Chủ đề 2. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM T ĐIỂM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

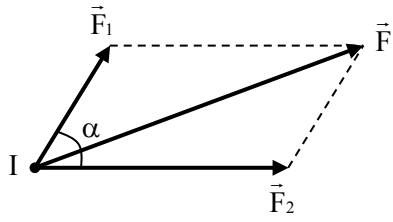
I. Lực và biểu diễn lực tác dụng

1. Lực

+ Lực là đại lượng vectơ đặc trưng cho tác dụng của vật này lên vật khác, kết quả làm cho vật thay đổi vận tốc hoặc bị biến dạng.
+ Hoặc lực là đại lượng vectơ đặc trưng cho tác dụng của vật này lên vật khác, kết quả là gây ra gia tốc cho vật hoặc làm cho vật bị biến dạng.
+ Các yếu tố của lực:
  - Điểm đặt
  - Phương, chiều
  - Độ lớn
+ Đường thẳng mang vectơ lực gọi là giá của lực.

2. Tổng hợp lực

+ Tổng hợp lực là thay thế các lực tác dụng đồng thời vào cùng một vật bằng một lực có tác dụng giống hệt như các lực ấy.
+ Tổng hợp lực hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ là hợp lực $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ dựng theo quy tắc hình bình hành



+ Độ lớn: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$ (α là góc tạo bởi hai vectơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$)
+ Điều kiện để F là hợp lực của 2 lực F_1, F_2: $|F_2 - F_1| \le F \le F_1 + F_2$

Chú ý:

✓ Nếu vật chịu tác dụng của nhiều lực thì: $\vec{F} = \vec{F}_{hl} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$.

✓ Muốn cho một chất điểm đứng cân bằng thì hợp lực của các lực tác dụng lên nó phải bằng không.

3. Phân tích lực

+ Phân tích một lực là thay thế một lực bằng hai hay nhiều lực có tác dụng giống như lực đó.
+ Phân tích lực $\vec{F}$ thành hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ thành phần: Chọn hai phương cần phân tích $\vec{F}$ thành $\vec{F}_1, \vec{F}_2$: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ dựng theo quy tắc hình bình hành.

+ Phân tích lực là phép làm ngược với tổng hợp lực. Tuy nhiên chỉ khi biết một lực có tác dụng cụ thể theo hai phương nào thì mới phân tích lực đó theo hai phương ấy.

II. Ba định luật Niu-tơn

1. Định luật I Niu-tơn (định luật quán tính)

+ **Nội dung định luật:** Nếu một vật không chịc tác dụng lực nào hoặc chịu tác dụng của các lực có hợp lực bằng không, thì vật đang đứng yên sẽ tiếp tục đứng yên, vật đang chuyển động sẽ tiếp tục chuyển động thẳng đều.

$$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \Rightarrow \text{vật tiếp tục đứng yên} \\ v = \text{const} \Rightarrow \text{tiếp tục chuyển động thẳng đều} \end{cases}$$

+ Quán tính là tính chất của mọi vật có xu hướng bảo toàn vận tốc cả về hướng và độ lớn.

2. Định luật II Niu-tơn (gia tốc)

+ **Nội dung định luật:** Gia tốc của một vật cùng hướng với lực tác dụng. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật.

+ Biểu thức dạng vectơ: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

+ Độ lớn: $a = \dfrac{F}{m} \Rightarrow F = ma$

3. Định luật III Niu-tơn (tương tác)

+ **Nội dung đinh luật:** Khi vật A tác dụng lên vật B một lực, thì vật B cũng tác dụng lại vật A một lực. Hai lực này ngược chiều nhau.

+ Vật m_1 tương tác m_2 thì: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

+ Độ lớn: $F_{21} = F_{12} \Leftrightarrow m_2 a_2 = m_1 a_1$

$$\Leftrightarrow m_2 \frac{|\Delta v_2|}{\Delta t} = m_1 \frac{|\Delta v_1|}{\Delta t} \Leftrightarrow m_2 |\Delta v_2| = m_1 |\Delta v_1|$$

Chú ý: *Cặp lực trực đối là cặp lực cùng phương, ngược chiều, cùng độ lớn, tác dụng vào hai vật khác nhau.*

III. Phương pháp động lực học

Bước 1: Chọn vật (hệ vật) khảo sát.

Bước 2: Chọn hệ quy chiếu (trục toạ độ Ox luôn trùng với chiều chuyển động; trục toạ độ Oy vuông góc với phương chuyển động)

Bước 3: Xác định các lực và biểu diễn các lực tác dụng lên vật trên hình vẽ.

Bước 4: Viết phương trình hợp lực tác dụng lên vật theo định luật II Niu-tơn.

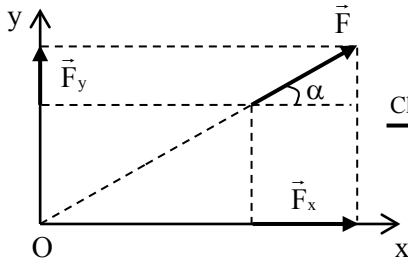
$$\overrightarrow{F_{hl}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + ... + \overrightarrow{F_n} = m\vec{a} \quad (*)$$ (tổng tất cả các lực tác dụng lên vật)

Bước 5: Chiếu phương trình (*) lên các trục toạ độ Ox, Oy:

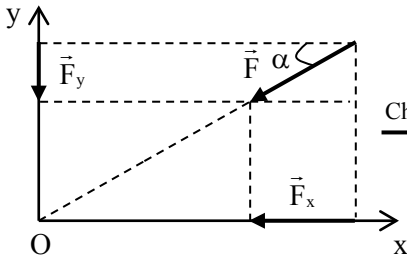
$$\begin{cases} Ox: F_{1x} + F_{2x} + ... + F_{nx} = ma \quad (1) \\ Oy: F_{1y} + F_{2y} + ... + F_{ny} = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Phương pháp chiếu:

+ Nếu $\vec{F}$ vuông góc với phương chiếu thì hình chiếu của $\vec{F}$ trên phương đó có giá trị đại số bằng 0.
+ Nếu $\vec{F}$ song song với phương chiếu thì hình chiếu trên phương đó có độ dài đại số bằng F nếu $\vec{F}$ cùng chiều dương và bằng -F nếu $\vec{F}$ ngược chiều dương.
+ Nếu $\vec{F}$ tạo với phương ngang một góc α (xem hình dưới)



Chiếu trên Ox, Oy $\begin{cases} F_x = F\cos\alpha \\ F_y = F\sin\alpha \end{cases}$



Chiếu trên Ox, Oy $\begin{cases} F_x = -F\cos\alpha \\ F_y = -F\sin\alpha \end{cases}$

Dấu (-) nói lên rằng lực ngược chiều dương

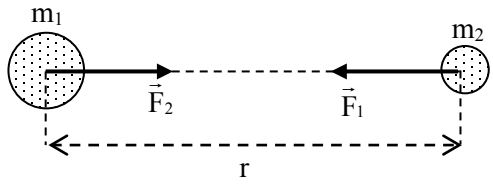
IV. Các lực cơ học thường gặp

1. Lực hấp dẫn

a) Định luật vạn vật hấp dẫn

+ Lực hấp dẫn giữa hai vật (coi như chất điểm) có độ lớn tỉ lệ thuận với tích khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng.

+ Độ lớn: $F_{hd} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ ($G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2). Do G rất nhỏ nên F_{hd} chỉ đáng kể với các thiên thể, hay hành tinh.



b) Biểu thức của gia tốc rơi tự do

+ Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật gọi là trọng lực ($\vec{P}$) của vật đó.
+ Độ lớn của trọng lực gọi là trọng lượng (P): $P = mg$

$$\Leftrightarrow mg = G\frac{mM}{(R+h)^2} \Rightarrow g = G\frac{M}{(R+h)^2}$$ (gia tốc rơi tự do ở độ cao h)

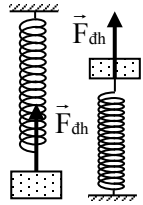
+ Gần mặt đất ($h << R$): $g_0 = \frac{GM}{R^2}$

★ Trọng lực $\vec{P}$:
- Điểm đặt: trọng tâm
- Phương thẳng đứng, chiều hướng xuống dưới.
- Độ lớn (trọng lượng): P = mg

2. Lực đàn hồi

★ **Lực đàn hồi của lò xo ($F_{đh}$)**

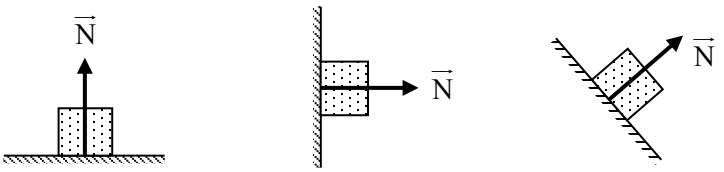
+ **Đặc điểm:**



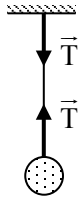
- Điểm đặt: ở vật gây ra biến dạng đàn hồi của lò xo.
- Phương: trùng với trục của lò xo.
- Chiều: ngược với chiều gây ra sự biến dạng.
- Biểu thức: $F_{dh} = -k.\Delta\ell$ (dấu trừ nói lên lực đàn hồi ngược chiều biến dạng)
- Độ lớn: $|F_{dh}| = k.|\Delta\ell| = k|\ell - \ell_0|$. Đơn vị: Độ cứng [K]: N/m

★ **Phản lực đàn hồi (N)**

+ **Đặc điểm:**
- Điểm đặt: đặt vào vật đang nén (ép) lên bề mặt đỡ.
- Phương, chiều: có phương vuông góc với bề mặt đỡ, có chiều hướng ra ngoài bề mặt.
- Độ lớn: có độ lớn bằng độ lớn áp lực (lực nén, ép, đè): $N = N'$



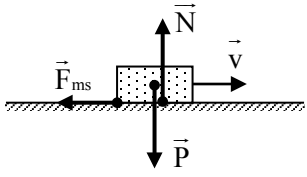
★ **Lực căng đàn hồi sợi dây (lực căng dây T)**



+ **Đặc điểm:**
  - Điểm đặt: đặt tại chỗ dây nối với vật hoặc điểm treo
  - Phương: trùng với sợi dây
  - Chiều: hướng vào phần giữa sợi dây.

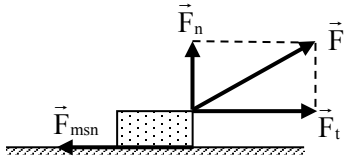
3. Lực ma sát

a) Lực ma sát trượt



+ Xuất hiện tại bề mặt tiếp xúc khi có chuyển động tương đối 2 bề mặt tiếp xúc và cản trở chuyển động của vật.
+ Điểm đặt lên vật sát bề mặt tiếp xúc.
+ Phương, chiều: có phương song song với bề mặt tiếp xúc, có chiều ngược chiều với chiều chuyển động tương đối so với bề mặt tiếp xúc.
+ Độ lớn: $F_{mst} = \mu N$ (với N là độ lớn áp lực hay phản lực, μ là hệ số ma sát)

b) Lực ma sát nghỉ



+ Xuất hiện tại bề mặt tiếp xúc, do bề mặt tiếp xúc tác dụng lên vật khi có ngoại lực hoặc thành phần của ngoại lực song song với bề mặt tiếp xúc, tác dụng làm vật có xu hướng chuyển động, giúp cho vật đứng yên tương đối trên bề mặt của vật khác.
+ Điểm đặt: lên vật sát bề mặt tiếp xúc.
+ Phương: song song với bề mặt tiếp xúc.
+ Chiều: ngược chiều với lực (hợp lực) của ngoại lực (các ngoại lực và thành phần của ngoại lực song song với bề mặt tiếp xúc $\vec{F}_t$) hoặc xu hướng chuyển động của vật.

+ Độ lớn: $F_{msn} = F_t \le F_{msn\ Max} = \mu_n N$ $(\mu_n > \mu_t)$, với F_t: Độ lớn của ngoại lực (thành phần ngoại lực) song song với bề mặt tiếp xúc.

4. Lực hướng tâm

+ Khi một vật chịu tác dụng của các lực mà các lực đó có tác dụng làm cho vật chuyển động tròn đều thì hợp lực đóng vai trò là lực hướng tâm.
+ Khi đó: $\vec{F}_{ht} = m\vec{a}_{ht} \Rightarrow F_{ht} = m\dfrac{v^2}{R}$
+ Chuyển động tròn đều: $\begin{cases} v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{\Delta \varphi . R}{\Delta t} = \omega R \\ a_{ht} = \dfrac{v^2}{R} = \omega^2 R \\ T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi f \end{cases}$

5. Hệ quy chiếu phi quán tính (hệ quy chiếu có gia tốc)

a. Hệ quy chiếu có gia tốc

+ Hệ quy chiếu quán tính (hệ quy chiếu không có gia tốc): Là hệ quy chiếu đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.
+ Hệ quy chiếu phi quán tính (hệ quy chiếu có gia tốc): Là hệ quy chiếu chuyển động có gia tốc so với hệ quy chiếu quán tính.

b. Lực quán tính

+ Trong hệ quy chiếu chuyển động với gia tốc $\vec{a}$, các hiện tượng cơ học xảy ra giống như là mỗi vật có khối lượng m chịu thêm tác dụng của lực $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ gọi là lực quán tính.

c. Lực hướng tâm và lực quán tính li tâm tác dụng vào vật chuyển động tròn đều.

+ Lực hướng tâm: Khi một vật chuyển động tròn đều, hợp lực của các lực tác dụng lên nó gọi là lực hướng tâm.
+ Biểu thức: $F_{ht} = ma_{ht} = m\dfrac{v^2}{R} = m\omega^2 R$
+ Lực quán tính li tâm: $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_{ht}$. Độ lớn: $F_q = F_{ht}$

B. PHÂN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. TỔNG HỢP VÀ PHÂN TÍCH LỰC. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG

✍ Phương pháp giải:

1. Tổng hợp lực

Bước 1: Tịnh tiến các lực về cùng điểm đặt.

Bước 2: Nếu các lực không cùng phương thì sử dụng quy tắc hình bình hành để xác định vectơ tổng trên hình.

Bước 3: Sử dụng các công thức sau để tìm độ lớn của hợp lực.

+ Công thức tổng hợp 2 lực đồng quy: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$

  với $\alpha = \left(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}\right)$.

+ Định lý hàm sin: $\frac{F}{\sin\alpha_1} = \frac{F_1}{\sin\alpha_2} = \frac{F_2}{\sin\alpha_3}$ ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ là các góc đối diện với các lực tương ứng).

↳ Các trường hợp đặc biệt:

- ✓ Nếu $\overrightarrow{F_1} \perp \overrightarrow{F_2}$ thì $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$
- ✓ Nếu $\overrightarrow{F_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{F_2}$ thì $F = F_1 + F_2 = F_{max}$
- ✓ Nếu $\overrightarrow{F_1} \uparrow\downarrow \overrightarrow{F_2}$ thì $F = |F_1 - F_2| = F_{min}$
- ✓ Nếu có hai lực, thì hợp lực có giá trị trong khoảng: $|F_1 - F_2| \le F_{hl} \le F_1 + F_2$

2. Phân tích lực

+ Chỉ dùng phép phân tích lực khi:
  - Phân tích một lực thành hai lực theo hai phương đã biết
  - Phân tích một lực thành hai lực có độ lớn đã biết

Chú ý:

+ Lực căng của dây treo tác dụng lên vật luôn hướng về điểm treo, còn trọng lực $\vec{P}$ luôn hướng xuống.
+ Khi tổng hợp 2 lực thì ưu tiên tổng hợp 2 lực cùng chiều, rồi đến ngược chiều, rồi đến vuông góc, rồi mới đến bất kì.

Ví dụ 1: Cho 2 lực đồng quy có độ lớn $F_1 = F_2 = 20$ N. Hãy tìm độ lớn của hợp lực khi chúng hợp với nhau một góc $\alpha = 0^o, 60^o, 90^o, 120^o, 180^o$. Vẽ hình biểu diễn cho mỗi trường hợp. Từ đó đưa ra nhận xét về ảnh hưởng của góc α đối với độ lớn của hợp lực.

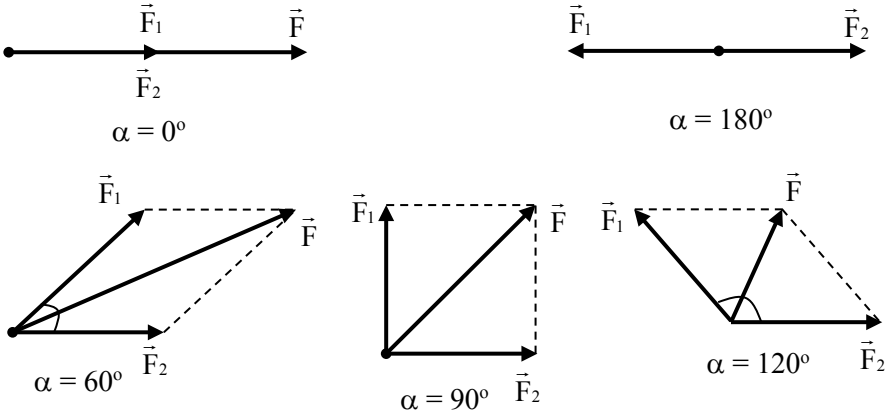
Hướng dẫn

+ Lực tổng hợp 2 lực đồng quy: $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}$, với $\alpha=\left(\vec{F_1},\vec{F_2}\right)$

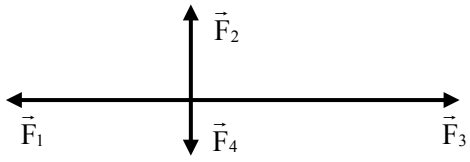
- Với $\alpha=0^0$ thì $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}=F_1+F_2=40N$
- Với $\alpha=60^0$ thì $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos60}=20\sqrt{3}N$
- Với $\alpha=90^0$ thì $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos90}=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=20\sqrt{2}N$
- Với $\alpha=120^0$ thì $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos120}=20N$
- Với $\alpha=180^0$ thì $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos180}=0N$

+ Nhận xét α càng bé thì lực càng lớn

+ Hình vẽ biểu diễn



Ví dụ 2: Cho bốn lực đồng quy, đồng phẳng như hình vẽ bên. Biết $F_1 = 5N$, $F_2 = 3N$, $F_3 = 7N$, $F_4 = 1N$. Tìm hợp lực của bốn lực đó.



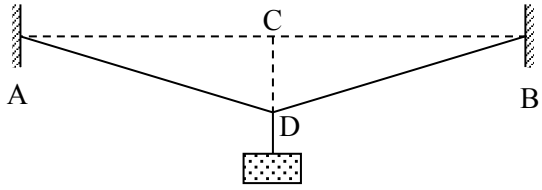
Hướng dẫn

+ Ta có: $\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}+\vec{F_4}=\left(\vec{F_2}+\vec{F_4}\right)+\left(\vec{F_1}+\vec{F_3}\right)=\vec{F_{24}}+\vec{F_{13}}$

+ Với $\vec{F_{24}}:\begin{cases}\vec{F_{24}}\uparrow\uparrow\vec{F_2}\\F_{24}=F_2-F_4=2N\end{cases}$. Với $\vec{F_{13}}:\begin{cases}\vec{F_{13}}\uparrow\uparrow\vec{F_3}\\F_{13}=F_3-F_1=2N\end{cases}$

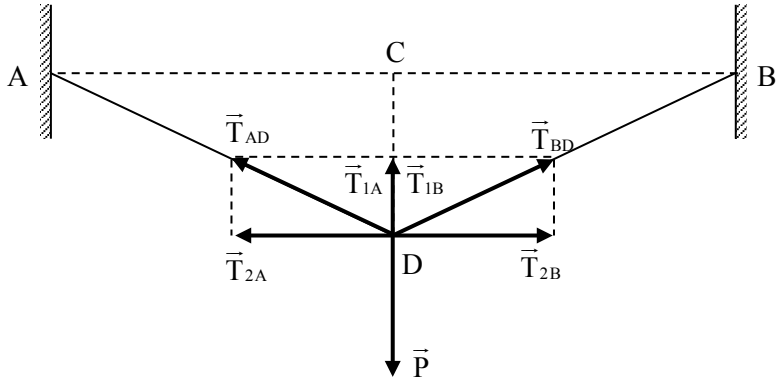
+ Dễ suy ra $\vec{F_{24}}\perp\vec{F_{13}}\Rightarrow F=\sqrt{F_{13}^2+F_{24}^2}=2\sqrt{2}\,N$

Ví dụ 3: Một vật có khối lượng m = 3 kg treo vào điểm chính giữa của sợi dây AB. Biết AB = 4 m và CD = 10 cm. Tính lực kéo của mỗi nửa sợi dây. Lấy g = 9,8 m/s^2.



Hướng dẫn

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ



+ Phân tích lực căng của mỗi sợi dây: $\begin{cases} \vec{T}_{AD} = \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{2A} \left(\vec{T}_{1A} \uparrow\downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2A} \perp \vec{P}\right) \\ \vec{T}_{BD} = \vec{T}_{1B} + \vec{T}_{2B} \left(\vec{T}_{1B} \uparrow\downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2B} \perp \vec{P}\right) \end{cases}$

Với: $\begin{cases} T_{AD} = T_{BD} = T \\ T_{1A} = T_{1B} = T_1 \\ T_{2A} = T_{2B} = T_2 \end{cases}$

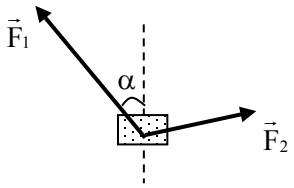
+ Vì vật nằm cân bằng nên: $\vec{P} + \vec{T}_{AD} + \vec{T}_{BD} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{2A} + \vec{T}_{1B} + \vec{T}_{2B} = 0$

+ Vì $\begin{cases} \vec{T}_{2A} \uparrow\downarrow \vec{T}_{2B} \\ T_{2A} = T_{2B} \end{cases}$ nên $\vec{T}_{2A} + \vec{T}_{2B} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{1B} = 0$

+ Mà: $\vec{T}_{1A} + \vec{T}_{1B} = 2\vec{T_1} \Rightarrow \vec{P} + 2\vec{T_1} = 0 \Rightarrow T_1 = \dfrac{P}{2} \Rightarrow T_{1A} = T_{1B} = \dfrac{P}{2}$

+ Từ hình có: $\sin\alpha = \dfrac{DC}{\sqrt{AC^2 + DC^2}} = \dfrac{T_{1A}}{T_{AD}} = \dfrac{P}{2T} \Rightarrow T = 294N$

Ví dụ 4: Một vật có khối lượng m chịu tác dụng của hai lực lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ như hình. Cho biết $F_1 = 20\sqrt{3}\,N;\ F_2 = 20\,N;$ $\alpha = 30^o$ là góc hợp bởi $\vec{F}_1$ với phương thẳng đứng. Tìm m để vật cân bằng.



Hướng dẫn

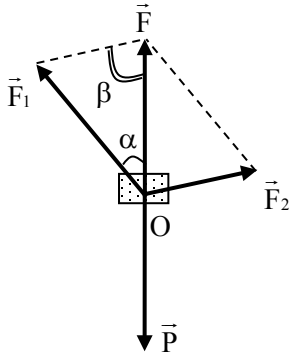
+ Gọi $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên vật

+ Để vật cân bằng: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0$

+ Gọi $\vec{F}$ là hợp lực của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.

+ Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0 \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{F} = -\vec{P}$

+ Vậy để vật cân bằng thì hợp của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ phải cùng phương, ngược chiều với $\vec{P}$. Do đó ta biểu diễn được các lực như hình vẽ.



+ Từ hình vẽ ta có: $\dfrac{F_2}{\sin\alpha} = \dfrac{F_1}{\sin\beta}$

$$\Rightarrow \sin\beta = \frac{F_1.\sin 30^0}{F_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\beta = 60^0\\ \beta = 120^0\end{array}\right.$$

TH1: $\beta = 60^0 \Rightarrow \hat{F}_1 = 90^o \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 40N \Rightarrow P = 40N \Rightarrow m = 4kg$

TH2: $\beta = 120^0 \Rightarrow \hat{F}_1 = 30^o \Rightarrow F = F_2 = 20N \Rightarrow P = 20N \Rightarrow m = 2kg$

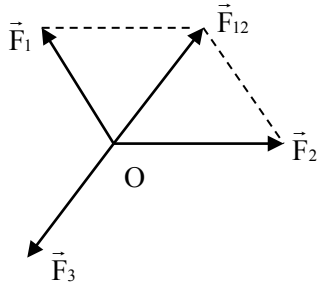
Vậy có hai trường hợp thoả mãn là m = 2kg hoặc m = 4kg

Ví dụ 5: Cho ba lực đồng quy cùng nằm trong một mặt phẳng, có độ lớn bằng nhau và từng đôi một làm thành góc 120^0. Tìm hợp lực của chúng.

Hướng dẫn

+ Ta có: $F_1 = F_2 = F_3 = a$

+ Hợp lực: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3$

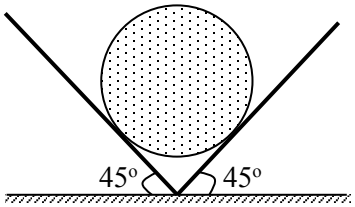


+ Lại có: $\begin{cases} F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 120^0} = a \\ \cos\left(\widehat{F_{12}OF_2}\right) = \dfrac{F_1^2 - \left(F_2^2 + F_{12}^2\right)}{-2F_2F_{12}} = 0,5 \end{cases}$

$$\Rightarrow \widehat{F_{12}OF_2} = 60^0 \Rightarrow \widehat{F_{12}OF_3} = 180^0$$

+ Do đó: $\overrightarrow{F_{12}} \uparrow\downarrow \overrightarrow{F_3}$ và cùng độ lớn nên $\overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_3} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

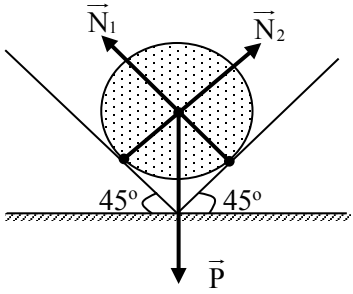
Ví dụ 6: Hai mặt phẳng tạo với mặt nằm ngang các góc 45^0. Trên hai mặt đó người ta đặt một quả cầu có trọng lượng 20 N. Hãy xác định áp lực của quả cầu lên hai mặt phẳng đỡ.



Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên quả cầu gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ có: điểm đặt tại trọng tâm quả cầu, có phương thẳng đứng, có chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ của hai mặt phẳng nghiêng có: điểm đặt tại điểm tiếp xúc giữa quả cầu với mặt đỡ, có phương vuông góc với mặt đỡ, có chiều hướng về phía quả cầu.



Hình a

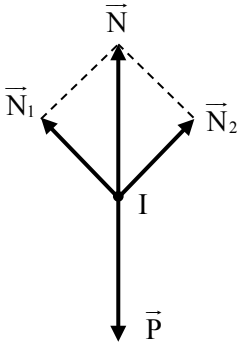
+ Các lực tác dụng lên quả cầu được biểu diễn như hình vẽ a.

+ Các lực $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ và $\vec{P}$ đồng quy tại tâm I của quả cầu nên ta tịnh tiến $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ lại I (hình b)

+ Quả cầu nằm cân bằng nên: $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{P} = 0$

+ Gọi $\vec{N}$ là lực tổng hợp của hai lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$.

$$\Rightarrow \vec{N} + \vec{P} = 0 \Rightarrow N = P = 20(N)$$



Hình b

+ Vì hai mặt nghiêng tạo với nhau một góc 90° và $N_1 = N_2$ nên hình N_1NN_2I là hình vuông

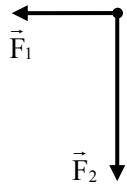
$$\Rightarrow N = N_1\sqrt{2} = N_2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow N_1 = N_2 = 10\sqrt{2}(N)$$

+ Áp lực $\vec{Q}$ cân bằng với phản lực nên áp lực Q do quả cầu đè lên các mặt phẳng nghiêng là: $Q = N_1 = N_2 = 10\sqrt{2}(N)$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

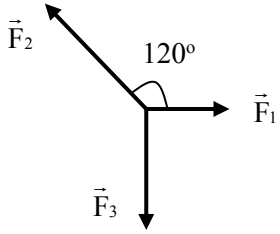
Bài 1: Một vật chịu tác dụng của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ vuông góc với nhau như hình vẽ. Biết $F_1 = 5N; F_2 = 12N$. Tìm lực $\vec{F}_3$ tác dụng lên vật để vật cân bằng.



Bài 2: Cho hai lực đồng quy có độ lớn 4N và 5N hợp với nhau một góc α. Tính góc α. Biết rằng hợp lực của hai lực trên có độ lớn bằng 7,8N.

Bài 3: Đặt thanh AB có khối lượng không đáng kể nằm ngang, đầu A gắn vào tường nhờ một bản lề, đầu B nối với tường bằng dây BC. Treo vào B một vật có khối lượng 6kg và cho biết $AB = 40cm; AC = 60cm$. Tính lực căng trên dây BC và lực nén lên thanh. Lấy $g = 10m/s^2$.

Bài 4: Một vật chịu tác dụng của ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ như hình vẽ bên thì nằm cân bằng. Biết rằng độ lớn của lực $F_3 = 40\sqrt{3}$ N. Hãy tính độ lớn của lực F_1 và F_2.



Bài 5: Cho hai lực đồng quy có độ lớn $F_1 = 16$ N và $F_2 = 12$ N.

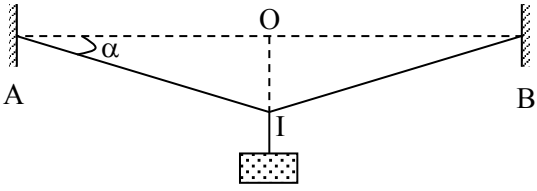
a) Hợp lực của chúng có thể có độ lớn 30 N hoặc 3,5 N được không ?

b) Cho biết độ lớn hợp lực giữa chúng là F = 20 N. Hãy tìm góc giữa hai vectơ lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.

Bài 6: Một chiếc đèn được treo vào tường nhờ một dây AB có không dãn có khối lượng không đáng kể. Muốn cho xa tường, người ta dùng một thanh chống, một đầu tì vào tường, còn đầu kia tì vào điểm B của sợi dây. Biết đèn nặng 40N và dây hợp với tường một góc 45°. Tính lực căng của dây và phản lực của thanh ?

Bài 7: Một đèn tín hiệu giao thông ba màu được treo ở một ngã tư đường nhờ một dây cáp có trọng lượng không đáng kể. Hai dây cáp được giữ bằng hai cột đèn AB, CD cách nhau 8m. Đèn có khối lượng 6kg được treo vào điểm giữa O của dây cáp, làm dây cáp võng xuống một đoạn 0,5m. Tính lực căng của dây. Lấy $g = 10m/s^2$.

Bài 8: Một dây nhẹ căng ngang giữa hai điểm cố định A, B. Treo vào trung điểm O của sợi dây một vật có khối lượng m thì hệ cân bằng, dây



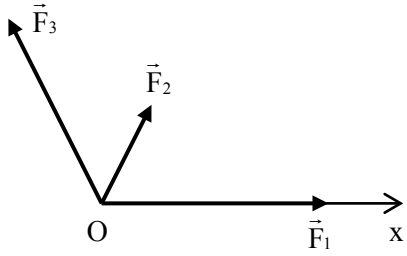
hợp với phương ngang góc α.

Lấy $g = 10\ m/s^2$

a) Tính lực căng dây khi $\alpha = 30^0$, m = 10 kg.

b) Khảo sát sự thay đổi độ lớn của lực căng dây theo góc α.

Bài 9: Cho ba lực đồng qui (tại điểm O), đồng phẳng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ lần lượt hợp với trục Ox những góc 0^o, 60^o, 120^o và có độ lớn tương ứng là $F_1 = F_3 = 2F_2 = 10N$ như trên hình vẽ. Tìm hợp lực của ba lực trên.



Bài 10: Hãy dùng quy tắc hình bình hành và quy tắc đa giác lực để tìm hợp lực của ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và bằng F_0. Biết chúng cùng nằm trong cùng một mặt phẳng và $\vec{F}_2$ làm với hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ những góc bằng nhau và bằng 60^0.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

+ Gọi $\vec{F}_{12}$ là hợp lực của 2 lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ ta có:

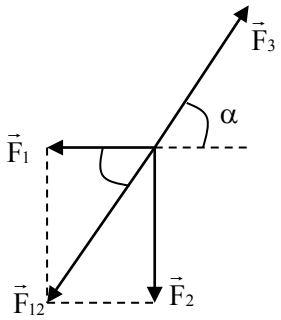
$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2} F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 13N$$

+ Điều kiện để vật cân bằng lực $\vec{F}_3$ cân bằng với hợp lực $\vec{F}_{12}$

+ Do đó ta có: $F_3 = F_{12} = 13(N)$

+ Gọi α là góc tạo bởi hợp lực $\vec{F}_3$ và phương ngang.

+ Từ hình ta có: $\tan\alpha = \dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{12}{5} \Rightarrow \alpha = 67^0 23'$



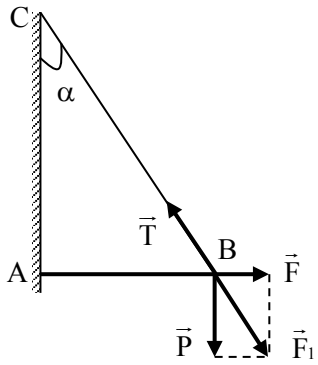
Bài 2:

+ Ta có: $F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{F^2 - \left(F_1^2 + F_2^2\right)}{2F_1F_2} = \frac{7,8^2 - \left(4^2 + 5^2\right)}{2.4.5} = \frac{62}{125} \Rightarrow \alpha = 60^0 15'$$

Bài 3:

+ Các lực tác dụng vào vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$ và lực đàn hồi của thanh $\vec{F}$



+ Vì vật cân bằng nên $\vec{F}+\vec{P}+\vec{T}=0$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_1+\vec{T}=0 \Rightarrow \vec{F}_1 \uparrow\downarrow \vec{T}$$

+ Từ hình vẽ ta có: $\tan\alpha=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{F}{P}$

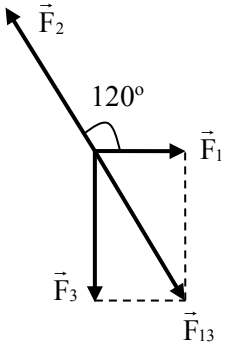
$$\Rightarrow F=\frac{AB}{AC}.P=\frac{AB}{AC}.mg=\frac{40}{60}.6.10=40N$$

+ Lực nén lên thanh đúng bằng lực F nên lực nén lên thanh là 40N

+ Ta có: $T=F_1=\sqrt{F^2+P^2}=\sqrt{40^2+60^2}=20\sqrt{13}\,N$

Bài 4:

+ Để vật cân bằng thì lực tổng hợp của hai lực $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ phải cùng phương, ngược chiều với $\vec{F}_2$.



+ Gọi $\vec{F}_{13}=\vec{F}_1+\vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_{13}$ phải tạo với $\vec{F}_1$ một góc 60^o.

+ Từ hình vẽ có: $\cos 30^o=\dfrac{F_3}{F_{13}}$

$$\Rightarrow F_{13}=\frac{F_3}{\cos 30^o}=80(N) \Rightarrow F_2=80(N)$$

+ Vì $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_3 \Rightarrow F_1=\sqrt{F_{13}^2-F_3^2}=40N$

Bài 5:

a) Hợp lực nhỏ nhất: $F_{min}=|F_1-F_2|=4N$

+ Hợp lực lớn nhất: $F_{max}=|F_1+F_2|=28N$

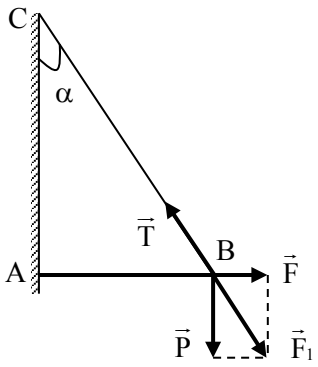
+ Do đó hợp lực F chỉ có thể nhận giá trị từ 4N đến 28N, nó không thể nhận giá trị 30N hoặc 3,5N được.

b) Ta có: $F^2=F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha$

$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{F^2-(F_1^2+F_2^2)}{2F_1F_2}=\frac{20^2-(16^2+12^2)}{2.16.12}=0 \Rightarrow \alpha=90^o$$

Bài 6:

+ Coi đèn như một chất điểm B và các lực tác dụng vào đèn gồm: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$ và lực đàn hồi của thanh $\vec{F}$.



+ Ta có: $\vec{F}+\vec{P}+\vec{T}=0$

$\Leftrightarrow \vec{F}_1+\vec{T}=0 \Rightarrow \vec{F}_1 \uparrow\downarrow \vec{T}$

+ Từ hình vẽ ta có: $\tan\alpha=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{F}{P}$

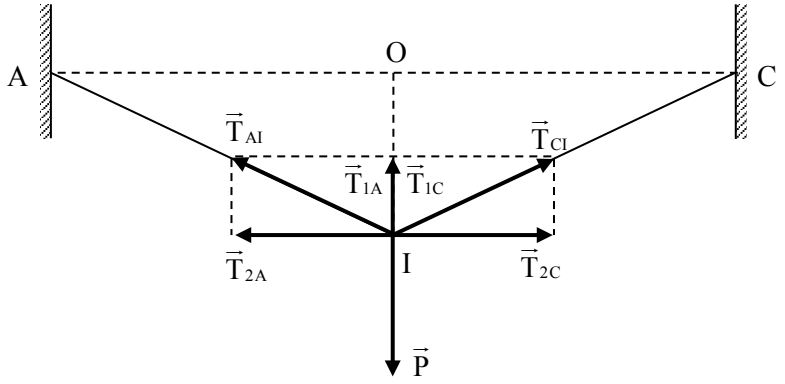
$\Rightarrow F=P\tan\alpha=40N$

+ Lực nén lên thanh đúng bằng lực F nên lực nén lên thanh là 40N

+ Ta có : $T=F_1=\sqrt{F^2+P^2}=\sqrt{40^2+40^2}=40\sqrt{2}\,N$

Bài 7:

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ



+ Phân tích lực căng của mỗi sợi dây: $\begin{cases}\vec{T}_{AI}=\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{2A}\ \left(\vec{T}_{1A}\uparrow\downarrow\vec{P},\vec{T}_{2A}\perp\vec{P}\right)\\ \vec{T}_{CI}=\vec{T}_{1C}+\vec{T}_{2C}\ \left(\vec{T}_{1C}\uparrow\downarrow\vec{P},\vec{T}_{2C}\perp\vec{P}\right)\end{cases}$

Với: $\begin{cases}T_{AI}=T_{CI}=T\\ T_{1A}=T_{1B}=T_1\\ T_{2A}=T_{2B}=T_2\end{cases}$

+ Vì đèn nằm cân bằng nên: $\vec{P}+\vec{T}_{AI}+\vec{T}_{CI}=0\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{2A}+\vec{T}_{1C}+\vec{T}_{2C}=0$

+ Do $\begin{cases}\vec{T}_{2A}\uparrow\downarrow\vec{T}_{2C}\\ T_{2A}=T_{2C}\end{cases}\Rightarrow\vec{T}_{2A}+\vec{T}_{2C}=0\Rightarrow\vec{P}+\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{1C}=0$

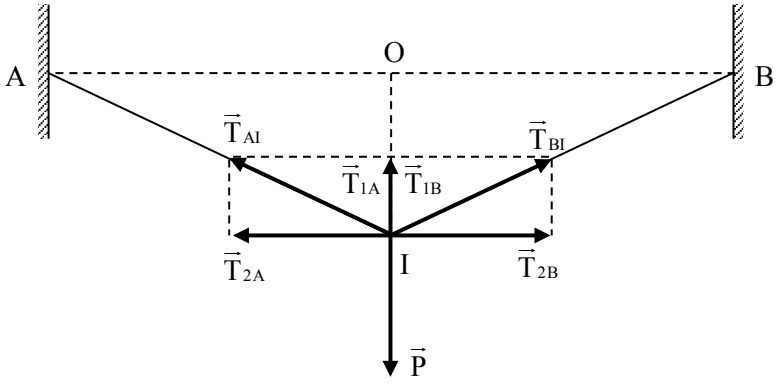
+ Mà: $\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{1B}=2\vec{T}_1\Rightarrow\vec{P}+2\vec{T}_1=0\Rightarrow T_1=\dfrac{P}{2}\Rightarrow T_{1A}=T_{1C}=\dfrac{P}{2}$

+ Từ hình có: $\sin\alpha=\dfrac{OI}{\sqrt{AO^2+OI^2}}=\dfrac{T_{1A}}{T_{AI}}=\dfrac{P}{2T}$

$$\Leftrightarrow\frac{0,5}{\sqrt{4^2+0,5^2}}=\frac{60}{2T}\Rightarrow T\approx 242N$$

Bài 8:

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ



+ Phân tích lực căng của mỗi sợi dây: $\begin{cases}\vec{T}_{AI}=\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{2A}\ \left(\vec{T}_{1A}\uparrow\downarrow\vec{P},\vec{T}_{2A}\perp\vec{P}\right)\\ \vec{T}_{BI}=\vec{T}_{1B}+\vec{T}_{2B}\ \left(\vec{T}_{1B}\uparrow\downarrow\vec{P},\vec{T}_{2B}\perp\vec{P}\right)\end{cases}$

Với: $\begin{cases}T_{AI}=T_{BI}=T\\ T_{1A}=T_{1B}=T_1\\ T_{2A}=T_{2B}=T_2\end{cases}$

+ Vì đèn nằm cân bằng nên: $\vec{P}+\vec{T}_{AI}+\vec{T}_{BI}=0\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{2A}+\vec{T}_{1B}+\vec{T}_{2B}=0$

+ Do $\begin{cases}\vec{T}_{2A}\uparrow\downarrow\vec{T}_{2B}\\ T_{2A}=T_{2B}\end{cases}\Rightarrow\vec{T}_{2A}+\vec{T}_{2B}=0\Rightarrow\vec{P}+\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{1B}=0$

+ Mà: $\vec{T}_{1A}+\vec{T}_{1B}=2\vec{T}_1\Rightarrow\vec{P}+2\vec{T}_1=0\Rightarrow T_1=\dfrac{P}{2}\Rightarrow T_{1A}=T_{1B}=\dfrac{P}{2}$

+ Từ hình có: $\sin\alpha=\dfrac{T_1}{T}=\dfrac{P}{2T}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{100}{2T}\Rightarrow T=100N$

b) Từ câu a ta có: $\sin\alpha=\dfrac{T_1}{T}=\dfrac{P}{2T}\Leftrightarrow\sin\alpha=\dfrac{mg}{2T}\Rightarrow T=\dfrac{mg}{2\sin\alpha}$

+ Ta nhận thấy rằng $0<\alpha<90^o\Rightarrow$ khi α tăng thì $\sin\alpha$ tăng $\Rightarrow$ T giảm

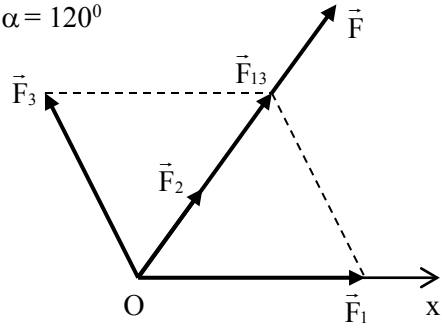
Bài 9:

+ Gọi $\vec{F}_{13}$ là hợp của 2 lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$.

+ Từ đề suy ra góc tạo bởi hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$ là $\alpha = 120^0$

+ Độ lớn của hợp 2 lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$ là:

$$F_{13} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2 + 2F_1F_3\cos\alpha} = 10N$$



+ Gọi β là góc giữa hợp lực $\vec{F}_{13}$ và $\vec{F}_1$.

+ Theo định lý hàm cos ta có:

$$\cos\beta = \frac{F_{13}^2 + F_1^2 - F_3^2}{2F_{13}F_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 60^o$$

+ Vậy $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$ cùng tạo với $\vec{F}_1$ một góc $\beta = 60^o \Rightarrow \vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$ cùng chiều nhau

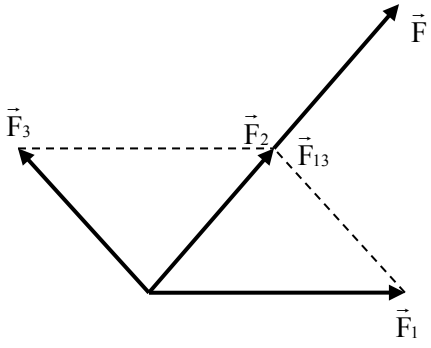
+ Gọi $\vec{F}$ là hợp của 2 lực $\vec{F}_{13}$ và $\vec{F}_2$

+ Vì $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$ cùng chiều nhau $\Rightarrow F = F_{13} + F_2 = 10 + 5 = 15$ N

+ Vậy $\vec{F}$ có phương và chiều là phương và chiều của $\vec{F}_2$ và có độ lớn là F = 15N

Bài 10:

+ Vì $\vec{F}_2$ làm với hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ những góc bằng nhau và bằng 60^o nên $\vec{F}_2$ nằm chính giữa hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ nên góc giữa 2 lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ là 120^o.



+ Gọi $\vec{F}_{13}$ là lực tổng hợp của 2 lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$

+ Ta có: $F = \sqrt{F_1^2 + F_3^2 + 2F_1F_3\cos\alpha} \Rightarrow F = \sqrt{F_0^2 + F_0^2 + 2F_0F_0\cos 120} = F_0$

+ Gọi β là góc tạo bởi $\vec{F}_{13}$ và $\vec{F}_3$.

+ Theo định lý hàm cos ta có: $\cos\beta = \dfrac{F_{13}^2 + F_3^2 - F_1^2}{2F_{13}F_3}$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{F_0^2 + F_0^2 - F_0^2}{2F_0.F_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 60^0$$

+ Vậy lực $\vec{F}_{13}$ trùng với $\vec{F}_2$

+ Gọi $\vec{F}$ là hợp của hai lực $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$. Vì $\vec{F}_{13} \uparrow\uparrow \vec{F}_2 \Rightarrow F = F_{13} + F_2 = 2F_0$

Dạng 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÁC ĐỊNH LUẬT NIU-TƠN

✍ **Định luật II Niu-tơn:**

+ Biểu thức định luật II Niutơn: $\overrightarrow{F_{hl}} = m\vec{a}$ ($\overrightarrow{F_{hl}}$ là hợp lực, $\overrightarrow{F_{hl}} \uparrow\uparrow \vec{a}$)
+ Nếu chỉ có một lực $\vec{F}$ tác dụng thì: $\pm F = ma$

Trong đó:

F là độ lớn của lực tác dụng, đơn vị là N
m là khối lượng của vật, đơn vị là kg
a là gia tốc, đơn vị là m/s^2

Chú ý:

- ✓ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật.
- ✓ Lấy dấu (+) trước F khi $\vec{F}$ cùng chiều dương hay cùng chiều chuyển động
- ✓ Lấy dấu (-) trước F khi $\vec{F}$ ngược chiều dương hay ngược chiều chuyển động
- ✓ Trong trường hợp có nhiều lực tác dụng thì phải biểu diễn các lực tác dụng lên vật; viết biểu thức định luật II; sau đó sử dụng phương pháp chiếu để chuyển sang dạng đại số.
- ✓ Một số công thức động học liên quan: $\begin{cases} v = v_0 + at \\ s = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 \\ v^2 - v_0^2 = 2as \end{cases}$

✍ **Định luật III Niu-tơn:** $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$ (hai lực $\vec{F}_A; \vec{F}_B$ cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn $F_A = F_B$)

Ví dụ 1: Một ôtô không chở hàng có khối lượng 2 tấn, khởi hành với gia tốc 0,36 m/s^2. Khi ôtô chở hàng thì khởi hành với gia tốc 0,18 m/s^2. Biết rằng hợp lực tác

dụng vào ôtô trong hai trường hợp đều bằng nhau. Tính khối lượng của hàng hoá trên xe.

Hướng dẫn

+ Khi xe không chở hàng: $F_1 = m_1 a_1$

+ Khi xe chở hàng có khối lượng Δm: $F_2 = (m_1 + \Delta m) a_2$

+ Theo bài ra: $F_1 = F_2 \Rightarrow (m_1 + \Delta m) a_2 = m_1 a_1$

$\Leftrightarrow (2 + \Delta m) 0,18 = 2.0,36 \Rightarrow \Delta m = 2$ tấn

Ví dụ 2: Một ôtô có khối lượng 3 tấn, đang chạy với vận tốc v_0 thì hãm phanh, xe đi thêm quãng đường 15 m trong 3 s thì dừng hẳn. Tính:

a) Vận tốc v_0.

b) Độ lớn lực hãm phanh. Bỏ qua các lực cản bên ngoài.

Hướng dẫn

a) Ta có: $\begin{cases} v = v_0 + at \\ S = v_0 t + 0,5at^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = v_0 + 3a \\ 15 = 3v_0 + 4,5a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 10 (m/s) \\ a = -\dfrac{10}{3} (m/s^2) \end{cases}$

b) Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{F}_h = m\vec{a}$

+ Chiếu lên chiều dương ta có: $-F_h = ma \Leftrightarrow -F_h = 3.10^3 \left(-\dfrac{10}{3}\right) \Rightarrow F_h = 10^4$ N

+ Vậy độ lớn của lực hãm là $F_h = 10^4$N

Ví dụ 3: Một vật có khối lượng 0,5 kg chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu $v_0 = 2$ m/s. Sau thời gian 4s nó đi được quãng đường 24 m. Biết vật luôn chịu tác dụng của lực kéo F_k và lực cản có độ lớn $F_c = 0,5$ N.

a) Tính độ lớn của lực kéo.

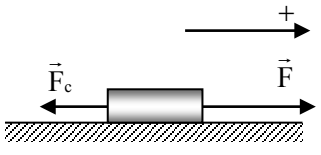
b) Sau 4s đó, lực kéo ngừng tác dụng thì sau bao lâu vật dừng lại?

Hướng dẫn

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động

+ Ta có: $s = v_0 t + \dfrac{1}{2} at^2 \Leftrightarrow 24 = 2.4 + \dfrac{1}{2} a.4^2 \Rightarrow a = 2 (m/s^2)$

+ Biểu thức định luật II Niu-tơ: $\vec{F_k} + \vec{F_c} = m\vec{a}$ (*)



+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $F_k - F_c = ma$

$\Rightarrow F_k = F_c + ma = 0,5 + 0,5.2 = 1,5 (N)$

+ Khi lực phát động thôi tác dụng, lúc này xe có vận tốc:

$$v = v_0 + at = 2 + 2.4 = 10\left(m/s\right)$$

+ Biểu thức định luật II lúc này: $-F_c = ma' \Rightarrow a' = -1\left(m/s^2\right)$

+ Vậy thời gian chuyển động đến khi dừng lại là: $t = \frac{0 - v}{a'} = 10s$

Ví dụ 4: Lực $\vec{F}_1$ tác dụng lên một vật trong khoảng thời gian $\Delta t = 0,8$ s làm vận tốc của nó thay đổi từ 0,4 m/s đến 0,8 m/s. Lực khác $\vec{F}_2$ tác dụng lên nó trong khoảng thời gian 2 s làm vận tốc của nó thay đổi từ 0,8 m/s đến 1 m/s ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ luôn cùng phương với chuyển động và có độ lớn không đổi)

a) Tính tỉ số lực $\frac{F_1}{F_2}$ biết các lực này không đổi trong suốt quá trình.

b) Nếu lực F_2 tác dụng lên vật trong khoảng thời gian 1,1 s thì vận tốc của vật thay đổi như thế nào.

Hướng dẫn

a) Ta có: $v_2 = v_1 + a_1 t \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t} = 0,5(m/s^2) \\ a_2 = \frac{v_2' - v_1'}{t'} = 0,1(m/s^2) \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} = 5$

b) Ta có : $v_2 = v_1 + a_2 t_2 \Leftrightarrow v_2 - v_1 = a_2 t_2 \Leftrightarrow \Delta v_2 = a_2 t_2 = 0,1.1,1 = 0,11(m/s)$

Ví dụ 5: Một xe lăn chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang với vận tốc 50 cm/s. Một xe khác chuyển động với vận tốc 150 cm/s tới va chạm với nó từ phía sau. Sau va chạm hai xe chuyển động với cùng tốc độ 100 cm/s. Biết rằng trong suốt quá trình các vectơ vận tốc không đổi cả phương lẫn chiều. Hãy so sánh khối lượng của hai xe.

Hướng dẫn

+ Khi hai xe va chạm nhau, theo định luật III Niutơn ta có: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$$\Leftrightarrow m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2 \Leftrightarrow m_1 \frac{\overrightarrow{v_1} - \vec{v}_{01}}{t} = -m_2 \frac{\overrightarrow{v_2} - \vec{v}_{02}}{t}$$

$$\Leftrightarrow m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_{01}) = -m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_{02}) \ (*)$$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe 1, chiếu (*) ta có:

$$m_1(v_1 - v_{01}) = -m_2(v_2 - v_{02}) \Rightarrow m_1 = m_2$$

Ví dụ 6: Một vật có khối lượng m = 20kg đang đứng yên thì chịu tác dụng của hai lực vuông góc nhau và có độ lớn lần lượt là 30N và 40N.

a) Xác định độ lớn của hợp lực tác dụng lên vật.

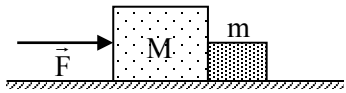
b) Sau bao lâu vận tốc của vật đạt đến gia trị 30 m/s.

Hướng dẫn

+ Ta có: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2} F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 50(N)$

+ Mà: $a = \frac{F}{m} = \frac{50}{20} = 2,5 m/s^2 \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{30}{2,5} = 12(s)$

Ví dụ 7: Hãy xác định và biểu diễn các lực tác dụng lên mỗi vật, tính gia tốc của chúng. Biết khối lượng của các vật là M = 3 kg, m = 2kg, F = 15 N và trong quá trình chuyển động chúng không rời nhau. Bỏ qua ma sát.



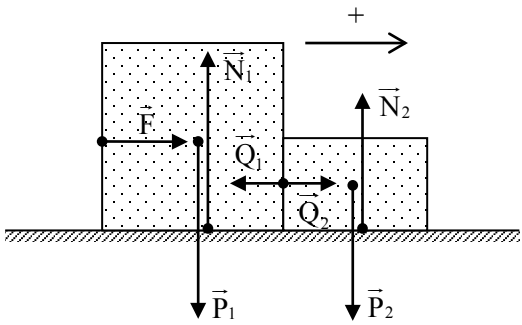
Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên vật M gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$ của mặt ngang
- Lực đẩy $\vec{F}$
- Phản lực $\vec{Q}_1$ của vật m

+ Các lực tác dụng lên vật m gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_2$
- Phản lực $\vec{N}_2$ của mặt ngang
- Phản lực $\vec{Q}_2$ của vật M



+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Ta có: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F} = M\vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{Q}_2 = m\vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn chiều dương như hình vẽ.

+ Chiếu các phương trình vec-tơ lên chiều dương ta có: $\begin{cases} -Q_1 + F = Ma_1 \\ Q_2 = ma_2 \end{cases}$ (1)

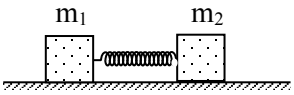
+ Vì trong quá trình chuyển động chúng không rời nhau nên $a_1 = a_2 = a$ (2)

+ Theo định luật III Niu-tơn ta có: $Q_1 = Q_2 = Q$ (3)

+ Thay (2) và (3) vào (1) ta có: $\begin{cases} -Q + F = Ma \\ Q = ma \end{cases}$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{M+m} = \frac{15}{3+2} = 3\left(m/s^2\right)$$

Ví dụ 8: Hai vật nhỏ có khối lượng m_1 và m_2 đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Gắn vật m_1 với một lò xo nhẹ rồi ép sát vật m_2 vào để lò xo bị nén rồi buông ra. Sau đó hai vật chuyển động, đi được những quãng đường $s_1 = 1(m)$; $s_2 = 3(m)$ trong cùng một khoảng thời gian. Bỏ qua ma sát. Tính khối lượng của hai vật. Biết $m_1 + m_2 = 4$ kg.



Hướng dẫn

+ Vì không có ma sát nên hai xe sẽ chuyển động thẳng đều

+ Ta có: $s = vt \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$

+ Mặt khác theo định luật III Niu-tơn ta có: $F_A = F_B$

$$\Leftrightarrow m_1\left(\frac{v_1 - 0}{t}\right) = m_2\left(\frac{v_2 - 0}{t}\right) \Leftrightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = 3 \Rightarrow m_1 = 3m_2 \qquad (1)$$

+ Theo đề ta có: $m_1 + m_2 = 4$ (2)

+ Giải (1) và (2) ta có: $m_1 = 3$kg và $m_2 = 1$kg

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một ô tô khối lượng 2500 kg đang chạy với vận tốc $v_0 = 36$ km/h thì tắt máy hãm phanh. Lực hãm có độ lớn F = 5000 N. Tính quãng đường và thời gian ô tô chuyển động kể từ khi hãm cho đến khi dừng hẳn.

Bài 2: Một xe có khối lượng 1 tấn, sau khi khởi hành 10s đi được quãng đường 50 m.

a) Tính lực phát động của động cơ xe. Biết lực cản là 500 N.
b) Tính lực phát động của động cơ xe nếu sau đó xe chuyển động đều. Biết lực cản không đổi trong suốt quá trình chuyển động.

Bài 3: Một đoàn tàu đang đi với vận tốc 18 km/h thì xuống dốc, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 0,5$ m/s^2. Chiều dài của dốc là 600 m.

a) Tính vận tốc của đoàn tàu ở cuối dốc và thời gian tàu xuống hết dốc.
b) Đoàn tàu chuyển động với lực phát động là 6000N, chịu lực cản 1000N. Tính khối lượng của đoàn tàu.

Bài 4: Một máy bay khối lượng m = 5 tấn bắt đầu khởi hành và chuyển động nhanh dần đều trên đường băng. Sau khi đi được 1km thì máy bay đạt vận tốc 20 m/s.

a) Tính gia tốc của máy bay và thời gian máy bay đi trong 100 m cuối của 1km đường băng đầu.
b) Lực cản tác dụng lên máy bay là 1000N. Tính lực phát động của động cơ.

Bài 5: Một vật có khối lượng 2,5 kg, chuyển động nhanh dần đều dưới tác dụng của lực F, từ vị trí xuất phát, sau thời gian t vật có vận tốc là 1 m/s và đã đi được quãng đường s = 10 m. Biết trong quá trình chuyển động lực F tác dụng lên vật luôn không đổi. Tính lực F tác dụng vào vật.

Bài 6: Một ô tô có khối lượng 2 tấn bắt đầu chuyển động trên đường nằm ngang với một lực kéo 20000 N. Sau 5s vận tốc của xe là 15 m/s. Lấy $g = 10$m/s^2.

a) Tính lực cản của mặt đường lên xe.
b) Tính quãng đường xe đi trong thời gian nói trên.

Bài 7: Một lực tác dụng vào vật trong khoảng thời gian 0,6 s làm vận tốc của nó thay đổi từ 8 cm/s đến 5 cm/s (lực cùng phương với chuyển động). Sau đó, tăng độ lớn của lực lên gấp đôi trong khoảng thời gian 2,2 s (vẫn giữ nguyên hướng của lực). Xác định vận tốc của vật tại thời điểm cuối.

Bài 8: Có một vật đang đứng yên, ta lần lượt tác dụng các lực có độ lớn F_1, F_2 và $F_1 + F_2$ vào vật trong cùng thời gian Δt. Nếu với lực F_1, sau thời gian Δt nó đạt vận tốc 2 m/s, còn nếu với lực F_2 sau thời gian Δt nó đạt vận tốc 3 m/s.

a) Tìm tỉ số hai lực $\frac{F_1}{F_2}$

b) Với lực có độ lớn $F_1 + F_2$ thì cũng sau thời gian Δt vận tốc vật đạt được là bao nhiêu?

Bài 9: Tác dụng lực F không đổi theo phương song song với mặt bàn nhẵn lên viên bi I đang đứng yên thì sau Δt giây nó đạt vận tốc $v_1 =$ 10 m/s. Lặp lại thí nghiệm với viên bi II (cùng F như lúc đầu) thì vật đạt vận tốc $v_2 = 15$ m/s sau khoảng thơi gian Δt. Hỏi nếu ghép vật I và II rồi tác dụng lực F (như cũ) thì sau khoảng thời gian Δt vận tốc của vật đạt được là bao nhiêu?

Bài 10: Lực F truyền cho vật có khối lượng m_1 gia tốc $a_1 = 2$ m/s^2, truyền cho vật có khối lượng m_2 gia tốc $a_2 = 3$m/s^2. Hỏi lực F sẽ truyền cho vật có khối lượng m một gia tốc là bao nhiêu trong các trường hợp sau:

a) $m = m_1 + m_2$

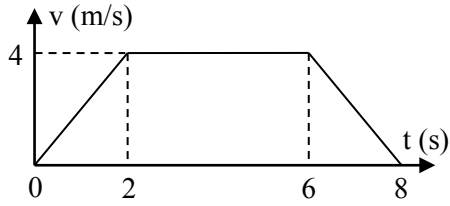
b) $m = m_1 - m_2$

c) $m = 3m_1 - 2m_2$

d) $2m = m_1 + m_2$

Bài 11: Một vật có khối lượng 2 kg, lúc đầu đang đứng yên. Nó bắt đầu chịu tác dụng đồng thời hai lực $F_1 = 4$ N và $F_2 = 3$ N. Biết góc giữa chúng là 30^0. Tính quãng đường vật đi được sau 1,2 s

Bài 12: Một thang máy đi lên gồm 3 giai đoạn có đồ thị vận tốc – thời gian như hình vẽ. Biết khối lượng thang máy là 500 kg. Tính lực kéo thang máy trong từng giai đoạn. Lấy $g = 10$ m/s^2.



Bài 13: Một quả bóng khối lượng $m = 100g$ được thả rơi tự do từ độ cao $h = 0,8m$. Khi đập vào sàn nhẵn bóng thì nẩy lên đúng độ cao h. Thời gian và chạm là $\Delta t = 0,5s$. Xác định lực trung bình do sàn tác dụng lên bóng ?

Bài 14: Viên bi 1 có khối lượng m chuyển động với vận tốc 10 m/s đến va chạm vào viên bi 2 đang đứng yên có khối lượng 2m. Sau va chạm viên bi 2 chuyển động với vận tốc 7 m/s cùng hướng với vận tốc trước va chạm của viên bi 1. Xác định hướng và độ lớn của viên bi 1 sau va chạm, biết rằng trước và sau va chạm phương chuyển động của hai viên không đổi

Bài 15: Một vật có khối lượng 50 kg, bắt đầu chuyển động nhanh dần đều và sau khi đi được 50 cm thì có vận tốc 0,7 m/s. Tính lực tác dụng vào vật

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

+ Đổi $v_0 = 36$ km/h = 10 m/s

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{F}_c = m\vec{a}$

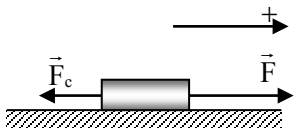
+ Chiếu lên chiều dương ta có: $-F_c = ma \Rightarrow a = -\frac{F_c}{m} = -\frac{5000}{2500} = -2\left(m/s^2\right)$

+ Quãng đường ô tô đi được là: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0-10^2}{2.(-2)} = 25(m)$

+ Thời gian chuyển động đến khi dừng lại: $t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0-10}{-2} = 5(s)$

Bài 2:

+ Ta có: $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2.50}{10^2} = 1\left(m/s^2\right)$



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{F} + \vec{F_c} = m\vec{a}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động (hình vẽ)

+ Chiếu phương trình (*) lên chiều dương ta có: $F - F_c = ma \Rightarrow F = F_c + ma$

a) Khi lực cản $F_c = 500N \Rightarrow F = F_c + ma = 500 + 10^3.1 = 1500N$

b) Khi xe chuyển động thẳng đều thì $a = 0 \Rightarrow F = F_c = 500N$

Bài 3:

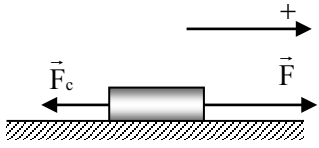
+ Đổi: $v_0 = 18$ km/h = 5 m/s

a) Gọi v là vận tốc tàu cuối dốc, ta có: $v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow v = \sqrt{2as + v_0^2} = 25(m/s)$

+ Thời gian tàu chuyển động trên dốc: $t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{25-5}{0,5} = 40(s)$

b) Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{F} + \vec{F_c} = m\vec{a}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động (hình vẽ)



+ Chiếu phương trình (*) lên chiều dương ta có:

$$F - F_c = ma$$

$$\Rightarrow m = \frac{F - F_c}{a} = \frac{6000 - 1000}{0,5} = 10000kg$$

Bài 4:

a) Gọi a là gia tốc của máy bay, ta có:

$$v^2 - 0^2 = 2as \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{20^2}{2.10^3} = 0,2\left(m/s^2\right)$$

+ Quãng đường đi được trong thời gian t (kể từ lúc xuất phát):

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

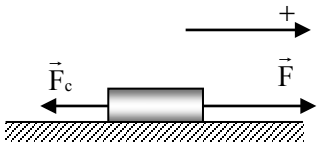
+ Thời gian máy bay chuyển động trên 1000 m và trên đoạn đường 900 m đầu là:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \sqrt{\frac{2.1000}{0,2}} = 100s \\ t_2 = \sqrt{\frac{2.(1000-100)}{0,2}} = 94,87s \end{cases}$$

+ Vậy thời gian chuyển động của máy bay trong 100 m cuối đường băng là:

$$\Delta t_{100} = t_1 - t_2 = 5,13(s)$$

b) Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{F} + \vec{F_c} = m\vec{a}$ (*)



+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động (hình vẽ)

+ Chiếu phương trình (*) lên chiều dương ta có:

$$F - F_c = ma$$

$$\Rightarrow F = F_c + ma = 1000 + 5.10^3.0,5 = 3500N$$

Bài 5:

+ Gia tốc của chuyển động: $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2.s} = \frac{1-0}{2.10} = 0,05\left(m/s^2\right)$

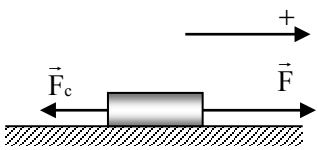
+ Lực tác dụng lên vật có độ lớn: $F = ma = 0,125N$

Bài 6:

+ Đổi m = 2 tấn = 2.10^3 kg

+ Gia tốc chuyển động của vật: $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{15-0}{5} = 3\left(m/s^2\right)$

a) Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{F} + \vec{F_c} = m\vec{a}$ (*)



+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động (hình vẽ)

+ Chiếu phương trình (*) lên chiều dương ta có:

$$F - F_c = ma \Rightarrow F_c = F - ma = 14000N$$

b) Quãng đường xe đi trong thời gian nói trên: $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}.3.5^2 = 37,5m$

Bài 7:

+ Gia tốc lúc đầu: $a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{t} = \frac{5-8}{0,6} = -5\left(cm/s^2\right)$

+ Ta có: $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$ $\Rightarrow$ khi lực tăng gấp 2 thì $a_2 = 2a_1 = -10$ cm/s^2.

+ Lại có: $a_2 = \frac{v_2 - v_{02}}{t} \Leftrightarrow = -10 = \frac{v_2 - 5}{2,2} \Rightarrow v_2 = -17\left(cm/s\right)$

dấu (–) chứng tỏ vận tốc đổi chiều

Bài 8:

+ Gia tốc của chuyển động: $a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t}$

+ Ta có: $F = ma = m\frac{v}{\Delta t}$

a) Từ $F = m\frac{v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}$

b) $F_1 + F_2 = F \Leftrightarrow m\frac{v_1}{\Delta t} + m\frac{v_2}{\Delta t} = m\frac{v}{\Delta t} \Rightarrow v = v_1 + v_2 = 5(m/s)$

Bài 9:

+ Ta có: $F = m\frac{v}{\Delta t} \Rightarrow m = \frac{F\Delta t}{v}$

+ Do đó: $m = m_1 + m_2 \Leftrightarrow \frac{F\Delta t}{v} = \frac{F\Delta t}{v_1} + \frac{F\Delta t}{v_2} \Rightarrow v = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 6(m/s)$

Bài 10:

+ Ta có: $F = ma_1 \Rightarrow m = \frac{F}{a_1}$

a) Khi: $m = m_1 + m_2 \Leftrightarrow \frac{F}{a} = \frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} \Rightarrow a = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} = 1,2(m/s^2)$

b) Khi: $m = m_1 - m_2 \Leftrightarrow \frac{F}{a} = \frac{F}{a_1} - \frac{F}{a_2} \Rightarrow a = \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1} = 6(m/s^2)$

c) Khi: $m = 3m_1 - 2m_2 \Leftrightarrow \frac{F}{a} = \frac{3F}{a_1} - \frac{2F}{a_2} \Rightarrow a = \frac{a_1 a_2}{3a_2 - 2a_1} = 1,2\,(m/s^2)$

d) Khi: $2m = m_1 + m_2 \Leftrightarrow \frac{2F}{a} = \frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} \Rightarrow 2a = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} \Rightarrow a = 0,6\,(m/s^2)$

Bài 11:

+ Lực tổng hợp tác dụng lên vật: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 30^0} = 6,8\,N$

+ Gia tốc của vật: $a = \frac{F}{m} = \frac{6,8}{2} = 3,4\,(m/s^2)$

+ Quãng đường vật đi được trong thời gian t = 1,2 s: $s = \frac{1}{2}at^2 = 2,45\,m$

Bài 12:

+ Chọn chiều dương hướng lên

+ Vật chuyển động với gia tốc $a = \frac{v - v_0}{\Delta t}$

+ Định luật II: $\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$ chiếu lên chiều dương $\Rightarrow F - P = ma \Rightarrow F = m(a + g)$

+ Giai đoạn 1: $\begin{cases} a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2\,(m/s^2) \\ F - P = ma \Rightarrow F = m(a + g) = 6000\,N \end{cases}$

+ Giai đoạn 2: $\begin{cases} a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{4 - 4}{2} = 0 \\ F - P = ma \Rightarrow F = m(a + g) = 5000\,N \end{cases}$

+ Giai đoạn 3: $\begin{cases} a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{-4}{2} = -2\,(m/s^2) \\ F - P = ma \Rightarrow F = m(a + g) = 4000\,N \end{cases}$

Bài 13:

+ Chọn chiều dương hướng từ trên xuống

+ Vận tốc của bóng khi chạm sàn nhà: $v = \sqrt{2gh} = 4m/s$

+ Vì nảy lên đúng độ cao h nên vận tốc khi nảy lên là: $v' = -v = -4m/s$

+ Trong khoảng thời gian va chạm t = 0,5s vận tốc thay đổi từ v đến v/ nên gia tốc của quả bóng được xác định bởi công thức:

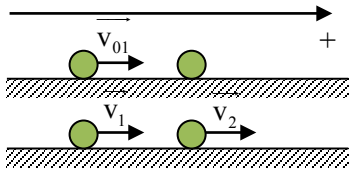
$$a = \frac{v' - v}{t} = -16\,m/s^2$$

+ Lực tác dụng lên quả bóng: $F = ma = -1,6N$

+ Lực này cũng chính là lực do sàn nhà tác dụng lên quả bóng, dấu (-) chứng tỏ lực F có chiều hướng lên.

Bài 14:

+ Gọi $\vec{F_1}$ là lực do viên bi 1 tác dụng lên viên bi 2 khi va chạm; $\vec{F_2}$ là lực do viên bi 2 tác dụng lên viên bi 1 khi va chạm.



+ Theo định luật III Niu-tơn ta có: $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$

$$\Leftrightarrow m\vec{a_1} = -2m\vec{a_2} \Leftrightarrow m\frac{\vec{v_1} - \vec{v_{01}}}{t} = -2m\frac{\vec{v_2} - \vec{v_{02}}}{t}$$

$$\Leftrightarrow \vec{v_1} - \vec{v_{01}} = -2(\vec{v_2} - \vec{v_{02}}) \qquad (*)$$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của viên bi 1, chiếu phương trình (*) lên chiều dương ta có: $v_1 - v_{01} = -2v_2 \Rightarrow v_1 = v_{01} - 2v_2 \Rightarrow v_1 = -4m/s$

Bài 15: Vì vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều nên $\Rightarrow v_0 = 0$

+ Lại có: $v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{v^2}{2s} = \frac{0,7^2}{2.0,5} = 0,49m/s^2$

+ Theo định luật II Niutơn ta có: $F = ma = 50.0,49 = 24,5N$

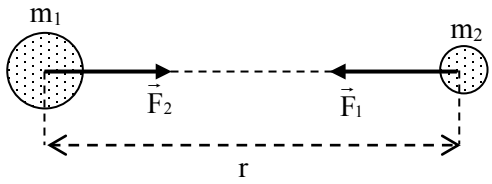
+ Vậy lực tác dụng lên vật là 24,5N

Dạng 3. CÁC LỰC CƠ HỌC THƯỜNG GẶP

Loại 1. Lực hấp dẫn

a. Định luật vạn vật hấp dẫn

+ Lực hấp dẫn giữa hai chất điểm có độ lớn tỉ lệ thuận với tích khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng.



+ Độ lớn: $F_{hd} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ (*)

Trong đó: m_1, m_2 là khối lượng của 2 chất điểm, đơn vị là kg;

r là khoảng cách giữa 2 chất điểm, đơn vị là m;

$G = 6,67.10^{-11}$ $N.m^2/kg^2$ là hằng số hấp dẫn.

Chú ý:

- ✓ Lực hấp dẫn giữa hai chất điểm là lực hút, có phương nằm trên đường nối hai chất điểm. Trong hình vẽ trên $\vec{F}_2$ là lực do chất điểm 2 hút chất điểm 1, $\vec{F}_1$ là lực do chất điểm 1 hút chất điểm 2.
- ✓ Do G rất nhỏ nên F_{hd} chỉ đáng kể với các thiên thể, hay hành tinh.
- ✓ Điều kiện để áp dụng công thức (*):
  - *Khoảng cách giữa hai vật phải rất lớn so với kích thước của chúng (vật coi như chất điểm).*
  - *Các vật đồng chất và có dạng hình cầu, khi đó r là khoảng cách giữa hai tâm và lực hấp dẫn nằm trên đường nối hai tâm và đặt vào hai tâm đó.*

b. Biểu thức của gia tốc rơi tự do

+ Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật gọi là trọng lực của vật đó.
+ Trọng lực: $P = mg \Leftrightarrow mg = G\frac{mM}{(R+h)^2} \Rightarrow g = G\frac{M}{(R+h)^2}$ (gia tốc rơi tự do ở độ cao h)
+ Gần mặt đất (h << R) nên gia tốc là: $g_0 = G\frac{M}{R^2}$ (với M là khối lượng Trái Đất, R là bán kính Trái Đất, h là độ cao so với mặt đất)

★ Trọng lực $\vec{P}$ có:

- Điểm đặt: trọng tâm
- Phương thẳng đứng, chiều hướng xuống dưới.
- Độ lớn: P = mg

Ví dụ 1: Biết gia tốc rơi tự do tại mặt đất $g_0 = 10 m/s^2$ và bán kính Trái Đất $R = 6400km$.

a) Tính khối lượng của Trái Đất. Lấy $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2/kg^2$.
b) Tính gia tốc rơi tự do ở độ cao bằng nửa bán kính Trái Đất.
c) Ở độ cao nào thì gia tốc rơi tự do bằng $6{,}94\ m/s^2$.

Hướng dẫn

a) Ta có: $g_0 = G\frac{M}{R^2} \Rightarrow M = \frac{g_0 R^2}{G} = \frac{10.\left(6400.10^3\right)^2}{6{,}67.10^{-11}} \approx 6{,}14.10^{24}\,kg$

b) Gia tốc rơi tự do ở độ cao h: $g_h = G\dfrac{M}{(R+h)^2}$

+ Suy ra: $\dfrac{g_h}{g_0} = \left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 \Rightarrow g_h = g_0\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 = 10\left(\dfrac{R}{R+0,5R}\right)^2 = \dfrac{40}{9} \approx 4,44\,m/s^2$

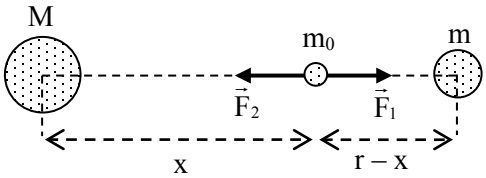
c) Gia tốc rơi tự do ở độ cao h: $g_h = G\dfrac{M}{(R+h)^2}$.

+ Suy ra: $\dfrac{g_h}{g_0} = \left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 \Rightarrow h = R\sqrt{\dfrac{g_0}{g_h}} - R = 1280(km)$

Ví dụ 2: Trái Đất có khối lượng M = 6.10^{24}kg, Mặt Trăng có khối lượng m_1 = $7,2.10^{22}$kg. Bán kính quĩ đạo của Mặt Trăng là r = $3,84.10^8$m. Tại điểm nào (vật cách Trái Đất một đoạn bao nhiêu) trên đường thẳng nối tâm của chúng, để vật bị hút về phía Trái Đất và Mặt Trăng với những lực bằng nhau?

Hướng dẫn

+ Gọi r là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt trăng, khoảng cách từ vật đến vật Trái Đất là x thì khoảng cách từ vật đến Mặt Trăng là (r – x). Điều kiện: $x < 3,84.10^8$ m



+ Theo đề ra ta có: $F_1 = F_2 \Rightarrow G\dfrac{Mm_0}{x^2} = G\dfrac{m_1m_0}{(r-x)^2} \Leftrightarrow \dfrac{r-x}{x} = \sqrt{\dfrac{m_1}{M}}$

$$\Leftrightarrow x\left(1+\sqrt{\frac{m_1}{M}}\right) = r \Rightarrow x = \frac{r}{1+\sqrt{\frac{m_1}{M}}} = 3,46.10^8\,(m)$$

Ví dụ 3: Một vật khi ở mặt đất bị Trái Đất hút một lực 720N. Ở độ cao $h = \dfrac{R}{2}$ so vơi mặt đất (R là bán kính Trái Đất), vật bị Trái Đất hút với một lực bằng bao nhiêu ? Biết gia tốc rơi tự do ở sát mặt đất bằng $10\left(m/s^2\right)$.

Hướng dẫn

+ Lực Trái Đất hút vật khi vật ở trên mặt đất: $F = G\dfrac{Mm}{R^2}$ (1)

+ Lực Trái Đất hút vật khi vật ở độ cao h: $F_h = G\dfrac{Mm}{(R+h)^2}$ (2)

+ Lấy (2) chia (1) ta có: $\dfrac{F_h}{F} = \left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2$

$$\Rightarrow F_h = F.\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = 720.\left(\frac{R}{R+0,5R}\right)^2 = 320N$$

Ví dụ 4: Tính gia tốc rơi tự do ở độ sâu z so với mặt đất. Biết khối lượng Trái Đất là M, bán kính Trái Đất là R, hằng số hấp dẫn là G. Xem như khối lượng Trái Đất phân bố đều. Áp dụng khi: z = 300m, R = 6400km, M = 6.10^{24}kg, G = $6,67.10^{-11}$ $N.m^2/kg^2$

Hướng dẫn

+ Gọi M' là khối lượng Trái Đất tính từ độ sâu z vào tâm, vì khối lượng Trái Đất phân bố đều nên ta có: $\dfrac{M}{V} = \dfrac{M'}{V'} \Leftrightarrow \dfrac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \dfrac{M'}{\frac{4}{3}\pi(R-z)^3} \Leftrightarrow \dfrac{M}{R^3} = \dfrac{M'}{(R-z)^3}$

+ Lực hấp dẫn giữa vật m và Trái Đất M' là: $F_{hd} = G\dfrac{mM'}{(R-z)^2}$

+ Lực hấp dẫn này đúng bằng lực hút Trái Đất M' tác dụng lên m: $P' = mg'$

+ Do đó: $\begin{cases} G\dfrac{mM'}{(R-z)^2} = mg' \Leftrightarrow G\dfrac{mM}{(R-z)^2}\dfrac{(R-z)^3}{R^3} = mg' \\ \Rightarrow g' = \dfrac{GM}{R^3}(R-z) \end{cases}$

+ Áp dụng: $g' = \dfrac{GM}{R^3}(R-z) \approx 9,77 m/s^2$

Chú ý: Có thể áp dụng công thức gần đúng trong trường hợp z << R. Thật vậy:

$R - z \approx R \Rightarrow g' \approx \dfrac{GM}{R^2} = g_0$.

Ví dụ 4 ta thấy rằng $z = 300m << R = 6400.10^3 m \Rightarrow g' \approx g_0$

Ví dụ 5: Tính gia tốc rơi tự do ở độ sâu z so với mặt đất. Biết gia tốc rơi tự do ở độ cao h so với mặt đất g_h, bán kính Trái Đất là R. Xem như khối lượng Trái Đất phân bố đều. Áp dụng khi: z = 300m, R = 6400km, h = 3200km, $g_h = \dfrac{40}{9} m/s^2$.

Hướng dẫn

+ Từ ví dụ trên ta đã rút được công thức tính ra tốc rơi tự do ở độ sâu z và độ cao h so với mặt đất là: $\begin{cases} g_z = g_0 \dfrac{(R-z)}{R} \\ g_h = g_0 \left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 \end{cases}$

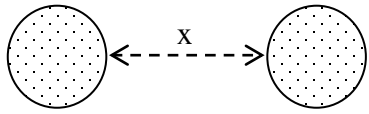
+ Vậy ta có: $\dfrac{g_z}{g_h} = \dfrac{\dfrac{(R-z)}{R}}{\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2} = \dfrac{(R-z)(R+h)^2}{R^3} \Rightarrow g_z = g_h \dfrac{(R-z)(R+h)^2}{R^3}$

+ Áp dụng: $g_z = \dfrac{40}{9}.\dfrac{(6400-0,3)(6400+3200)^2}{(6400)^3} = 9,99953 m/s^2$

Chú ý: Có thể áp dụng công thức gần đúng trong trường hợp z << R. Thật vậy:

$R - z \approx R \Rightarrow g_z \approx g_h \dfrac{(R+h)^2}{R^2} = \dfrac{40}{9}\left(\dfrac{6400+3200}{6400}\right)^2 = 10 m/s^2.$

Ví dụ 6: Hai quả cầu giống nhau có cùng khối lượng m = 50 kg, bán kính R = 10 cm. Đặt 2 quả cầu cách nhau một đoạn x như hình, với x = 40 cm.



a) Xác định lực hấp dẫn giữa hai quả cầu. Lấy $G = 6,67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2

b) Xác định x để lực hấp dẫn giữa hai quả cầu lớn nhất. Tính giá trị cực đại đó.

Hướng dẫn

a) Lực hấp dẫn giữa hai quả cầu: $F_{hd} = G\dfrac{m^2}{(2R+x)^2} = 4,63.10^{-7} (N)$

b) Ta có: $F_{hd} = G\dfrac{m^2}{(2R+x)^2}$

$\Rightarrow F_{hd} = max \Leftrightarrow (2R+x)^2 = min$

$\Rightarrow x = 0 \Rightarrow F_{hd} = G\dfrac{m^2}{(2R)^2} = 4,169.10^{-6} (N)$

Loại 2. Lực đàn hồi

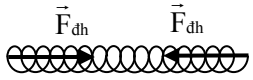
Định luật Húc

+ **Nội dung:** Trong giới hạn đàn hồi, độ lớn của lực đàn hồi của lò xo tỉ lệ thuận với độ biến dạng của lò xo.
+ **Biểu thức độ lớn:** $F_{đh} = k.|\Delta\ell|$; Với $|\Delta\ell| = |\ell - \ell_0|$

  Trong đó:
  - Hệ số tỉ lệ k gọi là độ cứng (hay hệ số đàn hồi), đơn vị là N/m. Lò xo nào có k càng lớn thì càng cứng, càng khó bị biến dạng.
  - $|\Delta\ell|$ là độ biến dạng của lò xo (độ dãn hay nén của lò xo); ℓ_0 là chiều dài tự nhiên (khi lò xo chưa biến dạng) và ℓ chiều dài khi lò xo biến dạng; đơn vị là m.
+ **Đặc điểm:**
  - Điểm đặt: ở vật gây ra biến dạng đàn hồi của lò xo.
  - Phương: trùng với trục của lò xo.
  - Chiều: ngược với chiều gây ra sự biến dạng.

Chú ý:

✓ Khi lò xo bị biến dạng nén thì lực đàn hồi là lực đẩy hướng ra phía ngoài của lò xo.



lò xo dãn

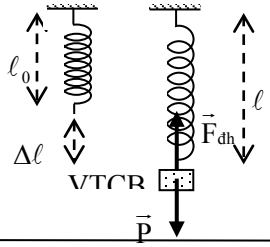
✓ Khi lò xo bị biến dạng dãn thì lực đàn hồi là lực kéo hướng vào phía trong của lò xo.

lò xo nén

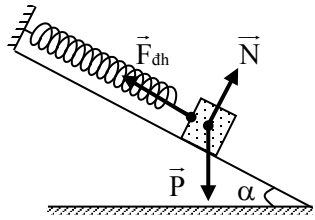
✓ Khi treo vật thẳng đứng, lúc vật cân bằng ta có (hình a):

$$P = F \Leftrightarrow mg = k.|\Delta\ell| = k|\ell - \ell_0|$$

✓ Khi lò xo đặt trên mặt phẳng nghiêng một góc α, lúc vật cân bằng ta có (hình b): $F = P\sin\alpha \Leftrightarrow k|\Delta\ell| = mg\sin\alpha \Leftrightarrow k|\ell - \ell_0| = mg\sin\alpha$



Hình a



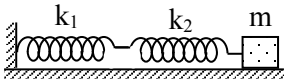
Hình b

+ Khi hai lò xo k_1 mắc nối tiếp lò xo k_2 thì (hình c, d):

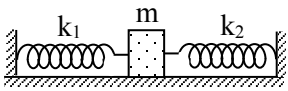
$$\begin{cases} F_{đh} = F_{(1)đh} = F_{(2)đh} \\ \Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{k_{nt}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_{nt} = \frac{k_1.k_2}{k_1 + k_2}.$$

+ Khi hai lò xo k_1 mắc song song lò xo k_2 thì (hình e):

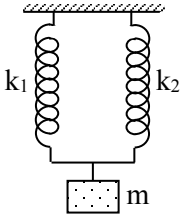
$$\begin{cases} F_{đh} = F_{(1)đh} + F_{(2)đh} \\ \Delta\ell = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 \end{cases} \Rightarrow k_{ss} = k_1 + k_2$$



Hình c



Hình d



Hình e

Ví dụ 7: Một lò xo khi treo vật m = 200g thì dãn 5 cm. Cho g = 10 m/s^2.

a) Tính độ cứng của lò xo.

b) Khi treo vật có khối lượng m_1 thì lò xo dãn 4 cm. Tính m_1.

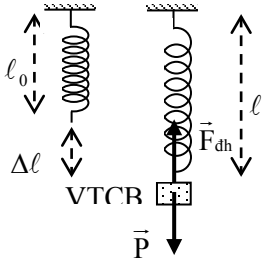
c) Khi treo một vật khác có khối lượng M = 500g thì lò xo dãn ra bao nhiêu?

d) Khi treo thêm vật Δm = 100 g thì lò xo dãn bao nhiêu? Tính chiều dài lò xo khi đó. Biết chiều dài tự nhiên là $\ell_0 = 22,5(\text{cm})$.

Hướng dẫn

a) Khi vật ở vị trí cân bằng: $P = F \Leftrightarrow mg = k.|\Delta\ell|$

$$\Rightarrow k = \frac{mg}{|\Delta\ell|} = \frac{0,2.10}{0,05} = 40\text{N/m}$$



Hình a

b) Khi treo m_1 thì: $P_1 = F_1 \Leftrightarrow m_1 g = k.|\Delta\ell_1|$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{k.|\Delta\ell_1|}{g} = \frac{40.0,04}{10} = 0,16\text{kg} = 160\text{g}$$

c) Khi vật M cân bằng: $P_M = F_3 \Leftrightarrow Mg = k.|\Delta\ell_3|$

$$\Rightarrow \Delta\ell_3 = \frac{Mg}{k} = \frac{0,5.10}{40} = 0,125\text{m} = 12,5\text{cm}$$

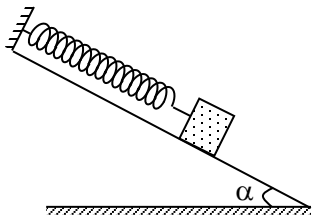
d) Khi treo thêm Δm thì: $(m + \Delta m)g = k.|\Delta\ell_4|$

$$\Rightarrow |\Delta \ell_4| = \frac{(m + \Delta m)g}{k} = \frac{(0,2 + 0,1).10}{40} = 0,075(m) = 7,5(cm)$$

+ Chiều dài của lò xo khi đó là:

$$\ell = \ell_0 + |\Delta \ell_4| = 22,5 + 7,5 = 30(cm)$$

Ví dụ 8: Một vật có khối lượng m = 0,5 kg được gắn vào một đầu của lò xo có độ cứng $k = 40(N/m)$ đặt trên mặt phẳng nghiêng một góc $\alpha = 30^o$, không ma sát vật ở trạng thái đứng yên như hình bên. Lấy $g = 10\,m/s^2$.



a) Tính độ dãn của lò xo khi vật cân bằng.

b) Tính chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Biết chiều dài tự nhiên là $\ell_0 = 23,75(cm)$.

Hướng dẫn

a) Chọn trục tọa độ Ox trùng với trục của trục lò xo, chiều hướng từ vị trí cân bằng về phía lò xo dãn.

+ Khi vật ở vị trí cân bằng O, lò xo bị dãn một đoạn $\Delta\ell$ nên lúc này lực đàn hồi có chiều như hình vẽ.

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

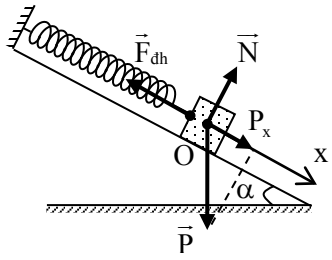
- Trọng lực $\vec{P}$ có phương thẳng đứng, có chiều hướng xuống
- Phản lực $\vec{N}$ của mặt phẳng nghiêng, có phương vuông góc với mặt phẳng
- Lực đàn hồi $\vec{F}_{đh}$ của lò xo

+ Khi vật ở vị trí cân bằng thì: $\vec{F}_{đh} + \vec{P} + \vec{N} = 0$

+ Chiếu lên trục Ox ta có: $-F_{đh} + P_x = 0$

$$\Leftrightarrow -F_{đh} + P\sin\alpha = 0 \Rightarrow k|\Delta\ell| = mg\sin\alpha$$

$$\Rightarrow |\Delta\ell| = \frac{mg\sin\alpha}{k} = 0,0625m = 6,25cm$$



b) Chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là:

$$\ell = \ell_0 + |\Delta\ell| = 23,75 + 6,25 = 30(cm)$$

Ví dụ 9: Một lò xo được treo thẳng đứng, phía dưới treo quả cân có khối lượng $m_1 = 200\,g$ thì chiều dài của lò xo là $\ell_1 = 30\,cm$. Nếu treo thêm vào một vật $m_2 = 250$ g thì lò xo dài $\ell_2 = 32$ cm. Lấy g = 10 m/s^2.

a) Tính độ cứng k và chiều dài ℓ_0 của lò xo khi không treo vật (chiều dài tự nhiên).

b) Nếu dùng lò xo nói trên để treo vật m = 125 g thì độ dãn và chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là bao nhiêu?

Hướng dẫn

a) Khi treo vật m_1 thì: $\Delta\ell_1 = \dfrac{m_1 g}{k} \Leftrightarrow \ell_1 - \ell_0 = \dfrac{m_1 g}{k} \Leftrightarrow 0,3 - \ell_0 = \dfrac{2}{k}$ (1)

+ Khi treo thêm vật m_2 thì: $\Delta\ell_2 = \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k}$

$$\Leftrightarrow \ell_2 - \ell_0 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \Leftrightarrow 0,32 - \ell_0 = \frac{4,5}{k} \quad (2)$$

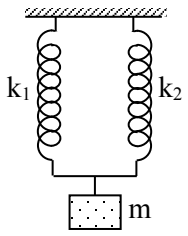
+ Giải (1) và (2) ta có: $\begin{cases} k = 125(N/m) \\ \ell_0 = 0,284(m) = 28,4(cm) \end{cases}$

+ Vậy độ cứng của lò xo là 125 N/m và chiều dài tự nhiên của lò xo là 28,4 cm

b) Khi treo vật m thì: $\Delta\ell = \dfrac{mg}{k} = \dfrac{0,125.10}{125} = 0,01(m) = 1(cm)$

+ Chiều dài của lò xo khi đó là: $\ell = \ell_0 + \Delta\ell = 28,4 + 1 = 29,4(cm)$

Ví dụ 10: Hai lò xo khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là k_1, k_2, có cùng chiều dài tự nhiên ℓ_0. Hai lò xo được ghép song song như hình vẽ. Đầu dưới hai lò xo nối với vật có khối lượng m.



a) Tính độ cứng tương đương của hai lò xo khi ghép song song.

b) Tính chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng, cho k_1 = 100 N/m, k_2 = 150 N/m, $\ell_0 = 20(cm)$, $m = 1kg$. Lấy g = 10 m/s^2.

Hướng dẫn

a) Ta có: $F_{dh} = F_1 + F_2 \Leftrightarrow k\Delta\ell = k_1\Delta\ell_1 + k_2\Delta\ell_2$

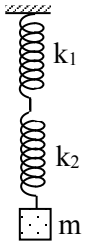
+ Lại có: $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 = \Delta\ell \Rightarrow k = k_1 + k_2$

b) Độ cứng của hệ lò xo: $k = k_1 + k_2 = 250$ N/m

+ Khi hệ cân bằng: $F_{dh} = P \Leftrightarrow k\Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = \dfrac{mg}{k} = 0,04(m) = 4(cm)$

+ Chiều dài của lò xo khi vật ở VTCB: $\ell = \ell_0 + \Delta\ell = 24(cm)$

Ví dụ 11: Hai lò xo khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là k_1, k_2, chiều dài tự nhiên tương ứng là $\ell_{01} = 20(\text{cm})$, $\ell_{02} = 25(\text{cm})$. Hai lò xo được ghép nối tiếp như hình vẽ. Đầu dưới hai lò xo nối với vật có khối lượng m.



a) Tính độ cứng tương đương của hai lò xo khi ghép nối tiếp.

b) Tính chiều dài tổng cộng của hai lò xo khi vật ở vị trí cân bằng, cho $k_1 = 80\text{N/m}$, $k_2 = 120$ N/m, $m = 600\text{g}$. Lấy $g = 10$ m/s^2.

Hướng dẫn

a) Ta có: $F_{dh} = F_1 = F_2$

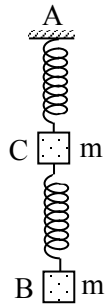
+ Lại có: $\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 \Leftrightarrow \dfrac{F}{k} = \dfrac{F_1}{k_1} + \dfrac{F_2}{k_2} \Rightarrow \dfrac{1}{k} = \dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2} \Rightarrow k_{nt} = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

b) Độ cứng của hệ lò xo: $k_{nt} = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 48(\text{N/m})$

+ Khi hệ cân bằng: $F_{dh} = P \Leftrightarrow k\Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = \dfrac{mg}{k} = 0{,}125(\text{m}) = 12{,}5(\text{cm})$

+ Chiều dài của lò xo khi vật ở VTCB: $\ell = \ell_{01} + \ell_{02} + \Delta\ell = 57{,}5(\text{cm})$

Ví dụ 12: Một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng k = 100 N/m, chiều dài tự nhiên $\ell_0 = 20$ cm.



a) Tính độ cứng của mỗi nửa lò xo. Biết rằng độ cứng tỉ lệ nghịch với chiều dài của lò xo.

b) Treo 2 vật nặng cùng khối lượng $m = 100$ g vào điểm cuối B và điểm chính giữa C của lò xo thì chiều dài của lò xo là bao nhiêu.

c) Cắt lò xo thành hai phần bằng nhau rồi đem gép song song hai lò xo với nhau. Treo vật M = 200 g vào hệ lò xo vừa ghép thì lò xo dãn bao nhiêu. Tính chiều dài của mỗi lò xo khi đó.

Hướng dẫn

a) Vì độ cứng tỉ lệ nghich với chiều dài nên: $\begin{cases} k_{AC}.AC = k.AB \\ k_{CB}.CB = k.AB \end{cases}$

+ Vì AB = 2AC = 2CB nên ta có: $\begin{cases} k_{AC} = 2k = 200(N/m) \\ k_{CB} = 2k = 200(N/m) \end{cases}$

b) Nửa trên của lò xo chịu tác dụng của khối lượng 2m nên độ biến dạng của phần AC là:

$$\Delta\ell_1 = \frac{2mg}{2k} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01(m) = 1(cm)$$

+ Nửa dưới của lò xo chỉ chịu tác dụng của khối lượng m nên độ biến dạng của phần CB là:

$$\Delta\ell_2 = \frac{mg}{2k} = \frac{0,1.10}{200} = 0,005(m) = 0,5(cm)$$

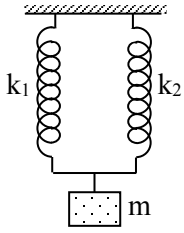
+ Độ dãn tổng cộng của lò xo là: $\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 = 1,5(cm)$

+ Chiều dài của lò xo: $\ell = \ell_0 + \Delta\ell = 21,5(cm)$

c) Khi cắt lò xo thành hai nửa theo câu a ta có: $k_1 = k_2 = k = 200$ N/m

+ Độ cứng của hệ lò xo ghép song song:

$k_{ss} = k_1 + k_2 = 400$ N/m



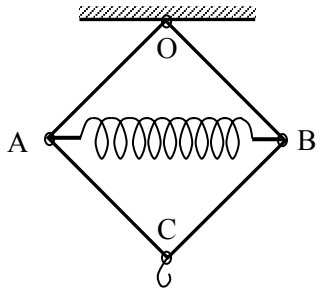
+ Độ dãn của lò hệ lò xo:

$$\Delta\ell = \frac{Mg}{k_{ss}} = \frac{0,2.10}{400} = 0,005(m) = 0,5(cm)$$

+ Chiều dài của mỗi lò xo khi vật ở vị trí cân bằng:

$$\ell = \frac{\ell_0}{2} + \Delta\ell = 10,5(cm)$$

Ví dụ 13: *Một cơ hệ như vẽ, gồm bốn thanh nhẹ nối với nhau bằng các khớp và một lò xo nhẹ tạo thành hình vuông và chiều dài lò xo khi đó là $\ell = 10$ cm. Khi treo vật m = 0,5 kg vào móc treo tại O thì góc nhọn giữa thanh là $\alpha = 60^o$. Lấy g = 10 m/s^2. Tính độ cứng k của lò xo.

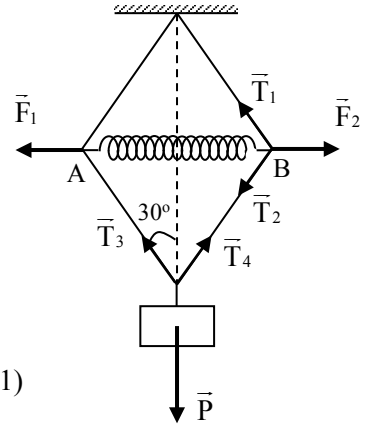


Hướng dẫn

+ Chiều dài ban đầu của lò xo khi chưa treo vật là: $\ell = AB = 9,8(cm)$

+ Vì OACB là hình vuông, suy ra: $CA = CB = \frac{\ell}{\sqrt{2}}$

+ Khi treo vật nặng m, lò xo bị nén ở cả hai đầu những độ dài bằng nhau hay lực đàn hồi tác dụng vào các điểm nối A, B là như nhau.



+ Khi hệ cân bằng, ta có: $\begin{cases}\vec{F}_2+\vec{T}_1+\vec{T}_2=0\\ \vec{P}+\vec{T}_3+\vec{T}_4=0\end{cases}$

+ Vì $T_2 = T_4$ và do tính đối xứng của cơ hệ nên $T_3 = T_4$ và $T_1 = T_2$ nên $\Rightarrow T_1 = T_2 = T_3 = T_4$.

+ Do đó: $\begin{cases}F_2=2T_1\sin 30^o\\ P=2T_3\cos 30^o\end{cases}\Rightarrow F_2=P\tan 30^o$ (1)

+ Vì CA = CB và góc C = 60°, suy ra tam giác CAB đều. Do đó độ dài mới của lò xo khi treo vật là: $\ell_1 = CA = CB = \dfrac{\ell}{\sqrt{2}}$

+ Độ nén tổng cộng của lò xo là: $\Delta\ell = \ell - \ell_1 = \ell - \dfrac{\ell}{\sqrt{2}} = \ell\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

+ Lực đàn hồi do lò xo tác dụng vào các điểm nối:

$$F = F_1 = F_2 = k\Delta\ell = k\ell\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad (2)$$

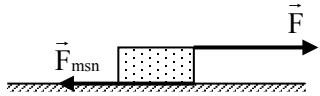
+ Từ (1) và (2) ta có: $P.\tan 30^o = k\ell\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\Rightarrow k = \dfrac{P.\tan 30^o}{\ell\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)}$

$$\Rightarrow k = \frac{mg.\tan 30^o}{\ell\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = \frac{0,5.10.\tan 30^o}{0,1\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} \approx 98,56 N/m$$

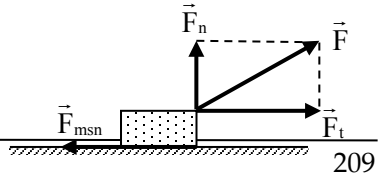
Loại 3. Lực ma sát

✍ Lực ma sát nghỉ

+ Xuất hiện ở mặt tiếp xúc của vật với bề mặt, để giữ cho vật đứng yên trên bề mặt đó.
+ Nếu lực tác dụng $\vec{F}$ có phương song song mặt tiếp xúc thì $\vec{F}_{msn}$ cân bằng với $\vec{F}$.



+ Nếu lực tác dụng $\vec{F}$ không song song với mặt tiếp xúc thì $\vec{F}_{msn}$ cân bằng với thành phần của lực song song với mặt tiếp xúc.



+ Lực ma sát nghỉ cực đại tỉ lệ với độ lớn của áp lực (hay phản lực):

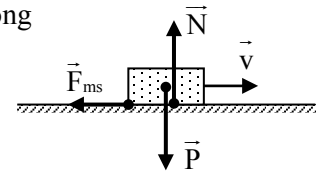
$$F_{msn-max} = \mu_n.N$$

(Với μ_n là hệ số ma sát nghỉ cực đại, N là áp lực hay phản lực)

+ Vậy ta luôn có điều kiện của lực ma sát nghỉ là: $F_{msn} \le \mu_n N$

Lực ma sát trượt

+ Xuất hiện tại bề mặt tiếp xúc khi có chuyển động
+ Điểm đặt: lên vật, sát bề mặt tiếp xúc
+ Phương: song song với bề mặt tiếp xúc
+ Chiều: ngược chiều với chiều chuyển động
+ Độ lớn: $F_{ms} = \mu_t N$



Trong đó: μ_t là hệ số ma sát trượt; N là áp lực hay phản lực.

Chú ý:

✓ Nếu vật ở trên mặt ngang và chỉ chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ thì:

$$N = P = mg \Rightarrow F_{ms} = \mu mg.$$

✓ Nếu vật ở trên mặt nghiêng và chỉ chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ thì:

$$N = P\cos\alpha = mg\alpha \Rightarrow F_{ms} = \mu mg\alpha.$$

✓ Nếu có thêm nhiều lực khác thì ta phải biểu diễn các lực tác dụng lên vật sau đó viết biểu thức định luật II Niu-tơn rồi chiếu lên các trục Ox và Oy.

✓ Lực ma sát trượt không phụ thuộc vào diện tích tiếp xúc và tốc độ của vật, mà nó chỉ phụ thuộc vào vật liệu và tình trạng của hai mặt tiếp xúc.

Ví dụ 14: Đặt một vật khối lượng 50 kg trên mặt sàn ngang.

a) Tác dụng lên vật theo phương ngang một lực có độ lớn 100 N thì vật vẫn đứng yên. Tìm hướng và độ lớn của lực ma sát tác dụng vào vật lúc đó.

b) Giải lại câu a trong trường hợp lực $\vec{F}$ tạo với phương ngang một góc 60^o chếch lên.

c) Nếu muốn vật chuyển động cần phải tác dụng vào vật theo phương ngang một lực có độ lớn tối thiểu bằng 150 N. Khi vật đã chuyển động nếu tác dụng vào vật theo phương ngang một lực có độ lớn 125 N thì vật sẽ chuyển động thẳng đều. Tính hệ số ma sát nghỉ cực đại và hệ số ma sát trượt. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

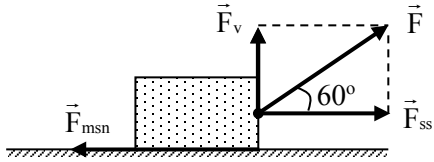
Hướng dẫn

a) Khi tác dụng một lực F = 100N theo phương ngang mà vật vẫn đứng yên thì:

$$F_{msn} = F = 100\ N$$

+ Vậy lực ma sát nghỉ khi đó có độ lớn 100 N và có chiều ngược với chiều của $\vec{F}$

b) Khi lực $\vec{F}$ tạo với phương ngang một góc 60^o chếch lên, ta phân tích $\vec{F}$ thành 2 thành phần: thành phần $\vec{F}_{ss}$ song song và thành phần $\vec{F}_v$ vuông góc với mặt ngang như hình bên.



+ Khi đó $F_{msn} = F_{ss} = F.\cos 60^o = 50(N)$

c) Vật đang đứng yên, tác dụng một lực theo phương ngang có độ lớn tối thiểu bằng 150 N làm cho vật chuyển động $\Rightarrow F_{msn\text{-}max} = 150$ (N)

+ Lại có: $F_{msn-max} = \mu_n.N$

+ Mặt khác trên mặt ngang thì phản lực $N = P = mg \Rightarrow \mu_n = \dfrac{F_{msn-max}}{mg} = 0,3$

+ Khi vật đã chuyển động, nếu tác dụng một lực F = 125N theo phương ngang thì sẽ làm vật chuyển động thẳng đều $\Rightarrow F_{mst} = F = 125$ (N)

+ Lại có: $F_{mst} = \mu N = \mu mg \Rightarrow \mu = \dfrac{F_{mst}}{mg} = 0,25$

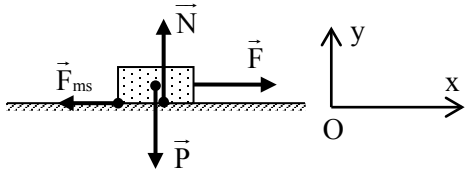
Ví dụ 15: Một vật có khối lượng m = 8kg chuyển động thẳng đều trên mặt sàn nằm ngang dưới tác dụng của lực kéo F = 16N có phương song song với mặt sàn. Xác định lực ma sát và hệ số ma sát giữa vật và mặt sàn. Lấy g = 10 m/s^2 .

Hướng dẫn

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng lên.
- Lực kéo $\vec{F}$
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$



+ Áp dụng định luật II Niutơn:

$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

+ Vì vật chuyển động thẳng đều nên gia tốc $a = 0 \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = 0$

+ Chiếu lên Ox ta có: $F - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = F = 16N$

+ Chiếu lên Oy ta có: $N - P = 0 \Rightarrow N = P \Rightarrow F_{ms} = \mu P = \mu mg \Rightarrow \mu = \dfrac{F_{ms}}{mg} = 0,2$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Cho gia tốc trọng trường ở độ cao h nào đó là $g = 2,5\left(m/s^2\right)$. Biết gia tốc trọng trường trên mặt đất là $g_0 = 10\left(m/s^2\right)$. Biết bán kính Trái Đất $R = 6400(km)$. Hãy xác định độ cao h.

Bài 2: Tính gia tốc rơi tự do trên mặt Sao Hỏa. Biết bán kính Sao Hỏa bằng 0,53 lần bán kính Trái Đất, khối lượng Sao Hỏa bằng 0,11 khối lượng Trái Đất, gia tốc rơi tự do trên mặt đất là $10\left(m/s^2\right)$. Nếu trọng lượng của một người trên mặt đất là 450N thì trên Sao Hỏa có trọng lượng là bao nhiêu?

Bài 3: Tính gia tốc rơi tự do ở độ sâu z so với mặt đất. Biết gia tốc rơi tự do tại mặt đất là g_0, bán kính Trái Đất là R. Xem như khối lượng Trái Đất phân bố đều. Áp dụng khi: z = 200m, R = 6400km, $g_0 = 10\ m/s^2$.

Bài 4: Một quả cầu trên mặt đất có trọng lượng 400N. Khi chuyển nó đến một điểm cách tâm Trái Đất 4R (R là bán kính Trái Đất) thì nó có trọng lượng bằng bao nhiêu?

Bài 5: Lực hút của Trái Đất đặt vào một vật ở mặt đất là 45N, khi ở độ cao h là 5N. Cho bán kính Trái Đất là R. Độ cao h là bao nhiêu ?

Bài 6: Biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất là $g_o = 9,8\left(m/s^2\right)$. Biết khối lượng Trái Đất gấp 81 khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất gấp 3,7 bán kính Mặt Trăng. Tìm gia tốc rơi tự do trên bề mặt của Mặt Trăng.

Bài 7: Hỏi ở độ cao nào trên Trái Đất, trọng lực tác dụng vào vật giảm 2 lần so với trọng lực tác dụng lên vật khi đặt ở mặt đất. Cho bán kính Trái Đất là $R = 6400(km)$.

Bài 8: Tính lực hấp dẫn giữa hai tàu thủy, mỗi tàu có khối lượng 15.10^4 tấn khi chúng ở cách nhau 1km. Cho $G = 6,67.10^{-11}\ N.m^2/kg^2$. Lực đó có làm chúng tiến lại gần nhau không ?

Bài 9: Một vật có khối lượng 3,6kg, ở trên mặt đất có trọng lượng 36N. Đưa vật lên độ cao cách mặt đất một đoạn 2R thì vật có trọng lượng là bao nhiêu ? Biết R là bán kính Trái Đất.

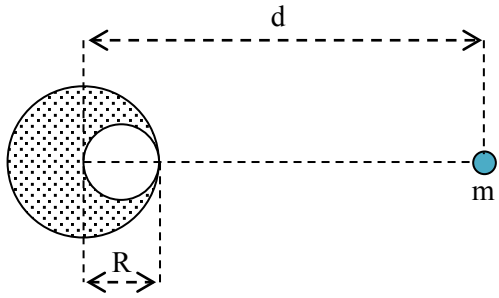
Bài 10: Một vật ở Trái Đất có khối lượng 12kg. Đưa vật đó lên Mặt Trăng thì trọng lượng của vật là bao nhiêu ? Lấy gia tốc trọng trường tại mặt đất là $g_1 = 10\left(m/s^2\right)$ và gia tốc trọng trường trên Mặt Trăng bằng $\frac{1}{6}$ lần gia tốc trọng trường trên Trái Đất.

Bài 11: Một vệ tinh nhân tạo có khối lượng 200kg bay trên một quỹ đạo tròn có tâm là tâm của Trái Đất, có độ cao so với mặt đất là 1600km. Trái Đất có bán kính R = 6400km. Hãy tính lực hấp dẫn mà Trái Đất tác dụng lên vệ tinh, lấy gần đúng gia tốc rơi tự do trên mặt đất là $g = 10\left(m/s^2\right)$.

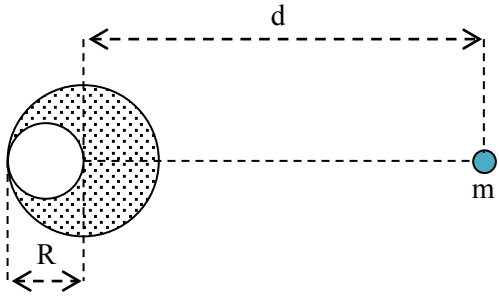
Bài 12: Hai chất điểm có cùng khối lượng $m_1 = m_2 = 1kg$ được đặt tại hai điểm A và B cách nhau một đoạn bằng AB = 10cm. Chất điểm thứ ba có khối lượng $m_3 = 3$ kg được đặt tại C với AC = 8cm và BC = 6 cm. Tính lực hấp dẫn tổng hợp do hai chất điểm tại A và B tác dụng lên chất điểm m_3 đặt tại C. Lấy $G = 6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2/kg^2$.

Bài 13: Khoảng cách trung bình giữa tâm Trái Đất và Mặt Trăng bằng 60 lần bán kính Trái Đất. Khối lượng Mặt Trăng nhỏ hơn khối lượng Trái Đất 81 lần. Tại điểm nào trên đường thẳng nối tâm của chúng, lực hút của Trái Đất và Mặt Trăng tác dụng lên một vật cân bằng nhau ?

Bài 14: *Trong một quả cầu bằng chì bán kính R, người ta khoét một lỗ hình cầu bán kính $\frac{R}{2}$. Tìm lực do quả cầu tác dụng lên vật nhỏ m. Trên đường nối tâm hai hình cầu, cách tâm hình cầu lớn một khoảng d, như hình vẽ. Biết khi chưa khoét quả cầu có khối lượng M.



Bài 15: *Trong một quả cầu bằng chì bán kính R, người ta khoét một lỗ hình cầu bán kính $\frac{R}{2}$. Tìm lực do quả cầu tác dụng lên vật nhỏ m. Trên đường nối tâm hai hình cầu, cách tâm hình cầu lớn một khoảng d, như hình vẽ. Biết khi chưa khoét quả cầu có khối lượng M.



Bài 16: *Có hai chất điểm có cùng khối lượng m đặt tại hai điểm A, B (AB = 2a). Một chất điểm khác khối lượng Δm có vị trí thay đổi trên đường trung trực AB.

a) Xác định lực hấp dẫn tổng hợp tác dụng lên Δm theo m, a, Δm và theo khoảng cách x từ Δm tới trung điểm I của AB.

b) Xác định x để lực hấp dẫn tổng hợp trên có giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó.

Bài 17: Một lò xo khi treo vật m = 100g thì dãn 2 cm. Cho g = 10 m/s^2.

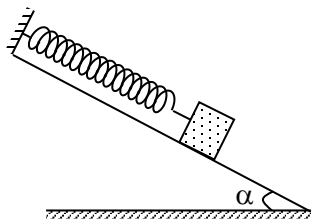
a) Tính độ cứng của lò xo.

b) Khi treo vật có khối lượng m_1 thì lò xo dãn 2,5 cm. Tính m_1.

c) Khi treo một vật khác có khối lượng M = 250g thì lò xo dãn ra bao nhiêu?

d) Khi treo thêm vật Δm = 300 g thì lò xo dãn bao nhiêu? Tính chiều dài lò xo khi đó. Biết chiều dài tự nhiên là $\ell_0 = 22(\text{cm})$.

Bài 18: Một vật có khối lượng m = 0,2 kg được gắn vào một đầu của lò xo có độ cứng $k = 50(\text{N/m})$ đặt trên mặt phẳng nghiêng một góc $\alpha = 30^o$, không ma sát vật ở trạng thái đứng yên như hình bên. Lấy $g = 10\,m/s^2$.



a) Tính độ dãn của lò xo khi vật cân bằng.

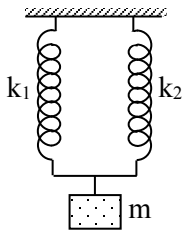
b) Tính chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Biết chiều dài tự nhiên là $\ell_0 = 23(\text{cm})$.

Bài 19: Một lò xo được treo thẳng đứng, phía dưới treo quả cân có khối lượng $m_1 = 100\,g$ thì chiều dài của lò xo là $\ell_1 = 31\,cm$. Nếu treo thêm vào một vật $m_2 = 100$ g thì lò xo dài $\ell_2 = 32$ cm. Lấy g = 10 m/s^2.

a) Tính độ cứng k và chiều dài ℓ_0 của lò xo khi không treo vật (chiều dài tự nhiên).

b) Nếu dùng lò xo nói trên để treo vật m = 125 g thì độ dãn và chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là bao nhiêu?

Bài 20: Hai lò xo khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là k_1, k_2, có cùng chiều dài tự nhiên ℓ_0. Hai lò xo được ghép song song như hình vẽ. Đầu dưới hai lò xo nối với vật có khối lượng m.



a) Tính độ cứng tương đương của hai lò xo khi ghép song song.

b) Tính chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng, cho k_1 = 40 N/m, k_2 = 80 N/m, $\ell_0 = 19(\text{cm})$, $m = 120g$. Lấy g = 10 m/s^2.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

+ Ta có: $\begin{cases} g_0 = G\dfrac{M}{R^2} \\ g_h = G\dfrac{M}{(R+h)^2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{g_0}{g_h} = \left(\dfrac{R+h}{R}\right)^2 \Rightarrow h = R\left(\sqrt{\dfrac{g_0}{g_h}} - 1\right) = 6400\text{km}$

Bài 2:

+ Gọi g_1, R_1 và M_1 lần lượt là gia tốc rơi tự do trên Trái Đất, bán kính và khối lượng Trái Đất; gọi g_2, R_2 và M_2 lần lượt là gia tốc rơi tự do trên Sao Hỏa, bán kính và khối lượng Sao Hỏa.

+ Ta có: $\begin{cases} g_1 = G\dfrac{M_1}{R_1^2} \\ g_2 = G\dfrac{M_2}{R_2^2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{g_1}{g_2} = \dfrac{M_1}{M_2}\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)^2 \Rightarrow g_2 = g_1\dfrac{M_2}{M_2}\left(\dfrac{R_1}{R_2}\right)^2 = 3,92\text{m/s}^2$

+ Mặt khác lại có: $\begin{cases} P_1 = mg_1 \\ P_2 = mg_2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{g_2}{g_1} \Rightarrow P_2 = P_1\dfrac{g_2}{g_1} = 450.\dfrac{3,92}{10} = 176\text{N}$

Bài 3:

+ Gọi M' là khối lượng Trái Đất tính từ độ sâu z vào tâm, vì khối lượng Trái Đất phân bố đều nên ta có: $\dfrac{M}{V} = \dfrac{M'}{V'} \Leftrightarrow \dfrac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \dfrac{M'}{\frac{4}{3}\pi(R-z)^3} \Leftrightarrow \dfrac{M}{R^3} = \dfrac{M'}{(R-z)^3}$

+ Lực hấp dẫn giữa vật m và Trái Đất M' là: $F_{hd} = G\dfrac{mM'}{(R-z)^2}$

+ Lực hấp dẫn này đúng bằng lực hút Trái Đất M' tác dụng lên m: $P' = mg'$

+ Do đó: $\begin{cases} G\dfrac{mM'}{(R-z)^2} = mg' \Leftrightarrow G\dfrac{mM}{(R-z)^2}\dfrac{(R-z)^3}{R^3} = mg' \\ \Rightarrow g' = \dfrac{GM}{R^3}(R-z) = \dfrac{GM}{R^2}\dfrac{(R-z)}{R} = g_0\dfrac{(R-z)}{R} \end{cases}$

+ Áp dụng: $g' = g_0\dfrac{(R-z)}{R} = 10\left(\dfrac{6400-0,2}{6400}\right) = 9,9996875\text{m/s}^2$

✍ **Chú ý:** Có thể tính gần đúng như sau: vì $z << R \Rightarrow g' \approx g_0 = 10\ \text{m/s}^2$

Bài 4:

+ Trọng lượng của quả cầu khi trên mặt đất:

$$P_0 = mg_0 = mG\frac{M}{R^2} \qquad (1)$$

+ Trọng lượng của quả cầu khi trên mặt đất:

$$P_h = mg_h = mG\frac{M}{(R+h)^2} = mG\frac{M}{(4R)^2} \qquad (2)$$

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{P_h}{P_0} = \frac{1}{16} \Rightarrow P_h = \frac{P_0}{16} = \frac{400}{16} = 25N$

Bài 5:

+ Lực hút của Trái Đất đặt vào vật khi vật ở mặt đất:

$$P_0 = mg_0 = m\frac{GM}{R^2} \qquad (1)$$

+ Lực hút của Trái Đất đặt vào vật khi vật ở độ cao h:

$$P_h = mg_h = m\frac{GM}{(R+h)^2} \qquad (2)$$

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{P_h}{P_0} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{45} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \Leftrightarrow R + h = 3R \Rightarrow h = 2R$$

Bài 6:

+ Gia tốc rơi tự do trên mặt đất: $g_0 = G\frac{M_{TĐ}}{R_{TĐ}^2} \qquad (1)$

+ Gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng: $g = G\frac{M_{MT}}{R_{MT}^2} \qquad (2)$

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{g}{g_0} = \frac{M_{MT}}{M_{TĐ}}.\frac{R_{TĐ}^2}{R_{MT}^2} = \frac{1}{81}.(3,7)^2$

$$\Rightarrow g = g_0\frac{1}{81}.(3,7)^2 = 9,8.\frac{1}{81}.(3,7)^2 = 1,66m/s^2$$

Bài 7:

+ Trọng lực tác dụng lên vật khi vật ở trên mặt đất:

$$P = mg_0 = mG\frac{M}{R^2} \qquad (1)$$

+ Trọng lực tác dụng lên vật khi vật ở độ cao h so với mặt đất:

$$P_h = mg_h = mG\frac{M}{(R+h)^2} \qquad (2)$$

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{P_h}{P} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

+ Theo đề ra: $\frac{P_h}{P} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{R}{R+h} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow h = R\left(\sqrt{2}-1\right) = 2651\text{km}$$

Bài 8:

+ Lực hấp dẫn (lực hút) giữa hai tàu:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = 6,67.10^{-11}.\frac{\left(15.10^4.10^3\right)^2}{\left(10^3\right)^2} = 1,5\text{N}$$

+ Lực này quá nhỏ nên không thể làm chúng tiến lại gần nhau được

Bài 9:

+ Trọng lượng của vật khi vật ở trên mặt đất:

$$P_0 = mg_0 = mG\frac{M}{R^2} \qquad (1)$$

+ Trọng lượng của vật khi vật ở độ cao h so với mặt đất:

$$P_h = mg_h = mG\frac{M}{(R+h)^2} \qquad (2)$$

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{P_h}{P_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow P_h = P_0\frac{R^2}{(R+2R)^2} = \frac{P_0}{9} = 4\text{N}$

Bài 10:

+ Trọng lượng của một vật ở hành tinh: $P = mg$

(với g là gia tốc rơi tự do ở hành tinh đó)

+ Gọi P_1 là trọng lượng của vật khi ở trên Trái Đất, P_2 là trọng lượng của vật trên Mặt Trăng. Ta có: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{g_2}{g_1} \Rightarrow P_2 = P_1\frac{g_2}{g_1} = \frac{P_1}{6} = \frac{mg_1}{6} = 20(\text{N})$

Bài 11:

+ Bán kính quỹ đạo tròn của vệ tinh: $r = R + h = 8000(\text{km}) = 8.10^6(\text{m})$

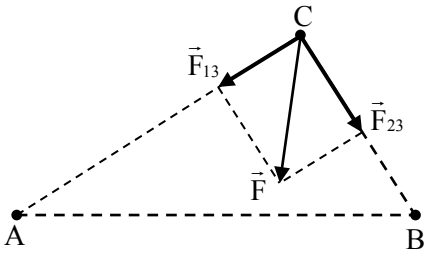
+ Lực hấp dẫn giữa Trái Đất và vệ tinh: $F_{hd} = G\dfrac{M.m}{r^2}$

+ Lại có: $g = \dfrac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = gR^2 \Rightarrow F_{hd} = gR^2.\dfrac{m}{r^2} = 1280(N)$

Bài 12:

+ Vì $AB^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow AC \perp CB$

+ Gọi $\vec{F}_{13}$, $\vec{F}_{23}$ lần lượt là lực hấp dẫn giữa m_1 và m_3, m_2 và m_3. Các lực được biểu diễn như hình



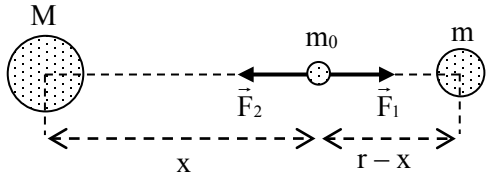
+ Ta có: $\begin{cases} F_{13} = G\dfrac{m_1m_3}{AC^2} = 6,67.10^{-11}.\dfrac{1.3}{0,08^2} = 3,13.10^{-8}(N) \\ F_{23} = G\dfrac{m_2m_3}{BC^2} = 6,67.10^{-11}.\dfrac{1.3}{0,06^2} = 5,56.10^{-8}(N) \end{cases}$

+ Vì $\vec{F}_{13} \perp \vec{F}_{23}$ nên lực hấp dẫn tổng hợp tác dụng lên m_3 là:

$$F = \sqrt{(F_{13})^2 + (F_{23})^2} = 6,38.10^{-8}(N)$$

Bài 13:

+ Gọi r là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt trăng, khoảng cách từ vật đến vật Trái Đất là x thì khoảng cách từ vật đến Mặt Trăng là (r – x). Điều kiện: $x < 3,84.10^8$ m



+ Gọi M là khối lượng Trái Đất và m là khối lượng Mặt trăng

+ Theo đề ra ta có: $F_1 = F_2 \Rightarrow G\dfrac{Mm_0}{x^2} = G\dfrac{mm_0}{(r-x)^2} \Leftrightarrow M(r-x)^2 = x^2m$

+ Lại có: $M = 81.m \Rightarrow 81.m(r-x)^2 = x^2 m \Leftrightarrow 9(r-x) = x$

$$\Rightarrow x = \frac{9r}{10} = \frac{9.60R}{10} = 54R$$

+ Vậy vật m_0 phải đặt cách tâm Trái Đất một khoảng $x = 54R$ và cách tâm Mặt Trăng một khoảng $x = 6R$ (với R là bán kính Trái Đất).

Bài 14:

+ Gọi M và V lần lượt là khối lượng và thể tích của quả cầu chưa bị khoét (quả cầu đặc); M_1 và V_1 lần lượt là khối lượng và thể tích của quả cầu bán kính $\frac{R}{2}$ được khoét đi.

+ Lực hút (lực hấp dẫn) F giữa quả cầu đặc với vật m: $F = G\frac{M.m}{d^2}$

+ Lực hút (lực hấp dẫn) F_1 giữa quả cầu được khoét đi với vật m: $F_1 = G\frac{M_1.m}{\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}$

+ Gọi F_2 là lực hút (lực hấp dẫn) giữa quả cầu rỗng với vật m. Ta có:

$$F = F_1 + F_2 \Rightarrow F_2 = F - F_1 = G.m.\left[\frac{M}{d^2} - \frac{M_1}{\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}\right]$$

+ Vì quả cầu đồng chất nên: $\frac{M_1}{M} = \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \left(\frac{\frac{R}{2}}{R}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow M_1 = \frac{M}{8}$

$$\Rightarrow F_2 = G.M.m.\left[\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}\right] = G.M.m\left[\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}\right]$$

Bài 15:

+ Gọi M và V lần lượt là khối lượng và thể tích của quả cầu chưa bị khoét (quả cầu đặc); M_1 và V_1 lần lượt là khối lượng và thể tích của quả cầu bán kính $\frac{R}{2}$ được khoét đi.

+ Lực hút (lực hấp dẫn) F giữa quả cầu đặc với vật m: $F = G\frac{M.m}{d^2}$

+ Lực hút (lực hấp dẫn) F_1 giữa quả cầu được khoét đi với vật m: $F_1 = G\dfrac{M_1.m}{\left(d+\dfrac{R}{2}\right)^2}$

+ Gọi F_2 là lực hút (lực hấp dẫn) giữa quả cầu rỗng với vật m. Ta có:

$$F = F_1 + F_2 \Rightarrow F_2 = F - F_1 = G.m.\left[\frac{M}{d^2} - \frac{M_1}{\left(d+\frac{R}{2}\right)^2}\right]$$

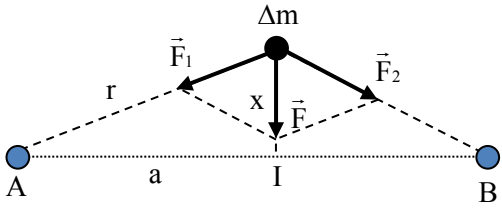
+ Vì quả cầu đồng chất nên: $\dfrac{M_1}{M} = \dfrac{V_1}{V} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \left(\dfrac{\frac{R}{2}}{R}\right)^3 = \dfrac{1}{8} \Rightarrow M_1 = \dfrac{M}{8}$

$$\Rightarrow F_2 = G.M.m.\left[\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8\left(d+\frac{R}{2}\right)^2}\right] = G.M.m\left[\frac{7d^2+8dR+2R^2}{8d^2\left(d+\frac{R}{2}\right)^2}\right]$$

Bài 16:

a) Vì Δm nằm trên đường trung trực AB nên cách đều A và B

+ Khoảng cách r giữa m và Δm là: $r = \sqrt{a^2+x^2}$



+ Lực hút (lực hấp dẫn) F_1 của A đối với Δm: $F_1 = G\dfrac{m.\Delta m}{r^2} = G\dfrac{m.\Delta m}{a^2+x^2}$

+ Lực hút (lực hấp dẫn) F_2 của B đối với Δm: $F_2 = G\dfrac{m.\Delta m}{r^2} = G\dfrac{m.\Delta m}{a^2+x^2}$

+ Các lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ được biểu diễn như hình

+ Hợp lực của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

+ Vì $F_1 = F_2$ nên $F = 2F_1\cos\beta$ với $\cos\beta = \dfrac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

$$\Rightarrow F = 2G\frac{m.\Delta m}{a^2 + x^2}\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = 2G.m.\Delta m\frac{x}{\sqrt{\left(a^2 + x^2\right)^3}}$$

b) Ta có: $F = 2G.m.\Delta m\dfrac{x}{\sqrt{\left(a^2 + x^2\right)^3}} = 2G.m.\Delta m\dfrac{x}{\sqrt{\left(\dfrac{a^2}{2} + \dfrac{a^2}{2} + x^2\right)^3}}$

+ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 3 số $\dfrac{a^2}{2}; \dfrac{a^2}{2}; x^2$ ta có:

$$\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + x^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{a^2}{2}.\frac{a^2}{2}.x^2} = 3\sqrt[3]{\frac{a^4}{4}.x^2} \Rightarrow \left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + x^2\right)_{min}^3 = 27\left(\frac{a^4}{4}.x^2\right)$$

$$\Rightarrow F_{max} = 2G.m.\Delta m\frac{x}{\sqrt{27\left(\dfrac{a^4}{4}.x^2\right)}} = \frac{4G.m.\Delta m}{3\sqrt{3}a^2}$$

+ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{a^2}{2} = x^2 \Rightarrow x = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$

Bài 17:

a) Khi vật ở vị trí cân bằng: $P = F \Leftrightarrow mg = k.\left|\Delta\ell\right|$

$$\Rightarrow k = \frac{mg}{\left|\Delta\ell\right|} = \frac{0,1.10}{0,02} = 50N/m$$

b) Khi treo m_1 thì: $P_1 = F_1 \Leftrightarrow m_1 g = k.\left|\Delta\ell_1\right|$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{k.\left|\Delta\ell_1\right|}{g} = \frac{50.0,025}{10} = 0,125kg = 125g$$

c) Khi vật M cân bằng: $P_M = F_3 \Leftrightarrow Mg = k.\left|\Delta\ell_3\right|$

$$\Rightarrow \Delta\ell_3 = \frac{Mg}{k} = \frac{0,25.10}{50} = 0,05m = 5cm$$

d) Khi treo thêm Δm thì: $\left(m + \Delta m\right)g = k.\left|\Delta\ell_4\right|$

$$\Rightarrow |\Delta\ell_4| = \frac{(m+\Delta m)g}{k} = \frac{(0,1+0,3).10}{50} = 0,08(m) = 8(cm)$$

+ Chiều dài của lò xo khi đó là:

$$\ell = \ell_0 + |\Delta\ell_4| = 22 + 8 = 30(cm)$$

Bài 18:

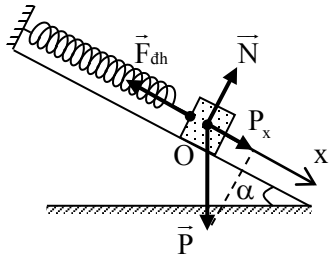
a) Chọn trục tọa độ Ox trùng với trục của trục lò xo, chiều hướng từ vị trí cân bằng về phía lò xo dãn.

+ Khi vật ở vị trí cân bằng O, lò xo bị dãn một đoạn $\Delta\ell$ nên lúc này lực đàn hồi có chiều như hình vẽ.

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ có phương thẳng đứng, có chiều hướng xuống
- Phản lực $\vec{N}$ của mặt phẳng nghiêng, có phương vuông góc với mặt phẳng
- Lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$ của lò xo

+ Khi vật ở vị trí cân bằng thì: $\vec{F}_{dh} + \vec{P} + \vec{N} = 0$



+ Chiếu lên trục Ox ta có: $-F_{dh} + P_x = 0$

$$\Leftrightarrow -F_{dh} + P\sin\alpha = 0 \Rightarrow k|\Delta\ell| = mg\sin\alpha$$

$$\Rightarrow |\Delta\ell| = \frac{mg\sin\alpha}{k} = 0,02m = 2cm$$

b) Chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là:

$$\ell = \ell_0 + |\Delta\ell| = 23 + 2 = 25(cm)$$

Bài 19:

+ Khi treo mình vật m_1 thì: $\Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k} \Leftrightarrow \ell_1 - \ell_0 = \frac{m_1 g}{k} \Leftrightarrow 0,31 - \ell_0 = \frac{1}{k}$ (1)

+ Khi treo thêm vật m_2 thì: $\Delta\ell_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$

$$\Leftrightarrow \ell_2 - \ell_0 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} \Leftrightarrow 0,32 - \ell_0 = \frac{2}{k} \quad (2)$$

+ Giải (1) và (2) ta có: $\begin{cases} k = 100(N/m) \\ \ell_0 = 0,3(m) = 30(cm) \end{cases}$

b) Khi treo vật m thì: $\Delta\ell = \frac{mg}{k} = \frac{0,125.10}{100} = 0,0125(m) = 1,25(cm)$

+ Chiều dài của lò xo khi đó là: $\ell = \ell_0 + \Delta\ell = 30 + 1,25 = 31,25(cm)$

Bài 20:

a) Ta có: $F_{dh} = F_1 + F_2 \Leftrightarrow k\Delta\ell = k_1\Delta\ell_1 + k_2\Delta\ell_2$

+ Lại có: $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 = \Delta\ell \Rightarrow k = k_1 + k_2$

b) Độ cứng của hệ lò xo: $k = k_1 + k_2 = 120$ N/m

+ Khi hệ cân bằng: $F_{dh} = P \Leftrightarrow k\Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = \dfrac{mg}{k} = 0,01(m) = 1(cm)$

+ Chiều dài của lò xo khi vật ở VTCB: $\ell = \ell_0 + \Delta\ell = 20(cm)$

Dạng 4. BÀI TOÁN VỀ ĐỊNH LUẬT II NIU-TƠN VÀ CÁC LỰC CƠ HỌC

Loại 1. Bài toán về chuyển động của một vật

Phương pháp giải:

Bước 1: Biểu diễn các lực tác dụng vào vật.

Bước 2: Viết biểu thức định luật II Niutơn dạng vectơ.

Bước 3: Chọn hệ trục tọa độ thích hợp với bài toán.

Bước 4: Chuyển phương trình định luật II dạng vectơ sang dạng đại số.

Bước 5: Dựa vào các dữ kiện đầu bài, để xác định đại lượng cần tìm.

✍ Công thức chương động học chất điểm thường dùng: $\begin{cases} v = v_0 + at \\ s = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 \\ v^2 - v_0^2 = 2as \end{cases}$

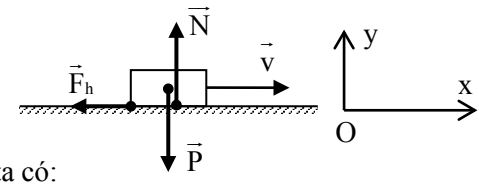
Ví dụ 1: Một ôtô có khối lượng 20 tấn, chuyển động chậm dần đều dưới tác dụng của một lực hãm bằng 6000N, vận tốc ban đầu của xe bằng 15m/s. Hỏi:

a) Gia tốc của xe ? Sau bao lâu xe dừng hẳn?

b) Tính quãng đường mà xe chạy được kể từ lúc hãm phanh cho đến khi dừng hẳn?

Hướng dẫn

a) Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$ và lực hãm $\vec{F}_h$ được biểu diễn như hình vẽ.



+ Áp dụng định luật II Niu-tơn ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_h = m\vec{a} \qquad (*)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu phương trình (*) lên Ox ta có: $-F_h = ma \Rightarrow a = -\dfrac{F_h}{m} = -0,3\left(m/s^2\right)$

+ Thời gian chuyển động của xe: $v = v_0 + at \Rightarrow t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{0-15}{-0,3} = 50(s)$

b) Quãng đường đi được trong thời gian t = 50 s: $s = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 = 375(m)$

Ví dụ 2: Một khúc gỗ có khối lượng m = 4kg bị ép chặt giữa hai tấm gỗ dài song song thẳng đứng. Mỗi tấm ép vào khúc gỗ một lực Q = 50N. Tìm độ lớn của lực F cần đặt vào khúc gỗ đó để có thể kéo đều nó xuống dưới hoặc lên trên. Cho biết hệ số ma sát giữa mặt khúc gỗ và tấm gỗ bằng 0,5.

Hướng dẫn

+ Khúc gỗ chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$ có phương thẳng đứng, chiều hướng từ trên xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ do các tấm gỗ ép vào khúc gỗ
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ suất hiện ở hai bề mặt bị ép giữa khúc gỗ với hai tấm gỗ.
- Lực $\vec{F}$ kéo khúc gỗ đi lên hay đi xuống

+ Áp lực do khúc gỗ tác dụng lên mỗi tấm gỗ dài song song:

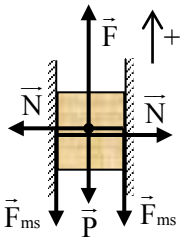
$N = Q = 50N$

+ Lực ma sát do mỗi tấm gỗ tác dụng lên khúc gỗ:

$F_{ms} = \mu N = 0,5.50 = 25N$

+ Định luật II Niutơn: $\vec{P} + 2\vec{F}_{ms} + \vec{F} = m\vec{a} = 0$ (*) (vì chuyển động thẳng đều a = 0)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của khúc gỗ



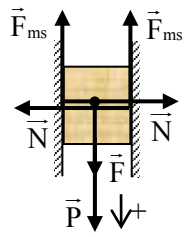
Hình a

* Trường hợp khúc gỗ chuyển động đi lên (hình a):

+ Lúc này lực ma sát hướng xuống

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P - 2F_{ms} + F = 0$

$\Rightarrow F = P + 2F_{ms} = 40 + 2.25 = 90N$



Hình b

* Trường hợp khúc gỗ chuyển động đi xuống (hình b):

+ Lúc này lực ma sát hướng lên

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $P - 2F_{ms} + F = 0$

$\Rightarrow F = 2F_{ms} - P = 2.25 - 40 = 10N$

Ví dụ 3: Một vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh của một mặt phẳng nghiêng dài 10 m, cao h = 5 m. Lấy g = 9,8 m/s^2 và hệ số ma sát là 0,2.

a) Xác định gia tốc của vật khi chuyển động trên mặt phẳng nghiêng.
b) Sau bao lâu sau thì vật đến chân mặt phẳng nghiêng.
c) Xác định vận tốc của vật ở chân mặt phẳng nghiêng.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.

- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động

+ Áp dụng định luật II Niutơn: $\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có: $P_x - F_{ms} = ma$

$$\Leftrightarrow P\sin\alpha - F_{ms} = ma \quad (1)$$

+ Chiếu lên Oy ta có: $N - P_y = 0$

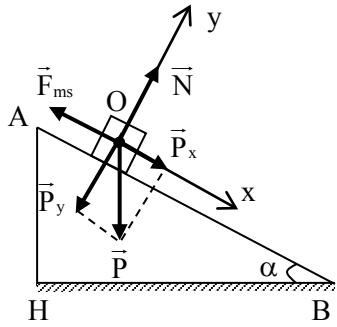
$$\Leftrightarrow N = P_y = P\cos\alpha \quad (2)$$

+ Lực ma sát trượt: $F_{ms} = \mu N$ (3)

+ Thay (2) vào (3) ta có: $F_{ms} = \mu P\cos\alpha$ (4)

+ Thay (4) vào (1) ta có: $P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = ma$

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \quad (5)$$



a) Gia tốc của vật là: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

+ Trong tam giác AHB ta có: $\sin\alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

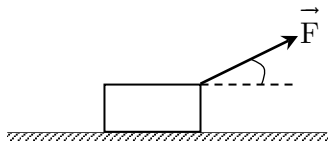
$$\Rightarrow a = 9,8\left(\frac{1}{2} - 0,2.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 3,2\left(m/s^2\right)$$

b) Quãng đường vật đi được trong thời gian t: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 1,6t^2$

+ Khi vật chuyển động đến chân mặt phẳng nghiêng thì đi được quãng đường bằng 10 m nên: $s = 10 = 1,6t^2 \Rightarrow t = 2,5s$

c) Vận tốc khi vật ở chân mặt phẳng nghiêng: $v = v_0 + at = at = 8\,m/s$

Ví dụ 4: *Một khúc gỗ khối lượng m = 0,5kg đặt trên sàn nhà. Người ta kéo khúc gỗ một lực F hướng chếch lên và hợp với phương nằm ngang một góc $\alpha = 60^0$. Biết hệ số ma sát trượt giữa gỗ và sàn là $\mu = 0,2$. Lấy $g = 9,8\ m/s^2$.



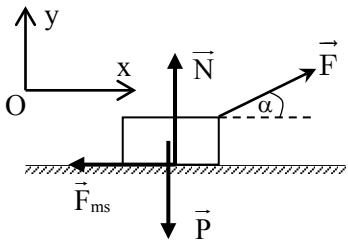
1) Tính độ lớn của lực F để:
   a) Khúc gỗ chuyển động thẳng đều.
   b) Khúc gỗ chuyển động với gia tốc $a = 1\ m/s^2$.
2) Để kéo khúc gỗ trượt đều với lực kéo nhỏ nhất thì góc α bằng bao nhiêu. Tính lực kéo khi đó.

Hướng dẫn

1) Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực kéo $\vec{F}$, được biểu diễn như hình vẽ.

+ Định luật II Niutơn: $\vec{F}_{ms}+\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}=m\vec{a}$ (*)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



+ Chiếu lên (*) lên Ox ta có:

$$-F_{ms}+F\cos\alpha=ma \qquad (1)$$

+ Chiếu lên (*) lên Oy ta có:

$$N-P+F\sin\alpha=0 \qquad (2)$$

$$\Rightarrow N=P-F\sin\alpha$$

$$\Rightarrow F_{ms}=\mu N=\mu\left(P-F\sin\alpha\right)$$

+ Thế vào (1) có: $-\mu\left(P-F\sin\alpha\right)+F\cos\alpha=ma\Leftrightarrow\mu\left(P-F\sin\alpha\right)+ma=F\cos\alpha$

$$\Leftrightarrow F\cos\alpha+\mu F\sin\alpha=\mu P+ma\Rightarrow F=\frac{\mu P+ma}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$$

a) Khi vật chuyển động thẳng đều thì a = 0 nên: $F=\frac{\mu P}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}=1,456N$

b) Khi vật chuyển động với gia tốc a = 1 m/s^2 thì: $F=\frac{\mu P+ma}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}=2,198N$

2) Khi vật chuyển động thẳng đều thì a = 0 nên: $F=\frac{\mu P}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$

+ Theo Bất đẳng thức Bunhia ta có: $\left(a.c+bd\right)\le\left(a^2+c^2\right)\left(b^2+d^2\right)$

$$\Leftrightarrow\left(1.\cos\alpha+\mu\sin\alpha\right)^2\le\left(1^2+\mu^2\right)\left(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\right)=1^2+\mu^2$$

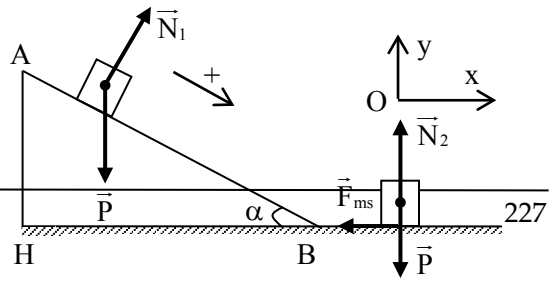
$$\Rightarrow F_{min}=\frac{\mu P}{\sqrt{1^2+\mu^2}}\approx 0,96\left(N\right)$$

+ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\Leftrightarrow\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{\mu}{\sin\alpha}\Rightarrow\tan\alpha=\mu\Rightarrow\alpha\approx 11,31^o$

Ví dụ 5: *Một vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh mặt phẳng nghiêng dài 10 m, nghiêng góc 30^o so với phương ngang. Coi ma sát trên mặt nghiêng là không đáng kể. Đến chân mặt phẳng nghiêng, vật sẽ tiếp tục chuyển động trên mặt phẳng ngang trong thời gian là bao nhiêu ? Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là μ = 0,2. Lấy g = 10 m/s^2.

Hướng dẫn

* Khi vật trượt trên mặt phẳng nghiêng các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{N}_1$.



+ Định luật II Niutơn cho quá trình chuyển động trên mặt nghiêng: $\vec{P}+\vec{N_1}=m\vec{a_1}$ (1)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động

+ Chiếu phương trình (1) lên chiều dương ta có: $P\sin 30^0 = ma_1$

$$\Rightarrow a_1 = g\sin 30^0 = 5m/s^2$$

+ Vận tốc của vật khi đến chân mặt phẳng nghiêng: $v^2 - 0^2 = 2a_1s_1$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2a_1s_1} = \sqrt{2.5.10} = 10(m/s)$$

* Khi vật vừa đến mặt ngang thì vật có vận tốc đầu là $v_0 = 10(m/s)$. Quá trình trượt trên mặt ngang thì vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N_2}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.

+ Phương trình định luật II Niu-tơn cho quá trình chuyển động trên mặt ngang:

$$\vec{P}+\vec{N_2}+\vec{F}_{ms}=m\vec{a_2} \quad (2)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu phương trình (2) lên Ox và Oy ta có: $\begin{cases} Ox: -F_{ms} = ma_2 \\ Oy: N_2 = P \end{cases}$

$$\Rightarrow -\mu N_2 = ma_2 \Leftrightarrow -\mu P = ma_2 \Rightarrow a_2 = -\mu g = -2m/s^2$$

+ Ta có: $v = v_0 + at = 10 - 2t$

+ Khi vật dừng lại thì: $v = 0 = 10 - 2t \Rightarrow t = 5s$

+ Vậy thời gian chuyển động trên mặt ngang là $t = 5(s)$

Ví dụ 6: Một vật đang chuyển động trên đường ngang với vận tốc 20 m/s thì trượt lên một cái dốc dài 100 m, cao 10 m.

a) Tìm gia tốc của vật khi lên dốc. Vật có lên hết dốc không? Nếu có, tìm vận tốc của vật ở đỉnh dốc và thời gian lên dốc.

b) Nếu trước khi trượt lên dốc, vận tốc của vật chỉ là 15m/s thì đoạn lên dốc của vật là bao nhiêu? Tính vận tốc của vật khi trở lại chân dốc và thời gian kể từ khi vật bắt đầu trượt lên dốc cho đến khi nó trở lại chân dốc.

Cho biết hệ số ma sát giữa vật và dốc trong cả 2 trường hợp là $\mu = 0,1$. Lấy $g = 10$ m/s^2.

Hướng dẫn

+ Khi vật trượt lên dốc các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{N}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ

+ Định luật II Niutơn cho quá trình chuyển động trên mặt nghiêng:

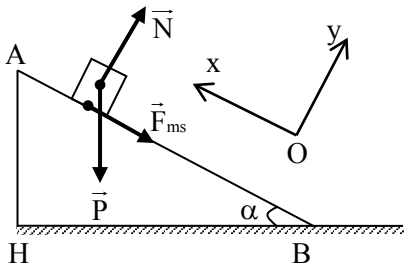
$$\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_{ms}=m\vec{a} \quad (1)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu phương trình (1) lên các trục tọa độ Ox và Oy ta có:

$$\text{Ox: } -F_{ms}-P\sin\alpha=ma$$

$$\text{Oy: } N-P\cos\alpha=0\Rightarrow N=P\cos\alpha$$



+ Ta có: $F_{ms}=\mu N\Rightarrow F_{ms}=\mu P\cos\alpha$

+ Suy ra: $-\mu P\cos\alpha-P\sin\alpha=ma$

$$\Rightarrow a=-g\left(\mu\cos\alpha+\sin\alpha\right)$$

+ Lại có: $\sin\alpha=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{10}{100}=0,1$

$$\Rightarrow \cos\alpha=\sqrt{1^2-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-0,1^2}=\sqrt{0,99}$$

+ Thay số tính được gia tốc của vật trên mặt phẳng nghiêng:

$$a=-10\left(0,1.\sqrt{0,99}+0,1\right)\approx-1,995\left(m/s^2\right)$$

* Gọi s là chiều dài tối đa vật có thể đi lên trên mặt dốc (cho đến lúc vận tốc v = 0)

+ Ta có: $s=\dfrac{v^2-v_0^2}{2a}=\dfrac{0^2-20^2}{2.(-1,995)}=100,25(m)>100\Rightarrow$ vật lên dốc được

* Gọi v_1 và ℓ lần lượt là vận tốc và chiều dài của dốc $\Rightarrow \ell = 100$ m

+ Vận tốc của vật tại đỉnh dốc: $v_1^2-v_0^2=2a\ell\Rightarrow v_1=\sqrt{2a\ell+v_0^2}=1(m/s)$

+ Ta có: $v=v_0+at\Rightarrow t=\dfrac{v-v_0}{a}$

+ Khi vật lên hết dốc thì $v = v_1 = 1$ m/s $\Rightarrow t=\dfrac{1-20}{-1,995}=9,52(s)$

b) Nếu vận tốc lúc đầu của vật là $v_0 = 15$ m/s thì theo chiều dài tối đa mà vật có thể đi lên dốc là s_2, ta có: $s_2=\dfrac{v^2-v_0^2}{2a}=\dfrac{0^2-15^2}{2.(-1,995)}\approx56,4(m)$

nghĩa là, vật không lên hết dốc, mà dừng lại tại điểm M cách chân dốc 56,4 m.

+ Sau đó do tác dụng của trọng lực vật lại trượt xuống dốc. Lập luận tương tự ở câu a, ta tìm được gia tốc của vật khi xuống dốc là: $a_1=g\left(\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)$

+ Thay số ta được $a_1 = 0,005\ m/s^2$. Vật chuyển động nhanh dần đều từ vị trí M, với vận tốc ban đầu bằng không. Thời gian vật đi từ M đến chân dốc là:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s_2}{a_1}} = \sqrt{\frac{2.56,4}{0,005}} \approx 150,2(s)$$

+ Vận tốc của vật khi trở lại chân dốc: $v_2 = a_1 t_1 = 0,005.150,2 \approx 0,75(m/s)$

+ Thời gian vật trượt từ chân dốc lên M (và dừng lại) là:

$$t_2 = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 15}{-1,995} \approx 7,52(s)$$

+ Vậy thời gian tổng cộng kể từ khi vật bắt đầu trượt lên dốc cho tới khi nó trở lại chân dốc là: $t = t_1 + t_2 = 150,2 + 7,52 = 157,72(s)$

Ví dụ 7: *Một vật có khối lượng m trượt không vận tốc đầu từ đỉnh mặt phẳng nghiêng có độ cao h và góc nghiêng α. Xác định thời gian để vật trượt hết mặt phẳng nghiêng. Biết rằng khi góc nghiêng bằng β thì vật chuyển động thẳng đều.

Hướng dẫn

+ Với góc nghiêng bằng β thì vật chuyển động thẳng đều $\Rightarrow$ giữa vật và mặt phẳng nghiêng có ma sát. Gọi μ là hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

* Xét trường hợp vật chuyển động trên mặt phẳng nghiêng với góc α

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động

+ Áp dụng định luật II Niutơn: $\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có: $P_x - F_{ms} = ma$

$$\Leftrightarrow P\sin\alpha - F_{ms} = ma \qquad (1)$$

+ Chiếu lên Oy ta có: $N - P_y = 0$

$$\Leftrightarrow N = P_y = P\cos\alpha \qquad (2)$$

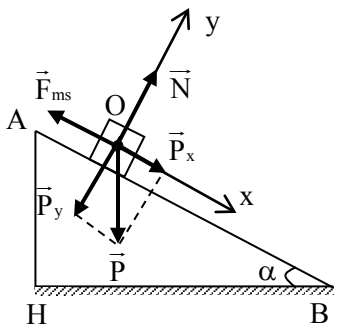
+ Lực ma sát trượt: $F_{ms} = \mu N \qquad (3)$

+ Thay (2) vào (3) ta có: $F_{ms} = \mu P\cos\alpha \quad (4)$

+ Thay (4) vào (1) ta có: $P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = ma$

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (5)$$

+ Vậy khi trượt trên mặt phẳng nghiêng góc α có ma sát thì gia tốc của vật là:



$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (6)$$

+ Vì vật trượt không vật tốc đầu nên: $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

+ Gọi ℓ là chiều dài mặt phẳng nghiêng, ta có: $\sin\alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{h}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{h}{\sin\alpha}$

+ Khi vật đi hết mặt phẳng nghiêng thì $s = \ell \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{a.\sin\alpha}}$ (7)

+ Theo hệ thức (5) ta có gia tốc của vật khi trượt trên mặt nghiêng góc β là:

$$a_0 = g(\sin\beta - \mu\cos\beta)$$

+ Khi góc nghiêng β thì vật trượt đều nên $a_0 = 0$

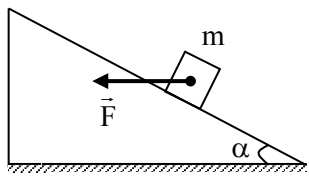
$$\Leftrightarrow g(\sin\beta - \mu\cos\beta) = 0 \Rightarrow \sin\beta = \mu\cos\beta \Rightarrow \mu = \tan\beta \qquad (8)$$

+ Thay (8) vào (5) ta có: $a = g(\sin\alpha - \tan\beta.\cos\alpha)$ (9)

+ Thay (9) vào (7) ta có:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin\alpha - \tan\beta.\cos\alpha)\sin\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g(1 - \tan\beta.\cot\alpha)}}$$

Ví dụ 8: *Một vật có khối lượng m có thể trượt trên mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là μ. Lực $\vec{F}$ tác dụng vào vật có phương nằm ngang (hình vẽ). Xác định độ lớn của F để vật chuyển động thẳng đều trong các trường hợp sau:



a) Vật đi lên.
b) Vật đi xuống.

Hướng dẫn

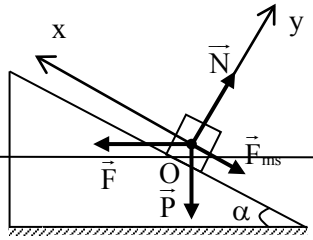
a) Khi vật đi lên

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động
- Lực tác dụng $\vec{F}$ theo phương ngang

+ Biểu thức định luật II Niutơn:

$$\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} = 0$$



(chuyển động thẳng đều a = 0)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có:

$$F\cos\alpha - P\sin\alpha - F_{ms} = 0 \ (1)$$

+ Chiếu lên Oy ta có:

$$N - P\cos\alpha - F\sin\alpha = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha + F\sin\alpha$$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right)$ (2)

+ Thay (2) vào (1) ta có: $F\cos\alpha - P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right) = 0$

$$\Rightarrow F\cos\alpha - \mu F\sin\alpha = P\sin\alpha + \mu P\cos\alpha$$

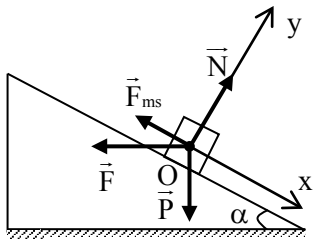
$$\Rightarrow F\left(\cos\alpha - \mu\sin\alpha\right) = mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \frac{mg\left(\tan\alpha + \mu\right)}{1 - \mu\tan\alpha}$$

b) Khi vật đi xuống

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động
- Lực tác dụng $\vec{F}$ theo phương ngang



+ Biểu thức định luật II Niutơn:

$$\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} = 0$$

(chuyển động thẳng đều a = 0)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có:

$$P\sin\alpha - F\cos\alpha - F_{ms} = 0 \ (3)$$

+ Chiếu lên Oy ta có:

$$N - P\cos\alpha - F\sin\alpha = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha + F\sin\alpha$$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right)$ (4)

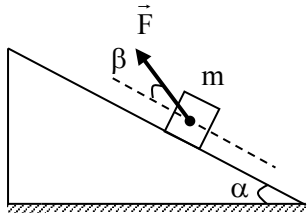
+ Thay (4) vào (3) ta có:

$$\Rightarrow P\sin\alpha - F\cos\alpha - \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right) = 0$$

$$\Rightarrow P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{mg\left(\tan\alpha - \mu\right)}{1 + \mu\tan\alpha}$$

Ví dụ 9: *Một vật có khối lượng 1 kg được đặt trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^o$. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,1$. Tác dụng vào vật một lực F = 20 N hợp với phương mặt phẳng nghiêng một góc $\beta = 10^o$ như hình vẽ để cho vật bắt đầu chuyển động. Biết $\sin 10^o \approx 0,17$ và $\cos 10^o \approx 0,98$. Lấy g = 10 m/s^2.



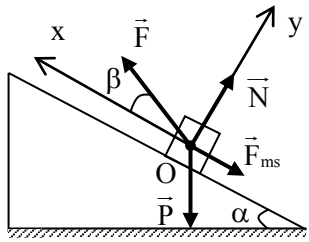
a) Xác định gia tốc chuyển động của vật.

b) Xác định vật tốc của vật sau thời gian t = 2 s. Coi mặt nghiêng đủ dài.

Hướng dẫn

a) Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động
- Lực tác dụng $\vec{F}$



+ Biểu thức định luật II Niutơn:

$$\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có:

$$F\cos\beta - P\sin\alpha - F_{ms} = 0 \quad (1)$$

+ Chiếu lên Oy ta có:

$$N - P\cos\alpha + F\sin\beta = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha - F\sin\beta$$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha - F\sin\beta\right)$ (2)

+ Thay (2) vào (1) ta có: $F\cos\beta - P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha - F\sin\beta\right) = ma$

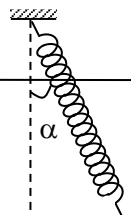
$$\Rightarrow a = \frac{F\cos\beta - P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha - F\sin\beta\right)}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F\left(\cos\beta + \mu\sin\beta\right) - P\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F\left(\cos\beta + \mu\sin\beta\right)}{m} - g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) \approx 14\left(m/s^2\right)$$

b) Vận tốc của vật sau thời gian t = 2 s: v = at = 28 m/s

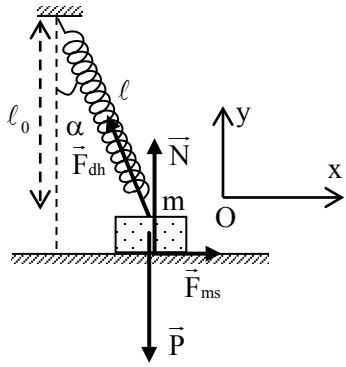
Ví dụ 10: *Một vật có khối lượng m = 0,5 kg đặt trên mặt bàn nằm ngang, gắn vào đầu một



lò xo thẳng đứng có độ cứng k = 10N/m. Ban đầu lò xo dài $\ell_0 = 10(\text{cm})$ và không biến dạng. Khi bàn chuyển động đều theo phương ngang thì lò xo hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 60^o$. Tìm hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn. Lấy g = 10 m/s^2.

Hướng dẫn

+ Khi vật m ở vị trí mà lò xo lệch so với phương thẳng đứng góc α, vật m chịu tác dụng của các lực gồm:



- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực đàn hồi $\vec{F}_{đh}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa vật và mặt bàn

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{đh} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (*)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên các trục Ox, Oy ta có:

Trên Ox: $F_{ms} - F_{đh}\sin\alpha = ma = 0$ (1) (vì chuyển đồng đều a = 0)

Trên Oy: $N + F_{đh}\cos\alpha - P = 0 \Rightarrow N = P - F_{đh}\cos\alpha$ (2)

+ Lực đàn hồi: $F_{đh} = k(\ell - \ell_0) = k\left(\dfrac{\ell_0}{\cos\alpha} - \ell_0\right) = k\ell_0\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - 1\right)$ (3)

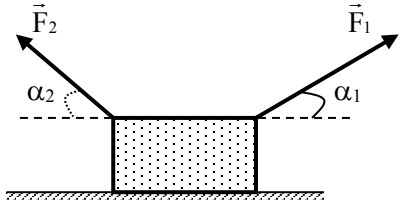
+ Thay (3) vào (2) ta có: $N = P - k\ell_0\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\cos\alpha = P - k\ell_0(1 - \cos\alpha)$

+ Do đó lực ma sát là: $F_{ms} = \mu N = \mu\left[P - k\ell_0(1 - \cos\alpha)\right]$ (4)

+ Thay (3) và (4) vào (1) ta có: $\mu\left[P - k\ell_0(1 - \cos\alpha)\right] = k\ell_0\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\sin\alpha$

$$\Rightarrow \mu = \frac{k\ell_0\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\sin\alpha}{P - k\ell_0(1 - \cos\alpha)} = \frac{10.0,1.\left(\dfrac{1}{\cos 60^o} - 1\right)\sin 60^o}{0,5.10 - 10.0,1.(1 - \cos 60^o)} \approx 0,2$$

Ví dụ 11: Hai người cùng kéo một vật nhưng theo các hướng khác nhau với các lực có phương, chiều như hình vẽ. Biết $F_1 = \dfrac{400}{\sqrt{3}}$ N, $F_2 = 100\sqrt{2}$ N, khối lượng của vật bằng m = 90kg, $\alpha_1 = 30^o$, $\alpha_2 = 45^o$, hệ



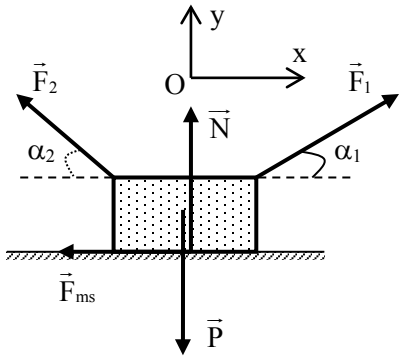
số ma sát giữa vật và bàn là $\mu = 0,1$. Tìm gia tốc chuyển động của vật.

Hướng dẫn

+ Giả sử vật chuyển động về bên phải

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$
- Lực kéo $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.



+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ

+ Áp dụng định luật II Niu-tơn ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \qquad (*)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên Ox, Oy ta có: $\begin{cases} Ox: F_1\cos 30^o - F_2\cos 45^o - F_{ms} = ma & (1) \\ Oy: -P + N + F_1\sin 30^o + F_2\sin 45^o = 0 & (2) \end{cases}$

+ Từ (2) ta có: $N = P - \left(F_1\sin 30^o + F_2\sin 45^o\right)$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu P - \mu\left(F_1\sin 30^o + F_2\sin 45^o\right)$ (3)

+ Thay (3) vào (1) ta có:

$$F_1\cos 30^o - F_2\cos 45^o - \left[\mu P - \mu\left(F_1\sin 30^o + F_2\sin 45^o\right)\right] = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{F_1\left(\cos 30^o + \mu\sin 30^o\right) - F_2\left(\cos 45^o - \mu\sin 45^o\right) - \mu mg}{m}$$

+ Thay số ta có: $a \approx 0,35\left(m/s^2\right) > 0 \Rightarrow$ giả thiết đúng

+ Vậy gia tốc của vật là $a \approx 0,35\left(m/s^2\right)$

✍ **Nhận xét:** Nếu ta giả sử chiều chuyển động ngược lại với trên thì quá trình tính toán sẽ dẫn đến $a < 0 \Rightarrow$ chiều chuyển động sẽ ngược lại với giải thiết. Ta đổi lại chiều chuyển động và biểu diễn lại chiều lực ma sát, sau đó thực hiện tính toán bình thường như trên sẽ tính được $a \approx 0,35\left(m/s^2\right)$.

✍ **Qua các ví dụ trên ta tổng kết được gia tốc của vật khi chuyển động trên mặt ngang và mặt phẳng nghiêng như sau:**

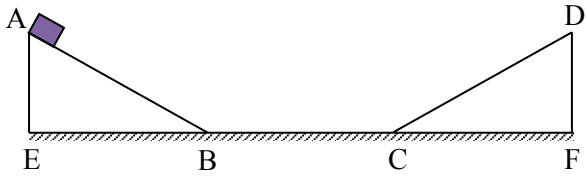
+ Khi vật trượt trên mặt ngang có ma sát thì gia tốc của vật là $a = -\mu g$
  - ✓ Nếu bỏ qua ma sát thì $\mu = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ chuyển động thẳng đều
+ Khi vật trượt xuống mặt nghiêng thì gia tốc là $a = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)$
  - ✓ Nếu bỏ qua ma sát thì $\mu = 0 \Rightarrow a = g.\sin\alpha$

+ Khi vật trượt lên mặt nghiêng thì gia tốc là $a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$
  - ✓ Nếu bỏ qua ma sát thì $\mu = 0 \Rightarrow a = -g.\sin\alpha$

Ví dụ 12: Vật trượt từ A với vận tốc 5 m/s theo đường ABCD, AB = BC = CD = 20 m, AE = DF = 10 m. Lấy g = 10 m/s^2.

a) Bỏ qua ma sát tính vận tốc tại B, C, D.

b) Giả sử hệ số ma sát giữa vật và các mặt đều bằng nhau và bằng μ. Xác định μ để vật dừng lại ở D.



Hướng dẫn

+ Gọi α là góc giữa mặt nghiêng và mặt ngang

+ Theo đề ra ta có: $\sin\alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Khi bỏ qua ma sát ($\mu = 0$)

* Khi vật trượt xuống mặt phẳng nghiêng từ A đến B thì gia tốc của vật là:

$$a_1 = g.\sin\alpha = 10.\frac{1}{2} = 5\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_B là vật tốc của vật tại B, ta có: $v_B^2 - v_A^2 = 2a_1.s_{AB}$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2a_1.s_{AB}} = \sqrt{5^2 + 2.5.20} = 15\left(m/s\right)$$

* Khi vật trượt trên mặt ngang từ B đến C thì gia tốc của vật là $a_2 = 0$, do đó trên đoạn BC vật chuyển động thẳng đều $\Rightarrow v_C = v_B = 15$ m/s

* Khi vật trượt lên mặt phẳng nghiêng từ C đến D thì gia tốc của vật là:

$$a_3 = -g.\sin\alpha = -10.\frac{1}{2} = -5\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_D là vật tốc của vật tại D, ta có: $v_D^2 - v_C^2 = 2a_3.s_{CD}$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 + 2a_3.s_{CD}} = \sqrt{15^2 + 2.(-5).20} = 5\left(m/s\right)$$

b) Khi không bỏ qua ma sát ($\mu \neq 0$)

* Khi vật trượt xuống mặt phẳng nghiêng từ A đến B thì gia tốc của vật là:

$$a_1 = g.(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 10\left(\frac{1}{2} - \mu.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(5 - 5\sqrt{3}\mu\right)\left(m/s^2\right) \qquad (1)$$

+ Gọi v_B là vật tốc của vật tại B, ta có: $v_B^2 - v_A^2 = 2a_1.s_{AB}$ (2)

* Khi vật trượt trên mặt ngang từ B đến C thì gia tốc của vật là:

$$a_2 = -\mu g = -10\mu\left(m/s^2\right) \quad (3)$$

+ Gọi v_C là vật tốc của vật tại C, ta có: $v_C^2 - v_B^2 = 2a_2.s_{BC}$ (4)

* Khi vật trượt lên mặt phẳng nghiêng từ C đến D thì gia tốc của vật là:

$$a_3 = -g.\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)$$

$$\Rightarrow a_3 = -10\left(\frac{1}{2} + \mu.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(-5 - 5\sqrt{3}\mu\right)\left(m/s^2\right) \quad (5)$$

+ Gọi v_D là vật tốc của vật tại D, ta có: $v_D^2 - v_C^2 = 2a_3.s_{CD}$ (6)

+ Lấy (2) + (4) + (6) ta có: $v_D^2 - v_A^2 = 2a_1.s_{AB} + 2a_2.s_{BC} + 2a_3.s_{CD}$

$$\Rightarrow 0 - 5^2 = 2.20.\left(a_1 + a_2 + a_3\right)$$

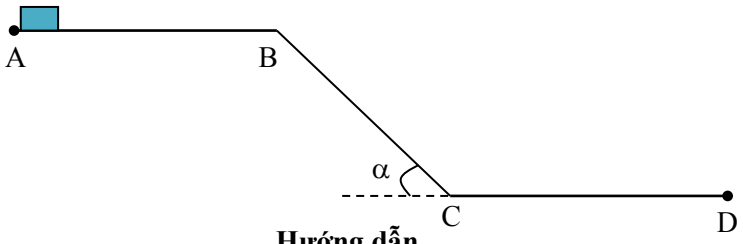
$$\Leftrightarrow 0 - 5^2 = 40.\left(5 - 5\sqrt{3}\mu - 10\mu - 5 - 5\sqrt{3}\mu\right)$$

$$\Leftrightarrow -25 = -400.\left(\sqrt{3}+1\right)\mu \Rightarrow \mu = \frac{25}{400.\left(\sqrt{3}+1\right)} \approx 0,023$$

Ví dụ 13: Vật trượt từ A với vận tốc 5 m/s theo đường ABCD, AB = BC = CD = 7,5 m. Lấy g = 10 m/s^2. Biết góc $\alpha = 30^o$.

a) Bỏ qua ma sát tính vận tốc tại B, C, D.

b) Giả sử hệ số ma sát giữa vật và các mặt đều bằng nhau và bằng 0,1. Xác định vận tốc của tại B, C, D.



Hướng dẫn

a) Khi bỏ qua ma sát ($\mu = 0$)

* Khi vật trượt trên mặt ngang từ A đến B thì gia tốc của vật là $a_1 = 0$

+ Do đó, trên đoạn AB vật chuyển động thẳng đều nên $v_B = v_A = 5$ m/s

* Khi vật trượt xuống mặt nghiêng từ B đến C thì gia tốc của vật là

$$a_2 = g.\sin\alpha = 10.\frac{1}{2} = 5\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_C là vật tốc của vật tại C, ta có: $v_C^2 - v_B^2 = 2a_2.s_{BC}$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2a_2.s_{BC}} = \sqrt{5^2 + 2.(5).7,5} = 10\left(m/s\right)$$

* Khi vật trượt trên mặt ngang từ C đến D thì gia tốc của vật là $a_3 = 0$

+ Do đó, trên đoạn CD vật chuyển động thẳng đều nên $v_D = v_C = 10$ m/s

b) Khi không bỏ qua ma sát ($\mu \neq 0$)

* Khi vật trượt trên mặt ngang từ A đến B thì gia tốc của vật là:

$$a_1 = -\mu g = -1\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_B là vật tốc của vật tại B, ta có: $v_B^2 - v_A^2 = 2a_1.s_{AB}$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2a_1.s_{AB}} = \sqrt{5^2 + 2.(-1).7,5} = \sqrt{10}\left(m/s\right)$$

* Khi vật trượt xuống mặt nghiêng từ B đến C thì gia tốc của vật là

$$a_2 = g.(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 10.\left(\frac{1}{2} - 0,1.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 4,134\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_C là vật tốc của vật tại C, ta có: $v_C^2 - v_B^2 = 2a_2.s_{BC}$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2a_2.s_{BC}} = \sqrt{10 + 2.(4,134).7,5} \approx 8,486\left(m/s\right)$$

* Khi vật trượt trên mặt ngang từ C đến D thì gia tốc của vật là:

$$a_3 = -\mu g = -1\left(m/s^2\right)$$

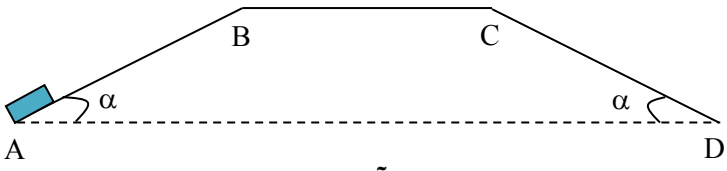
+ Gọi v_D là vật tốc của vật tại D, ta có: $v_D^2 - v_C^2 = 2a_3.s_{CD}$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 + 2a_3.s_{CD}} = \sqrt{(8,486)^2 + 2.(-1).7,5} = 7,55\left(m/s\right)$$

Ví dụ 14: Vật trượt từ A với vận tốc 15 m/s theo đường ABCD, AB = BC = CD = 20 m. Lấy g = 10 m/s^2. Biết góc $\alpha = 30^o$.

a) Bỏ qua ma sát tính vận tốc tại B, C, D.

b) Giả sử hệ số ma sát giữa vật và các mặt đều bằng nhau và bằng 0,01. Xác định vận tốc của tại B, C, D.



Hướng dẫn

a) Khi bỏ qua ma sát ($\mu = 0$)

* Khi vật trượt lên mặt phẳng nghiêng từ A đến B thì gia tốc của vật là:

$$a_1 = -g.\sin\alpha = -10.\frac{1}{2} = -5\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_B là vật tốc của vật tại B, ta có: $v_B^2 - v_A^2 = 2a_1.s_{AB}$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2a_1.s_{AB}} = \sqrt{15^2 + 2.(-5).20} = 5\left(m/s\right)$$

* Khi vật trượt trên mặt ngang BC thì gia tốc của vật là $a_2 = 0 \Rightarrow$ vật chuyển động thẳng đều nên vận tốc tại C là $v_C = v_B = 5$ m/s.

* Khi vật trượt xuống mặt nghiêng từ C đến D thì gia tốc của vật là:

$$a_3 = g.\sin\alpha = 10.\frac{1}{2} = 5\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_D là vật tốc của vật tại D, ta có: $v_D^2 - v_C^2 = 2a_3.s_{CD}$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 + 2a_3.s_{CD}} = \sqrt{5^2 + 2.(5).20} = 15\left(m/s\right)$$

b) Khi không bỏ qua ma sát ($\mu \neq 0$)

* Khi vật trượt lên mặt phẳng nghiêng từ A đến B thì gia tốc của vật là:

$$a_1 = -g.\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) = -10.\left(\frac{1}{2} + 0,01.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx -5,1\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_B là vật tốc của vật tại B, ta có: $v_B^2 - v_A^2 = 2a_1.s_{AB}$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2a_1.s_{AB}} = \sqrt{15^2 + 2.(-5,1).20} \approx 4,6\left(m/s\right)$$

* Khi vật trượt trên mặt ngang BC thì gia tốc của vật là $a_2 = -\mu g = -0,1\left(m/s^2\right)$

+ Gọi v_C là vật tốc của vật tại C, ta có: $v_C^2 - v_B^2 = 2a_2.s_{BC}$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2a_2.s_{BC}} = \sqrt{(4,6)^2 + 2.(-0,1).20} \approx 4,14\left(m/s\right)$$

* Khi vật trượt xuống mặt nghiêng từ C đến D thì gia tốc của vật là

$$a_3 = g.\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) = 10.\left(\frac{1}{2} - 0,01.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 4,9\left(m/s^2\right)$$

+ Gọi v_D là vật tốc của vật tại D, ta có: $v_D^2 - v_C^2 = 2a_3.s_{CD}$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 + 2a_3.s_{CD}} = \sqrt{(4,14)^2 + 2.(4,9).20} \approx 14,6\left(m/s\right)$$

Loại 2. Bài toán chuyển động của hệ vật được liên kết bằng dây

+ Hệ vật là tập hợp hai hay nhiều vật mà giữa chúng có lực tương tác.
+ Lực tương tác giữa các vật trong hệ gọi là nội lực.
+ Lực do các vật bên ngoài tác dụng gọi là ngoại lực.

Phương pháp giải:

Bước 1: Biểu diễn tất cả các lực trực tiếp tác dụng lên các vật.

Bước 2: Viết biểu thức định luật 2 Newton $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

Bước 3: Chọn hệ quy chiếu. Chọn chiều dương (+) là chiều chuyển động

Bước 4: Chiếu để chuyển sang dạng đại số. Khi chiếu lực nào vuông góc với phương đang chiếu thì bằng 0. Cùng chiều dương thì mang dấu dương và ngược lại mang dấu âm. Nếu lực tạo với phương ngang góc α thì $F_x = F\cos\alpha$; $F_y = F\sin\alpha$

Bước 5: Tìm được mối liên hệ giữa các hệ phương trình để suy ra.

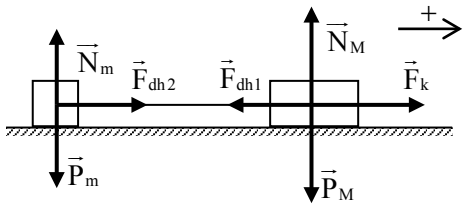
Chú ý: Đầu dây luôn qua ròng rọc động đi được quãng đường 2S thì vật treo vào ròng rọc động đi được quãng đường là S. Vận tốc và gia tốc cũng theo tỉ lệ đó.

Ví dụ 15: Xe tải M có khối lượng 10 tấn kéo một ô tô m có khối lượng 2 tấn nhờ một sợi dây cáp có độ cứng $k = 2.10^6\,(N/m)$. Chúng bắt đầu chuyển động nhanh dần đều đi được 200 m trong thời gian 20 s. Bỏ qua ma sát và khối lượng của dây cáp. Tính độ dãn của dây cáp và lực kéo của xe tải.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên xe tải M gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_M$
- Phản lực $\vec{N}_M$
- Lực đàn hồi của dây $\vec{F}_{đh1}$
- Lực kéo động cơ $\vec{F}_k$



+ Các lực tác dụng lên xe ô-tô m gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_m$
- Phản lực $\vec{N}_m$
- Lực đàn hồi của dây $\vec{F}_{đh2}$

+ Các lực tác dụng lên xe tải M và ô tô m được biểu diễn như hình vẽ

+ Phương trình định luật II Niutơn cho từng xe:

Xe tải M: $\vec{F}_k + \vec{F}_{đh1} + \vec{P}_M + \vec{N}_M = M\vec{a}_M$

Xe ô tô: $\vec{F}_{đh2} + \vec{P}_m + \vec{N}_m = m\vec{a}_m$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động

+ Chiếu các phương trình lên chiều dương ta có: $\begin{cases} \text{Xe M}: & F_k - F_{đh1} = Ma_M \\ \text{Xe m}: & F_{đh2} = ma_m \end{cases}$

+ Vì k rất lớn nên xem như các xe chuyển động cùng gia tốc a và cùng một dây cáp nên $F_{đh1} = F_{đh2} = F_{đh}$ nên: $\begin{cases} \text{Xe M}: & F_k - F_{đh} = Ma \quad (1) \\ \text{Xe m}: & F_{đh} = ma \quad (2) \end{cases}$

+ Lấy (1) + (2) ta có: $F_k = (m+M)a$

+ Theo đề ra ta có: $s = 0,5at^2 \Rightarrow a = 1m/s^2 \Rightarrow F_k = (m+M)a = 12000N$

+ Từ (2) ta có: $F_{dh} = ma \Leftrightarrow k\Delta\ell = ma \Rightarrow \Delta\ell = \dfrac{ma}{k} = 10^{-3}\left(m\right) = 1\left(mm\right)$

Ví dụ 16: Hai vật có khối lượng $m_1 = 3kg$; $m_2 = 2kg$ được nối với nhau bằng một sợi dây không dãn và đặt trên một một mặt bàn nằm ngang, ma sát không đáng kể. Ta tác dụng vào m_1 một lực kéo $F_k = 8N$ song song với mặt bàn.

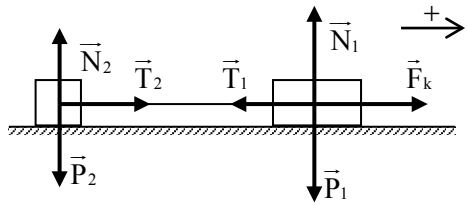
a) Tìm gia tốc của mỗi vật?

b) Lực căng dây nối giữa hai vật?

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên m_1 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$
- Lực đàn hồi của dây $\vec{T}_1$
- Lực kéo $\vec{F}_k$



+ Các lực tác dụng lên m_2 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_2$
- Phản lực $\vec{N}_2$
- Lực đàn hồi của dây $\vec{T}_2$

+ Phương trình định luật II Niutơn cho từng vật: $\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + \vec{P}_1 + \vec{F}_k = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + \vec{N}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động

+ Chiếu các phương trình lên chiều dương: $\begin{cases} -T_1 + F_k = m_1a_1 \\ T_2 = m_2a_2 \end{cases}$

+ Vì sợi dây không dãn nên $a_1 = a_2 = a$ và lực căng $T_1 = T_2 = T$ nên ta có:

$$\begin{cases} -T + F_k = m_1a \\ T = m_2a \end{cases} \Rightarrow F_k = \left(m_1 + m_2\right)a \Rightarrow a = \frac{F_k}{m_1 + m_2}$$

+ Gia tốc mỗi vật: $a = \dfrac{F_k}{m_1 + m_2} = 1,6m/s^2$

+ Lực căng dây T: $T = m_2a_2 = m_2a = 2.1,6 = 3,2N$

Ví dụ 17: Hai vật có khối lượng $m_1 = 3kg$; $m_2 = 2kg$ được nối với nhau bằng một sợi dây không dãn và đặt trên một một mặt bàn nằm ngang. Biết hệ số ma sát giữa các vật với mặt ngang là $\mu_1 = \mu_2 = 0,1$. Ta tác dụng vào m_1 một lực kéo $F_k = 8N$ song song với mặt bàn.

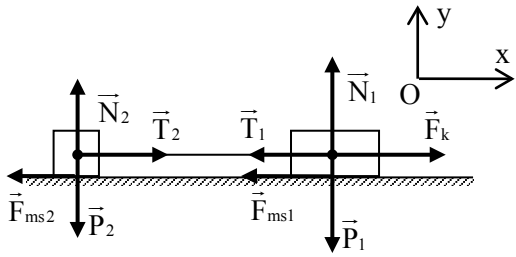
a) Tìm gia tốc của mỗi vật?

b) Lực căng dây nối giữa hai vật?

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên m_1 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$
- Lực đàn hồi của dây $\vec{T}_1$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$
- Lực kéo $\vec{F}_k$



+ Các lực tác dụng lên m_2 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_2$
- Phản lực $\vec{N}_2$
- Lực đàn hồi của dây $\vec{T}_2$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$

+ Phương trình định luật II Niutơn cho từng vật: $\begin{cases}\vec{P}_1+\vec{N}_1+\vec{T}_1+\vec{F}_{ms1}+\vec{F}=m_1\vec{a}_1\\ \vec{P}_2+\vec{N}_2+\vec{T}_2+\vec{F}_{ms2}=m_2\vec{a}_2\end{cases}$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình. Chiếu các phương trình ta có:

+ Chiếu lên Ox ta có: $\begin{cases}-T_1-F_{ms1}+F=m_1a_1\\ T_2-F_{ms2}=m_2a_2\end{cases}$

+ Chiếu lên Oy ta có: $\begin{cases}N_1-P_1=0\\ N_2-P_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}N_1=P_1\\ N_2=P_2\end{cases}$

+ Vậy lực ma sát tác dụng lên các vật là: $\begin{cases}F_{ms1}=\mu_1N_1=\mu_1P_1=\mu_1m_1g\\ F_{ms2}=\mu_2N_2=\mu_2P_2=\mu_2m_2g\end{cases}$

+ Do đó ta có: $\begin{cases}-T_1-\mu_1m_1g+F=m_1a_1\\ T_2-\mu_2m_2g=m_2a_2\end{cases}$

+ Do dây không dãn nên: $T_1=T_2=T$ và $a_1=a_2=a$

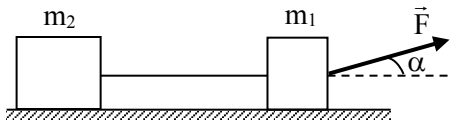
$$\Rightarrow\begin{cases}-T-\mu_1m_1g+F=m_1a\ \ (1)\\ T-\mu_2m_2g=m_2a\qquad (2)\end{cases}$$

+ Lấy (2) + (1) ta có: $F-g\left(\mu_1m_1+\mu_2m_2\right)=\left(m_1+m_2\right)a$

$$\Rightarrow a=\frac{F-g\left(\mu_1m_1+\mu_2m_2\right)}{\left(m_1+m_2\right)}=\frac{8-10\left(0,1.3+0,1.2\right)}{3+2}=0,6\left(m/s^2\right)$$

+ Từ (2) ta có: $T=m_2\left(a+\mu_2g\right)=2.\left(0,6+0,1.10\right)=3,2\left(N\right)$

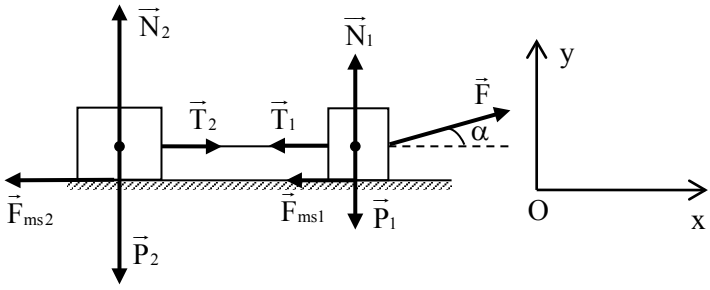
Ví dụ 18: Cho cơ hệ như hình vẽ bên. Biết rằng $m_1 = 1kg$; $m_2 = 2kg$; hệ số ma sát giữa các vật với mặt sàn là $\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0,1$. Lực kéo có độ lớn $F = 8N$; $\alpha = 30^0$; lấy $g = 10 m/s^2$. Tính gia tốc chuyển động và lực căng của dây.



Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{N}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$ và lực kéo $\vec{F}$.

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{N}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$.



+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Phương trình định luật II Niutơn cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F} = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{ms2} = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình.

+ Chiếu lên trục Ox: $\begin{cases} -T_1 - F_{ms1} + F\cos\alpha = m_1a_1 \\ T_2 - F_{ms2} = m_2a_2 \end{cases}$

+ Chiếu lên trục Oy: $\begin{cases} N_1 - P_1 + F\sin\alpha = 0 \\ N_2 - P_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = P_1 - F\sin\alpha \\ N_2 = P_2 \end{cases}$

+ Vậy lực ma sát tác dụng lên các vật là: $\begin{cases} F_{ms1} = \mu N_1 = \mu\left(P_1 - F\sin\alpha\right) \\ F_{ms2} = \mu N_2 = \mu P_2 \end{cases}$

+ Do đó: $\begin{cases} -T_1 - \mu\left(P_1 - F\sin\alpha\right) + F\cos\alpha = m_1a_1 \\ T_2 - \mu P_2 = m_2a_2 \end{cases}$

+ Do dây không dãn nên: $T_1 = T_2 = T$ và $a_1 = a_2 = a$

$$\Rightarrow \begin{cases} -T-\mu\left(P_1-F\sin\alpha\right)+F\cos\alpha=m_1a & (1) \\ T-\mu P_2=m_2a & (2) \end{cases}$$

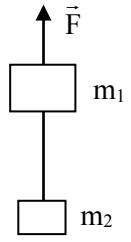
Lấy (1) + (2) ta có: $F\cos\alpha-\mu\left(P_1-F\sin\alpha\right)-\mu P_2=\left(m_1+m_2\right)a$

$$\Rightarrow a=\frac{F\cos\alpha-\mu\left(P_1-F\sin\alpha\right)-\mu P_2}{\left(m_1+m_2\right)}\approx 1,44\left(m/s^2\right)$$

+ Từ biểu thức (2) suy ra lực căng dây:

$$T-\mu P_2=m_2a\Rightarrow T=\mu P_2+m_2a=m_2\left(\mu g+a\right)=4,88N$$

Ví dụ 19: Hai vật m_1 = 1kg; m_2 = 0,5kg nối với nhau bằng một sợi dây và được kéo lên thẳng đứng nhờ một lực F = 18N đặt lên vật m_1. Cho g = 10m/s^2.



a) Tìm gia tốc chuyển động và lực căng của sợi dây.

b) Để 2 vật chuyển động đều người ta thay đổi độ lớn của lực F. Xác định độ lớn của lực lúc này. Cho rằng dây không giãn và có khối lực không đáng kể.

Hướng dẫn

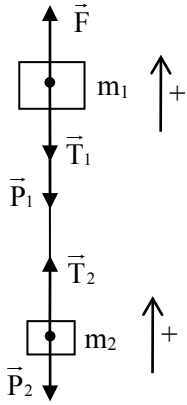
+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, lực kéo $\vec{F}$, lực căng của dây $\vec{T}_1$.

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng của dây $\vec{T}_2$.

+ Phương trình định luật II Niu-tơn cho từng vật: $\begin{cases} \vec{T}_1+\vec{P}_1+\vec{F}_k=m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2+\vec{P}_2=m_2\vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn chiều dương hướng lên (cùng chiều chuyển động) như hình.

+ Chiếu các phương trình lên chiều dương: $\begin{cases} F-T_1-P_1=m_1a_1 \\ T_2-P_2=m_2a_2 \end{cases}$



a) Vì sợi dây không dãn nên $a_1 = a_2 = a$ và $T_1 = T_2 = T$

$$\Rightarrow \begin{cases} F-T-P_1=m_1a \\ T-P_2=m_2a \end{cases}\Rightarrow a=\frac{F-P_1-P_2}{m_1+m_2}=2m/s^2$$

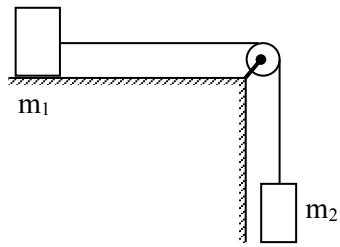
+ Lực căng sợi dây: $T-P_2=m_2a$

$$\Rightarrow T=P_2+m_2a=m_2\left(g+a\right)=6N$$

b) Vì chuyển động đều nên $a_1 = a_2 = 0$.

+ Do đó: $\begin{cases} F'-T-P_1=0 \\ T-P_2=0 \end{cases}\Rightarrow F'=P_1+P_2=15N$

Ví dụ 20: Cho cơ hệ như hình. Biết $m_1 = 500g$ và $m_2 = 300g$. Tại thời điểm ban đầu cả 2 vật có vận tốc $v_0 = 2$ m/s. Vật m_1 trượt sang trái, m_2 chuyển động lên. Bỏ qua mọi ma sát. Tính:



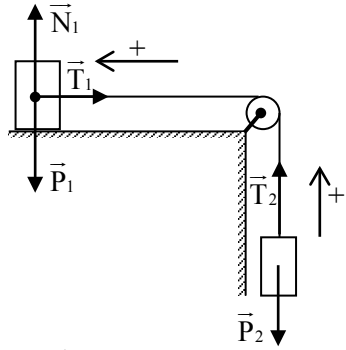
a) Độ lớn và hướng của vận tốc lúc t = 2s.

b) Quãng đường 2 vật đã đi được sau 2s.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$,
- Lực căng dây $\vec{T}_1$.



+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_2$,
- Lực căng của dây $\vec{T}_2$.

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ bên

+ Định luật II Niutơn cho mỗi vật: $\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$ (*)

+ Chọn chiều dương của mỗi vật là chiều chuyển động của chúng

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $\begin{cases} -T_1 = m_1a_1 \\ T_2 - P_2 = m_2a_2 \end{cases}$

+ Vì sợi dây không dãn nên $a_1 = a_2 = a$ và $T_1 = T_2 = T$ nên suy ra:

$$\begin{cases} -T = m_1a \\ T - P_2 = m_2a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{-P_2}{m_1 + m_2} = \frac{-m_2g}{m_1 + m_2} = -3,75 m/s^2$$

+ Nhận thấy rằng $a < 0$ nên suy ra hệ vật đang chuyển động chậm dần đều

a) Chọn gốc thời gian lúc hai vật có vận tốc 2 m/s $\Rightarrow v_0 = 2$m/s.

+ Vận tốc của mỗi vật sau t = 2 s: $v = v_0 + at = 2 - 3,75.2 = -5,5 m/s$

+ Chứng tỏ sau 2 s hệ vật đã đổi chiều chuyển động ngược với lúc đầu

b) Gọi t_1 là thời điểm mà vật đổi chiều chuyển động.

+ Tại thời điểm t_1 vận tốc đổi chiều nên: $0 = v_0 + at_1 \Rightarrow t_1 = \frac{-v_0}{a} = \frac{8}{15}s$

+ Lúc này vật đã đi được quãng đường: $s_1 = v_0t_1 + \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{8}{15}m$

+ Trong thời gian còn lại $t_2 = 2 - \frac{8}{15} = \frac{22}{15}s$ vật chuyển động nhanh dần với vận tốc đầu $v_0^{/} = 0$, gia tốc $a^{/} = -a = 3,75 m/s^2$

+ Quãng đường vật đi được sau thời gian t_2 là: $s_2 = \frac{1}{2}at_2^2 = \frac{121}{30}m$

+ Vậy tổng quãng đường mỗi vật đi là: $s = s_1 + s_2 = 4,57m$

**** Ta có thể giải theo cách khác như sau:***

+ Chọn gốc tọa O tại vị trí ban đầu của vật m_1, chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của vật m_1. Gốc thời gian là lúc xuất phát.

+ Phương trình tọa độ của m_1: $x_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 2t - 1,875t^2$

+ Tọa độ của vật m_1 sau thời gian t = 2 s:

$$x_1 = 2.2 - 1,875.(2)^2 = -3,5(m) \Rightarrow m_1 \text{ đã đổi chiều chuyển động}$$

+ Quãng đường m_1 đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại:

$$s_1 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 2^2}{2.(-3,75)} = \frac{8}{15}(m)$$

+ Sau đó vật lại quay lại O lúc này vật đã đi thêm được quãng đường:

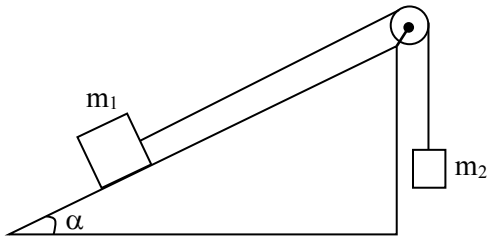
$$s_2 = s_1 = \frac{8}{15}(m)$$

+ Lúc t = 2 s vật đang ở x = - 3,5 m nên vật đã vượt qua O đi về phía âm thêm một đoạn đường s_3 = 3,5 m.

+ Vậy tổng quãng đường mà m_1 đã đi được sau t = 2 s là:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = \frac{8}{15} + \frac{8}{15} + 3,5 = 4,57(m)$$

Ví dụ 21: Cho cơ hệ như hình vẽ. Biết m_1 = 5 kg; $\alpha = 30^o$, m_2 = 2 kg; hệ số ma sát giữa vật m_1 và mặt phẳng nghiêng là μ = 0,1. Tìm gia tốc của các vật và sức căng của sợi dây. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây nối. Coi dây không dãn trong quá trình vật chuyển động.

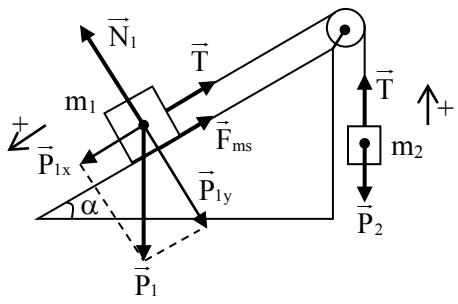


Hướng dẫn

<u>Cách 1:</u> Phân tích dữ kiện để suy ra chiều chuyển động

+ Lực tác dụng lên m_1 gồm: Trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{N}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực căng dây $\vec{T}$.

+ Trọng lực $\vec{P}_1$ được phân tích thành hai thành phần, thành $P_{1x} = P_1 \sin\alpha$ có xu hướng làm cho vật trượt xuống; thành phần $P_{1y} = P_1 \cos\alpha$ nén vật m_1 vào mặt phẳng nghiêng.



+ Giả sử vật m_1 trượt xuống khi đó:

- Lực gây ra chuyển động có độ lớn: $F_1 = P_{1x} = P_1 \sin 30^0 = 25N$
- Lực cản trở chuyển động có độ lớn: $F_2 = F_{ms} + P_2 = \mu N_1 + P_2$

$F_2 = \mu m_1 g \cos 30^0 + m_2 g \Rightarrow F_2 = 24,33N$

+ Vì $F_1 > F_2$ nên vật m_1 sẽ trượt xuống

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật

+ Định luật II Niutơn dạng đại số cho các vật: $\begin{cases} P_{1x} - T - F_{ms} = m_1 a \\ T - P_2 = m_2 a \end{cases}$

+ Vậy ta có: $a = \dfrac{P_{1x} - P_2 - F_{ms}}{m_1 + m_2} = \dfrac{P_1 \sin 30^0 - m_2 g - \mu m_1 g \cos 30^0}{m_1 + m_2} \approx 0,1 m/s^2$

+ Lực căng dây: $T = P_2 + m_2 a = 20,2N$

<u>Cách 2a:</u> Giả sử một chiều chuyển động bất kì

+ Giả sử vật m_1 đi xuống, khi đó vật m_2 sẽ đi lên

+ Lực tác dụng lên m_1 gồm: Trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{N}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực căng dây $\vec{T}_1$

+ Lực tác dụng lên m_2 gồm: Trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

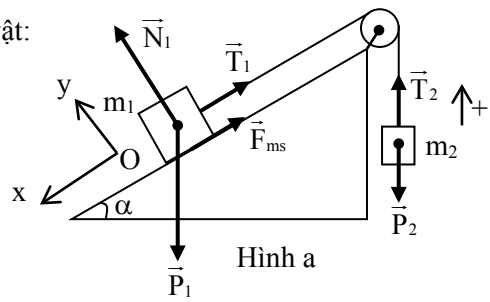
+ Các lực được biểu diễn như hình a

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật:

- Vật m_1: $\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms} = m_1 \vec{a}_1$
- Vật m_2: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy cho vật m_1 và chiều dương cho vật m_2 như hình vẽ.

+ Chiếu các phương trình ta có:



Hình a

- Vật m_1: $\begin{cases} Ox: P_1 \sin\alpha - T_1 - F_{ms} = m_1 a_1 \\ Oy: N_1 = P_1 \cos\alpha \end{cases}$
- Vật m_2: $T_2 - P_2 = m_2 a_2$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N_1 = \mu P_1 \cos\alpha \Rightarrow P_1 \sin\alpha - T_1 - \mu P_1 \cos\alpha = m_1 a_1$

+ Dây không dãn nên $T_1 = T_2 = T$ và $a_1 = a_2 = a$.

+ Vậy ta có: $\begin{cases} P_1 \sin\alpha - T - \mu P_1 \cos\alpha = m_1 a \ (1) \\ T - P_2 = m_2 a \ (2) \end{cases}$

+ Lấy (1) + (2) ta có: $P_1 \sin\alpha - \mu P_1 \cos\alpha - P_2 = (m_1 + m_2) a$

$$\Rightarrow a = \frac{P_1 \sin 30^0 - \mu m_1 g \cos 30^0 - P_2}{m_1 + m_2} \approx 0,1 m/s^2 > 0 \Rightarrow \text{giả sử đúng}$$

+ Vậy gia tốc của vật khi chuyển động là $a \approx 0,1 m/s^2$

+ Lực căng dây: $T = P_2 + m_2 a = 20,2N$

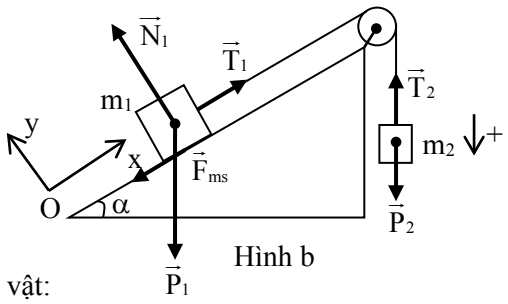
<u>Cách 2b:</u> Giả sử một chiều chuyển động bất kì

+ Giả sử vật m_1 đi lên, khi đó vật m_2 sẽ đi xuống

+ Lực tác dụng lên m_1 gồm: Trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{N}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực căng dây $\vec{T}_1$

+ Lực tác dụng lên m_2 gồm: Trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

+ Các lực được biểu diễn như hình b



Hình b

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật:

- Vật m_1: $\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms} = m_1 \vec{a}_1$
- Vật m_2: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy cho vật m_1 và chiều dương cho vật m_2 như hình vẽ.

+ Chiếu các phương trình ta có:

- Vật m_1: $\begin{cases} Ox: T_1 - P_1 \sin\alpha - F_{ms} = m_1 a_1 \\ Oy: N_1 = P_1 \cos\alpha \end{cases}$
- Vật m_2: $P_2 - T_2 = m_2 a_2$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N_1 = \mu P_1 \cos\alpha \Rightarrow T_1 - P_1 \sin\alpha - \mu P_1 \cos\alpha = m_1 a_1$

+ Dây không dãn nên $T_1 = T_2 = T$ và $a_1 = a_2 = a$.

+ Vậy ta có: $\begin{cases} T - P_1 \sin\alpha - \mu P_1 \cos\alpha = m_1 a \ (1) \\ P_2 - T = m_2 a \ (2) \end{cases}$

+ Lấy (1) + (2) ta có: $P_2 - P_1 \sin\alpha - \mu P_1 \cos\alpha = (m_1 + m_2)a$

$$\Rightarrow a = \frac{P_2 - P_1 \sin 30^0 - \mu P_1 \cos 30^0}{m_1 + m_2} \approx -1,33 m/s^2 < 0$$

+ Vì $a < 0$ nên vật m_1 đi xuống còn vật m_2 đi lên $\Rightarrow$ lực ma sát sẽ có chiều ngược lại với hình b. Do đó biểu thức chiếu được viết lại như sau:

- Vật m_1: $\begin{cases} Ox: P_1 \sin\alpha - T_1 - F_{ms} = m_1 a_1 \\ Oy: N_1 = P_1 \cos\alpha \end{cases}$
- Vật m_2: $T_2 - P_2 = m_2 a_2$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N_1 = \mu P_1 \cos\alpha \Rightarrow P_1 \sin\alpha - T_1 - \mu P_1 \cos\alpha = m_1 a_1$

+ Suy ra: $\begin{cases} P_1 \sin\alpha - T - \mu P_1 \cos\alpha = m_1 a \ (3) \\ T - P_2 = m_2 a \ (4) \end{cases}$

+ Lấy (3) + (4) ta có: $P_1 \sin\alpha - \mu P_1 \cos\alpha - P_2 = (m_1 + m_2)a$

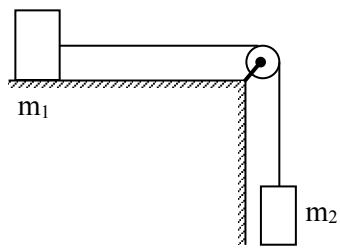
$$\Rightarrow a = \frac{P_1 \sin 30^0 - \mu m_1 g \cos 30^0 - P_2}{m_1 + m_2} \approx 0,1 m/s^2 > 0$$

+ Vậy gia tốc của vật khi chuyển động là $a \approx 0,1 m/s^2$

+ Lực căng dây: $T = P_2 + m_2 a = 20,2N$

✍ ***Nhận xét:*** *Qua các cách giải trên ta thấy nên giải theo cách 1 thì ngắn gọn hơn nhiều hoặc nếu giải theo cách 2 thì ta nên phân tích số liệu theo cách 1 để biết được vật chuyển động theo chiều nào. Sau khi đã biết được ta sẽ chọn cách giải 2a.*

Ví dụ 22: Cho cơ hệ như hình vẽ. Biết $m_1 = 0,8$ kg; $m_2 = 0,2$ kg. Lấy $g = 10 m/s^2$. Bỏ qua mọi ma sát; khối lượng của dây và ròng rọc. Ban đầu hệ được giữ đứng yên.



a) Thả cho hệ tự do, hệ có chuyển động không.

b) Tính gia tốc, lực căng dây và lực nén lên trục ròng rọc khi hệ chuyển động.

c) Tìm quãng đường mỗi vật đi được sau 0,5s kể từ khi bắt đầu chuyển động. Coi mặt đứng đủ dài để vật m_2 không chạm đất khi chuyển động.

Hướng dẫn

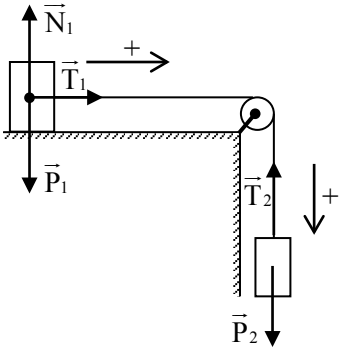
+ Các lực tác dụng lên vật m_1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{N}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$

+ Các lực tác dụng lên vật m_2: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

a) Dưới tác dụng của trọng lực $\vec{P}_2$ sẽ tạo nên lực căng dây $T_1 = T_2 = T > 0$

+ Do bỏ qua ma sát nên dưới tác dụng của lực căng dây T_1 vật m_1 sẽ chuyển động về phía bên phải. Do đó khi thả hệ tự do vật m_2 sẽ chuyển động đi xuống kéo theo vật m_1 chuyển động sang phải.

b) Định luật II Niu-tơn cho các vật: $\begin{cases}\vec{P}_1+\vec{N}_1+\vec{T}_1=m_1\vec{a}_1\\ \vec{P}_2+\vec{T}_2=m_2\vec{a}_2\end{cases}$

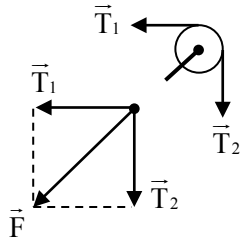


+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật. Chiếu các phương trình lên chiều dương đã chọn ta có: $\begin{cases}T_1=m_1a_1\\ P_2-T_2=m_2a_2\end{cases}$

+ Vì bỏ qua khối lượng các dây nối và ròng rọc nên $a_1=a_2=a$ và $T_1=T_2=T$ do đó ta có: $\begin{cases}T=m_1a\\ P_2-T=m_2a\end{cases}\Rightarrow P_2=(m_1+m_2)a$

$$\Rightarrow a=\frac{P_2}{m_1+m_2}=\frac{m_2g}{m_1+m_2}=2\left(m/s^2\right)$$

+ Lực căng sợi dây: $T=m_1a=0,8.2=1,6N$



+ Ròng rọc chịu tác dụng của 2 lực căng dây $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$ được biểu diễn như hình, hai lực này gây nên lực nén $\vec{F}$ lên trục ròng rọc.

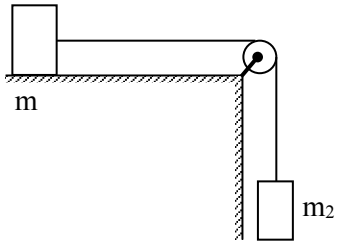
+ Ta có: $\vec{F}=\vec{T}_1+\vec{T}_2$

+ Vì $\vec{T}_1\perp\vec{T}_2\Rightarrow F=\sqrt{T_1^2+T_2^2}=1,6\sqrt{2}\ (N)$

c) Chọn gốc thời gian là lúc các vật bắt đầu chuyển động khi đó quãng đường đi được trong thời gian t là: $s=\frac{1}{2}at^2$

+ Quãng đường mỗi vật đi được sau thời gian t = 0,5 s: $s=\frac{1}{2}at^2=0,25\ (m)$

Ví dụ 23: Cho cơ hệ như hình vẽ. Biết m = 1,2 kg; m_2 = 0,2 kg. Lấy g = 10 m/s^2. Bỏ qua khối lượng của dây và ròng rọc, bỏ qua ma sát ở ròng rọc, hệ số ma sát giữa vật m_1 và sàn là 0,2. Ban đầu hệ được giữ đứng yên.



a) Thả cho hệ tự do, hệ có chuyển động không.

b) Thay m bởi vật $m_1 = 0,8$ kg. Tính gia tốc, lực căng dây và lực nén lên trục ròng rọc khi hệ chuyển động. Coi rằng hệ số ma sát giữa m_1 và mặt sàn vẫn bằng 0,2.

Hướng dẫn

a) Vì $P_2 = m_2 g = 2(N) < F_{ms} = \mu mg = 2,4(N) \Rightarrow$ khi thả tự do hệ đứng yên

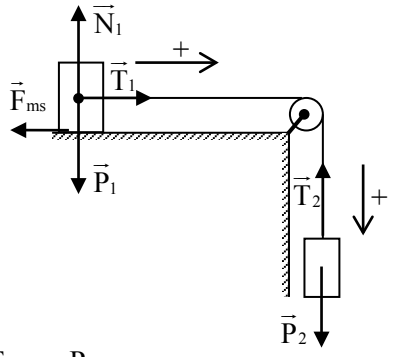
b) Vì $P_2 = m_2 g = 2(N) > F_{ms} = \mu m_1 g = 1,6(N) \Rightarrow$ khi thả tự do thì vật m_2 sẽ chuyển động đi xuống kéo vật m_1 đi sang phải.

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{N}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa vật m_1 và mặt sàn.

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

+ Định luật II Niu-tơn cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms} = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật. Chiếu các phương trình lên chiều dương ta có: $\begin{cases} T_1 - F_{ms} = m_1 a_1 \\ P_2 - T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$



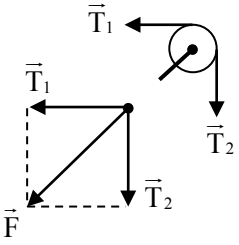
+ Vì bỏ qua khối lượng các dây nối và ròng rọc nên $a_1 = a_2 = a$ và $T_1 = T_2 = T$ do đó ta có: $\begin{cases} T - F_{ms} = m_1 a \\ P_2 - T = m_2 a \end{cases} \Rightarrow P_2 - F_{ms} = (m_1 + m_2) a$

+ Vật vật m_1 chuyển động trên mặt ngang nên: $F_{ms} = \mu P_1$

$$\Rightarrow a = \frac{P_2 - \mu P_1}{m_1 + m_2} = g\left(\frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2}\right) = 0,4\left(m/s^2\right)$$

+ Lực căng sợi dây: $T = F_{ms} + m_1 a \Rightarrow T = \mu m_1 g + m_1 a = m_1(\mu g + a) = 1,92(N)$

+ Ròng rọc chịu tác dụng của 2 lực căng dây $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$ được biểu diễn như hình, hai lực này gây nên lực nén $\vec{F}$ lên trục ròng rọc.



+ Ta có: $\vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$

+ Vì $\vec{T}_1 \perp \vec{T}_2 \Rightarrow F = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 1,92\sqrt{2}\ (N)$

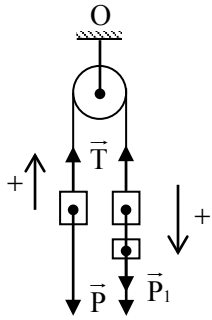
Ví dụ 24: Ở hai đầu dây vắt qua một ròng rọc nhẹ cố định, người ta treo hai vật có khối lượng bằng nhau m = 490g. Phải thêm một vật có khối lượng m_1 bằng bao nhiêu vào một trong hai đầu dây để hệ thống chuyển động được 1,6 m trong 4 s.

Tính lực căng dây và lực tác dụng vào điểm treo ròng rọc khi đó. Coi dây đủ dài, lấy g = 10 m/s^2.

Hướng dẫn

+ Ta có: $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2.1,6}{4^2} = 0,2\left(m/s^2\right)$

+ Khi thêm vật có khối lượng m_1 vào một đầu dây thì đầu dây được thêm m_1 sẽ chuyển động đi xuống còn đầu kia sẽ bị kéo đi lên.



+ Phương trình định luật II: $\begin{cases} \vec{P} + \vec{T} + \vec{P}_1 = \left(m + m_1\right)\vec{a} \\ \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \end{cases}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $\begin{cases} P - T + P_1 = \left(m + m_1\right)a \\ -P + T = ma \end{cases}$

$$\Rightarrow P_1 = \left(2m + m_1\right)a \Leftrightarrow m_1 g = \left(2m + m_1\right)a$$

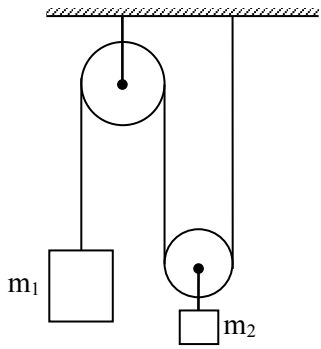
$$\Rightarrow m_1 = \frac{2m.a}{g - a} = 0,02kg = 20g$$

+ Lực căng mỗi dây treo: $T = ma + P = m\left(a + g\right) = 0,49\left(0,2 + 10\right) = 4,998\left(N\right)$

+ Lực tác dụng vào điểm treo O: F = 2T = 9,996N

Ví dụ 25: Cho cơ hệ như hình vẽ. Biết m_1 = 1 kg; m_2 = 1 kg. Lấy g = 10 m/s^2. Bỏ qua khối lượng của dây và ròng rọc, bỏ qua ma sát ở ròng rọc. Ban đầu hệ được giữ đứng yên. Hãy tính:

a) Gia tốc của các vật khi chuyển động.
b) Lực căng dây khi hệ chuyển động.



Hướng dẫn

<u>Cách 1:</u> Phân tích dữ kiện để suy ra chiều chuyển động

+ Vật m_1 tác dụng lực $F_1 = P_1 = m_1 g = 10N$ lên đầu dây gắn với m_1

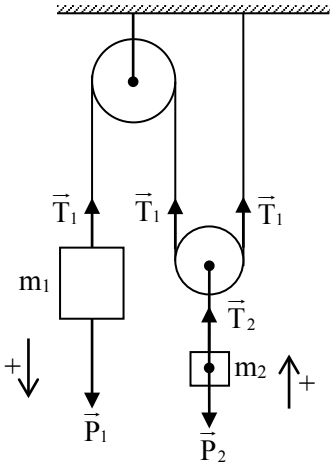
+ Vật m_2 tác dụng lực $F_2 = P_2 = m_2g = 10N$ lên ròng rọc gắn với $m_2 \Rightarrow$ dây chịu lực tác dụng $F = \frac{F_2}{2} = 5N$. Nhận thấy $F_1 > F$ nên vật m_1 đi xuống, vật m_2 đi lên

a) Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$ (*)

+ Chọn chiều dương của các vật là chiều chuyển động của chúng.



+ Chiếu (*) lên chiều dương: $\begin{cases} P_1 - T_1 = m_1a_1 \\ -P_2 + T_2 = m_2a_2 \end{cases}$

+ Ta có: $\begin{cases} T_2 = 2T_1 \xrightarrow{T_1 = T} T_2 = 2T \\ s = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{s_1 = 2s_2} a_1 = 2a_2 \end{cases}$

+ Vậy ta có: $\begin{cases} P_1 - T = m_1.2a_2 \quad (1) \\ -P_2 + 2T = m_2a_2 \quad (2) \end{cases}$

+ Lấy (1) x 2 + (2) $\Rightarrow 2P_1 - P_2 = (4m_1 + m_2)a_2$

$\Rightarrow a_2 = \left(\frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}\right)g = \left(\frac{2.1-1}{4.1+1}\right).10 = 2\left(m/s^2\right)$

$\Rightarrow a_1 = 2a_2 = 4\left(m/s^2\right)$

+ Vậy gia tốc của vật m_1 là $a_1 = 4\left(m/s^2\right)$ và vật m_2 là $a_2 = 2\left(m/s^2\right)$

b) Ta có: $P_1 - T_1 = m_1a_1 \Rightarrow T_1 = P_1 - m_1a_1 = m_1(g - a_1) = 1.(10 - 4) = 6N$

+ Lại có $T_2 = 2T = 2T_1 = 12N$

<u>Cách 2a:</u> Giả sử một chiều chuyển động bất kì

+ Giả sử vật m_1 đi xuống, khi đó vật m_2 sẽ đi lên

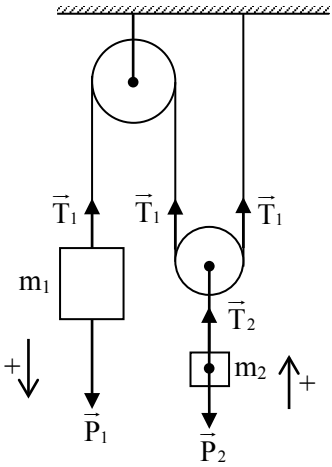
a) Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2 \end{cases}$ (*)

+ Chọn chiều dương của các vật là chiều chuyển động của chúng.



+ Chiếu (*) lên chiều dương: $\begin{cases} P_1 - T_1 = m_1 a_1 \\ -P_2 + T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$

+ Ta có: $\begin{cases} T_2 = 2T_1 \xrightarrow{T_1 = T} T_2 = 2T \\ s = \dfrac{1}{2}at^2 \xrightarrow{s_1 = 2s_2} a_1 = 2a_2 \end{cases}$

+ Vậy ta có: $\begin{cases} P_1 - T = m_1.2a_2 \quad (1) \\ -P_2 + 2T = m_2 a_2 \quad (2) \end{cases}$

+ Lấy (1) x 2 + (2) $\Rightarrow 2P_1 - P_2 = (4m_1 + m_2)a_2$

$\Rightarrow a_2 = \left(\dfrac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}\right)g = 2\left(m/s^2\right) > 0 \Rightarrow$ giả sử đúng

+ Ta có: $a_1 = 2a_2 = 4\left(m/s^2\right)$

+ Vậy gia tốc của vật m_1 là $a_1 = 4\left(m/s^2\right)$ và vật m_2 là $a_2 = 2\left(m/s^2\right)$

b) Ta có: $P_1 - T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow T_1 = P_1 - m_1 a_1 = m_1(g - a_1) = 1.(10 - 4) = 6N$

+ Lại có $T_2 = 2T = 2T_1 = 12N$

<u>Cách 2b:</u> Giả sử một chiều chuyển động bất kì

+ Giả sử vật m_1 đi lên, khi đó vật m_2 sẽ đi xuống

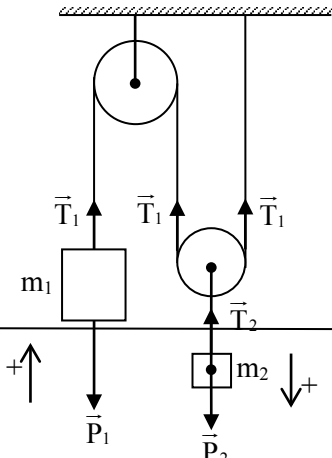
a) Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \end{cases}$ (**)

+ Chọn chiều dương của các vật là chiều chuyển động của chúng.



+ Chiếu (**) lên chiều dương: $\begin{cases} -P_1 + T_1 = m_1 a_1 \\ P_2 - T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$

+ Ta có: $\begin{cases} T_2 = 2T_1 \xrightarrow{T_1 = T} T_2 = 2T \\ s = \dfrac{1}{2}at^2 \xrightarrow{s_1 = 2s_2} a_1 = 2a_2 \end{cases}$

+ Vậy ta có: $\begin{cases} -P_1 + T = m_1.2a_2 \ (1) \\ P_2 - 2T = m_2 a_2 \quad (2) \end{cases}$

+ Lấy (1) x 2 + (2) $\Rightarrow -2P_1 + P_2 = (4m_1 + m_2)a_2$

$\Rightarrow a_2 = \left(\dfrac{-2m_1 + m_2}{4m_1 + m_2}\right)g = -2(m/s^2) < 0 \Rightarrow$ giả sử ngược

+ Suy ra m_1 đi xuống còn m_2 chuyển động đi lên. Do đó biểu thức chiếu của (**) được viết lại như sau: $\begin{cases} P_1 - T_1 = m_1 a_1 \\ -P_2 + T_2 = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 - T = m_1.2a_2 \\ -P_2 + 2T = m_2 a_2 \end{cases}$

$$\Rightarrow 2P_1 - P_2 = (4m_1 + m_2)a_2 \Rightarrow a_2 = \left(\frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}\right)g = 2(m/s^2)$$

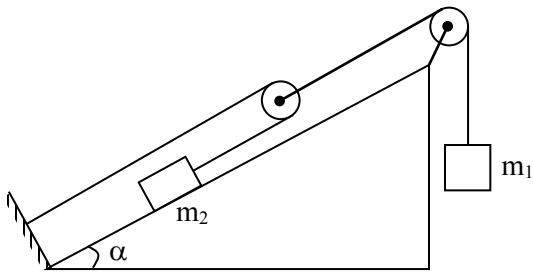
+ Ta có: $a_1 = 2a_2 = 4(m/s^2)$

+ Vậy gia tốc của vật m_1 là $a_1 = 4(m/s^2)$ và vật m_2 là $a_2 = 2(m/s^2)$

b) Ta có: $P_1 - T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow T_1 = P_1 - m_1 a_1 = m_1(g - a_1) = 1.(10 - 4) = 6N$

+ Lại có $T_2 = 2T = 2T_1 = 12N$

Ví dụ 26: Cho cơ hệ như hình vẽ, biết: $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg. Bỏ qua ma sát, khối lượng ròng rọc và các dây nối. Coi dây luôn không dãn trong quá trình vật chuyển động. Lấy $g = 10$ m/s^2.



a) Tính gia tốc của mỗi vật.

b) Tính lực căng của các dây.

c) Xác định quãng đường mỗi vật đi được sau thời gian t = 1 s. Coi rằng mặt nghiêng đủ dài và đủ cao.

Hướng dẫn

+ Vật m_1 tác dụng lực $F_1 = P_1 = 30N$ lên đầu dây gắn với $m_1 \Rightarrow$ đầu dây gắn với m_2 bị tác dụng lực $F = \dfrac{F_1}{2} = 15N$

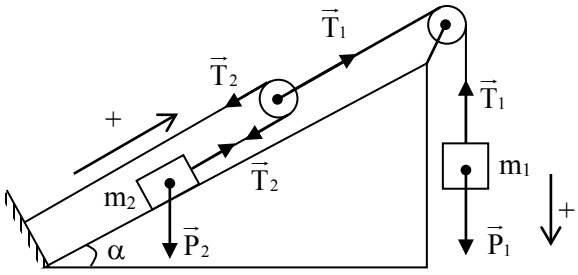
+ Vật m_2 tác dụng lực $F_2 = P_2 \sin 30^o = 10N$ lên đầu dây gắn với m_2

+ Nhận thấy $F > F_2 \Rightarrow$ vật m_1 đi xuống, vật m_2 đi lên

a) Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$

+ Các lực được biểu diễn như hình



+ Chọn chiều dương của các vật là chiều chuyển động (hình vẽ)

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \end{cases}$ (*)

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $\begin{cases} P_1 - T_1 = m_1 a_1 \\ -P_2 \sin\alpha + T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$

+ Ta có: $\begin{cases} T_1 = 2T_2 \xrightarrow{T_2 = T} T_1 = 2T \\ s = \dfrac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{s_2 = 2s_1} a_2 = 2a_1 \end{cases}$

+ Vậy ta có: $\begin{cases} P_1 - 2T = m_1 . a_1 \quad (1) \\ -P_2 \sin\alpha + T = m_2 . 2a_1 \quad (2) \end{cases}$

+ Lấy (2) x 2 + (1) $\Rightarrow P_1 - 2P_2 \sin\alpha = (m_1 + 4m_2) a_1$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{P_1 - 2P_2 \sin\alpha}{m_1 + 4m_2} = \left(\frac{m_1 - 2m_2 \sin\alpha}{m_1 + 4m_2} \right) g = \frac{10}{11} \left(m/s^2 \right)$$

$$\Rightarrow a_2 = 2a_1 = \frac{20}{11} \left(m/s^2 \right)$$

b) Ta có: $P_1 - T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow T_1 = P_1 - m_1 a_1 = m_1 (g - a_1) = 3.\left(10 - \dfrac{10}{11} \right) \approx 27,27N$

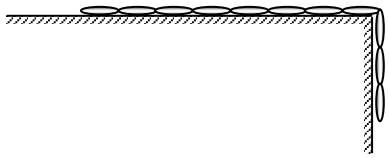
+ Lại có $T_2 = T = 0,5T_1 \approx 13,64N$

c) Quãng đường đi được của các vật: $s = \dfrac{1}{2} a t^2$

+ Vật 1: $s_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = \frac{1}{2}.\frac{10}{11}.(1)^2 = \frac{5}{11}(m)$

+ Vật 2: $s_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 = \frac{1}{2}.\frac{20}{11}.(1)^2 = \frac{10}{11}(m)$

Ví dụ 27: Một sợi dây lúc đầu có một phần thòng ra ngoài mép bàn (hình vẽ). Khi chiều dài phần thòng ra ngoài bằng $\frac{1}{5}$ chiều dài cả dây thì dây bắt đầu trượt. Xác định hệ số ma sát trượt giữa dây và mặt bàn (phần dây thòng ra không chạm vào mặt bên của bàn).



Hướng dẫn

+ Gọi M là khối lượng của dây xích, m' là khối lượng ứng với phần chiều dài ℓ'

+ Vì khối lượng phân bố đều trên dây nên: $\frac{M}{m'} = \frac{\ell}{\ell'} \Rightarrow m' = M\frac{\ell'}{\ell}$

+ Suy ra khối lượng của phần dây còn lại trên bàn là:

$$m = M - m' = M - M\frac{\ell'}{\ell} = M\left(1 - \frac{\ell'}{\ell}\right)$$

+ Gọi P' là trọng lực của phần dây thòng ra, F_{ms} là lực ma sát giữa phần dây còn lại trên bàn với mặt bàn. Dây bắt đầu trượt khi: $P' \ge F_{ms} \Leftrightarrow M\frac{\ell'}{\ell}g \ge \mu M\left(1 - \frac{\ell'}{\ell}\right)g$

$$\Rightarrow \frac{\ell'}{\ell} \ge \mu\left(1 - \frac{\ell'}{\ell}\right) \Leftrightarrow \ell' \ge \mu\ell - \mu\ell' \Rightarrow \ell' \ge \left(\frac{\mu}{1+\mu}\right)\ell$$

$$\Rightarrow \ell'_{min} = \left(\frac{\mu}{1+\mu}\right)\ell \Leftrightarrow \frac{\ell'_{min}}{\ell} = \frac{\mu}{1+\mu} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{\mu}{1+\mu}$$

$$\Leftrightarrow 5 = 1 + \frac{1}{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{1}{4} = 0,25$$

Loại 3. Hệ vật chồng lên nhau

+ Xác định và biểu diễn các lực tác dụng lên các vật
+ Viết biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật
+ Chọn hệ trục tọa độ hoặc chọn chiều dương để chiếu phương trình định luật II Niu-tơn chuyển dạng vec-tơ về dạng đại số.

Chú ý:

- ✓ Nếu vật chồng lên đứng yên trên vật bị chồng thì hai vật chuyển động cùng gia tốc a (so với đất). Lúc này ta coi hệ vật như một vật có khối lượng tổng. Do đó gia tốc của hệ là: $a = \dfrac{\sum \vec{F}_{\text{ngoại lực}}}{\sum m}$
- ✓ Nếu hai vật chuyển động tương đối với nhau thì gia tốc khác nhau. Lúc này ta viết biểu thức định luật II Niu-tơn riêng cho từng vật rồi giải bình thường.
- ✓ Khi chọn chiều dương là chiều chuyển động $\Rightarrow$ vật chuyển động khi $a \geq 0$.
- ✓ Điều kiện để vật m_1 trượt trên vật m_2 là: $a_1 > a_2$

Ví dụ 28: Có 8 tấm sắt giống nhau được chồng khít lên nhau và đặt trên một mặt ngang. Mỗi tấm có khối lượng m = 3kg. Hệ số ma sát giữa mỗi tấm là $\mu = 0,4$. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Hãy tìm lực $\vec{F}$ kéo để:

a) Kéo 5 tấm ở trên.

b) Kéo tấm thứ 5 (tính từ trên xuống).

Giải bài toán trong hai trường hợp:

Trường hợp 1: Kéo đều.

Trường hợp 2: Kéo nhanh dần đều với gia tốc $a = 1\ m/s^2$.

Biết rằng lực kéo $\vec{F}$ có phương ngang.

Hướng dẫn

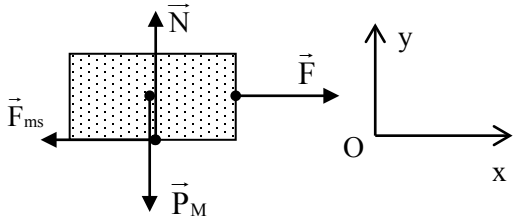
Trường hợp 1: Kéo đều

a) Kéo 5 tấm ở trên

+ Lúc này xem như ta kéo một vật có khối lượng M = 5m = 15 kg với một lực kéo là $\vec{F}$.

+ Các lực tác dụng lên vật M gồm: trọng lực $\vec{P}_M$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa M và tấm dưới, phản lực $\vec{N}$ và lực kéo $\vec{F}$.

+ Các lực được biểu diễn như hình



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{P}_M + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = M\vec{a} = 0$ (*)

+ Chiếu (*) lên các trục tọa độ ta có: $\begin{cases} Ox: F - F_{ms} = 0 \\ Oy: N - P_M = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_{ms} \\ N = P_M \end{cases}$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N \Rightarrow F_{ms} = \mu P_M = \mu.5mg = 0,4.5.3.10 = 60(N)$

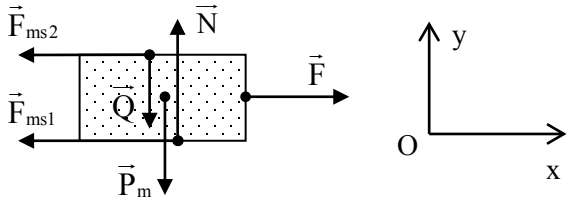
+ Suy ra $F = 60(N)$

b) Kéo tấm thứ 5

+ Các lực tác dụng lên vật m gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_m$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms1}, \vec{F}_{ms2}$ giữa m với các tấm trên và dưới
- Phản lực $\vec{N}$ của tấm dưới và áp lực $\vec{Q}$ của 4 tấm ở trên đè xuống

+ Các lực được biểu diễn như hình



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{P}_m + \vec{N} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = m\vec{a} = 0 \quad (*)$

+ Chiếu (*) lên các trục tọa độ ta có: $\begin{cases} Ox: F - F_{ms1} - F_{ms2} = 0 \\ Oy: N - P_m - Q = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_{ms1} + F_{ms2} \\ N = P_m + Q \end{cases}$

+ Ta có: $Q = 4P_m \Rightarrow N = 5P_m$. Do đó: $\begin{cases} F_{ms1} = \mu N = \mu.5P_m = \mu.5mg \\ F_{ms2} = \mu Q = \mu.4mg \end{cases}$

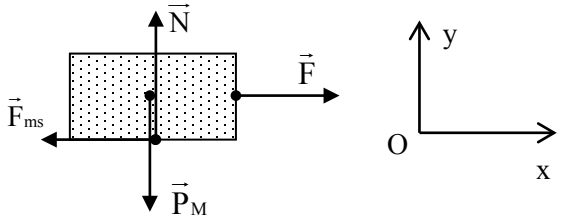
$\Rightarrow F = 9\mu mg = 9.0,4.3.10 = 108(N)$

Trường hợp 2: Kéo với gia tốc a

a) Kéo 5 tấm ở trên

+ Lúc này xem như ta kéo một vật có khối lượng M = 5m = 15 kg với một lực kéo là $\vec{F}$. Các lực tác dụng lên vật M gồm: trọng lực $\vec{P}_M$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa M và tấm dưới, phản lực $\vec{N}$.

+ Các lực được biểu diễn như hình



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{P}_M + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = M\vec{a} \quad (*)$

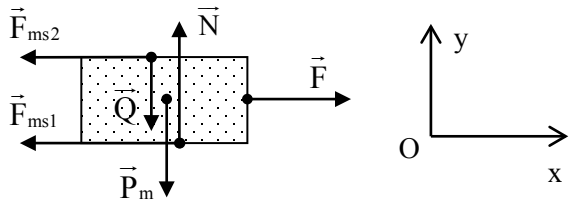
+ Chiếu (*) lên các trục tọa độ ta có: $\begin{cases} Ox: F - F_{ms} = Ma \\ Oy: N - P_M = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_{ms} + Ma \\ N = P_M \end{cases}$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N \Rightarrow F_{ms} = \mu P_M \Rightarrow F = \mu P_M + Ma = \mu Mg + Ma$

$\Rightarrow F = 5\mu mg + 5ma = 5m(\mu g + a) = 5.3.(0,4.10 + 1) = 75(N)$

b) Kéo tấm thứ 5

+ Các lực tác dụng lên vật m gồm: trọng lực $\vec{P}_m$; lực ma sát $\vec{F}_{ms1}, \vec{F}_{ms2}$ giữa m với các tấm trên và dưới; phản lực $\vec{N}$ của tấm dưới và áp lực $\vec{Q}$ của hai tấm ở trên đè xuống



+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{P}_m + \vec{N} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = m\vec{a}$ (*)

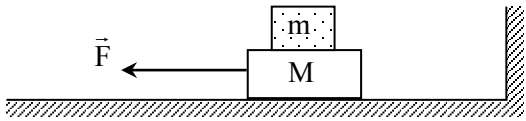
+ Chiếu (*) lên các trục tọa độ ta có: $\begin{cases} Ox: F - F_{ms1} - F_{ms2} = ma \\ Oy: N - P_m - Q = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} F = F_{ms1} + F_{ms2} + ma \\ N = P_m + Q \end{cases}$$

+ Ta có: $Q = 4P_m \Rightarrow N = 5P_m$. Do đó: $\begin{cases} F_{ms1} = \mu N = 5\mu P_m = 5\mu mg \\ F_{ms2} = \mu Q = 4\mu mg \end{cases}$

$$\Rightarrow F = 9\mu mg + ma = m(9\mu g + a) = 111(N)$$

Ví dụ 29: Cho cơ hệ như hình vẽ. Biết khối lượng m = 1kg, M = 2kg, hệ số ma sát giữa m và M, giữa M và sàn là $\mu = 0{,}2$. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Tìm $\vec{F}$ để M chuyển động đều, nếu:



a) m đứng yên trên M.

b) m nối với tường bằng một sợi dây nằm ngang.

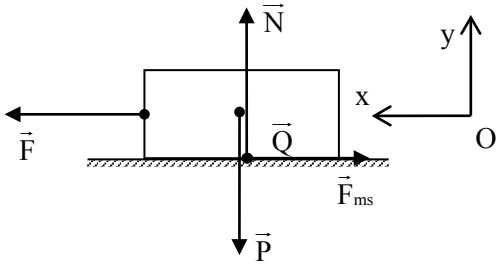
c) m nối với M bằng một sợi dây nằm ngang qua một ròng rọc gắn vào tường.

Hướng dẫn

a) Vật m đứng yên trên M nên ta có thể xem hệ vật như một vật có khối lượng tổng cộng là $(M+m)$.

+ Các lực tác dụng lên vật $(M+m)$ gồm:

- Trọng lực $\vec{P} = (M+m)\vec{g}$
- Phản lực $\vec{N}$ của mặt sàn
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$
- Lực kéo $\vec{F}$



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (1a)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (1a) lên Ox ta có:

$$F - F_{ms} = 0 \Rightarrow F = F_{ms} \quad (2a)$$

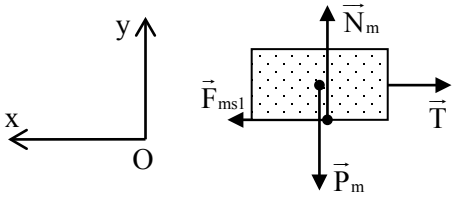
+ Chiếu (1a) lên Oy ta có:

$$N - P = 0 \Rightarrow N = (M + m)g$$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu(M + m)g \xrightarrow{(2a)} F = \mu(M + m)g = 6(N)$

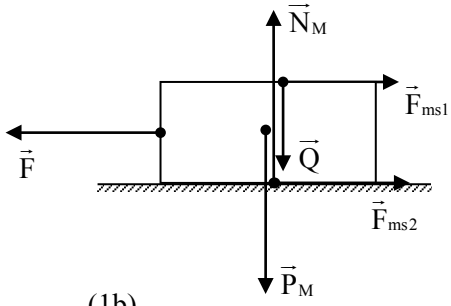
b) Các lực tác dụng lên vật m gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_m$
- Phản lực $\vec{N}_m$ của M
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$
- Lực căng dây $\vec{T}$



+ Các lực tác dụng lên vật M gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_M$
- Phản lực $\vec{N}_M$ của mặt sàn
- Áp lực $\vec{Q}$ của m đè lên M
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$
- Lực $\vec{F}$



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

- Vật m: $\vec{P}_m + \vec{N}_m + \vec{F}_{ms1} + \vec{T} = 0$ (1b)
- Vật M: $\vec{P}_M + \vec{N}_M + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = 0$ (2b)

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

+ Chiếu (1b) lên Oy ta có: $P_m - N_m = 0 \Rightarrow N_m = P_m$ (3b)

+ Chiếu (2b) lên Ox ta có: $F - F_{ms1} - F_{ms2} = 0 \Rightarrow F = F_{ms1} + F_{m2}$ (4b)

+ Chiếu (2b) lên Oy ta có: $N_M - Q - P_M = 0 \Rightarrow N_M = Q + P_M$ (5b)

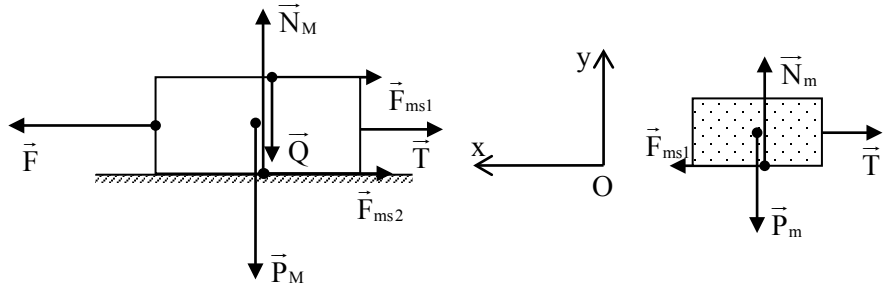
+ Ta có: $N_m = Q \xrightarrow{(3b)} Q = P_m = mg \xrightarrow{(5b)} N_M = (M + m)g$

+ Lại có: $\begin{cases} F_{ms1} = \mu N_m = \mu mg \\ F_{ms2} = \mu N_M = \mu(M + m)g \end{cases}$ (6b)

+ Thay (6b) vào (4b) ta có: $F = \mu(M + 2m)g = 8(N)$

c) Các lực tác dụng lên vật m gồm: trọng lực $\vec{P}_m$, phản lực $\vec{N}_m$ của M, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, lực căng dây $\vec{T}$

+ Các lực tác dụng lên vật M gồm: trọng lực $\vec{P}_M$, phản lực $\vec{N}_M$ của mặt sàn, áp lực $\vec{Q}$ của m đè lên M, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$, lực căng dây $\vec{T}$, lực $\vec{F}$



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

- Vật m: $\vec{P}_m + \vec{N}_m + \vec{F}_{ms1} + \vec{T} = 0$ (1c)
- Vật M: $\vec{P}_M + \vec{N}_M + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} + \vec{T} = 0$ (2c)

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

+ Chiếu (1c) lên Oy ta có: $P_m - N_m = 0 \Rightarrow N_m = P_m$ (3c)

+ Chiếu (1c) lên Ox ta có: $F_{ms1} - T = 0 \Rightarrow T = F_{ms1}$ (4c)

+ Chiếu (2c) lên Ox ta có: $F - F_{ms1} - F_{ms2} - T = 0$

$$\Rightarrow F = F_{ms1} + F_{ms2} + T \xrightarrow{(4c)} F = 2F_{ms1} + F_{ms2} \quad (5c)$$

+ Chiếu (2c) lên Oy ta có: $N_M - Q - P_M = 0 \Rightarrow N_M = Q + P_M$ (6c)

+ Ta có: $N_m = Q \xrightarrow{(3c)} Q = P_m = mg \xrightarrow{(6c)} N_M = (M+m)g$

+ Lại có: $\begin{cases} F_{ms1} = \mu N_m = \mu mg \\ F_{ms2} = \mu N_M = \mu(M+m)g \end{cases}$ (7c)

+ Thay (7c) vào (5c) ta có: $F = \mu(M+3m)g = 10(N)$

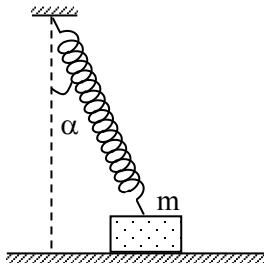
BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một chiếc xe ôtô có khối lượng 1 tấn bắt đầu chuyển động trên đường nằm ngang. Sau 20s xe ôtô đi được quãng đường 160 m. Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là 0,25. Cho g = 10 m/s^2

a) Tính lực kéo của động cơ.
b) Khi vận tốc của xe là 54 km/h thì tài xế tắt máy. Tính quãng đường xe còn đi thêm được cho đến khi xe dừng hẳn.
c) Muốn xe chuyển động thẳng đều thì phải đổi lực kéo của động cơ là bao nhiêu?

Bài 2: Vật nặng 5kg được treo vào sợi dây có thể chịu được lực căng tối đa 52N. Cầm dây kéo vật lên cao theo phương thẳng đứng. Lấy g = 10 m/s^2. Học sinh A nói: "Vật không thể đạt được gia tốc 0,6 m/s^2. Học sinh A nói đúng hay sai.

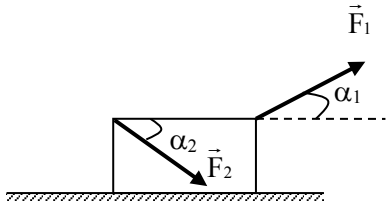
Bài 3: Một vật có khối lượng m = 1 kg đặt trên mặt bàn nằm ngang, gắn vào đầu một lò xo thẳng đứng có độ cứng k = 100N/m. Ban đầu lò xo dài $\ell_0 = 20(\text{cm})$ và không biến dạng. Khi bàn chuyển động đều theo phương ngang thì lò xo hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 30^o$. Tìm hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn. Lấy g = 10 m/s^2.



Bài 4: Một vật nhỏ khối lượng m = 2kg chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang dưới tác dụng của lực kéo F = 12N theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,4$. Lấy g = 10 m/s^2.

a) Tính gia tốc của vật.
b) Nếu lực kéo hướng lên và có phương hợp với phương ngang một góc 30^o thì gia tốc của vật là bao nhiêu?
c) Hỏi góc α bằng bao nhiêu thì gia tốc của vật lớn nhất ? Tính giá trị lớn nhất đó?

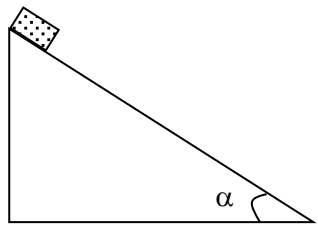
Bài 5: Hai người cùng tác dụng lực để làm một vật di chuyển trên mặt nằm ngang. Người thứ nhất đẩy vật với F_1 = 300N, người thứ hai kéo vật với lực F_2 = 300N, phương và chiều của các lực như hình vẽ. Biết khối lượng của vật bằng m = 90 kg, $\alpha_1 = 30^o$, $\alpha_2 = 45^o$, hệ số ma sát giữa vật và bàn là $\mu = 0,1$. Tìm gia tốc chuyển động của vật. Lấy g = 10 m/s^2.



Bài 6: Một vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh mặt phẳng nghiêng dài 2,5 m, nghiêng góc 30^o so với phương ngang. Coi ma sát trên mặt nghiêng là không đáng kể. Đến chân mặt phẳng nghiêng, vật sẽ tiếp tục chuyển động trên mặt phẳng ngang trong thời gian là bao nhiêu ? Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,2$. Lấy g = 10 m/s^2.

Bài 7: Một vật trượt không vận tốc đầu từ đỉnh mặt phẳng ngiêng với góc nghiêng $\alpha = 45^o$. Biết hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nghiêng $\mu = 0,2$ và độ cao của mặt phẳng nghiêng là $4\sqrt{2}$ m. Lấy g = 10 m/s².

a) Tính gia tốc trượt của vật.

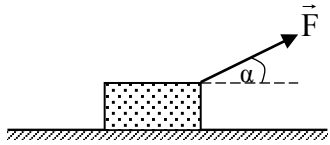


b) Tính thời gian trượt từ đỉnh của mặt phẳng nghiêng đến chân mặt phẳng. Tính vận tốc ở chân mặt phẳng nghiêng.

c) Hỏi ở vị trí nào thì vận tốc bằng $\frac{1}{2}$ vận tốc ở chân mặt phẳng nghiêng.

d) Hỏi góc nghiêng bằng bao nhiêu thì khi cấp cho vật một vận tốc v_0 theo phương mặt phẳng nghiêng, vật chuyển động trượt thẳng đều xuống chân mặt phẳng nghiêng.

Bài 8: *Một khúc gỗ khối lượng m = 1 kg đặt trên sàn nhà. Người ta kéo khúc gỗ một lực F hướng chếch lên và hợp với phương nằm ngang một góc α thay đổi. Khúc gỗ chuyển động đều trên sàn. Biết hệ số ma sát trượt giữa gỗ và sàn là $\mu = 0,2$. Lấy $g = 10\left(m/s^2\right)$.



a) Kéo với góc $\alpha = 30^o$. Tính độ lớn của lực F khi đó.

b) Kéo với góc α bằng bao nhiêu thì lực kéo có độ lớn cực tiểu. Tính lực cực tiểu khi đó.

Bài 9: Một sợi dây thép có thể giữ yên được một vật có khối lượng lớn nhất là M = 450 kg. Dùng dây để kéo một vật khác có khối lương m = 400 kg lên cao. Hỏi gia tốc lớn nhất mà vật có thể có để dây không bị đứt. Lấy g = 10 m/s^2.

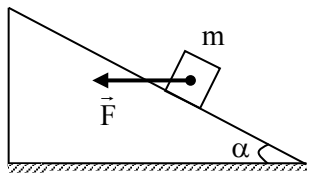
Bài 10: Một vật bắt đầu trượt không vận tốc đầu từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng cao 5m, dài 10m. Dưới mặt phẳng nghiêng nối liền là mặt phẳng nằm ngang. Biết hệ số ma sát giữa vật với mặt phẳng nghiêng và với mặt phẳng ngang là μ = 0,2. Lấy g = 10m/s^2.

a) Tính thời gian vật trượt trên mặt phẳng nghiêng, vận tốc tại chân mặt phẳng nghiêng.

b) Quãng đường vật đi được trên mặt phẳng nằm ngang.

Bài 11: *Một vật có khối lượng m trượt không vận tốc đầu từ đỉnh mặt phẳng nghiêng có độ cao h = 1,25 m và góc nghiêng $\alpha = 38^o$. Xác định thời gian để vật trượt hết mặt phẳng nghiêng. Biết rằng khi góc nghiêng bằng $\beta = 20^o$ thì vật chuyển động thẳng đều. Lấy g = 10 m/s^2.

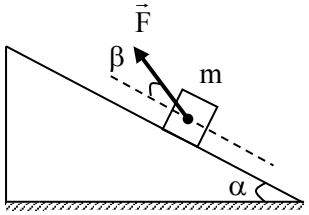
Bài 12: *Một vật có khối lượng m = 1 kg có thể trượt trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 45^o$ so với mặt ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là μ = 0,2. Lực $\vec{F}$ tác dụng vào vật có phương nằm ngang (hình vẽ). Lấy g = 10



m/s^2. Xác định độ lớn của F để vật chuyển động thẳng đều trong các trường hợp sau:

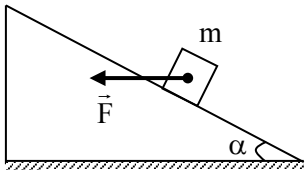
a) Vật đi lên.
b) Vật đi xuống.

Bài 13: *Một vật có khối lượng 1 kg được đặt trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^o$. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,2$. Tác dụng vào vật một lực F hợp với phương mặt phẳng nghiêng một góc β như hình vẽ để cho vật chuyển động đều đi lên trên mặt phẳng nghiêng. Lấy g = 10 m/s^2.



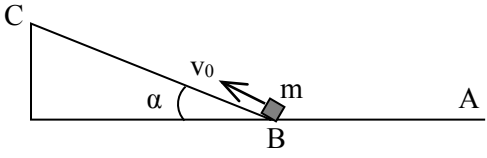
a) Với $\beta = 15^o$, tính độ lớn của lực F.
b) Thay đổi β để thích hợp để lực kéo F nhỏ nhất. Tính giá trị lực bé nhất ấy.
Chú thích: f(x) = cosx + asinx lớn nhất khi tanx = a

Bài 14: Một vật có trọng lượng P = 100N được giữ đứng yên trên mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt phẳng ngang bằng một lực $\vec{F}$ có phương ngang. Biết $\tan\alpha = 0,5$; hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,2$. Xác định điều kiện về F để:



a) Vật có xu hướng đi lên.
b) Vật có xu hướng đi xuống.

Bài 15: Một vật nhỏ có khối lượng m = 1kg nằm ở B (chân mặt phẳng nghiêng BC). Ta truyền cho vật vận tốc v_0 = 16 m/s, hướng theo mặt phẳng nghiêng đi lên. Lấy g = 10 m/s^2, hệ số ma sát trượt trong quá trình chuyển động không đổi $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$, góc tạo bởi mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang $\alpha = 30^o$.



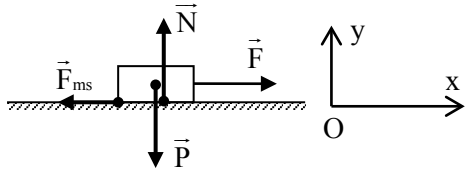
a) Tìm độ cao cực đại vật đạt được so với mặt phẳng ngang trong quá trình chuyển động.
b) Tính tổng quãng đường vật đi được từ lúc truyền vận tốc đến khi dừng lại.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

a) Gia tốc của ôtô: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2.s}{t^2} = \frac{2.160}{20^2} = 0,8\left(m/s^2\right)$

+ Các lực tác dụng lên xe ô tô gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực kéo động cơ $\vec{F}$ được biểu diễn như hình vẽ.



+ Áp dụng định luật II Niu-tơn ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (*)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên các trục Ox, Oy: $\begin{cases} Ox:\ F - F_{ms} = ma\ (1) \\ Oy: N - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_{ms} + ma \\ N = P \end{cases}$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu P = \mu mg$

$$\Rightarrow F = \mu mg + ma = m\left(\mu g + a\right) = 10^3.\left(0,25.10 + 0,8\right) = 3300N$$

b) Khi xe tắt máy F = 0, từ (1) $\Rightarrow -F_{ms} = ma'$

$$\Rightarrow a' = \frac{-F_{ms}}{m} = -\mu g = -0,25.10 = -2,5\left(m/s^2\right)$$

+ Quãng đường xe còn đi thêm được đến khi dừng lại $v' = 0$: $s' = \frac{\left(v'\right)^2 - v_{02}^2}{2a'}$ (3)

+ Với $v_{02} = 54km/h = 15m/s$ thay vào (3) ta có: $s' = \frac{0^2 - 15^2}{2\left(-2,5\right)} = 45\left(m\right)$

c) Xe chuyển động thẳng đều $\Rightarrow a = 0$. Từ (1) $\Rightarrow F' - F_{ms} = 0$

$$\Rightarrow F' = F_{ms} = \mu mg = 0,25.10^3.10 = 2500\left(N\right)$$

Bài 2:

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

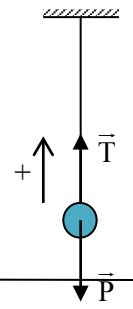
- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \quad (*)$$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động như hình

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $T - P = ma \Rightarrow T = m\left(g + a\right)$



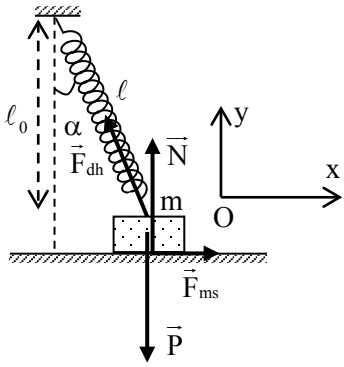
+ Để dây không bị đứt thì: $T \le T_{max} \Leftrightarrow m(g+a) \le T_{max}$

$$\Rightarrow a \le \frac{T_{max}}{m} - g = \frac{52}{5} - 10 = 0,4\left(m/s^2\right) \Rightarrow a_{max} = 0,4\ m/s^2$$

$\Rightarrow$ Học sinh A nói đúng

Bài 3:

+ Khi vật m ở vị trí mà lò xo lệch so với phương thẳng đứng góc α, vật m chịu tác dụng của các lực gồm:



- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực đàn hồi $\vec{F}_{đh}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa vật và mặt bàn

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{đh} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (*)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên các trục Ox, Oy ta có:

Trên Ox: $F_{ms} - F_{đh}\sin\alpha = ma = 0$ (1) (vì chuyển đồng đều a = 0)

Trên Oy: $N + F_{đh}\cos\alpha - P = 0 \Rightarrow N = P - F_{đh}\cos\alpha$ (2)

+ Lực đàn hồi: $F_{đh} = k\left(\ell - \ell_0\right) = k\left(\frac{\ell_0}{\cos\alpha} - \ell_0\right) = k\ell_0\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)$ (3)

+ Thay (3) vào (2) ta có: $N = P - k\ell_0\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\cos\alpha = P - k\ell_0\left(1 - \cos\alpha\right)$

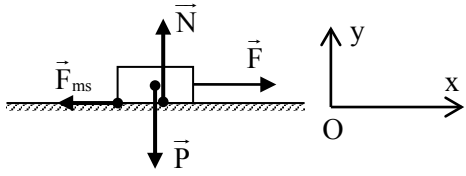
+ Do đó lực ma sát là: $F_{ms} = \mu N = \mu\left[P - k\ell_0\left(1 - \cos\alpha\right)\right]$ (4)

+ Thay (3) và (4) vào (1) ta có: $\mu\left[P - k\ell_0\left(1 - \cos\alpha\right)\right] = k\ell_0\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\sin\alpha$

$$\Rightarrow \mu = \frac{k\ell_0\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\sin\alpha}{P - k\ell_0\left(1 - \cos\alpha\right)} = \frac{100.0,2.\left(\frac{1}{\cos 30^o} - 1\right)\sin 30^o}{1.10 - 100.0,2.\left(1 - \cos 30^o\right)} \approx 0,21$$

Bài 4:

a) Các lực tác dụng lên vật gồm:



- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực kéo $\vec{F}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Áp dụng định luật II Niu-tơn ta có:

$$\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}+\vec{F}_{ms}=m\vec{a} \quad (*)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

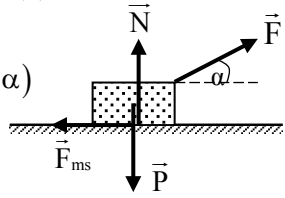
+ Chiếu (*) lên các trục Ox, Oy: $\begin{cases} Ox: F-F_{ms}=ma \\ Oy: N-P=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{F-F_{ms}}{m} \\ N=P \end{cases}$

+ Ta có: $F_{ms}=\mu N=\mu P=\mu mg \Rightarrow a=\dfrac{F-\mu mg}{m}=\dfrac{12-0,4.2.10}{2}=2\left(m/s^2\right)$

b) Khi lực kéo hướng lên và hợp với phương ngang một góc $\alpha = 30^o$

+ Chiếu lên (*) lên Ox ta có: $-F_{ms}+F\cos\alpha=ma \quad (1)$

+ Chiếu lên (*) lên Oy ta có: $N-P+F\sin\alpha=0 \quad (2)$



+ Từ (2) ta có: $N=P-F\sin\alpha \Rightarrow F_{ms}=\mu N=\mu\left(P-F\sin\alpha\right)$

+ Thế vào (1) có: $-\mu\left(P-F\sin\alpha\right)+F\cos\alpha=ma$

$$\Rightarrow a=\frac{F\left(\cos\alpha+\mu\sin\alpha\right)-\mu mg}{m}\approx 2,4\left(m/s^2\right)$$

c) Theo câu b ta có: $a=\dfrac{F\left(\cos\alpha+\mu\sin\alpha\right)-\mu mg}{m}$

+ Theo Bất đẳng thức Bunhia ta có: $\left(a.c+bd\right)\le\left(a^2+c^2\right)\left(b^2+d^2\right)$

$$\Leftrightarrow\left(1.\cos\alpha+\mu\sin\alpha\right)^2\le\left(1^2+\mu^2\right)\left(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\right)=1^2+\mu^2$$

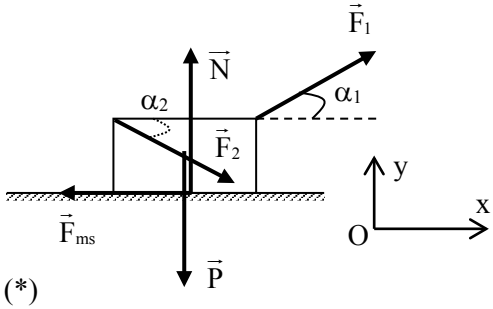
$$\Rightarrow\left(1.\cos\alpha+\mu\sin\alpha\right)_{max}=\sqrt{1^2+\mu^2}$$

$$\Rightarrow a_{max}=\frac{F\sqrt{1^2+\mu^2}-\mu mg}{m}\approx 2,46\left(m/s^2\right)$$

+ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\cos\alpha}=\dfrac{\mu}{\sin\alpha}\Rightarrow\tan\alpha=\mu\Rightarrow\alpha\approx 21,8^o$

Bài 5:

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:
  - Trọng lực $\vec{P}$
  - Phản lực $\vec{N}$
  - Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$
  - Lực kéo $\vec{F}_1$ và lực đẩy $\vec{F}_2$.



+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ

+ Áp dụng định luật II Niu-tơn ta có:

$$\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_{ms}=m\vec{a} \quad (*)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên Ox, Oy ta có: $\begin{cases} Ox: F_1\cos 30^o + F_2\cos 45^o - F_{ms} = ma & (1) \\ Oy: -P + N + F_1\sin 30^o - F_2\sin 45^o = 0 & (2) \end{cases}$

+ Từ (2) ta có: $N = P + F_2\sin 45^o - F_1\sin 30^o$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu P + \mu F_2\sin 45^o - \mu F_1\sin 30^o$ (3)

+ Thay (3) vào (1) ta có:

$$F_1\cos 30^o + F_2\cos 45^o - \left(\mu P + \mu F_2\sin 45^o - \mu F_1\sin 30^o\right) = ma$$

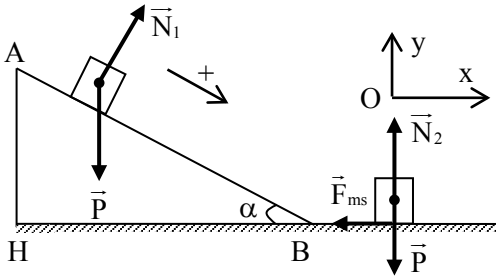
$$\Rightarrow a = \frac{F_1\cos 30^o + F_2\cos 45^o + \mu F_1\sin 30^o - \mu mg - \mu F_2\sin 45^o}{m}$$

+ Thay số ta có: $a \approx 4,2\left(m/s^2\right)$

+ Vậy gia tốc của vật là $a \approx 4,2\left(m/s^2\right)$

Bài 6:

* Khi vật trượt trên mặt phẳng nghiêng các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{N_1}$.



+ Định luật II Niutơn cho quá trình chuyển động trên mặt nghiêng: $\vec{P} + \vec{N_1} = m\vec{a_1}$ (1)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động

+ Chiếu phương trình (1) lên chiều dương ta có:

$$P\sin 30^0 = ma_1 \Rightarrow a_1 = g\sin 30^0 = 5m/s^2$$

+ Gọi v là vận tốc của vật khi đến chân mặt phẳng nghiêng, ta có:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1s_1 \Rightarrow v = \sqrt{2a_1s_1} = \sqrt{2.5.2,5} = 5(m/s)$$

* Khi vật vừa đến mặt ngang thì vật có vận tốc đầu là $v_0 = 5(m/s)$. Quá trình trượt trên mặt ngang thì vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N_2}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.

+ Phương trình định luật II Niu-tơn cho quá trình chuyển động trên mặt ngang:

$$\vec{P} + \vec{N_2} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a_2} \quad (2)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu phương trình (2) lên Ox và Oy ta có: $\begin{cases} Ox: -F_{ms} = ma_2 \\ Oy: N_2 = P \end{cases}$

$$\Rightarrow -\mu N_2 = ma_2 \Leftrightarrow -\mu P = ma_2 \Rightarrow a_2 = -\mu g = -2m/s^2$$

+ Ta có: $v = v_0 + at = 5 - 2t$

+ Khi vật dừng lại thì: $v = 0 = 5 - 2t \Rightarrow t = 2,5s$

+ Vậy thời gian chuyển động trên mặt ngang là $t = 2,5(s)$

Bài 7:

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động

+ Áp dụng định luật II Niutơn: $\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có: $P_x - F_{ms} = ma$

$$\Leftrightarrow P\sin\alpha - F_{ms} = ma \quad (1)$$

+ Chiếu lên Oy ta có: $N - P_y = 0$

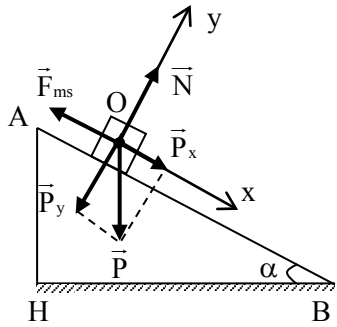
$$\Leftrightarrow N = P_y = P\cos\alpha \quad (2)$$

+ Lực ma sát trượt: $F_{ms} = \mu N \quad (3)$

+ Thay (2) vào (3) ta có: $F_{ms} = \mu P\cos\alpha \quad (4)$

+ Thay (4) vào (1) ta có: $P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = ma$

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \quad (5)$$



a) Gia tốc của vật là: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 4\sqrt{2}\,m/s^2$

b) Quãng đường vật trượt được trong thời gian t: $s = \frac{1}{2}at^2$

+ Khi vật trượt hết mặt phẳng nghiêng thì: $4\sqrt{2} = \frac{1}{2}.4\sqrt{2}.t^2 \Rightarrow t = \sqrt{2}\,(s)$

+ Vận tốc của vật tại chân mặt phẳng nghiêng: $v_B = at = 4\sqrt{2}.\sqrt{2} = 8m/s$

c) Ta có: $v_C = \frac{v_B}{2} = 4m/s \Rightarrow s' = \frac{v_B^2}{2a} = \sqrt{2} \Rightarrow \Delta x = s - s' = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}m$

+ Vậy tại vị trí vật cách chân mặt phẳng nghiêng đoạn $\Delta x = 3\sqrt{2}m$

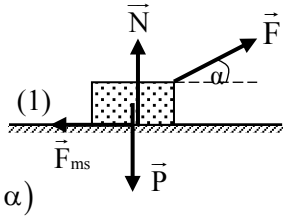
d) Để vật trượt thẳng đều thì $a = 0 \Rightarrow g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 0$

$$\Leftrightarrow \sin\alpha - \mu\cos\alpha = 0 \Rightarrow \tan\alpha = \mu \Rightarrow \alpha = \arctan 0,2 = 11,31^0$$

Bài 8:

+ Chọn trục Oxy có Ox có phương chuyển động, chiều là chiều chuyển động, trục Oy vuông góc với Ox.

+ Các lực tác dụng lên vật gồm trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực kéo $\vec{F}$, được biểu diễn như hình vẽ.



+ Định luật II Niutơn: $\vec{F}_{ms}+\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}=m\vec{a}$ (*)

+ Chiếu lên (*) lên Ox ta có: $-F_{ms}+F\cos\alpha=ma$

+ Chiếu lên (*) lên Oy ta có: $N-P+F\sin\alpha=0$ (2)

+ Từ (2) ta có: $N=P-F\sin\alpha\Rightarrow F_{ms}=\mu N=\mu\left(P-F\sin\alpha\right)$

+ Thế vào (1) có: $-\mu\left(P-F\sin\alpha\right)+F\cos\alpha=ma\Leftrightarrow\mu\left(P-F\sin\alpha\right)+ma=F\cos\alpha$

$$\Leftrightarrow F\cos\alpha+\mu F\sin\alpha=\mu P+ma\Rightarrow F=\frac{\mu P+ma}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$$

+ Khi vật chuyển động thẳng đều thì a = 0 nên: $F=\frac{\mu P}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}=2,07N$

b) Ta có: $F=\frac{\mu P}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$

+ Theo Bất đẳng thức Bunhia ta có: $\left(a.c+bd\right)\le\left(a^2+c^2\right)\left(b^2+d^2\right)$

$$\Leftrightarrow\left(1.\cos\alpha+\mu\sin\alpha\right)^2\le\left(1^2+\mu^2\right)\left(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\right)=1^2+\mu^2$$

$$\Rightarrow F_{min}=\frac{\mu P}{\sqrt{1^2+\mu^2}}\approx1,96\left(N\right)$$

+ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\Leftrightarrow\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{\mu}{\sin\alpha}\Rightarrow\tan\alpha=\mu\Rightarrow\alpha\approx11,31^o$

Bài 9:

+ Vật m chịu tác dụng của các lực: trọng lực $\vec{P}$ và lực căng dây $\vec{T}$

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho vật m: $\vec{T}+\vec{P}=m\vec{a}$ (*)

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của m (chiều hướng lên)

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $T-mg=ma\Rightarrow T=mg+ma$

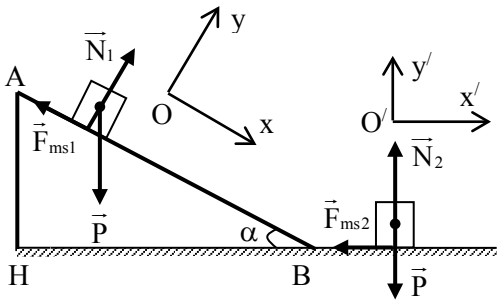
+ Theo đề ta có: $T_{max}=Mg$.

+ Để dây không đứt thì: $T\le T_{max}\Leftrightarrow mg+ma\le Mg$

$$\Rightarrow a\le\left(\frac{M-m}{m}\right)g=1,25m/s^2\Rightarrow a_{max}=1,25m/s^2$$

Bài 10:

+ Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}_1$ của mặt phẳng nghiêng, phản lực $\vec{N}_2$ của mặt phẳng ngang và lực ma sát $\vec{F}_{ms1}, \vec{F}_{ms2}$ trên mỗi mặt chuyển động.



+ Chọn các hệ trục tọa độ trên mỗi mặt chuyển động như hình vẽ.

a) Khi vật chuyển động trên mặt phẳng nghiêng:

+ Biểu thức định luật 2 Niu-tơn: $\vec{P}+\vec{N}_1+\vec{F}_{ms1}=m\vec{a}_1$

+ Chiếu lên các trục Ox và Oy ta có: $\begin{cases} Ox: P\sin\alpha - F_{ms1} = ma_1 & (1) \\ Oy: N_1 - P\cos\alpha = 0 & (2) \end{cases}$

+ Từ (2) ta có: $N_1 = P\cos\alpha \Rightarrow F_{ms1} = \mu N_1 = \mu_1\left(P\cos\alpha\right) = \mu mg\cos\alpha$

+ Từ (1) ta có: $P\sin\alpha - F_{ms1} = ma_1$

$$\Leftrightarrow mg\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) = ma_1 \Rightarrow a_1 = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)$$

+ Lại có: $\sin\alpha = \frac{AH}{AB} = 0,5 \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

+ Vậy: $a_1 = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) = 3,268 m/s^2$

+ Thời gian trượt trên mặt phẳng nghiêng: $s = \frac{1}{2}a_1t^2 \Rightarrow t = 2,474s$

+ Vận tốc tại chân mặt phẳng nghiêng: $v = a_1t = 8,085 m/s$

b) Khi vật chuyển động trên mặt phẳng ngang: $\vec{P}+\vec{N}_2+\vec{F}_{ms2}=m\vec{a}_2$

+ Chiếu (**) lên các trục Oxy ứng với mặt ngang ta có: $\begin{cases} Ox: -F_{ms} = ma_2 & (3) \\ Oy: N_2 - P = 0 & (4) \end{cases}$

+ Từ (4) ta có: $N_2 = P \Rightarrow F_{ms2} = \mu P = \mu mg$

+ Từ (3) ta có: $-F_{ms} = ma_2 \Leftrightarrow -\mu mg = ma \Rightarrow a_2 = -\mu g = -2 m/s^2$

+ Vận tốc tại chân mặt phẳng nghiêng là vận tốc ban đầu v_0 trên mặt nằm ngang nên ta có $v_0 = v = 8,085 m/s$. Khi vật dừng lại trên mặt ngang thì v = 0.

+ Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow 0^2 - v_0^2 = 2a_2s_2 \Rightarrow s = 16,34m$

Bài 11:

+ Với góc nghiêng bằng β thì vật chuyển động thẳng đều ⇒ giữa vật và mặt phẳng nghiêng có ma sát. Gọi μ là hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

* Xét trường hợp vật chuyển động trên mặt phẳng nghiêng với góc α

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

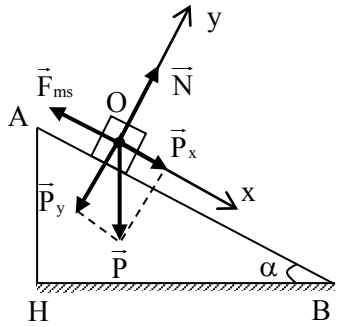
- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động

+ Áp dụng định luật II Niutơn: $\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có: $P_x - F_{ms} = ma$

$$\Leftrightarrow P\sin\alpha - F_{ms} = ma \qquad (1)$$



+ Chiếu lên Oy ta có: $N - P_y = 0$

$$\Leftrightarrow N = P_y = P\cos\alpha \qquad (2)$$

+ Lực ma sát trượt: $F_{ms} = \mu N \qquad (3)$

+ Thay (2) vào (3) ta có: $F_{ms} = \mu P\cos\alpha \qquad (4)$

+ Thay (4) vào (1) ta có: $P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = ma$

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (5)$$

+ Vậy khi trượt trên mặt phẳng nghiêng góc α có ma sát thì gia tốc của vật là:

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (6)$$

+ Vì vật trượt không vật tốc đầu nên: $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

+ Gọi ℓ là chiều dài mặt phẳng nghiêng, ta có: $\sin\alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{h}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{h}{\sin\alpha}$

+ Khi vật đi hết mặt phẳng nghiêng thì $s = \ell \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{a.\sin\alpha}} \qquad (7)$

+ Theo hệ thức (5) ta có gia tốc của vật khi trượt trên mặt nghiêng góc β là:

$$a_0 = g(\sin\beta - \mu\cos\beta)$$

+ Khi góc nghiêng β thì vật trượt đều nên $a_0 = 0$

$$\Leftrightarrow g(\sin\beta - \mu\cos\beta) = 0 \Rightarrow \sin\beta = \mu\cos\beta \Rightarrow \mu = \tan\beta \qquad (8)$$

+ Thay (8) vào (5) ta có: $a = g(\sin\alpha - \tan\beta.\cos\alpha) \qquad (9)$

+ Thay (9) vào (7) ta có: $t = \dfrac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\dfrac{2h}{g\left(1-\tan\beta.\cot\alpha\right)}}$

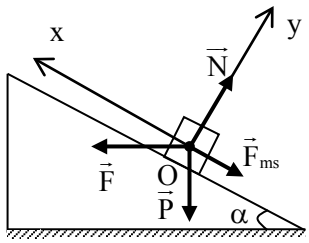
Thay số ta có: $t = \dfrac{1}{\sin 38^o}\sqrt{\dfrac{2.1,25}{10.\left(1-\tan 20^o.\cot 38^o\right)}} \approx 1,11(s)$

Bài 12:

a) Khi vật đi lên

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động
- Lực tác dụng $\vec{F}$ theo phương ngang



+ Biểu thức định luật II Niutơn:

$\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} = 0$

(chuyển động thẳng đều a = 0)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có:

$F\cos\alpha - P\sin\alpha - F_{ms} = 0$ (1)

+ Chiếu lên Oy ta có:

$N - P\cos\alpha - F\sin\alpha = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha + F\sin\alpha$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right)$ (2)

+ Thay (2) vào (1) ta có: $F\cos\alpha - P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right) = 0$

$\Rightarrow F\cos\alpha - \mu F\sin\alpha = P\sin\alpha + \mu P\cos\alpha$

$\Rightarrow F\left(\cos\alpha - \mu\sin\alpha\right) = mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)$

$\Rightarrow F = \dfrac{mg\left(\tan\alpha + \mu\right)}{1-\mu\tan\alpha} = \dfrac{1.10\left(\tan 45^o + 0,2\right)}{1-0,2.\tan 45^o} = 15N$

b) Khi vật đi xuống

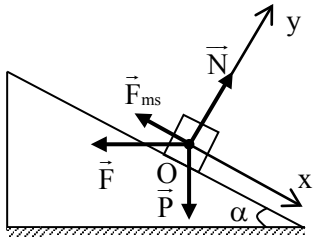
+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động
- Lực tác dụng $\vec{F}$ theo phương ngang

+ Biểu thức định luật II Niutơn:

$\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} = 0$

(chuyển động thẳng đều a = 0)



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có:

$$P\sin\alpha - F\cos\alpha - F_{ms} = 0 \quad (3)$$

+ Chiếu lên Oy ta có:

$$N - P\cos\alpha - F\sin\alpha = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha + F\sin\alpha$$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right)$ (4)

+ Thay (4) vào (3) ta có:

$$\Rightarrow P\sin\alpha - F\cos\alpha - \mu\left(P\cos\alpha + F\sin\alpha\right) = 0$$

$$\Rightarrow P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg\left(\tan\alpha - \mu\right)}{1 + \mu\tan\alpha} = \frac{1.10.\left(\tan 45^o - 0,2\right)}{1 + 0,2.\tan 45^o} = \frac{20}{3}N$$

Bài 13:

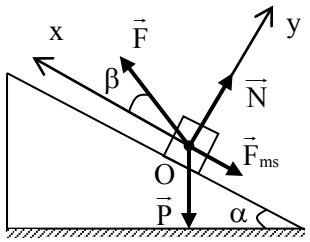
+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}$ vuông góc với mặt tiếp xúc, chiều hướng chếch lên.
- Lực ma sát trượt $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều chuyển động
- Lực tác dụng $\vec{F}$

+ Biểu thức định luật II Niutơn:

$\vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} = 0$

(vì chuyển động đều a = 0)



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu lên Ox ta có:

$$F\cos\beta - P\sin\alpha - F_{ms} = 0 \quad (1)$$

+ Chiếu lên Oy ta có:

$$N - P\cos\alpha + F\sin\beta = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha - F\sin\beta$$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha - F\sin\beta\right)$ (2)

+ Thay (2) vào (1) ta có: $F\cos\beta - P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha - F\sin\beta\right) = 0$

$$\Rightarrow F\left(\cos\beta + \mu\sin\beta\right) = P\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) \Rightarrow F = mg\frac{\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}{\cos\beta + \mu\sin\beta}$$

a) Với $\beta = 15^o \Rightarrow F = 1.10.\dfrac{\sin 30^o + 0,2.\cos 30^o}{\cos 15^o + 0,2\sin 15^o} = 6,615N$

b) Ta có: $F = mg\dfrac{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\beta + \mu\sin\beta}$

+ Vì m, g và α không đổi nên F = min khi và chỉ khi $f(\beta) = \cos\beta + \mu\sin\beta = max$

+ Theo chú thích ta có: $f(\beta) = \cos\beta + \mu\sin\beta = max \Rightarrow \tan\beta = \mu \Rightarrow \beta = 11,3^o$

+ Ta có: $\cos\beta + \mu\sin\beta = \cos\beta(1 + \mu\tan\beta) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2\beta}}(1 + \mu\tan\beta)$

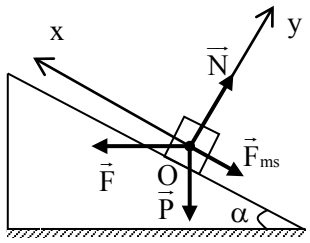
$$\Rightarrow (\cos\beta + \mu\sin\beta)_{max} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}(1+\mu^2) = \sqrt{1+\mu^2}$$

+ Vậy $F_{min} = mg\dfrac{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\sqrt{1+\mu^2}} = 1.10\dfrac{(\sin 30^o + 0,2.\cos 30)}{\sqrt{1+0,2^2}} \approx 6,601N$

Bài 14:

a) Vật có xu hướng đi lên:

+ Các lực tác dụng vào vật: $\vec{N}, \vec{F}, \vec{F}_{ms}, \vec{P}$



+ Để vật nằm yên và có xu hướng đi lên thì:

$$P\sin\alpha < F\cos\alpha \le P\sin\alpha + F_{ms}$$

+ Ta có: $F_{ms} = \mu N = \mu(F.\sin\alpha + P\cos\alpha)$

$$\Rightarrow P\tan\alpha < F \le \frac{P(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \frac{P(\tan\alpha + \mu)}{1 - \mu\tan\alpha}$$

Thay số ta được: $100.0,5 < F \le \dfrac{100(0,5+0,2)}{1-0,2.0,5} \Leftrightarrow 50N < F \le \dfrac{700}{9}N$

b) Vật có xu hướng đi xuống: khi đó lực ma sát đổi chiều so với hình vẽ ở câu a

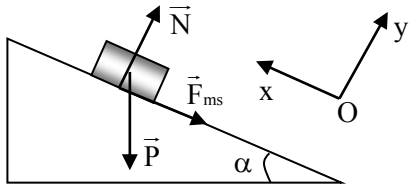
+ Để vật nằm yên và có xu hướng đi xuống thì: $P\sin\alpha - F_{ms} \le F\cos\alpha \le P\sin\alpha$ với

$$F_{ms} = \mu N = \mu(F.\sin\alpha + P\cos\alpha) \Rightarrow \frac{P(\tan\alpha - \mu)}{1 + \mu\tan\alpha} \le F \le P\tan\alpha$$

+ Thay số ta được: $\dfrac{100(0,5-0,2)}{1+0,2.0,5} \le F \le 50 \Leftrightarrow \dfrac{300}{11}(N) \le F \le 50(N)$

Bài 15:

a) Chọn chiều dương theo chiều chuyển động.



+ Khi vật đi lên các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ được biểu diễn như hình vẽ.

Áp dụng định luật II Niutơn ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}_1 \qquad (*)$$

Chiếu phương trình (*) lên các trục tọa độ Ox và Oy ta có:

$$\begin{cases} Ox: -P\sin\alpha - F_{ms} = ma_1 \\ Oy: N - P\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -P\sin\alpha - F_{ms} = ma_1 \\ N = P\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow -P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = -g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) = -8\left(m/s^2\right)$$

+ Quãng đường vật đi lên: $s_1 = -\dfrac{v_0^2}{2a_1} = 16(m)$.

+ Vật dừng lại tại D rồi chuyển động đi xuống $\Rightarrow h_{max} = BD.\sin\alpha = 16.0,5 = 8m$.

b) Gọi a_2 là gia tốc lúc vật đi xuống trên mặt nghiêng.

+ Ta có: $a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 2\ m/s^2$.

+ Khi vật đi xuống thì quãng đường đi trên mặt nghiêng là: $s_2 = s_1 = 16$ (m)

+ Vận tốc tại B khi đi xuống: $v_B = \sqrt{2a_2s_2} = 8\left(m/s\right)$

+ Gia tốc vật trên mặt phẳng ngang: $a_3 = -\mu g = -\dfrac{\sqrt{3}}{5}.10 = -2\sqrt{3}\left(m/s^2\right)$

+ Quãng đường vật đi được đến khi dừng trên mặt ngang là:

$$s_3 = \frac{0^2 - v_B^2}{2a_3} = \frac{-8^2}{2.\left(-2\sqrt{3}\right)} \approx 9,24(m)$$

$$\Rightarrow s = s_1 + s_2 + s_3 = 16 + 16 + 9,24 = 41,24\ (m)$$

Dạng 5. BÀI TOÁN VỀ CHUYỂN ĐỘNG NÉM NGANG, NÉM XIÊN

Nhận xét: *Khi vật bị ném đi, nếu bỏ qua lực cản của không khí thì nó chỉ chịu tác dụng của trọng lực* $\vec{P}$ *có phương thẳng đứng chiều từ trên xuống. Do đó khi một vật bị ném (bỏ qua sức cản), theo phương thẳng đứng vật chuyển động với gia tốc* $\vec{a} = \vec{g}$*, theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều (vì không có lực tác dụng theo phương này nên theo định luật II Niutơn:* $0 = ma \Rightarrow a = 0$*).*

Phương pháp giải chung:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy thích hợp (Ox nằm ngang và Oy thẳng đứng, chiều của các trục hướng theo chiều chuyển động trên các phương)
+ Phân tích chuyển động bị ném của vật theo hai phương thẳng đứng và phương ngang.
+ Vận dụng các công thức về chuyển động thẳng đều và chuyển động thẳng biến đổi đều để viết các phương trình vận tốc và phương trình chuyển động (tọa độ).
    - Chuyển động thẳng đều: $\begin{cases} v = v_0 = \text{ const} \\ x = x_0 + vt \end{cases}$
    - Chuyển động thẳng biến đổi đều: $\begin{cases} v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 \end{cases}$

Loại 1. Chuyển động của vật lúc đầu bị ném ngang từ độ cao h

+ Xét chuyển động của vật được ném từ độ cao h với vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ theo phương nằm ngang.
+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: Gốc O là vị trí ném vật, trục Ox theo hướng vận tốc đầu $\vec{v}_0$, trục Oy thẳng đứng hướng xuống.
+ Phân tích chuyển động của vật theo hai phương Ox và Oy.
    - ✓ Theo phương Ox vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc ban đầu $v_{0x} = v_0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_x = v_0 \\ x = v_0 t \end{cases}$
    - ✓ Theo phương Oy vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc $a_y = g$ và vận tốc ban đầu $v_{0y} = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_y = gt \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

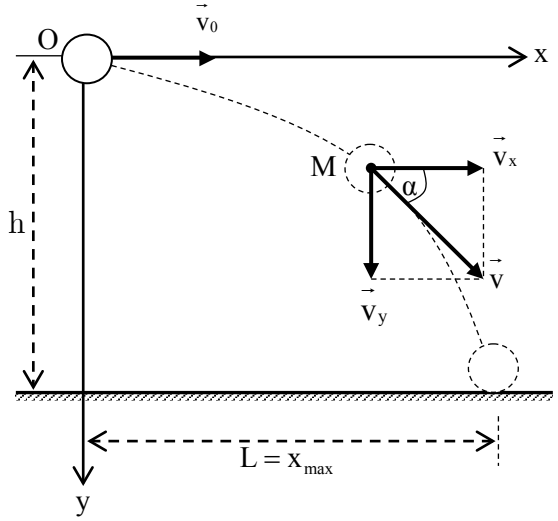
+ Phương trình quỹ đạo của vật là phương trình mô tả mối quan hệ giữa x và y (không chứa thời gian t).

  ✓ Rút t trong x thế vào y ta có : $y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = \frac{g}{2v_0^2}x^2$

  ✓ Vậy quỹ đạo là một nhánh parabol

+ Vận tốc của vật (vận tốc toàn phần) tại một vị trí bất kì: $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$

  Vì $\vec{v}_x \perp \vec{v}_y \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$



Chú ý:

✓ Tọa độ x mô tả tầm xa, tọa độ y mô tả độ cao h ở thời điểm t.

✓ Khi vật chạm đất thì $y = h$ (*)

- Giải phương trình (*) tính được thời gian t – thời gian chạm đất
- Thay thời gian t vào các phương trình x, phương trình v ta sẽ tìm được tọa độ (tầm xa L) và vận tốc v khi chạm đất.

Ví dụ 1: Một vật ném ngang với vận tốc đầu $v_0 = 30$ m/s, ở độ cao h = 80 m.

a) Lập phương trình quỹ đạo. Vẽ quỹ đạo chuyển động.

b) Xác định tầm bay xa của vật.

c) Xác định vận tốc của vật lúc chạm đất.

Hướng dẫn

+ Chọn hệ trục Oxy có gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng xuống.

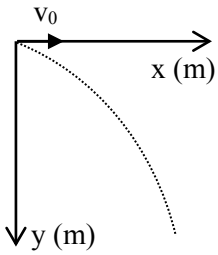
- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 = 30(m/s) \\ x = v_0 t = 30t \end{cases}$
- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

a) Phương trình quỹ đạo

+ Ta có: $x = 30t \Rightarrow t = \frac{x}{30}$ (1)

+ Lại có: $y = 5t^2$ (2)

+ Thay (1) vào (2) ta có: $y = 5\left(\frac{x}{30}\right)^2 = \frac{x^2}{180}(m)$



+ Vậy phương trình quỹ đạo của vật là: $y = \frac{x^2}{180}(m)$

+ Quỹ đạo chuyển động là một nhánh parabol như hình vẽ

b) Tầm xa

+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 80 \Rightarrow t = 4(s)$

+ Tầm xa: $L = x = 30t = 120(m)$

c) Vận tốc theo phương Oy khi vật chạm đất: $v_y = 10t = 40(m/s)$

+ Vận tốc của vật (vận tốc toàn phần) khi chạm đất:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 m/s$$

Ví dụ 2: Một hòn bi được ném theo phương ngang với vận tốc ban đầu là v_0 từ độ cao 5 m so với mặt đất. Sau thời gian t nó rơi xuống mặt đất tại điểm cách vị trí ném đoạn 3 m theo phương ngang. Lấy g = 10 m/s^2. Tính thời gian rơi t, tốc độ ban đầu v_0 và vận tốc khi vừa chạm vào mặt đất của viên bi.

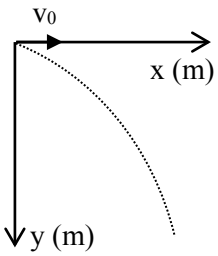
Hướng dẫn

+ Bài toàn coi như bài toán vật ném ngang với vận tốc đầu v_0 từ độ cao h = 5 m.

+ Chọn hệ trục Oxy có gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng xuống.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 \\ x = v_0 t \end{cases}$



- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 5 \Rightarrow t = 1s$

+ Tầm xa của vật khi chạm đất: $L = x \Leftrightarrow 3 = v_0.1 \Rightarrow v_0 = 3m/s$

+ Vận tốc khi vừa chạm đất: $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{3^2 + (10.1)^2} \approx 10,44(m/s)$

✍ **Có thể tính vận tốc chạm đất theo công thức:**

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \approx 10,44(m/s)$$

Ví dụ 3: Một máy bay bay theo phương ngang ở độ cao 980 m với vận tốc 150 m/s. Phải thả một vật cách đích bao xa theo phương ngang để vật rơi trúng đích. Bỏ qua mọi sức cản của không khí và lấy $g = 10 m/s^2$.

Hướng dẫn

+ Bài toán xem như bài toán vật ném ngang với vận tốc đầu $v_0 = 150$ m/s, từ độ cao $h = 6000$ m. Đi tìm tầm xa.

+ Chọn hệ trục Oxy có gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng xuống.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 = 150m/s \\ x = v_0 t = 150t \end{cases}$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 980 \Rightarrow t = 14s$

+ Tầm xa của vật khi chạm đất: $L = x = 150t = 150.14 = 2100(m)$

Ví dụ 4: *Một máy bay đang bay ngang với vận tốc V_1 ở độ cao h so với mặt đất muốn thả bom trúng một đoàn xe tăng đang chuyển động với vận tốc V_2 trong cùng hai mặt phẳng đứng với máy bay. Hỏi còn cách xe tăng bao xa thì thả bom (đó là khoảng cách từ đường thẳng đứng qua máy bay đến xe tăng) trong hai trường hợp:

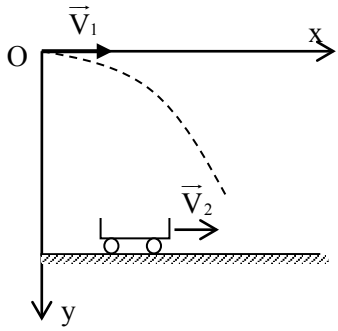
a) Máy bay và xe tăng chuyển động cùng chiều.

b) Máy bay và xe tăng chuyển động ngược chiều

Hướng dẫn

<u>Cách 1:</u> Sử dụng tính chất gặp nhau thì cùng tọa độ

a) Chọn trục tọa độ Oxy như hình vẽ, O là vị trí máy bay thả bom, gốc thời gian $t = 0$ là lúc máy bay thả bom.



+ Phương trình chuyển động của bom theo các trục Ox và Oy: $\begin{cases} x_1 = V_1 t \\ y_1 = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

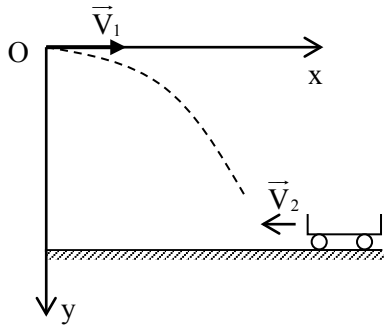
+ Phương trình chuyển động của xe tăng: $\begin{cases} x_2 = L + V_2 t \\ y_2 = h \end{cases}$

+ Khi bom rơi trúng xe tăng thì: $\begin{cases} x_1 = x_2 \Leftrightarrow V_1 t = L + V_2 t \quad (1) \\ y_1 = y_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}gt^2 = h \qquad (2) \end{cases}$

+ Từ (2) ta có: $\frac{1}{2}gt^2 = h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

+ Từ (1) ta có: $V_1 t = L + V_2 t \Rightarrow L = (V_1 - V_2)t = (V_1 - V_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$

b) Chọn trục tọa độ Oxy như hình vẽ, O là vị trí máy bay thả bom, gốc thời gian $t = 0$ là lúc máy bay thả bom.



+ Phương trình chuyển động của bom theo các trục Ox và Oy: $\begin{cases} x_1 = V_1 t \\ y_1 = \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

+ Phương trình chuyển động của xe tăng:

$$\begin{cases} x_2 = L - V_2 t \\ y_2 = h \end{cases}$$

+ Khi bom rơi trúng xe tăng thì: $\begin{cases} x_1 = x_2 \Leftrightarrow V_1 t = L - V_2 t \quad (3) \\ y_1 = y_2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} g t^2 = h \qquad (4) \end{cases}$

+ Từ (4) ta có: $\dfrac{1}{2} g t^2 = h \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

+ Từ (3) ta có: $V_1 t = L - V_2 t \Rightarrow L = (V_1 + V_2) t = (V_1 + V_2) \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

<u>Cách 2:</u> Sử dụng tính tương đối của chuyển động

+ Gọi V_1 là vận tốc máy bay so với đất; V_2 là vận tốc xe tăng so với đất

+ Suy ra V_{12} là vận tốc máy bay so với xe tăng

- Khi máy bay và xe tăng đi cùng chiều thì $V_{12} = V_1 - V_2$
- Khi máy bay và xe tăng đi ngược chiều thì $V_{12} = V_1 + V_2$

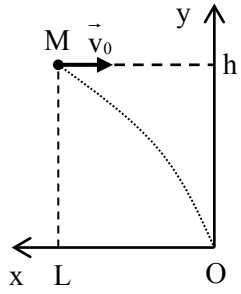
+ Chọn hệ trục tọa độ xOy gắn liền với xe tăng. Như vậy máy bay sẽ bay với vận tốc V_{12} trong hệ quy chiếu này.

+ Do máy bay bay ngang nên khi máy bay thả bom, ta thấy quả BOM rơi giống như vật được ném ngang với vận tốc ban đầu $V_0 = V_{12}$

+ Gọi M (x_0, y_0) là tọa độ ban đầu của máy bay trong hệ xOy. Với $x_0 = L$ và $y_0 = h$.

+ Theo phương Ox, ta có: $x = x_0 - v_0 t = L - V_{12} t$

dấu (-) trước v_0 do v_o chuyển động ngược chiều Ox



+ Theo phương Oy, ta có: $y = y_0 - \dfrac{1}{2} g t^2 = h - \dfrac{1}{2} g t^2$

+ Khi BOM trúng xe tăng thì $x = 0$ và $y = 0$

- Khi $y = 0 \Rightarrow 0 = h - \dfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

- Khi $x = 0 \Rightarrow 0 = L - V_{12}t \Rightarrow L = V_{12}t = V_{12}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

a) Khi máy bay và xe tăng đi cùng chiều thì $V_{12} = V_1 - V_2$

$$\Rightarrow L = (V_1 - V_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

b) Khi máy bay và xe tăng đi ngược chiều thì $V_{12} = V_1 + V_2$

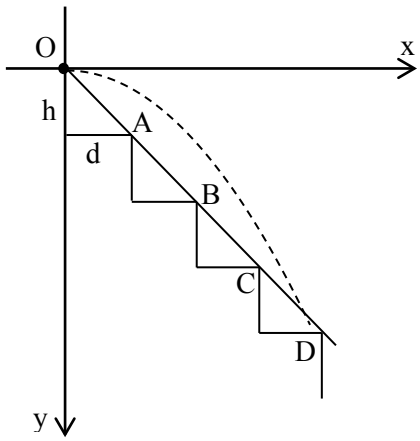
$$\Rightarrow L = (V_1 + V_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ví dụ 5: *Một hòn bi nhỏ lăn ra khỏi cầu thang theo phương ngang với vận tốc v_0 = 4 m/s. Mỗi bậc cầu thang cao h = 20 cm và rộng d = 30 cm. Hỏi bi sẽ rơi xuống bậc cầu thang nào đầu tiên. Coi đầu cầu thang là bậc thứ 0. Lấy g = 10 m/s^2. Bỏ qua lực cản của không khí.

Hướng dẫn

+ Khi viên bi chuyển động, nó chỉ chịu tác dụng của trọng lực nên khi rời khỏi bậc đầu tiên, nó sẽ chuyển động như vật bị ném ngang với vận tốc đầu $v_0 = 4$ m/s.

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy, gốc O trùng với vị trí ném vật. Gốc thời gian là lúc bắt đầu ném vật.



+ Theo phương Ox vật chuyển động thẳng đều với phương trình:

$$x = v_0 t = 4t \qquad (1)$$

+ Theo phương Oy vật chuyển động rơi tự do với phương trình:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \quad (2)$$

+ Rút t ở (1) thay vào (2) ta có phương trình quỹ đạo của hòn bi là: $y = \dfrac{5}{16}x^2$

+ Phương trình của đường thẳng OABCD là: y = ax (4)

Điểm A có hoành độ x = d = 0,3 (m) và tung độ y = h = 0,2 (m)

+ Thay vào (4) ta có: $a = \dfrac{y}{x} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow y = \dfrac{2}{3}x$

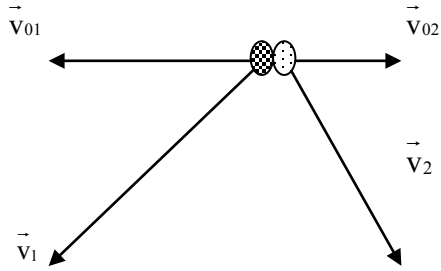
+ Tọa độ các giao điểm của quỹ đạo hòn bi với đường OABCD:

$$\frac{2}{3}x = \frac{5}{16}x^2 \Rightarrow x\left(\frac{5}{16}x - \frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2{,}13(m) \end{cases}$$

+ Số bậc cầu thang mà hòn bi đã nhảy qua là: $n = \frac{x_2}{d} \approx 7{,}11$

+ Vậy hòn bi rơi xuống bậc cầu thang thứ 8 (kể từ bậc đầu tiên)

Ví dụ 6: *Từ cùng một điểm trên cao, hai vật được đồng thời ném ngang với các vận tốc đầu $\vec{v}_{01}$ và $\vec{v}_{02}$ ngược chiều nhau. Gia tốc trọng trường là g. Sau khoảng thời gian bao lâu kể từ lúc ném thì các vectơ vận tốc $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ của hai vật trở sẽ vuông góc với nhau.



Hướng dẫn

Cách 1:

+ Vận tốc của các vật tại thời điểm t: $\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{gt} \\ \vec{v}_2 = \vec{v}_{02} + \vec{gt} \end{cases}$

+ Khi $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ vuông góc với nhau thì: $\vec{v}_1.\vec{v}_2 = 0 \Leftrightarrow \left(\vec{v}_{01} + \vec{gt}\right)\left(\vec{v}_{02} + \vec{gt}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \vec{v}_{01}.\vec{v}_{02} + \vec{v}_{01}.\vec{gt} + \vec{v}_{02}.\vec{gt} + \vec{gt}.\vec{gt} = 0$$

+ Dựa vào công thức tích vô hướng của hai đại lượng vectơ suy ra ta có:

$$v_{01}.v_{02}.\cos 180^0 + v_{01}.gt.\cos 90^o + v_{02}.gt.\cos 90^o + (gt)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -v_{01}.v_{02} + (gt)^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{v_{01}.v_{02}}}{g}$$

+ Vậy sau thời gian $t = \frac{\sqrt{v_{01}.v_{02}}}{g}$ kể từ khi ném thì vectơ vận tốc của hai vật sẽ vuông góc với nhau.

Cách 2:

+ Chọn các hệ trục tọa độ Ox_1y và Ox_2y có gốc O là vị trí ném, trục Oy thẳng đứng hướng xuống, trục Ox_1 và Ox_2 nằm ngang như hình vẽ.

*** Xét với vật 1:**

+ Phương trình vận tốc theo các trục: $\begin{cases} v_{1x} = v_{01} \\ v_{1y} = gt \end{cases}$ (1)

+ Phương trình chuyển động theo các trục: $\begin{cases} x_1 = v_{01}t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$ (2)

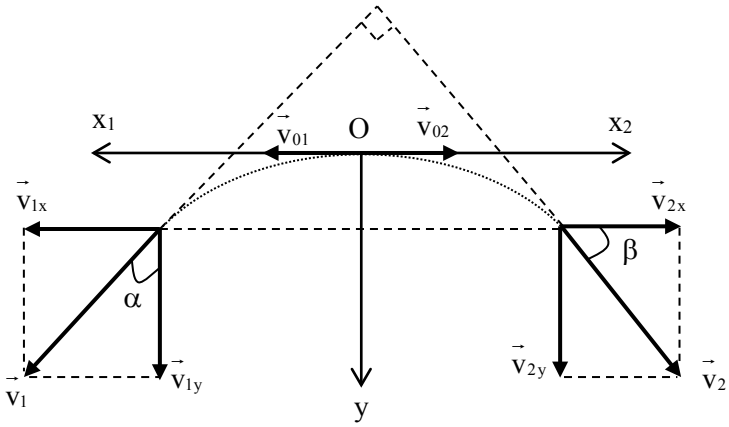
*** Xét với vật 2:**

+ Phương trình vận tốc theo các trục: $\begin{cases} v_{2x} = v_{02} \\ v_{2y} = gt \end{cases}$ (3)

+ Phương trình chuyển động theo các trục: $\begin{cases} x_2 = v_{02}t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$ (4)

+ Vì $y = \frac{1}{2}gt^2$ mà lúc đầu hai vật ở cùng một độ cao $\Rightarrow$ hai vật luôn cùng độ cao.

+ Xét tại thời điểm t, hai vật ở cùng độ cao (cùng mức ngang) như hình vẽ.



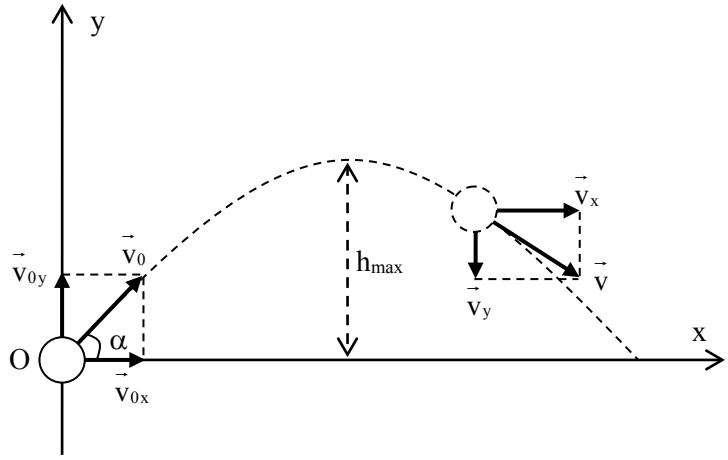
+ Khi $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ vuông góc với nhau thì $\alpha = \beta$ (5)

+ Từ hình ta có: $\begin{cases} \tan\alpha = \frac{v_{1x}}{v_{1y}} \\ \tan\beta = \frac{v_{2y}}{v_{2x}} \end{cases} \xrightarrow{(5)} \frac{v_{1x}}{v_{1y}} = \frac{v_{2y}}{v_{2x}} \Rightarrow \frac{v_{01}}{gt} = \frac{gt}{v_{02}} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{v_{01}.v_{02}}}{g}$

+ Vậy sau thời gian $t = \frac{\sqrt{v_{01}.v_{02}}}{g}$ kể từ khi ném thì vectơ vận tốc của hai vật sẽ vuông góc với nhau.

Loại 2. Chuyển động của vật bị ném nghiêng từ dưới lên

+ Xét chuyển động của vật được ném xiên lên với vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ hợp với phương nằm ngang một góc α.
+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: có gốc O là vị trí ném vật, trục Ox nằm ngang hướng về phía ném, trục Oy thẳng đứng hướng lên.



+ Phân tích chuyển động của vật theo hai phương Ox và Oy.
  - ✓ Theo phương Ox vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc ban đầu $v_{0x} = v_0\cos\alpha$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha = \text{ const} \\ x = v_{0x}t = (v_0\cos\alpha).t \end{cases}$
  - ✓ Theo phương Oy vật chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a_y = -g$ và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = v_0\sin\alpha - gt \\ y = v_{0y}t + \dfrac{1}{2}at^2 = (v_0\sin\alpha)t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$
+ Rút t trong x thay vào y ta có phương trình quỹ đạo của vật là:

$$y = \frac{-g}{2v_0^2\cos\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x \Rightarrow \text{quỹ đạo là một parabol}$$

<u>Chú ý:</u>

✓ Tại độ cao cực đại: $v_y = 0 \Rightarrow t = ? \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H_{max} \end{cases}$

- ✓ Khi chạm đất thì: y = tọa độ tại mặt đất.
  - Nếu vật được ném lên từ mặt đất thì khi chạm đất:

$$y = 0 \Rightarrow t = ? \Rightarrow \begin{cases} L = x = ? \\ v_y = ? \Rightarrow v = ? \end{cases}$$

  - Nếu vật được ném lên từ độ cao h thì khi chạm đất:

$$y = -h \Rightarrow t = ? \Rightarrow \begin{cases} L = x = ? \\ v_y = ? \Rightarrow v = ? \end{cases}$$

(dấu trừ nói lên mặt đất có tọa độ âm)

Ví dụ 7: Một vật được ném lên từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 40$ m/s và với góc ném $\alpha = 60^o$. Lấy $g = 10 m/s^2$. Tính:

a) Độ cao cực đại mà vật đạt được (tầm bay cao của vật)

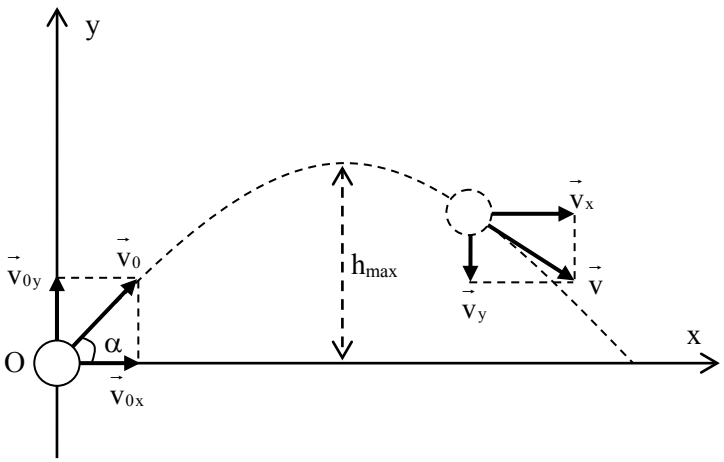
b) Thời gian kể từ khi ném đến khi chạm đất. Tầm xa và vận tốc của vật khi đó.

c) Tính vận tốc của vật tại thời điểm $t = \sqrt{3}$ s. Gốc thời gian là lúc ném.

Hướng dẫn

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: có gốc O là vị trí ném vật, trục Oy hướng lên.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng lên.



- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc đầu $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 20 m/s$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_{0x} = 20 m/s \\ x = v_{0x} t = 20t \end{cases}$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển với gia tốc a = -g và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 20\sqrt{3} m/s$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = 20\sqrt{3} - 10t \\ y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = 20\sqrt{3}t - 5t^2 \end{cases}$

a) Khi vật lên tới độ cao cực đại thì: $v_y = 0 \Leftrightarrow 20\sqrt{3} - 10t = 0 \Rightarrow t = 2\sqrt{3}\,s$

+ Độ cao của vật khi đó: $y = 20\sqrt{3}t - 5t^2 = 20\sqrt{3}.2\sqrt{3} - 5\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 60(m)$

b) Khi vật chạm đất: $y = 0 \Leftrightarrow 20\sqrt{3}t - 5t^2 = 0 \Rightarrow t = 4\sqrt{3}\,s$

+ Tầm xa khi đó: $L = x = 20t = 80\sqrt{3}\,m$

+ Vận tốc khi chạm đất: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + \left(20\sqrt{3} - 10.4\sqrt{3}\right)^2} = 40 m/s$

c) Vận tốc theo phương Oy lúc $t = \sqrt{3}s$: $v_y = 20\sqrt{3} - 10t = 10\sqrt{3}(m/s)$

+ Vậy vận tốc của vật lúc $t = \sqrt{3}s$ là:

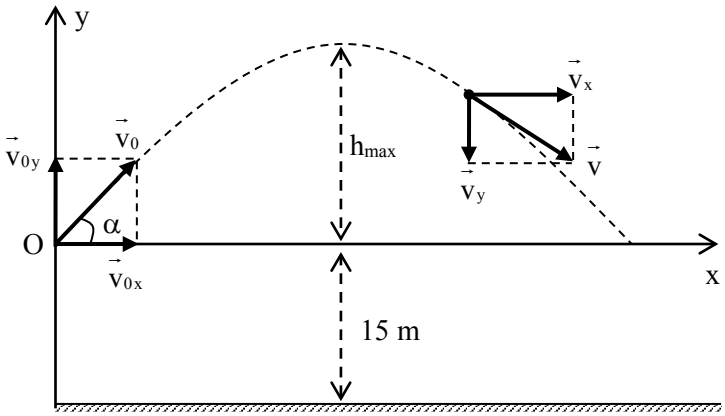
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + \left(10\sqrt{3}\right)^2} = 10\sqrt{7}(m/s)$$

Ví dụ 8: Từ độ cao 15 m so với mặt đất, một vật được ném chếch lên với vận tốc đầu 20m/s, hợp với phương ngang một góc 30^0. Lấy g = 10 m/s^2. Hãy tính:

a) Độ cao lớn nhất so với mặt đất mà vật đạt được.
b) Thời gian từ lúc ném đến lúc chạm đất.
c) Tầm bay xa của vật.

Hướng dẫn

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: có gốc O là vị trí ném vật, trục Oy hướng lên.



+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng lên.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu $v_{0x} = v_0\cos\alpha = 10\sqrt{3}\text{m/s}$ và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_{0x} = 10\sqrt{3}\text{m/s} \\ x = v_{0x}t = 10\sqrt{3}t \end{cases}$
- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động với vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha = 10\text{m/s}$ và gia tốc $a_y = -g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là:

$$\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = v_0\sin\alpha - gt = 10 - 10t \\ y = v_{0y}t + \dfrac{1}{2}at^2 = (v_0\sin\alpha)t - \dfrac{1}{2}gt^2 = 10t - 5t^2 \end{cases}$$

a) Khi vật lên tới độ cao cực đại thì: $v_y = 0 \Leftrightarrow 10 - 10t = 0 \Rightarrow t = 1\text{s}$

Độ cao của vật khi đó so với gốc tọa độ là: $h_{max} = y = 10t - 5t^2 = 5\text{m}$

Vậy độ cao cực đại của vật so với mặt đất là: $H_{max} = 15 + h_{max} = 20\text{m}$

b) Khi vật chạm đất: $y = -15 \Leftrightarrow 10t - 5t^2 = -15 \Rightarrow t = 3\text{s}$

c) Tầm xa: $L = x = 10\sqrt{3}t = 30\sqrt{3}\,\text{m}$

Ví dụ 9: Một vật đang chuyển động trên đường ngang với vận tốc 20 m/s thì trượt lên một cái dốc dài L = 30 m, nghiêng một góc $\alpha = 30^o$ so với mặt đường nằm ngang. Bỏ ma sát giữa vật và dốc. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

a) Tìm gia tốc của vật khi lên dốc. Vật có lên hết dốc không? Nếu có, tìm vận tốc của vật ở đỉnh dốc và thời gian lên dốc.
b) Hãy mô tả quá trình chuyển động của vật sau khi lên hết dốc. Giả sử rằng khi lên hết dốc có một con đường nằm ngang rất dài. Hãy tính:
   - Độ cao cực đại vật đạt được so với chân dốc
   - Thời gian (kể từ khi vật bắt đầu lên dốc) đến khi vật rơi xuống mặt đường nói trên. Vận tốc khi vật chạm mặt đường và tầm xa (so với đỉnh dốc) khi đó là bao nhiêu ?

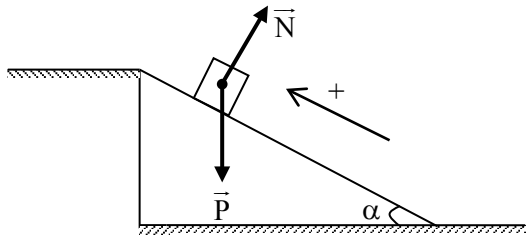
Hướng dẫn

+ Khi vật trượt lên dốc các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{N}$

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ.

+ Định luật II Niutơn cho quá trình chuyển động trên mặt nghiêng:

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \quad (1)$$



+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động như hình vẽ

+ Chiếu phương trình (1) ta có: $-P\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha = -5\left(m/s^2\right)$

* Gọi s là chiều dài tối đa vật có thể đi lên trên mặt dốc (cho đến lúc vận tốc v = 0)

+ Ta có: $s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a} = \dfrac{0^2 - 20^2}{2.(-5)} = 40(m) > L = 30(m) \Rightarrow$ vật lên dốc được

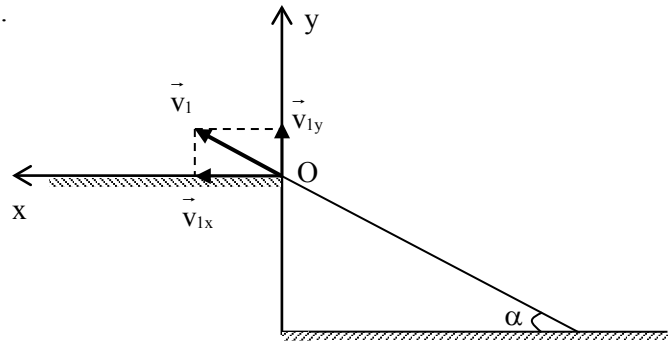
* Gọi v_1 và L lần lượt là vận tốc và chiều dài của dốc $\Rightarrow$ L = 100 m

+ Vận tốc của vật tại đỉnh dốc: $v_1^2 - v_0^2 = 2aL \Rightarrow v_1 = \sqrt{2aL + v_0^2} = 10(m/s)$

+ Ta có: $v = v_0 + at \Rightarrow t = \dfrac{v - v_0}{a}$

+ Khi vật lên hết dốc thì $v = v_1 = 10$ m/s $\Rightarrow t = \dfrac{10 - 20}{-5} = 2(s)$

b) Khi lên đến đỉnh dốc vật có vận tốc $v_1 = 10$ m/s, trong gia đoạn tiếp theo vật sẽ chuyển động giống như vật bị ném xiên lên một góc $\alpha = 30^o$ với vận tốc ban đầu $v_1 = 10$ m/s.



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình, gốc O là vị trí đỉnh dốc.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng lên.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu $v_{1x} = v_1\cos\alpha = 5\sqrt{3}\,m/s$ và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_{1x} = 5\sqrt{3}\,m/s \\ x = v_{1x}t = 5\sqrt{3}t \end{cases}$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động với vận tốc đầu $v_{1y} = v_1 \sin\alpha = 5m/s$ và gia tốc $a_y = -g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = 5 - 10t \\ y = 5t - 5t^2 \end{cases}$

* Khi vật lên tới độ cao cực đại thì: $v_y = 0 \Leftrightarrow 5 - 10t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 0,5s$

+ Độ cao của vật khi đó so với đỉnh dốc: $h_{max} = y = 5t_1 - 5t_1^2 = 1,25m$

+ Vậy độ cao cực đại của vật so với chân dốc là: $H_{max} = L\sin 30^o + h_{max} = 16,25m$

* Với cách chọn hệ trục tọa độ Oxy như trên $\Rightarrow$ chân dốc có tung độ là y = - 15 m

+ Khi vật rơi xuống con đường nằm ngang thì:

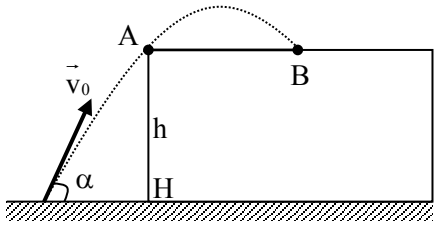
$y = 0 \Leftrightarrow 5t_2 - 5t_2^3 = 0 \Rightarrow t_2 = 1s$

+ Vậy thời gian kể từ khi vật bắt đầu lên dốc đến khi vật rơi xuống mặt đường là:

$\Delta t = t_{dốc} + t_{bay} = t_{dốc} + t_2 = 2 + 1 = 3s$

* Tầm xa: $L = x = 5\sqrt{3}t_2 = 5\sqrt{3}(m)$

Ví dụ 10: *Em bé ngồi dưới sàn nhà ném 1 viên bi lên một sàn nằm ngang cao h = 1,44 m với vận tốc $v_o = 2,4\sqrt{10}$ m/s. Để viên bi có thể rơi xuống mặt sàn ở B xa mép sàn A nhất thì vận tốc $\vec{v}_0$ phải nghiêng với phương ngang một góc α bằng bao nhiêu. Tính thời gian kể từ khi ném đến khi viên bi chạm mặt bàn khi đó. Lấy g = 10 m/s^2.

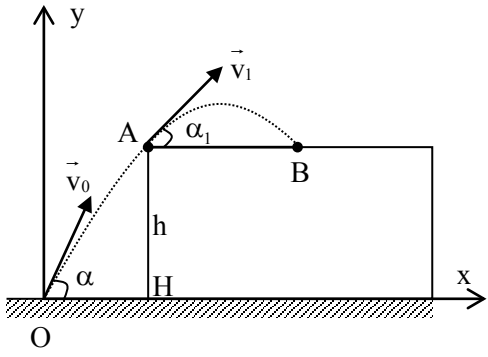


Hướng dẫn

+ Để viên bi có thể rời xa mép sàn A nhất thì quỹ đạo của viên bi phải đi sát A.

+ Gọi $\vec{v}_1$ là vận tốc tại A và hợp với AB góc α_1 (hình dưới). Coi như vật được ném từ A với vận tốc đầu là v_1. Áp dụng công thức tầm xa trong ném xiên ta có: $AB = \dfrac{v_1^2 \sin 2\alpha_1}{g}$

+ Để AB lớn nhất thì $\sin 2\alpha_1 = 1$



$$\Rightarrow 2\alpha_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4}$$

+ Vì theo phương ngang vận tốc không đổi nên:

$$v_x = v_0 \cos\alpha = v_1 \cos\alpha_1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{v_1}{v_0}\cos\alpha_1$$

+ Lại có: $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}{v_0}\cos\alpha_1 = 0,5 \Rightarrow \alpha = 60^o$

+ Vậy để viên bi có thể rơi xuống mặt sàn ở B xa mép sàn A nhất thì vận tốc $\vec{v}_0$ phải nghiêng với phương ngang một góc $\alpha = 60^o$.

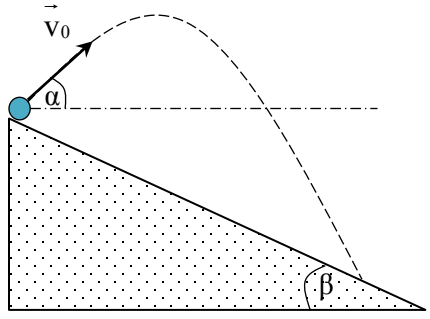
+ Phương trình chuyển động theo phương Oy của viên bi:

$$y = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = \left(2,4\sqrt{10}.\sin 60^o\right)t - 5t^2$$

+ Khi viên bi chạm sàn nằm ngang thì:

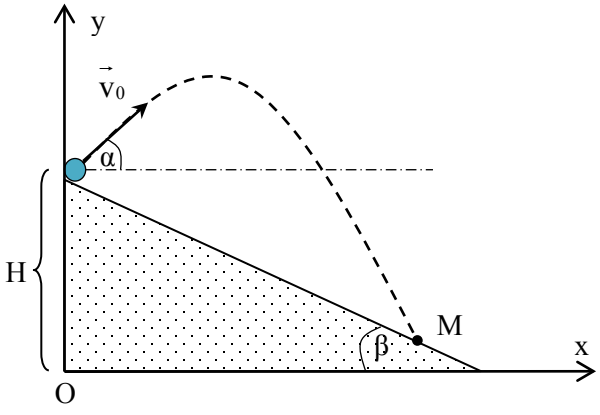
$$y = h \Leftrightarrow \left(2,4\sqrt{10}.\sin 60^o\right)t - 5t^2 = 1,44 \Rightarrow t \approx 1,51(s)$$

Ví dụ 11: *Từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng β so với phương ngang, người ta ném một vật với vận tốc ban đầu v_0 hợp với phương ngang góc α. Tìm khoảng cách L dọc theo mặt phẳng nghiêng từ điểm ném tới điểm rơi. Cho rằng mặt phẳng nghiêng rất dài.



Hướng dẫn

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



+ Các phương thình toạ độ của vật: $\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t & (1) \\ y = H + (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$

+ Từ (1) $\Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$

+ Thế vào (2) ta được: $y = H + (tg\alpha).x - \left(\dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}\right)x^2 \qquad (3)$

+ Gọi M là điểm mà viên bị rơi chạm vào mặt phẳng nghiêng.

+ Ta có toạ độ của điểm M: $\begin{cases} x_M = L\cos\beta \\ y_M = H - L\sin\beta \end{cases}$

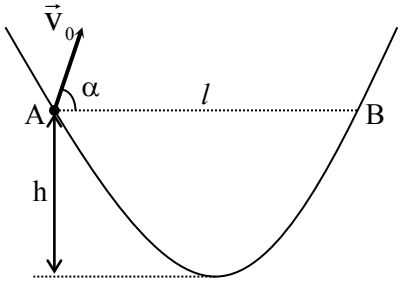
+ Thế x_M, y_M vào (3) ta được: $H - L\sin\beta = H + tg\alpha.L.\cos\beta - \dfrac{gL^2\cos^2\beta}{2v_0^2\cos^2\alpha}$

$$\Leftrightarrow -\sin\beta = tg\alpha.\cos\beta - \frac{gL\cos^2\beta}{2v_0^2\cos^2\alpha} \Rightarrow L = (tg\alpha.\cos\beta + \sin\beta)\frac{2v_0^2.\cos^2\alpha}{g.\cos^2\beta}$$

$$\Rightarrow L = \frac{2v_0^2.\cos^2\alpha}{g}\left(\frac{tg\alpha.\cos\beta + \sin\beta}{\cos^2\beta}\right) = \frac{2v_0^2.\cos\alpha}{g}\left(\frac{\sin\alpha.\cos\beta + \sin\beta.\cos\alpha}{\cos^2\beta}\right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{2v_0^2.\cos\alpha.\sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$$

Ví dụ 12: *Một bờ vực mặt cắt đứng có dạng một phần parabol (hình vẽ). Từ điểm A trên sườn bờ vực, ở độ cao h = 20 m so với đáy vực và cách điểm B đối diện trên bờ bên kia (cùng độ cao, cùng nằm trong mặt phẳng cắt) một khoảng l = 50 m, bắn một quả đạn pháo xiên lên với vận tốc v_0 = 20 m/s, theo hướng hợp với phương nằm ngang góc α = 60°. Bỏ qua lực cản của không khí và lấy g = 10 m/s². Hãy xác định khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm rơi của đạn pháo.

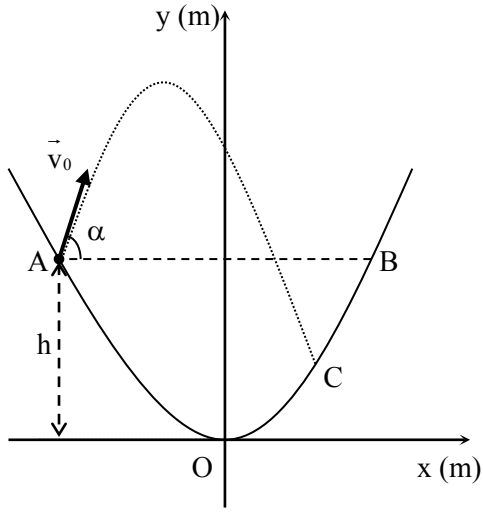


Hướng dẫn

+ Chọn hệ tọa độ xOy đặt trong mặt phẳng quỹ đạo của đạn, gắn với đất, gốc O tại đáy vực, Ox nằm ngang cùng chiều chuyển động của đạn, Oy thẳng đứng hướng lên. Gốc thời gian là lúc bắn đan.

+ Hình cắt của bờ vực được xem như một phần parabol (P1). Do parabol này có đỉnh đi qua O nên phương trình tổng quát có dạng:

$$y = ax^2$$



+ Vì parabol P1 đi qua điểm A có tọa độ: $\begin{cases} x_A = -\dfrac{\ell}{2} = -25(\text{m}) \\ y_A = h = 20(\text{m}) \end{cases}$

+ Suy ra: $20 = a(-25)^2 \Rightarrow a = \dfrac{4}{125}$

+ Phương trình của (P1): $y = \dfrac{4}{125}x^2$

+ Phương trình chuyển động của đạn:

$$\begin{cases} x = (v_0\cos\alpha)t - \dfrac{\ell}{2} = 10t - 25 \\ y = h + (v_0\sin\alpha)t - \dfrac{1}{2}gt^2 = 20 + 10\sqrt{3}t - 5t^2 \end{cases}$$

+ Khử t đi ta được phương trình quỹ đạo (P2):

$$y = 20 + 10\sqrt{3}\left(\frac{x+25}{10}\right) - 5\left(\frac{x+25}{10}\right)^2 = -\frac{1}{20}x^2 + (\sqrt{3} - 2{,}5)x + \left(25\sqrt{3} - \frac{45}{4}\right)$$

+ Điểm rơi C của vật có tọa độ là nghiệm của phương trình:

$$\begin{cases} y = \dfrac{4}{125}x^2 \\ y = -\dfrac{1}{20}x^2 + (\sqrt{3} - 2{,}5)x + \left(25\sqrt{3} - \dfrac{45}{4}\right) \end{cases} \quad (\text{với } x \neq -25\text{m},\ y \neq 20\text{m})$$

$$\Rightarrow \frac{4}{125}x^2 = -\frac{1}{20}x^2 + (\sqrt{3} - 2{,}5)x + \left(25\sqrt{3} - \frac{45}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 15{,}63(\text{m}) \\ x = -25(\text{m}) \end{cases}$$

+ Loại nghiệm x = -25 (m) $\Rightarrow$ x = 15,63 (m) $\Rightarrow$ y = 7,82 (m)

+ Khoảng cách giữa điểm rơi C và điểm ném A là:

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} \approx 42{,}42(\text{m})$$

Ví dụ 13: *Một người đứng ở độ cao H so với mặt đất ném một hòn đá theo phương hợp với phương ngang một góc α. Tìm α để tầm xa trên mặt đất là lớn nhất.

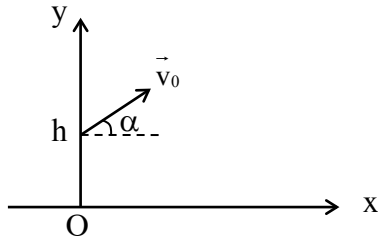
Hướng dẫn

+ Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ. Gốc ở mặt đất.

+ Chuyển động của vật chia làm 2 thành phần:

theo Ox: $x = (v_0\cos\alpha)t$ (1)

theo Oy: $y = H + (v_0 \sin\alpha).t - \frac{1}{2}gt^2$ (2)



+ Khi chạm mặt đất thì x = L lúc đó:

$$t = \frac{L}{v_0\cos\alpha}$$

+ Thay t vào (2) ta được: $y = H + (v_0 \sin\alpha).\frac{L}{v_0\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\alpha}\right)^2$

$$\Rightarrow y = H + L.\tan\alpha - \frac{gL^2}{2v_0^2.\cos^2\alpha} = 0$$

+ Mà $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha \Rightarrow \frac{gL^2}{2v_0^2}.\tan^2\alpha - L.\tan\alpha + \left(\frac{gL^2}{2v_0^2} - H\right) = 0$ (*)

+ Phương trình phải có nghiệm với tanα

$$\Rightarrow \Delta = L^2 - \frac{4gL^2}{2v_0^2}\left(\frac{gL^2}{2v_0^2} - H\right) \geq 0 \Rightarrow 1 - \frac{g^2L^2}{v_0^4} + \frac{2gH}{v_0^2} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{g^2L^2}{v_0^4} \leq 1 + \frac{2gH}{v_0^2} \Leftrightarrow L \leq \sqrt{\left(1 + \frac{2gH}{v_0^2}\right)\frac{v_0^4}{g^2}} \Rightarrow L \leq \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

$$\Rightarrow L_{max} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm kép $\Rightarrow x = -\frac{b}{2a}$

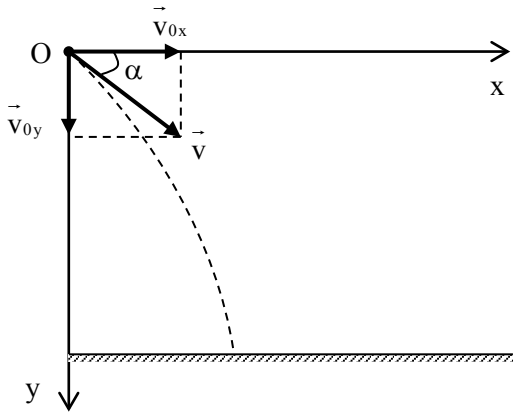
$$\Leftrightarrow \tan\alpha = \frac{L}{\frac{2gL^2}{2v_0^2}} = \frac{v_0^2}{gL} = \frac{v_0^2}{g.\frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gH}} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gH}}$$

+ Vậy $\tan\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gH}}$ thì tầm xa đạt cực đại.

Loại 3. Chuyển động của vật bị ném nghiêng từ trên xuống

+ Xét chuyển động của vật được ném chếch xuống với vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ hợp với phương nằm ngang một góc α.

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: có gốc O là vị trí ném vật, trục Ox nằm ngang hướng về phía ném, trục Oy hướng xuống.



+ Phân tích chuyển động của vật theo hai phương Ox và Oy.
  - ✓ Theo phương Ox vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc ban đầu $v_{0x} = v_0\cos\alpha$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha = \text{ const} \\ x = v_{0x}t = (v_0\cos\alpha).t \end{cases}$
  - ✓ Theo phương Oy vật chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a_y = g$ và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = v_0\sin\alpha + gt \\ y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = (v_0\sin\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

+ Rút t trong x thay vào y ta có phương trình quỹ đạo của vật là:

$$y = \frac{g}{2v_0^2\cos\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x \Rightarrow \text{quỹ đạo là một parabol}$$

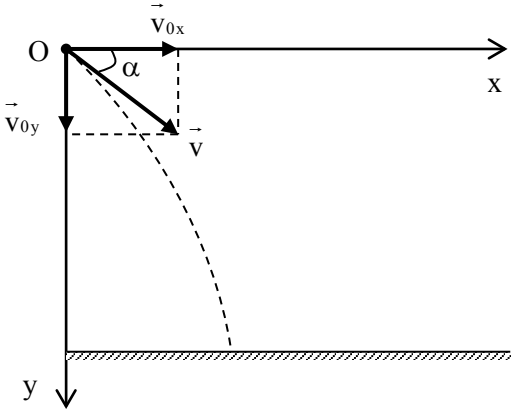
Chú ý: Khi chạm đất thì: y = tọa độ tại mặt đất

Ví dụ 14: Từ đỉnh tháp cao H = 30 m, người ta ném một hoàn đá xuống đất với vận tốc v_0 = 10 m/s theo phương hợp với phương ngang một góc $\alpha = 30^o$. Lấy g = 10 m/s^2. Xác định:

a) Thời gian để hòn đá rơi tới mặt đất kể từ lúc ném.
b) Vận tốc khi hòn đá vừa chạm đất
c) Khoảng cách từ chân tháp đến chỗ rơi của hòn đá.
d) Dạng quỹ đạo của hòn đá.

Hướng dẫn

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O là vị trí ném, chiều của Ox và Oy như hình



+ Chuyển động của vật được phân tích thành hai chuyển động:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc đầu $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 5\sqrt{3}\,(m/s)$ nên phương trình chuyển động và phương trình vận tốc theo phương Ox là:

$$x = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (v_0 \cos\alpha)t = 5\sqrt{3}.t$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t = v_0 \cos\alpha = 5\sqrt{3}$$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc $a = g = 10\ m/s^2$ và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 5(m/s)$ nên phương trình chuyển động và phương trình vận tốc theo phương Oy là:

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_0 \sin\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2 = 5t + 5t^2$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t = (v_0 \sin\alpha) + gt^2 = 5 + 10t$$

a) Khi hòn đá chạm đất thì: $y = H \Leftrightarrow 5t + 5t^2 = 30 \Rightarrow \begin{cases} t = 2(s) \\ t = -3(s)(\text{loại}) \end{cases}$

b) Vận tốc khi chạm đất: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(5\sqrt{3}\right)^2 + (5 + 10t)^2}$

+ Khi chạm đất thì t = 2s nên: $v = \sqrt{\left(5\sqrt{3}\right)^2 + (5 + 10.2)^2} = 10\sqrt{7}\,(m/s)$

c) Khoảng cách từ chân tháp đến vị trí rơi vật chính là tầm xa nên ta có:

$$L = x = 5\sqrt{3}.t = 5\sqrt{3}.2 = 10\sqrt{3}\,(m)$$

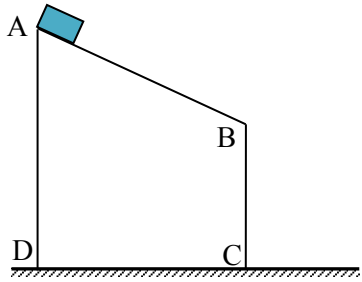
d) Từ $x = 5\sqrt{3}.t \Rightarrow t = \dfrac{x}{5\sqrt{3}}$ thay vào y ta có: $y = 5.\dfrac{x}{5\sqrt{3}} + 5\left(\dfrac{x}{5\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{x}{\sqrt{3}} + \dfrac{x^2}{15}$

Quỹ đạo là một nhành parabol quay xuống với $0 \le x \le L \Leftrightarrow 0 \le x \le 10\sqrt{3}\,(m)$

Ví dụ 15: Từ đỉnh A của một mặt bàn phẳng nghiêng người ta thả một vật có khối lượng m = 0,2 kg trượt không ma sát không vận tốc đầu. Cho AB = 50 cm, BC = 100 cm, AD = 120 cm và lấy g = 10 m/s^2.

a) Tính vận tốc của vật tại điểm B.

b) Chứng minh rằng quỹ đạo của vật sau khi rời khỏi bàn là một parabol. Vật rơi xuống đất cách chân bàn C một đoạn bằng bao nhiêu.



Hướng dẫn

a) Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$ của mặt phẳng nghiêng.

+ Theo định luật II Niu-tơn ta có: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động như hình vẽ a.

+ Chiếu lên chiều dương ta có:

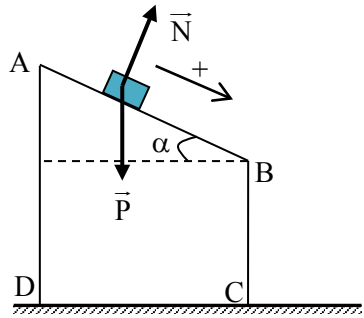
$$P\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

+ Từ hình ta có:

$$\sin\alpha = \frac{AD - BC}{AB} = \frac{120 - 100}{40} = 0,5$$

$$\Rightarrow a = g\sin\alpha = 10.0,5 = 5\,(m/s^2)$$

+ Vận tốc tại B: $v = \sqrt{2.a.s_{AB}} = 2\,(m/s)$

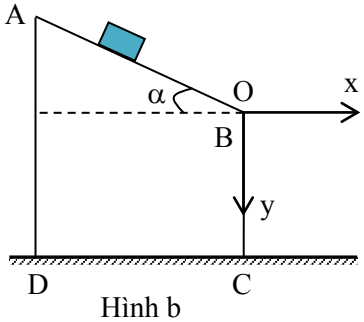


Hình a

b) Khi vật rời khỏi B, vật chuyển động như một vật bị ném nghiêng một góc $\alpha = 30^o$ với vận tốc đầu v_0 = 2 m/s từ điểm B.

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O tại B, trục Oy thẳng đứng hướng xuống, trục Ox nằm ngang hướng sang phải như hình b.

+ Chuyển động của vật được phân tích thành hai chuyển động:



Hình b

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với $a_x = 0$ và vận tốc đầu $v_{0x} = v_0\cos\alpha = \sqrt{3}$ m/s nên phương trình chuyển động theo phương Ox là:

$$x = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = \sqrt{3}.t \qquad (1)$$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc $a = g = 10$ m/s^2 và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 1(\text{m/s})$ nên phương trình chuyển động theo phương Oy là: $y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = t + 5t^2 \qquad (2)$

+ Rút t từ (1) thế vào (2) ta có: $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{5}{3}x^2 \Rightarrow$ quỹ đạo có dạng một parabol

+ Khi vật chạm đất thì $y = 1$ m $\Rightarrow 1 = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{5}{3}x^2 \Rightarrow x \approx 0,62(\text{m})$

+ Vậy khi rơi xuống đất vật cách điểm C đoạn x = 0,62 m

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một hòn bi lăn dọc theo một cạnh của mặt bàn hình chữ nhật nằm ngang cao h = 1,25m. Khi ra khỏi mép bàn, nó rơi xuống nền nhà tại điểm cách mép bàn L = 1,50 m (theo phương ngang). Lấy g = 10 m/s^2. Tính tốc độ của viên bi lúc rời khỏi bàn ?

Bài 2: Một máy bay bay theo phương ngang ở độ cao 10,125 km với vận tốc 200 km/s. Bỏ qua mọi sức cản của không khí và lấy g = 10 m/s^2. Chọn hệ trục Oxy có gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo máy bay chuyển động, trục Oy có phương thẳng đứng hướng xuống dưới.

a) Phải thả một vật cách đích bao xa theo phương ngang để vật rơi trúng đích.
b) Viết phương trình quỹ đạo và vẽ dạng quỹ đạo chuyển động của vật.

Bài 3: Một vật được ném theo phương ngang với vận tốc 25 m/s và rơi xuống đất sau 3. Lấy g = 10 m/s^2.

a) Vật được ném từ độ cao nào so với mặt đất.
b) Vật đi xa được bao nhiêu.
c) Vận tốc của vật khi vừa chạm đất.
d) Viết phương trình quỹ đạo từ đó suy ra dạng quỹ đạo chuyển động của vật.

Bài 4: Ở một độ cao 0,8 (m) không đổi, một người ném ngang một viên bi vào một lỗ trên mặt đất. Lần thứ nhất viên bi rời khỏi tay với vận tốc 10 m/s thì vị trí chạm đất của viên bi thiếu một đoạn Δx, lần thứ hai với vận tốc 20 m/s thì s thì vị trí chạm đất của viên bi lại dư một đoạn Δx. Hãy xác định khoảng cách giữa người và lỗ. Lấy g = 10 m/s^2.

Bài 5: Một vật ném ngang với vận tốc đầu $v_0 = 20$ m/s, ở độ cao h = 45 m.

a) Lập phương trình quỹ đạo. Vẽ quỹ đạo chuyển động.

b) Xác định thời gian vật bay trong không khí.

c) Xác định tầm bay xa của vật.

d) Xác định vận tốc của vật lúc chạm đất.

Bài 6: Một chiếc máy bay đang bay đều trên bầu trời theo phương ngang với vận tốc 20 m/s ở độ cao h = 500 m so với mặt đất. Hỏi máy bay phải thả một vật ở vị trí nào để nó có thể trúng mục tiêu dưới đất.

Bài 7: Từ một máy bay đang chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 người ta thả rơi một vật nhỏ. Biết độ cao của máy bay là 720 m và điểm rơi cách điểm thả vật là 600 m. Tính vận tốc v_0 của máy bay. Lấy $g = 10$ m/s^2. Bỏ qua mọi ma sát.

Bài 8: Từ một điểm A cách mặt đất một đoạn h, người ta đồng thời thả một vật rơi tự do và ném ngang một vật. Sau 3s thì vật rơi tự do chạm đất, khi chạm đất hai vật cách nhau 27m. Lấy $g = 10$ m/s^2, bỏ qua mọi ma sát. Tính:

a) Độ cao h.

b) Vận tốc ban đầu của vật ném ngang.

Bài 9: Một máy bay bay ngang với vận tốc $v_0 = 450$km/h ở độ cao 7605 m thì thả một quả bom ngay khi đi qua mục tiêu trên mặt đất.

a) Tìm thời gian để bom rơi chạm đất.

b) Lúc bom chạm đất máy bay bay thêm một đoạn bằng bao nhiêu kể từ lúc thả. Bom rơi lệch mục tiêu bao nhiêu.

Bài 10: Một vật được ném lên từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 40$ m/s và với góc ném $\alpha = 30^o$. Lấy $g = 10$ m/s^2.

a) Tính tầm xa, tầm bay cao của vật.

b) Tính vận tốc của vật tai thời điểm t = 2s. Gốc thời gian là lúc ném.

Bài 11: Từ đỉnh tháp cao 25m, một hòn đá được ném lên với vận tốc ban đầu 5 m/s theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^o$. Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O là vị trí ném, chiều dương của trục Oy hướng lên.

a) Viết phương trình chuyển động, phương trình quỹ đạo của hòn đá.

b) Sau bao lâu kể từ lúc ném, hòn đá sẽ chạm đất. Lấy $g = 10$ m/s^2.

Bài 12: Từ đỉnh một tháp cao 12 m so với mặt đất, người ta ném một hòn đá với vận tốc ban đầu $v_0 = 15$m/s theo hướng chếch lên và hợp với phương nằm ngang một góc $\alpha = 45^o$. Xác định phương, chiều, độ lớn của vận tốc hòn đá khi nó chạm đất. Bỏ qua lực cản không khí.

Bài 13: Một máy bay đang bay độ cao 1000 m với vận tốc $v_0 = 200$ m/s theo phương ngang thì thả một kiện hàng nặng, nhỏ xuống đất.

a) Xác định vị trí rơi của kiện hàng trên mặt đất và thời gian rơi.

b) Tại thời điểm t = 0 khi máy bay thả hàng thì một xe tải chuyển động ở phía dưới theo hướng ngược với hướng chuyển động của máy bay (quỹ đạo chuyển động của máy bay và xe tải cùng thuộc trong mặt phẳng thẳng đứng), xe tải đi với vận tốc v = 54 km/h và biết rằng kiện hàng rơi trúng thùng xe. Xác định vị trí của xe tải tại thời điểm t = 0.

Bài 14: Từ độ cao h = 20m, một học sinh ném một quả bóng với vận tốc 20 m/s chếch lên và hợp với phương ngang một góc 30^o về phía bức tường tòa nhà đối diện, cách vị trí đứng của học sinh 10 m. Tính:

a) Thời gian từ lúc ném bóng tới lúc chạm tường
b) Vận tốc quả bóng khi chạm tường.

Bài 15: Từ đỉnh tháp cao H = 30 m, người ta ném một hoàn đá xuống đất với vận tốc v_0 = 10 m/s theo phương hợp với phương ngang một góc $\alpha = 60^o$. Lấy g = 10 m/s^2. Xác định:

a) Thời gian để hòn đá rơi tới mặt đất kể từ lúc ném.
b) Khoảng cách từ chân tháp đến chỗ rơi của hòn đá.
c) Dạng quỹ đạo của hòn đá.

Bài 16: Trong một trận đấu tennis, một đấu thủ giao bóng với tốc độ v_0 = 86,4 km/h và quả bóng rời theo phương ngang cao hơn mặt sân là H = 2,45 m. Lưới cao h = 0,9 m và cách điểm giao bóng theo phương ngang là 12 m. Hỏi quả bóng có chạm lưới không? Nếu nó qua lưới thì khi tiếp đất nó cách lưới bao xa ? Lấy g = 10 m/s^2.

Bài 17: Một quả bóng được ném lên về phía bức tường với vận tốc 25 m/s và với góc 60^o so với phương ngang. Tường cách nơi ném bóng 22 m.

a) Quả bóng bay bao lâu trước khi đập vào tường.
b) Quả bóng đập vào tường tại điểm cao hơn hay thấp hơn điểm ném bao nhiêu ?
c) Quả bóng có đi qua điểm cao nhất trước khi chạm tường hay không ?

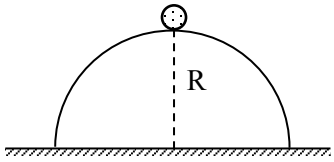
Bài 18: Một vật được ném xiên với vận tốc $\vec{v}_0$ nghiêng góc α theo phương ngang. Hãy tính α để tầm xa lớn nhất và chứng tỏ rằng tầm xa đạt được như nhau với góc nghiêng là α và $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$.

Bài 19: Một bánh xe có bán kính $R = 2(m)$ quay đều xung quanh một trục nằm ngang cách mặt đất h = 4 m với tốc độ 180 vòng/phút. Lấy $g = 10\left(m/s^2\right)$

a) Tính tốc độ dài của một điểm trên vành bánh xe.

b) Một vật nhỏ gắn trên bánh xe bị tách khỏi bánh khi lên đến điểm cao nhất. Tính khoảng cách từ chỗ vật chạm đất đến đường thẳng đi qua trục bánh xe.

Bài 20: *Một bán cầu có bán kính R trượt đều theo đường thẳng nằm ngang. Một quả cầu nhỏ cách mặt phẳng ngang một đoạn bằng R. Ngay khi đỉnh bán cầu đi qua quả cầu nhỏ thì nó được buông rơi tự do (hình vẽ). Tìm vận tốc nhỏ nhất của bán cầu để nó không cản trở chuyển động rơi tự do của quả cầu nhỏ. Cho R = 80 cm.

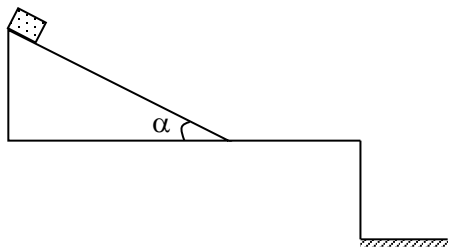


Bài 21: Một tàu cướp biển đang neo ở khoảng cách $320\sqrt{3}$ m so với một pháo đài bảo vệ hải cảng của một hòn đảo. Súng đại bác bảo vệ hải cảng đặt ở mực nước biển, có vận tốc đầu nòng 80 m/s. Lấy g = 10 m/s^2.

a) Hỏi phải đặt súng nghiêng một góc là bao nhiêu để bắn trúng tàu?
b) Thời gian bay của đạn là bao nhiêu?
c) Hỏi tàu cướp biển phải cách pháo đài bao xa để ở ngoài tầm bắn của súng?

Bài 22: Một người lính cứu hỏa đứng cách xa tòa nhà đang cháy $40\sqrt{3}$ (m), cầm một vòi phun chếch 30^o so với phương nằm ngang. Vận tốc của dòng nước lúc rời khỏi vòi là 40 (m/s). Hỏi vòi nước phun đến độ cao nào của tòa nhà? Lấy g = 10 m/s^2.

Bài 23: Cho một vật có khối lượng m = 2kg trượt không lăn từ đỉnh một dốc cao 17m, có mặt nghiêng hợp với phương ngang một góc $\alpha = 30^o$. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt nghiêng là $\mu_1 = 0,4$. Sau khi xuống dốc vật chuyển động trên mặt ngang. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt ngang là $\mu_2 = 0,2$. Vật chuyển động trên mặt ngang được quãng đường s = 18,04 m thì rớt xuống một hố cao 45 m. Lấy g = 10 m/s^2. Tính vận tốc của vật khi vừa chạm mặt đất dưới hố.



Bài 24: Một vật được ném lên từ mặt đất với vận tốc $\vec{v}_0$ ban đầu lập với phương ngang một góc α. Giả sử vật chạm đất tại C. Trên đường thẳng đứng qua C đồng thời người ta thả một vật khác tơi tự do ở độ cao h. Tìm điều kiện của h để hai vật rơi tới C cùng một lúc.

Bài 25: *Một vật được ném với vận tốc $\vec{v}_0$ ban đầu lập với phương ngang một góc α. Tìm thời gian để vận tốc của vật vuông góc với $\vec{v}_0$.

Bài 26: *Một hòn bi nhỏ được cung cấp vận tốc ban đầu v_{01} = 5 m/s để nó lăn trên sàn nhà nằm ngang theo một đường thẳng về phía cầu thang. Biết hệ số ma sát giữa viên bi và sàn nhà là μ = 0,1. Sau thời gian t = 2 s viên bi lăn đến đầu cầu thang rồi ra khỏi cầu thang theo phương ngang. Mỗi bậc cầu thang cao h = 20 cm và rộng d = 30 cm. Hỏi bi sẽ rơi xuống bậc cầu thang nào đầu tiên. Coi đầu cầu thang là bậc thứ 0. Lấy g = 10 m/s^2. Bỏ qua lực cản của không khí.

Bài 27: *Hai vật nhỏ được ném đồng thời từ cùng một điểm: vật (1) được ném thẳng lên, và vật (2) ném ở góc $\alpha = 60^0$ so với phương ngang. Vận tốc ban đầu của mỗi vật có độ lớn là v_0 = 25 m/s. Bỏ qua sức cản của không khí. Tìm khoảng cách giữa hai vật sau thời gian 1,7s kể từ lúc ném.

Bài 28: *Tại thời điểm khi mà một hòn đá bắt đầu rơi từ độ cao H, người ta ném một hòn đá khác từ mặt đất, tại điểm cách quỹ đạo của hòn đá thứ nhất một khoảng cũng bằng H. Hỏi hòn đá ném từ mặt đất phải có vận tốc ban đầu bằng bao nhiêu để trước khi chạm vào hòn đá rơi từ độ cao H nó có vận tốc cực tiểu ?

Bài 29: *Một tên lửa có khối lượng M = 3000kg được bắn từ mặt đất dưới góc nâng 60^0, động cơ tạo một lực đẩy 6.10^4N cho tên lửa có phương không đổi 60^0 so với phương nằm ngang. Lực đẩy tác dụng trong 50 s rồi ngừng. Bỏ qua khối lượng nhiên liệu và sức cản của không khí. Lấy g = 9,8 m/s^2.

a) Tính gia tốc chuyển động của tên lửa trong giai đoạn chịu tác dụng của lực đẩy.
b) Tính độ cao mà tên lửa đạt được ngay khi lực đẩy ngừng tác dụng?

Bài 30: *Một cầu thủ ghi bàn thắng bằng một cú phạt đền 11m; bóng bay sát xà ngang vào gôn. Biết xà ngang cao h = 2,5 m; khối lượng quả bóng m = 0,5 kg. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy g = 10 m/s^2. Hỏi cầu thủ phải truyền cho quả bóng một năng lượng tối thiểu cần thiết bằng bao nhiêu?

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

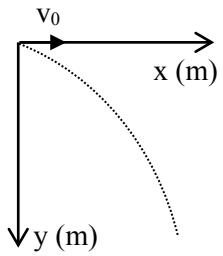
Bài 1:

+ Gọi v_0 là vận tốc viên bi khi vừa đến mép bàn. Bài toàn xem như bài toán vật ném ngang với vận tốc đầu v_0 từ độ cao h = 1,25 m.

+ Chọn hệ trục Oxy có: gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng và chiều hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 \\ x = v_0 t \end{cases}$



- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 1,25 \Rightarrow t = 0,5s$

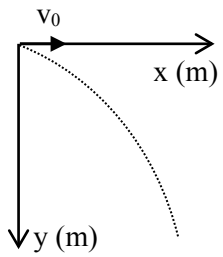
+ Tầm xa của vật khi chạm đất: $L = x \Leftrightarrow 1,5 = v_0.0,5 \Rightarrow v_0 = 3m/s$

Bài 2:

+ Bài toán xem như bài toán vật ném ngang với vận tốc đầu v_0 = 200 m/s, từ độ cao h = 10125 m. Đi tìm tầm xa.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng xuống.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 = 200m/s \\ x = v_0 t = 200t \end{cases}$



- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 10125 \Rightarrow t = 45s$

+ Tầm xa của vật khi chạm đất: $L = x = 200t = 200.45 = 9000(m)$

b) Ta có: $\begin{cases} x = 200t \\ y = 5t^2 \end{cases} \Rightarrow y = 5.\left(\frac{x}{200}\right)^2 = \frac{x^2}{8000}(m) \Rightarrow$ quỹ đạo là một nhánh của parabol như hình vẽ trên.

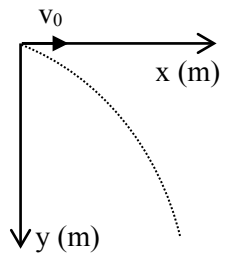
Bài 3:

+ Gọi h là độ cao vị trí ném so với mặt đất

+ Chọn hệ trục Oxy có: gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng và chiều hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng xuống.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 = 25m/s \\ x = v_0 t = 25t \end{cases}$



- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

a) Sau thời gian t = 3 s vật chạm đất nên: $h = y = 5t^2 = 5.(3)^2 = 45(m)$

b) Tầm xa của vật: $x = 25t = 25.3 = 75(m)$

c) Vận tốc của vật tại thời điểm t: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25^2 + (10t)^2}$

+ Sau t = 3s thì vật chạm đất nên: $v = \sqrt{25^2 + (10.3)^2} \approx 39,05(m/s)$

d) Ta có: $\begin{cases} x = 25t \\ y = 5t^2 \end{cases} \Rightarrow y = 5.\left(\frac{x}{25}\right)^2 = \frac{x^2}{125}(m) \Rightarrow$ quỹ đạo là một nhánh của parabol như hình vẽ trên.

Bài 4:

+ Gọi L là khoảng cách tính theo phương ngang từ vị trí ném đến lỗ.

+ Chọn hệ trục Oxy có: gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng và chiều hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng xuống.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình chuyển động của vật là: $x = v_0 t$
- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình chuyển động của vật là: $y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \Rightarrow$ thời gian chuyển động không phụ thuộc vào vận tốc ban đầu v_0.

+ Theo đề ta có: $y = 0,8 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \Rightarrow t = 0,4(s)$

* Khi ném ngang với vận tốc $v_{01} = 10$ m/s thì tầm xa là:

$$x_1 = L - \Delta x = v_{01}t = 10t = 4(m) \qquad (1)$$

* Khi ném ngang với vận tốc $v_{02} = 20$ m/s thì tầm xa là:

$$x_2 = L + \Delta x = v_{02}t = 20t = 8(m) \qquad (2)$$

+ Lấy (1) + (2) ta có: $2L = 12 \Rightarrow L = 6$ (m)

+ Vậy khoảng cách từ vị trí ném đến vị trí lỗ là L = 6 (m)

Bài 5:

+ Chọn hệ trục Oxy có gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng xuống.

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 = 20m/s \\ x = v_0 t = 20t \end{cases}$

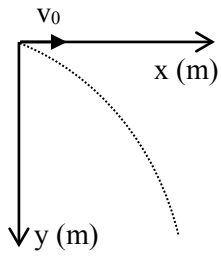
- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

a) Phương trình quỹ đạo

+ Ta có: $x = 20t \Rightarrow t = \frac{x}{20}$ (1)

+ Lại có: $y = 5t^2$ (2)

+ Thay (1) vào (2) ta có: $y = 5\left(\frac{x}{20}\right)^2 = \frac{x^2}{80}(m)$



+ Vậy phương trình quỹ đạo của vật là: $y = \frac{x^2}{80}(m)$

+ Quỹ đạo chuyển động là một nhánh parabol như hình vẽ

b) Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 45 \Rightarrow t = 3(s)$

+ Vậy thời gian bay trong không khí của vật là t = 3s

c) Tầm xa: $L = x = 20t = 20.3 = 60(m)$

c) Vận tốc theo phương Oy khi vật chạm đất: $v_y = 10t = 30(m/s)$

+ Vận tốc của vật (vận tốc toàn phần) khi chạm đất:

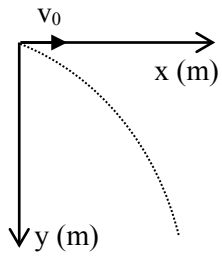
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} \approx 36m/s$$

Bài 6:

+ Chọn hệ trục Oxy có: gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng và chiều hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 = 20m/s \\ x = v_0 t = 20t \end{cases}$



- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 500 \Rightarrow t = 10s$

+ Tầm xa của vật khi chạm đất: $L = x = 20t = 20.10 = 200(m)$

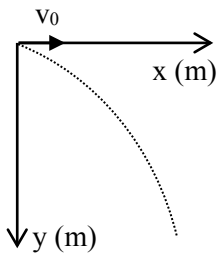
+ Vậy phải thả trước khi qua mục tiêu 200 (m) theo phương ngang

Bài 7:

+ Chọn hệ trục Oxy có: gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng và chiều hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 \\ x = v_0 t \end{cases}$



- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 720 \Rightarrow t = 12s$

+ Tầm xa của vật khi chạm đất: $L = x = v_0 t \Leftrightarrow 600 = v_0.12 \Rightarrow v_0 = 50m/s$

+ Vậy vận tốc của máy bay là $v_0 = 50$ m/s = 180 km/h

Bài 8:

a) Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O là vị trí thả vật, trục Ox nằm ngang hướng theo chiều của vật ném ngang, trục Oy thẳng đứng hướng xuống dưới.

+ Phương trình chuyển động của vật rơi tự do: $y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$ (1)

+ Sau 3s vật rơi tự do chạm đất nên: $h = y = 5t^2 = 5.(3)^2 = 45(m)$

+ Phương trình chuyển động theo các trục Ox, Oy của vật ném ngang:

- Theo Ox: $x = v_0 t$ (2)
- Theo Oy: $y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$ (3)

+ Từ (1) và (3) suy ra thời gian chuyển động của vật rơi tự do và vật chuyển động ném ngang bằng nhau. Do đó thay t = 3s vào (2) ta có: $27 = v_0.3 \Rightarrow v_0 = 9m/s$

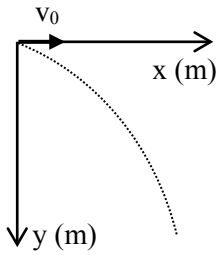
Bài 9:

+ Đổi $v_0 = 450$ km/h = 125 m/s

+ Chọn hệ trục Oxy có: gốc O tại vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo $\vec{v}_0$, trục Oy có phương thẳng đứng và chiều hướng xuống dưới.

+ Chuyển động của bom được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang bom chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình chuyển động của bom là: $x = v_0 t = 125t$
- Theo phương thẳng đứng bom chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình chuyển động của bom là: $y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$



a) Khi bom chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 7605 \Rightarrow t = 39s$

b) Trong thời gian bom rơi, máy bay bay thêm quãng đường là:

$$L = x = 125t = 125.39 = 4875(m)$$

+ Tầm xa của bom so với mục tiêu: $L = x = 125t = 125.39 = 4875(m)$

+ Vậy bom lệch mục tiêu đoạn $L = 4875(m)$

Bài 10:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: có gốc O là vị trí ném vật, trục Oy hướng lên.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu $v_{0x} = v_0\cos\alpha = 20\sqrt{3}m/s$ và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_{0x} = 20\sqrt{3}m/s \\ x = v_{0x}t = 20\sqrt{3}t \end{cases}$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động với vận tốc đầu $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 20 m/s$ và gia tốc $a_y = -g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật là: $\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = 20 - 10t \\ y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = 20t - 5t^2 \end{cases}$

a) Khi vật lên tới độ cao cực đại thì: $v_y = 0 \Leftrightarrow 20 - 10t = 0 \Rightarrow t = 2s$

+ Độ cao của vật khi đó so với gốc tọa độ là: $h_{max} = y = 20t - 5t^2 = 20(m)$

+ Vậy độ cao cực đại của vật so với mặt đất là: $h_{max} = 20(m)$

+ Khi vật chạm đất: $y = 0 \Leftrightarrow 20t - 5t^2 = 0 \Rightarrow t = 4s$

+ Tầm xa: $L = x = 20\sqrt{3}t = 80\sqrt{3}\,m$

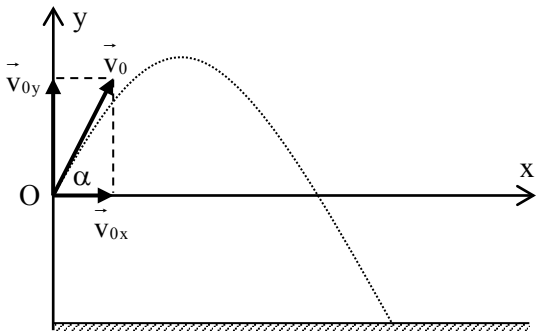
b) Vận tốc theo phương Oy lúc t = 2s: $v_y = 20 - 10t = 0$

+ Vận tốc của vật: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v_x = 20\sqrt{3} m/s$

Bài 11:

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 2,5\sqrt{3} m/s$ và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_x = v_{0x} = 2,5\sqrt{3} m/s \\ x = v_{0x}t = 2,5\sqrt{3}t \end{cases}$
- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động với vận tốc đầu $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 2,5 m/s$ và gia tốc $a_y = -g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = 2,5 - 10t \\ y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = 2,5t - 5t^2 \end{cases}$



a) Vậy phương trình chuyển động của vật: $\begin{cases} x = 2,5\sqrt{3}t \\ y = -5t^2 + 2,5t \end{cases}$

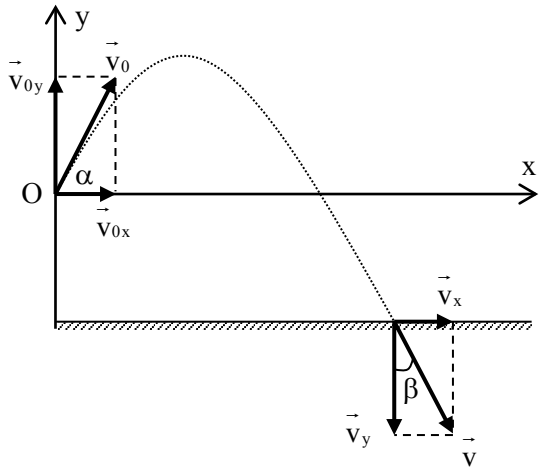
+ Rút t trong phương trình x ta có: $t = \dfrac{x}{2,5\sqrt{3}}$ thay vào phương trình y ta có phương trình quỹ đạo: $y = -\dfrac{4}{15}x^2 + \dfrac{x}{\sqrt{3}}$

b) Khi vật chạm đất: $y = -25 \Leftrightarrow -5t^2 + 2,5t = -25 \Rightarrow t = 2,5s$

Nhận xét: Nếu đề không chọn trước hệ trục tọa độ Oxy thì nên chọn theo phương pháp đã nêu trên. Nếu đề đã chọn trước hệ trục Oxy thì phải giải theo cách chọn của đề, khi đó ta xem bài toán như bài toán viết phương trình chuyển động và phương trình vận tốc trên các trục Ox và Oy.

Bài 12:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: có gốc O là vị trí ném vật, trục Oy hướng lên.



+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc đầu $v_{0x} = v_0\cos\alpha = \dfrac{15\sqrt{2}}{2} = 7,5\sqrt{2}\,(m/s)$ nên phương trình vận tốc là: $v_x = v_{0x} = 7,5\sqrt{2}\,(m/s)$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động với gia tốc $a_y = -g$ và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = \frac{15\sqrt{2}}{2} = 7,5\sqrt{2}\,(m/s)$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = 7,5\sqrt{2} - 10t \\ y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = 7,5\sqrt{2}t - 5t^2 \end{cases}$

+ Khi chạm đất thì $y = -12 \Leftrightarrow 7,5\sqrt{2}t - 5t^2 = -12 \Rightarrow t \approx 2,94(s)$

+ Vận tốc theo phương Oy khi chạm đất:

$$v_y = 7,5\sqrt{2} - 10t = 7,5\sqrt{2} - 10.2,94 = -18,79(m/s)$$

($v_y < 0$ nói lên rằng vận tốc ngược chiều dương)

+ Độ lớn vận tốc của vật khi chạm đất:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(7,5\sqrt{2}\right)^2 + (-18,79)^2} \approx 21,58(m/s)$$

+ Gọi β là góc tạo bởi $\vec{v}$ và phương thẳng đứng, từ hình vẽ ta có:

$$\tan\beta = \frac{v_x}{|v_y|} = \frac{7,5\sqrt{2}}{18,79} \approx 29,44^o$$

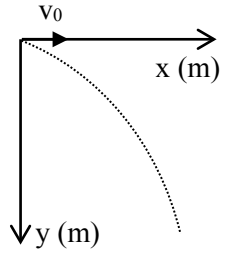
+ Vậy vận tốc khi chạm đất của vật có độ lớn là $v \approx 21,58(m/s)$, có chiều hướng xuống hợp với phương thẳng đứng một góc $\beta \approx 29,44^o$.

Bài 13:

a) Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O là vị trí thả vật, trục Ox nằm ngang theo hướng chuyển động của máy bay, trục Oy thẳng đứng hướng xuống.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu v_0 và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_x = v_0 = 200(m/s) \\ x = v_0 t = 200t \end{cases}$



- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động nhanh dần đều hướng xuống với vận tốc đầu $v_{0y} = 0$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của vật tương ứng là: $\begin{cases} v_y = gt = 10t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

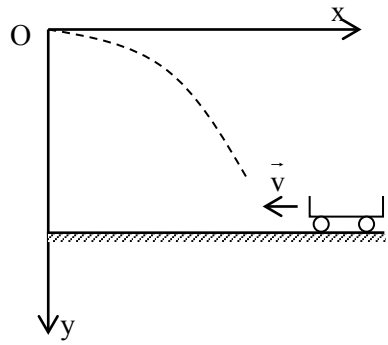
+ Khi vật chạm đất thì: $y = h \Leftrightarrow 5t^2 = 1000 \Rightarrow t = 10\sqrt{2}(s)$

+ Tầm xa của vật khi chạm đất: $L = x = 200t = 200.10\sqrt{2} = 2000\sqrt{2}(m)$

+ Vậy sau khi thả được $t = 10\sqrt{2}(s)$ thì kiện hàng rơi xuống mặt đất, và vị trí chạm đất cách vị trí thả theo phương ngang một đoạn $L = 2000\sqrt{2}(m)$.

b) Đổi v = 54 km/h = 15 m/s

+ Phương trình chuyển động của kiện hàng theo các trục Ox và Oy: $\begin{cases} x_1 = 200t & (1) \\ y_1 = 5t^2 & (2) \end{cases}$



+ Phương trình chuyển động của xe tải:

$$\begin{cases} x_2 = L - vt = L - 15t \\ y_2 = H = 1000(m) \end{cases}$$

+ Để kiện hàng rơi trúng xe tải thì: $\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 200t = L - 15t \ (3) \\ 5t^2 = 1000 \quad (4) \end{cases}$$

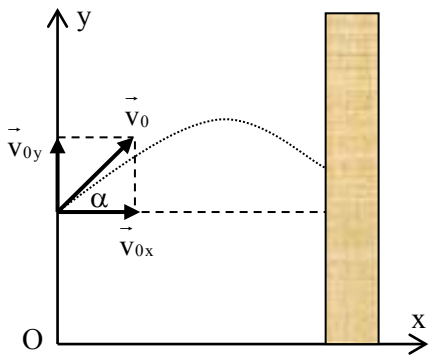
+ Từ (4) ta có: $t = \sqrt{\frac{1000}{5}} = 10\sqrt{2}(s)$. Thay vào (3) ta có:

$$200.10\sqrt{2} = L - 15.10\sqrt{2} \Rightarrow L = 2150\sqrt{2}(m)$$

Bài 14:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy: có gốc O là vị trí ném vật, trục Oy hướng lên, trục Ox nằm ngang như hình.

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương: phương ngang và phương thẳng đứng hướng lên.



- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với vận tốc đầu

$v_{0x} = v_0\cos\alpha = 10\sqrt{3}\,m/s$ và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_x = v_{0x} = 10\sqrt{3}\,m/s \\ x = v_{0x}t = 10\sqrt{3}t \end{cases}$

- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động chậm dần đều hướng lên với vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha = 10\,m/s$ và gia tốc $a_y = -g$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động là: $\begin{cases} v_y = v_{0y} + at = 10 - 10t \\ y = v_{0y}t + \dfrac{1}{2}at^2 = 10t - 5t^2 \end{cases}$

a) Khi vật chạm tường thì x = 10m: $x = 10 \Leftrightarrow 10 = 10\sqrt{3}t \Rightarrow t = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

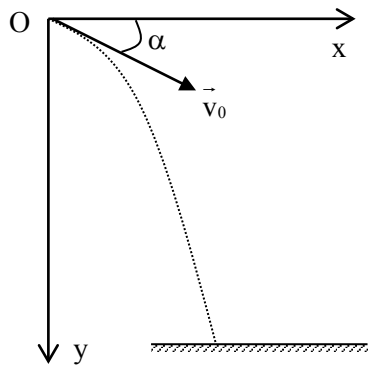
b) Vận tốc theo phương Oy khi quả bóng chạm tường:

$$v_y = 10 - 10t = 10 - 10\sqrt{3}\,(m/s)$$

+ Vận tốc của quả bóng: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{3}\right)^2 + \left(10 - 10\sqrt{3}\right)^2} = 18,8\,m/s$

Bài 15:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O là vị trí ném, chiều của Ox và Oy như hình



+ Chuyển động của vật được phân tích thành hai chuyển động:

- Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều với với vận tốc đầu $v_{0x} = v_0\cos\alpha = 5\,(m/s)$ và gia tốc $a_x = 0$ nên phương trình chuyển động theo phương Ox là: $x = v_{0x}t + \dfrac{1}{2}a_x t^2 = 5t$
- Theo phương thẳng đứng vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với với vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha = 5\sqrt{3}\,(m/s)$ và gia tốc $a_y = g$ nên phương trình chuyển động theo phương Oy là: $y = v_{0y}t + \dfrac{1}{2}a_y t^2 = 5\sqrt{3}t + 5t^2$

a) Khi hòn đá chạm đất thì: $y = H \Leftrightarrow 5\sqrt{3}t + 5t^2 = 30 \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{3}(s) \\ t = -2\sqrt{3}(s)(\text{loại}) \end{cases}$

b) Khoảng cách từ chân tháp đến vị trí rơi vật chính là tầm xa nên ta có:

$$L = x = 5t = 5\sqrt{3}(m)$$

c) Từ $x = 5t \Rightarrow t = \dfrac{x}{5}$ thay vào y ta có: $y = 5\sqrt{3}\dfrac{x}{5} + 5\left(\dfrac{x}{5}\right)^2 = \sqrt{3}x + \dfrac{x^2}{5}$

+ Quỹ đạo là một nhánh parabol quay xuống với $0 \le x \le L \Leftrightarrow 0 \le x \le 5\sqrt{3}(m)$

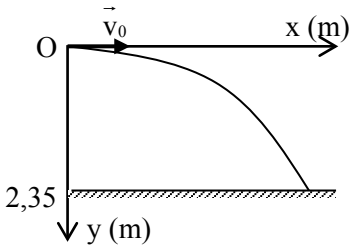
Bài 16:

+ Đổi $v_0 = 86,4$ km/h = 24 m/s.

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O là vị trí giao bóng, trục Ox nằm ngang hướng theo chiều quả bóng bay, trục Oy thẳng đứng hướng xuống.

+ Chuyển động của bóng được phân tích theo hai phương Ox và Oy:

- Theo phương Ox, bóng chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc ban đầu $v_{0x} = v_0 = 24$ m/s nên phương trình chuyển động theo phương Ox là: $x = v_0 t = 24t$
- Theo phương Oy, bóng chuyển động với gia tốc $a_y = g$ và vận tốc đầu bằng 0 nên phương trình chuyển động theo phương Oy là: $y = \dfrac{1}{2}gt^2 = 5t^2$



+ Khi quả bóng đến lưới thì:

$$x = 12 \Leftrightarrow 24t = 12 \Rightarrow t = 0,5(s) \Rightarrow y = 5.0,5^2 = 1,25(m)$$

+ Độ cao so với mặt đất của bóng khi đó:

$$\Delta h = H - y = 2,45 - 1,25 = 1,2(m) > h = 0,9(m)$$

+ Vậy quả bóng bay cao hơn lưới nên bóng qua lưới $\Rightarrow$ bóng không chạm lưới

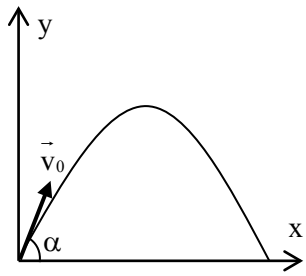
+ Khi quả bóng chạm đất: $y = 2,45 \Leftrightarrow 5t^2 = 2,45 \Rightarrow t = 0,7(s)$

+ Tầm xa của bóng: $L = x = 24t = 24.0,7 = 16,8(m)$

+ Điểm rơi quả bóng cách lưới đoạn: $\Delta x = L - 12 = 4,8$ (m)

Bài 17:

a) Chọn hệ trục tọa độ Oxy, có gốc O là vị trí ném, trục Ox nằm ngang hướng theo chiều ném, trục Oy thẳng đứng hướng lên.



+ Phương trình chuyển động theo các phương Ox và Oy: $\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

+ Khi quả bóng chạm tường thì:

$x = 22 \Leftrightarrow (25.\cos 60^o)t = 22 \Rightarrow t = 1,76(s)$

+ Vậy sau thời gian t = 1,76s thì bóng chạm tường

b) Độ cao của quả bóng khi chạm tường:

$$h = y = (25\sin 60^o).1,76 - \frac{1}{2}.10.(1,76)^2 = 22,62(m)$$

+ Vậy khi quả bóng chạm tường thì nó cao hơn điểm ném một khoảng h = 22,62 m

c) Phương trình vận tốc theo phương Oy: $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$

+ Khi lên độ cao cực đại thì: $v_y = 0 \Rightarrow v_0 \sin\alpha - gt' = 0 \Rightarrow t' = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \approx 2,165(s)$

+ Vì $t' = 2,165(s) > t = 1,76(s) \Rightarrow$ quả bóng chạm tường trước khi lên độ cao cực đại.

Bài 18:

+ Tầm xa của vật ném xiên: $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

+ Khi L_{max} thì $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^o$

+ Khi góc là $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ thì tầm xa là: $L' = \frac{v_0^2 \sin\left[2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right]}{g}$

+ Vì $\sin\left[2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right] = \sin(\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha \Rightarrow L' = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = L$

Bài 19:

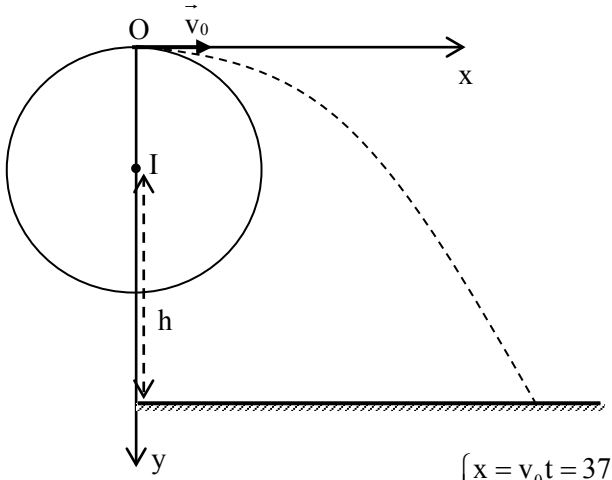
Hướng dẫn

a) Tốc độ góc của bánh xe: $\omega = \frac{180}{60}.2\pi = 6\pi(rad/s)$

+ Tốc độ dài của một điểm trên vành bánh xe: $v_o = \omega R = 6\pi.2 = 12\pi \approx 37,7(m/s)$

b) Khi vật lên đến điểm cao nhất của bánh xe mà bị tách thì lúc này vật sẽ giống như chuyển động của vật ném ngang với vận tốc đầu $v_o \approx 37,7(m/s)$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình



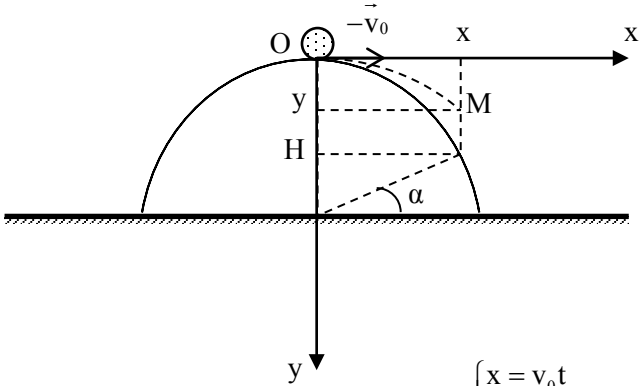
+ Phương trình chuyển động của các vật theo các trục: $\begin{cases} x = v_0 t = 37,7t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$

+ Khi vật chạm đất thì: $y = R + h = 6(m) \Rightarrow t = \sqrt{\frac{6}{5}}$

+ Tầm xa khi đó là: $x = 37,7t = 37,7\sqrt{\frac{6}{5}} \approx 41,3(m)$

Bài 20: Chọn hệ quy chiếu gắn với bán cầu: Gốc tọa độ O là đỉnh của bán cầu, trục Ox nằm ngang, trục Oy thẳng đứng, hướng xuống.

+ Trong hệ quy chiếu này, vận tốc ban đầu của quả cầu nhỏ là: $v_{10} = v_0$



+ Các phương trình chuyển động của quả cầu nhỏ là: $\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

+ Phương trình quỹ đạo: $y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$

+ Quỹ đạo của quả cầu trong hệ quy chiếu gắn với bán cầu là một parabol.

+ Để quả cầu nhỏ rơi tự do thì parabol này phải không cắt mặt bán cầu. Xét một điểm M trên parabol, ta phải có: $y_M \leq OH$

Với: $OH = R - \sqrt{R^2 - x_M^2}$

$$\Rightarrow \frac{g}{2v_0^2}x_M^2 \leq R - \sqrt{R^2 - x_M^2} \Rightarrow \sqrt{R^2 - x_M^2} \leq R - \frac{g}{2v_0^2}x_M^2$$

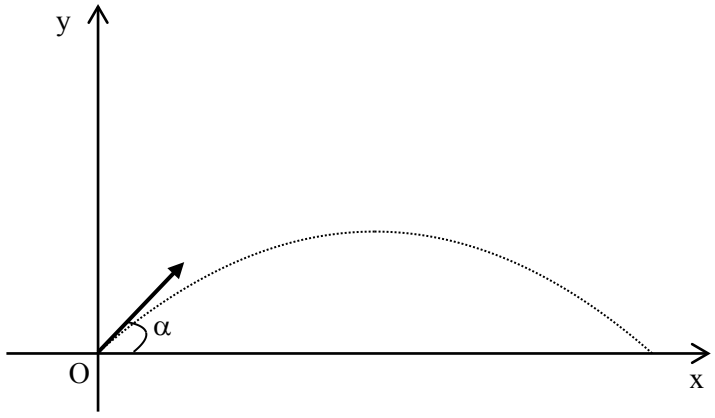
$$\Rightarrow R^2 - x_M^2 \leq R^2 - 2R\frac{g}{2v_0^2}x_M^2 + \frac{g^2}{4v_0^4}x_M^4 \Rightarrow \frac{g^2}{4v_0^2}x_M^2 \geq \frac{Rg}{v_0^2} - 1$$

+ Bất đẳng thức trên thỏa mãn với mọi giá trị của x khi: $\frac{Rg}{v_0^2} - 1 \leq 0 \Rightarrow v_0 \geq \sqrt{Rg}$

+ Vậy vận tốc nhỏ nhất của bán cầu để nó không cản trở sự rơi tự do của quả cầu nhỏ là: $v_{0\min} = \sqrt{Rg} = \sqrt{0,8.10} = 2\sqrt{2}\left(m/s^2\right)$

Bài 21:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy, có gốc O trùng với vị trí đặt súng đại bác, Ox theo phương nằm ngang, Oy theo phương thẳng đứng. Gốc thời gian là lúc bắt đầu bắn.



+ Gọi α là góc tạo bởi hướng đại bác và trục Ox

+ Chuyển động của đạn được phân tích theo hai phương Ox và Oy:

- Theo phương Ox đạn chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc đầu là $v_{0x} = v_0\cos\alpha$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của đạn là:

$$v_x = v_{0x} = v_0\cos\alpha \quad (1)$$

$$x = v_0\cos\alpha.t \quad (2)$$

- Theo phương Oy đạn chuyển động thẳng biến đổi đều với gia tốc $a_y = -g$ và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha$ nên phương trình vận tốc và phương trình chuyển động của đạn là:

$$v_y = v_{0y} + a_y t = v_0\sin\alpha - gt \qquad (3)$$

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = \left(v_o \sin\alpha\right)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (4)$$

a) Đạn trúng tàu cướp biển khi $y = 0 \Leftrightarrow \left(v_o \sin\alpha\right)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{2v_o \sin\alpha}{g} \qquad (5)$$

+ Tầm xa: $L = x = v_0 \cos\alpha.t = v_0 \cos\alpha.\frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

+ Thay số vào ta có: $320\sqrt{3} = \frac{80^2 \sin 2\alpha}{10}$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2\alpha_1 = 60^o \\ 2\alpha_2 = 120^o \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha_1 = 30^o \\ \alpha_2 = 60^o \end{array}\right.$$

b) Thời gian bay của đạn là:

+ Với $\alpha_1 = 30^o$ thay vào (5) ta có: $t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2.80.\sin 30^0}{10} = 8(s)$

+ Với $\alpha_2 = 60^o$ thay vào (5) ta có: $t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2.80.\sin 60^0}{10} = 8\sqrt{3}(s)$

Thời gian ứng với góc nâng lớn hơn thì lớn hơn.

c) Ta có $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow L_{max} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90^o \Rightarrow \alpha = 45^o$

+ Ta thấy tầm bay xa lớn nhất ứng với góc ném $\alpha = 45^o$

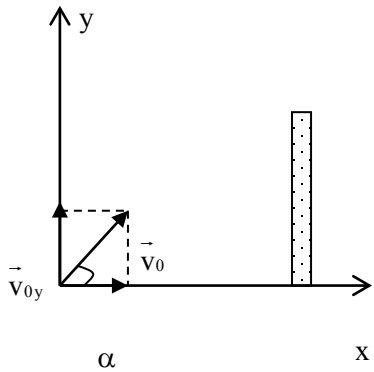
+ Khi đó tầm xa cực đại của đạn pháo là: $L = \frac{v_0^2}{g} = \frac{80^2}{10} = 640(m)$

+ Để tàu nằm trong vùng an toàn thì tàu phải cách pháo một khoảng:

$$d > L_{max} = 640(m)$$

Bài 22:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có: gốc O trùng vị trí vòi nước, trục Ox nằm ngang hướng về phía tòa nhà, trục Oy thẳng đứng hướng lên.



+ Phương trình chuyển động của dòng nước theo Ox:

$$x = (v_0 \cos\alpha)t = 20\sqrt{3}t$$

+ Phương trình chuyển động của dòng nước theo Oy:

$$y = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = 20 - 5t^2$$

+ Dòng nước đạt tầm xa cực đại khi: $y = 0 \Leftrightarrow t = 4(s)$

$$\Rightarrow L_{max} = x_{max} = 20\sqrt{3}t = 80\sqrt{3} > 40\sqrt{3}(m) \Rightarrow \text{nước đến tòa nhà}$$

+ Khi dòng nước đến tòa nhà thì: $x = 40\sqrt{3} = 20\sqrt{3}t \Rightarrow t = 2(s)$

+ Độ cao của của nước khi chạm nhà: $y = 20t - 5t^2 = 20.2 - 5.2^2 = 20(m)$

Bài 23:

+ Gia tốc của vật khi trượt xuống mặt phẳng nghiêng:

$$a_1 = g(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha) = 10(\sin 30^o - 0,4.\cos 30^o) \approx 1,536(m/s^2)$$

+ Chiều dài của dốc: $s_1 = \frac{17}{\sin 30^o} = 34(m)$

+ Vận tốc của vật khi ở cuối chân mặt phẳng nghiêng:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2a_1 s_1} = \sqrt{0^2 + 2.1,536.34} \approx 10,22(m/s)$$

+ Gia tốc của vật khi chuyển động trên mặt ngang: $a_2 = -\mu_2 g = -2(m/s^2)$

+ Vận tốc của vật ở cuối mặt ngang:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2a_2 s_2} = \sqrt{10,22^2 + 2.(-2).18,04} \approx 5,68(m/s)$$

+ Khi hết mặt ngang vật sẽ chuyển động như vật bị ném ngang với vận tốc ban đầu là $v_2 = 5,68$ m/s.

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O tại cuối mặt ngang, trục Ox nằm ngang hướng theo chiều $\vec{v}_2$, trục Oy thẳng đứng hướng xuống.

+ Phương trình vận tốc theo các trục Ox và Oy: $\begin{cases} v_x = v_0 = 5,68(m/s) \\ v_y = gt = 10t \end{cases}$

+ Phương trình chuyển động theo trục Oy: $y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$

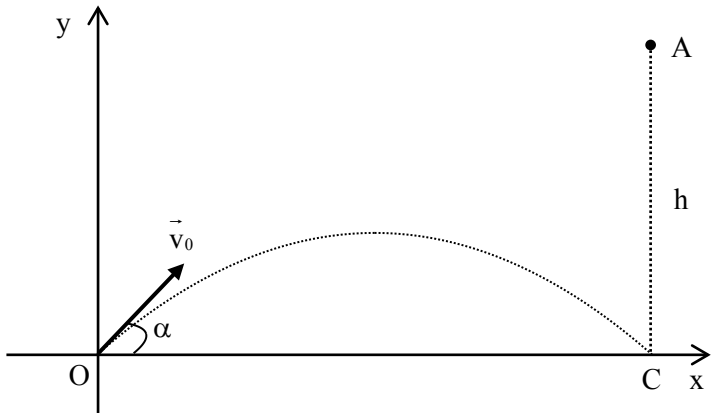
+ Khi vật chạm đáy hố sâu thì: $y = 45 \Leftrightarrow 5t^2 = 45 \Rightarrow t = 3(s)$

+ Vận tốc của vật khi chạm đáy hố sâu:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{5,68^2 + (10.3)^2} \approx 30,5(m/s)$$

Bài 24:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy, có gốc O trùng với vị trí ném vật, Ox theo phương nằm ngang, Oy theo phương thẳng đứng. Gốc thời gian là lúc bắt ném.



+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương Ox và Oy:

- Theo phương Ox vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc đầu là $v_{0x} = v_0\cos\alpha$ nên phương trình chuyển động của vật là:

$$x = v_0\cos\alpha.t \qquad (1)$$

- Theo phương Oy vật chuyển động thẳng biến đổi đều với gia tốc $a_y = -g$ và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha$ nên phương trình chuyển động của vật là:

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_o \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

+ Khi vật chạm đất tại C thì : $y = 0 \Leftrightarrow (v_o \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{2v_o \sin\alpha}{g} \qquad (3)$$

+ Để hai vật tới C cùng một lúc thì thời gian chuyển động của hai vật phải bằng nhau. Tức thời gian chuyển động của vật 2 bằng : $t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$

+ Đường đi của vật thả rơi tự do được tính theo công thức:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{g}{2}.\frac{4v_0^2\sin^2\alpha}{g^2} = \frac{2v_0^2\sin^2\alpha}{g} \qquad (4)$$

Nhận xét :

+ Thay (3) vào (1) ta có tầm xa của vật ném là: $L = \frac{2v_0^2\sin\alpha.\cos\alpha}{g}$

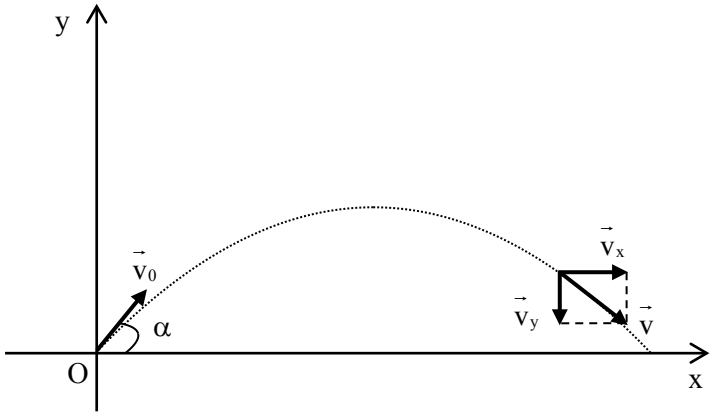
+ Từ công thức tầm xa của vật 1: $L = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$ và công thức (4) ta thấy rằng tỉ số:

$$\frac{h}{L} = \frac{\frac{2v_0^2\sin^2\alpha}{g}}{\frac{2v_0^2\sin\alpha.\cos\alpha}{g}} = tg\alpha$$

+ Vậy vật 2 phải nằm trên đường thẳng chứa $\vec{v}_0$

Bài 25:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy, có gốc O trùng với vị trí ném vật, Ox theo phương nằm ngang, Oy theo phương thẳng đứng. Gốc thời gian là lúc bắt ném.



+ Gọi α là góc tạo bởi hướng đại bác và trục Ox

+ Chuyển động của vật được phân tích theo hai phương Ox và Oy:

- Theo phương Ox vật chuyển động thẳng đều với gia tốc $a_x = 0$ và vận tốc đầu là $v_{0x} = v_0\cos\alpha$ nên phương trình vận tốc là: $v_x = v_0\cos\alpha$ (1)
- Theo phương Oy vật chuyển động thẳng biến đổi đều với gia tốc $a_y = -g$ và vận tốc đầu $v_{0y} = v_0\sin\alpha$ nên phương trình vận tốc của vật là:

$$v_y = v_{oy} + a_y t = (v_o\sin\alpha) - gt \qquad (2)$$

+ Vận tốc của vật ở thời điểm t: $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$

+ Khi $\vec{v} \perp \vec{v}_o \Rightarrow \vec{v}.\vec{v}_0 = 0 \Leftrightarrow (\vec{v}_x + \vec{v}_y)\vec{v}_0 = 0 \Leftrightarrow \vec{v}_x\vec{v}_0 + \vec{v}_y\vec{v}_0 = 0$

$$\Leftrightarrow v_x.v_0.\cos\left(\vec{v}_x,\vec{v}_0\right)+v_y.v_0.\cos\left(\vec{v}_y,\vec{v}_0\right)=0$$

$$\Leftrightarrow v_x.v_0.\cos\alpha+v_y.v_0.\cos\left(\alpha+90^o\right)=0$$

$$\Leftrightarrow v_0^2.\cos^2\alpha-\left(v_0\sin\alpha-gt\right).v_0.\sin\alpha=0$$

$$\Leftrightarrow v_0.\cos^2\alpha-\left(v_0\sin\alpha-gt\right).\sin\alpha=0\Rightarrow t=\frac{v_0\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)}{g.\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow t=\frac{v_0\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)}{g.\sin\alpha}$$

+ Điều kiện: $t>0\Leftrightarrow\sin^2\alpha-\cos^2\alpha>0\Rightarrow\sin\alpha>\cos\alpha\Rightarrow\tan\alpha>1\Rightarrow\alpha>45^o$

Bài 26:

+ Khi viên bi lăn trên sàn nhà nằm ngang nó chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Theo định luật II Niu-tơn ta có: $\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_{ms}=m\vec{a}$ (*)

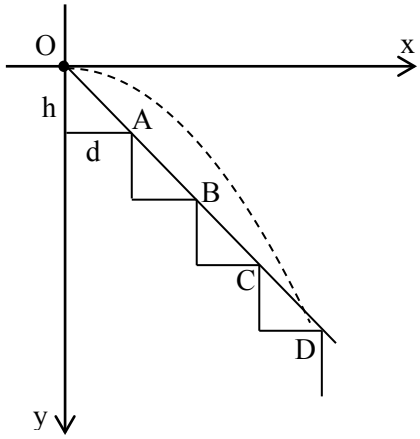
+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động, chiếu (*) ta có: $-F_{ms}=ma$

+ Vì viên bi chuyển động trên mặt ngang nên: $N=P=mg\Rightarrow F_{ms}=\mu N=\mu mg$

$$\Rightarrow -F_{ms}=ma\Leftrightarrow-\mu mg=ma\Rightarrow a=-\mu g=-1\left(m/s^2\right)$$

+ Vận tốc của viên bi tại đầu cầu thang: $v=v_{01}+at=5-2=3\left(m/s^2\right)$

+ Khi viên bi chuyển động, nó chỉ chịu tác dụng của trọng lực nên khi rời khỏi bậc đầu tiên, nó sẽ chuyển động như vật bị ném ngang với vận tốc đầu $v_0 = 3$ m/s.



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy, gốc O trùng với vị trí ném vật. Gốc thời gian là lúc bắt đầu ném vật.

+ Theo phương Ox vật chuyển động thẳng đều với phương trình:

$$x=v_0t=3t \quad (1)$$

+ Theo phương Oy vật chuyển động rơi tự do với phương trình:

$$y=\frac{1}{2}gt^2=5t^2 \quad (2)$$

+ Rút t ở (1) thế vào (2) ta có phương trình quỹ đạo của hòn bi là: $y=\frac{5}{9}x^2$

+ Phương trình của đường thẳng OABCD là: $y = ax$ (4)

Điểm A có hoành độ x = d = 0,3 (m) và tung độ y = h = 0,2 (m)

+ Thay vào (4) ta có: $a = \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$

+ Tọa độ các giao điểm của quỹ đạo hòn bi với đường OABCD:

$$\frac{2}{3}x = \frac{5}{9}x^2 \Rightarrow x\left(\frac{5}{9}x - \frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1,2(m) \end{cases}$$

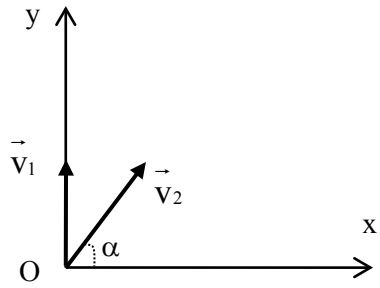
+ Số bậc cầu thang mà hòn bi đã nhảy qua là: $n = \frac{x_2}{d} = \frac{1,2}{0,3} = 4$

+ Vậy hòn bi rơi xuống bậc cầu thang thứ 4 (kể từ bậc đầu tiên)

Bài 27:

+ Chọn hệ trục toạ độ Oxy: gốc O ở vị trí ném hai vật. Gốc thời gian lúc ném hai vật.

+ Phương trình chuyển động của vật 1 theo các trục: $\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$



+ Phương trình chuyển động của vật 2 theo các trục: $\begin{cases} x_2 = (v_0 \cos\alpha)t \\ y_2 = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

+ Khoảng cách giữa hai vật $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

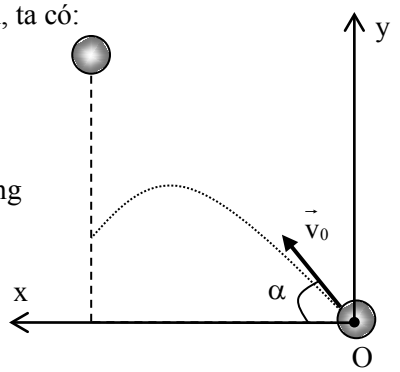
$$\Rightarrow d = \sqrt{\left[(v_0 \cos\alpha)t\right]^2 + \left[(v_0 \sin\alpha)t - v_0 t\right]^2} = v_0 t\sqrt{\cos^2\alpha + (\sin\alpha - 1)^2}$$

$$\Rightarrow d = 25.1,7\sqrt{\cos^2 60 + (\sin 60 - 1)^2} \approx 22(m)$$

Bài 28: Gọi v_0 lầ vận tốc ban đầu của hòn đá được ném, lúc gặp nhau nó có vận tốc v. Gọi α là góc ném so với phương ngang (mặt đất)

+ Đến thời điểm t hai hòn đá gặp nhau ở độ cao h, ta có:

$$\begin{cases} H = v_{0x} t \\ h = v_{0y} t - \frac{1}{2}gt^2 = H - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow v_{0x} = v_{0y}$$



+ Vậy vật ném từ mặt đất phải ném tạo với phương ngang một góc $\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^o$

+ Thời gian khi hai vật gặp nhau:

$$H = v_{0x}t = \left(v_0\cos 45^o\right)t \Rightarrow t = \frac{H\sqrt{2}}{v_0}$$

+ Vật tốc của vật từ mặt đất theo phương Ox và Oy:

$$\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha = \dfrac{v_0}{\sqrt{2}} \\ v_y = v_0\sin\alpha - gt = \left(\dfrac{v_0}{\sqrt{2}} - g\dfrac{H\sqrt{2}}{v_0}\right) \end{cases}$$

+ Ta có: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(\dfrac{v_0}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\dfrac{v_0}{\sqrt{2}} - g\dfrac{H\sqrt{2}}{v_0}\right)^2}$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{v_0^2}{2} + \frac{v_0^2}{2} - 2\frac{v_0}{\sqrt{2}}.g\frac{H\sqrt{2}}{v_0} + \left(g\frac{H\sqrt{2}}{v_0}\right)^2} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2(gH)^2}{v_0^2} - 2gH}$$

+ Nhận thấy: $v = \min \Leftrightarrow \left(v_0^2 + \dfrac{2(gH)^2}{v_0^2}\right) = \min$

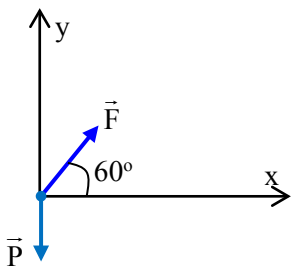
+ Theo bất đẳng thức Cô-si: $v_0^2 + \dfrac{2(gH)^2}{v_0^2} \ge 2\sqrt{2(gH)^2} = 2gH\sqrt{2}$

+ Vậy: $v_{min} = \sqrt{2\sqrt{2}gH - 2gH} = \sqrt{2gH\left(\sqrt{2}-1\right)}$

+ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $v_0^2 = \dfrac{2(gH)^2}{v_0^2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{gH\sqrt{2}}$

Bài 29:

+ Các lực tác dụng lên tên lửa gồm: trọng lực $\vec{P}$, lực đẩy $\vec{F}$



+ Phương trình định luật II Niu-tơn: $\vec{P} + \vec{F} = M\vec{a}$

+ Chiếu lên Ox và Oy ta có: $\begin{cases} F.\cos 60^o = M.a_x \\ F.\sin 60^o - P = M.a_y \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = \dfrac{F.\cos 60^o}{M} = 10\left(m/s^2\right) \\ a_y = \dfrac{F.\sin 60^o - P}{M} = 7,52\left(m/s^2\right) \end{cases}$$

+ Gia tốc toàn phần của tên lửa khi chuyển động dưới tác dụng của lực đẩy là:

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 12,51\left(m/s^2\right)$$

b) Độ cao mà tên lửa đạt được khi lực đẩy thôi tác dụng là: $h = \frac{1}{2}a_y t^2 = 9400(m)$

Bài 30:

+ Chọn hệ trục tọa độ xOy, gốc O tại vị trí ban đầu của quả bóng, trục Ox nằm ngang hướng đến gôn, trục Oy hướng thẳng đứng lên trên.

+ Gọi v_0 là vận tốc ban đầu mà cầu thủ phải truyền cho quả bóng

+ Phương trình chuyển động của quả bóng:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t = (v_0 \cos\alpha).t \\ y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0 \sin\alpha).t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

+ Phương trình quỹ đạo của quả bóng: $y = (v_0 \sin\alpha).\frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2$

$$\Leftrightarrow y = \tan\alpha.x - \frac{g}{2v_0^2}(\tan^2\alpha + 1)x^2$$

+ Để ghi được bàn thắng thì khi x = L = 11 m thì y = h = 2,5 m

$$\Leftrightarrow 2,5 = 11.\tan\alpha - \frac{5.11^2}{v_0^2}(\tan^2\alpha + 1) \Rightarrow v_0^2 = \frac{605(\tan^2\alpha + 1)}{11.\tan\alpha - 2,5} = 605a$$

+ Năng lượng cần truyền cho bóng: $W_d = \frac{1}{2}mv_0^2$

+ Năng lượng này đạt cực tiểu khi v_0^2 đạt cực tiểu $\Leftrightarrow a = \frac{\tan^2\alpha + 1}{11.\tan\alpha - 2,5}$ cực tiểu

+ Ta có: $\tan^2\alpha - 11a.\tan\alpha + 1 + 2,5a = 0$

+ Đặt $X = \tan\alpha \Rightarrow X^2 - 11a.X + 1 + 2,5a = 0$

+ Ta có: $\Delta = (11a)^2 - 4.(1 + 2,5a)$

+ Điều kiện có nghiệm: $\Delta \geq 0 \Rightarrow (11a)^2 - 4.(1 + 2,5a) \geq 0$

$$\Leftrightarrow (11a)^2 - 2.11a.\frac{10}{22} + \left(\frac{10}{22}\right)^2 - \left(\frac{10}{22}\right)^2 - 4 \geq 0$$

$$\Rightarrow a \geq \left[\frac{\sqrt{509}}{121} + \frac{5}{121}\right] \Rightarrow a_{min} = \frac{\sqrt{509}}{121} + \frac{5}{121} \Rightarrow (v_0^2)_{min} = 605\left(\frac{\sqrt{509}}{121} + \frac{5}{121}\right)$$

+ Vậy năng lượng cực tiểu là:

$$W_{d\,min} = \frac{1}{2}m(v_0^2)_{min} = \frac{1}{2}.0,5.605\left(\frac{\sqrt{509}}{121} + \frac{5}{121}\right) \approx 34,45(J)$$

Dạng 6. HỆ QUY CHIẾU PHI QUÁN TÍNH

+ Hệ quy chiếu quán tính (hệ quy chiếu không có gia tốc): Là hệ quy chiếu đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.
+ Hệ quy chiếu phi quán tính (hệ quy chiếu có gia tốc): Là hệ quy chiếu chuyển động có gia tốc so với hệ quy chiếu quán tính.
+ Trong hệ quy chiếu chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ so với hệ quy chiếu quán tính, các hiện tượng cơ học xảy ra giống như là mỗi vật có khối lượng m chịu thêm tác dụng của lực $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_0$ gọi là lực quán tính.
+ Biểu thức định luật II Niu-tơn trong hệ quy chiếu không quán tính:

$$\vec{F} + \vec{F}_{qt} = m\vec{a}$$

Trong đó:

✓ $\vec{F}$ là tổng các lực tương tác (trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$, lực căng dây $\vec{T}$,…)

✓ $\vec{F}_{qt}$ là lực quán tính

✓ $\vec{a}$ là gia tốc chuyển động của vật có khối lượng m trong HQC không quán tính

✓ m là khối lượng của vật đang xét.

<u>Chú ý:</u>

+ Trong HQC không quán tính quay đều, lực quán tính ngược chiều với lực hướng tâm, lúc này lực quán tính được gọi là lực quán tính li tâm hay lực li tâm. Có độ lớn là: $F_{qt} = F_{lt} = m\dfrac{v^2}{R} = m\omega^2 R$
+ Độ lớn của lực quán tính là: $F_{qt} = ma_0$ (với a_0 là gia tốc của HQC không quán tính)
+ Lực quán tính không phải là lực tương tác giữa các vật nên lực quán tính không có phản lực. Chúng cũng gây ra biến dạng hoặc gây ra gia tốc cho vật.
+ Chuyển động thẳng nhanh dần đều thì $\vec{a}.\vec{v} > 0 \Rightarrow \vec{F}_{qt} \uparrow\downarrow \vec{v}$
+ Chuyển động thẳng chậm dần đều thì $\vec{a}.\vec{v} < 0 \Rightarrow \vec{F}_{qt} \uparrow\uparrow \vec{v}$
+ Công thức cộng gia tốc: $\vec{a}_{13} = \vec{a}_{12} + \vec{a}_{23}$

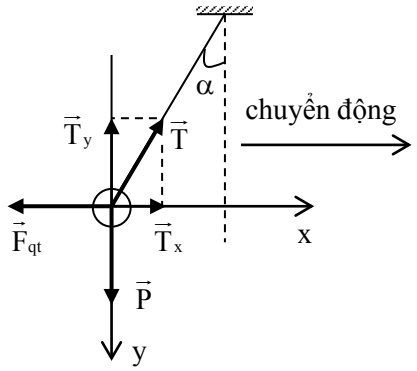
  Với: $\vec{a}_{13}$ là gia tốc của vật đối với hệ quy chiếu đứng yên, $\vec{a}_{12}$ là gia tốc của vật đối với hệ quy chiếu chuyển động, $\vec{a}_{23}$ gia tốc của hệ quy chiếu chuyển động đối với hệ quy chiếu đứng yên.

Ví dụ 1: Treo một con lắc trong một toa xe lửa. Biết xe lửa chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a và dây treo con lắc nghiêng một góc $\alpha = 15^0$ so với phương thẳng đứng. Lấy $g = 9,8\ m/s^2$. Tính a.

Hướng dẫn

+ Gắn con lắc trong hệ quy chiếu là xe lửa, các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Con lắc đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với xe lửa nên biểu thức định luật II Niu-tơn lúc này là: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{T} = 0$

+ Chọn hệ trục Oxy như hình

+ Chiếu ta có: $\begin{cases} T_x - F_{qt} = 0 \\ P - T_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T\sin\alpha - F_{qt} = 0 \\ P - T\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T\sin\alpha = F_{qt} \\ T\cos\alpha = P \end{cases}$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{F_{qt}}{P} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\alpha = 2,626(m/s^2)$$

Có thể giải cách khác như sau:

+ Con lắc đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với xe nên biểu thức định luật II Niutơn lúc này là: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{P'} + \vec{T} = 0$

+ Suy ra $\overrightarrow{P'}$ và $\vec{T}$ ngược chiều $\Rightarrow \overrightarrow{P'}$ có phương sợi dây.

+ Từ hình vẽ ta có: $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{F_{qt}}{P} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\alpha = 2,626(m/s^2)$

Ví dụ 2: Quả cầu khối lượng m treo ở đầu sợi dây trong một chiếc xe. Xe chuyển động thẳng nhanh dần đều đi xuống mặt nghiêng không ma sát. Biết góc giữa mặt nghiêng và mặt ngang là $\alpha = 30^o$. Xác định góc lệch của dây treo so với phương thẳng đứng khi dây treo cân bằng. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

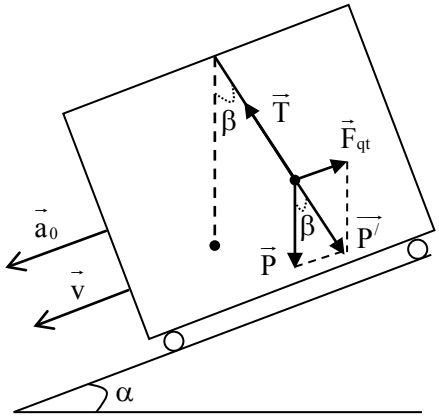
Hướng dẫn

+ Vì xe chuyển động xuống dốc nên gia tốc của xe là: $a_0 = g\sin\alpha$

+ Gắn con lắc trong hệ quy chiếu là xe ô tô, các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$

+ Vì xe chuyển động đi xuống nhanh dần đều nên gia tốc $\vec{a}_0$ hướng về phía trước do đó vật chịu tác dụng của lực quán $\vec{F}_{qt}$ tính hướng về phía sau như hình vẽ.



+ Con lắc đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với xe nên biểu thức định luật II Niutơn lúc này là: $\vec{P}+\vec{F}_{qt}+\vec{T}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{P'}+\vec{T}=0\Rightarrow$ $\overrightarrow{P'}$ và $\vec{T}$ ngược chiều $\Rightarrow$ $\overrightarrow{P'}$ có phương sợi dây. Từ hình vẽ ta có: $\left(P'\right)^2=P^2+F_{qt}^2+2P.F_{qt}.\cos\left(\vec{P},\vec{F}_{qt}\right)$

$$\Rightarrow\left(P'\right)^2=P^2+F_{qt}^2+2P.F_{qt}.\cos\left(90^o+\alpha\right)=P^2+F_{qt}^2-2P.F_{qt}.\sin\alpha$$

+ Ta có: $\begin{cases}P=mg\\F_{qt}=ma_0=mg\sin\alpha\end{cases}\Rightarrow\left(P'\right)^2=\left(mg\right)^2+\left(mg.\sin\alpha\right)^2-2\left(mg.\sin\alpha\right)^2$

$$\Rightarrow\left(P'\right)^2=\left(mg\right)^2-\left(mg\sin\alpha\right)^2=\left(mg\right)^2\cos^2\alpha$$

+ Áp dụng định lí hàm số cos ta có: $F_{qt}^2=P^2+\left(P'\right)^2-2P.P'.\cos\beta$

$$\Rightarrow\cos\beta=\frac{P^2+\left(P'\right)^2-F_{qt}^2}{2P.P'}$$

$$\Rightarrow\cos\beta=\frac{\left(mg\right)^2+\left(mg\right)^2\cos^2\alpha-\left(mg\sin\alpha\right)^2}{2mg.\sqrt{\left(mg\right)^2\cos^2\alpha}}$$

$$\Rightarrow\cos\beta=\frac{1+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{2.\cos\alpha}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\beta=30^o$$

+ Vậy khi cân bằng, dây lệch so với phương thẳng đứng góc $\beta=30^o$.

Ví dụ 3: Quả cầu khối lượng m treo ở đầu sợi dây trong một chiếc xe. Xe chuyển động nhanh dần đều đi xuống mặt nghiêng có hệ số ma sát $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$. Biết góc giữa mặt nghiêng và mặt ngang là $\alpha = 30^o$. Xác định góc lệch của dây treo so với phương thẳng đứng khi dây treo cân bằng. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

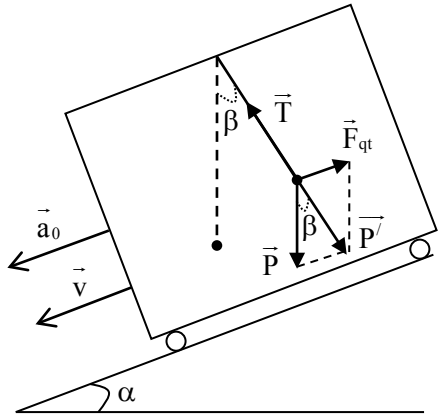
Hướng dẫn

+ Vì xe chuyển động đi xuống dốc nghiêng góc α nên gia tốc của xe là:

$$a_0 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

+ Gắn con lắc trong hệ quy chiếu là xe ô tô, các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Vì xe chuyển động đi xuống nhanh dần đều nên gia tốc $\vec{a}_0$ hướng về phía trước do đó vật chịu tác dụng của lực quán $\vec{F}_{qt}$ tính hướng về phía sau như hình vẽ.

+ Con lắc đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với xe nên biểu thức định luật II Niutơn lúc này là: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{P'} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{P'}$ và $\vec{T}$ ngược chiều $\Rightarrow \overrightarrow{P'}$ có phương sợi dây. Từ hình vẽ ta có: $\left(P'\right)^2 = P^2 + F_{qt}^2 + 2P.F_{qt}.\cos\left(\vec{P}, \vec{F}_{qt}\right)$

$$\Rightarrow \left(P'\right)^2 = P^2 + F_{qt}^2 + 2P.F_{qt}.\cos\left(90^o + \alpha\right) = P^2 + F_{qt}^2 - 2P.F_{qt}.\sin\alpha$$

+ Ta có: $\begin{cases} P = mg \\ F_{qt} = ma_0 = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \end{cases}$

$$\Rightarrow \left(P'\right)^2 = (mg)^2 + \left[mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\right]^2 - 2(mg)^2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \left(P'\right)^2 = (mg)^2\left[1 + (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)^2 - 2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).\sin\alpha\right]$$

$$\Rightarrow \left(P'\right)^2 = (mg)^2\left(1 + \mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)$$

+ Áp dụng định lí hàm số cos ta có: $F_{qt}^2 = P^2 + \left(P'\right)^2 - 2P.P'.\cos\beta$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{P^2 + \left(P'\right)^2 - F_{qt}^2}{2P.P'} = \frac{1 + \left(1 + \mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right) - (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)^2}{2\sqrt{\left(1 + \mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}}$$

+ Thay số: $\cos\beta = \dfrac{\left[1+\left(1+\dfrac{3}{5^2}.\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{4}\right)-\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{5}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]}{2\sqrt{\left(1+\dfrac{3}{5^2}.\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{4}\right)}} = 0,982 \Rightarrow \beta \approx 10,89^o$

+ Vậy khi dây cân bằng, dây lệch so với phương thẳng đứng góc $\beta \approx 10,89^o$.

Ví dụ 4: Một vật m = 2kg được móc vào một lực kế treo trong buồng thang máy. Lấy g = 10 m/s^2. Hãy tìm số chỉ của lực kế trong các trường hợp sau:

a) Thang máy chuyển động thẳng đều.
b) Thang máy chuyển động với gia tốc a = 2 m/s^2 hướng lên phía trên.
c) Thang máy chuyển động với gia tốc a = 2 m/s^2 hướng xuống phía dưới.
d) Thang máy rơi tự do.

Hướng dẫn

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động.

+ Gắn vật trong hệ quy chiếu với thang máy $\Rightarrow$ trong thang máy vật này đứng yên.

+ Vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$ và lực đàn hồi $\vec{F}_{đh}$ của lò xo.

+ Định luật II Niu-tơn: $\vec{P}+\vec{F}_{qt}+\vec{F}_{đh}=0$ (*)

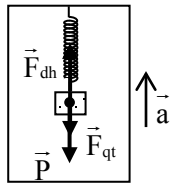
a) Khi thang máy chuyển động thẳng đều thì a = 0

$\Rightarrow F_{qt}=0 \Rightarrow \vec{P}+\vec{F}_{đh}=0$

$\Rightarrow F_{đh}=P=mg=20N$

+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ 20N

b) Vì $\vec{a}$ hướng lên $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng xuống

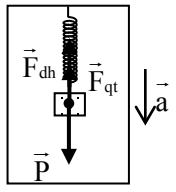


+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P-F_{qt}+F_{đh}=0$

$\Rightarrow F_{đh}=P+F_{qt}=mg+ma=m(g+a)=24(N)$

+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ 24N

c) Vì $\vec{a}$ hướng xuống $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng lên



+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $P-F_{qt}-F_{đh}=0$

$\Rightarrow F_{đh}=P-F_{qt}=mg-ma=m(g-a)=16(N)$

+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ 16N

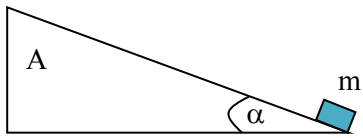
d) Khi thang máy rơi tự do thì $a=g \Rightarrow \vec{a}$ hướng xuống $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng lên

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $P-F_{qt}-F_{đh}=0$

$$\Rightarrow F_{dh} = P - F_{qt} = mg - ma = m(g-a) = 0$$

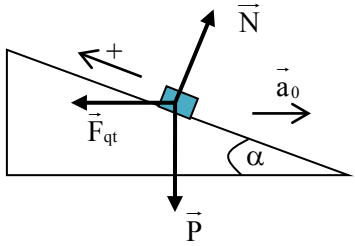
+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ số 0

Ví dụ 5: Nêm A phải chuyển động như thế nào với gia tốc bằng bao nhiêu để vật m trên A chuyển động đi lên. Bỏ qua ma sát. Biết $\alpha = 30^o$. Lấy $g = 10\ m/s^2$.



Hướng dẫn

+ Để nêm có thể chuyển động đi lên thì lực quán tính phải hướng sang trái do đó nêm phải chuyển động sang phải với gia tốc $\overrightarrow{a_0}$.



+ Xét trong hệ quy chiếu gắn với nêm, các lực tác dụng lên vật gồm trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\overrightarrow{N}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt}$.

+ Định luật II Niu-tơn lúc này là:

$$\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \overrightarrow{N} = m\vec{a}$$ ($\vec{a}$ gia tốc của vật so với nêm)

+ Chiếu lên chiều dương ta có: $-P\sin\alpha + F_{qt}\cos\alpha = ma \Leftrightarrow -g.\sin\alpha + a_0.\cos\alpha = a$

+ Điều kiện để vật chuyển động đi lên: $a \geq 0 \Rightarrow -g\sin\alpha + a_0\cos\alpha \geq 0$

$$\Rightarrow a_0 \geq g\tan\alpha = 10\tan 30^0 = \frac{10}{\sqrt{3}}\left(m/s^2\right)$$

Ví dụ 6: Một người đi xe đạp trên một đường vòng nằm ngang bán kính trung bình của mặt đường $R_0 = 26$ m, bề rộng của mặt đường d = 8 m. Xe có thể chạy với vận tốc tối đa bằng bao nhiêu để xa không bị trượt khỏi đường vòng. Khối lượng của xe và người là m = 60 kg, lực ma sát $F_{ms} = 200$ N.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên xe ở điểm cao nhất gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống vuông góc với mặt đường.
- Phản lực $\overrightarrow{N}$, có phương thẳng đứng, chiều hướng lên vuông góc với mặt đường.
- Lực ma sát giữa mặt đường và bánh xe.

+ Hợp lực tác dụng lên xe là: $\vec{F}_{hl} = \vec{P} + \overrightarrow{N} + \vec{F}_{ms}$

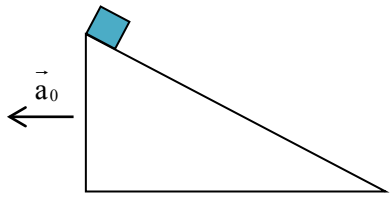
+ Vì xe tham gia chuyển động tròn đều nên hợp lực hướng vào tâm vòng tròn. Vì $\vec{P}$ và $\overrightarrow{N}$ triệt tiêu nhau nên lực ma sát đóng vai trò là lực hướng tâm.

+ Để xe không bị trượt thì lực hướng tâm phải không nhỏ hơn lực quán tính li tâm nên: $F_{ms} \ge m\omega^2 R \Leftrightarrow F_{ms} \ge m\dfrac{v^2}{R} \Rightarrow v \le \sqrt{\dfrac{F_{ms}R}{m}} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\dfrac{F_{ms}R}{m}}$

+ Khi xe chạy với vận tốc tối đa thì xe phải chạy sát mép ngoài của đường vòng trên nên: $R = R_0 + \dfrac{d}{2} = 26 + \dfrac{8}{2} = 30(m)$

+ Vậy vận tốc tối đã mà xe có thể chạy là: $v_{max} = \sqrt{\dfrac{200.30}{60}} = 10(m/s)$

Ví dụ 7: Vật có khối lượng m đứng yên ở đỉnh một cái nêm nhờ ma sát. Chọn hệ quy chiếu gắn với nêm. Xác định gia tốc và vận tốc của vật đối với nêm khi vật trượt đến chân nêm khi cho nêm chuyển động nhanh dần đều sang trái với gia tốc $\vec{a}_0$ (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa mặt nêm và m là μ, chiều dài mặt nêm là L , góc nghiêng là α và $a_0 < g\cot\alpha$.



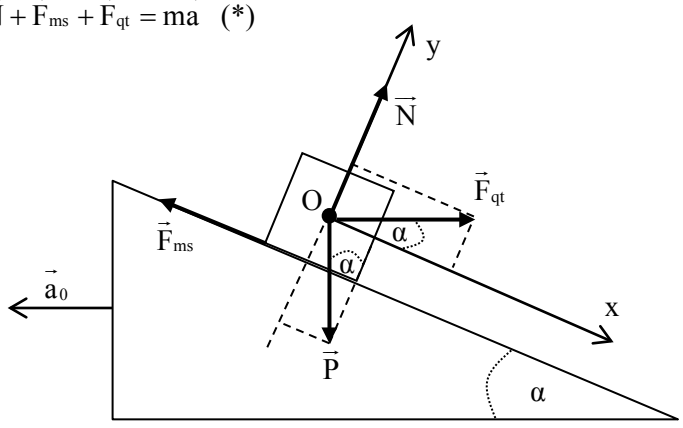
Hướng dẫn

+ Trong hệ quy chiếu gắn với nêm, vật chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$; Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$; Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$

+ Gọi $\vec{a}_0$ là gia tốc của vật đối với nêm. Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_{qt} = m\vec{a} \quad (*)$$



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên phương Ox ta có: $P\sin\alpha - F_{ms} + F_{qt}\cos\alpha = ma \quad (1)$

+ Chiếu (*) lên phương Oy ta có: $N - P\cos\alpha + F_{qt}\sin\alpha = 0 \quad (2)$

$\Rightarrow N = P\cos\alpha - F_{qt}\sin\alpha$

+ Lực ma sát: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha - F_{qt}\sin\alpha\right)$ (3)

+ Thay (3) vào (1) ta có: $P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha - F_{qt}\sin\alpha\right) + F_{qt}\cos\alpha = ma$

+ Độ lớn lực quán tính: $F_{qt} = ma_0$ (4)

+ Thay (4) vào (3) ta có: $mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha + \mu m.a_0.\sin\alpha + ma_0.\cos\alpha = ma$

$\Rightarrow a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha + \mu.a_0.\sin\alpha + a_0.\cos\alpha$

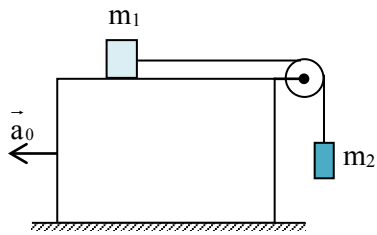
$\Rightarrow a = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) + a_0\left(\mu.\sin\alpha + \cos\alpha\right)$

+ Vậy gia tốc của vật so với nêm là: $a = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) + a_0\left(\mu.\sin\alpha + \cos\alpha\right)$

+ Vận tốc của vật so với nêm khi chuyển động đến chân nêm:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2aL} = \sqrt{2L\left[g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) + a_0\left(\mu.\sin\alpha + \cos\alpha\right)\right]}$$

Ví dụ 8: *Một dây nhẹ không co dãn vắt qua một ròng rọc nhẹ gắn ở một cạnh bàn nằm ngang, hai đầu dây buộc hai vật có khối lượng m_1, m_2. Hệ số ma sát giữa mặt bàn và m_1 là μ. Bỏ qua ma sát ở trục của ròng rọc. Tìm gia tốc của m_1 so với đất khi bàn chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ hướng sang trái, g là gia tốc trọng trường.

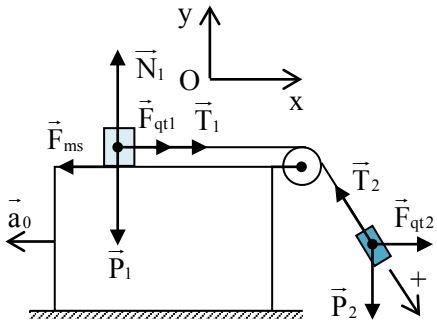


Hướng dẫn

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với bàn.

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{N}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt1} = -m_1\vec{a}_0$.

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$, lực quán tính $\vec{F}_{qt2} = -m_2\vec{a}_0$.



+ Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật m_1:

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_{qt1} = m_1\vec{a}_1 \quad (1)$$

+ Chiếu (1) lên các trục Ox và Oy ta có: $\begin{cases} Ox:\ T_1 + F_{qt1} - F_{ms} = m_1a_1 \\ Oy:\ N_1 + P_1 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow N_1 = P_1 = m_1 g \Rightarrow \ T_1 + F_{qt1} - \mu.m_1.g = m_1 a_1 \qquad (2)$$

+ Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật m_2:

$$\vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{F}_{qt2} = m_2 \vec{a}_2 \Leftrightarrow \vec{T}_2 + \vec{R} = m_2 \vec{a}_2 \qquad (3)$$

Với: $\begin{cases} \vec{R} = \vec{P}_2 + \vec{F}_{qt2} \\ R = \sqrt{P_2^2 + F_{qt2}^2} = m_2\sqrt{g^2 + a_0^2} \end{cases}$

+ Chiếu (3) lên chiều dương ta có: $R - T_2 = m_2 a_2 \qquad (4)$

+ Vì dây không dãn, bỏ qua khối lượng ròng rọc nên:

$$T_1 = T_2 \text{ và } a_1 = a_2 = a \qquad (5)$$

+ Lấy (3) + (4), kết hợp với (5) ta có: $R + F_{qt1} - \mu.m_1.g = a\left(m_1 + m_2\right)$

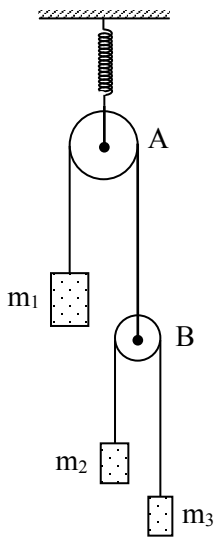
$$\Rightarrow a = \frac{R + F_{qt1} - \mu.m_1.g}{m_1 + m_2} = \frac{m_2\sqrt{g^2 + a_0^2} + m_1 a_0 - \mu.m_1.g}{m_1 + m_2}$$

+ Gọi $\vec{a}_{13}$ la gia tốc của vật m_1 đối với đất, ta có: $\vec{a}_{13} = \vec{a}_1 + \vec{a}_0$

+ Vì $\vec{a}_1$ ngược chiều với $\vec{a}_0 \Rightarrow a_{13} = a_1 - a_0 = \frac{m_2\sqrt{g^2 + a_0^2} + m_1 a_0 - \mu.m_1.g}{m_1 + m_2} - a_0$

$$\Rightarrow a_{13} = \frac{m_2\sqrt{g^2 + a_0^2} - \mu.m_1.g - m_2 a_0}{m_1 + m_2} = \frac{m_2\left(\sqrt{g^2 + a_0^2} - a_0\right) - \mu.m_1.g}{m_1 + m_2}$$

Ví dụ 9: *Qua một ròng rọc A khối lượng không đáng kể, người ta luồn một sợi dây, một đầu buộc vào quả nặng m_1, đầu kia buộc vào một ròng rọc B khối lượng không đáng kể. Qua B lại vắt một sợi dây khác. Hai đầu dây nối với hai quả nặng m_2 và m_3. Ròng rọc A với toàn bộ các trọng vật được treo vào một lực kế lò xo (hình vẽ). Xác định gia tốc của các quả nặng m_1, m_2, m_3 so với ròng rọc A và số chỉ trên lực kế nếu $m_2 > m_3$ và $m_1 > m_2 + m_3$.



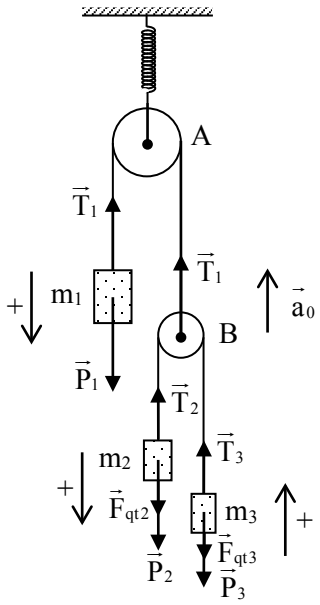
Hướng dẫn

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với ròng rọc cố định A, khi đó ròng rọc động B là một hệ quy chiếu không quán tính.

+ Giả sử m_1 chuyển động với gia tốc $\vec{a}_1$ khi đó hệ quy chiếu không quán tính B chuyển động với gia tốc $a_0 = a_1$. Vì $\vec{a}_1$ hướng xuống nên $\vec{a}_0$ hướng lên.

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$.

+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$, lực quán tính $\vec{F}_{qt2} = -m_2\vec{a}_0$.



+ Các lực tác dụng lên vật m_3 gồm: trọng lực $\vec{P}_3$, lực căng dây $\vec{T}_3$, lực quán tính $\vec{F}_{qt3} = -m_3\vec{a}_0$.

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật:

- Vật m_1: $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$
- Vật m_2: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{qt2} = m_2\vec{a}_2$
- Vật m_3: $\vec{P}_3 + \vec{T}_3 + \vec{F}_{qt3} = m_3\vec{a}_3$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật (như hình)

+ Chiếu các phương trình vectơ ở trên lên chiều dương của chúng ta có :

$$P_1 - T_1 = m_1a_1$$

$$P_2 - T_2 + F_{qt2} = m_2a_2$$

$$T_3 - P_3 - F_{qt3} = m_3a_3$$

+ Dây không dãn, khối lượng ròng rọc không đang kể $\Rightarrow \begin{cases} T_1 = 2T_2 = 2T_3 = 2T \\ a_2 = a_3 = a \end{cases}$

+ Mặt khác: $F_{qt2} = m_2a_0 = m_2a_1$, $F_{qt3} = m_3a_0 = m_3a_1$

+ Do đó:

$$m_1g - 2T = m_1a_1 \qquad (1)$$

$$m_2g - T + m_2a_1 = m_2a \quad (2)$$

$$T - m_3g - m_3a_1 = m_3a \quad (3)$$

+ Lấy (3) x 2 + (1) ta có: $m_1g - 2m_3g - 2m_3a_1 = 2m_3a + m_1a_1$

$$\Rightarrow 2m_3a + (m_1 + 2m_3)a_1 = (m_1 - 2m_3)g \quad (4)$$

+ Lấy (2) + (3) ta có: $m_2g + m_2a_1 - m_3g - m_3a_1 = m_2a + m_3a$

$$\Rightarrow (m_2 + m_3)a - (m_2 - m_3)a_1 = (m_2 - m_3)g \quad (5)$$

+ Giải (4) và (5) ta có: $\begin{cases} a_1 = \left(\dfrac{m_1m_2 + m_1m_3 - 4m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g \\ a = \left(\dfrac{2m_1m_2 - 2m_1m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g \end{cases}$

+ Vậy gia tốc của vật m_1 đối với ròng rọc A là: $a_1 = \left(\dfrac{m_1m_2 + m_1m_3 - 4m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g$

+ Gọi $\vec{a}_{2A}$ là gia tốc của vật m_2 đối với ròng rọc A, ta có: $\vec{a}_{2A} = \vec{a}_2 + \vec{a}_0$

+ Vì $\vec{a}_2$ và $\vec{a}_0$ ngược chiều nên: $a_{2A} = a_2 - a_0$

$$\Leftrightarrow a_{2A} = \left(\frac{2m_1m_2 - 2m_1m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3} - \frac{m_1m_2 + m_1m_3 - 4m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g$$

$$\Rightarrow a_{2A} = \left(\frac{m_1m_2 - 3m_1m_3 + 4m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g$$

+ Gọi $\vec{a}_{3A}$ là gia tốc của vật m_3 đối với ròng rọc A, ta có: $\vec{a}_{3A} = \vec{a}_3 + \vec{a}_0$

+ Vì $\vec{a}_3$ và $\vec{a}_0$ cùng chiều nên: $a_{3A} = a_3 + a_0$

$$\Leftrightarrow a_{3A} = \left(\frac{2m_1m_2 - 2m_1m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3} + \frac{m_1m_2 + m_1m_3 - 4m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g$$

$$\Rightarrow a_{3A} = \left(\frac{3m_1m_2 - m_1m_3 - 4m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g$$

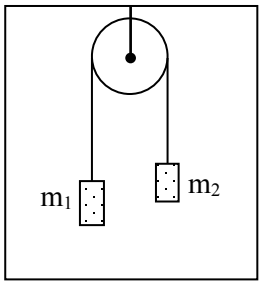
+ Theo (1) ta có: $m_1g - 2T = m_1a_1 \Rightarrow T = \dfrac{m_1(g - a_1)}{2} \quad (6)$

+ Thay a_1 vào (6) ta có: $T = \dfrac{m_1\left(g - \left(\dfrac{m_1m_2 + m_1m_3 - 4m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g\right)}{2}$

$$\Rightarrow T = \left(\frac{4m_1m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3}\right)g$$

+ Số chỉ lực kế lò xo: $F = 2T_1 = 4T = \left(\frac{16m_1m_2m_3}{m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3} \right) g$

Ví dụ 10: Cơ chế máy A-tút treo trong thang máy, đầu dây vắt qua ròng rọc là 2 vật khối lượng m_1, m_2 ($m_1 > m_2$) (hình vẽ). Coi sợi dây không co dãn, khối lượng không đáng kể. Thang máy chuyển động đi lên nhanh dần đều với gia tốc $\vec{a}_0$. Xác định gia tốc $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ của các vật đối với mặt đất và độ lớn lực căng dây T.

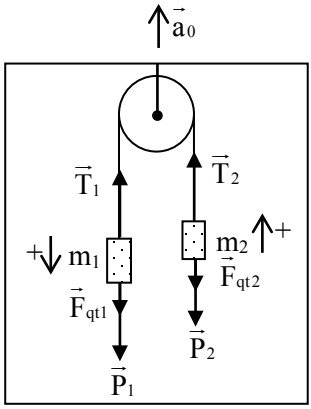


Hướng dẫn

+ Xét trong hệ quy chiếu gắn với thang máy

+ Các lực tác dụng lên m_1 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt1} = -m_1\vec{a}_0$



+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_2$
- Lực căng dây $\vec{T}_2$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt2} = -m_2\vec{a}_0$

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật:

- Vật m_1: $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{qt1} = m_1\vec{a}_1$
- Vật m_2: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{qt2} = m_2\vec{a}_2$

+ Vì $m_1 > m_2$ nên vật m_1 đi xuống, khi đó vật m_2 sẽ đi lên

+ Chọn chiều dương của mỗi vật là chiều chuyển động của chúng

+ Chiếu các phương trình vectơ lên chiều dương của chúng ta có:

Vật m_1: $P_1 - T_1 + F_{qt1} = m_1a_1$ (1)

Vật m_2: $-P_2 + T_2 - F_{qt2} = m_2a_2$ (2)

+ Vì dây không co dãn nên: $a_1 = a_2 = a$ và $T_1 = T_2 = T$ (3)

+ Mặt khác: $F_{qt1} = m_1a_0$ và $F_{qt2} = m_2a_0$ (4)

+ Thay (3) và (4) vào (1) và (2) ta có:

$$m_1g - T + m_1a_0 = m_1a \quad (5)$$

$$-m_2g + T - m_2a_0 = m_2a \quad (6)$$

+ Lấy (5) + (6) ta có: $(m_1 - m_2)g + (m_1 - m_2)a_0 = (m_1 + m_2)a$

$$\Rightarrow a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)(g + a_0)$$

+ Gọi $\vec{a}_{13}$ là gia tốc của vật m_1 đối với đất, ta có: $\vec{a}_{13} = \vec{a}_1 + \vec{a}_0 = \vec{a} + \vec{a}_0$

+ Vì $\vec{a}_1$ và $\vec{a}_0$ ngược chiều nhau nên: $a_{13} = a - a_0 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)(g + a_0) - a_0$

$$\Rightarrow a_{13} = \frac{(m_1 - m_2)g - 2a_0m_2}{m_1 + m_2}$$

- $\vec{a}_{13}$ hướng xuống khi:

$$a_{13} > 0 \Rightarrow \frac{(m_1 - m_2)g - 2a_0m_2}{m_1 + m_2} > 0 \Rightarrow a_0 < \frac{(m_1 - m_2)g}{2m_2}$$

- $\vec{a}_{13}$ hướng lên khi:

$$a_{13} < 0 \Rightarrow \frac{(m_1 - m_2)g - 2a_0m_2}{m_1 + m_2} < 0 \Rightarrow a_0 > \frac{(m_1 - m_2)g}{2m_2}$$

+ Gọi $\vec{a}_{23}$ là gia tốc của vật m_1 đối với đất, ta có: $\vec{a}_{23} = \vec{a}_2 + \vec{a}_0 = \vec{a} + \vec{a}_0$

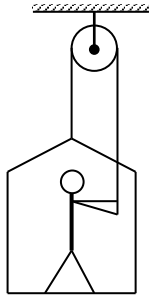
+ Vì $\vec{a}_2$ và $\vec{a}_0$ cùng chiều nên: $a_{23} = a + a_0 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)(g + a_0) + a_0$

$$\Rightarrow a_{23} = \frac{(m_1 - m_2)g + 2a_0m_2}{m_1 + m_2} > 0 \Rightarrow \vec{a}_{23} \text{ hướng lên}$$

+ Thay a vào (5) ta có: $m_1g - T + m_1a_0 = m_1\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)(g + a_0)$

$$\Rightarrow T = \left(\frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}\right)(g + a_0)$$

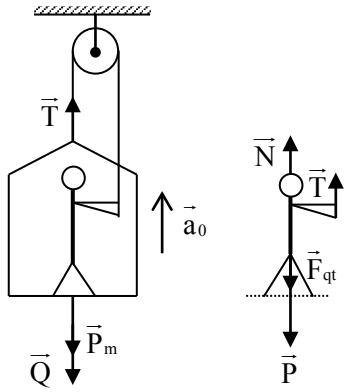
Ví dụ 11: Một người có khối lượng M đứng trên sàn một cái lồng có khối lượng m < M kéo vào đầu sợi dây như hình vẽ để kéo lồng lên cao. Gia tốc chuyển động của lồng là $\vec{a}_0$. Tính áp lực của người lên sàn lồng và lên ròng rọc, coi rằng người đứng chính giữa sàn.



Hướng dẫn

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với cái lồng, khi đó người chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}_M$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Phản lực $\vec{N}$ của sàn
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -M\vec{a}_0$



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho người:

$$\vec{P}_M + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = 0 \qquad (*)$$

+ Các lực tác dụng lên lồng gồm: trọng lực $\vec{P}_m$, lực căng dây $\vec{T}$, áp lực $\vec{Q}$ của người lên lồng.

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho lồng: $\vec{P}_m + \vec{T} + \vec{Q} = m\vec{a}_0 \qquad (**)$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của lồng.

+ Chiếu (*) và (**) lên chiều dương ta có:

- Người: $-P_M + T + N - F_{qt} = 0 \Leftrightarrow -Mg + T + N - M.a_0 = 0 \qquad (1)$
- Lồng: $-P_m + T - Q = ma_0 \xrightarrow{N=Q} T = m(g + a_0) + N \qquad (2)$

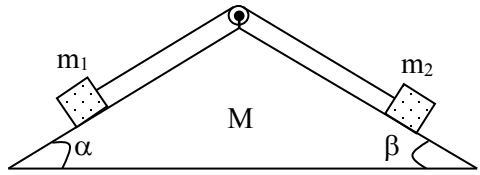
+ Thế (2) vào (1) ta có: $-Mg + m(g + a_0) + N + N - M.a_0 = 0$

$$\Rightarrow N = \frac{(M-m)g + (M-m)a_0}{2} = \frac{(M-m)(g+a_0)}{2}$$

+ Áp lực Q của người lên sàn: $Q = \dfrac{(M-m)(g+a_0)}{2}$

+ Lực căng dây T: $T = m(g + a_0) + \dfrac{(M-m)(g+a_0)}{2} = \dfrac{(M+m)(g+a_0)}{2}$

Ví dụ 12: Cho cơ hệ như hình vẽ, khối lượng của nêm là M và các vật lần lượt là m_1, m_2. Ban đầu giữ cho hệ đứng yên. Thả cho cơ hệ chuyển động thì nêm chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ bằng bao nhiêu ? Tính gia tốc của vật đối với nêm theo gia tốc a_0. Với tỉ số nào của m_1 và m_2 thì nêm đứng yên và các vật trượt trên 2 mặt nêm. Bỏ qua ma sát, khối lượng các ròng rọc và dây nối.



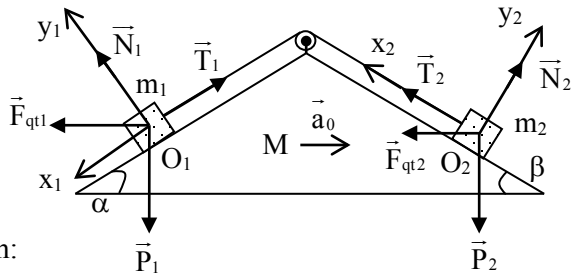
Hướng dẫn

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với nêm. Trong hệ quy chiếu này vật m_1 chuyển động với gia tốc a_1, vật m_2 chuyển động với gia tốc a_2.

+ Giả sử $m_1.\sin\alpha > m_2.\sin\beta$ tức vật m_1 đi xuống, m_2 đi lên, khi đó nêm đi sang phải. Vì tất cả các ngoại lực không có thành phần nằm ngang, nên khi khối tâm hệ hai vật chuyển động sang trái thì khối tâm của nêm phải chuyển động sang phải.

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt1}$



+ Các lực tác dụng lên vật m_2 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_2$; Phản lực $\vec{N}_2$
- Lực căng dây $\vec{T}_2$; Lực quán tính $\vec{F}_{qt2}$

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho các vật:

- Vật m_1: $\vec{F}_{qt1} + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$ (1)
- Vật m_2: $\vec{F}_{qt2} + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$ (2)

+ Chọn các hệ trục tọa độ riêng cho mỗi vật như hình

+ Chiếu (1) và (2) lên các trục O_1x_1 và O_2x_2 ta có:

$$m_1a_0.\cos\alpha + P_1\sin\alpha - T_1 = m_1a_1 \quad (3)$$

$$m_2a_0.\cos\beta - P_2\sin\beta + T_2 = m_2a_2 \quad (4)$$

+ Do dây không dãn nên $T_1 = T_2 = T$ và $a_1 = a_2 = a$, thay vào (3) và (4) ta được:

$$m_1 a_0 .\cos\alpha + m_1 g\sin\alpha - T = m_1 a \qquad (5)$$

$$m_2 a_0 .\cos\beta - m_2 g\sin\beta + T = m_2 a \qquad (6)$$

+ Lấy (5) + (6) ta có:

$$a_0\left(m_1.\cos\alpha + m_2.\cos\beta\right) + g\left(m_1\sin\alpha - m_2\sin\beta\right) = \left(m_1 + m_2\right)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{a_0\left(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta\right) + g\left(m_1\sin\alpha - m_2\sin\beta\right)}{m_1 + m_2}$$

+ Lấy (5) : (6) rút được: $T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(a_0\cos\alpha + g\sin\alpha - a_0\cos\beta + g\sin\beta\right)$

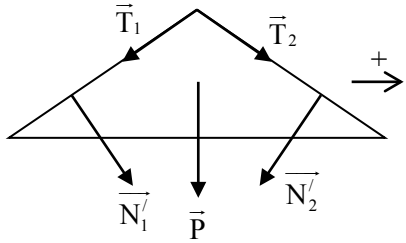
+ Chiếu (1) và (2) lên các trục O_1y_1 và O_2y_2 ta có:

$$N_1 = m_1(g.\cos\alpha - a_0.\sin\alpha)$$

$$N_2 = m_2(g.\cos\beta + a_0.\sin\beta)$$

+ Các lực tác dụng lên nêm gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Áp lực $\overrightarrow{N_1'}$ và $\overrightarrow{N_2'}$ của m_1 và m_2
- Phản lực $\vec{N}$ của mặt ngang
- Lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$



+ Phương trình chuyển động của nêm:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = M.\vec{a}_0 \qquad (7)$$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của nêm, chiếu (7) ta có:

$$N_1'\sin\alpha - N_2'\sin\beta + T_2\cos\beta - T_1\cos\alpha = Ma_0 \qquad (8)$$

+ Ta có: $T_1 = T_2 = T$, $N_1 = N_1'$ và $N_2 = N_2'$. Do đó (8) viết lại như sau:

$$N_1\sin\alpha - N_2\sin\beta + T\left(\cos\beta - \cos\alpha\right) = Ma_0 \qquad (9)$$

Thay giá trị của N_1, N_2, T vào (9) ta được:

$$a_0 = \frac{\left(m_1\sin\alpha - m_2\sin\beta\right)\left(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta\right)}{\left(m_1 + m_2\right)\left(m_1 + m_2 + M\right) - \left(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta\right)^2}$$

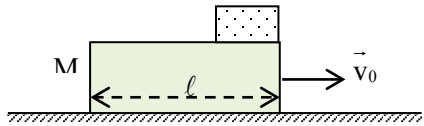
+ Vậy gia tốc của nêm là: $a_0 = \frac{\left(m_1\sin\alpha - m_2\sin\beta\right)\left(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta\right)}{\left(m_1 + m_2\right)\left(m_1 + m_2 + M\right) - \left(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta\right)^2}$

+ Khi đó gia tốc của các vật m_1 và m_2 là:

$$a_1 = a_2 = a = \frac{a_0\left(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta\right) + g\left(m_1\sin\alpha - m_2\sin\beta\right)}{m_1 + m_2}$$

+ Điều kiện để nêm đứng yên là: $a_0 = 0 \Leftrightarrow m_1\sin\alpha - m_2\sin\beta = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ nêm đứng yên thì các vật cũng không chuyển động, hay nói cách khác không xảy ra trường hợp nêm đứng yên các vật chuyển động vì: khối tâm của hệ không di chuyển theo phương ngang. Bởi vậy, nếu khối tâm của 2 vật dịch chuyển thì khối tâm của nêm dịch chuyển theo chiều ngược lại.

Ví dụ 13: *Đặt một khối gỗ có khối lượng M, chiều dài ℓ trên mặt sàn nằm ngang, phía trên sát về một đầu khối gỗ đặt vật có khối lượng m như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa vật m và khối gỗ là μ, bỏ qua ma sát giữa khối gỗ và mặt sàn. Hỏi phải truyền cho M một vận tốc ban đầu v_o bao nhiêu theo chiều như hình vẽ để m có thể rời khỏi M ?



Hướng dẫn

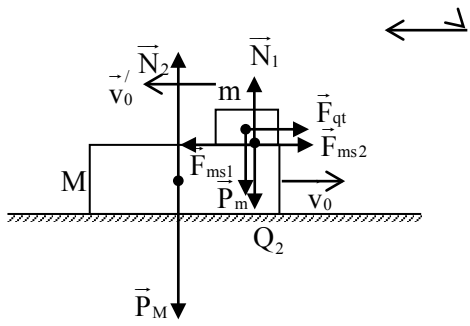
+ Vận tốc ban đầu của m so với M:

$$v_0^{/} = v_0$$

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với M

+ Các lực tác dụng lên m gồm: trọng lực $\vec{P}_m$, phản lực $\vec{N}_1$ của M, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$.

+ Các lực tác dụng lên M gồm: trọng lực $\vec{P}_M$, phản lực $\vec{N}_2$, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, áp lực $\vec{Q}_2$ của m.



+ Vì có ma sát nên hai vật chuyển động chậm dần, do đó gia tốc của M ngược chiều chuyển động nên lực quán tính tác dụng lên m cùng hướng với $\vec{v}_0$.

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ

+ Định luật II Niu-tơn viết cho m: $\vec{P}_m + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{qt} = m\vec{a}_1$ (1)

+ Định luật II Niu-tơn viết cho M: $\vec{P}_M + \vec{N}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} = M\vec{a}_2$ (2)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy cho vật m như nhình:

+ Chiếu (1) lên Ox ta có: $-F_{ms1} - F_{qt} = ma_1$

+ Chiếu (1) lên Oy, ta có: $N_1 = P_m = mg \Rightarrow F_{ms1} = \mu mg$

+ Ta có: $F_{qt} = m|a_2| \Rightarrow -\mu mg - m|a_2| = ma_1 \Rightarrow a_1 = -(|a_2| + \mu g) < 0$

$\Rightarrow$ vật m chuyển động chậm dần đều

+ Chiếu (2) lên chiều chuyển động của M ta có: $-F_{ms2} = Ma_2 \Leftrightarrow -\mu mg = Ma_2$

$$\Rightarrow a_2 = -\frac{\mu mg}{M} < 0 \Rightarrow \text{M chuyển động chậm dần}$$

$$\Rightarrow a_1 = -\left(\frac{\mu mg}{M} + \mu g\right) = -\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

+ Quãng đường vật m trượt trên M đến khi dừng lại:

$$s_1 = \frac{0^2 - \left(v_0'\right)^2}{2a_1} = \frac{v_0^2}{2\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)}$$

+ Vật m rời khỏi M khi: $s_1 \geq \ell \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{2\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)} \geq \ell \Rightarrow v_0 \geq \sqrt{2\ell\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)}$

+ Vậy vận tốc tối thiểu phải truyền cho M để m rời khỏi M là:

$$v_{0\min} = \sqrt{2\ell\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)}$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Treo 1 con lắc đơn có khối lượng m = 2kg vào trần của 1 toa xe lửa. Biết xe chuyển động ngang với gia tốc a và dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng 1 góc $\alpha = 45^o$. Lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$. Tính gia tốc chuyển động a của xe lửa và lực căng dây của dây treo.

Bài 2: Quả cầu khối lượng m = 100 g treo ở đầu sợi dây trong một chiếc xe. Xe chuyển động chậm dần đều đi lên mặt nghiêng không ma sát. Biết góc giữa mặt nghiêng và mặt ngang là $\alpha = 30^o$. Xác định góc lệch của dây treo so với phương thẳng đứng khi dây treo cân bằng và lực căng của sợi dây khi đó. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Bài 3: Quả cầu khối lượng m = 100 g treo ở đầu sợi dây trong một chiếc xe. Xe chuyển động chậm dần đều đi lên mặt nghiêng có hệ số ma sát $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$. Biết góc giữa mặt nghiêng và mặt ngang là $\alpha = 30^o$. Xác định góc lệch của dây treo so với phương thẳng đứng khi dây treo cân bằng và lực căng sợi dây khi đó. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Bài 4: Con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng m = 0,1 kg và sợi dây có chiều dài ℓ được treo trên trần một chiếc ô tô đang chuyển động nhanh dần đều lên một dốc nghiêng $\alpha = 30^o$ với gia tốc $a_0 = 5$ (m/s^2). Xác định góc nghiêng của dây treo quả lắc so với phương thẳng đứng và lực căng sợi dây. Lấy g = 10 m/s^2.

Bài 5: Một vật nặng có khối lượng m treo vào đầu một sợi dây. Đầu kia của sợi dây buộc vào trần một hộp trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc 30^o so với mặt phẳng ngang. Tính góc lệch của dây treo so với phương thẳng đứng.

Bài 6: Một vật m = 14kg được móc vào một lực kế treo trong buồng thang máy. Hãy tìm số chỉ của lực kế trong các trường hợp sau:

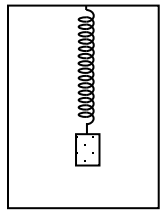
a) Thang máy chuyển động thẳng đều.
b) Thang máy chuyển động lên phía trên với gia tốc với gia tốc a = 0,5g.
c) Thang máy chuyển động xuống dưới với gia tốc với gia tốc a = 0,5g.
d) Thang máy rơi tự do. Lấy g = 10m/s^2

Bài 7: Đĩa nằm ngang quay quanh trục thẳng đứng với tần số 30 vòng/phút. Vật đặt trên đĩa cách trục quay 20cm. Hệ số ma sát giữa đĩa và vật là bao nhiêu để vật không trượt khỏi đĩa? Lấy g = 10m/s^2.

Bài 8: Một vật có khối lượng m đứng yên trên đỉnh một mặt phẳng nghiêng nhờ lực ma sát. Hỏi sau bao lâu vật sẽ ở chân mặt phẳng nghiêng nếu mặt phẳng nghiêng bắt đầu chuyển động theo phương ngang với gia tốc a = 1 m/s^2. Chiều dài mặt phẳng nghiêng là ℓ = 1 m, góc nghiêng là 30^o, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,6$. Lấy g = 10 m/s^2.

Bài 9: Một vật khối lượng m = 10 kg được treo vào một đầu dây, đầu kia của dây treo vào trần của buồng thang máy. Dây có thể chịu một lực căng cực đại bằng 120 N. Thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn cực đại bằng bao nhiêu thì dây không bị đứt. Lấy g = 10 m/s^2.

Bài 10: Một vật có khối lượng m được treo vào một lò xo, sau đó hệ vật – lò xo được treo trên trần một thang máy như hình vẽ. Khi thang máy đứng yên, lò xo dãn ra 10 cm. Khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc a = 2 m/s^2 thì lò xo bị nén hay dãn thêm một đoanh bao nhiêu so với khi thang máy đứng yên. Lấy g = 10 m/s^2.



Bài 11: Một người có khối lượng m = 50kg đang đứng ở trong một thang máy. Lấy g = 10 m/s^2. Hãy xác định áp lực của người đó đè lên sàn thang máy trong các trường hợp sau:

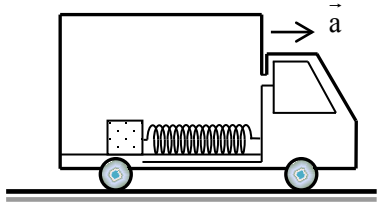
a) Thang máy chuyển động thẳng đều.
b) Thang máy chuyển động đi lên nhanh dần đều với gia tốc a = 2 m/s^2.

c) Thang máy chuyển động đi xuống nhanh dần đều với gia tốc a = 2 m/s^2.
d) Thang máy chuyển động đi lên chậm dần đều với gia tốc a = 2 m/s^2.
e) Thang máy chuyển động đi xuống chậm dần đều với gia tốc a = 2 m/s^2.

Bài 12: Một người có khối lượng m = 60kg đang đứng ở trong một thang máy. Lấy g = 10 m/s^2. Hãy xác định áp lực của người đó đè lên sàn thang máy trong các trường hợp sau:

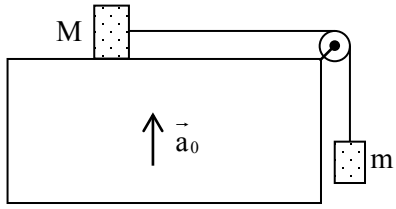
a) Thang máy chuyển động thẳng đều.
b) Thang máy chuyển động đi lên nhanh dần đều không vận tốc đầu với gia tốc a = 2 m/s^2 và sau thời gian t = 2 s vận tốc thang máy là v = 6 m/s.

Bài 13: Một lò xo có độ cứng k = 100 N/m, một đầu gắn cố định vào xe, một đầu gắn quả nặng khối lượng m = 500g như hình vẽ. Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt sàn của xe. Cho biết lò xo dãn hay nén khi xe tăng tốc với gia tốc a = 4 m/s^2.

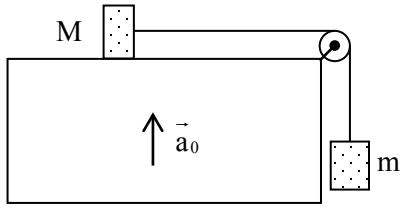


Bài 14: Một sợi dây không dãn, khối lượng không đáng kể, được vắt qua một ròng rọc cố định có khối lượng không đáng kể. Một đầu dây treo vật khối lượng m, đầu kia có một con khỉ khối lượng 2m bám vào. Con khỉ bám dây leo lên với gia tốc $\vec{a}$ đối với dây. Hãy tìm gia tốc của của sợi dây so với mặt đất.

Bài 15: Một sợi dây nhẹ không co dãn vắt qua một ròng rọc có khối lượng không đáng kể được gắn ở hai cạnh một mặt bàn nằm ngang. Hai vật khối lượng M và m được buộc ở hai dầu dây (hình vẽ). Bàn chuyển động thẳng đứng lên trên với gia tốc $\vec{a}_0$. Tính gia tốc của vật m đối với bàn. Bỏ qua ma sát.

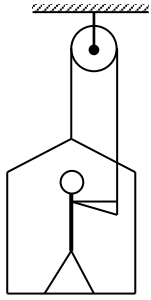


Bài 16: Một sợi dây nhẹ không co dãn vắt qua một ròng rọc có khối lượng không đáng kể được gắn ở hai cạnh một mặt bàn nằm ngang. Hai vật khối lượng M = 650 g và m = 600 g được buộc ở hai dầu dây (hình vẽ). Bàn chuyển động thẳng đứng lên trên với gia tốc a_0 = 2,5 m/s^2. Tính gia tốc



của vật M và m đối với đất. Bỏ qua ma sát. Lấy g = 10 m/s^2.

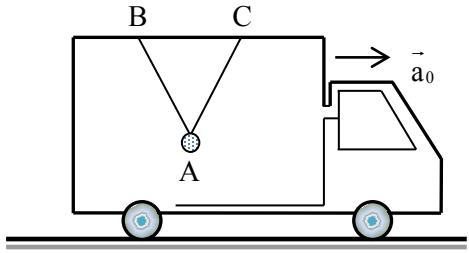
Bài 17: Một người có khối lượng M = 70 kg đứng trên sàn một cái lồng có khối lượng m = 10 kg kéo vào đầu sợi dây để cả người và lồng cùng đi lên như hình vẽ. Biết gia tốc chuyển động của lồng khi đó là $\vec{a}_0$ và áp lực của người lên sàn lồng là 396N, coi rằng người đứng chính giữa sàn. Xác định a_0. Lấy g = 10 m/s^2.



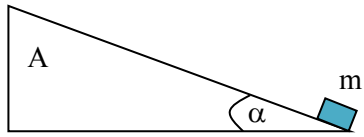
Bài 18: (Giải Toán Vật lí 10 – Bùi Quang Hân) Quả cầu có khối lượng m được treo bởi hai dây nhẹ trên trần một chiếc xe tải như hình vẽ, biết AB = BC = CA. Xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a_0. Xác định a để:

a) Lực căng của dây AC gấp ba lần lực căng của dây AB.

b) Dây AB bị chùng (không bị căng).



Bài 19: (Giải Toán Vật lí 10 – Bùi Quang Hân) Một nêm A có góc giữa mặt nghiêng với mặt ngang là α. Nêm A phải chuyển động như thế nào với gia tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu để vật m trên A chuyển động đi lên. Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt nêm là $\mu < \cot\alpha$.



Bài 20: (Olympic 30 tháng 4 năm 2013) *Trên mặt bàn nằm ngang rất nhẵn có một tấm ván khối lượng M = 1,6 kg, chiều dài ℓ = 1,2 m. Đặt ở đầu một tấm ván một vật nhỏ khối lượng m = 0,4 kg. Hệ số ma sát giữa vật và ván là μ = 0,3. Đột ngột truyền cho ván một vận tốc $\vec{v}_0$ song song với mặt bàn. Tính giá trị tối thiểu v_0 để vật m trượt khỏi ván. Lấy g = 10 m/s^2.

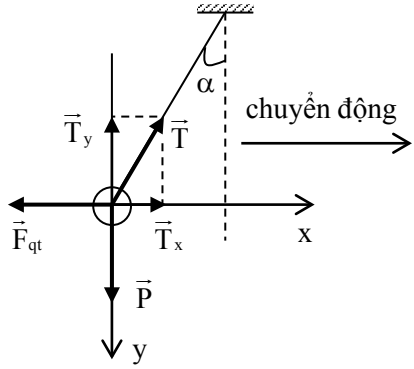
Bài 1:

+ Chọn hệ trục Oxy như hình

+ Gắn con lắc trong hệ quy chiếu là xe lửa

+ Các lực tác dụng lên con lắc đơn gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$$\vec{P}+\vec{F}_{qt}+\vec{T}=0$$

+ Chiếu ta có: $\begin{cases} P-T\cos\alpha=0 \\ -F_{qt}+T\sin\alpha=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{F_{qt}}{P}=\frac{a}{g}\Rightarrow a=g\tan\alpha=9,8(m/s^2)$$

$$\Rightarrow T=\frac{P}{\cos\alpha}=\frac{mg}{\cos\alpha}=27,72N$$

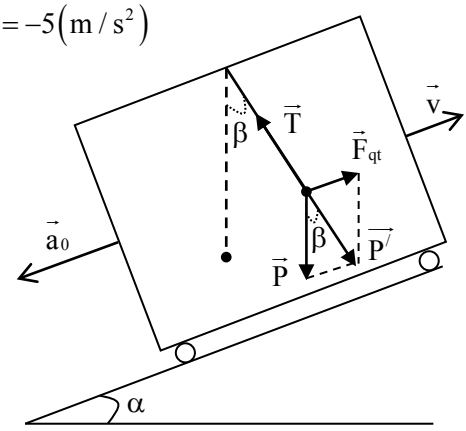
Bài 2:

+ Vì xe chuyển động đi lên dốc nghiêng góc α nên gia tốc của xe là:

$$a_0=-g\sin\alpha=-10.\sin 30^o=-5\left(m/s^2\right)$$

+ Gắn con lắc trong hệ quy chiếu là xe ô tô, các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Vì xe chuyển động lên chậm dần đều nên gia tốc $\vec{a}_0$ hướng về phía sau do đó vật chịu tác dụng của lực quán $\vec{F}_{qt}$ tính hướng về phía trước như hình vẽ.

+ Con lắc đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với xe nên biểu thức định luật II Niutơn lúc này là: $\vec{P}+\vec{F}_{qt}+\vec{T}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{P'}+\vec{T}=0\Rightarrow$ $\overrightarrow{P'}$ và $\vec{T}$ ngược chiều $\Rightarrow$ $\overrightarrow{P'}$ có phương sợi dây. Từ hình vẽ ta có: $\left(P'\right)^2=P^2+F_{qt}^2+2P.F_{qt}.\cos\left(\vec{P},\vec{F}_{qt}\right)$

$$\Leftrightarrow \left(P^{/}\right)^2 = P^2 + F_{qt}^2 + 2P.F_{qt}.\cos\left(90^o + \alpha\right)$$

+ Ta có: $\begin{cases} P = mg \\ F_{qt} = m\left|a_0\right| \end{cases} \Rightarrow \left(P^{/}\right)^2 = \left(mg\right)^2 + \left(ma_0\right)^2 + 2m^2.g.\left|a_0\right|.\cos\left(90^o + \alpha\right)$

+ Thay số ta có: $\left(P^{/}\right)^2 = \left(0,1.10\right)^2 + \left(0,1.5\right)^2 + 2.0,1^2.10.5.\cos\left(90^o + 30^o\right) = \dfrac{3}{4}$

+ Áp dụng định lí hàm số cos ta có: $F_{qt}^2 = P^2 + \left(P^{/}\right)^2 - 2P.P^{/}.\cos\beta$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{P^2 + \left(P^{/}\right)^2 - F_{qt}^2}{2P.P^{/}} = \frac{\left(0,1.10\right)^2 + \dfrac{3}{4} - \left(0,1.5\right)^2}{2.\left(0,1.10\right).\sqrt{\dfrac{3}{4}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = 30^o$$

+ Vậy khi dây cân bằng, dây lệch so với phương thẳng đứng góc $\beta = 30^o$.

+ Lực căng T của dây: $T = P^{/} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(N\right)$

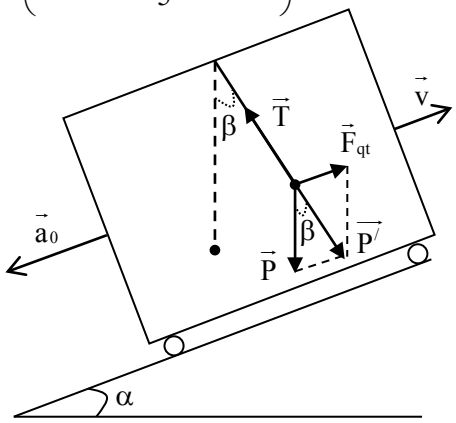
Bài 3:

+ Vì xe chuyển động đi lên dốc nghiêng góc α nên gia tốc của xe là:

$$a_0 = -g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) = -10.\left(\sin 30^o + \frac{\sqrt{3}}{5}.\cos 30^o\right) = -8\left(m/s^2\right)$$

+ Gắn con lắc trong hệ quy chiếu là xe ô tô, các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Vì xe chuyển động đi lên chậm dần đều nên gia tốc $\vec{a}_0$ hướng về phía sau do đó vật chịu tác dụng của lực quán $\vec{F}_{qt}$ tính hướng về phía trước như hình vẽ.

+ Con lắc đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với xe nên biểu thức định luật II Niutơn lúc này là: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \vec{P'} + \vec{T} = 0 \Rightarrow$ $\vec{P'}$ và $\vec{T}$ ngược chiều $\Rightarrow$ $\vec{P'}$ có phương sợi dây.

+ Từ hình vẽ ta có: $\left(P^{/}\right)^2 = P^2 + F_{qt}^2 + 2P.F_{qt}.\cos\left(\vec{P},\vec{F}_{qt}\right)$

$$\Leftrightarrow \left(P^{/}\right)^2 = P^2 + F_{qt}^2 + 2P.F_{qt}.\cos\left(90^o + \alpha\right)$$

+ Ta có: $\begin{cases} P = mg \\ F_{qt} = m\left|a_0\right| \end{cases} \Rightarrow \left(P^{/}\right)^2 = \left(mg\right)^2 + \left(ma_0\right)^2 + 2m^2.g.\left|a_0\right|.\cos\left(90^o + \alpha\right)$

+ Thay số ta có: $\left(P^{/}\right)^2 = \left(0,1.10\right)^2 + \left(0,1.8\right)^2 + 2.0,1^2.10.8.\cos\left(90^o + 30^o\right) = \dfrac{21}{25}$

+ Áp dụng định lí hàm số cos ta có: $F_{qt}^2 = P^2 + \left(P^{/}\right)^2 - 2P.P^{/}.\cos\beta$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{P^2 + \left(P^{/}\right)^2 - F_{qt}^2}{2P.P^{/}} = \frac{\left(0,1.10\right)^2 + \dfrac{21}{25} - \left(0,1.8\right)^2}{2.\left(0,1.10\right).\sqrt{\dfrac{21}{25}}} = 0,655 \Rightarrow \beta \approx 49,11^o$$

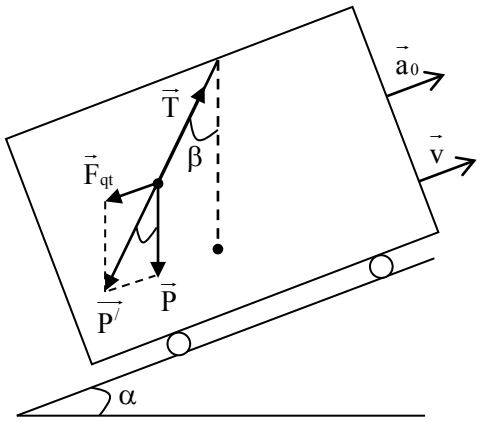
+ Vậy khi dây cân bằng, dây lệch so với phương thẳng đứng góc $\beta \approx 49,11^o$.

+ Lực căng dây T: $T = P^{/} = \sqrt{\dfrac{21}{25}} \approx 0,92\left(N\right)$

Bài 4:

+ Gắn con lắc trong hệ quy chiếu là xe ô tô, các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Vì xe chuyển động đi lên nhanh dần đều nên gia tốc $\vec{a}_0$ hướng về trước do đó vật chịu tác dụng của lực quán $\vec{F}_{qt}$ tính hướng về phía sau như hình vẽ.

+ Con lắc đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với xe nên biểu thức định luật II Niutơn lúc này là: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \vec{P^{/}} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \vec{P^{/}}$ và $\vec{T}$ ngược chiều $\Rightarrow \vec{P^{/}}$ có phương sợi dây.

+ Từ hình vẽ ta có: $\left(P^{/}\right)^2 = P^2 + F_{qt}^2 + 2P.F_{qt}.\cos\left(\vec{P},\vec{F}_{qt}\right)$

$$\Leftrightarrow \left(P^{/}\right)^2 = P^2 + F_{qt}^2 + 2P.F_{qt}.\cos\left(90^o - \alpha\right)$$

+ Ta có: $\begin{cases} P = mg \\ F_{qt} = ma_0 \end{cases} \Rightarrow \left(P^{/}\right)^2 = \left(mg\right)^2 + \left(ma_0\right)^2 + 2m^2.g.a_0.\sin\alpha$

+ Thay số ta có: $\left(P^{/}\right)^2 = \left(0,1.10\right)^2 + \left(0,1.5\right)^2 + 2.0,1^2.10.5.\sin 30^o = \frac{7}{4}$

+ Áp dụng định lí hàm số cos ta có: $F_{qt}^2 = P^2 + \left(P^{/}\right)^2 - 2P.P^{/}.\cos\beta$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{P^2 + \left(P^{/}\right)^2 - F_{qt}^2}{2P.P^{/}} = \frac{\left(0,1.10\right)^2 + \frac{7}{4} - \left(0,1.5\right)^2}{2.\left(0,1.10\right).\sqrt{\frac{7}{4}}} = 0,945 \Rightarrow \beta \approx 19,11^o$$

+ Vậy khi dây cân bằng, dây lệch so với phương thẳng đứng góc $\beta \approx 19,11^o$.

+ Lực căng dây T: $T = P^{/} = \sqrt{\frac{7}{4}} \approx 1,32\left(N\right)$

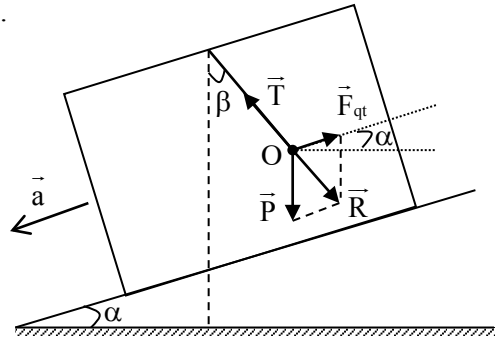
Bài 5:

+ Xe chuyển động nhanh dần trên mặt nghiêng với gia tốc: $a = g\sin\alpha$

+ Gắn quả cầu với hệ quy chiếu là trần xe, khi đó quả cầu chịu tác dụng của lực quán tính có chiều ngược với gia tốc $\vec{a}$.

+ Các lực tác dụng lên quả cầu gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Khi dây cân bằng thì:

$$\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{T} = 0$$

+ Gọi $\vec{R}$ là hợp của hai lực $\vec{P}$ và $\vec{F}_{qt}$

+ Ta có: $\vec{R} = \vec{P} + \vec{F}_{qt} \Rightarrow \vec{R} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \vec{R}$ có phương sợi dây $\Rightarrow \widehat{\vec{P}\vec{O}\vec{R}} = \beta$

+ Từ hình vẽ ta có: $\widehat{\vec{P}\vec{O}\vec{F}_{qt}} = 90^o + 30^o = 120^o \Rightarrow \widehat{\overrightarrow{OPR}} = 60^o$

+ Theo định lí hàm cos ta có: $R = \sqrt{F_{qt}^2 + P^2 - 2F_{qt}P.\cos 60^o}$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\left(mg\sin 30^0\right)^2 + \left(mg\right)^2 - mg\sin 30^0.mg} = mg\frac{\sqrt{3}}{2}$$

+ Lại có: $\cos\beta = \frac{P^2 + R^2 - F_{qt}^2}{2.P.R} = \frac{\left(mg\right)^2 + \frac{3}{4}\left(mg\right)^2 - \left(mg\sin 30^o\right)^2}{2.mg.mg\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = 30^o$

Bài 6:

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động.

+ Gắn vật trong hệ quy chiếu với thang máy $\Rightarrow$ trong thang máy vật này đứng yên.

+ Vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$ và lực đàn hồi $\vec{F}_{đh}$ của lò xo.

+ Định luật II Niu-tơn: $\vec{P}+\vec{F}_{qt}+\vec{F}_{đh}=0$ (*)

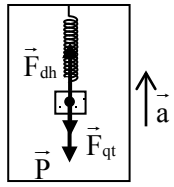
a) Khi thang máy chuyển đông thẳng đều thì a = 0

$\Rightarrow F_{qt}=0 \Rightarrow \vec{P}+\vec{F}_{đh}=0$

$\Rightarrow F_{đh}=P=mg=140N$

+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ 140N

b) Vì $\vec{a}$ hướng lên $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng xuống

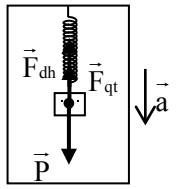


+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P-F_{qt}+F_{đh}=0$

$\Rightarrow F_{đh}=P+F_{qt}=mg+ma=m(g+a)=210(N)$

+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ 210N

c) Vì $\vec{a}$ hướng xuống $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng lên



+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $P-F_{qt}-F_{đh}=0$

$\Rightarrow F_{đh}=P-F_{qt}=mg-ma=m(g-a)=70(N)$

+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ 70N

d) Khi thang máy rơi tự do thì $a=g \Rightarrow \vec{a}$ hướng xuống $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng lên

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $P-F_{qt}-F_{đh}=0$

$\Rightarrow F_{đh}=P-F_{qt}=mg-ma=m(g-a)=0$

+ Số chỉ lực kế bằng độ lớn lực đàn hồi nên lực kế chỉ số 0

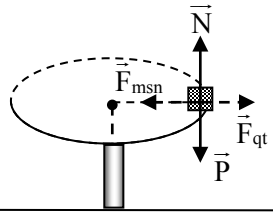
Bài 7:

+ Gắn vật trong hệ quy chiếu với mặt phẳng quay $\rightarrow$ vật đứng yên trong hệ quy chiếu này và chịu tác dụng của lực quán tính li tâm có độ lớn: $F_{qtlt}=m\omega^2R$

+ Các lực tác dụng lên vật gồm trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát nghỉ $\vec{F}_{msn}$ và lực quán tính li tâm $\vec{F}_{qt}$.

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_{msn}+\vec{F}_{qt}=0$ (*)



+ Chiếu phương trình (*) lên phương hướng tâm, chiều hướng vào tâm ta được:

$F_{msn}=m\omega^2R$

+ Điều kiện để vật không trượt là: $F_{msn} = m\omega^2 R \le \mu N$

$$\Leftrightarrow m\omega^2 R \le \mu P \Leftrightarrow m\omega^2 R \le \mu mg \Rightarrow \mu \ge \frac{\omega^2 R}{g} = 0,2$$

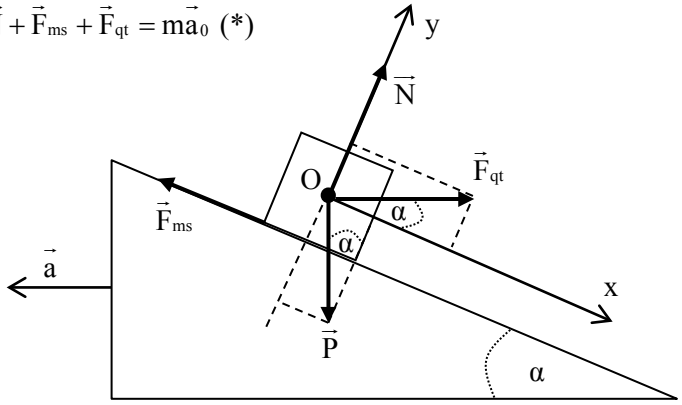
Bài 8:

+ Trong hệ quy chiếu gắn với nêm, vật chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$

+ Gọi $\vec{a}_0$ là gia tốc của vật đối với nêm. Biểu thức định luật II Niu-tơn:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_{qt} = m\vec{a}_0 \ (*)$$



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên phương Ox ta có: $P\sin\alpha - F_{ms} + F_{qt}\cos\alpha = ma_0$ (1)

+ Chiếu (*) lên phương Oy ta có: $N - P\cos\alpha + F_{qt}\sin\alpha = 0$ (2)

$$\Rightarrow N = P\cos\alpha - F_{qt}\sin\alpha$$

+ Lực ma sát: $F_{ms} = \mu N = \mu\left(P\cos\alpha - F_{qt}\sin\alpha\right)$ (3)

+ Thay (3) vào (1) ta có: $P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha - F_{qt}\sin\alpha\right) + F_{qt}\cos\alpha = ma_0$

+ Độ lớn lực quán tính: $F_{qt} = ma$ (4)

+ Thay (4) vào (3) ta có: $mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha + \mu m.a.\sin\alpha + ma.\cos\alpha = ma_0$

$$\Rightarrow a_0 = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha + \mu.a.\sin\alpha + a.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow a_0 = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) + a\left(\mu.\sin\alpha + \cos\alpha\right)$$

+ Vậy gia tốc của vật so với nêm là: $a_0 = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) + a\left(\mu.\sin\alpha + \cos\alpha\right)$

+ Phương trình quãng đường của vật là: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 . t^2$

+ Vì tại thời điểm ban đầu $v_0 = 0$ nên ta có: $s = \frac{1}{2} a_0 . t^2$

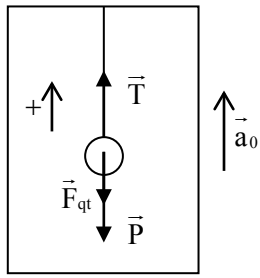
+ Vậy thời gian để vật trượt hết mặt phẳng nghiêng có chiều dài $\ell = 1$ m là:

$$t = \sqrt{\frac{2\ell}{a_0}} = \sqrt{\frac{2\ell}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + a(\mu.\sin\alpha + \cos\alpha)}} \approx 1,44(s)$$

Bài 9:

+ Gắn vật trong hệ quy chiếu với thang máy, khi đó vật chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt}$



+ Vì thang máy đi lên nhanh dần đều nên $\vec{a}_0$ hướng lên do đó lực quán tính hướng xuống.

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{qt} = 0$ (*)

+ Chọn chiều dương hướng lên như hình

+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P + T - F_{qt} = 0 \Rightarrow T = P + F_{qt}$

+ Độ lớn lực quán tính: $F_{qt} = ma_0 \Rightarrow T = mg + ma_0 = m(g + a_0)$

+ Theo đề ta có: $T \le 120 \Leftrightarrow m(g + a_0) \le 120$

$$\Leftrightarrow 10(10 + a_0) \le 120 \Rightarrow a_0 \le 2(m/s^2) \Rightarrow a_{0-max} = 2(m/s^2)$$

+ Vậy để dây không bị đứt thì gia tốc cực đại là $a_{max} = 2$ m/s^2.

Bài 10:

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của thang máy.

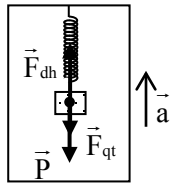
+ Gắn hệ vật – lò xo trong hệ quy chiếu với thang máy.

+ Vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$ và đàn hồi

+ Định luật II Niu-tơn: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_{đh} = 0$ (*)

+ Vì thang máy đi lên nhanh dần đều nên $\vec{a}$ hướng lên

$\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng xuống.



+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P - F_{qt} + F_{đh} = 0$

$$\Rightarrow F_{đh} = P + F_{qt} \Leftrightarrow k\Delta\ell = mg + ma$$

+ Khi thang máy đứng yên thì: $k\Delta\ell_0 = mg$ ($\Delta\ell_0$ là độ dãn của lò xo khi thang máy đứng yên)

+ Suy ra: $k\Delta\ell = k\Delta\ell_0 + ma \Rightarrow \Delta\ell = \Delta\ell_0 + \dfrac{ma}{k} > \Delta\ell_0 \Rightarrow$ lò xo bị dãn

+ Độ dãn lúc này của lò xo là: $\Delta\ell = \Delta\ell_0 + \dfrac{ma}{k}$

+ Lại có: $\dfrac{m}{k} = \dfrac{\Delta\ell_0}{g} \Rightarrow \Delta\ell = \Delta\ell_0 + \dfrac{\Delta\ell_0}{g}a = 0{,}12(m) = 12(cm)$

+ Vậy lò xo bị dãn thêm 2 cm so với lúc thang máy đứng yên.

Bài 11: Chọn chiều dương là chiều chuyển động của thang máy.

+ Gắn người trong hệ quy chiếu với thang máy, do đó trong thang máy người này đứng yên.

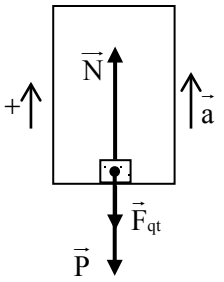
+ Người chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$ và phản lực của sàn

+ Định luật II Niu-tơn: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{N} = 0$ (*)

a) Khi thang máy chuyển đông thẳng đều thì a = 0

$\Rightarrow F_{qt} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = 0 \Rightarrow N = P = mg = 500N$

b) Vì thang máy chuyển động đi lên nhanh dần đều nên $\vec{a}$ hướng lên $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng xuống.

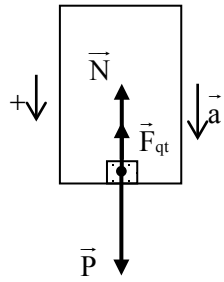


+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P - F_{qt} + N = 0$

$\Rightarrow N = F_{qt} + P = m(a + g) = 600(N)$

+ Phản lực do sàn tác dụng lên người bằng áp lực do người đè lên sàn nên áp lực do người đè lên sàn là 600N

c) Vì thang máy đi xuống nhanh dần đều nên $\vec{a}$ hướng xuống $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng lên.

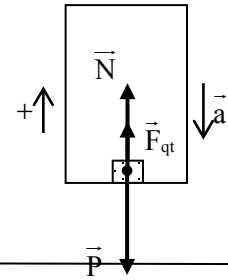


+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $P - F_{qt} - N = 0$

$\Rightarrow N = P - F_{qt} = m(g - a) = 400N$

+ Phản lực do sàn tác dụng lên người bằng áp lực do người đè lên sàn nên áp lực do người đè lên sàn là 400N

d) Vì thang máy chuyển động đi lên chậm dần đều nên $\vec{a}$ hướng xuống $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng lên.

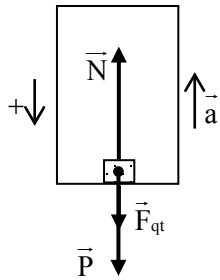


+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P + F_{qt} + N = 0$

$\Rightarrow N = P - F_{qt} = m(g - a) = 400N$

+ Phản lực do sàn tác dụng lên người bằng áp lực do người đè lên sàn nên áp lực do người đè lên sàn là 400N

e) Vì thang máy chuyển động đi xuống chậm dần đều nên $\vec{a}$ hướng lên $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng xuống.



+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $P + F_{qt} - N = 0$

$$\Rightarrow N = F_{qt} + P = m(a + g) = 600(N)$$

+ Phản lực do sàn tác dụng lên người bằng áp lực do người đè lên sàn nên áp lực do người đè lên sàn là 600N

Bài 12:

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của thang máy.

+ Gắn người trong hệ quy chiếu với thang máy, do đó trong thang máy người này đứng yên.

+ Người chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$ và phản lực của sàn

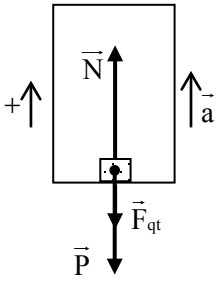
+ Định luật II Niu-tơn: $\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{N} = 0$ (*)

a) Khi thang máy chuyển đông thẳng đều thì a = 0

$$\Rightarrow F_{qt} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = 0$$

$$\Rightarrow N = P = mg = 600N$$

b) Vì thang máy chuyển động đi lên nhanh dần đều nên $\vec{a}$ hướng lên $\Rightarrow \vec{F}_{qt}$ hướng xuống.



+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có: $-P - F_{qt} + N = 0$

$$\Rightarrow N = F_{qt} + P = m(a + g)$$

+ Gia tốc của thang máy: $a = \dfrac{v - v_0}{t} = \dfrac{6 - 0}{2} = 3(m/s^2)$

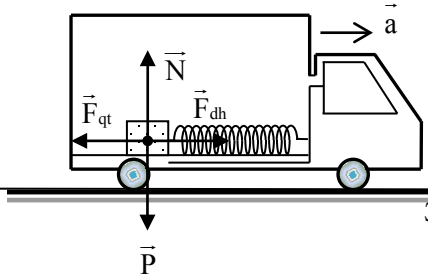
$$\Rightarrow N = m(a + g) = 60.(3 + 10) = 780(N)$$

+ Phản lực do sàn tác dụng lên người bằng áp lực do người đè lên sàn nên áp lực do người đè lên sàn là 780N

Bài 13:

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với xe

+ Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt}$.



+ Vì xe tăng tốc nên xe chuyển động nhanh dần đều $\Rightarrow$ gia tốc $\vec{a}$ hướng theo chiều chuyển động $\Rightarrow$ lực quán tính hướng về phía sau $\Rightarrow$ lò xo bị dãn.

+ Các lực tác dụng lên vật được biểu diễn như hình

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho vật m: $\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_{đh}+\vec{F}_{qt}=0$ (*)

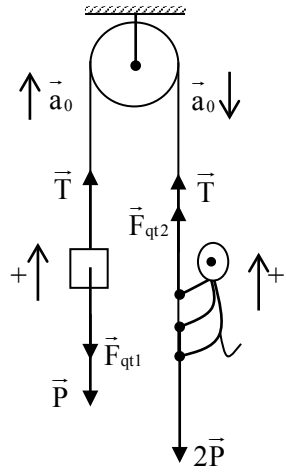
+ Chiếu (*) lên phương ngang ta có: $F_{đh}-F_{qt}=0$

$$\Leftrightarrow k\Delta\ell = ma \Rightarrow \Delta\ell = \frac{ma}{k} = \frac{0,5.4}{100} = 0,02(m) = 2(cm)$$

Bài 14:

+ Xét bài toán trong hệ quy chiếu gắn với sợi dây chuyển động tịnh tiến với gia tốc $\vec{a}_0$.

+ Khi đó vật m ở trong hệ quy chiếu phi quán tính, có gia tốc $\vec{a}_0$ hướng lên. Con khỉ khối lượng 2m ở trong hệ quy chiếu phi quán tính, có gia tốc $\vec{a}_0$ hướng xuống.



+ Các lực tác dụng lên vật m gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt1}$

+ Các lực tác dụng lên con khỉ khối lượng 2m gồm:

- Trọng lực $2\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt2}$

+ Trong hệ quy chiếu gắn với sợi dây thì vật có khối lượng m đứng yên còn con khỉ khối lượng 2m chuyển động với gia tốc $\vec{a}$.

+ Áp dụng địnhluật II Niutơn ta có: $\begin{cases}\vec{F}_{qt1}+\vec{P}+\vec{T}=0 & (1)\\ \vec{T}+2\vec{P}+\vec{F}_{qt2}=2m\vec{a} & (2)\end{cases}$

+ Chọn chiều dương của vật và khỉ là chiều chuyển động của chúng

+ Chiếu phương trình (1) và (2) lên chiều dương ta có: $\begin{cases}-P-F_{qt1}+T=0\\ T-2P+F_{qt2}=2ma\end{cases}$

+ Lại có: $F_{qt1}=ma_0$ và $F_{qt2}=2ma_0$ (a_0: gia tốc của sợi dây so với đất)

+ Vậy ta có: $\begin{cases} -P - ma_0 + T = 0 & (3) \\ T - 2P + 2ma_0 = 2ma & (4) \end{cases}$

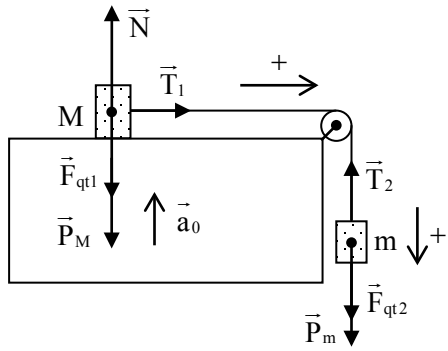
+ Lấy (4) - (3) ta có: $3ma_0 - P = 2ma \Rightarrow a_0 = \dfrac{g + 2a}{3} (m/s^2)$

Bài 15:

+ Xét hệ quy chiếu gắn với mặt bàn. Hệ quy chiếu chuyển động tịnh tiến với gia tốc $\vec{a}_0$ như hình. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật.

+ Các lực tác dụng lên vật M:

- Trọng lực $\vec{P}_M$
- Phản lực của mặt bàn $\vec{N}$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt1} = -M\vec{a}_0$



+ Các lực tác dụng lên vật m:

- Trọng lực $\vec{P}_m$
- Lực căng dây $\vec{T}_2$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt2} = -m\vec{a}_0$

+ Phương trình định luật II Niuton cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_M + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{qt1} = M\vec{a}_1 \\ \vec{P}_m + \vec{T}_2 + \vec{F}_{qt2} = m\vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn chiều dương như hình vẽ

+ Chiếu các phương trình lên chiều dương ta có: $\begin{cases} T_1 = Ma_1 \\ F_{qt2} + P_m - T_1 = ma_1 \end{cases}$

+ Bỏ qua khối lượng dây và ròng rọc; dây không dãn nên ta có: $\begin{cases} a_1 = a_2 = a \\ T_1 = T_2 = T \end{cases}$

+ Suy ra: $\begin{cases} T = Ma \\ F_{qt2} + P_m - T = ma \end{cases} \Rightarrow F_{qt2} + P_m = (M + m)a$

$$\Rightarrow a = \frac{F_{qt2} + P_m}{M + m} = \frac{ma_0 + mg}{M + m} = m\left(\frac{a_0 + g}{M + m}\right)$$

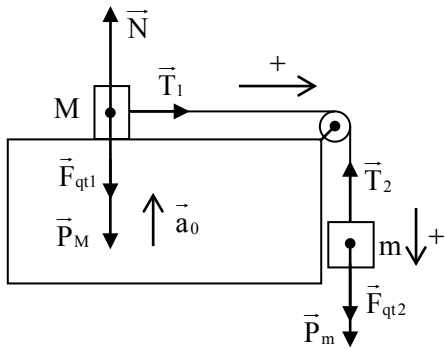
Vậy gia tốc của vật m đối với bàn là: $a = m\left(\dfrac{a_0 + g}{M + m}\right)$

Bài 16:

+ Xét hệ quy chiếu gắn với mặt bàn. Hệ quy chiếu chuyển động tịnh tiến với gia tốc $\vec{a}_0$ như hình. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật.

+ Các lực tác dụng lên vật M:

- Trọng lực $\vec{P}_M$
- Phản lực của mặt bàn $\vec{N}$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt1} = -M\vec{a}_0$



+ Các lực tác dụng lên vật m:

- Trọng lực $\vec{P}_m$
- Lực căng dây $\vec{T}_2$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt2} = -m\vec{a}_0$

+ Phương trình định luật II Niuton cho các vật: $\begin{cases} \vec{P}_M + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{qt1} = M\vec{a}_1 \\ \vec{P}_m + \vec{T}_2 + \vec{F}_{qt2} = m\vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn chiều dương như hình vẽ

+ Chiếu các phương trình lên chiều dương ta có: $\begin{cases} T_1 = Ma_1 \\ F_{qt2} + P_m - T_1 = ma_1 \end{cases}$

+ Bỏ qua khối lượng dây và ròng rọc; dây không dãn nên ta có: $\begin{cases} a_1 = a_2 = a \\ T_1 = T_2 = T \end{cases}$

+ Suy ra: $\begin{cases} T = Ma \\ F_{qt2} + P_m - T = ma \end{cases} \Rightarrow F_{qt2} + P_m = (M+m)a$

$$\Rightarrow a = \frac{F_{qt2} + P_m}{M+m} = \frac{ma_0 + mg}{M+m} = m\left(\frac{a_0 + g}{M+m}\right)$$

+ Vậy gia tốc của vật M và m đối với bàn là:

$$a = m\left(\frac{a_0 + g}{M+m}\right) = 0,6.\frac{(2,5+10)}{0,65+0,6} = 6\left(m/s^2\right) = a_1 = a_2$$

+ Gọi $\vec{a}_{13}$ là gia tốc của vật M đối với đất, ta có: $\vec{a}_{13} = \vec{a}_1 + \vec{a}_0 = \vec{a} + \vec{a}_0$

+ Vì $\vec{a}_1 \perp \vec{a}_0 \Rightarrow a_{13} = \sqrt{a_1^2 + a_0^2} = \sqrt{6^2 + 2,5^2} = 6,5\left(m/s^2\right)$

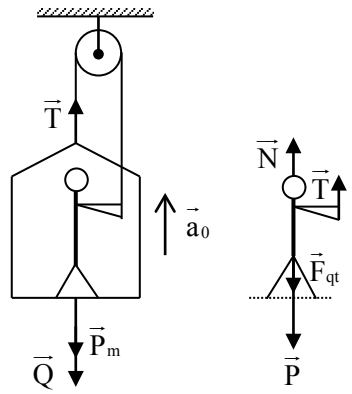
+ Gọi $\vec{a}_{23}$ là gia tốc của vật M đối với đất, ta có: $\vec{a}_{23} = \vec{a}_2 + \vec{a}_0 = \vec{a} + \vec{a}_0$

+ Vì $\vec{a}_2 \uparrow\downarrow \vec{a}_0 \Rightarrow a_{23} = a_1 - a_0 = 6 - 2,5 = 3,5\left(m/s^2\right)$

Bài 17:

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với cái lồng, khi đó người chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}_M$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Phản lực $\vec{N}$ của sàn
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -M\vec{a}_0$



+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho người:

$$\vec{P}_M + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = 0 \qquad (*)$$

+ Các lực tác dụng lên lồng gồm: trọng lực $\vec{P}_m$, lực căng dây $\vec{T}$, áp lực $\vec{Q}$ của người lên lồng.

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho lồng: $\vec{P}_m + \vec{T} + \vec{Q} = m\vec{a}_0 \qquad (**)$

+ Chọn chiều dương là chiều chuyển động của lồng.

+ Chiếu (*) và (**) lên chiều dương ta có:

- Người: $-P_M + T + N - F_{qt} = 0 \Leftrightarrow -Mg + T + N - M.a_0 = 0 \qquad (1)$
- Lồng: $-P_m + T - Q = ma_0 \xrightarrow{N=Q} T = mg + ma_0 + N \qquad (2)$

+ Thế (2) vào (1) ta có: $-Mg + mg + ma_0 + N + N - M.a_0 = 0$

$$\Rightarrow a_0(M-m) = (m-M)g + 2N$$

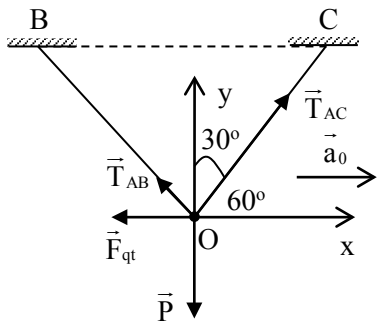
$$\Rightarrow a_0 = \frac{2N}{M-m} - g = \frac{2.396}{70-10} - 10 = 3,2\left(m/s^2\right)$$

Bài 18:

a) Gắn quả cầu trong hệ quy chiếu là xe tải, khi đó quả cầu ở trong hệ quy chiếu phi quán tính có gia tốc a_0.

+ Các lực tác dụng lên quả cầu gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}_{AB}$, $\vec{T}_{AC}$
- Lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_0$



+ Vì xe chuyển động nhanh dần đều nên gia tốc $\vec{a}_0$ hướng theo chiều chuyển động, do đó lực quán tính hướng về phía sau (hình vẽ).

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn cho quả cầu: $\vec{P}+\vec{T}_{AB}+\vec{T}_{AC}+\vec{F}_{qt}=0$ (*)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình. Chiếu (*) lên các trục ta có:

Ox: $T_{AC}.\cos 60^o - T_{AB}\cos 60^o - F_{qt}=0 \Rightarrow \left(T_{AC}-T_{AB}\right)\cos 60^o = ma_0$

Oy: $-P+T_{AC}.\sin 60^o + T_{AB}\sin 60^o = 0 \Rightarrow \left(T_{AC}+T_{AB}\right)\sin 60^o = mg$

+ Theo đề $T_{AC}=3T_{AB}=3T$ nên: $\begin{cases} 2T\cos 60^o = ma_0 \\ 4T\sin 60^o = mg \end{cases} \Rightarrow a_0 = \dfrac{g}{2\sqrt{3}}$

b) Khi $T_{AB}=0 \Rightarrow \hat{C} \le 60^o$

+ Ta có:

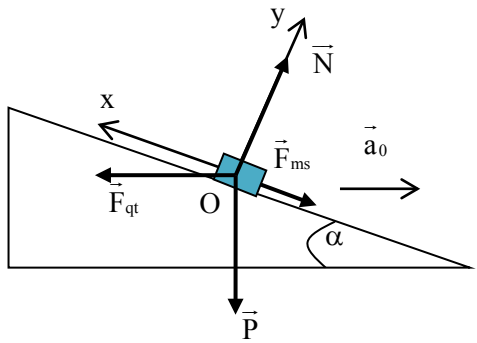
Ox: $T_{AC}.\cos\hat{C} - F_{qt}=0 \Rightarrow T_{AC}\cos\hat{C} = ma_0$

Oy: $-P+T_{AC}.\sin\hat{C}=0 \Rightarrow T_{AC}\sin\hat{C}=mg$

$\Rightarrow \dfrac{\sin\hat{C}}{\cos\hat{C}} = \dfrac{g}{a_0} \Rightarrow \tan\hat{C} = \dfrac{g}{a_0} \Leftrightarrow \dfrac{g}{a_0} \le \sqrt{3} \Rightarrow a \ge \dfrac{g}{\sqrt{3}}$

Bài 19:

+ Để nêm có thể chuyển động đi lên thì lực quán tính phải hướng sang trái do đó nêm phải chuyển động sang phải với gia tốc $\vec{a_0}$.



+ Xét trong hệ quy chiếu gắn với nêm, các lực tác dụng lên vật gồm trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt}$.

+ Biểu thức định luật II Niu-tơn: $\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_{ms}+\vec{F}_{qt}=m\vec{a}$ (*)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (*) lên phương Ox ta có: $-P\sin\alpha - F_{ms} + F_{qt}\cos\alpha = ma$ (1)

+ Chiếu (*) lên phương Oy ta có: $N - P\cos\alpha - F_{qt}\sin\alpha = 0$ (2)

$\Rightarrow N = P\cos\alpha + F_{qt}\sin\alpha$

+ Lực ma sát: $F_{ms}=\mu N = \mu\left(P\cos\alpha + F_{qt}\sin\alpha\right)$ (3)

+ Thay (3) vào (1) ta có: $-P\sin\alpha - \mu\left(P\cos\alpha + F_{qt}\sin\alpha\right) + F_{qt}\cos\alpha = ma$

+ Độ lớn lực quán tính: $F_{qt}=ma_0$ (4)

+ Thay (4) vào (3) ta có: $-mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha - \mu m.a_0.\sin\alpha + ma_0.\cos\alpha = ma$

$$\Rightarrow a = -g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha - \mu.a_0.\sin\alpha + a_0.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow a = -g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) + a_0\left(\cos\alpha - \mu.\sin\alpha\right)$$

+ Vật đi lên khi: $a \geq 0 \Leftrightarrow -g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) + a_0\left(\cos\alpha - \mu.\sin\alpha\right) \geq 0$

$$\Rightarrow a_0 \geq \frac{g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}{\cos\alpha - \mu.\sin\alpha} \Rightarrow a_{0-min} = \frac{g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}{\cos\alpha - \mu.\sin\alpha}$$

Nhận xét: ta có điều kiện $\mu < \cot\alpha$ là do $a_{0-min} > 0$

$$\Rightarrow \cos\alpha - \mu.\sin\alpha > 0 \Rightarrow \mu < \cot\alpha$$

Bài 20:

Cách 1:

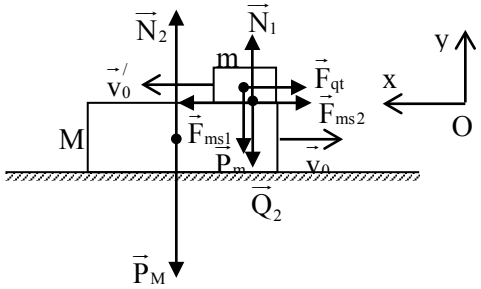
+ Vận tốc ban đầu của m so với M:

$$v_0^{/} = v_0$$

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với M

+ Các lực tác dụng lên m gồm: trọng lực $\vec{P}_m$, phản lực $\vec{N}_1$ của M, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$.

+ Các lực tác dụng lên M gồm: trọng lực $\vec{P}_M$, phản lực $\vec{N}_2$, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, áp lực $\vec{Q}_2$ của m.



+ Vì có ma sát nên hai vật chuyển động chậm dần, do đó gia tốc của M ngược chiều chuyển động nên lực quán tính tác dụng lên m cùng hướng với $\vec{v}_0$.

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ

+ Định luật II Niu-tơn viết cho m: $\vec{P}_m + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{qt} = m\vec{a}_1$ (1)

+ Định luật II Niu-tơn viết cho M: $\vec{P}_M + \vec{N}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} = M\vec{a}_2$ (2)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy cho vật m như nhình:

+ Chiếu (1) lên Ox ta có: $-F_{ms1} - F_{qt} = ma_1$

+ Chiếu (1) lên Oy, ta có: $N_1 = P_m = mg \Rightarrow F_{ms1} = \mu mg$

+ Ta có: $F_{qt} = m|a_2| \Rightarrow -\mu mg - m|a_2| = ma_1 \Rightarrow a_1 = -\left(|a_2| + \mu g\right) < 0$

$\Rightarrow$ vật m chuyển động chậm dần đều

+ Chiếu (2) lên chiều chuyển động của M ta có: $-F_{ms2} = Ma_2 \Leftrightarrow -\mu mg = Ma_2$

$$\Rightarrow a_2 = -\frac{\mu mg}{M} < 0 \Rightarrow \text{M chuyển động chậm dần}$$

$$\Rightarrow a_1 = -\left(\frac{\mu mg}{M} + \mu g\right) = -\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

+ Quãng đường vật m trượt trên M đến khi dừng lại:

$$s_1 = \frac{0^2 - \left(v_0'\right)^2}{2a_1} = \frac{v_0^2}{2\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)}$$

+ Vật m rời khỏi M khi: $s_1 \geq \ell \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{2\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)} \geq \ell \Rightarrow v_0 \geq \sqrt{2\ell\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)}$

+ Vậy vận tốc tối thiểu phải truyền cho M để m rời khỏi M là:

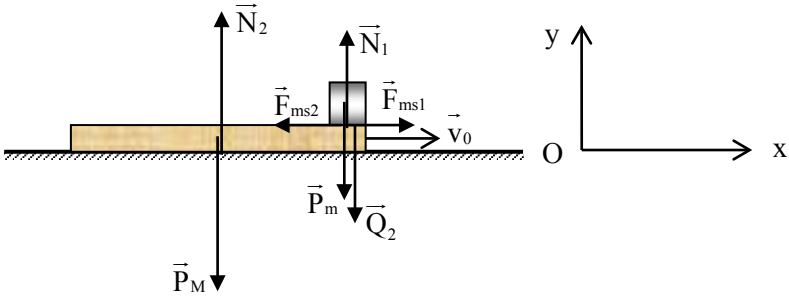
$$v_{0\min} = \sqrt{2\ell\mu g\left(1 + \frac{m}{M}\right)} = \sqrt{2.1,2.0,3.10\left(1 + \frac{0,4}{1,6}\right)} = 3\left(m/s\right)$$

<u>Cách 2:</u>

+ Các lực tác dụng lên vật m gồm: trọng lực $\vec{P}_m$, phản lực $\vec{N}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$

+ Các lực tác dụng lên ván M gồm: trọng lực $\vec{P}_M$, phản lực $\vec{N}_2$, áp lực $\vec{Q}_2$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$

+ Các lực được biểu diễn như hình.



+ Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật và ván: $\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms1} = m\vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms2} + \vec{Q}_2 = M\vec{a}_2 \end{cases}$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu các phương trình lên các trục ta có:

*Vật m: $\begin{cases} F_{ms1} = ma_1 \\ F_{ms1} = \mu N_1 = \mu mg \end{cases} \Rightarrow a_1 = \mu g = 3\left(m/s^2\right)$

*Ván M: $\begin{cases} -F_{ms2} = Ma_2 \\ F_{ms2} = \mu Q_2 = \mu N_1 = \mu P_1 \end{cases} \Rightarrow a_2 = -\frac{\mu mg}{M} = -0,75\left(m/s^2\right)$

+ Vậy vật m chuyển động chậm dần theo chiều âm, còn ván M chuyển động chậm dần theo chiều dương.

+ Gọi $\vec{a}$ là gia tốc của M đối với m, ta có: $\vec{a}_2 = \vec{a} + \vec{a_1} \Rightarrow a = \vec{a}_2 - \vec{a_1}$

+ Chiếu lên chiều dương Ox ta có: $a = -|a_2| - |a_1| = -3,75\left(m/s^2\right)$

+ Quãng đường mà M đi được cho đến khi dừng lại là: $s = \dfrac{0^2 - v_0^2}{2a} = \dfrac{2v_0^2}{15}$

+ Khi ván M đi được quãng đường là s so với m thì cũng giống như m đi được quãng đường m so với ván M.

+ Điều kiện để m trượt khỏi m là:

$$s \geq \ell \Leftrightarrow \frac{2v_0^2}{15} \geq 1,2 \Rightarrow v_0 \geq 3\left(m/s\right) \Rightarrow v_{0\min} = 3\left(m/s\right)$$