$ vật bị ném lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 5 m/s.

+ Phương trình chuyển động của vật bị ném: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = -5 (\text{m/s}) \Rightarrow y = -5t + 5t^2$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = 280 \Leftrightarrow 280 = -5t + 5t^2 \Rightarrow t = 8 \text{ s}$

b) Kính khí cầu đang hạ xuống $\Rightarrow$ chuyển động theo chiều dương $\Rightarrow v_{23} > 0$

$$\Rightarrow v_{13} = 5 (\text{m/s})$$

$\Rightarrow$ vật bị ném xuống theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 5 m/s.

+ Phương trình chuyển động của vật bị ném: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = 5 (\text{m/s}) \Rightarrow y = 5t + 5t^2$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = 280 \Leftrightarrow 280 = 5t + 5t^2 \Rightarrow t = 7 \text{ s}$

c) Khi kính khí cầu đứng yên thì $v_0 = 0 \Rightarrow 280 = 5t^2 \Rightarrow t \approx 7,48 \text{ s}$

Ví dụ 6: Từ một kính khí cầu đang hạ thấp đều với vận tốc $v_0 = 2 \text{ m/s}$ (so với mặt đất), người ta phóng một vật thẳng đứng hướng lên với vận tốc $v = 20 \text{ m/s}$ (so với kính cầu). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Tính khoảng cách giữa kính cầu và vật khi vật lên tới vị trí cao nhất.
- Sau bao lâu vật rơi trở lại gặp kính cầu.

Hướng dẫn

+ Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của vật đối với đất, $\vec{v}_{12}$ vận tốc của vật đối với kính khí cầu, $\vec{v}_{23}$ vận tốc của kính khí cầu đối với đất.

+ Theo đề ta có: $|\vec{v}_{23}| = v_0 = 2\text{ m/s}$ và $|\vec{v}_{12}| = v = 20\text{ m/s}$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, có gốc O tại vị trí ném vật, chiều dương hướng xuống.

+ Chiều (*) lên chiều dương $\Rightarrow v_{13} = -v_{12} + v_{23} = -20 + 2 = -18(\text{ m/s})$

+ Vậy bài toán trở thành vật bị ném lên thẳng đứng với tốc độ đầu 18 m/s

+ Phương trình chuyển động và phương trình vận tốc của vật bị ném là:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = v_0 + g \cdot t$$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = -18(\text{ m/s}) \Rightarrow \begin{cases} y = -18t + 5t^2 \\ v = -18 + 10t \end{cases}$

+ Khi vật lên đến độ cao cực đại thì: $v = 0 \Leftrightarrow -18 + 10t = 0 \Rightarrow t = 1,8(\text{ s})$

+ Tọa độ của vật khi đó so với gốc O là:

$$y = -18t + 5t^2 = -18 \cdot 1,8 + 5 \cdot 1,8^2 = -16,2(\text{ m})$$

+ Vậy lúc này vật đang ở phía âm của trục tọa độ và cách gốc O đoạn $16,2\text{ m}$

+ Trong thời gian $t = 1,8\text{ s}$ đó kính khí cầu hạ xuống được một đoạn:

$$s = v_0 t = 2 \cdot 1,8 = 3,6(\text{ m})$$

+ Vậy khoảng cách giữa vật và kính khí cầu lúc này là: $d = |y| + s = 19,8(\text{ m})$

b) Phương trình chuyển động (tọa độ) của kính khí cầu: $y = v_0 t = 2t$

+ Khi vật rơi gặp lại kính khí cầu thì vật có tọa độ bằng tọa độ của kính khí cầu, do đó ta có:

$$-18t + 5t^2 = 2t \Rightarrow 5t^2 = 20t \Rightarrow t = 4(\text{ s})$$

Vấn đề 2. Chuyển động theo phương vuông góc với nhau

+ Xác định và biểu diễn các vectơ $\vec{v}_{13}$, $\vec{v}_{12}$, $\vec{v}_{23}$ trên hình

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Để bỏ vectơ ở (*) ta thực hiện theo một trong hai cách sau:

✎ **Cách 1:** Bình phương hai vế

▪ Để bình phương hai vế ta phải chuyển hai vận tốc có góc đã biết về một bên rồi mới bình phương.

▪ Ví dụ nếu $\vec{v}_{13} \perp \vec{v}_{23}$ thì ta sử dụng hệ thức $\vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ để bình

$$\text{phương} \Rightarrow v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 - 2v_{13}v_{23}\cos 90^\circ + v_{23}^2} = \sqrt{v_{13}^2 + v_{23}^2}$$

- Ví dụ nếu $\vec{v}_{12} \perp \vec{v}_{23}$ thì ta sử dụng hệ thức $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ để bình phương $\Rightarrow v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + 2v_{13}v_{23}\cos 90^\circ + v_{23}^2} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2}$

🔗 **Cách 2:** Sử dụng quy tắc hình bình hành để tổng hợp vector kết hợp với các hệ thức trong tam giác để giải.

- **Quy tắc hình bình hành tổng hợp vector:** Nếu hai vector đồng quy làm thành hai cạnh của một hình bình hành thì đường chéo của hình bình hành là vector tổng của chúng.

Ví dụ 7: Hai ô tô qua ngã tư cùng một lúc theo đường vuông góc với nhau. Vận tốc của ô tô thứ nhất và hai lần lượt là $v_1 = 8 \text{ m/s}$ và $v_2 = 6 \text{ m/s}$. Coi chuyển động của mỗi xe là thẳng đều.

- Xác định độ lớn vận tốc của xe 1 đối với xe 2
- Lúc xe 2 cách ngã tư 120 m thì hai xe cách nhau bao nhiêu mét?

Hướng dẫn

a) Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của xe 1 đối với đất; $\vec{v}_{12}$ là vận tốc của xe 1 đối với xe 2; $\vec{v}_{23}$ là vận tốc của xe 2 với đất.

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Theo đề ra $\vec{v}_{13} \perp \vec{v}_{23}$ nên bình phương hai vế phương trình (*) ta có:

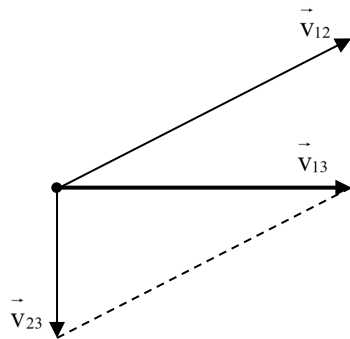
$$v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 - 2v_{13}v_{23}\cos 90^\circ + v_{23}^2} = \sqrt{v_{13}^2 + v_{23}^2} = 10 \text{ m/s}$$

🔗 Cũng có thể tìm vận tốc v_{12} như sau:

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc:

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$$

+ Theo đề $\vec{v}_{13} \perp \vec{v}_{23}$ và $\vec{v}_{13}$ lại là vector tổng của $\vec{v}_{12}$ và $\vec{v}_{23}$ nên theo quy tắc hình bình hành ta biểu diễn được các vector như hình vẽ sau:



+ Từ hình vẽ ta có: $v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 + v_{23}^2} = 10 \text{ m/s}$

Chú ý: Khi vẽ vector ta nên vẽ vector tổng $\vec{v}_{13}$ (đường chéo của hình bình hành) trước ở dạng nằm ngang, sau đó căn cứ vào đề để vẽ thêm một vector thành phần (một cạnh của hình bình hành) (ví dụ $\vec{v}_{23}$) đã biết tạo với vector tổng $\vec{v}_{13}$ một góc α . Rồi tiếp đó mới vẽ vector thành phần còn lại (là cạnh còn lại của hình bình hành).

b) Khi xe 2 cách ngã tư 120 m thì thời gian chuyển động là: $t = \frac{s_{23}}{v_{23}} = \frac{120}{6} = 20 \text{ s}$

+ Vì vận tốc của xe 1 đối với xe 2 là $v_{12} = 10 \text{ m/s}$ nên coi như xe 2 đứng yên so với xe 1 còn xe 1 chuyển động với tốc độ 10 m/s (so với xe 2). Mặt khác lúc đầu chúng

cùng qua ngã tư $\Rightarrow$ hai xe xuất phát cùng một điểm nên trong thời gian $t = 20s$, quãng đường đi được của xe 1 so với xe 2 chính là khoảng cách giữa hai xe nên khoảng cách giữa hai xe khi đó là: $d = s = v_{12}t = 10.20 = 200(m/s)$

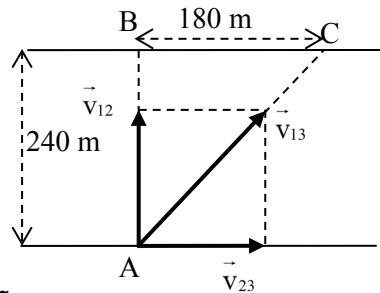
✎ Cũng có thể tìm khoảng cách như sau:

+ Khi xe 2 cách ngã tư 120 m thì thời gian chuyển động là: $t = \frac{s_{23}}{v_{23}} = \frac{120}{6} = 20s$

+ Trong thời gian đó xe 1 đã chạy được quãng đường là $s_{13} = v_{13}t = 8.20 = 160m$

+ Vậy khoảng cách giữa hai xe khi đó là: $d = \sqrt{s_{23}^2 + s_{13}^2} = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200m$

Ví dụ 8: Một người lái xuồng máy dự định mở máy cho xuồng chạy ngang sông (vuông góc với dòng chảy). Nhưng do nước chảy nên khi sang đến bờ bên kia, thuyền cách địa điểm của bến dự định là 180 m về phía hạ lưu và mất 1 phút. Xác định vận tốc của xuồng so với bờ sông. Biết chiều rộng của sông là 240 m.



Hướng dẫn

+ Gọi 1 là xuồng, 2 là nước, 3 là bờ, thì:

- Vận tốc của xuồng so với nước là $\vec{v}_{12}$
- Vận tốc của nước so với bờ là $\vec{v}_{23}$
- Vận tốc của xuồng so với bờ là $\vec{v}_{13}$

+ Do mũi xuồng vuông góc với dòng nước và xuồng trôi đến C nên các vector vận tốc $\vec{v}_{12}$ và $\vec{v}_{13}$ được biểu diễn như hình vẽ.

+ Vận tốc của xuồng đối với nước sông: $v_{12} = \frac{AB}{t} = \frac{240}{60} = 4(m/s)$

+ Vận tốc của nước so với bờ là: $v_{23} = \frac{BC}{t} = \frac{180}{60} = 3(m/s)$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Bình phương hai vế (*) ta có: $v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2} = 5(m/s)$

Ví dụ 9: *Một tấm gỗ dán mỏng phẳng rơi trong không gian. Ở một thời điểm nào đó vận tốc của hai điểm A và B trên tấm gỗ là $\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}$ và nằm trong mặt phẳng của tấm gỗ. Một điểm C trên tấm gỗ sao cho $AB = AC = BC = a$ có vận tốc $2v$. Hỏi những điểm D trên tấm gỗ có vận tốc là $v\sqrt{10}$ nằm ở cách đường thẳng AB là bao nhiêu?

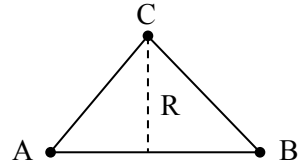
Hướng dẫn

+ Trong hệ quy chiếu chuyển động với vận tốc $\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}$ thì A và B đứng yên còn C quay quanh AB. Như vậy trong HQC gắn với đất: $\vec{v}_C = \vec{v} + \vec{v}_q$, trong đó $\vec{v}_q$ là vận tốc C quay quanh AB. Vì $\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}$ và nằm trong mặt phẳng của tấm nên $\vec{v}_q$ vuông góc với $\vec{v} \Rightarrow v_C = \sqrt{v_q^2 + v^2} \Leftrightarrow v_C^2 = v_q^2 + v^2 \xrightarrow{v_C=2v} v_q = \sqrt{3}v$

+ Vận tốc góc của chuyển động quay $\omega = \frac{v_q}{R}$

+ Vì $AB = AC = BC = a \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2v_q}{a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}v}{a\sqrt{3}} = \frac{2v}{a} \quad (*)$$



+ Những điểm D có vận tốc $v\sqrt{10}$ nằm trên hai đường thẳng song song với AB và cách AB là L, quay quanh AB với vận tốc $v'_q = \omega L$.

+ Ta có: $\vec{v}_D = \vec{v} + \vec{v}'_q$

+ Vì $\vec{v}'_q$ vuông góc với $\vec{v} \Rightarrow v_D = \sqrt{(v'_q)^2 + v^2}$

$$\Leftrightarrow (v\sqrt{10})^2 = (v'_q)^2 + v^2 \Rightarrow v'_q = 3v$$

+ Lại có: $v'_q = \omega L \Leftrightarrow 3v = \omega L \xrightarrow{(*)} 3v = \frac{2v}{a}L \Rightarrow L = 1,5a$

Vấn đề 3. Chuyển động theo phương tạo với nhau một góc α

- + Xác định và biểu diễn các vectơ $\vec{v}_{13}, \vec{v}_{12}, \vec{v}_{23}$ trên hình
- + Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23} \quad (*)$
- + Để bỏ vectơ ở (*) ta thực hiện theo một trong hai cách sau:

❧ **Cách 1:** Bình phương hai vế

- Để bình phương hai vế ta phải chuyển hai vận tốc có góc đã biết về một bên rồi mới bình phương.
- Ví dụ nếu $(\vec{v}_{13}, \vec{v}_{23}) = \alpha$ thì ta sử dụng hệ thức $\vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ để

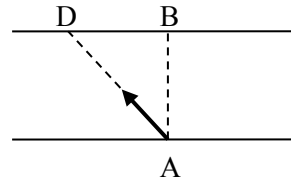
$$\text{bình phương} \Rightarrow v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 - 2v_{13}v_{23}\cos\alpha + v_{23}^2}$$

- Ví dụ nếu $(\vec{v}_{12}, \vec{v}_{23}) = \alpha$ thì ta sử dụng hệ thức $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ để bình phương $\Rightarrow v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + 2v_{12}v_{23}\cos\alpha + v_{23}^2}$

🦋 **Cách 2:** Sử dụng quy tắc hình bình hành tổng hợp vector kết hợp với các hệ thức trong tam giác để giải.

- Định lý hàm cos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$
- Định lý hàm sin: $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}}$

Ví dụ 10: Hai bến A, B cách nhau 200 m (theo đường vuông góc với hai bờ sông). Nước chảy với vận tốc 2 m/s so với bờ. Muốn thuyền đi từ A đến B thì mũi thuyền phải hướng đến D. Tính khoảng cách DB và vận tốc của thuyền so với bờ. Biết vận tốc của thuyền khi nước yên lặng là 4 m/s.



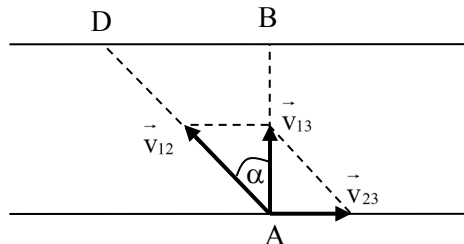
Hướng dẫn

+ Quy ước thuyền là (1), nước là (2), bờ là (3) thì:

- Vận tốc của thuyền so với nước là $\vec{v}_{12} \Rightarrow v_{12} = 4 \text{ m/s}$
- Vận tốc của nước so với bờ là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = 2 \text{ m/s}$
- Vận tốc của thuyền so với bờ là $\vec{v}_{13}$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Mặt khác mũi thuyền hướng đến D nên $\vec{v}_{12}$ có hướng AD, và thuyền đi từ A đến B nên $\vec{v}_{13}$ có hướng AB. Từ biểu thức (*) kết hợp với quy tắc hình bình hành tổng hợp vec-tơ ta biểu diễn được các vec-tơ vận tốc như hình vẽ.



+ Từ hình vẽ ta có: $\sin\alpha = \frac{v_{23}}{v_{12}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{DA\vec{v}_{23}} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

+ Từ (*) ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2 + 2v_{12}v_{23}\cos 120^\circ}$
 $\Rightarrow v_{13} = \sqrt{4^2 + 2^2 + 2.4.2\cos 120^\circ} = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$

+ Trong $\triangle ABD$ ta có: $DB = \tan \alpha . AB = \tan 30^\circ . 200 = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ m}$

🔗 Cũng có thể tính v_{13} bằng cách sử dụng định lí Pi-ta-go:

$$v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 - v_{23}^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3} \text{ (m/s)}$$

Ví dụ 11: Trên trần một ô tô chạy thẳng đều với vận tốc $v_1 = 54 \text{ km/h}$ có đặt một ống nghiệm hợp với mặt ngang một góc α , biết những giọt nước mưa rơi thẳng đứng với vận tốc $v_2 = 15\sqrt{3} \text{ m/s}$ sẽ lọt xuống được đáy ống theo phương song song thành ống. Hỏi ống phải nằm trong mặt phẳng nào, nghiêng về phía trước hay phía sau xe một góc α bằng bao nhiêu độ?

Hướng dẫn

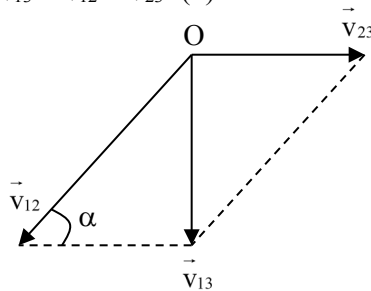
+ Đổi $v_1 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$

+ Quy ước hạt mưa là (1), xe ô tô là (2), đất là (3) thì:

- Vận tốc của hạt mưa so với ô tô là $\vec{v}_{12}$
- Vận tốc của xe ô tô so với đất là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = v_1 = 15 \text{ m/s}$
- Vận tốc của hạt mưa so với đất là $\vec{v}_{13} \Rightarrow v_{13} = v_2 = 15\sqrt{3} \text{ m/s}$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Vì giọt mưa rơi theo phương thẳng đứng nên $\vec{v}_{13}$ có phương thẳng đứng hướng xuống; xe chuyển động nằm ngang nên $\vec{v}_{23}$ có phương ngang. Áp dụng quy tắc hình bình hành tổng hợp vector ta biểu diễn được các vector như hình vẽ bên.



+ Từ hình vẽ ta có: $\tan \alpha = \frac{v_{13}}{v_{23}} = \frac{15\sqrt{3}}{15} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

+ Hạt mưa nằm trong mặt phẳng thẳng đứng tạo bởi $\vec{v}_{23}$ và $\vec{v}_{13} \Rightarrow$ ống phải nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Mặt khác hạt mưa rơi theo phương $\vec{v}_{12}$ nên $\Rightarrow$ ống phải hướng về phía trước sao cho tạo với mặt ngang của trần ô tô một góc $\alpha = 60^\circ$.

Ví dụ 12: Hai ô tô chuyển động thẳng đều trên hai đường Ox và Oy vuông góc với nhau với vận tốc $v_1 = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$ và $v_2 = 10 \text{ m/s}$, chúng qua O cùng lúc.

a) Tính vận tốc tương đối của ô tô thứ nhất so với ô tô thứ hai.

- b) Nếu ngồi trên ô tô thứ hai mà quan sát sẽ thấy ô tô thứ nhất chạy theo hướng nào?

Hướng dẫn

+ Gọi ô tô thứ nhất là (1), ô tô thứ 2 là (2), đất là (3) thì:

- Vận tốc của ô tô 1 so với ô tô 2 là $\vec{v}_{12}$
- Vận tốc của ô tô 1 với đất là $\vec{v}_{13} \Rightarrow v_{13} = v_1 = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$
- Vận tốc của ô tô 2 so với đất là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = v_2 = 10 \text{ m/s}$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \quad (*)$

+ Vì ô tô thứ nhất đi theo phương

Ox nên $\vec{v}_{13}$ có phương Ox; xe ô tô

thứ 2 đi theo phương Oy nên $\vec{v}_{23}$

có phương Oy. Áp dụng quy tắc

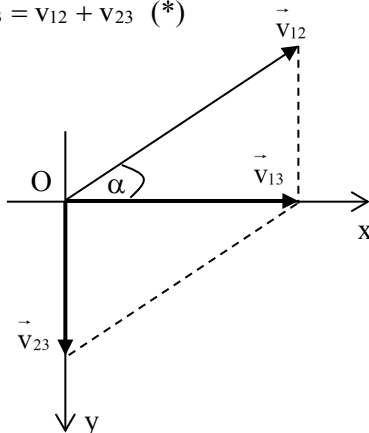
hình bình hành tổng hợp vector ta

biểu diễn được các vector như hình

vẽ bên.

a) Từ hình vẽ ta có: $v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 + v_{23}^2}$

$$\Rightarrow v_{12} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (10)^2} = 20 \text{ (m/s)}$$



Chú ý: Có thể tìm v_{12} bằng cách bình phương 2 vế của phương trình (*)

b) Gọi α là góc tạo bởi $\vec{v}_{12}$ và Ox $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{v_{23}}{v_{13}} = \frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

+ Khi ngồi trong xe ô tô thứ 2 thì so với ô tô thứ 2 người có vận tốc bằng không, trong khi đó vận tốc của ô tô thứ nhất so với ô tô thứ 2 là $v_{12} = 20 \text{ m/s}$ và có hướng là hướng của vector $\vec{v}_{12} \Rightarrow$ người trong ô tô thứ 2 sẽ thấy ô tô thứ nhất đi với tốc độ $v_{12} = 20 \text{ m/s}$ và có hướng là hướng $\vec{v}_{12}$ tạo với Ox một góc $\alpha = 30^\circ$.

Vấn đề 4. Chuyển động tương đối trong chuyển động tròn đều

Loại 1. Chuyển động tròn đều của các chất điểm trên đường tròn

+ Khi vật đi được một vòng thì chiều dài quãng đường bằng chu vi hình tròn.

+ Khi hai chất điểm chuyển động trên cùng một đường tròn với vận tốc lần lượt là v_1 và v_2 ta có thể xem như vật 2 đứng yên còn vật 1 chuyển động với vận tốc v_{12}

$$\checkmark \text{ Nếu hai chuyển động cùng chiều thì: } \begin{cases} v_{12} = v_1 - v_2 & (v_1 > v_2) \\ v_{12} = v_2 - v_1 & (v_1 < v_2) \end{cases}$$

$$\checkmark \text{ Nếu hai chuyển động ngược chiều thì: } v_{12} = v_1 + v_2$$

- ✓ Khi hai chất điểm chuyển động cùng chiều đuổi theo nhau thì thời gian để gặp nhau (đuổi kịp) là: $t = \frac{\text{Hiệu quãng đường}}{\text{Hiệu vận tốc}} = \frac{\Delta s}{|v_1 - v_2|} = \frac{\Delta s}{v_{12}}$
- ✓ Số lần gặp nhau giữa các vật được tính theo số vòng chuyển động của vật được coi là vật chuyển động.

🔗 **Chú ý:** Chu vi hình tròn: $\ell = 2\pi R$ (R là bán kính hình tròn)

Ví dụ 13: Một người đi bộ và một người đi xe đạp cùng khởi hành ở một địa điểm, và đi cùng chiều trên một đường tròn bán kính $R = \frac{900}{\pi}$ (m). Vận tốc của người đi xe đạp là $v_1 = 6,25$ m/s, của người đi bộ là $v_2 = 1,25$ m/s.

- Hỏi khi người đi bộ đi được một vòng thì gặp người đi xe đạp mấy lần.
- Tính thời gian và địa điểm gặp nhau lần đầu tiên khi người đi bộ đi được 1 vòng?

Hướng dẫn:

- + Chu vi hình tròn: $\ell = 2\pi R = 1800$ (m)
- + Thời gian để người đi bộ đi hết một vòng là: $t = \frac{C}{v_2} = \frac{1800}{1,25} = 1440$ (s)
- + Coi người đi bộ là đứng yên so với người đi xe đạp. Vận tốc của người đi xe đạp so với người đi bộ là: $v = v_1 - v_2 = 6,25 - 1,25 = 5$ (m / s)
- + Quãng đường của người đi xe đạp so với người đi bộ là: $s_2 = v \cdot t = 7200$ (m)
- + Số vòng người đi xe đạp đi được so với người đi bộ là:

$$n = \frac{s_2}{C} = \frac{7200}{1800} = 4 \text{ (vòng)}$$

Vậy người đi xe đạp gặp người đi bộ 4 lần.

- Khi đi hết 1 vòng so với người đi bộ thì người đi xe đạp gặp người đi bộ 1 lần ở cuối đoạn đường.

- + Thời gian người đi xe đạp đi hết một vòng so với người đi bộ là:

$$t = \frac{C}{v} = \frac{1800}{5} = 360 \text{ (s)}$$

- + Lần gặp thứ nhất sau khi xuất phát một thời gian là $t_1 = 0,1$ h cách vị trí đầu tiên là $x_1 = v_2 t = 1,25 \cdot 360 = 450$ m

Loại 2. Bài toán liên quan đến chuyển động của kim đồng hồ

- + Chuyển động của các kim đồng hồ được xem như các chuyển động tròn đều

$$+ \text{ Vận tốc của các kim đồng hồ: } \begin{cases} v_{\text{giây}} = \frac{1}{60} \text{ (vòng / giây)} \\ v_{\text{phút}} = 1 \text{ (vòng / giờ)} \\ v_{\text{giờ}} = \frac{1}{12} \text{ (vòng / giờ)} \end{cases}$$

+ Vận tốc của kim phút đối với kim giờ (coi kim giờ đứng yên so với kim phút):

$$v = v_{\text{phút}} - v_{\text{giờ}} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (vòng/giờ)}$$

Chú ý: Tất cả các bài giải ở đây ta đều quy ước kim giờ là đứng yên so với kim phút.

1. Bài toán chuyển động của hai kim đồng hồ trùng nhau

+ Giả sử lúc đầu hai kim đồng hồ cách nhau một cung Δs (vòng) theo chiều kim đồng hồ. Khi hai kim đồng hồ trùng nhau thì khoảng cách giữa chúng bằng 0 nên suy ra quãng đường kim phút phải đi thêm (so với kim giờ) đúng bằng Δs .

☞ Phương pháp giải:

- Bước 1: Xác định khoảng cách Δs ban đầu giữa kim giờ và kim phút
- Bước 2: Áp dụng công thức $t = \frac{\Delta s}{v}$ để tính thời gian gặp nhau

Chú ý:

☞ Nếu lúc đầu hai kim đang trùng nhau thì sau khi đi thêm $\Delta s = 1$ vòng nữa hai kim lại trùng nhau.

☞ Giá trị của Δs được tính theo vòng

Ví dụ 14: Hiện giờ là 12 giờ đúng. Hỏi thời gian ngắn nhất để hai kim phút và kim giờ trùng nhau là bao lâu?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Vào lúc 12 giờ đúng thì kim phút và kim giờ đang trùng nhau, để hai kim lại trùng nhau thì kim phút phải đi thêm một 1 vòng so với kim giờ nên $\Delta s = 1$ vòng.

+ Thời gian để hai kim gặp nhau là: $t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{1}{11/12} = \frac{12}{11}$ giờ

Ví dụ 15: Hiện giờ là 5 giờ đúng. Hỏi thời gian ngắn nhất để hai kim phút và kim giờ trùng nhau là bao lâu?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Vào lúc 5 giờ đúng thì kim phút đang ở số 12 còn kim giờ ở số 5, theo chiều quay của kim hai kim này cách nhau một cung là: $\Delta s = \frac{5}{12}$ vòng

+ Thời gian để hai kim gặp nhau là: $t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{5/12}{11/12} = \frac{5}{11}$ giờ

Ví dụ 16: Một chiếc đồng hồ đang hoạt động bình thường, hiện tại kim giờ và kim phút đang trùng nhau tại 12 giờ. Hỏi sau đúng 24 giờ (tức 1 ngày đêm) hai kim đó trùng nhau bao nhiêu lần ?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Khi kim phút gặp lại kim giờ tức kim phút đã đi được 1 vòng so với kim giờ nên thời gian để hai kim trùng nhau 1 lần là:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{1}{11/12} = \frac{12}{11} \text{ giờ}$$

+ Kể từ vị trí trùng ban đầu tại 12 giờ, thì cứ sau $t = \frac{12}{11}$ giờ thì hai kim lại gặp lại nhau. Do đó sau thời gian 24 giờ thì số lần gặp nhau của hai kim là:

$$n = \frac{24}{12/11} = 22 \text{ vòng}$$

Ví dụ 17: Hiện giờ là 5 giờ 15 phút. Hỏi thời gian ngắn nhất để hai kim phút và kim giờ trùng nhau là bao lâu?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Lúc 5 giờ 15 phút thì kim phút đang ở số 3 còn kim giờ đã qua số 5 một quãng $\frac{15}{60} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{48}$ vòng. Do đó khoảng cách ban đầu giữa kim phút và kim giờ là:

$$\Delta s = \frac{2}{12} + \frac{1}{48} = \frac{3}{16} \text{ vòng}$$

+ Thời gian để kim phút đuổi kịp kim giờ là:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{3/16}{11/12} = \frac{9}{44} \text{ giờ} = 12 \text{ phút } 16,36 \text{ giây}$$

2. Bài toán chuyển động của hai kim đồng hồ tạo với nhau một góc vuông

+ Khi hai kim tạo với nhau một góc vuông thì khoảng cách từ kim phút đến kim giờ là $\frac{1}{4}$ vòng hoặc $\frac{3}{4}$ vòng (tính theo chiều kim đồng hồ).

☞ Phương pháp giải:

- Bước 1: Xác định khoảng cách Δs ban đầu từ kim phút đến kim giờ.
- Bước 2: Tìm quãng đường đi thêm $\Delta s'$ của kim phút so với kim giờ để hai kim tạo với nhau một góc vuông.

✓ Trường hợp 1: Kim phút phải chuyển động vượt qua kim giờ

☞ Bài toán xảy ra khi $\left(\Delta s \leq \frac{1}{4} \text{ vòng} \right)$

☞ Khi đó $\Delta s' = \frac{1}{4} + \Delta s$

✓ Trường hợp 2: Kim phút không phải vượt qua kim giờ

☞ Nếu $\left(\frac{1}{4} < \Delta s \leq \frac{3}{4} \text{ vòng} \right)$ thì $\Delta s' = \Delta s - \frac{1}{4}$

☞ Nếu $\left(\Delta s \geq \frac{3}{4} \text{ vòng} \right)$ thì $\Delta s' = \Delta s - \frac{3}{4}$

- Bước 3: Áp dụng công thức $t = \frac{\Delta s'}{v}$ để tính thời gian.

Ví dụ 18: Hiện giờ là 12 giờ đúng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu lâu nữa thì kim giờ và kim phút sẽ vuông góc với nhau ?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Khoảng cách ban đầu giữa hai kim là $\Delta s = 0$

+ Khi hai kim vuông góc nhau thì kim phút và kim giờ cách nhau $\frac{1}{4}$ vòng

+ Vậy quãng đường kim phút phải quay thêm so với kim giờ là:

$$\Delta s' = \frac{1}{4} + \Delta s = \frac{1}{4} \text{ vòng}$$

+ Thời gian nhỏ nhất để hai kim tạo với nhau một góc vuông là:

$$t = \frac{\Delta s'}{v} = \frac{1/4}{11/12} = \frac{3}{11} \text{ giờ}$$

Ví dụ 19: Hiện nay là 9 giờ. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu phút nữa thì hai kim đồng hồ vuông góc với nhau.

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Lúc 9 giờ, kim giờ đang ở số 9 còn kim phút đang ở số 12 nên khoảng cách ban đầu giữa hai kim là: $\Delta s = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ vòng

+ Khi hai kim vuông góc nhau thì kim phút và kim giờ cách nhau $\frac{1}{4}$ vòng

+ Vậy quãng đường kim phút phải quay thêm so với kim giờ là:

$$\Delta s' = \Delta s - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ vòng}$$

+ Thời gian nhỏ nhất để hai kim tạo với nhau một góc vuông là:

$$t = \frac{\Delta s'}{v} = \frac{1/2}{11/12} = \frac{6}{11} \text{ giờ} = \frac{6}{11} \cdot 60 = \frac{360}{11} \text{ phút}$$

Ví dụ 20: Hiện nay là 10 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu nữa thì kim phút và kim giờ vuông góc với nhau?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Lúc 10 giờ, kim giờ đang ở số 10 còn kim phút đang ở số 12 nên khoảng cách ban đầu giữa hai kim là: $\Delta s = \frac{10}{12}$ vòng $> \frac{3}{4}$ vòng

+ Để kim phút vuông góc với kim giờ trong thời gian ngắn nhất thì kim phút phải đi thêm quãng đường $\Delta s' = \frac{10}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$ vòng

+ Vậy quãng đường kim phút phải quay thêm so với kim giờ là $\Delta s' = \frac{1}{12}$ vòng

+ Thời gian nhỏ nhất để hai kim tạo với nhau một góc vuông là:

$$t = \frac{\Delta s'}{v} = \frac{1/12}{11/12} = \frac{1}{11} \text{ giờ}$$

3. Bài toán chuyển động của hai kim đồng hồ tạo với góc 180°

+ Khi hai kim tạo với nhau một góc 180° thì khoảng cách từ kim phút đến kim giờ là $\frac{1}{2}$ vòng.

✎ Phương pháp giải:

- Bước 1: Xác định khoảng cách Δs ban đầu từ kim phút đến kim giờ.
- Bước 2: Tìm quãng đường đi thêm $\Delta s'$ của kim phút so với kim giờ để hai kim tạo với nhau một góc 180° (hai kim ngược chiều nhau).

✓ Trường hợp 1: Kim phút phải chuyển động vượt qua kim giờ

$$\Rightarrow \text{Bài toán xảy ra khi } \left(\Delta s \leq \frac{1}{2} \text{ vòng} \right)$$

$$\Rightarrow \text{Khi đó } \Delta s' = \Delta s + \frac{1}{2}$$

✓ Trường hợp 2: Kim phút không phải vượt qua kim giờ

$$\Rightarrow \text{Bài toán xảy ra khi } \left(\Delta s > \frac{1}{2} \text{ vòng} \right)$$

$$\Rightarrow \text{Khi đó } \Delta s' = \frac{1}{2} - \Delta s$$

- Bước 3: Áp dụng công thức $t = \frac{\Delta s'}{v}$ để tính thời gian.

Ví dụ 21: Bây giờ là 4 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu nữa thì kim phút và kim giờ sẽ tạo với nhau thành một đường thẳng. Lúc đó là mấy giờ?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Lúc 4 giờ, kim giờ đang ở số 4 còn kim phút đang ở số 12 nên khoảng cách ban đầu giữa hai kim là: $\Delta s = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ vòng $< \frac{1}{2}$ vòng

+ Để kim phút thẳng hàng với kim giờ trong thời gian ngắn nhất thì kim phút phải vượt kim giờ sau đó đi thêm một $\frac{1}{2}$ vòng nữa nên tổng quãng đường kim phút phải

đi thêm là $\Delta s' = \Delta s + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ vòng

+ Thời gian nhỏ nhất để hai kim tạo với nhau một đường thẳng là:

$$t = \frac{\Delta s'}{v} = \frac{5/6}{11/12} = \frac{10}{11} \text{ giờ}$$

+ Vậy thời điểm lúc đó là: $4 + \frac{10}{11}$ giờ

Ví dụ 22: Bây giờ là 8 giờ. Hỏi khi kim phút và kim giờ tạo với nhau thành một đường thẳng thì lúc đó là mấy giờ?

Hướng dẫn:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Lúc 8 giờ, kim giờ đang ở số 8 còn kim phút đang ở số 12 nên khoảng cách ban đầu giữa hai kim là: $\Delta s = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ vòng $> \frac{1}{2}$ vòng

+ Để kim phút thẳng hàng với kim giờ trong thời gian ngắn nhất thì kim phút phải đi thêm quãng đường là $\Delta s' = \Delta s - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ vòng

+ Thời gian nhỏ nhất để hai kim tạo với nhau một đường thẳng là:

$$t = \frac{\Delta s'}{v} = \frac{1/6}{11/12} = \frac{2}{11} \text{ giờ}$$

+ Vậy thời điểm lúc đó là: $8 + \frac{2}{11}$ giờ

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Hai ô tô cùng khởi hành một lúc tại hai vị trí A, B cách nhau 120 km để đến gặp nhau. Biết vận tốc của ô tô thứ nhất là 70 km/h và ô tô thứ hai là 50 km/h. Dùng công thức cộng vận tốc để xác định thời gian hai gặp nhau kể từ khi bắt đầu chuyển động.

Bài 2: Một chiếc tàu thủy chuyển động thẳng đều trên sông với vận tốc $v_1 = 35$ km/h, gặp một sà lan dài 250 m đi song song ngược chiều với vận tốc $v_2 = 20$ km/h. Trên boong tàu có một thủy thủ đi từ mũi đến lái với vận tốc $v_3 = 5$ km/h. Hỏi người đó thấy đoàn sà lan đi ngang qua mặt mình trong bao lâu. Trong thời gian đó tàu thủy đi được quãng đường dài bao nhiêu? Coi như mặt nước đứng yên.

Bài 3: Một chiếc thuyền chuyển động ngược dòng với vận tốc 14 km/h so với mặt nước. Nước chảy với tốc độ 9 km/h so với bờ

- Xác định vận tốc của thuyền so với bờ.
- Một em bé đi từ đầu thuyền đến cuối thuyền với vận tốc 6 km/h so với thuyền. Xác định vận tốc của em bé so với bờ.

Bài 4: Hai bến A, B cách nhau 18 km dọc theo dòng chảy thẳng của một con sông. Một chiếc ca nô phải mất bao nhiêu thời gian để đi từ A đến B rồi trở lại từ B về A. Biết rằng vận tốc của ca nô khi nước không chảy là 16,2 km/h và vận tốc của dòng nước so với bờ sông là 1,5 m/s

Bài 5: Một chiếc thuyền buồm chạy ngược dòng sông, sau 1h đi được $s_1 = 10$ km. Một khúc gỗ trôi theo dòng sông, sau 1 phút trôi được $s_2 = \frac{100}{3}$ m. Xác định

vận tốc của thuyền buồm so với nước

Bài 6: Một ca nô chạy xuôi dòng mất 2h khi chạy từ A đến B. Và mất 3h khi chạy quay ngược lại từ B về A. Cho rằng vận tốc của ca nô đối với nước là 30 km/h. Coi chuyển động trong mỗi giai đoạn là thẳng đều. Xác định khoảng cách AB

Bài 7: Một ca nô chạy thẳng đều xuôi theo dòng từ A đến B cách nhau 36 km mất khoảng thời gian 1,5h. Vận tốc của dòng chảy là 6km/h. Vận tốc của ca nô đối với dòng chảy bằng bao nhiêu?

Bài 8: Một vật được thả rơi từ một kính khí cầu đang bay ở độ cao 300 m. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Hỏi sau bao lâu vật rơi tới mặt đất. Nếu:

- Kính khí cầu đang bay lên thẳng đều với tốc độ 5 m/s.
- Kính khí cầu đang hạ xuống thẳng đều với tốc độ 5 m/s.

c) Kinh khí cầu đang đứng yên.

Bài 9: Một vật được ném lên với tốc độ 20 m/s (so với kinh khí cầu) từ một kinh khí cầu đang hạ xuống ở độ cao 176 m. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hỏi sau bao lâu vật rơi tới mặt đất. Nếu:

- a) Kinh khí cầu đang bay lên thẳng đều với tốc độ 2 m/s.
- b) Kinh khí cầu đang hạ xuống thẳng đều với tốc độ 2 m/s.
- c) Kinh khí cầu đang đứng yên.

Bài 10: Một người ngồi trên tàu nhìn ngang qua cửa sổ thấy bên cạnh có một tàu B đang chạy song song và cùng chiều có vận tốc (so với đất) là $v_1 = 36 \text{ km/h}$ xuất hiện. Tàu B dài $L = 100 \text{ m}$, thời gian người ấy nhìn thấy tàu B ngang qua mặt mình là $t = 20 \text{ s}$. Tính vận tốc tàu A.

Bài 11: Người ta chèo một con thuyền qua sông theo hướng vuông góc với bờ sông với vận tốc 7,2 km/h. Nước chảy đã mang con thuyền về phía xuôi dòng một khoảng 150 m. Biết sông rộng 0,5 km. Tìm thời gian cần thiết để thuyền qua được sông và vận tốc của dòng nước đối với bờ sông.

Bài 12: Một máy bay, bay từ A tới B theo hướng Đông sang Tây cách nhau 300 km. Biết vận tốc gió là 72 km/h và vận tốc máy bay đối với gió là 600 km/h. Tính thời gian bay nếu:

- a) Không có gió.
- b) Có gió thổi theo hướng Nam - Bắc.
- c) Có gió thổi theo hướng Đông - Tây.

Bài 13: Một canô chạy qua sông xuất phát từ A, mũi hướng tới điểm B ở bờ bên kia. AB vuông góc với bờ sông. Nhưng do nước chảy nên khi đến bên kia, canô lại ở C cách B đoạn $BC = 200 \text{ m}$. Thời gian qua sông là 1 phút 40 s. Nếu người lái giữ cho mũi canô chệch 30° so với bờ sông và mở máy chạy như trước thì canô chạy tới đúng vị trí B. Hãy tính:

- a) Vận tốc nước chảy và vận tốc canô đối với nước.
- b) Bề rộng của dòng sông.
- c) Thời gian qua sông của canô lần sau.

Bài 14: Một chiếc thuyền đi xuôi dòng từ A đến B trên 1 dòng sông rồi quay lại A. Biết vận tốc của thuyền trong nước yên lặng là 12 km/h; vận tốc của dòng nước so với bờ sông là 2 km/h. Tính thời gian tổng cộng của thuyền, biết $AB = 70 \text{ km}$.

Bài 15: Hai bến sông AB cách nhau 180 km. Một canô xuôi dòng từ A đến B mất 4 h, còn đi ngược dòng từ B về A mất 6 h. Sau bao lâu để canô đi từ A đến B nếu canô trôi tự do theo dòng nước.

Bài 16: Một ô tô chạy với vận tốc 50 km/h trong trời mưa. Mưa rơi theo phương thẳng đứng. Trên cửa kính bên của xe, các vệt mưa làm với phương thẳng đứng một góc 60° .

- a) Xác định vận tốc của giọt mưa đối với xe ô tô.
- b) Xác định vận tốc của giọt mưa đối với mặt đất.

Bài 17: Một ô tô chạy thẳng đều với vận tốc $v_1 = 36 \text{ km/h}$ trong mưa. Biết những giọt nước mưa rơi thẳng đứng với vận tốc $v_2 = 10 \text{ m/s}$. Hỏi người ngồi trong xe ô tô sẽ thấy hạt mưa rơi theo hướng nào và tốc độ bao nhiêu?

Bài 18: Hai ô tô chuyển động thẳng đều trên hai đường Ox và Oy vuông góc với nhau với vận tốc $v_1 = 10 \text{ m/s}$ và $v_2 = 36 \text{ km/h}$, chúng qua O cùng lúc.

- Tính vận tốc tương đối của ô tô thứ hai so với ô tô thứ nhất.
- Nếu ngồi trên ô tô thứ nhất mà quan sát sẽ thấy ô tô thứ hai chạy theo hướng nào?

Bài 19: Hiện nay là 3 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu nữa thì kim giờ và kim phút sẽ trùng nhau?

Bài 20: Hiện nay là 3 giờ 10 phút. Hỏi sau ít nhất bao lâu nữa thì kim giờ và kim phút sẽ trùng nhau?

Bài 21: Hoa học bài từ lúc 7 giờ tối. Đến lúc Hoa học xong thì đã 9 giờ. Hỏi trong thời gian đó kim giờ và kim phút gặp nhau mấy lần?

Bài 22: Bây giờ là 3 giờ 10 phút. Hỏi sau ít nhất bao lâu thì kim phút thẳng hàng với kim giờ?

Bài 23: Một người ra đi vào buổi sáng, khi kim giờ và kim phút chồng lên nhau và ở trong khoảng giữa số 7 và 8. Khi người ấy quay về nhà thì trời đã ngã về chiều và nhìn thấy kim giờ, kim phút ngược chiều nhau. Nhìn kỹ hơn người đó thấy kim giờ nằm giữa số 1 và 2. Tính xem người ấy đã vắng mặt mấy giờ.

Bài 24: Lúc 12 giờ kim giờ và kim phút trùng nhau (tại số 12).

- Hỏi sau bao lâu, 2 kim đó lại trùng nhau.
- Lần thứ 4 hai kim trùng nhau là lúc mấy giờ?

Bài 25: Một người đi bộ và một vận động viên đi xe đạp cùng khởi hành ở một địa điểm, và đi ngược chiều trên một đường tròn chu vi $C = 1,8 \text{ km}$. Vận tốc của người đi xe đạp là $v_1 = 22,5 \text{ km/h}$, của người đi bộ là $v_2 = 4,5 \text{ km/h}$. Hỏi khi người đi bộ đi được một vòng thì gặp người đi xe đạp mấy lần. Tính thời gian và địa điểm các lần gặp nhau đó.

Bài 26: Một người chạy bộ và một người đi xe máy cùng xuất phát từ M và chuyển động cùng hướng đi trên một đường tròn có chu vi $1,8 \text{ km}$. Vận tốc người đi xe máy là 15 m/s , của người chạy bộ là $2,5 \text{ m/s}$. Hỏi khi người chạy bộ chạy được một vòng thì gặp người đi xe máy mấy lần.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

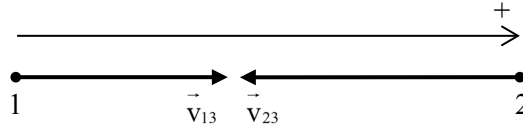
+ Quy ước:

- Vật chuyển động – ô tô A là (1)
- Hệ quy chiếu chuyển động – ô tô B là (2)
- Hệ quy chiếu đứng yên – đất là (3)

+ Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của ô tô (1) đối với đất (3), $\vec{v}_{23}$ là vận tốc của ô tô (2) đối với đất (3), $\vec{v}_{12}$ là vận tốc tương đối của ô tô (1) đối với ô tô (2).

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của ô tô (1).



+ Chiều (*) lên chiều dương đã chọn ta có: $v_{12} = v_{13} + v_{23} = 70 + 50 = 120 \text{ km/h}$

+ Vì $v_{12} > 0 \Rightarrow \vec{v}_{12}$ hướng từ 1 đến 2.

+ Vậy vận tốc tương đối của đầu máy 1 so với đầu máy 2 có chiều từ đầu máy 1 đến đầu máy 2, có độ lớn $v_{12} = 120 \text{ km/h}$.

+ Để dễ hiểu ta có thể tưởng tượng như sau: Xe 2 đứng yên còn xe 1 chuyển động

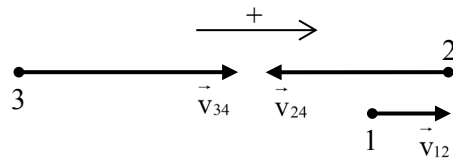
đến gặp xe 2 với tốc độ 120 km/h . Do đó: $t = \frac{s}{v_{12}} = \frac{120}{120} = 1 \text{ h}$

Bài 2:

Nhận xét: Để tính thời gian sà lan qua mặt người thủy thủ này thì ta phải tính vận tốc tương đối của người thủy thủ này với sà lan. Rồi áp dụng công thức $s = vt$ để suy ra thời gian.

+ Quy ước:

- Thủy thủ là (1)
- Tàu là (2)
- Sà lan là (3)
- Đất là (4)



+ Gọi $\vec{v}_{12}$ là vận tốc của thủy thủ (1) đối với tàu (2), $\vec{v}_{24}$ là vận tốc của tàu (2) đối với nước (4), $\vec{v}_{13}$ là vận tốc tương đối của thủy thủ (1) đối với sà lan (3), $\vec{v}_{34}$ là vận tốc của sà lan (3) đối với nước (4).

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{24} + \vec{v}_{43} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{24} - \vec{v}_{34}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của thủy thủ.

+ Chiều (*) lên chiều dương được: $v_{13} = v_{12} - v_{24} - v_{34} = 5 - 35 - 20 = -50 \text{ km/h}$
(dấu trừ nói lên $\vec{v}_{13}$ ngược chiều dương)

+ Vận tốc độ của sà lan đối với thủy thủ là $v_{31} = v_{13} = 50 \text{ km/h} = \frac{125}{9} \text{ m/s}$

+ Thời gian để sà lan đi ngang qua thủy thủ (1): $t = \frac{\ell}{v_{31}} = \frac{250.9}{125} = 18 \text{ s}$

+ Quãng đường tàu thủy đã đi được: $s_{23} = v_{23}t = \frac{35.10^3}{3600} \cdot 18 = 175\text{m}$

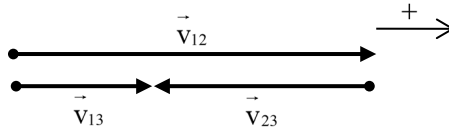
Bài 3:

a) Xác định vận tốc của thuyền so với bờ.

+ Quy ước: thuyền là (1), nước là (2), bờ là (3)

+ Vận tốc của thuyền (1) đối với nước (2) là $\vec{v}_{12} \Rightarrow v_{12} = 14 \text{ (km/h)}$

+ Vận tốc của nước (2) đối với bờ (3) là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = 9 \text{ (km/h)}$



+ Theo công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Theo đề bài vận tốc của thuyền đối với dòng nước là $14 \text{ km/h} > 0 \Rightarrow$ chiều dương được chọn theo chiều của $\vec{v}_{12}$.

+ Chiều (*) lên chiều dương ta có: $v_{13} = v_{12} - v_{23} = 14 - 9 = 5 \text{ (km/h)}$

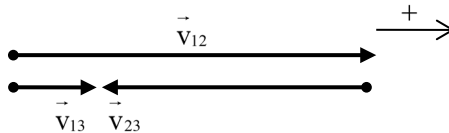
Nhận xét: $v_{13} = 5 \text{ km/h} > 0 \Rightarrow \vec{v}_{13}$ cùng chiều dương.

b) Xác định vận tốc của em bé so với bờ

+ Quy ước: Em bé là (1), thuyền là (2), bờ là (3)

+ Vận tốc của em bé (1) đối với thuyền (2) là $\vec{v}_{12} \Rightarrow v_{12} = 6 \text{ (km/h)}$

+ Vận tốc của thuyền (2) đối với bờ (3) là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = 5 \text{ (km/h)}$



+ Theo công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Theo đề bài vận tốc của em bé đối với thuyền là $6 \text{ km/h} > 0 \Rightarrow$ chiều dương được chọn theo chiều của $\vec{v}_{12}$.

+ Chiều (*) lên chiều dương ta có: $v_{13} = v_{12} - v_{23} = 6 - 5 = 1 \text{ (km/h)}$

Nhận xét: $v_{13} = 1 \text{ km/h} > 0 \Rightarrow \vec{v}_{13}$ cùng chiều dương.

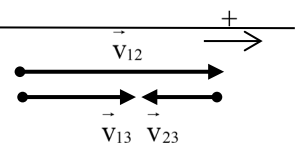
Bài 4:

+ Đổi $1,5 \text{ m/s} = 5,4 \text{ km/h}$

+ Gọi $\vec{v}_{12}$ là vận tốc tương đối của thuyền đối với nước; $\vec{v}_{23}$ là vận tốc kéo theo của nước đối với bờ; $\vec{v}_{13}$ là vận tốc tuyệt đối của thuyền đối với bờ.

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của ca nô.



* Khi ca nô đi ngược dòng: $v_{12} = v_{13} + v_{23}$

$$\Rightarrow v_{13} = v_{12} - v_{23} = 16,2 - 5,4 = 10,8 \text{ km/h}$$

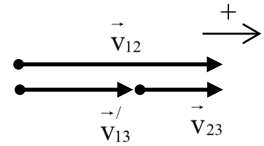
+ Thời gian để đi từ A đến B: $t_1 = \frac{AB}{v_{13}} = \frac{18}{10,8} = \frac{5}{3} \text{ (h)}$

* Khi ca nô đi xuôi dòng: $v_{12} = v_{13}' - v_{23}$

$$\Rightarrow v_{13}' = v_{12} + v_{23} = 16,2 + 5,4 = 21,6 \text{ km/h}$$

+ Thời gian để đi từ B về A: $t_2 = \frac{AB}{v_{13}'} = \frac{18}{21,6} = \frac{5}{6} \text{ (h)}$

+ Vậy tổng thời gian cả xuôi và ngược là: $t = t_1 + t_2 = 2,5 \text{ h}$



Ngược dòng

Bài 5:

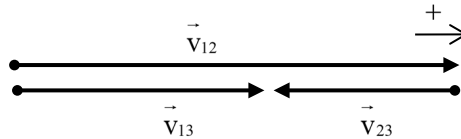
+ Vận tốc của thuyền đối với bờ là: $v_{13} = \frac{s_1}{t} = 10 \text{ (km/h)} = \frac{25}{9} \text{ (m/s)}$

+ Vận tốc của dòng nước đối với bờ là: $v_{23} = \frac{s_2}{t} = \frac{100}{3.60} = \frac{5}{9} \text{ (m/s)}$

+ Vận tốc của thuyền đối với nước là $\vec{v}_{12}$

+ Theo công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của thuyền.



+ Chiều (*) lên chiều dương ta có:

$$v_{12} = v_{13} + v_{23} = \frac{25}{9} + \frac{5}{9} = \frac{30}{9} \text{ (m/s)} = 12 \text{ (km/h)}$$

Bài 6:

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của ca nô. Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của ca nô đối với bờ, $\vec{v}_{12}$ vận tốc của ca nô đối với nước, $\vec{v}_{23}$ vận tốc của nước đối với bờ.

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$

+ Khi đi xuôi: $v_{12} = v_{13} - v_{23} \Leftrightarrow 30 = \frac{AB}{2} - v_{23}$ (1)

+ Khi đi ngược: $v_{12} = v_{13}' + v_{23} \Leftrightarrow 30 = \frac{AB}{3} + v_{23}$ (2)

+ Giải hệ phương trình (1) và (2) có: $\begin{cases} AB = 72 \text{ km} \\ v_{23} = 6 \text{ km/h} \end{cases}$

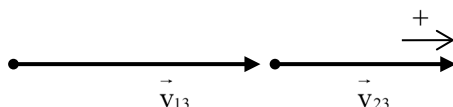
Bài 7:

+ Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của ca nô đối với bờ, $\vec{v}_{12}$ vận tốc của ca nô đối với nước, $\vec{v}_{23}$ vận tốc của nước đối với bờ.

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của ca nô.

+ Chiều (*) lên chiều dương ta có: $v_{12} = v_{13} - v_{23} \Rightarrow v_{12} = \frac{36}{1,5} - 6 = 18 \text{ km/h}$



+ Vì $v_{12} = 18 \text{ km/h} > 0$ nên $\vec{v}_{12}$ cùng chiều với chiều dương đã chọn.

+ Vậy vận tốc của ca nô đối với nước có độ lớn là 18 km/h

Bài 8:

+ Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của vật đối với đất, $\vec{v}_{12}$ vận tốc của vật đối với kính khí cầu, $\vec{v}_{23}$ vận tốc của kính khí cầu đối với đất.

+ Theo đề ta có: $|v_{23}| = 5 \text{ m/s}$ và $v_{12} = 0$ (thả rơi nên xem như vận tốc bằng 0)

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Leftrightarrow \vec{v}_{13} = \vec{v}_{23} \Leftrightarrow v_{13} = v_{23}$

+ Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, có gốc O tại vị trí thả vật, chiều dương hướng từ trên xuống.

a) Kính khí cầu đang bay lên $\Rightarrow$ chuyển động theo chiều âm $\Rightarrow v_{23} < 0$

$$\Rightarrow v_{13} = -5 \text{ (m/s)}$$

+ Trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, vật chuyển động đi lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 5 m/s.

+ Phương trình chuyển động của vật bị ném: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = -5 \text{ (m/s)} \Rightarrow y = -5t + 4,9t^2$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = 300 \Leftrightarrow 300 = -5t + 4,9t^2 \Rightarrow t \approx 8,4 \text{ s}$

b) Kính khí cầu đang hạ xuống $\Rightarrow$ chuyển động theo chiều dương $\Rightarrow v_{23} > 0$

$$\Rightarrow v_{13} = 5 \text{ (m/s)}$$

+ Trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, vật chuyển động đi xuống theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 5 m/s.

+ Phương trình chuyển động của vật bị ném: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = 5 \text{ (m/s)} \Rightarrow y = 5t + 4,9t^2$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = 300 \Leftrightarrow 300 = 5t + 4,9t^2 \Rightarrow t \approx 7,33 \text{ s}$

c) Khi kính khí cầu đứng yên thì $v_0 = 0 \Rightarrow 300 = 4,9t^2 \Rightarrow t \approx 7,8 \text{ s}$

Bài 9:

+ Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của vật đối với đất, $\vec{v}_{12}$ vận tốc của vật đối với kính khí cầu, $\vec{v}_{23}$ vận tốc của kính khí cầu đối với đất.

+ Theo đề ta có: $|v_{12}| = 20 \text{ m/s}$ và $|v_{23}| = 2 \text{ m/s}$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn trục tọa độ Oy có phương thẳng đứng, có gốc O tại vị trí thả vật, chiều dương hướng từ trên xuống.

a) Kính khí cầu đang bay lên

+ Chiều (*) lên chiều dương ta có: $v_{13} = -v_{12} - v_{23} = -20 - 2 = -22$

+ Vậy trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, vật bị ném lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 22 m/s.

+ Phương trình chuyển động của vật bị ném: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = -22 \text{ (m/s)} \Rightarrow y = -22t + 5t^2$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = 176 \Leftrightarrow 176 = -22t + 5t^2 \Rightarrow t = 8,53 \text{ s}$

b) Kính khí cầu đang hạ xuống

+ Chiều (*) lên chiều dương ta có: $v_{13} = -v_{12} + v_{23} = -20 + 2 = -18 \text{ m/s}$

+ Vậy trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, vật bị ném lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 18 m/s.

+ Phương trình chuyển động của vật bị ném: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = -18 \text{ (m/s)} \Rightarrow y = -18t + 5t^2$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = 176 \Leftrightarrow 176 = -18t + 5t^2 \Rightarrow t = 8 \text{ s}$

c) Khi kính khí cầu đứng yên thì $v_{23} = 0 \Rightarrow v_{13} = v_{12} = -20 \text{ (m/s)}$

+ Vậy trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, vật bị ném lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 20 m/s.

+ Phương trình chuyển động của vật bị ném: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

+ Ta có: $v_0 = v_{13} = -20 \text{ (m/s)} \Rightarrow y = -20t + 5t^2$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = 176 \Leftrightarrow 176 = -20t + 5t^2 \Rightarrow t = 8,26 \text{ s}$

Bài 10:

+ Quy ước: Tàu A là (1); tàu B là (2); đất là (3)

+ Khi đó $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của tàu A đối với đất ($v_{13} = v_A$); $\vec{v}_{23}$ là vận tốc của tàu B đối với đất ($v_{23} = v_B$); $\vec{v}_{12}$ là vận tốc của tàu A đối với tàu B.

+ Vận tốc tương đối của tàu A đối với tàu B là v_{12} , ta có:

$$|v_{12}| = \frac{L}{t} = \frac{100}{20} = 5 \text{ m/s} \Rightarrow v_{12} = \pm 5 \text{ m/s}$$

+ Theo công thức cộng vận tốc: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều của $\vec{v}_{13}$, chiều (*) ta có: $v_{12} = v_{13} - v_{23}$

$$\Rightarrow v_{13} = v_{12} + v_{23} = \begin{cases} 5 + 10 = 15 \text{ (m/s)} \\ -5 + 10 = 5 \text{ (m/s)} \end{cases}$$

Bài 11:

+ Gọi (1) là máy bay, (2) là gió, (3) là đất thì:

- Vận tốc của máy bay so với gió là $\vec{v}_{12}$
- Vận tốc của gió so với đất là $\vec{v}_{23}$
- Vận tốc của máy bay so với đất là $\vec{v}_{13}$

+ Theo công thức cộng vận tốc, ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$

a) Khi không có gió thì $v_{23} = 0 \Rightarrow v_{13} = v_{12} = 600 \text{ km/h}$

+ Thời gian bay từ A đến B là: $t_1 = \frac{AB}{v_{13}} = \frac{300}{600} = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ min}$

b) Khi có gió Nam – Bắc

+ Ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (*)

+ Theo đề ra $\vec{v}_{13} \perp \vec{v}_{23}$ nên bình phương hai vế phương trình (*) ta có:

$$\begin{aligned} v_{12}^2 &= v_{13}^2 - 2v_{13}v_{23}\cos 90^\circ + v_{23}^2 = v_{13}^2 + v_{23}^2 \\ \Rightarrow v_{13} &= \sqrt{v_{12}^2 - v_{23}^2} = \sqrt{600^2 - 72^2} \\ \Rightarrow v_{13} &= 48\sqrt{154} \text{ km/h} \end{aligned}$$

+ Thời gian bay lúc này: $t_2 = \frac{AB}{v_{13}}$

$$t_2 = \frac{300}{48\sqrt{154}} = 0,5036 \text{ h} = 30,22 \text{ min}$$

c) Khi có gió thổi theo hướng Đông – Tây

+ Ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_{13} - \vec{v}_{23}$ (**)

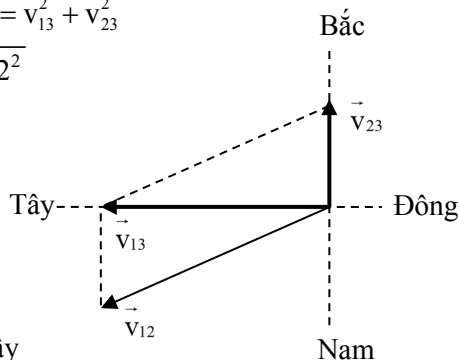
+ Chọn chiều dương là chiều của $\vec{v}_{13}$

+ Chiều (**) lên chiều dương ta có: $v_{12} = v_{13} - v_{23}$

$$\Rightarrow v_{13} = v_{12} + v_{23} = 600 + 72 = 672 \text{ km/h}$$

+ Vậy vận tốc của máy bay đối với đất là $v_{13} = 672 \text{ km/h}$

+ Thời gian bay lúc này: $t_3 = \frac{AB}{v_{13}} = \frac{300}{672} = \frac{25}{56} \text{ (h)} = 26,786 \text{ min}$



Bài 12:

+ Gọi ca-nô là (1), nước là (2), bờ là (3) thì:

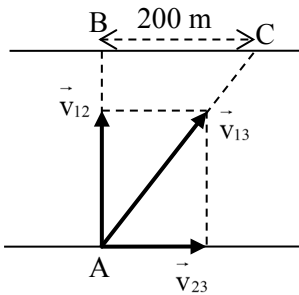
- Vận tốc của canô đối với bờ sông là $\vec{v}_{13}$
- Vận tốc của canô đối với nước là $\vec{v}_{12}$;
- Vận tốc của dòng nước đối với bờ sông là $\vec{v}_{23}$.

a) Vì canô hướng mũi tới B nên $\vec{v}_{12}$ có hướng AB, canô đến C nên $\vec{v}_{13}$ có hướng AC và $\vec{v}_{23}$ có hướng BC.

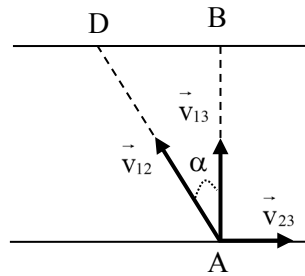
+ Trong thời gian 1 phút 40 giây = 100s nước làm canô trôi được đoạn từ B đến C

do đó vận tốc của dòng nước là: $v_n = v_{23} = \frac{BC}{t} = \frac{200}{100} = 2 \text{ m/s}$

+ Khi canô đi chệch 30° về phía D thì canô tới đúng B



Hình a



Hình b

+ Từ hình vẽ b ta xác định được vận tốc canô đối với nước là:

$$\sin 30^\circ = \frac{v_{23}}{v_{12}} \Rightarrow v_{12} = \frac{v_{23}}{\sin 30^\circ} = 4 \text{ m/s}$$

+ Từ hình vẽ a ta có: $t = \frac{BC}{v_{23}} = \frac{AB}{v_{12}} \Leftrightarrow \frac{200}{2} = \frac{AB}{4} \Rightarrow AB = 400 \text{ m}$

c) Thời gian qua sông của canô lần sau

+ Từ hình b ta tính được quãng đường AD là: $\cos 30^\circ = \frac{AB}{AD}$

$$\Rightarrow AD = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{400}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{800}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

+ Vận tốc theo phương AD là $\vec{v}_{12}$ do đó thời gian chuyển động của canô khi này

$$\text{là: } t' = \frac{AD}{v_{12}} = 115,47 \text{ s}$$

Bài 13: Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của thuyền đối với bờ sông; $\vec{v}_{12}$ là vận tốc của thuyền đối với nước; $\vec{v}_{23}$ là vận tốc của dòng nước đối với bờ sông.

Theo đề ra ta có: $v_{12} = 12 \text{ km/h}$, $v_{23} = 2 \text{ km/h}$.

Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$

Vận tốc của thuyền khi đi xuôi dòng: $v_{13} = v_{12} + v_{23} = 12 + 2 = 14 \text{ km/h}$

Thời gian khi thuyền đi xuôi dòng xuôi dòng: $t_1 = \frac{AB}{v_{13}} = \frac{70}{14} = 5 \text{ h}$.

Vận tốc của thuyền khi đi ngược dòng: $v'_{13} = v_{12} - v_{23} = 12 - 2 = 10 \text{ km/h}$

Thời gian khi thuyền đi xuôi dòng ngược dòng: $t_2 = \frac{AB}{v'_{13}} = \frac{70}{10} = 7 \text{ h}$.

Vậy tổng thời gian cả đi và về là: $t = t_1 + t_2 = 5 + 7 = 12 \text{ h}$

Bài 14: Gọi $\vec{v}_{13}$ là vận tốc của canô đối với bờ sông; $\vec{v}_{12}$ là vận tốc của canô đối với nước; $\vec{v}_{23}$ là vận tốc của dòng nước đối với bờ sông.

Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$

Vận tốc của thuyền khi đi xuôi dòng: $v_{13} = v_{12} + v_{23}$

Thời gian khi thuyền đi xuôi dòng xuôi dòng: $t_1 = \frac{AB}{v_{13}} \Rightarrow v_{13} = \frac{180}{4} = 45 \text{ km/h}$.

Vận tốc của thuyền khi đi ngược dòng: $v'_{13} = v_{12} - v_{23}$

Thời gian khi thuyền đi xuôi dòng ngược dòng: $t_2 = \frac{AB}{v'_{13}} \Rightarrow v'_{13} = \frac{180}{6} = 30 \text{ km/h}$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} v_{13} = v_{12} + v_{23} \\ v'_{13} = v_{12} - v_{23} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 45 = v_{12} + v_{23} \\ 30 = v_{12} - v_{23} \end{cases} \Rightarrow v_{23} = 7,5 \text{ km/h}$

Vận tốc của dòng nước đối với bờ là $v_{23} = 7,5 \text{ km/h}$. Khi canô để trôi theo dòng nước nghĩa là vận tốc của canô đúng bằng vận tốc dòng nước nên thời gian trôi từ

A đến B là: $t = \frac{AB}{v_{23}} = \frac{180}{7,5} = 24 \text{ h}$

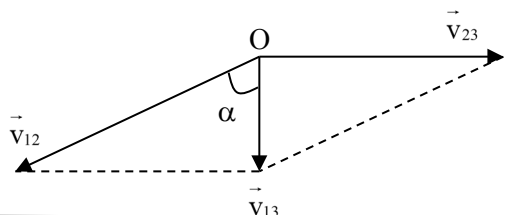
Bài 15:

+ Gọi xe hạt mưa là (1), xe ô tô là (2), đất là (3) thì:

- Vận tốc của hạt mưa đối với đất là $\vec{v}_{13}$
- Vận tốc của hạt mưa đối với xe ô tô là $\vec{v}_{12}$;
- Vận tốc của xe ô tô đối với đất là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = 50 \text{ km/h}$

+ Theo công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$

+ Vì giọt mưa rơi theo phương thẳng đứng nên $\vec{v}_{13}$ có phương thẳng đứng hướng xuống; xe chuyển động nằm ngang nên $\vec{v}_{23}$ có phương ngang. Áp dụng quy tắc tổng hình bình hành tổng hợp



vector ta biểu diễn được các vector như hình vẽ bên.

a) Từ hình vẽ ta có: $\sin \alpha = \frac{v_{23}}{v_{12}}$

$$\Rightarrow v_{12} = \frac{v_{23}}{\sin \alpha} = \frac{50}{\sin 60^\circ} = \frac{100}{\sqrt{3}} (\text{km/h}) \approx 57,74 (\text{km/h})$$

b) Từ hình vẽ ta có: $\tan \alpha = \frac{v_{23}}{v_{13}}$

$$\Rightarrow v_{13} = \frac{v_{23}}{\tan \alpha} = \frac{50}{\tan 60^\circ} = \frac{50}{\sqrt{3}} (\text{km/h}) \approx 28,87 (\text{km/h})$$

Bài 16:

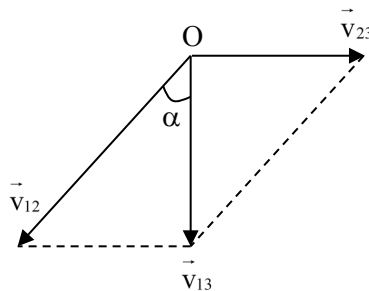
+ Đổi $v_1 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

+ Quy ước hạt mưa là (1), xe ô tô là (2), đất là (3) thì:

- Vận tốc của hạt so với ô tô là $\vec{v}_{12}$
- Vận tốc của xe ô tô so với đất là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = v_1 = 10 \text{ m/s}$
- Vận tốc của hạt mưa so với đất là $\vec{v}_{13} \Rightarrow v_{13} = v_2 = 10 \text{ m/s}$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Vì giọt mưa rơi theo phương thẳng đứng nên $\vec{v}_{13}$ có phương thẳng đứng hướng xuống; xe chuyển động nằm ngang nên $\vec{v}_{23}$ có phương ngang. Áp dụng quy tắc hình bình hành tổng hợp vector ta biểu diễn được các vector như hình vẽ bên.



$$+ \text{ Từ hình vẽ ta có: } \begin{cases} v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 + v_{23}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ m/s} \\ \tan \alpha = \frac{v_{13}}{v_{23}} = \frac{10}{10} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ \end{cases}$$

+ Hạt mưa rơi theo phương $\vec{v}_{12}$ nên $\Rightarrow$ người ngồi trong ô tô sẽ thấy hạt mưa rơi theo hướng $\vec{v}_{12}$

Bài 17:

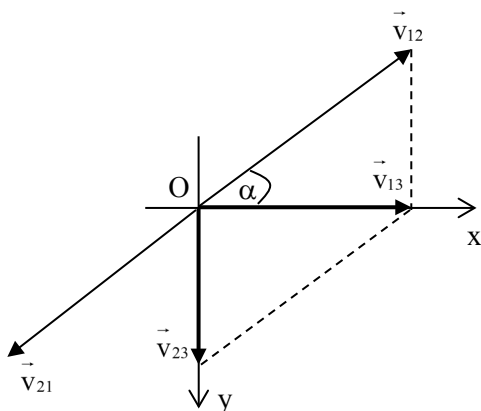
+ Đổi $v_2 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

+ Gọi ô tô thứ nhất là (1), ô tô thứ 2 là (2), đất là (3) thì:

- Vận tốc của ô tô 1 so với ô tô 2 là $\vec{v}_{12}$
- Vận tốc của ô tô 1 so với đất là $\vec{v}_{13} \Rightarrow v_{13} = v_1 = 10 \text{ m/s}$
- Vận tốc của ô tô 2 so với đất là $\vec{v}_{23} \Rightarrow v_{23} = v_2 = 10 \text{ m/s}$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (*)

+ Vì ô tô thứ nhất đi theo phương Ox nên $\vec{v}_{13}$ có phương Ox; xe ô tô thứ 2 đi theo phương Oy nên $\vec{v}_{23}$ có phương Oy. Áp dụng quy tắc hình bình hành tổng hợp vector ta biểu diễn được các vector như hình vẽ bên.



a) Từ hình vẽ ta có: $v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 + v_{23}^2}$

$$\Rightarrow v_{12} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

+ Ta có: $v_{21} = v_{12} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$

+ Suy ra vận tốc của ô tô thứ hai so với ô tô thứ nhất là $v_{21} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$

b) Gọi α là góc tạo bởi $\vec{v}_{12}$ và Ox $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{v_{23}}{v_{13}} = \frac{10}{10} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

+ Khi ngồi trong xe ô tô thứ nhất thì so với ô tô thứ nhất người có vận tốc bằng không, trong khi đó vận tốc của ô tô thứ hai so với ô tô thứ nhất là $v_{21} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$ và có hướng là hướng của vector $\vec{v}_{21} = -\vec{v}_{12} \Rightarrow$ người trong ô tô thứ nhất sẽ thấy ô tô thứ hai đi với tốc độ $v_{21} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$ và có hướng là hướng $\vec{v}_{21}$ (ngược với $\vec{v}_{12}$) tạo với Oy một góc 45° .

Bài 18:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1 \text{ (vòng/giờ)}$

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12} \text{ (vòng/giờ)}$

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (vòng/giờ)}$

+ Vào lúc 3 giờ đúng thì kim phút đang ở số 12 còn kim giờ ở số 3, theo chiều quay của kim hai kim này cách nhau một cung là: $\Delta s = \frac{3}{12} \text{ vòng}$

+ Thời gian để hai kim gặp nhau là: $t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{3/12}{11/12} = \frac{3}{11} \text{ giờ}$

Bài 19:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1 \text{ (vòng/giờ)}$

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12} \text{ (vòng/giờ)}$

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Lúc 3 giờ 10 phút thì kim phút đang ở số 2 còn kim giờ đã qua số 3 một quãng $\frac{10}{60} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{72}$ vòng. Do đó khoảng cách ban đầu giữa kim phút và kim giờ là:

$$\Delta s = \frac{1}{12} + \frac{1}{72} = \frac{7}{72} \text{ vòng}$$

+ Thời gian để kim phút đuổi kịp kim giờ là:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{7/72}{11/12} = \frac{7}{66} \text{ giờ} = 6 \text{ phút } 21,82 \text{ giây}$$

Bài 20:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Lúc 7 giờ thì kim phút đang ở số 7 còn kim giờ ở số 12. Do đó khoảng cách ban đầu giữa kim phút và kim giờ là $\Delta s = \frac{7}{12}$ vòng

+ Thời gian ngắn nhất để kim phút đuổi kịp kim giờ là: $t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{7/12}{11/12} = \frac{7}{11}$ giờ

+ Sau thời gian $\frac{7}{11}$ giờ thì kim phút gặp kim giờ lần đầu, lúc này hai kim trùng nhau.

+ Kể từ lúc này, cứ sau thời gian $\frac{12}{11}$ giờ thì hai kim lại gặp lại nhau nên trong

khoảng thời gian $\left(2 - \frac{7}{11}\right)$ còn lại kim phút gặp kim giờ thêm:

$$\frac{(2 - 7/11)}{12/11} = 1,25 \text{ lần}$$

+ Vì số lần gặp nhau là số nguyên nên trong thời gian $\left(2 - \frac{7}{11}\right)$ hai kim gặp nhau thêm một lần. Vậy tổng số lần gặp nhau kể từ 7 giờ đến 9 giờ là 2 lần.

Bài 21:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi như kim giờ đứng yên so với kim phút, khi đó vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Khoảng cách ban đầu giữa hai kim là: $\Delta s = \frac{1}{12}$ vòng

+ Để kim phút và kim giờ vuông góc nhau thì kim phút phải vượt qua kim giờ và đi thêm $\frac{1}{4}$ vòng nữa so với kim giờ thì lúc đó hai kim sẽ vuông góc với nhau

+ Vậy quãng đường kim phút phải quay thêm so với kim giờ là:

$$\Delta s' = \frac{1}{4} + \Delta s = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \text{ vòng}$$

+ Thời gian nhỏ nhất để hai kim tạo với nhau một góc vuông là:

$$t = \frac{\Delta s'}{v} = \frac{1/3}{11/12} = \frac{4}{11} \text{ giờ}$$

Bài 22:

+ Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)

+ Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)

+ Coi kim giờ là đứng yên so với kim phút. Vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)

+ Khi kim giờ gặp kim phút thì nó đi được 1 vòng nên thời gian để kim giờ và kim phút gặp nhau giữa hai lần liên tiếp là: $t = \frac{1}{\frac{11}{12}} = \frac{12}{11}$ (giờ)

+ Khi đó kim giờ đi được 1 đoạn so với vị trí gặp trước là:

$$s_g = v_g \cdot t = \frac{1}{12} \cdot \frac{12}{11} = \frac{1}{11} \text{ (vòng)}$$

+ Khi đó kim phút đã đi được 1 vòng (tính từ số 12) nên thời gian tương ứng là:

$$t = \frac{12}{11} = 1 + \frac{1}{11} \text{ (giờ)}$$

+ Khi gặp nhau ở giữa số 7 và số 8 thì kim phút đã đi được 7 vòng, nên thời điểm đó là $t_{01} = 7t = 7 + \frac{7}{11}$ (giờ)

- + Tương tự giữa 2 lần hai kim đối nhau liên tiếp cũng có thời gian là $t = \frac{12}{11}$ giờ.
 - + Chọn tại thời điểm 6h kim phút và kim giờ đối nhau. Thì khi tới vị trí kim giờ nằm giữa số 1 và số 2 thì thời gian là: $t_{01} = 7 + \frac{7}{11}$ (giờ)
 - + Chọn mốc thời gian là 12h. thì khi hai kim đối nhau mà kim giờ nằm giữa số 1 và số 2 thì thời điểm đó là: $t_{01} = 6 + 7 + \frac{7}{11} = 13 + \frac{7}{11}$ (giờ)
- Vậy thời gian người đó vắng nhà là $\Delta t = \left(13 + \frac{7}{11}\right) - \left(7 + \frac{7}{11}\right) = 6$ (giờ)

Bài 23:

- a) Vận tốc của kim phút là: $v_p = 1$ (vòng/giờ)
- + Vận tốc của kim giờ là: $v_g = \frac{1}{12}$ (vòng/giờ)
- + Coi kim giờ là đứng yên so với kim phút. Vận tốc của kim phút so với kim giờ là: $v = v_p - v_g = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ (vòng/giờ)
- + Khi kim giờ gặp kim phút thì nó đi được 1 vòng nên thời gian để kim giờ và kim phút gặp nhau giữa hai lần liên tiếp là: $t = \frac{1}{\frac{11}{12}} = \frac{12}{11}$ (giờ)
- b) Kể từ lúc 12h thì cứ sau thời gian $t = \frac{12}{11}$ (giờ) hai kim lại trùng nhau
- + Vậy thời gian để hai kim trùng nhau lần thứ 4 là: $t' = 4t = 4 \cdot \frac{12}{11}$ (giờ)

Bài 24:

- + Thời gian để người đi bộ đi hết một vòng là: $t = \frac{C}{v_2} = \frac{1,8}{4,5} = 0,4$ h
 - + Coi người đi bộ là đứng yên so với người đi xe đạp. Vận tốc của người đi xe đạp so với người đi bộ là: $v = v_1 + v_2 = 22,5 + 4,5 = 27$ (km / h)
 - + Quãng đường của người đi xe đạp so với người đi bộ là: $s_2 = v \cdot t = 10,8$ (km)
 - + Số vòng người đi xe đạp đi được so với người đi bộ là:
- $$n = \frac{s_2}{C} = \frac{10,8}{1,8} = 6 \text{ (vòng)}$$

- + Khi đi hết 1 vòng so với người đi bộ thì người đi xe đạp gặp người đi bộ 1 lần ở cuối đoạn đường. Thời gian người đi xe đạp đi hết một vòng so với người đi bộ là: $t = \frac{C}{v} = \frac{1,8}{27} = \frac{1}{15}(\text{h})$

Vậy:

- Lần gặp thứ nhất sau khi xuất phát một thời gian là: $t_1 = t = \frac{1}{15}(\text{h})$. Cách vị trí đầu tiên là: $x_1 = v_2 t_1 = 0,3\text{km}$
- Lần gặp thứ 2 sau khi xuất phát một thời gian là: $t_2 = 2t = \frac{2}{15}(\text{h})$. Cách vị trí đầu tiên là: $x_2 = v_2 t_2 = 0,6\text{km}$
- Lần gặp thứ 3 sau khi xuất phát một thời gian là: $t_3 = 3t = \frac{1}{5}(\text{h})$. Cách vị trí đầu tiên là: $x_3 = v_2 t_3 = 0,9\text{km}$
- Lần gặp thứ 4 sau khi xuất phát một thời gian là: $t_4 = 4t = \frac{4}{15}(\text{h})$. Cách vị trí đầu tiên là: $x_4 = v_2 t_4 = 1,2\text{km}$
- Lần gặp thứ 5 sau khi xuất phát một thời gian là: $t_5 = 5t = \frac{1}{3}(\text{h})$. Cách vị trí đầu tiên là: $x_5 = v_2 t_5 = 1,5\text{km}$
- Lần gặp thứ 6 sau khi xuất phát một thời gian là: $t_6 = 6t = \frac{2}{5}(\text{h})$. Cách vị trí đầu tiên là: $x_6 = v_2 t_6 = 1,8\text{km}$

Chú ý: Các khoảng cách trên được tính theo hướng chuyển động của hai người.

Bài 25:

- + Đổi $v_1 = 15 \text{ m/s} = 54\text{km/h}$ và $v_2 = 2,5 \text{ m/s} = 9\text{km/h}$
- + Thời gian để người chạy bộ chạy hết một vòng là: $t = \frac{C}{v_2} = \frac{1,8}{9} = 0,2\text{h}$
- + Coi người đi bộ là đứng yên so với người đi xe đạp. Vận tốc của người đi xe đạp so với người đi bộ là: $v = v_1 - v_2 = 54 - 9 = 45(\text{km/h})$
- + Quãng đường của người đi xe đạp so với người đi bộ là: $s_2 = v \cdot t = 9(\text{km})$
- + Số vòng người đi xe đạp đi được so với người đi bộ là: $n = \frac{s_2}{C} = \frac{9}{1,8} = 5$
- (vòng)

Bài 26:

+ Vận tốc của người thứ 2 so với người thứ nhất là:

$$v = v_2 - v_1 = 35 - 32,5 = 2,5 \text{ km / h}$$

+ Chu vi của vòng đua: $C = 2\pi R = 1,57 \text{ km}$

+ Thời gian để hai xe gặp nhau lần đầu tiên khi xe 2 đi được quãng đường là

chu vi của vòng đua do đó ta có: $t = \frac{C}{v} = \frac{1,57}{2,5} = 0,628 \text{ h} = 37 \text{ phút } 40,8 \text{ giây}$

Vậy thời điểm đầu tiên hai xe gặp nhau là lúc 5 giờ 7 phút 40,8 giây

Khi đó quãng đường xe 1 và xe 2 đi được là:
$$\begin{cases} s_1 = v_1 t = 20,41 \text{ km} \\ s_2 = v_2 t = 21,7 \text{ km} \end{cases}$$

b) Kể từ khi hai xe xuất phát sau $t = 0,628 \text{ h}$ thì hai xe lại gặp lại nhau. Vậy

trong khoảng thời gian $t_1 = 1,5 \text{ h}$ số lần hai xe gặp nhau là: $n = \frac{1,5}{0,628} = 2,4$

Vì n nguyên nên nó gặp nhau 2 lần.