

Chủ đề 3. TÌNH HỌC VẬT RẮN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Một số khái niệm cơ bản về cân bằng của vật rắn

- + Vật rắn là vật mà khoảng cách giữa hai chất điểm bất kì không đổi (vật không thay đổi hình dạng)
- + Giá của lực: Đường thẳng mang vectơ lực gọi là giá của lực hay đường tác dụng của lực.
- + Hai lực trực đối là hai lực cùng giá, ngược chiều và có độ lớn bằng nhau.
- + Trạng thái cân bằng là trạng thái mà mọi điểm của vật rắn đều đứng yên.
- + Hệ lực cân bằng là hệ lực tác dụng lên cùng một vật rắn đứng yên làm cho vật tiếp tục đứng yên.
- + Trọng lực của vật rắn có giá là đường thẳng đứng, hướng xuống dưới và đặt ở một điểm xác định gắn với vật, điểm ấy gọi là trọng tâm của vật rắn.

2. Cân bằng của một vật chịu tác dụng của hai lực và ba lực không song song

- + Điều kiện cân bằng của một vật rắn chịu tác dụng của hai lực là hai lực đó phải cùng giá, cùng độ lớn và ngược chiều: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$.
- + Dựa vào điều kiện cân bằng của một vật rắn chịu tác dụng của hai lực ta có thể xác định được trọng tâm của các vật mỏng, phẳng.
 - Trọng tâm của các vật phẳng, mỏng và có dạng hình học đối xứng nằm ở tâm đối xứng của vật.
- + Điều kiện cân bằng của vật rắn chịu tác dụng của ba lực không song song:
 - Ba lực đó phải đồng phẳng, đồng quy.
 - Hợp lực của hai lực phải cân bằng với lực thứ ba: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$
- + Quy tắc tổng hợp hai lực có giá đồng quy: Muốn tổng hợp hai lực có giá đồng quy, trước hết ta phải trượt hai vectơ lực đó trên giá của chúng đến điểm đồng quy, rồi áp dụng quy tắc hình bình hành để tìm hợp lực.

3. Cân bằng của một vật có trục quay cố định. Momen lực

- + Momen lực đối với một trục quay là đại lượng đặc trưng cho tác dụng làm quay của lực và được đo bằng tích của lực với cánh tay đòn của nó: $M = F.d$, đơn vị của momen lực là (N.m).
- + Quy tắc momen lực: Muốn cho một vật có trục quay cố định ở trạng thái cân bằng, thì tổng các momen lực có xu hướng làm vật quay theo chiều

kim đồng hồ phải bằng tổng các mômen lực có xu hướng làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ.

4. Quy tắc hợp lực song song cùng chiều

- + Hợp lực của hai lực song song cùng chiều là một lực song song, cùng chiều và có độ lớn bằng tổng các độ lớn của hai lực ấy.
- + Giá của hợp lực chia trong khoảng cách giữa hai giá của hai lực song song thành những đoạn tỉ lệ nghịch với độ lớn của hai lực ấy.

$$F = F_1 + F_2; \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} \text{ (chia trong).}$$

5. Các dạng cân bằng của một vật có mặt chân đế

- + Có ba dạng cân bằng là cân bằng bền, cân bằng không bền và cân bằng phiếm định.
- + Khi kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một chút mà trọng lực của vật có xu hướng:
 - kéo nó về vị trí cân bằng, thì đó là vị trí cân bằng bền.
 - kéo nó ra xa vị trí cân bằng, thì đó là vị trí cân bằng không bền.
 - giữ nó đứng yên ở vị trí mới, thì đó là vị trí cân bằng phiếm định.
- ✎ **Chú ý:** Ở dạng cân bằng không bền, trọng tâm ở vị trí cao nhất so với các vị trí lân cận. Ở dạng cân bằng bền, trọng tâm ở vị trí thấp nhất so với các vị trí lân cận. Ở dạng cân bằng phiếm định, vị trí trọng tâm không thay đổi hoặc ở một độ cao không đổi.
- + Điều kiện cân bằng của một vật có mặt chân đế: giá của trọng lực phải xuyên qua mặt chân đế (hay trọng tâm “rơi” trên mặt chân đế).
- + Muốn tăng mức vững vàng của vật có mặt chân đế thì hạ thấp trọng tâm và tăng diện tích mặt chân đế của vật.

6. Chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của vật rắn

- + Chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động trong đó đường thẳng nối hai điểm bất kì của vật luôn luôn song song với chính nó.
- + Gia tốc chuyển động tịnh tiến của vật rắn được xác định bằng định luật II Niu-ton: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m\vec{a}$
- + Mômen lực tác dụng vào một vật quay quanh một trục cố định làm thay đổi tốc độ góc của vật.
- + Mọi vật quay quanh một trục đều có mức quán tính. Mức quán tính của vật càng lớn thì vật càng khó thay đổi tốc độ góc và ngược lại.

7. Ngẫu lực

- + Hệ hai lực song song ngược chiều có độ lớn bằng nhau và cùng tác dụng vào một vật gọi là ngẫu lực.
- + Momen của ngẫu lực: $M = Fd$ (d là khoảng cách giữa hai giá của hai lực trong ngẫu lực).
- + Momen của ngẫu lực không phụ thuộc vào vị trí của trục quay vuông góc với mặt phẳng chứa ngẫu lực.

B. PHÂN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN KHÔNG CÓ TRỤC QUAY

Loại 1. Hợp các lực đồng quy

☞ Phương pháp giải:

- + Xác định và biểu diễn các lực tác dụng lên vật rắn
- + Viết điều kiện cân bằng cho vật rắn: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$ (*)
- + Tìm điểm đồng quy của các lực. Nếu các lực không đồng quy thì trượt các lực trên giá của chúng cho đến khi cùng gặp nhau tại một điểm đồng quy I.
- + Giải phương trình (*) theo một trong hai cách sau:

- Phân tích và tổng hợp lực theo quy tắc hình bình hành. Tìm hợp

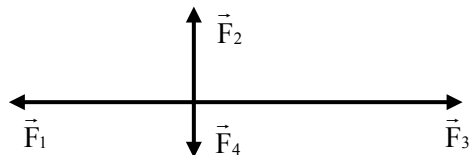
$$\text{lực } F \text{ theo công thức: } \begin{cases} F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \\ \alpha = (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \end{cases}$$

- Chiếu phương trình (*) lên các trục tọa độ để đưa về dạng đại số.

Chú ý:

- ✓ *Chương động lực học chất điểm khi biểu diễn lực tác dụng lên vật ta có thể xem vật như chất điểm, rồi biểu diễn các lực lên chất điểm đó.*
- ✓ *Chương tĩnh học vật rắn, vật có kích thước đáng kể so với hệ quy chiếu đang xét nên không thể xem vật như chất điểm, do đó khi biểu diễn lực phải biểu diễn lên vật, tại điểm đặt của lực.*

Ví dụ 1: Cho bốn lực đồng quy, đồng phẳng như hình vẽ bên. Biết $F_1 = 5\text{N}$, $F_2 = 3\text{N}$, $F_3 = 7\text{N}$, $F_4 = 1\text{N}$. Tìm hợp lực của bốn lực đó.



Hướng dẫn

+ Ta có: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = (\vec{F}_2 + \vec{F}_4) + (\vec{F}_1 + \vec{F}_3) = \vec{F}_{24} + \vec{F}_{13}$

+ Với $\vec{F}_{24}$: $\begin{cases} \vec{F}_{24} \uparrow \vec{F}_2 \\ F_{24} = F_2 - F_4 = 2N \end{cases}$. Với $\vec{F}_{13}$: $\begin{cases} \vec{F}_{13} \uparrow \vec{F}_3 \\ F_{13} = F_3 - F_1 = 2N \end{cases}$

+ Vì $\vec{F}_{24} \perp \vec{F}_{13} \Rightarrow F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{24}^2} = 2\sqrt{2} \text{ N}$

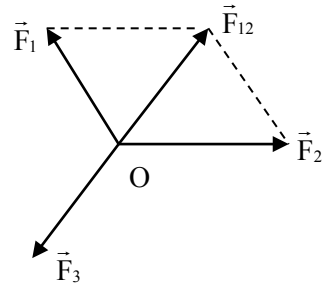
Ví dụ 2: Cho ba lực đồng quy cùng nằm trong một mặt phẳng, có độ lớn bằng nhau và từng đôi một làm thành góc 120° . Tìm hợp lực của chúng.

Hướng dẫn

+ Ta có: $F_1 = F_2 = F_3 = a$

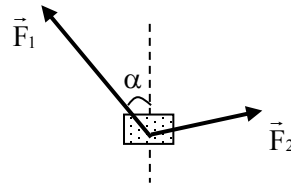
+ Hợp lực: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3$

+ Lại có: $\begin{cases} F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 120^\circ} = a \\ \cos(\widehat{F_{12}OF_2}) = \frac{F_1^2 - (F_2^2 + F_{12}^2)}{-2F_2F_{12}} = 0,5 \end{cases}$
 $\Rightarrow \widehat{F_{12}OF_2} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{F_{12}OF_3} = 180^\circ$



+ Do đó: $\vec{F}_{12} \uparrow \downarrow \vec{F}_3$ và cùng độ lớn nên $\vec{F}_{12} + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

Ví dụ 3: Một vật có khối lượng m chịu tác dụng của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ như hình. Cho biết $F_1 = 20\sqrt{3} \text{ N}$; $F_2 = 20 \text{ N}$; $\alpha = 30^\circ$ là góc hợp bởi $\vec{F}_1$ với phương thẳng đứng. Tìm m để vật cân bằng.



Hướng dẫn

+ Gọi $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên vật

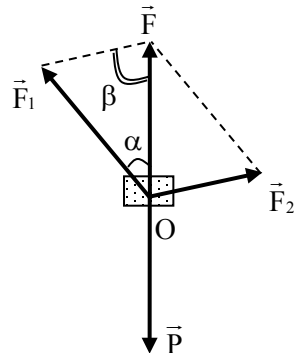
+ Để vật cân bằng: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0$

+ Gọi $\vec{F}$ là hợp lực của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.

+ Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0 \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{F} = -\vec{P}$

+ Vậy để vật cân bằng thì hợp của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ phải cùng phương, ngược chiều với $\vec{P}$. Do đó ta biểu diễn được các lực như hình vẽ.

+ Từ hình vẽ ta có: $\frac{F_2}{\sin \alpha} = \frac{F_1}{\sin \beta}$



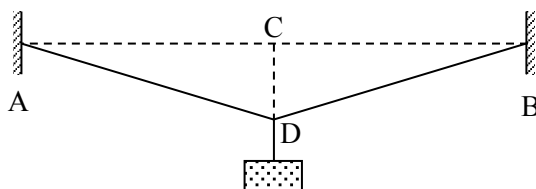
$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{F_1 \cdot \sin 30^\circ}{F_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 60^\circ \\ \beta = 120^\circ \end{cases}$$

$$\text{TH1: } \beta = 60^\circ \Rightarrow \hat{F}_1 = 90^\circ \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 40\text{N} \Rightarrow P = 40\text{N} \Rightarrow m = 4\text{kg}$$

$$\text{TH2: } \beta = 120^\circ \Rightarrow \hat{F}_1 = 30^\circ \Rightarrow F = F_2 = 20\text{N} \Rightarrow P = 20\text{N} \Rightarrow m = 2\text{kg}$$

Vậy có hai trường hợp thoả mãn là $m = 2\text{kg}$ hoặc $m = 4\text{kg}$

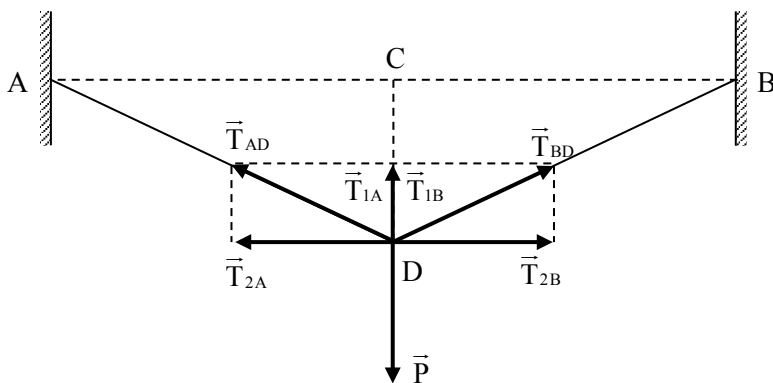
Ví dụ 4: Một vật có khối lượng $m = 3\text{ kg}$ treo vào điểm chính giữa của sợi dây AB. Biết $AB = 4\text{ m}$ và $CD = 10\text{ cm}$. Tính lực kéo của mỗi nửa sợi dây. Lấy $g = 9,8\text{ m/s}^2$.



Hướng dẫn

Cách 1:

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ



+ Phân tích lực căng của mỗi sợi dây:
$$\begin{cases} \vec{T}_{AD} = \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{2A} \quad (\vec{T}_{1A} \uparrow \downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2A} \perp \vec{P}) \\ \vec{T}_{BD} = \vec{T}_{1B} + \vec{T}_{2B} \quad (\vec{T}_{1B} \uparrow \downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2B} \perp \vec{P}) \end{cases}$$

$$\text{Với: } \begin{cases} T_{AD} = T_{BD} = T \\ T_{1A} = T_{1B} = T_1 \\ T_{2A} = T_{2B} = T_2 \end{cases}$$

+ Vì vật nằm cân bằng nên: $\vec{P} + \vec{T}_{AD} + \vec{T}_{BD} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{2A} + \vec{T}_{1B} + \vec{T}_{2B} = 0$

$$+ \text{Vi} \begin{cases} \vec{T}_{2A} \uparrow \downarrow \vec{T}_{2B} \\ T_{2A} = T_{2B} \end{cases} \text{ nên } \vec{T}_{2A} + \vec{T}_{2B} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{1B} = 0$$

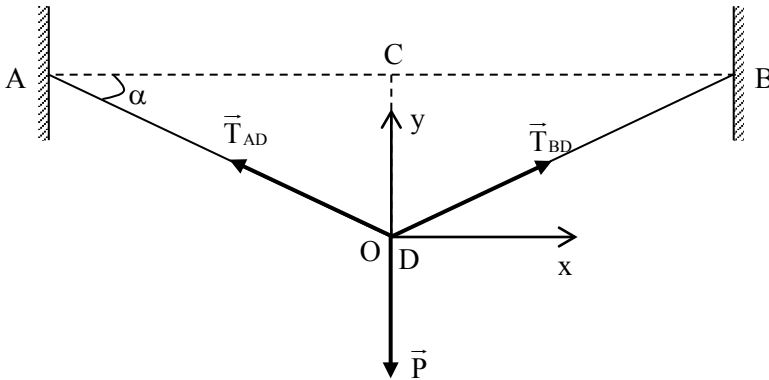
$$+ \text{Mà: } \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{1B} = 2\vec{T}_1 \Rightarrow \vec{P} + 2\vec{T}_1 = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{P}{2} \Rightarrow T_{1A} = T_{1B} = \frac{P}{2}$$

$$+ \text{Từ hình có: } \sin \alpha = \frac{DC}{\sqrt{AC^2 + DC^2}} = \frac{T_{1A}}{T_{AD}} = \frac{P}{2T} \Rightarrow T = 294 \text{ N}$$

Cách 2:

+ Các lực tác dụng lên vật được biểu diễn như hình

$$+ \text{Điều kiện cân bằng: } \vec{P} + \vec{T}_{AD} + \vec{T}_{BD} = 0 \quad (*)$$



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

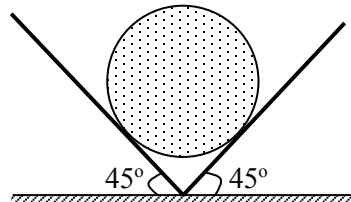
$$+ \text{Chiếu (*) lên Ox ta có: } T_{BD} \cos \alpha - T_{AD} \cos \alpha = 0 \Rightarrow T_{AD} = T_{BD} = T \quad (1)$$

$$+ \text{Chiếu (*) lên Oy ta có: } -P + T_{BD} \sin \alpha + T_{AD} \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$+ \text{Thay (1) vào (2) ta có: } -P + T \sin \alpha + T \sin \alpha = 0 \Rightarrow T = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

$$+ \text{Từ hình có: } \sin \alpha = \frac{DC}{\sqrt{AC^2 + DC^2}} \Rightarrow T = 294 \text{ N}$$

Ví dụ 5: Hai mặt phẳng tạo với mặt nằm ngang các góc 45° . Trên hai mặt đó người ta đặt một quả cầu có trọng lượng 20 N. Hãy xác định áp lực của quả cầu lên hai mặt phẳng đỡ.



Hướng dẫn

Cách 1:

+ Các lực tác dụng lên quả cầu gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ có: điểm đặt tại trọng tâm quả cầu, có phương thẳng đứng, có chiều hướng xuống.
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ của hai mặt phẳng nghiêng có: điểm đặt tại điểm tiếp xúc giữa quả cầu với mặt đỡ, có phương vuông góc với mặt đỡ, có chiều hướng về phía quả cầu.

+ Các lực tác dụng lên quả cầu được biểu diễn như hình vẽ a.

+ Các lực $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ và $\vec{P}$ đồng quy tại tâm I của quả cầu nên ta tịnh tiến $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ lại I (hình b)

+ Quả cầu nằm cân bằng nên: $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{P} = 0$

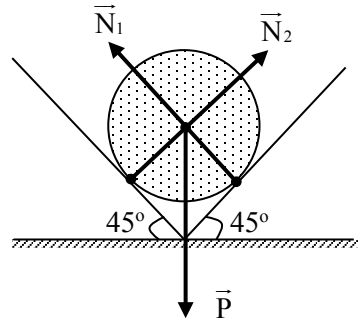
+ Gọi $\vec{N}$ là lực tổng hợp của hai lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$.

$$\Rightarrow \vec{N} + \vec{P} = 0 \Rightarrow N = P = 20(\text{N})$$

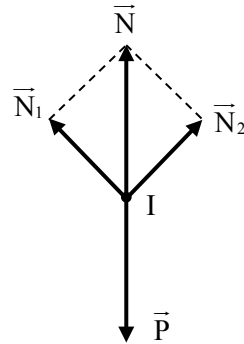
+ Vì hai mặt nghiêng tạo với nhau một góc 90° và $N_1 = N_2$ nên hình N_1NN_2I là hình vuông

$$\Rightarrow N = N_1\sqrt{2} = N_2\sqrt{2} \Rightarrow N_1 = N_2 = 10\sqrt{2}(\text{N})$$

+ Áp lực $\vec{Q}$ cân bằng với phản lực nên áp lực Q do quả cầu đè lên các mặt phẳng nghiêng là: $Q = N_1 = N_2 = 10\sqrt{2}(\text{N})$



Hình a



Hình b

Cách 2: Chọn hệ trục tọa độ Oxy có Ox nằm ngang hướng sang phải, Oy thẳng đứng hướng lên.

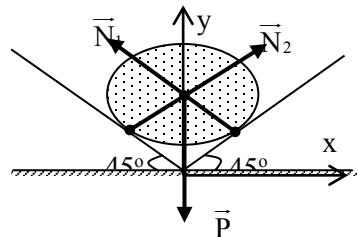
+ Điều kiện cân bằng: $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{P} = 0$ (*)

+ Chiếu (*) lên Ox: $N_2 \cos 45^\circ - N_1 \cos 45^\circ = 0$

$$\Rightarrow N_1 = N_2 = N$$

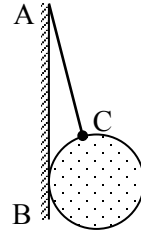
+ Chiếu (*) lên Oy: $-P + N_2 \sin 45^\circ + N_1 \sin 45^\circ = 0$

$$\Rightarrow N = \frac{P}{2 \sin 45^\circ} = 10\sqrt{2}(\text{N})$$



Hình c

Ví dụ 6: Quả cầu đồng chất khối lượng $m = 2,4 \text{ kg}$ bán kính $R = 7 \text{ cm}$ tựa vào tường trơn nhẵn và được giữ nằm yên nhờ một dây treo gắn vào tường tại A, chiều dài $AC = 18 \text{ cm}$. Tính lực căng của dây BC và lực nén lên thanh AB. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

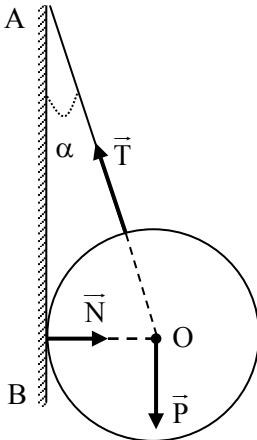


Hướng dẫn

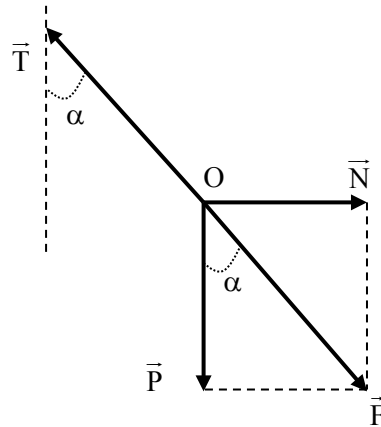
+ Các lực tác dụng vào quả cầu gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Phản lực $\vec{N}$ của thanh AB

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ a



Hình a



Hình b

+ Thực hiện tịnh tiến các lực đến điểm đồng quy O (tâm quả cầu) như hình b.

+ Điều kiện cân bằng của vật rắn: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{T} = 0$

+ Suy ra vector $\vec{F}$ có phương sợi dây nên từ hình vẽ ta có:

$$\tan \alpha = \frac{N}{P} \Rightarrow N = P \tan \alpha = P \frac{R}{\sqrt{AO^2 - R^2}}$$

$$\Rightarrow N = 2,4 \cdot 10 \frac{0,07}{\sqrt{(0,18 + 0,07)^2 - 0,07^2}} = 7 \text{ (N)}$$

+ Lực căng dây: $T = F = \sqrt{P^2 + N^2} = 25 \text{ (N)}$

Ví dụ 7: Một vật có khối lượng $m = 450\text{g}$ nằm yên trên mặt nghiêng 1 góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt ngang. Cho $g = 10\text{ m/s}^2$.

- Tính độ lớn của lực ma sát giữa vật và mặt nghiêng và áp lực của vật lên mặt phẳng nghiêng.
- Biết hệ số ma sát nghỉ là 1. Tìm góc nghiêng cực đại để vật không trượt.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên vật gồm trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát nghỉ $\vec{F}_{\text{msn}}$

+ Trọng lực $\vec{P}$ được phân tích thành $\vec{P}_x, \vec{P}_y$ như hình vẽ

a) Vì vật nằm yên nên: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{msn}} = 0$

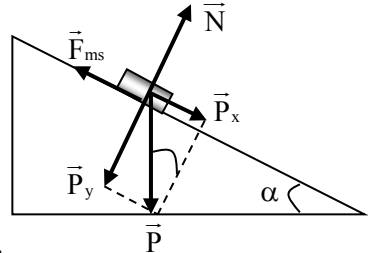
$$\Rightarrow \vec{P}_x + \vec{P}_y + \vec{N} + \vec{F}_{\text{msn}} = 0$$

+ Ta có: $N = P_y \Rightarrow F_{\text{msn}} = P_x = P \sin \alpha = 2,25(\text{N})$

+ Mà: $N = P_y = P \cos \alpha = 2,25\sqrt{3}(\text{N})$

b) Để vật không trượt thì thành phần lực $P_x \leq F_{\text{msn}}$

$$\Leftrightarrow P \cos \alpha \leq \mu N \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\mu N}{P} = \frac{\mu P \sin \alpha}{P} = \mu \sin \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$



Ví dụ 8: Thanh nhẹ AB nằm ngang được gắn vào tường tại A, đầu B nối với tường bằng dây BC không dẫn. Vật có khối lượng $m = 0,6\text{ kg}$ được treo vào đầu B bằng dây BD. Biết $AB = 40\text{ cm}$; $AC = 30\text{ cm}$. Tính lực căng của dây BC và lực nén lên thanh AB. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên thanh AB, khi cân bằng gồm:

- Lực căng dây $\vec{T}_1$ của dây BD
- Lực căng dây $\vec{T}_2$ của dây BC
- Phản lực $\vec{N}$ của tường

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{T}_1 + \vec{N} + \vec{T}_2 = 0$

+ Tịnh tiến lực $\vec{N}$ đến điểm đồng quy B

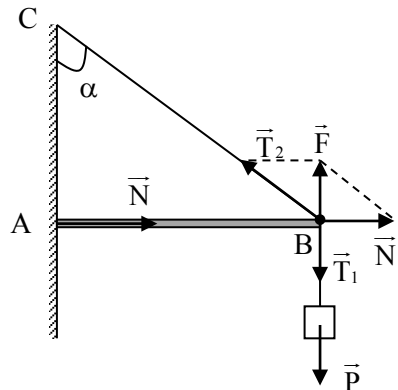
+ Gọi $\vec{F}$ là hợp lực của $\vec{N}$ và $\vec{T}_2$.

+ Ta có: $\vec{F} = \vec{N} + \vec{T}_2 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{F} = 0$

+ Suy ra $F = T_1$ và $\vec{F}$ ngược chiều với $\vec{T}_1$

+ Từ hình vẽ suy ra: $\tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{N}{F}$.

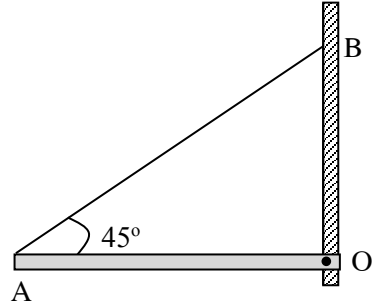
+ Lại có $F = T_1 = P \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{N}{P} \Rightarrow N = P \frac{AB}{AC} = 0,6 \cdot 10 \cdot \frac{4}{3} = 8(\text{N})$



+ Lực nén $\vec{Q}$ lên thanh AB bằng phản lực $\vec{N}$ của tường và bằng 8 (N)

+ Lực căng dây BC: $T_2 = \sqrt{T_1^2 + N^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (N)}$

Ví dụ 9: Một thanh AO có trọng tâm O ở giữa thanh và có khối lượng $m = \sqrt{2} \text{ kg}$. Một đầu O của thanh được liên kết với tường bằng một bản lề, còn đầu A được treo vào tường bằng dây AB. Thanh được giữ nằm ngang và dây làm với thanh một góc 45° (hình vẽ). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hãy xác định:



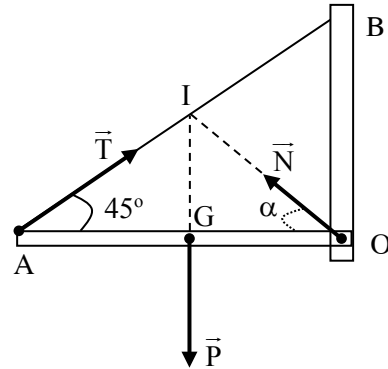
- Xác định giá của phản lực $\vec{N}$ của bản lề tác dụng vào thanh.
- Độ lớn của lực căng dây và phản lực N.

Hướng dẫn

a) Xác định giá của $\vec{N}$

+ Thanh AO chịu tác dụng của 3 lực: trọng lực $\vec{P}$ có giá là đường IG (I là trung điểm AB, G là trọng tâm của thanh), lực căng $\vec{T}$ có giá là AB, phản lực $\vec{N}$ của bản lề có giá qua O.

+ Theo điều kiện cân bằng của vật rắn thì 3 lực trên phải đồng quy tại một điểm. Do $\vec{P}$ và $\vec{T}$ đồng quy tại I nên $\vec{N}$ cũng phải đồng quy tại I.



Hay giá của $\vec{N}$ là OI.

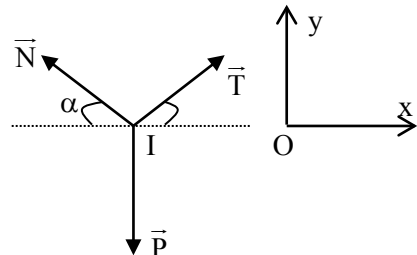
b) Độ lớn của T và N

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = 0$ (*)

+ Do trọng tâm G nằm chính giữa thanh AO nên IG là đường trung bình của tam giác AOB nên I là trung điểm của AB

$\Rightarrow$ tam giác AIO cân tại I nên $\alpha = 45^\circ$

+ Thực hiện tịnh tiến 3 lực đến điểm đồng quy I như hình.



+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiều (*) lên các trục ta có:

$$\blacksquare \text{Ox: } T \cos 45^\circ - N \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\blacksquare \text{Oy: } T \sin 45^\circ + N \sin 45^\circ - P = 0 \quad (2)$$

+ Từ (1) $\Rightarrow T = N$.

+ Thay vào (2) ta có: $2T \sin 30^\circ = P \Rightarrow T = N = \frac{mg}{2 \sin 45^\circ} = 10(\text{N})$

Loại 2. Hợp lực song song

Kiểu 1. Tìm hợp lực của các lực song song

✎. Phương pháp giải:

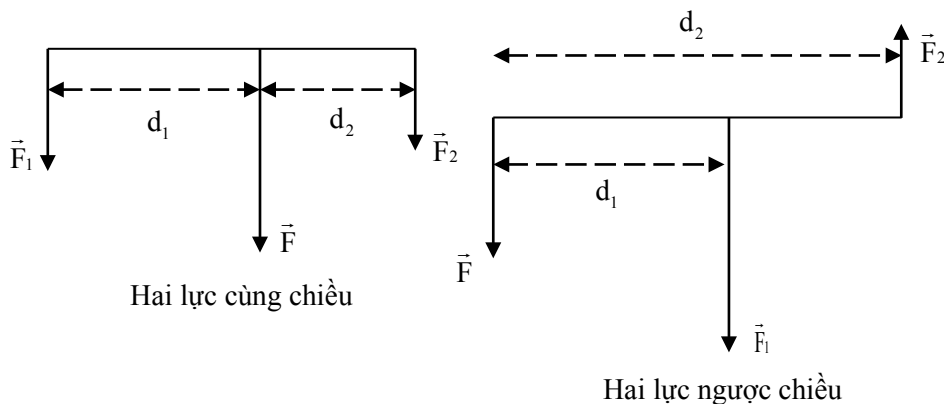
+ Sử dụng công thức hợp lực song song: $F_1 d_1 = F_2 d_2$

$$\blacksquare \text{ Nếu hai lực cùng chiều thì: } \begin{cases} F = F_1 + F_2 \\ d = d_1 + d_2 \end{cases}$$

$$\blacksquare \text{ Nếu hai lực ngược chiều thì: } \begin{cases} F = F_2 - F_1 \\ d = d_2 - d_1 \end{cases}$$

Trong đó:

d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ giá của F_1, F_2 đến giá của lực tổng hợp F
 d là khoảng cách giữa giá của hai lực thành phần F_1 và F_2

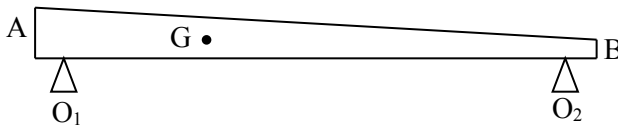


Chú ý:

- ✓ Nếu hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ cùng chiều thì giá của $\vec{F}$ thuộc mặt phẳng của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Lúc này lực $\vec{F}$ nằm bên trong giữa hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ (chia trong). Lực nào càng lớn thì lực đó càng gần $\vec{F}$.

- ✓ Nếu hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ ngược chiều thì giá của $\vec{F}$ thuộc mặt phẳng của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Lúc này lực $\vec{F}$ nằm bên ngoài hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ (chia ngoài). Lực $\vec{F}$ nằm bên ngoài về phía lực lớn.
- ✓ Điều kiện cân bằng của vật rắn dưới tác dụng của 3 lực song song
 - Hợp lực của 2 lực bất kỳ cân bằng với lực thứ 3.
 - Và: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = F_3$

Ví dụ 10: Một thanh sắt có trọng lượng 480N được kê bởi hai giá đỡ O_1 và O_2 ở hai đầu. Đường thẳng đứng đi qua trọng tâm G chia đoạn thẳng O_1O_2 theo tỉ lệ $OO_2 : OO_1 = 2$. Tính lực đè của thanh sắt lên từng giá.

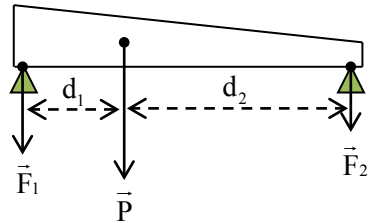


Hướng dẫn

+ Phân tích trọng lực $P = F$ thành hai lực F_1 và F_2 như hình

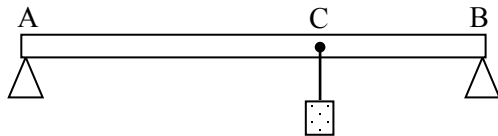
+ Theo quy tắc hợp lực ta có:
$$\begin{cases} P = F = F_1 + F_2 \\ F_1 d_1 = F_2 d_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 500 = F_1 + F_2 \\ \frac{d_2}{d_1} = \frac{F_1}{F_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 480 = F_1 + F_2 & (1) \\ F_1 = 2F_2 & (2) \end{cases}$$



+ Từ (1) và (2) suy ra $F_1 = 320\text{N}$ và $F_2 = 160\text{N}$

Ví dụ 11: Người ta đặt một thanh đồng chất AB tiết diện đều, dài $L = 100\text{ cm}$ trọng lượng $P_1 = 100\text{N}$ lên hai giá đỡ tại O_1 và O_2 . Móc vào điểm C trên thanh AB vật có



trọng lượng $P_2 = 200\text{N}$. Biết $AC = 65\text{ cm}$. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Xác định:

- Hợp lực của hai lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$.
- Lực nén lên hai giá đỡ O_1 và O_2 .

Hướng dẫn

a) Vì thanh AB đồng chất tiết diện đều nên trọng tâm của thanh nằm ở chính giữa thanh. Gọi d là khoảng cách giữa hai lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2 \Rightarrow d = 65 - 50 = 15\text{ cm}$

+ Vì hai lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ cùng chiều nên hợp lực của hai lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ là:

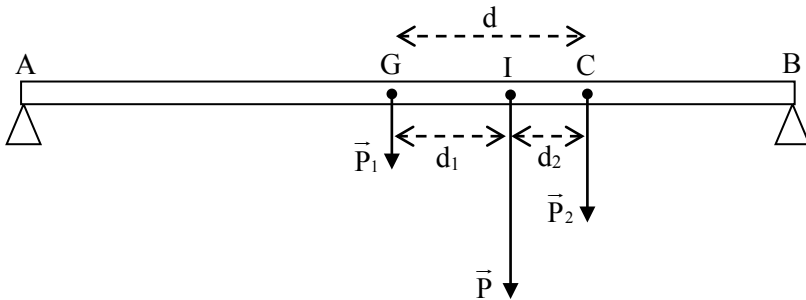
$$P = P_1 + P_2 = 300(\text{N})$$

+ Vì hai lực cùng chiều nên hợp lực $\vec{P}$ sẽ chia trong $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là khoảng cách từ $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ đến $\vec{P}$.

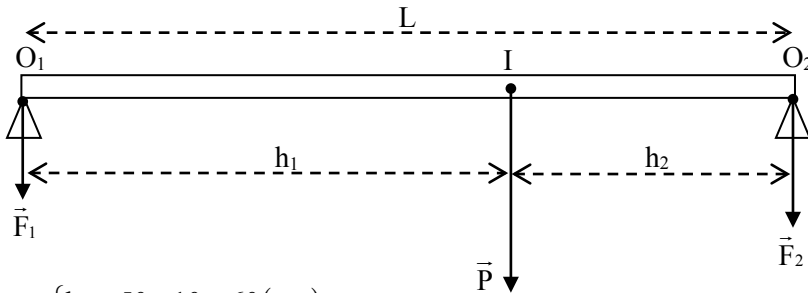
$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} d_1 + d_2 = d \\ P_1 d_1 = P_2 d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 + d_2 = 15 \\ 100d_1 = 200d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 + d_2 = 15 \\ d_1 = 2d_2 \end{cases} \Rightarrow d_1 = 10(\text{cm})$$

+ Suy ra hợp lực $\vec{P}$ đặt tại điểm I cách A đoạn: $AI = 50 + 10 = 60(\text{cm})$

+ Vậy hợp lực của hai lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ là $\vec{P}$ có độ lớn 300 (N) và đặt tại điểm I cách A đoạn $AI = 60(\text{cm})$.



b) Phân tích trọng lực $\vec{P}$ thành hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đè lên hai giá đỡ O_1 và O_2 như hình. Gọi h_1 và h_2 lần lượt là khoảng cách từ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đến hợp lực $\vec{P}$.



$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} h_1 = 50 + 10 = 60(\text{cm}) \\ h_2 = 50 - 10 = 40(\text{cm}) \end{cases}$$

+ Theo quy tắc hợp lực hai lực song song cùng chiều ta có:
$$\begin{cases} F_1 + F_2 = P \\ F_1 h_1 = F_2 h_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 + F_2 = 300 \\ 60F_1 = 40F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 120(\text{N}) \\ F_2 = 180(\text{N}) \end{cases}$$

+ Vậy lực nén lên hai giá đỡ O_1 và O_2 là:
$$\begin{cases} F_1 = 120(\text{N}) \\ F_2 = 180(\text{N}) \end{cases}$$

Kiểu 2. Xác định trọng tâm của vật rắn

- + Trọng tâm của một số vật rắn có dạng đặc biệt:
- ✓ Trọng tâm của hình vuông hoặc hình chữ nhật là giao của hai đường chéo.
- ✓ Trọng tâm của tam giác là giao của ba đường trung tuyến.
- ✓ Trọng tâm của hình tròn là tâm của hình tròn.
- + **Tổng quát:** Khối tâm của hệ chất điểm $m_1, m_2, \dots, m_n$ xác định bởi:

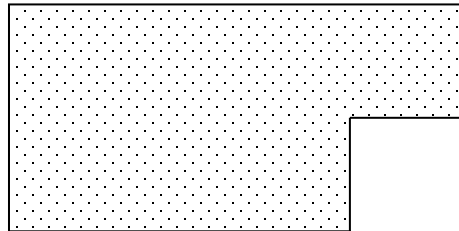
$$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{R}_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 \vec{R}_1 + m_2 \vec{R}_2 + \dots + m_n \vec{R}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$\Rightarrow \text{hình chiếu trên các trục tọa độ: } x = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}; \quad z = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

Chú ý:

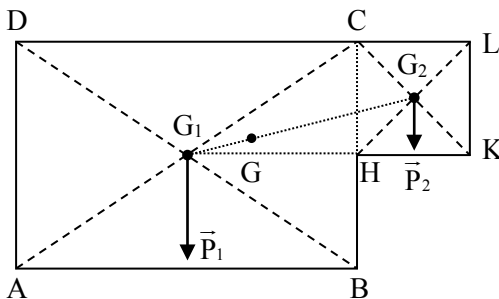
- ✓ Khi khối lượng m phân bố đều theo chiều dài ℓ thì mật độ khối lượng (khối lượng trên 1 đơn vị chiều dài) là: $\rho = \frac{m}{\ell} = \frac{\Delta m}{\Delta \ell} = \frac{dm}{d\ell}$
- ✓ Khi khối lượng m phân bố đều theo diện tích S thì mật độ khối lượng (khối lượng trên 1 đơn vị diện tích) là: $\rho = \frac{m}{S} = \frac{\Delta m}{\Delta S} = \frac{dm}{dS}$

Ví dụ 12: Hãy xác định trọng tâm của bản mỏng, đồng chất, hình chữ nhật, dài 12 cm, rộng 6 cm, bị cắt mất một mẫu hình vuông có cạnh 3 cm như hình.



Hướng dẫn

+ Bản mỏng được chia thành hai bản mỏng nhỏ: bản mỏng ABCD có trọng tâm là G_1 , trọng lượng P_1 và bản mỏng HKLC có trọng tâm G_2 và trọng lượng P_2



+ Gọi G là trọng tâm của bản mỏng, đó chính là điểm đặt của trọng lực $\vec{P}$, ta có:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

+ Vậy muốn tìm điểm G ta phải đi tìm điểm đặt hợp lực của hai lực song song cùng chiều $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$.

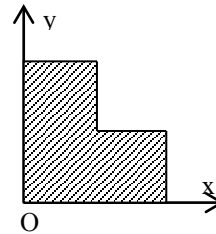
+ Áp dụng quy tắc hợp lực: $\frac{GG_1}{GG_2} = \frac{P_2}{P_1}$

+ Vì bản mỏng đồng chất nên: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{3^2}{9.6} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{GG_1}{GG_2} = \frac{1}{6}$ (1)

+ Từ hình vẽ có: $GG_1 + GG_2 = \sqrt{(4,5 + 1,5)^2 + 1,5^2} = 6,2$ (2)

+ Giải hệ (1) và (2) được $GG_1 = 0,8857$ (m) và $GG_2 = 5,3142$ (m)

Ví dụ 13: Một bản mỏng phẳng, đồng chất, bề dày đều có dạng hình vuông cạnh a bị khoét đi một mẫu hình vuông cạnh a/2 như hình vẽ. Gắn bản mỏng vào hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Xác định tọa độ trọng tâm của bản mỏng.



Hướng dẫn

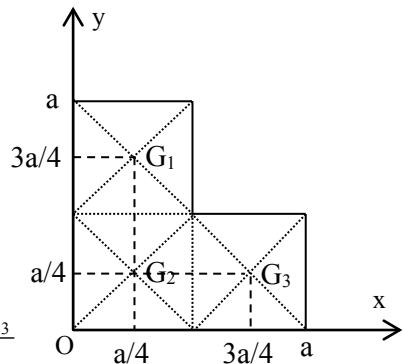
+ Ta chia bản mỏng lớn thành 3 phần, mỗi phần là một bản nhỏ hình vuông cạnh a/2 (như hình vẽ).

+ Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các bản nhỏ

+ Từ hình vẽ ta có:
$$\begin{cases} G_1 \left(\frac{a}{4}; \frac{3a}{4} \right) \\ G_2 \left(\frac{a}{4}; \frac{a}{4} \right) \\ G_3 \left(\frac{3a}{4}; \frac{a}{4} \right) \end{cases}$$

+ Gọi G là trọng tâm của bản mỏng lớn (của hệ)

+ Hoành độ điểm G là: $x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$



+ Vì: $\begin{cases} m_1 = m_2 = m_3 = \frac{m}{3} \\ x_1 = x_2 = \frac{a}{4}; x_3 = \frac{3a}{4} \end{cases}$ (m là khối lượng bản mỏng lớn) nên:

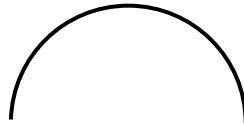
$$\Rightarrow x = \frac{\frac{m}{3}(x_1 + x_2 + x_3)}{m} = \frac{\frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{3a}{4}}{3} = \frac{5a}{12}$$

+ Tung độ điểm G là: $y_G = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{\frac{m}{3}(y_1 + y_2 + y_3)}{m}$

+ Vì $y_2 = y_3 = \frac{a}{4}$; $y_1 = \frac{3a}{4}$ nên: $y = \frac{\frac{3a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{4}}{3} = \frac{5a}{12}$

+ Vậy trọng tâm G của bán móng có tọa độ: $x = y = \frac{5a}{12}$

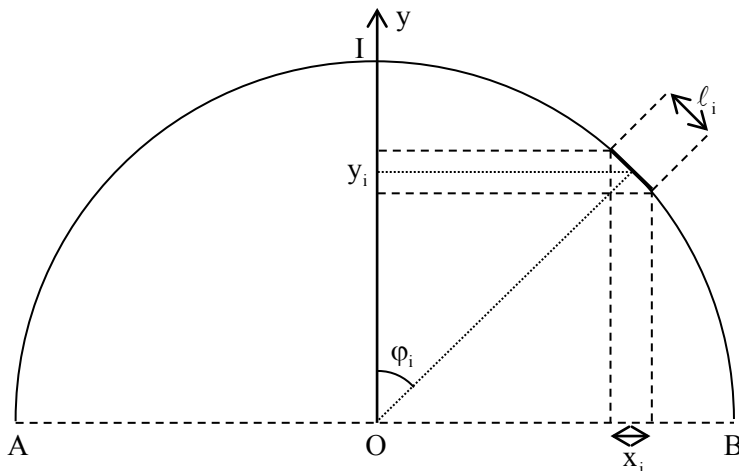
Ví dụ 14: *Xác định vị trí khối tâm của một dây dẫn đồng chất, tiết diện đều, có dạng nửa cung tròn bán kính R như hình.



Hướng dẫn

+ Do tính chất đối xứng nên trọng tâm G của đoạn dây sẽ nằm trên đường OI (với O là tâm đường tròn)

+ Chọn trục tọa độ Oy có gốc O trùng với tâm đường tròn, có chiều từ O đến I như hình.



+ Tọa độ trọng tâm G của đoạn dây là: $y_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$

+ Gọi ρ là khối lượng trên một đơn vị chiều dài của sợi dây, ℓ_i là chiều dài phần tử

thứ i , L là chiều dài cả sợi dây, ta có:
$$y_G = \frac{\sum_1^n \rho \ell_i y_i}{\sum_1^n \rho \ell_i} = \frac{\sum_1^n \ell_i y_i}{\sum_1^n \ell_i}$$

+ Ta có:
$$\sum_1^n \ell_i = \ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_n = L = \pi R$$

$$\sum_1^n \ell_i y_i = \sum_1^n \ell_i R \cos \varphi_i = R \sum_1^n \ell_i \cos \varphi_i = R \sum_1^n x_i = R \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2$$

+ Do đó:
$$y_G = \frac{2R^2}{\pi R} = \frac{2R}{\pi}$$

+ Vậy tọa độ trọng tâm G của nửa cung tròn bán kính R cách O đoạn: $y_G = \frac{2R}{\pi}$

Cách 2: Dùng tích phân

+ Do tính chất đối xứng nên vị trí khối tâm G của đoạn dây nằm trên trục Oy

+ Xét phần tử y phân chiều dài $d\ell$ rất

bé có góc ở tâm $d\varphi$, có độ dài và khối

lượng tương ứng là:

$$d\ell = R \cdot d\varphi$$

$$dm = \rho d\ell = \rho \cdot R \cdot d\varphi \quad (\text{vì khối}$$

lượng phân bố đều theo chiều dài)

+ Tọa độ của phần tử $d\ell$ là: $y = R \cdot \cos \varphi$

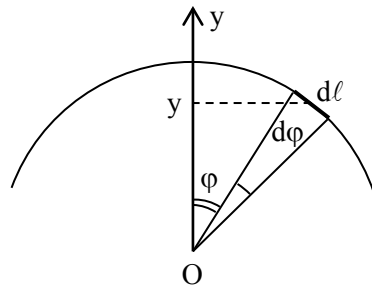
+ Tọa độ khối tâm G :
$$y_G = \int \frac{y \cdot dm}{M}$$

$$y_G = \frac{1}{M} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \rho \cdot R^2 \cos \varphi d\varphi = \frac{1}{M} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{M}{L} \cdot R^2 \cos \varphi d\varphi = \frac{R^2}{L} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \cos \varphi d\varphi$$

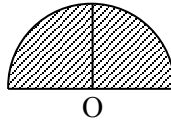
$$\Rightarrow y_G = \frac{R^2}{L} \cdot \sin \varphi \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} = \frac{R^2}{L} \left[\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \left(-\frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

$$\Rightarrow y_G = \frac{2R^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{L} = \frac{2R^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{R \cdot \alpha} = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

+ Áp dụng cho đoạn dây nửa đường tròn $\alpha = \pi \Rightarrow y_G = \frac{2R}{\pi}$



Ví dụ 15: *Xác định vị trí khối tâm của một bán móng đồng chất, tiết diện đều, có dạng bán nguyệt bán kính R như hình.



Hướng dẫn

- + Do tính chất đối xứng nên vị trí khối tâm G của bán nguyệt nằm trên trục Oy
- + Chia bán nguyệt tròn thành vô số tam giác cân đỉnh ở O
- + Trọng tâm của mỗi tam giác cách O một khoảng $r = \frac{2R}{3}$
- + Khi đó tập hợp tất cả các trọng tâm của mỗi tam giác sẽ tạo thành một cung tròn có bán kính $r = \frac{2R}{3}$
- + Theo ví dụ 14 ta có trọng tâm của nửa đường tròn bán kính r là $y_G = \frac{2r}{\pi}$
- + Vậy trọng tâm của bán móng bán nguyệt cách O đoạn: $y_G = \frac{2 \cdot \frac{2R}{3}}{\pi} = \frac{4R}{3\pi}$

Cách 2: Dùng tích phân

- + Do tính chất đối xứng nên vị trí khối tâm G của bán nguyệt nằm trên trục Oy
- + Xét phần tử vi phân diện tích

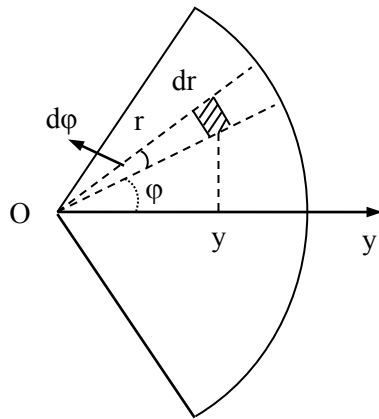
dS giới hạn bởi hai đường tròn bán kính r và $(r + dr)$ có góc ở tâm là $d\varphi$ có diện tích dS và khối lượng dm tương ứng là:

$$\begin{cases} dS = d\ell \cdot dr = r \cdot d\varphi \cdot dr \\ dm = \rho \cdot dS = \rho \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \end{cases}$$

(vì khối lượng phân bố theo diện tích)

- + Tọa độ của phần tử dS là: $y = r \cdot \cos \varphi$

$$+ \text{ Tọa độ khối tâm G: } y_G = \int \frac{y \cdot dm}{M} = \int \frac{r \cdot \cos \varphi \cdot (\rho \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr)}{M}$$



$$\Rightarrow y_G = \frac{1}{M} \int_0^R \rho \cdot r^2 dr \cdot \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \cos \varphi \cdot d\varphi = \frac{1}{M} \int_0^R \frac{M}{S} \cdot r^2 dr \cdot \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$\Rightarrow y_G = \int_0^R \frac{1}{\pi R^2} \cdot r^2 dr \cdot \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \cos \varphi \cdot d\varphi = \frac{2}{\pi R^2} \int_0^R r^2 dr \cdot \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$\Rightarrow y_G = \frac{2}{\pi R^2} \frac{r^3}{3} \Big|_0^R \cdot \sin \varphi \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} = \frac{2}{\pi R^2} \frac{R^3}{3} 2 \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4 \sin \frac{\alpha}{2}}{3\pi}$$

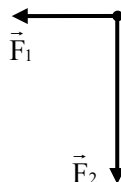
+ Áp dụng cho hình bán nguyệt $\alpha = \pi \Rightarrow x_G = \frac{4R}{3\pi}$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một vật chịu tác dụng của hai lực

$\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ vuông góc với nhau như hình vẽ.

Biết $F_1 = 5\text{N}$; $F_2 = 12\text{N}$. Tìm lực $\vec{F}_3$ tác dụng lên vật để vật cân bằng.

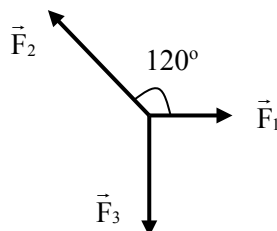


Bài 2: Một vật chịu tác dụng

của ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ như hình vẽ bên thì nằm cân bằng. Biết

rằng độ lớn của lực $F_3 = 40\sqrt{3}\text{ N}$.

Hãy tính độ lớn của lực F_1 và F_2 .



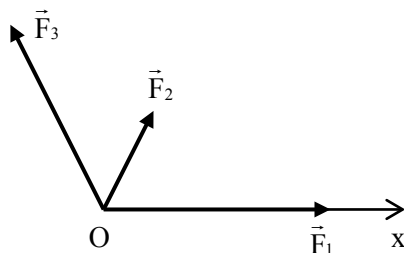
Bài 3: Cho ba lực đồng qui (tại

điểm O), đồng phẳng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$

lần lượt hợp với trục Ox những góc 0° , 60° , 120° và có độ lớn

tương ứng là $F_1 = F_3 = 2F_2 = 10\text{N}$

nư trên hình vẽ. Tìm hợp lực của ba lực trên.

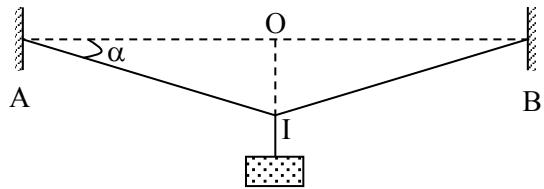


Bài 4: Hãy dùng quy tắc hình bình hành và quy tắc đa giác lực để tìm hợp lực của ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và bằng F_0 . Biết chúng cùng nằm trong cùng một mặt phẳng và $\vec{F}_2$ làm với hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ những góc bằng nhau và bằng 60° .

Bài 5: Một chiếc đèn được treo vào tường nhờ một dây AB có không dẫn có khối lượng không đáng kể. Muốn cho xa tường, người ta dùng một thanh chống, một đầu tì vào tường, còn đầu kia tì vào điểm B của sợi dây. Biết đèn nặng 40N và dây hợp với tường một góc 45° . Tính lực căng của dây và phản lực của thanh ?

Bài 6: Một đèn tín hiệu giao thông ba màu được treo ở một ngã tư đường nhờ một dây cáp có trọng lượng không đáng kể. Hai dây cáp được giữ bằng hai cột đèn AB, CD cách nhau 8m . Đèn có khối lượng 6kg được treo vào điểm giữa O của dây cáp, làm dây cáp võng xuống một đoạn $0,5\text{m}$. Tính lực căng của dây. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

Bài 7: Một dây nhẹ căng ngang giữa hai điểm cố định A, B. Treo vào trung điểm O của sợi dây một vật có khối lượng m thì hệ cân bằng, dây hợp với phương ngang góc α .

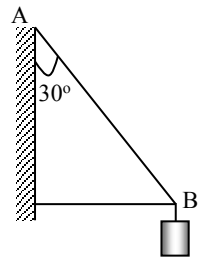


Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$

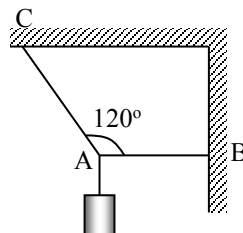
a) Tính lực căng dây khi $\alpha = 30^\circ$, $m = 10\text{ kg}$.

b) Khảo sát sự thay đổi độ lớn của lực căng dây theo góc α .

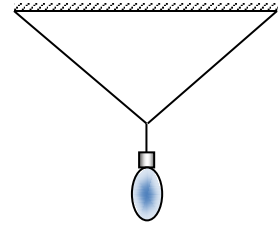
Bài 8: Một chiếc đèn được treo vào tường nhờ một dây AB. Muốn cho đèn ở xa tường, người ta dùng một thanh chống nằm ngang, một đầu tì vào tường, còn đầu kia tì vào điểm B của dây như hình vẽ. Cho biết đèn nặng 4kg và dây hợp với tường một góc 30° . Tính lực căng của dây và phản lực của thanh. Cho biết phản lực của thanh có phương dọc theo thanh và lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.



Bài 9: Một vật có khối lượng $m = 5\text{ kg}$ được treo vào cơ cấu như hình vẽ. Hãy xác định lực do vật nặng m làm căng các dây AC và AB. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.



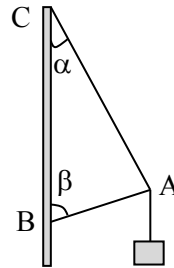
Bài 10: Một ngọn đèn có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ được treo dưới trần nhà bằng một sợi dây. Dây chỉ chịu được lực căng lớn nhất là 8 N . Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



- Chứng minh rằng không thể treo ngọn đèn này vào một đầu dây.
- Người ta đã treo đèn này bằng cách luồn sợi dây qua một cái móc của đèn và hai đầu dây được gắn chặt lên trần nhà như hình vẽ. Hai nửa sợi dây có chiều dài bằng nhau và hợp với nhau một góc bằng 60° . Hỏi lực căng của mỗi nửa sợi dây là bao nhiêu ?

Bài 11: Thanh nhẹ AB nằm ngang được gắn vào tường tại A , đầu B nối với tường bằng dây BC không dẫn. Vật có khối lượng $m = 1,2 \text{ kg}$ được treo vào đầu B bằng dây BD . Biết $5AC = 12AB$. Tính lực căng của dây BC và phản lực của tường lên thanh AB .

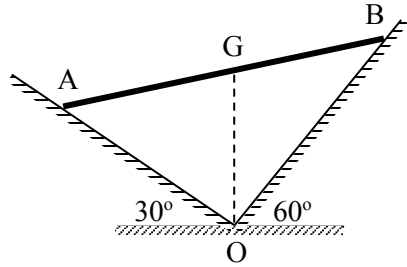
Bài 12: Hai thanh AB , AC được nối với nhau và nối vào tường nhờ các bản lề, tại A có treo vật trọng lượng $P = 1000 \text{ N}$. Tính lực đàn hồi xuất hiện ở các thanh. Cho $\alpha + \beta = 90^\circ$, bỏ qua trọng lượng các thanh. Áp dụng khi $\alpha = 30^\circ$.



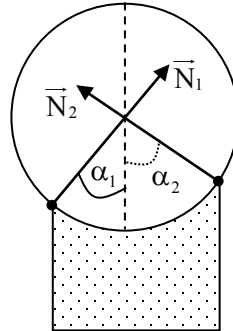
Bài 13: Quả cầu đồng chất có trọng lượng $P = 40 \text{ N}$ được treo vào tường nhờ một sợi dây hợp với mặt tường một góc $\alpha = 30^\circ$. Bỏ qua ma sát chỗ tiếp xúc giữa quả cầu và tường. Tính lực căng của dây và phản lực của tường lên quả cầu.

Bài 14: Một lò xo có $k = 50 \text{ N/m}$ đặt trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng 30° đầu trên gắn với vật khối lượng 200 g , đầu dưới cố định, chiều dài tự nhiên là 50 cm , bỏ qua ma sát giữa vật và mặt nghiêng. Tính chiều dài của lò xo và phản lực của mặt nghiêng lên vật. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$

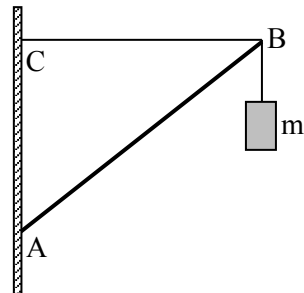
Bài 15: Một thanh AB đồng chất khối lượng $m = 2 \text{ kg}$ tựa trên 2 mặt phẳng nghiêng không ma sát với các góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ và $\beta = 60^\circ$. Biết giá của trọng lực của thanh đi qua giao tuyến O của 2 mặt nghiêng. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tìm áp lực của thanh lên mỗi mặt phẳng nghiêng.



Bài 16: Một khúc gỗ hình trụ tròn khối lượng $m = 50 \text{ kg}$ được đặt theo một lòng máng có hai thành cao thấp lệch nhau. Tại chỗ tiếp xúc giữa thành máng thấp và giữa thành máng cao với khúc gỗ, bán kính hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha_1 = 30^\circ$ và góc $\alpha_2 = 60^\circ$. Tìm lực ép lên các thành máng. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

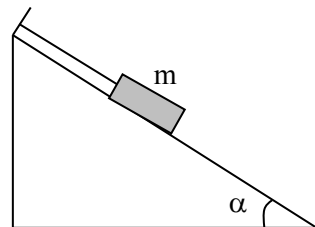


Bài 17: Một giá treo như hình vẽ gồm: thanh $AB = 1 \text{ m}$ tựa vào tường ở A, dây $BC = 0,6 \text{ m}$ nằm ngang. Treo vào đầu B một vật nặng khối lượng $m = 1 \text{ kg}$. Tính độ lớn lực đàn hồi F xuất hiện trên thanh AB và sức căng T của dây BC khi giá treo cân bằng. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ và bỏ qua khối lượng thanh AB, các dây nối.

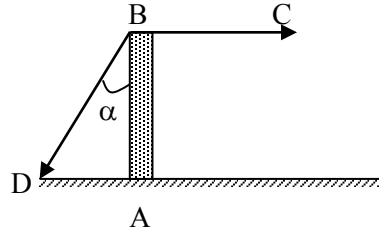


Bài 18: Một vật có khối lượng 2 kg được giữ yên trên mặt phẳng nghiêng bởi một sợi dây song song với đường dốc chính. Biết $\alpha = 30^\circ$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ và ma sát không đáng kể. Hãy xác định:

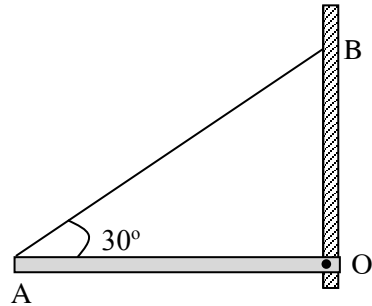
- Lực căng của dây.
- Phản lực của mặt phẳng nghiêng lên vật.



Bài 19: Một cây trụ nhẹ AB thẳng đứng được kéo bởi 2 dây: dây BC nằm ngang và dây BD nghiêng với trụ AB góc 30° (hình vẽ). Áp lực của trụ lên sàn là $Q = 17\sqrt{3}(\text{N})$. Tính lực căng của 2 dây.

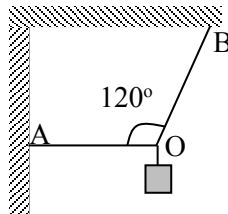


Bài 20: Một thanh AO có trọng tâm O ở giữa thanh và có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$. Một đầu O của thanh được liên kết với tường bằng một bản lề, còn đầu A được treo vào tường bằng dây AB. Thanh được giữ nằm ngang và dây làm với thanh một góc 30° (hình vẽ). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hãy xác định:

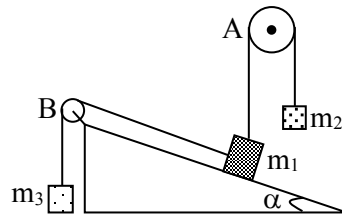


- Xác định giá của phản lực $\vec{N}$ của bản lề tác dụng vào thanh.
- Độ lớn của lực căng dây và phản lực N.

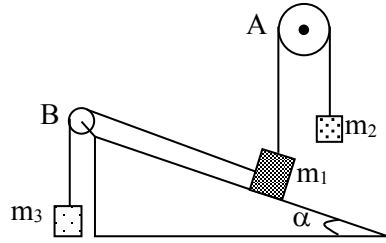
Bài 21: Vật có trọng lượng $P = 10\sqrt{3}(\text{N})$ được treo bởi hai sợi dây OA và OB như hình vẽ. Khi vật cân bằng thì góc $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Tính lực căng của 2 sợi dây OA và OB.



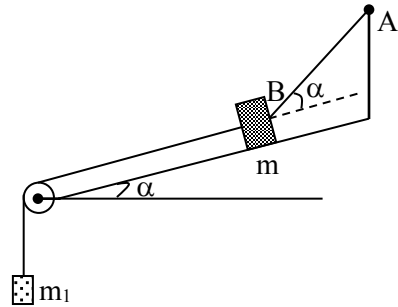
Bài 22: Tìm khối lượng m_3 bé nhất để vật m_1 nằm yên trên mặt phẳng nghiêng góc α với mặt ngang, biết lúc đó dây nối m_1 với ròng rọc A thẳng đứng, dây nối với ròng rọc B song song với mặt phẳng nghiêng. Hệ số ma sát giữa vật m_1 và mặt phẳng nghiêng là μ .



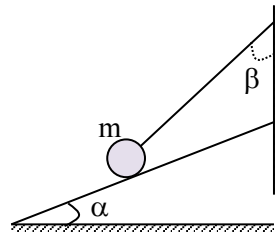
Bài 23: Khi người ta giữ cân bằng vật 1, có khối lượng $m_1 = 6\text{kg}$, đặt trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt ngang bằng cách buộc vào 1 hai sợi dây vắt qua ròng rọc A và B, đầu kia của hai sợi dây treo hai vật 2 và 3 có khối lượng $m_2 = 2\text{kg}$ và m_3 . Tính khối lượng m_3 và lực nén của vật m_1 lên mặt phẳng nghiêng. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Bỏ qua ma sát.



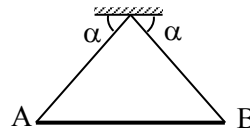
Bài 24: Một vật có khối lượng m nằm yên trên mặt phẳng nghiêng với phương nằm ngang góc α nhờ vật có khối lượng m_1 và dây AB hợp với phương mặt phẳng nghiêng góc α như hình vẽ. Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng. Tính lực căng dây T của dây AB và áp lực của vật lên mặt phẳng nghiêng.



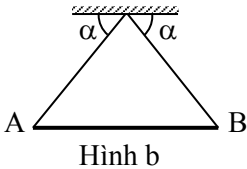
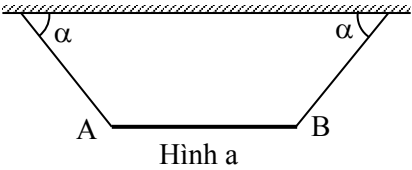
Bài 25: Một viên bi khối lượng $m = 2\text{kg}$ được giữ đứng yên trên mặt phẳng nghiêng trơn nhờ một dây treo như hình vẽ. Cho $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$. Tính lực căng dây và áp lực của viên bi lên mặt phẳng nghiêng. Cho $g = 10\text{ m/s}^2$.



Bài 26: Một thanh AB khối lượng 4 kg dài 60 cm được treo nằm ngang nhờ hai sợi dây dài 50 cm như hình. Tính lực căng của dây treo, lực nén lên thanh AB. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

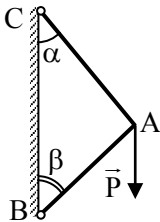


Bài 27: Một thanh AB khối lượng 8kg dài 60 cm được treo nằm ngang nhờ hai sợi dây dài 50 cm như hình. Tính lực căng của dây treo và lực nén hoặc kéo thanh trong mỗi trường hợp. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



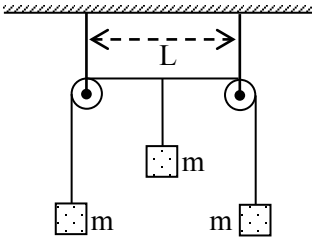
“Trích Vật Lí THPT 10 – Vũ Thanh Khiết”

Bài 28: Các thanh nhẹ AB, AC nối nhau và với tường nhờ các bản lề. Tại A tác dụng một lực thẳng đứng $P = 1000\text{N}$. Tìm lực đàn hồi của các thanh nếu $\alpha = 30^\circ$ và $\beta = 60^\circ$.

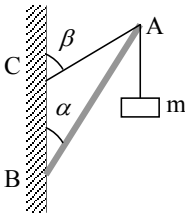


« Trích giải Toán Vật lí 10 – Bùi Quang Hân »

Bài 29: Hai trọng vật cùng khối lượng được treo vào hai đầu dây vắt qua hai ròng rọc cố định. Một trọng vật thứ ba có khối lượng bằng hai trọng vật trên được treo vào điểm giữa hai ròng rọc như hình vẽ. Hỏi điểm treo trọng vật thứ ba bị hạ thấp xuống bao nhiêu ? Cho biết khoảng cách hai ròng rọc là $2L$. Bỏ qua các ma sát.



Bài 30: Một vật khối lượng $m = 30 \text{ kg}$ được treo ở đầu của thanh nhẹ AB. Thanh được giữ cân bằng nhờ dây AC như hình vẽ. Tìm lực căng dây AC và lực nén thanh AB. Cho $\alpha = 30^\circ$ và $\beta = 60^\circ$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

+ Gọi $\vec{F}_{12}$ là hợp lực của 2 lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ ta có:

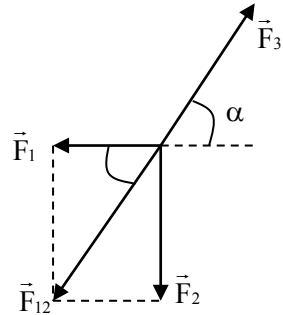
$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2} F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 13\text{N}$$

+ Điều kiện để vật cân bằng lực $\vec{F}_3$ cân bằng với hợp lực $\vec{F}_{12}$

+ Do đó ta có: $F_3 = F_{12} = 13(\text{N})$

+ Gọi α là góc tạo bởi hợp lực $\vec{F}_3$ và phương ngang.

+ Từ hình ta có: $\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{12}{5} \Rightarrow \alpha = 67^\circ 23'$



Bài 2:

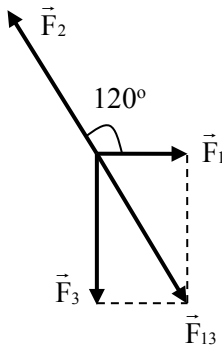
+ Để vật cân bằng thì lực tổng hợp của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ phải cùng phương, ngược chiều với $\vec{F}_3$.

+ Gọi $\vec{F}_{13} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_{13}$ phải tạo với $\vec{F}_1$ một góc 60° .

+ Từ hình vẽ có: $\cos 30^\circ = \frac{F_3}{F_{13}}$

$$\Rightarrow F_{13} = \frac{F_3}{\cos 30^\circ} = 80(\text{N}) \Rightarrow F_2 = 80(\text{N})$$

+ Vì $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_3 \Rightarrow F_1 = \sqrt{F_{13}^2 - F_3^2} = 40\text{N}$



Bài 3:

+ Gọi $\vec{F}_{13}$ là hợp của 2 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_3$.

+ Từ đề suy ra góc tạo bởi hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_3$ là $\alpha = 120^\circ$

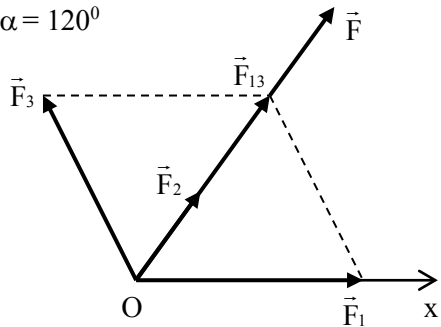
+ Độ lớn của hợp 2 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_3$ là:

$$F_{13} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2 + 2F_1F_3\cos\alpha} = 10\text{N}$$

+ Gọi β là góc giữa hợp lực $\vec{F}_{13}$ và $\vec{F}_1$.

+ Theo định lý hàm cos ta có:

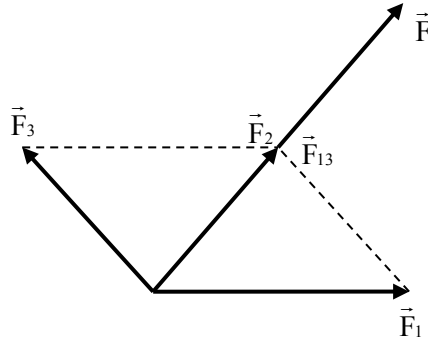
$$\cos\beta = \frac{F_{13}^2 + F_1^2 - F_3^2}{2F_{13}F_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 60^\circ$$



- + Vậy $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$ cùng tạo với $\vec{F}_1$ một góc $\beta = 60^\circ \Rightarrow \vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$ cùng chiều nhau
- + Gọi $\vec{F}$ là hợp của 2 lực $\vec{F}_{13}$ và $\vec{F}_2$
- + Vì $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$ cùng chiều nhau $\Rightarrow F = F_{13} + F_2 = 10 + 5 = 15 \text{ N}$
- + Vậy $\vec{F}$ có phương và chiều là phương và chiều của $\vec{F}_2$ và có độ lớn là $F = 15 \text{ N}$

Bài 4:

- + Vì $\vec{F}_2$ làm với hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ những góc bằng nhau và bằng 60° nên $\vec{F}_2$ nằm chính giữa hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ nên góc giữa 2 lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$ là 120° .



- + Gọi $\vec{F}_{13}$ là lực tổng hợp của 2 lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_3$

+ Ta có: $F = \sqrt{F_1^2 + F_3^2 + 2F_1F_3\cos\alpha}$
 $\Rightarrow F = \sqrt{F_0^2 + F_0^2 + 2F_0F_0\cos 120} = F_0$

- + Gọi β là góc tạo bởi $\vec{F}_{13}$ và $\vec{F}_3$.

+ Theo định lý hàm cos ta có: $\cos\beta = \frac{F_{13}^2 + F_3^2 - F_1^2}{2F_{13}F_3}$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{F_0^2 + F_0^2 - F_0^2}{2F_0 \cdot F_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 60^\circ$$

- + Vậy lực $\vec{F}_{13}$ trùng với $\vec{F}_2$
- + Gọi $\vec{F}$ là hợp của hai lực $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_{13}$. Vì $\vec{F}_{13} \uparrow \vec{F}_2 \Rightarrow F = F_{13} + F_2 = 2F_0$

Bài 5:

- + Coi đèn như một chất điểm B và các lực tác dụng vào đèn gồm: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$ và lực đàn hồi của thanh $\vec{F}$.

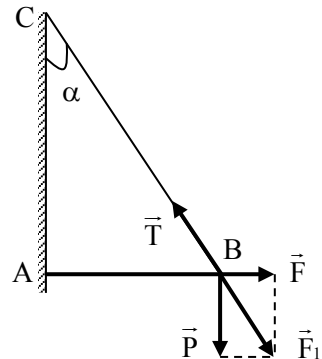
+ Ta có: $\vec{F} + \vec{P} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{T} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 \uparrow \vec{T}$

+ Từ hình vẽ ta có: $\tan\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{F}{P}$

$$\Rightarrow F = P \tan\alpha = 40 \text{ N}$$

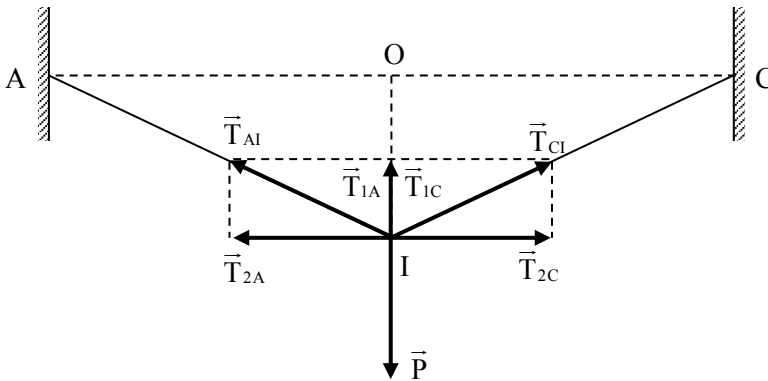
- + Lực nén lên thanh đúng bằng lực F nên lực nén lên thanh là 40N

+ Ta có: $T = F_1 = \sqrt{F^2 + P^2} = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2} \text{ N}$



Bài 6:

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ



+ Phân tích lực căng của mỗi sợi dây:
$$\begin{cases} \vec{T}_{AI} = \vec{T}_{IA} + \vec{T}_{2A} \quad (\vec{T}_{IA} \uparrow \downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2A} \perp \vec{P}) \\ \vec{T}_{CI} = \vec{T}_{IC} + \vec{T}_{2C} \quad (\vec{T}_{IC} \uparrow \downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2C} \perp \vec{P}) \end{cases}$$

Với:
$$\begin{cases} T_{AI} = T_{CI} = T \\ T_{IA} = T_{IB} = T_1 \\ T_{2A} = T_{2B} = T_2 \end{cases}$$

+ Vì đèn nằm cân bằng nên: $\vec{P} + \vec{T}_{AI} + \vec{T}_{CI} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_{IA} + \vec{T}_{2A} + \vec{T}_{IC} + \vec{T}_{2C} = 0$

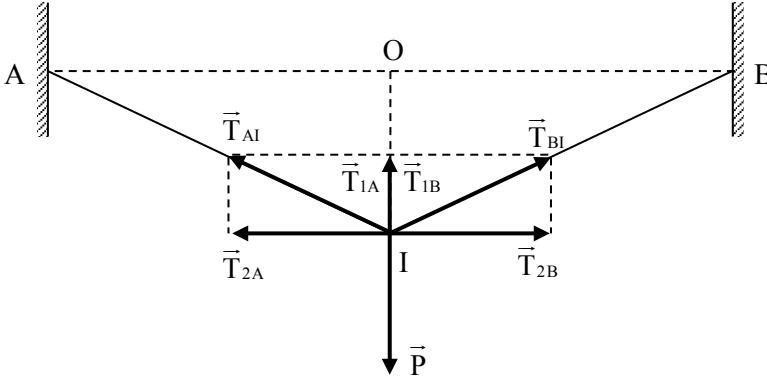
+ Do
$$\begin{cases} \vec{T}_{2A} \uparrow \downarrow \vec{T}_{2C} \\ T_{2A} = T_{2C} \end{cases} \Rightarrow \vec{T}_{2A} + \vec{T}_{2C} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_{IA} + \vec{T}_{IC} = 0$$

+ Mà: $\vec{T}_{IA} + \vec{T}_{IB} = 2\vec{T}_1 \Rightarrow \vec{P} + 2\vec{T}_1 = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{P}{2} \Rightarrow T_{IA} = T_{IC} = \frac{P}{2}$

+ Từ hình có: $\sin \alpha = \frac{OI}{\sqrt{AO^2 + OI^2}} = \frac{T_{IA}}{T_{AI}} = \frac{P}{2T}$

$$\Leftrightarrow \frac{0,5}{\sqrt{4^2 + 0,5^2}} = \frac{60}{2T} \Rightarrow T \approx 242\text{N}$$

Bài 7: Các lực được biểu diễn như hình vẽ



+ Phân tích lực căng của mỗi sợi dây:
$$\begin{cases} \vec{T}_{AI} = \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{2A} \quad (\vec{T}_{1A} \uparrow \downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2A} \perp \vec{P}) \\ \vec{T}_{BI} = \vec{T}_{1B} + \vec{T}_{2B} \quad (\vec{T}_{1B} \uparrow \downarrow \vec{P}, \vec{T}_{2B} \perp \vec{P}) \end{cases}$$

Với: $T_{AI} = T_{BI} = T; T_{1A} = T_{1B} = T_1; T_{2A} = T_{2B} = T_2$

+ Vì đèn nằm cân bằng nên: $\vec{P} + \vec{T}_{AI} + \vec{T}_{BI} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{2A} + \vec{T}_{1B} + \vec{T}_{2B} = 0$

+ Do
$$\begin{cases} \vec{T}_{2A} \uparrow \downarrow \vec{T}_{2B} \Rightarrow \vec{T}_{2A} + \vec{T}_{2B} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_{1A} + \vec{T}_{1B} = 0 \\ T_{2A} = T_{2B} \end{cases}$$

+ Mà: $\vec{T}_{1A} + \vec{T}_{1B} = 2\vec{T}_1 \Rightarrow \vec{P} + 2\vec{T}_1 = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{P}{2} \Rightarrow T_{1A} = T_{1B} = \frac{P}{2}$

+ Từ hình có: $\sin \alpha = \frac{T_1}{T} = \frac{P}{2T} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{100}{2T} \Rightarrow T = 100N$

b) Từ câu a ta có: $\sin \alpha = \frac{T_1}{T} = \frac{P}{2T} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{mg}{2T} \Rightarrow T = \frac{mg}{2\sin \alpha}$

+ Ta nhận thấy rằng $0 < \alpha < 90^\circ \Rightarrow$ khi α tăng thì $\sin \alpha$ tăng $\Rightarrow T$ giảm

Bài 8: Các lực được biểu diễn như hình

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = 0$

+ Gọi $\vec{R} = \vec{P} + \vec{N} \Rightarrow \vec{R} + \vec{T} = 0$

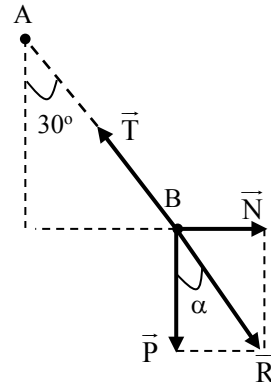
+ Vậy $\vec{R}$ có phương của sợi dây $\Rightarrow \alpha = 30^\circ$

+ Từ hình ta có: $\tan \alpha = \frac{N}{P}$

$\Rightarrow N = P \tan \alpha = mg \tan \alpha \approx 23,1(N)$

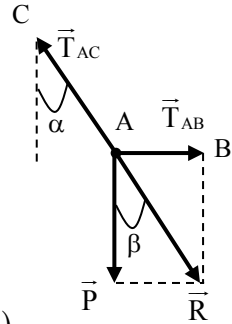
+ Lực căng T của sợi dây:

$$T = R = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha} = 46,2(N)$$



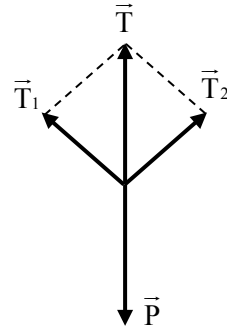
Bài 9:

- + Các lực được biểu diễn như hình
- + Ta dễ dàng tính được góc $\hat{C} = \alpha = 30^\circ$
- + Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AC} = 0 \Leftrightarrow \vec{R} + \vec{T}_{AC} = 0$
- + Gọi $\vec{R} = \vec{P} + \vec{T}_{AB} \Rightarrow \vec{R} + \vec{T}_{AC} = 0$
- + Vậy $\vec{R}$ có phương của sợi dây AC $\Rightarrow \beta = 30^\circ$
- + Từ hình ta có: $\tan \beta = \frac{T_{AB}}{P} \Rightarrow T_{AB} = P \cdot \tan \beta \approx 28,87 \text{ (N)}$
- + Lực căng T_{AC} của sợi dây AC: $T_{AC} = R = \frac{P}{\cos \alpha} = 57,73 \text{ (N)}$



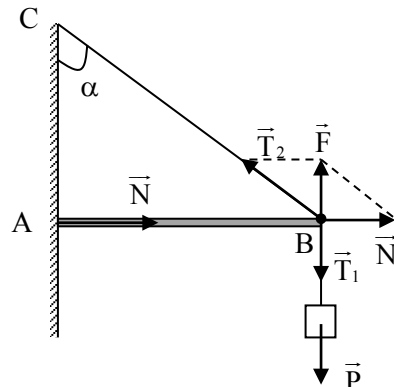
Bài 10:

- a) Nếu treo đèn vào một đầu sợi dây thì để đèn cân bằng lực căng của sợi dây phải bằng trọng lực.
- + Ta có: $P = mg = 9,8 \text{ N} > T_{\max}$ nên dây sẽ bị đứt
- b) Các lực tác dụng lên bóng đèn: trọng lực $\vec{P}$, lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$.
- + Khi hệ cân bằng ta có: $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = 0$
- + Suy ra $\vec{P}$ và $\vec{T}$ ngược chiều nhau, cùng độ lớn $\Rightarrow T$ là phân giác góc 60°
- + Từ hình có: $T_1 = T_2 = \frac{T}{2 \cos 30^\circ} = \frac{P}{2 \cos 30^\circ} = 5,66 \text{ N}$



Bài 11:

- + Các lực tác dụng lên thanh AB, khi cân bằng gồm:
 - Lực căng dây $\vec{T}_1$ của dây BD
 - Lực căng dây $\vec{T}_2$ của dây BC
 - Phản lực $\vec{N}$ của tường
- + Điều kiện cân bằng: $\vec{T}_1 + \vec{N} + \vec{T}_2 = 0$
- + Tịnh tiến lực $\vec{N}$ đến điểm đồng quy B
- + Gọi $\vec{F}$ là hợp lực của $\vec{N}$ và $\vec{T}_2$.
- + Ta có: $\vec{F} = \vec{N} + \vec{T}_2 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{F} = 0$
- + Suy ra $F = T_1$ và $\vec{F}$ ngược chiều với $\vec{T}_1$
- + Từ hình vẽ suy ra: $\tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{N}{F}$.



+ Lại có $F = T_1 = P \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{N}{P} \Rightarrow N = P \frac{AB}{AC} = 1,2.10.\frac{5}{12} = 5(N)$

+ Vậy phản lực $\vec{N}$ của tường bằng 5 (N)

+ Lực căng dây BC: $T_2 = \sqrt{T_1^2 + N^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13(N)$

Bài 12:

+ Khi giá treo cân bằng có 3 lực đồng quy tại A:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực đàn hồi $\vec{T}_{AC}$
- Lực đàn hồi $\vec{T}_{AB}$

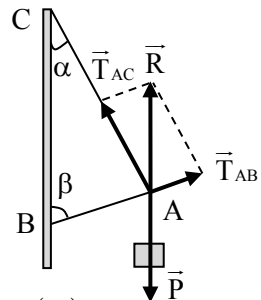
+ Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{T}_{AC} + \vec{T}_{AB} = 0$

$$\Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = 0 \Rightarrow P = R$$

+ Từ hình vẽ suy ra:

$$\sin \alpha = \frac{T_{AB}}{R} \xrightarrow{R=P} \frac{T_{AB}}{P} = \sin \alpha \Rightarrow T_{AB} = P \sin \alpha = 500(N)$$

$$\cos \alpha = \frac{T_{AC}}{R} = \frac{T_{AC}}{P} \Rightarrow T_{AC} = P \cos \alpha = 500\sqrt{3}(N)$$

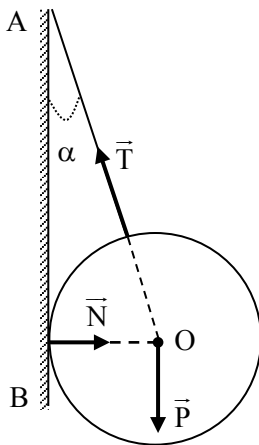


Bài 13:

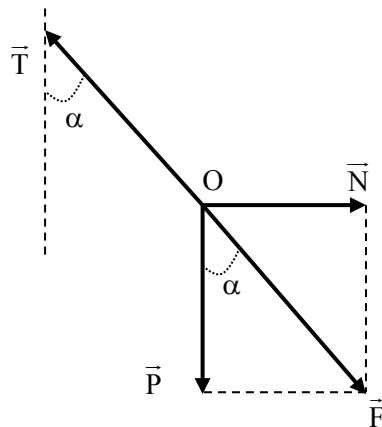
+ Các lực tác dụng vào quả cầu gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Phản lực $\vec{N}$ của thanh AB

+ Các lực được biểu diễn như hình vẽ a



Hình a



Hình b

- + Thực hiện tịnh tiến các lực đến điểm đồng quy O (tâm quả cầu) như hình b.
- + Điều kiện cân bằng của vật rắn: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{T} = 0$
- + Suy ra vector $\vec{F}$ có phương sợi dây nên từ hình vẽ ta có:

$$\tan \alpha = \frac{N}{P} \Rightarrow N = P \tan \alpha = 40 \tan 30^\circ \approx 23,09(N)$$

+ Lực căng dây: $T = F = \sqrt{P^2 + N^2} = 46,19(\text{N})$

Bài 14:

- + Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$.

+ Khi vật nằm cân bằng: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{dh} = 0$

+ Chiều lên Ox ta có:

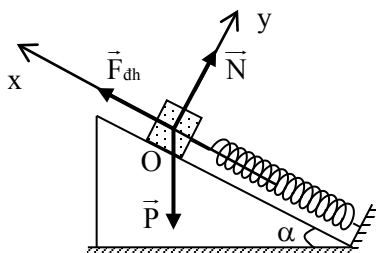
$$F_{dh} - P \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_{dh} = mg \sin \alpha = 1 \text{ (N)}$$

+ Lại có $F_{dh} = k\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{F_{dh}}{k} = \frac{1}{50} = 0,02m = 2cm$

+ Khi vật nằm cân bằng lò xo bị nén 2 cm nên chiều dài lúc này của lò xo là:

$$\ell = \ell_0 - \Delta\ell = 50 - 2 = 48\text{cm}$$

+ Chiều lên Oy ta có: $N - P \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = P \cos \alpha = \sqrt{3} \text{ (N)}$



Bài 15:

- + Thanh AB chịu tác dụng của 3 lực:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$

+ Các lực được biểu diễn như hình.

+ Thanh cân bằng khi: $\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0$

+ Tinh tiến 3 lực đến điểm đồng quy M

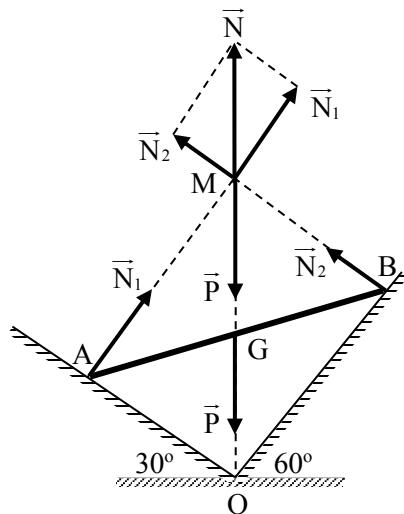
$$+ \text{Vi } \hat{A\hat{O}B} = 90^\circ \Rightarrow \vec{N}_1 \perp \vec{N}_2$$

+ Gọi $\vec{N}$ là vector tổng hợp của $\vec{N}_1, \vec{N}_2$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = 0 \Rightarrow N = P = mg = 20(\text{N})$$

+ Vì $\vec{P}$ đi qua O nên $\vec{P}$ nằm trên đường chéo MO của hình chữ nhật AOBM nên:

- Góc $\widehat{\overrightarrow{N_1M}\overrightarrow{N}} = 30^\circ$
- Góc $\widehat{\overrightarrow{N_2M}\overrightarrow{N}} = 60^\circ$



+ Từ hình có:
$$\begin{cases} N_2 = N \cdot \cos 60^\circ = 10(N) \\ N_1 = N \cdot \cos 30^\circ = 10\sqrt{3}(N) \end{cases}$$

+ Theo định luật III Niu-ton áp lực Q bằng phản lực N nên áp lực lên các mặt

nghiêng là:
$$\begin{cases} Q_2 = N_2 = 10(N) \\ Q_1 = N_1 = 10\sqrt{3}(N) \end{cases}$$

Bài 16:

+ Khúc gỗ chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_1, \vec{N}_2$ của các máng gỗ

+ Khúc gỗ chịu tác dụng của ba lực $\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{P}$ có giá đồng quy tại trọng tâm G của khúc gỗ.

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{P} = 0$

+ Gọi $\vec{N}$ là hợp lực của $\vec{N}_1, \vec{N}_2$

$$\Rightarrow \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = \vec{N}$$

$$\Rightarrow \vec{N} + \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{N} = \vec{P}$$

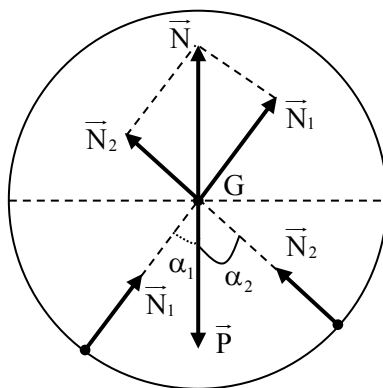
+ Suy ra $\vec{N}$ cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn với $\vec{P} \Rightarrow \vec{N}$ thẳng đứng hướng lên và $N = P$.

+ Vì $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ vuông góc nhau nên:

$$N_1 = N \cos \alpha_1 = P \cos \alpha_1 = 50 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ = 433(N)$$

$$N_2 = N \cos \alpha_2 = P \cos \alpha_2 = 50 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 250(N)$$

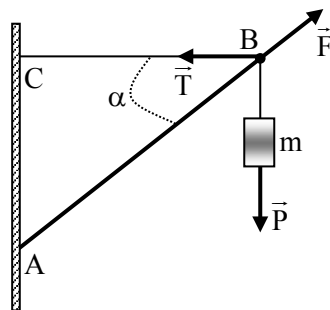
+ Theo định luật III Niu-ton áp lực lên các thành máng là
$$\begin{cases} Q_1 = N_1 = 433(N) \\ Q_2 = N_2 = 250(N) \end{cases}$$



Bài 17:

Khi giá treo cân bằng có 3 lực

đồng quy tại B gồm: trọng lực $\vec{P}$ của vật nặng m, lực căng dây $\vec{T}$ của dây BC, lực đàn hồi $\vec{F}$ của thanh AB (do thanh bị co lại dưới tác dụng của lực căng $\vec{T}$ và trọng lực $\vec{P}$).



+ Điều kiện cân bằng của giá treo: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = 0$

+ Thực hiện tịnh tiến 3 lực đến điểm đồng quy B

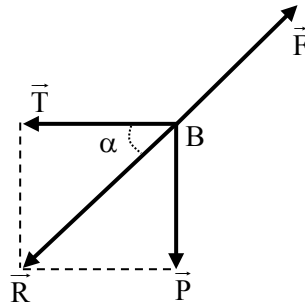
+ Ta có: $\vec{R} = \vec{P} + \vec{T} \Rightarrow \vec{R}$ ngược chiều $\vec{F}$

+ Từ hình có: $\tan \alpha = \frac{P}{T} = \frac{CA}{CB}$

$$\Rightarrow T = P \frac{CB}{CA} = mg \frac{CB}{CA} = mg \frac{CB}{\sqrt{AB^2 - CB^2}}$$

$$\Rightarrow T = mg \frac{CB}{\sqrt{AB^2 - CB^2}}$$

$$\Rightarrow T = 1.9,8 \cdot \frac{0,6}{\sqrt{1^2 - 0,6^2}} = 7,35(N)$$



+ Lại có: $F = R = \sqrt{P^2 + T^2} \Rightarrow F = \sqrt{(1.9,8)^2 + 7,35^2} = 12,25(N)$

Bài 18: Các lực đồng quy tác dụng lên

vật m là:

- Lực căng dây $\vec{T}$.
- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{Q}$ của mặt phẳng nghiêng.

+ Điều kiện cân bằng của m: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{T} = 0$ (*)

+ Chiếu (*) lên các trục

$$\text{Ox: } P \sin \alpha - T = 0$$

(1)

$$\text{Oy: } Q - P \cos \alpha = 0$$

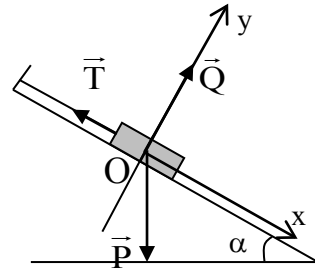
(2)

a) Lực căng T của sợi dây

+ Từ (1) suy ra: $T = P \sin \alpha = mg \sin 30^\circ = 2.10.0,5 = 10N$

b) Phản lực Q của mặt phẳng nghiêng lên vật:

+ Từ (2) suy ra: $Q = P \cdot \cos \alpha = mg \cos 30^\circ = 2.10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} N$



Bài 19: Các lực tác dụng lên trụ AB

gồm:

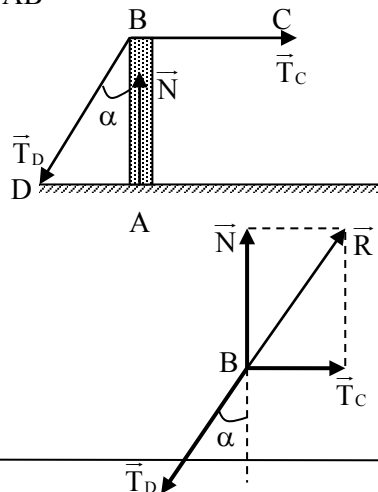
- Lực căng dây $\vec{T}_C$
- Lực căng dây $\vec{T}_D$
- Phản lực $\vec{N}$ của mặt sàn.

+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Thực hiện tịnh tiến các lực đến điểm đồng quy B như hình.

+ Điều kiện cân bằng $\vec{T}_D + \vec{T}_C + \vec{N} = 0$

$$\Rightarrow \vec{T}_D + \vec{R} = 0 \Rightarrow T_D = R$$



+ Ta có: $N = Q = N = Q = 10\sqrt{3}(\text{N})$

$$\Rightarrow R = \frac{N}{\cos 30^\circ} = 20(\text{N}) = T_D$$

+ Lại có: $\tan 30^\circ = \frac{T_C}{N} \Rightarrow T_C = N \tan 30^\circ = 10(\text{N})$

Bài 20:

a) Xác định giá của $\vec{N}$

+ Thanh AO chịu tác dụng của 3 lực: trọng lực $\vec{P}$ có giá là đường IG (I là trung điểm AB, G là trọng tâm của thanh), lực căng $\vec{T}$ có giá là AB, phản lực $\vec{N}$ của bản lề có giá qua O.

+ Theo điều kiện cân bằng của vật rắn thì 3 lực trên phải đồng quy tại một điểm. Do $\vec{P}$ và $\vec{T}$ đồng quy tại I nên $\vec{N}$ cũng phải đồng quy tại I.

Hay giá của $\vec{N}$ là OI.

b) Độ lớn của T và N

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = 0$ (*)

+ Do trọng tâm G nằm chính giữa thanh AO nên IG là đường trung bình của tam giác AOB nên I là trung điểm của AB $\Rightarrow$ tam giác AIO cân tại I nên $\alpha = 30^\circ$

+ Thực hiện tịnh tiến 3 lực đến điểm đồng quy I như hình.

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

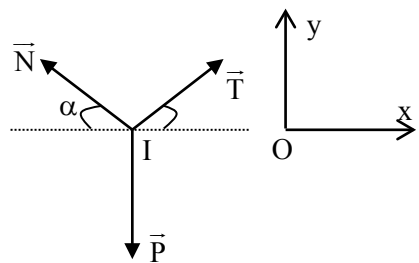
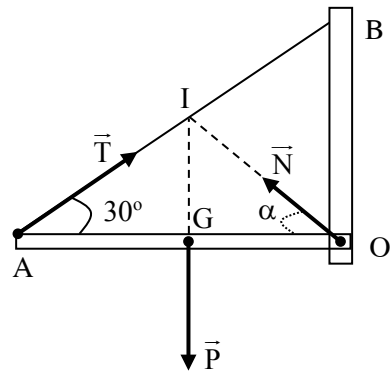
+ Chiếu (*) lên các trục ta có:

$$\blacksquare \text{ Ox: } T \cos 30^\circ - N \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\blacksquare \text{ Oy: } T \sin 30^\circ + N \sin 30^\circ - P = 0 \quad (2)$$

+ Từ (1) $\Rightarrow T = N$.

+ Thay vào (2) ta có: $2T \sin 30^\circ = P \Rightarrow T = N = \frac{mg}{2 \sin 30^\circ} = 10(\text{N})$



Bài 21:

+ Khi vật nặng cân bằng, các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ của vật nặng
- Lực căng dây của dây $\vec{T}_A$
- Lực căng dây của dây $\vec{T}_B$

+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Thực hiện tịnh tiến các lực đến điểm đồng quy O như hình vẽ.

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{P} = 0$

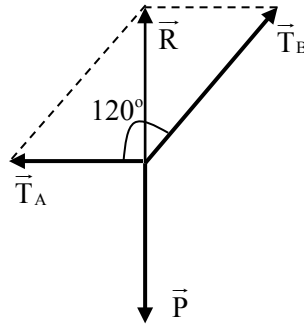
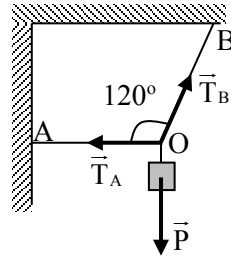
$$\Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = 0$$

$$\Rightarrow R = P = 10\sqrt{3} \text{ (N)}$$

+ Từ hình ta có: $\tan 30^\circ = \frac{T_A}{R}$

$$\Rightarrow T_A = R \tan 30^\circ = 10 \text{ (N)}$$

+ Lại có: $T_B = \sqrt{R^2 + T_C^2} \Rightarrow T_B = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 10^2} = 20 \text{ (N)}$



Bài 22:

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$

+ Vì m_3 nhỏ nhất nên lực $\vec{F}_{ms1}$ sẽ có chiều hướng lên như hình vẽ

+ Vật m_1 đứng yên nên: $\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ (1)

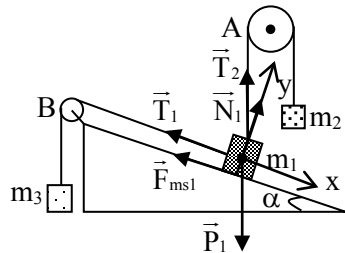
+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu (1) lên Ox ta có: $P_1 \sin \alpha - F_{ms1} - T_1 - T_2 \sin \alpha = 0$ (2)

+ Chiếu (1) lên Oy ta có: $-P_1 \cos \alpha + N_1 + T_2 \cos \alpha = 0$

$$\Rightarrow N_1 = (P_1 - T_2) \cos \alpha$$
 (3)

+ Khi hệ cân bằng ta cũng có: $\begin{cases} T_1 = P_3 \\ T_2 = P_2 \end{cases}$ (4)



+ Thay (4) vào (2) và (3) ta có:
$$\begin{cases} F_{msl} = (P_1 - P_2) \sin \alpha - P_3 \\ N_1 = (P_1 - P_2) \cos \alpha \end{cases}$$

+ Để vật m_1 đứng yên thì: $F_{msl} \leq \mu N_1 \Leftrightarrow (P_1 - P_2) \sin \alpha - P_3 \leq \mu N_1$

$$\Leftrightarrow (P_1 - P_2) \sin \alpha - P_3 \leq \mu (P_1 - P_2) \cos \alpha \Leftrightarrow P_3 \geq (P_1 - P_2) [\sin \alpha - \mu \cos \alpha]$$

$$\Leftrightarrow m_3 \geq (m_1 - m_2) [\sin \alpha - \mu \cos \alpha] \Rightarrow m_{3-\min} = (m_1 - m_2) [\sin \alpha - \mu \cos \alpha]$$

Bài 23:

+ Các lực tác dụng lên vật m_1 gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$

+ Vật m_1 đứng yên nên:

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \quad (1)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiếu (1) lên Ox ta có: $P_1 \sin \alpha - T_1 - T_2 \sin \alpha = 0 \quad (2)$

+ Chiếu (1) lên Oy ta có: $-P_1 \cos \alpha + N_1 + T_2 \cos \alpha = 0 \quad (3)$

+ Khi hệ cân bằng ta cũng có:
$$\begin{cases} T_1 = P_3 \\ T_2 = P_2 \end{cases} \quad (4)$$

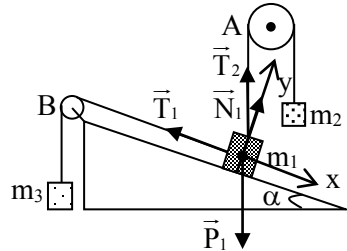
+ Thay (4) vào (2) ta có: $P_1 \sin \alpha - P_3 - P_2 \sin \alpha = 0 \Rightarrow P_3 = (P_1 - P_2) \sin \alpha$

$$\Rightarrow m_3 = (m_1 - m_2) \sin \alpha = (6 - 2) \sin 30^\circ = 2 \text{ kg}$$

+ Thay (4) vào (3) ta có: $-P_1 \cos \alpha + N_1 + P_2 \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_1 = (P_1 - P_2) \cos \alpha$

$$\Rightarrow N_1 = (m_1 - m_2) g \cos \alpha = (6 - 2) \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ = 20\sqrt{3} \text{ (N)}$$

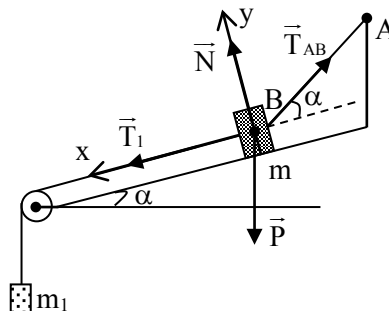
+ Vậy lực nén của vật m_1 lên mặt phẳng nghiêng là $Q_1 = N_1 = 20\sqrt{3} \text{ (N)}$



Bài 24:

Các lực tác dụng lên vật m_1 : trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực căng

$\vec{T}_{AB}$, $\vec{T}_1$



+ Vật m đứng yên nên: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T}_{AB} + \vec{T}_I = 0$ (1)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiều (1) lên Ox ta có: $P \sin \alpha + T_I - T_{AB} \cos \alpha = 0$ (2)

+ Chiều (1) lên Oy ta có: $-P \cos \alpha + N + T_{AB} \sin \alpha = 0$ (3)

+ Khi hệ cân bằng ta cũng có: $T_I = P_I$ (4)

+ Thay (4) vào (2) ta có: $P \sin \alpha + P_I - T_{AB} \cos \alpha = 0$

$$\Rightarrow T_{AB} = \frac{P \sin \alpha + P_I}{\cos \alpha} = \left(\frac{m \sin \alpha + m_I}{\cos \alpha} \right) g \quad (5)$$

+ Thay (5) vào (3) ta có: $-P \cos \alpha + N + \left(\frac{m \sin \alpha + m_I}{\cos \alpha} \right) g \cdot \sin \alpha = 0$

$$\Rightarrow N = P \cos \alpha - \left(\frac{m \sin \alpha + m_I}{\cos \alpha} \right) g \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow N = \left[\frac{m(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - m_I \sin \alpha}{\cos \alpha} \right] g = \left[\frac{m \cos 2\alpha - m_I \sin \alpha}{\cos \alpha} \right] g$$

Bài 25:

+ Các lực tác dụng lên vật m gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực căng dây $\vec{T}$

+ Vật m đứng yên nên:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = 0 \quad (1)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

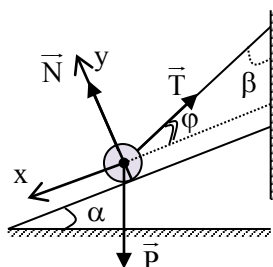
+ Chiều (1) lên Ox ta có: $P \sin \alpha - T \cos \varphi = 0$ (2)

+ Chiều (1) lên Oy ta có: $-P \cos \alpha + N + T \sin \varphi = 0$ (3)

+ Từ hình vẽ ta có: $\varphi = 180^\circ - \beta - (90^\circ + \alpha) = 180^\circ - 45^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 15^\circ$

+ Từ (2) ta có: $T = \frac{P \sin \alpha}{\cos \varphi} = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \varphi} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ}{\cos 15^\circ} \approx 10,35(N)$

+ Từ (3) ta có: $N = P \cos \alpha - T \sin \varphi = 2 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ - 10,35 \cdot \sin 15^\circ \approx 14,64(N)$



Ta có thể giải cách khác như sau:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng như hình

+ Chiều (1) lên Ox ta có:

$$N \sin \alpha - T \sin \beta = 0$$

$$\Leftrightarrow N \cdot \sin 30^\circ - T \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{N}{2} - \frac{T\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow N - T\sqrt{2} = 0 \quad (4)$$

+ Chiều (1) lên Oy ta có:

$$N \cos \alpha - P + T \cos \beta = 0$$

$$\Leftrightarrow N \cdot \cos 30^\circ - mg + T \cos 45^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow N\sqrt{3} + T\sqrt{2} = 40 \quad (5)$$

+ Giải (4) và (5) ta có: $T \approx 10,35(N)$, $N \approx 14,64(N)$

Bài 26:

+ Các lực tác dụng lên thanh gồm:

- Trọng lực của thanh $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$

+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \quad (1)$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiều (1) lên các trục Ox, Oy ta có:
$$\begin{cases} \text{Ox: } T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \alpha = 0 & (2) \\ \text{Oy: } T_2 \sin \alpha + T_1 \sin \alpha - P = 0 & (3) \end{cases}$$

+ Từ (2) suy ra ta có: $T_1 = T_2 = T \xrightarrow{(3)} 2T \sin \alpha - P = 0 \Rightarrow T = \frac{P}{2 \sin \alpha} \quad (4)$

+ Vì hai sợi dây và thanh AB tạo thành tam giác cân nên đường cao hạ xuống AB

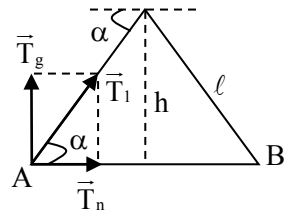
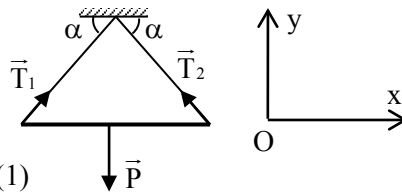
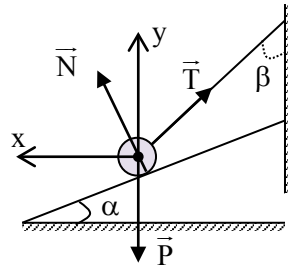
$$\text{là: } h = \sqrt{\ell^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40(\text{cm})$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{\ell} = \frac{40}{50} = 0,8$$

+ Thay $\sin \alpha = 0,8$ vào (4) ta có: $T = \frac{4 \cdot 10}{2 \cdot 0,8} = 25(N)$

+ Lực căng dây $\vec{T}_1$ được phân tích thành hai thành phần:

- Thành phần $\vec{T}_n$ trùng với dây AB, có tác dụng nén thanh AB



- Thành phần $\vec{T}_g$ vuông góc với AB, có tác dụng giữ thanh AB
- Từ hình ta có: $T_n = T_1 \cdot \cos \alpha = T_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 25 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 15(N)$

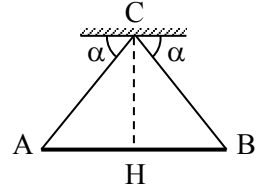
- + Tương tự lực căng dây $\vec{T}_2$ cũng nén lên thanh AB lực nén $T_n = 15(N)$
- + Vậy lực căng dây và lực nén lên thanh AB của các dây lần lượt là 25N và 15N

Bài 27:

- + Theo hình b, gọi H là trung điểm AB, vì tam giác ABC cân tại C nên:

$$AH = \frac{AB}{2} = \frac{60}{2} = 30(\text{cm})$$

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40(\text{cm})$$

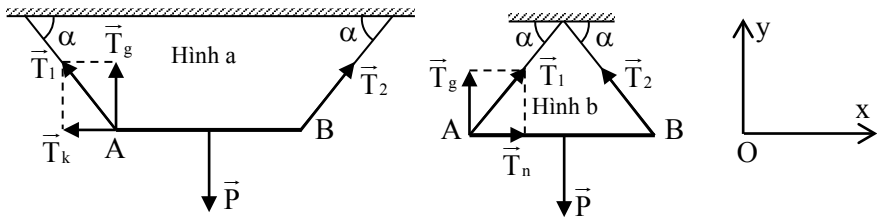


- + Ta có: $\sin \hat{A} = \sin \alpha = \frac{CH}{AC} = \frac{40}{50} = 0,8$

- + Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

- Trọng lực của thanh $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$

- + Các lực được biểu diễn như hình



- + Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ (1)

- + Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

*** Xét với hình a:**

- + Chiếu (1) lên các trục Ox, Oy ta có:
$$\begin{cases} \text{Ox: } -T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha = 0 & (2) \\ \text{Oy: } T_2 \sin \alpha + T_1 \sin \alpha - P = 0 & (3) \end{cases}$$

- + Từ (2) suy ra ta có: $T_1 = T_2 = T \xrightarrow{(3)} 2T \sin \alpha - P = 0 \Rightarrow T = \frac{P}{2 \sin \alpha}$

$$\Rightarrow T = \frac{mg}{2 \sin \alpha} = \frac{8 \cdot 10}{2 \cdot 0,8} = 50(N) = T_1 = T_2$$

- + Lực căng dây $\vec{T}_1$ được phân tích thành hai thành phần:

- Thành phần $\vec{T}_k$ trùng với dây AB, có tác dụng kéo thanh AB

- Thành phần $\vec{T}_g$ vuông góc với AB, có tác dụng giữ thanh AB
- Từ hình ta có: $T_k = T_1 \cdot \cos \alpha = T_1 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 50 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 30(N)$

+ Tương tự lực căng dây $\vec{T}_2$ cũng kéo thanh AB lực kéo $T_k = 30(N)$

+ Vậy lực căng dây và lực kéo lên thanh AB của các dây lần lượt là 50N và 30N

*** Xét với hình b:**

+ Chiều (1) lên các trục Ox, Oy ta có:
$$\begin{cases} \text{Ox: } T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \alpha = 0 & (4) \\ \text{Oy: } T_2 \sin \alpha + T_1 \sin \alpha - P = 0 & (5) \end{cases}$$

+ Từ (4) suy ra ta có: $T_1 = T_2 = T \xrightarrow{(5)} 2T \sin \alpha - P = 0 \Rightarrow T = \frac{P}{2 \sin \alpha}$

$$\Rightarrow T = \frac{mg}{2 \sin \alpha} = \frac{8 \cdot 10}{2 \cdot 0,8} = 50(N) = T_1 = T_2$$

+ Lực căng dây $\vec{T}_1$ được phân tích thành hai thành phần:

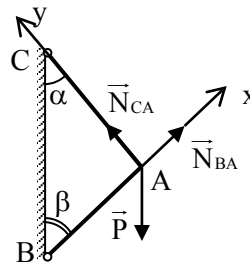
- Thành phần $\vec{T}_n$ trùng với dây AB, có tác dụng nén thanh AB
- Thành phần $\vec{T}_g$ vuông góc với AB, có tác dụng giữ thanh AB
- Từ hình ta có: $T_n = T_1 \cdot \cos \alpha = T_1 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 50 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 30(N)$

+ Tương tự lực căng dây $\vec{T}_2$ cũng nén thanh AB lực nén $T_n = 30(N)$

+ Vậy lực căng dây và lực nén lên thanh AB của các dây lần lượt là 50N và 30N

Bài 28: Dưới tác

dụng của $\vec{P}$, thanh CA chịu biến dạng kéo và thanh BA chịu biến dạng nén, xuất hiện các lực đàn hồi tác dụng vào thanh như hình vẽ.



+ Khi hệ thống cân bằng ta có:

$$\vec{P} + \vec{N}_{BA} + \vec{N}_{CA} = 0 \quad (1)$$

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy có O trùng với A,

Ox theo hướng $\vec{N}_{BA}$, Oy theo hướng $\vec{N}_{CA}$

+ Chiều (1) lên Ox ta có: $-P \cdot \cos \beta + N_{BA} = 0$

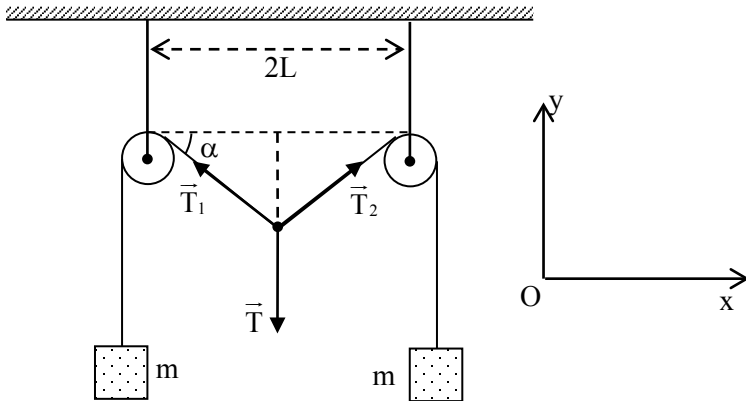
$$\Rightarrow N_{BA} = P \cdot \cos \beta = 1000 \cdot \cos 60^\circ = 500(N)$$

+ Chiều (1) lên Oy ta có: $-P.\cos\alpha + N_{CA} = 0$

$$\Rightarrow N_{CA} = P.\cos\alpha = 1000.\cos 30^\circ = 500\sqrt{3} \text{ (N)}$$

Bài 29:

+ Giả sử khi hệ thống cân bằng, điểm treo trọng vật thứ 3 bị hạ xuống thấp đoạn h



+ Gọi $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{T}$ lần lượt là lực căng dây tác dụng lên điểm treo vật thứ 3.

+ Khi hệ thống cân bằng ta có: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T} = 0$ (*)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình. Chiều (*) lên các trục Ox và Oy ta có:

$$\text{Ox: } -T_1 \cos\alpha + T_2 \cos\alpha = 0 \Rightarrow T_1 = T_2$$

$$\text{Oy: } T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\alpha - T = 0 \Rightarrow T = 2T_1 \sin\alpha$$

+ Mặt khác: $T_1 = T_2 = T = P \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

+ Độ hạ xuống của điểm treo: $\tan 30^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow h = L \tan 30^\circ = \frac{L}{\sqrt{3}}$

Bài 30:

+ Khi hệ thống cân bằng, các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

- Lực căng dây $\vec{T}$ do vật nặng m gây nên (với $T = P$)
- Lực căng dây $\vec{T}_{AC}$
- Phản lực $\vec{N}$ của tường.

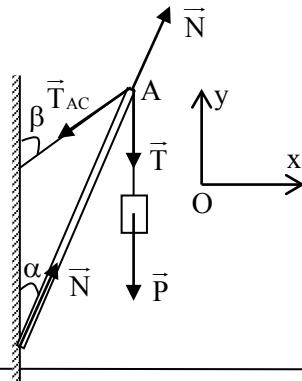
+ Thanh AB chịu tác dụng của 3 lực đồng quy $\vec{T}$, $\vec{T}_{AC}$, $\vec{N}$ tại A.

+ Khi hệ cân bằng ta có: $\vec{T} + \vec{T}_{AC} + \vec{N} = 0$ (*)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình

+ Chiều (*) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } N.\sin\alpha - T_{AC} \sin\beta = 0$$



$$\Rightarrow N.\sin 30^\circ - T_{AC} \sin 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow N = T_{AC}\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\text{Oy: } N.\cos\alpha - T_{AC} \cos\beta - T = 0$$

$$\Rightarrow N.\cos 30^\circ - T_{AC} \cos 60^\circ - P = 0$$

$$\Rightarrow N\sqrt{3} - T_{AC} = 600 \quad (2)$$

$$+ \text{ Thay (1) vào (2) ta có : } 2T_{AC} = 600 \Rightarrow T_{AC} = 300(N) \Rightarrow N = 300\sqrt{3}(N)$$

$$+ \text{ Lực nén Q lên thanh AB bằng phản lực } N = 300\sqrt{3}(N).$$

Dạng 2. CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN CÓ TRỤC QUAY CỐ ĐỊNH

1. Mômen lực

- + Momen của lực F đối với trục quay là đại lượng đặc trưng cho tác dụng làm quay của lực quanh trục ấy và được đo bằng tích độ lớn của lực với cánh tay đòn: $M = F.d$

Trong đó:

- d là cánh tay đòn (còn gọi là tay đòn) là khoảng cách từ trục quay đến giá của lực, đơn vị là mét (m)
- M là mômen của lực F , đơn vị là $N.m$
- F là lực, đơn vị là N

2. Điều kiện cân bằng của vật rắn có trục quay cố định

- + Để vật rắn có trục quay cố định cân bằng thì tổng momen của các lực làm cho vật quay theo một chiều phải bằng tổng momen của các lực làm cho vật quay theo chiều ngược lại.

Chú ý: Các lực đi qua trục quay thì momen $M = 0$

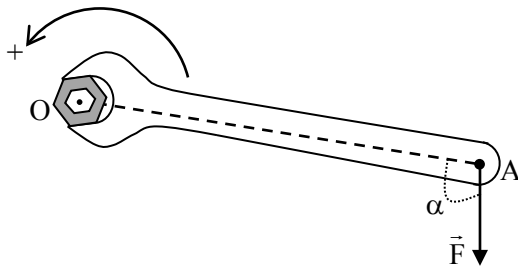
- ✓ Các lực có giá song song với trục quay hoặc cắt trục quay thì không có tác dụng làm vật quay.
- ✓ Các lực có phương vuông góc với trục quay và có giá càng xa trục quay thì có tác dụng làm vật quay càng mạnh.

Loại 1. Tính momen lực

- + Xác định trục quay hoặc điểm quay
- + Xác định cánh tay đòn d
- + Áp dụng công thức $M = F.d$ để tính momen

Ví dụ 1: Để xiết chặt êcu người ta tác dụng lên một đầu của cờ lê một lực $\vec{F}$ làm với tay cầm của cờ lê một góc α .

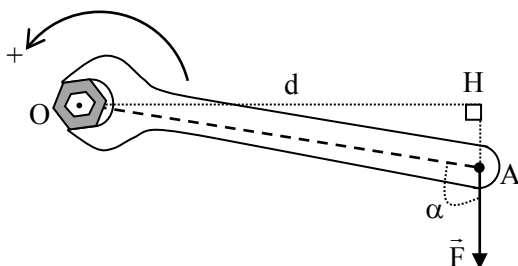
- Xác định dấu của momen lực $\vec{F}$ đối với trục quay của êcu.
- Viết biểu thức của momen lực $\vec{F}$ theo F , OA , α .
- Tính momen này, biết $F = 20N$; $OA = 0,15m$ và $\alpha = 60^\circ$.



Hướng dẫn

a) Dấu âm (-) vì lực này có xu hướng làm êcu quay theo chiều ngược với chiều dương đã chọn.

b) Cánh tay đòn: $d = OH = OA \cdot \sin(\pi - \alpha) = OA \cdot \sin \alpha$



+ Momen M của lực F : $M = F \cdot d = F \cdot OA \cdot \sin \alpha$

c) Khi $F = 20\text{N}$; $OA = 0,15\text{ m}$ và $\alpha = 60^\circ$ thì momen của lực F là:

$$M = F \cdot OA \cdot \sin \alpha = 20 \cdot 0,15 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} = 1,5\sqrt{3} (\text{N.m})$$

Chú ý: Dấu (+) hay (-) trước momen M chỉ nói lên lực $\vec{F}$ quay cùng chiều dương hay ngược chiều dương đã chọn còn về độ lớn của momen M là $M = F \cdot d$

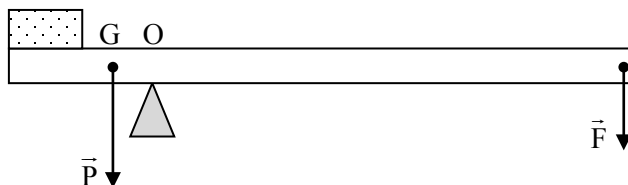
Loại 2. Điều kiện cân bằng của vật rắn có trục quay

Kiểu 1. Lực tác dụng vuông góc với đường thẳng nối trục quay với điểm đặt của lực.

🔧 Phương pháp giải:

- + Xác định vị trí trục quay hoặc điểm quay
- + Xác định và biểu diễn tất cả các lực tác dụng lên vật
- + Kẻ đường nối từ điểm đặt của lực đến trục quay để suy ra cánh tay đòn d
- + Áp dụng quy tắc momen về điều kiện cân bằng đối với trục quay đó.

Ví dụ 2: Một thanh chắn đường dài 7,8 m, có trọng lượng 210N và có trọng tâm cách đầu bên trái đoạn 1,2 m (hình vẽ). Thanh có thể quay quanh một trục nằm ngang ở cách đầu bên trái 1,5 m. Hỏi phải tác dụng vào đầu bên phải một lực bằng bao nhiêu để giữ thanh nằm ngang?



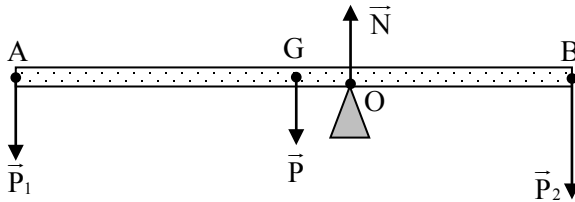
Hướng dẫn

- + Lực $\vec{F}$ cách trục quay O đoạn: $d_1 = 7,8 - 1,5 = 6,3$ (m)
- + Trọng lực $\vec{P}$ cách trục quay O đoạn: $d_2 = 1,5 - 1,2 = 0,3$ (m)
- + Momen của lực $\vec{F}$ đối với trục quay qua O: $M_F = d_1.F = 6,3F$
- + Momen của trọng lực $\vec{P}$ đối với trục quay O: $M_P = d_2.P = 0,3P$
- + Để thanh nằm ngang: $M_F = M_P \Rightarrow F = 10$ (N)

Ví dụ 3: Người ta đặt một thanh đồng chất AB tiết diện đều, dài $L = 110$ cm khối lượng $m = 2$ kg lên một giá đỡ tại O và móc vào hai đầu A, B của thanh hai trọng vật có khối lượng $m_1 = 4$ kg và $m_2 = 5$ kg. Xác định vị trí O đặt giá đỡ để thanh nằm cân bằng. Lấy $g = 10$ m/s².

Hướng dẫn

- + Gọi G là trọng tâm của thanh AB. Vì thanh AB đồng chất, tiết diện đều nên trọng tâm G của thanh nằm chính giữa thanh AB.
- + Vì $P_2 > P_1 \Rightarrow$ điểm đặt O đặt gần B hơn A (đặt trong khoảng GB)
- + Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:
 - Trọng lực $\vec{P}$ của thanh AB đặt tại chính giữa AB
 - Trọng lực $\vec{P}_1$ của m_1 đặt tại A
 - Trọng lực $\vec{P}_2$ của m_2 đặt tại B
 - Phản lực $\vec{N}$ của giá đỡ tại O.



+ Nhận thấy rằng, trọng lực $\vec{P}$ và $\vec{P}_1$ có xu hướng làm thanh quay quanh O theo chiều ngược kim đồng hồ, còn trọng lực $\vec{P}_2$ có xu hướng làm thanh AB quay theo chiều kim đồng hồ nên để thanh AB nằm cân bằng thì:

$$M_{(P)} + M_{(P_1)} = M_{(P_2)} \Leftrightarrow GO.P + AO.P_1 = BO.P_2 \quad (1)$$

$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} AO = AG + GO = \frac{L}{2} + GO = 0,55 + GO \\ BO = BG - GO = \frac{L}{2} - GO = 0,55 - GO \end{cases} \quad (2)$$

$$+ \text{Thay (2) vào (1) ta có: } GO.P + (0,55 + GO).P_1 = (0,55 - GO).P_2 \quad (3)$$

+ Lại có: $P = mg = 20(\text{N}); P_1 = m_1g = 40(\text{N}); P_2 = m_2g = 50(\text{N})$ (4)

+ Thay (4) vào (3) ta có: $20.GO + 40.(0,55 + GO) = 50(0,55 - GO)$

$\Rightarrow 20.GO + 22 + 40.GO = 27,5 - 50.GO \Rightarrow GO = 0,005(\text{m}) = 5(\text{cm})$

+ Suy ra điểm O phải cách đầu A của thanh AB đoạn: $x = 55 + 5 = 60(\text{cm})$

+ Vậy muốn thanh AB cân bằng phải đặt giá đỡ tại O cách A đoạn 60 (cm)

❗ **Chú ý:** Phản lực $\vec{N}$ có giá đi qua trục quay nên không có tác dụng quay hay momen của lực $\vec{N}$ bằng 0.

Ví dụ 4: Một thước gỗ có rãnh dọc AB khối lượng $m = 200\text{g}$ dài $L = 90\text{cm}$; ở hai đầu A và B có hai hòn bi 1 và 2 khối lượng $m_1 = 200\text{g}$ và m_2 đặt trên rãnh. Đặt thước (cùng hai hòn bi ở hai đầu) trên mặt bàn nằm ngang sao cho phần OA nằm trên bàn có chiều dài $L_1 = 30\text{cm}$, phần OB ở ngoài mép bàn, khi đó người ta thấy thước cân bằng. Coi thước AB đồng chất và tiết diện đều.

a) Tính m_2

b) Cùng một lúc đẩy nhẹ hòn bi 1 cho chuyển động đều với vận tốc $v_1 = 1\text{ cm/s}$ dọc theo rãnh về phía B, và đẩy nhẹ hòn bi 2 cho chuyển động đều với vận tốc v_2 dọc theo rãnh về phía A. Tìm v_2 để cho thước vẫn nằm cân bằng. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

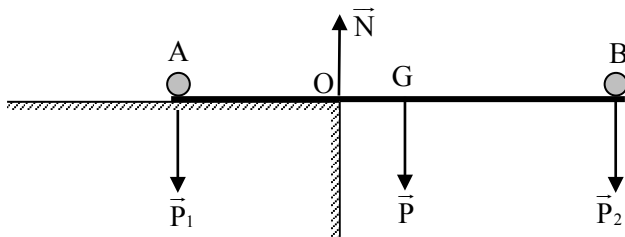
Hướng dẫn

a) Xét thời điểm mà đầu A vừa rời khỏi bàn, khi đó phản lực của bàn tác dụng lên thước đặt ở đúng mép bàn O, coi O là trục quay của thước.

+ Gọi G là trọng tâm của thanh AB. Vì thanh AB đồng chất, tiết diện đều nên trọng tâm G của thanh nằm chính giữa thanh AB.

+ Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ của thanh AB đặt chính giữa G của thanh AB
- Trọng lực $\vec{P}_1$ của m_1 đặt tại A
- Trọng lực $\vec{P}_2$ của m_2 đặt tại B
- Phản lực $\vec{N}$ của mép bàn tại O.



+ Nhận thấy rằng, trọng lực $\vec{P}$ và $\vec{P}_2$ có xu hướng làm thanh quay quanh O theo chiều kim đồng hồ, còn trọng lực $\vec{P}_1$ có xu hướng làm thanh AB quay theo chiều ngược kim đồng hồ nên để thanh AB nằm cân bằng thì:

$$M_{(P)} + M_{(P_2)} = M_{(P_1)} \Leftrightarrow GO.P + BO.P_2 = AO.P_1 \quad (1)$$

+ Ta có:
$$\begin{cases} AO = L_1 = 0,3(\text{m}); GO = \frac{L}{2} - L_1 = 0,15(\text{m}) \\ BO = AB - OA = L - L_1 = 0,9 - 0,3 = 0,6(\text{m}) \\ P = mg = 2(\text{N}); P_1 = m_1g = 2(\text{N}) \end{cases} \quad (2)$$

+ Thay (2) vào (1) ta có: $0,15.2 + 0,6.P_2 = 0,3.2 \Rightarrow P_2 = 0,5(\text{N}) \quad (3)$

+ Khối lượng vật m_2 : $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{0,5}{10} = 0,05(\text{kg}) = 50(\text{g})$

b) Khi hai hòn bi cùng chuyển động, cánh tay đòn của áp lực do hai hòn bi tác dụng lên thước sẽ thay đổi và ở thời điểm t chúng có trị số:
$$\begin{cases} AO = L_1 - v_1 t \\ BO = (L - L_1) - v_2 t \end{cases}$$

+ Điều kiện cân bằng của thước với trục quay O là:

$$M_{(P)} + M_{(P_2)} = M_{(P_1)} \Leftrightarrow GO.P + BO.P_2 = AO.P_1$$

$$\Leftrightarrow GO.P + [(L - L_1) - v_2 t].P_2 = (L_1 - v_1 t).P_1$$

$$\Leftrightarrow 0,15.2 + [(0,9 - 0,3) - v_2 t].0,5 = (0,3 - v_1 t).2$$

$$\Leftrightarrow 0,6 + [0,6 - v_2 t] = (0,3 - v_1 t)4 \Rightarrow v_2 = 4v_1 = 4(\text{cm/s})$$

Kiểu 2. Lực tác dụng hợp với đường thẳng nối giữa trục quay với điểm đặt của lực một góc bất kì.

➤ Phương pháp giải:

- + Xác định vị trí trục quay hoặc điểm quay
- + Xác định và biểu diễn tất cả các lực tác dụng lên vật
- + Kẻ đường vuông góc từ trục quay đến giá của lực. Áp dụng các hệ thức tính SIN hoặc COS trong tam giác vuông để tính cánh tay đòn d.
- + Áp dụng quy tắc momen về điều kiện cân bằng đối với trục quay đó.

Ví dụ 5: Một người nâng một tấm ván gỗ đồng chất, tiết diện đều có khối lượng $m = 20 \text{ kg}$ có trọng tâm G ở giữa tấm ván. Người ấy tác dụng một lực $\vec{F}$ vào đầu trên của tấm ván gỗ để giữ cho nó hợp với mặt đất một góc $\alpha = 30^\circ$, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hãy tính lực F trong hai trường hợp:

a) Lực $\vec{F}$ vuông góc với tấm ván gỗ.

b) Lực $\vec{F}$ hướng thẳng đứng lên trên.

Hướng dẫn

a) Thanh AO có trục quay qua O

+ Thanh AO chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$ đặt ở chính giữa thanh
- Lực nâng $\vec{F}$ đặt ở đầu A.
- Phản lực $\vec{N}$ của sàn

+ Nhận thấy rằng $\vec{P}$ làm cho thanh quay theo chiều kim đồng hồ, $\vec{F}$ làm cho thanh quay ngược kim đồng hồ, phản lực $\vec{N}$ của sàn không có tác dụng quay nên để thanh cân bằng thì: $M_{(P)} = M_{(F)}$ (1)

$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} M_{(P)} = P \cdot d_1 = mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha \\ M_{(F)} = F \cdot d_2 = F \cdot \ell \end{cases} \quad (2)$$

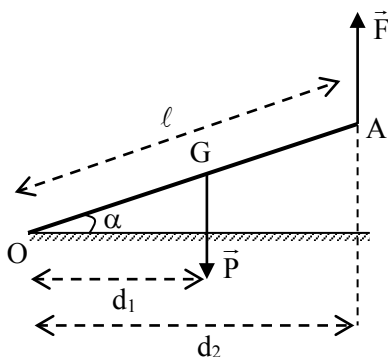
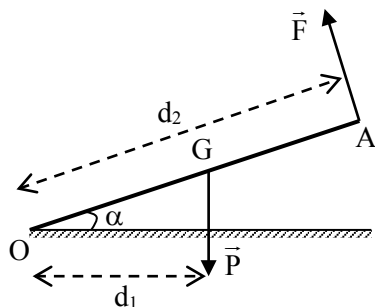
+ Thay (2) vào (1) ta có: $mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha = F \cdot \ell$

$$\Rightarrow F = \frac{mg}{2} \cos \alpha = 50\sqrt{3} \text{ (N)}$$

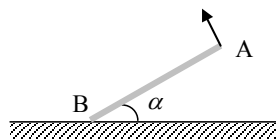
b) Khi lực $\vec{F}$ thẳng đứng và hướng lên

+ Lúc này, cánh tay đòn của F là: $d_2 = \ell \cos \alpha$

$$\Rightarrow mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha = F \cdot \ell \cdot \cos \alpha \Rightarrow F = \frac{mg}{2} = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100 \text{ (N)}$$



Ví dụ 6: Người ta giữ cho một khúc AB hình trụ (có khối lượng $m = 50\text{kg}$) nghiêng một góc $\alpha = 60^\circ$ so với mặt sàn nằm ngang bằng cách tác dụng vào đầu A một lực $\vec{F}$ vuông góc với trục AB của khúc gỗ và nằm trong mặt phẳng thẳng đứng (hình vẽ). Tìm độ lớn của $\vec{F}$, hướng và độ lớn của phản lực của mặt sàn tác dụng lên đầu B của khúc gỗ, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hướng dẫn

+ Thanh AO có trục quay qua O

+ Thanh AO chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$ đặt ở chính giữa thanh
- Lực nâng $\vec{F}$ đặt ở đầu A.
- Phản lực $\vec{N}$ của sàn

+ Nhận thấy rằng $\vec{P}$ làm cho thanh quay theo chiều kim đồng hồ, $\vec{F}$ làm cho thanh quay ngược kim đồng hồ, phản lực $\vec{N}$ không có tác dụng làm quay nên để thanh cân bằng thì:

$$M_{(P)} = M_{(F)} \quad (1)$$

+ Ta có:
$$\begin{cases} M_{(P)} = P \cdot d_1 = mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha \\ M_{(F)} = F \cdot d_2 = F \cdot \ell \end{cases} \quad (2)$$

+ Thay (2) vào (1) ta có: $mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha = F \cdot \ell$

$$\Rightarrow F = \frac{mg}{2} \cos \alpha = \frac{50 \cdot 10}{2} \cdot \cos 60^\circ = 125 \text{ (N)}$$

b) Do thanh OA không chuyển động tịnh tiến nên ta có điều kiện cân bằng là:

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = 0 \quad (*)$$

+ Các lực $\vec{P}$, $\vec{F}$ có giá đi qua I, nên $\vec{N}$ cũng có giá đi qua I.

+ Trượt các lực $\vec{P}$, $\vec{F}$, $\vec{N}$ về điểm đồng quy I như hình vẽ, theo định lý hàm số cosin ta có:

$$N^2 = F^2 + P^2 - 2F \cdot P \cdot \cos \alpha$$

$$N^2 = 125^2 + 500^2 - 2 \cdot 125 \cdot 500 \cdot 0,5$$

$$\Rightarrow N \approx 450,69 \text{ (N)}$$

+ Theo định lý hàm số sin ta có: $\frac{N}{\sin \alpha} = \frac{F}{\sin \gamma}$

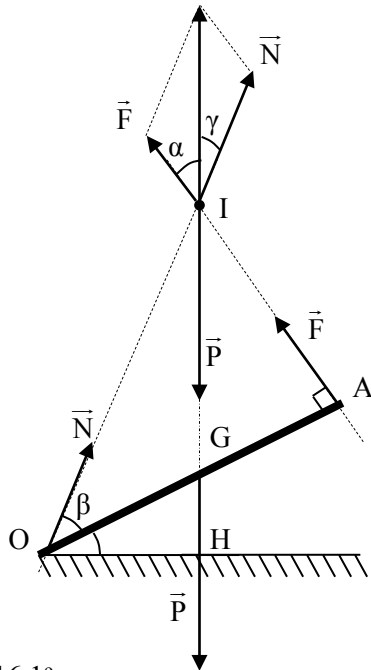
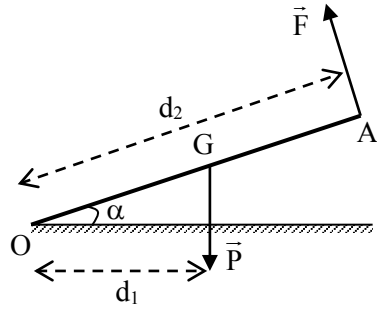
$$\text{với } \gamma = 90^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \sin \gamma = \frac{F}{N} \sin \alpha = 0,24 \Rightarrow \gamma \approx 13,9^\circ$$

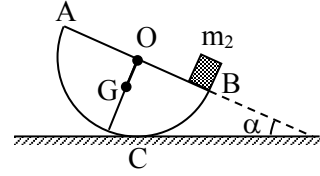
$$\Rightarrow \beta = 90^\circ - \gamma - \alpha = 90^\circ - 13,9^\circ - 60^\circ = 16,1^\circ$$

+ Giá của $\vec{N}$ hợp với phương ngang một góc: $\varphi = 16,1^\circ + 60^\circ = 76,1^\circ$

+ Vậy $\vec{N}$ có độ lớn 450,69 (N) và có giá hợp phương ngang một góc $76,1^\circ$



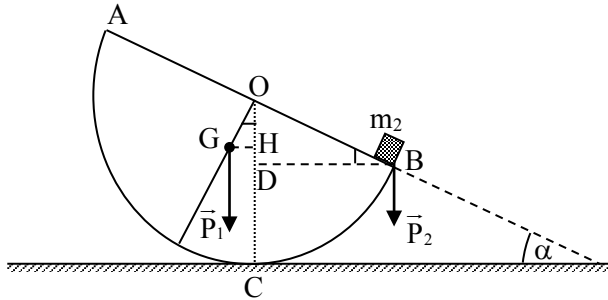
Ví dụ 7: Người ta đặt mặt lồi của bán cầu trên một mặt phẳng nằm ngang. Tại mép của bán cầu đặt một vật nhỏ làm cho mặt phẳng bán cầu nghiêng đi một góc α so với mặt nằm ngang. Biết khối lượng của bán cầu là m_1 , của vật nhỏ là m_2 , trọng tâm G của bán cầu cách tâm hình học O của mặt cầu là



$\frac{3R}{8}$ trong đó R là bán kính của bán cầu. Tính góc α . Áp dụng: $m_1 = 800\text{g}$; $m_2 = 150\text{g}$.

Hướng dẫn

+ Ta coi bán cầu như một vật rắn cân bằng đối với trục quay qua điểm tiếp xúc C.



+ Điều kiện cân bằng là: $M_{(P_1)} = M_{(P_2)} \Leftrightarrow P_1 \cdot GH = P_2 \cdot DB$

$$\Leftrightarrow P_1 \cdot OG \cdot \sin \alpha = P_2 \cdot OB \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow P_1 \cdot \frac{3R}{8} \cdot \sin \alpha = P_2 \cdot R \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot \frac{3}{8} \cdot \sin \alpha = m_2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{8m_2}{3m_1}$$

+ Thay số ta có: $\tan \alpha = \frac{8 \cdot 150}{3 \cdot 800} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha \approx 26,565^\circ$

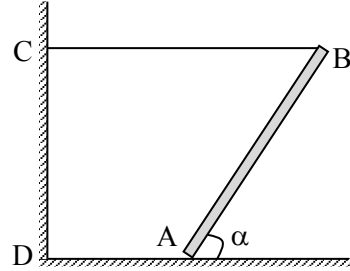
Kiểu 3. Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn có trục quay

☞. Phương pháp giải:

- + Xác định vị trí trục quay hoặc điểm quay
- + Xác định và biểu diễn tất cả các lực tác dụng lên vật
- + Xác định cánh tay đòn d của các lực như hai loại trên
- + Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn có trục quay:
 - Điều kiện cân bằng về lực: $\sum \vec{F} = 0$
 - Điều kiện cân bằng về momen: $\sum M_{\text{thuận}} = \sum M_{\text{ngược}}$

Với $\sum M_{\text{thuận}}$ là tổng các momen của lực làm cho vật quay theo chiều kim đồng hồ. Còn $\sum M_{\text{ngược}}$ là tổng các momen của lực làm cho vật quay ngược chiều kim đồng hồ.

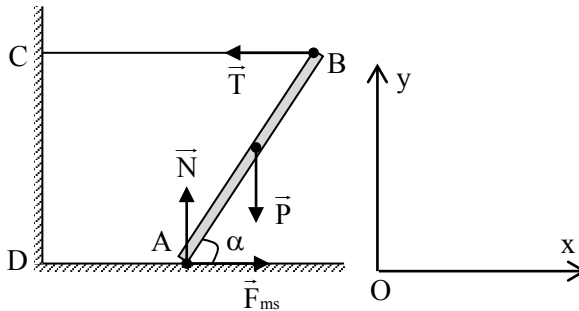
Ví dụ 8: Một thanh AB đồng chất, tiết diện đều, dài 2m, khối lượng $m = 2\text{kg}$ được giữ nghiêng một góc α trên mặt sàn nằm ngang bằng một sợi dây nằm ngang BC dài 2m nối đầu B của thanh với một bức tường đứng thẳng; đầu A của thanh tựa lên mặt sàn. Hệ số ma sát giữa thanh và mặt sàn bằng $\mu = 0,5$.



- Tìm điều kiện của α để thanh có thể cân bằng.
- Tính các lực tác dụng lên thanh và khoảng cách AD từ đầu A của thanh đến góc tường D khi $\alpha = 60^\circ$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Hướng dẫn

a) Vì thanh AB đồng chất tiết diện đều nên trọng lực $\vec{P}$ đặt tại chính giữa thanh
+ Các lực tác dụng lên thanh AB gồm: trọng lực $\vec{P}$ đặt tại trọng tâm G, lực căng dây $\vec{T}$ của dây BC, lực ma sát $\vec{F}_{\text{ms}}$ và phản lực vuông góc $\vec{N}$ của sàn đặt tại A.



+ Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn (về lực và momen) ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{ms}} + \vec{T} = 0 \quad (1)$$

$$M_{(T)} = M_{(P)} \quad (2)$$

+ Chiếu (1) lên các trục Ox, Oy ta có:
$$\begin{cases} O_x: F_{\text{ms}} - T = 0 \\ O_y: N - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{\text{ms}} = T \quad (3) \\ N = P \quad (4) \end{cases}$$

+ Từ (2) ta có: $T \cdot AB \cdot \sin \alpha = P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow T = \frac{P}{2 \tan \alpha} \quad (5)$

+ Từ (3) và (5) ta có: $F_{ms} = \frac{P}{2 \tan \alpha}$

+ Để thanh AB không trượt thì: $F_{ms} \leq \mu N \Leftrightarrow \frac{P}{2 \tan \alpha} \leq \mu N \xrightarrow{(4)} \frac{P}{2 \tan \alpha} \leq \mu P$

$$\Rightarrow \tan \alpha \geq \frac{1}{2\mu} = 1 \Rightarrow \alpha \geq 45^\circ$$

b) Khi $\alpha = 60^\circ$

+ Lực căng dây BC: $T = \frac{P}{2 \tan \alpha} = \frac{2 \cdot 10}{2 \cdot \tan 60^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ (N)}$

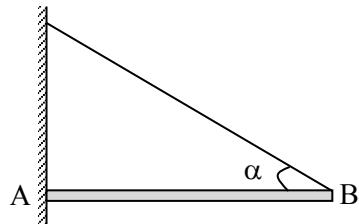
+ Lực ma sát nghỉ tác dụng lên đầu A: $F_{ms} = T = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ (N)}$

+ Trọng lực P và phản lực N của sàn: $P = N = 20 \text{ (N)}$

+ Khoảng cách từ A đến D: $AD = BC - AB \cdot \cos 60^\circ = 2 - 2 \cdot \cos 60^\circ = 1 \text{ (m)}$

❗ **Chú ý:** Phản lực $\vec{N}$ và $\vec{F}_{ms}$ có giá đi qua trục quay nên không có tác dụng quay hay mômen của lực $\vec{N}$ và $\vec{F}_{ms}$ đều bằng 0 nên ta viết gọn như (2).

Ví dụ 9: Một thanh mảnh AB, nằm ngang dài 2 m có khối lượng không đáng kể, được đỡ ở đầu B bằng sợi dây nhẹ, dây làm với thanh ngang một góc 30° , còn đầu A tì vào tường thẳng đứng, ở đó có ma sát giữ cho không bị trượt, hệ số ma sát nghỉ $\mu_0 = 0,5$. Hãy xác định khoảng cách nhỏ nhất x từ điểm treo một vật có trọng lượng 14N đến đầu A để đầu A không bị trượt. Tính độ lớn lực ma sát khi đó.



Hướng dẫn

Vì thanh AB đồng chất tiết diện đều nên trọng lực $\vec{P}$ đặt tại chính giữa thanh

+ Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ của vật nặng đặt tại I, cách đầu A đoạn x
- Lực căng dây $\vec{T}$ của dây BC đặt tại B
- Lực ma sát nghỉ $\vec{F}_{ms}$ và phản lực vuông góc $\vec{N}$ của sàn đặt tại A

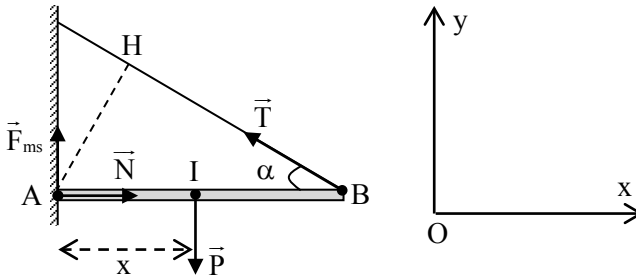
+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn (về lực và momen) ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{T} = 0 \quad (1)$$

$$M_{(T)} = M_{(P)} \quad (2)$$

+ Chiều (1) lên các trục Ox, Oy ta có:
$$\begin{cases} O_x : N - T \cos \alpha = 0 \\ O_y : F_{ms} + T \sin \alpha - P = 0 \end{cases} \quad (3)$$



+ Từ (2) ta có: $T \cdot AH = P \cdot AI \Leftrightarrow T \cdot AB \sin \alpha = P \cdot x \Rightarrow T = \frac{P \cdot x}{AB \sin \alpha} \quad (4)$

+ Thay (4) vào (3) ta có:
$$\begin{cases} O_x : N - \frac{P \cdot x}{AB \sin \alpha} \cos \alpha = 0 \\ O_y : F_{ms} + \frac{P \cdot x}{AB \sin \alpha} \sin \alpha - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = \frac{P \cdot x}{AB} \cot \alpha \\ F_{ms} = P - \frac{P \cdot x}{AB} \end{cases}$$

+ Để thanh AB không trượt ở đầu A thì: $F_{ms} \leq \mu N \Leftrightarrow P - \frac{P \cdot x}{AB} \leq \mu \frac{P \cdot x}{AB} \cot \alpha$

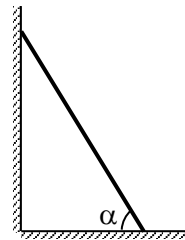
$$\Rightarrow AB - x \leq \mu \cdot x \cdot \cot \alpha$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{AB}{1 + \mu \cot \alpha} = \frac{2}{1 + 0,5 \cdot \cot 30^\circ} = 1,07 \text{ (m)} \Rightarrow x_{\min} = 1,07 \text{ (m)}$$

+ Độ lớn lực ma sát khi đó: $F_{ms} = P - \frac{P \cdot x}{AB} = 14 \left(1 - \frac{1,07}{2} \right) \approx 6,5 \text{ (N)}$

Ví dụ 10: Thang có khối lượng $m = 30\text{kg}$ được dựa vào tường trơn nhẵn dưới góc nghiêng α . Hệ số ma sát giữa thang và sàn là $\mu = 0,6$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Thang đứng yên cân bằng, tìm các lực tác dụng lên thang nếu $\alpha = 45^\circ$.
- Tìm các giá trị của α để thang đứng yên không trượt trên sàn.
- Một người có khối lượng $m_1 = 60\text{kg}$ leo lên thang khi $\alpha = 45^\circ$. Hỏi người này lên đến vị trí M nào trên thang (so với chân thang) thì thang sẽ bị trượt. Chiều dài thang $\ell = 2 \text{ (m)}$.



Hướng dẫn

a) Các lực tác dụng lên thang gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ của thang
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ của sàn và tường
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa thang và sàn

+ Điều kiện cân bằng về lực:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (1)$$

+ Chiều (1) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } N_2 - F_{ms} = 0 \Rightarrow N_2 = F_{ms} \quad (2)$$

$$\text{Oy: } N_1 - P = 0 \Rightarrow N_1 = P = mg = 300(\text{N}) \quad (3)$$

+ Điều kiện cân bằng về momen với trục quay qua A:

$$M_{(N_2)} = M_{(P)} \Leftrightarrow N_2 \cdot \ell \cdot \sin \alpha = P \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow N_2 = \frac{P}{2} \cot \alpha = 150(\text{N})$$

+ Lực ma sát tác dụng lên thang tại A là: $F_{ms} = N_2 = 150(\text{N})$

⚡ Chú ý: Ta có thể chọn trục quay qua B, khi đó kết quả vẫn không thay đổi nhưng biểu thức momen không đơn giản bằng việc chọn trục quay qua A.

b) Theo câu a ta có: $N_2 = \frac{P}{2} \cot \alpha \xrightarrow{(2)} F_{ms} = \frac{P}{2} \cot \alpha = \frac{P}{2 \tan \alpha}$

+ Điều kiện để thang không trượt: $F_{ms} \leq \mu N_1 \Leftrightarrow \frac{P}{2 \tan \alpha} \leq \mu N_1 \xrightarrow{(3)} \tan \alpha \leq \frac{1}{2\mu}$

$$\Rightarrow \alpha \leq \arctan\left(\frac{1}{2\mu}\right) \Rightarrow \alpha \leq \arctan\left(\frac{1}{1,2}\right) = 39,8^\circ$$

c) Giả sử khi người lên đến M có độ cao h so với đất thì thang bắt đầu trượt

+ Các lực tác dụng lên thang gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ của thang
- Trọng lực $\vec{P}_1$ của người
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ của sàn và tường
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa thang và sàn

+ Điều kiện cân bằng về lực:

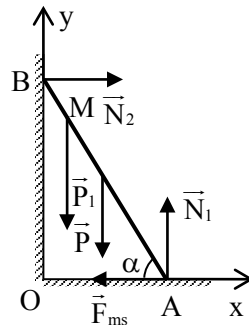
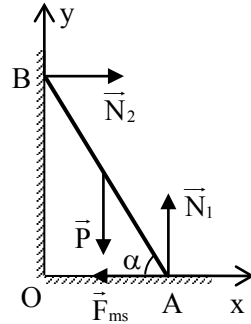
$$\vec{P} + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms} = 0$$

+ Chiều (1) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } N_2 - F_{ms} = 0 \Rightarrow N_2 = F_{ms}$$

$$\text{Oy: } N_1 - P - P_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P + P_1$$

+ Vì thang trượt nên: $F_{ms} = \mu N_1 = \mu(P + P_1)$



+ Điều kiện cân bằng về momen với trục quay qua A:

$$M_{(N_2)} = M_{(P)} + M_{(P_1)} \Leftrightarrow N_2 \cdot \ell \cdot \sin \alpha = P \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \cos \alpha + P_1 \cdot MA \cdot \cos \alpha$$

+ Vì $N_2 = F_{ms}$ nên suy ra: $\mu(P + P_1) \cdot \ell \cdot \sin \alpha = P \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \cos \alpha + P_1 \cdot MA \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow MA = \frac{\mu(P + P_1) \cdot \ell \cdot \sin \alpha - P \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \cos \alpha}{P_1 \cdot \cos \alpha} = 1,3(\text{m})$$

+ Vậy người này lên đến điểm M trên thang cách chân thang một đoạn 1,3 m

Ví dụ 11: Ta dựng một thanh dài đồng chất, tiết diện đều, có trọng lượng P vào một bức tường thẳng đứng. Hệ số ma sát giữa sàn và thanh là $\mu_1 = 0,4$, giữa tường và thanh là $\mu_2 = 0,5$. Gọi α là góc hợp bởi thanh và sàn. Xác định giá trị nhỏ nhất của α để thanh còn đứng yên.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên thanh gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$ và $\vec{F}_{ms2}$

+ Điều kiện cân bằng về lực:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = 0 \quad (*)$$

+ Chiếu (*) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } N_2 - F_{ms1} = 0 \Rightarrow N_2 = F_{ms1} \quad (1)$$

$$\text{Oy: } -P + N_1 + F_{ms2} = 0 \Rightarrow F_{ms2} = P - N_1 \quad (2)$$

+ Điều kiện cân bằng momen với trục quay qua A:

$$M_{(N_1)} = M_{(F_{ms1})} + M_{(P)} \Leftrightarrow N_1 \cdot \ell \cdot \cos \alpha = F_{ms1} \cdot \ell \cdot \sin \alpha + P \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow P = 2N_1 - 2F_{ms1} \tan \alpha \xrightarrow{(1)} P = 2N_1 - 2N_2 \tan \alpha \quad (3)$$

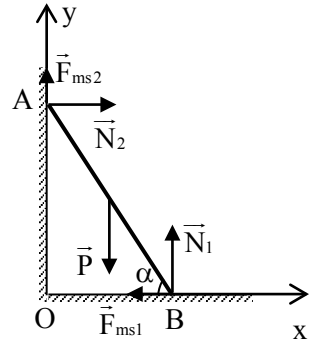
+ Để thanh không trượt thì: $F_{ms1} \leq \mu_1 N_1 \Leftrightarrow N_2 \leq \mu_1 N_1 \quad (4)$

$$F_{ms2} \leq \mu_2 N_2 \Leftrightarrow P - N_1 \leq \mu_2 N_2 \xrightarrow{(3)} N_1 - 2N_2 \tan \alpha \leq \mu_2 N_2$$

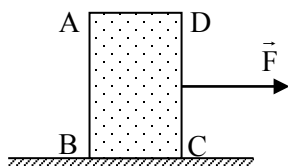
$$\Rightarrow N_1 \leq (\mu_2 + 2 \tan \alpha) N_2 \xrightarrow{(4)} N_1 \leq (\mu_2 + 2 \tan \alpha) \mu_1 N_1$$

$$\Rightarrow (\mu_2 + 2 \tan \alpha) \mu_1 \geq 1 \Rightarrow \tan \alpha \geq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_1} - \mu_2 \right) \Rightarrow \alpha \geq \arctan \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_1} - \mu_2 \right) \right]$$

$$\Rightarrow \alpha_{\min} = \arctan \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_1} - \mu_2 \right) \right] = 45^\circ$$



Ví dụ 12: Một vật A hình hộp, khối lượng $m = 50\text{kg}$, có thiết diện thẳng là hình chữ nhật ABCD (cạnh $AB = CD = a = 1\text{m}$; $BC = AD = b = 0,7\text{ m}$) được đặt trên sàn nhà sao cho mặt BC tiếp xúc với sàn. Tác dụng vào giữa mặt DC một lực $\vec{F}$ theo phương nằm ngang. Tìm giá trị của F để có thể làm vật bị lật. Tìm hệ số ma sát giữa vật và sàn. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.



Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên hộp gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực $\vec{F}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Hộp bắt đầu quay quanh C thì:

$$M_{(F)} = M_{(P)}$$

$$\Leftrightarrow F \cdot \frac{AB}{2} = P \cdot \frac{BC}{2} \Rightarrow F = P \cdot \frac{BC}{AB} = mg \frac{b}{a} = 350(\text{N})$$

+ Khi hộp bắt đầu lật thì:

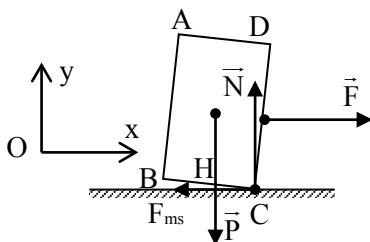
$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = 0 \quad (1)$$

+ Chiều (1) lên các trục Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } F - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = F$$

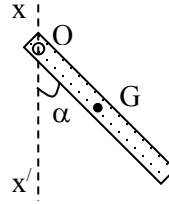
$$\text{Oy: } N - P = 0 \Rightarrow N = P \Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu P = \mu mg$$

$$\Rightarrow F = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} = \frac{350}{50 \cdot 10} = 0,7$$

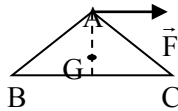


BÀI TẬP VẬN DỤNG

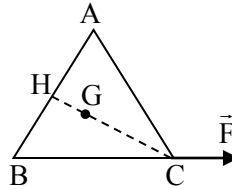
Bài 1: Một thước mảnh có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua đầu O của thước. Gọi xx' là đường thẳng đi qua O, góc α là góc giữa thanh và trục xx' . Hãy tính momen của trọng lực của thanh đối với trục nằm ngang qua O tại các vị trí của thanh ứng với các góc $\alpha = 45^\circ, 90^\circ, 180^\circ$. Biết $m = 0,03\text{kg}$, $OG = 20\text{ cm}$, $g = 9,8\text{ m/s}^2$.



Bài 2: ABC là tam giác đều cạnh $a = 10\text{ cm}$, lực $F = 10\text{ N}$. Tính momen của lực $\vec{F}$ đối với các trục quay qua A, B, C, G, H trong 2 hình sau:

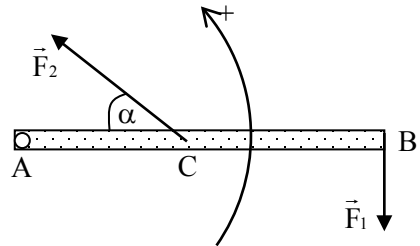


Hình a



Hình b

Bài 3: Một thanh nhẹ AB có trục quay đi qua A, chịu tác dụng của 2 lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ như hình. Biết $F_1 = 8\text{ N}$, $F_2 = 12\text{ N}$, $\alpha = 30^\circ$, $AC = 2\text{m}$, $CB = 3\text{ m}$, $\vec{F}_1$ vuông góc với AB. Tính tổng momen của ngoại lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đối với trục A. Chọn chiều dương của momen như hình.



Bài 4: Thước AB = 100 cm, trọng lượng $P = 10\text{ N}$ có thể quay dễ dàng quanh trục nằm ngang qua O với $OA = 30\text{ cm}$. Đầu A treo vật nặng có $P_1 = 30\text{ N}$. Để thanh nằm cân bằng thì phải treo vật có trọng lượng bằng bao nhiêu vào đầu B?



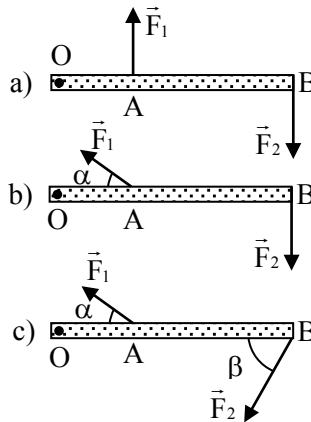
Bài 5: Thanh AB dài 1,8 m đồng chất tiết diện đều có trọng lượng $P_1 = 200 \text{ N}$ được đặt nằm ngang ở đòn kê ở O.



Ngoài ra đầu A còn đặt thêm vật nặng có trọng lượng $P_2 = 100 \text{ N}$.

- Xác định vị trí điểm tựa O để thanh nằm cân bằng
- Khi thanh nằm cân bằng, tính áp lực lên đòn kê.

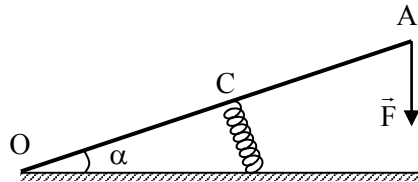
Bài 6: Thanh nhẹ OB có thể quay quanh O. Tác dụng lên thanh các lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đặt tại A và B như hình. Biết $F_1 = 20 \text{ N}$, $OA = 10 \text{ cm}$, $AB = 40 \text{ cm}$. Thanh cân bằng, $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ hợp với AB các góc α , β .
Tìm F_2 nếu:



- $\alpha = \beta = 90^\circ$
- $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 90^\circ$
- $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$

« Trích giải Toán Vật lí 10 – Bùi Quang Hân »

Bài 7: Thanh OA có khối lượng không đáng kể, có chiều dài 20 cm, quay dễ dàng quanh trục nằm ngang qua O. Một lò xo gắn vào điểm C chính giữa thanh OA. Người ta tác dụng vào đầu A của thanh một lực $F = 20 \text{ N}$ hướng thẳng đứng xuống dưới (hình vẽ). Khi thanh ở trạng thái cân bằng, lò xo có phương vuông góc với OA và OA làm thành một góc $\alpha = 30^\circ$ so với đường nằm ngang.



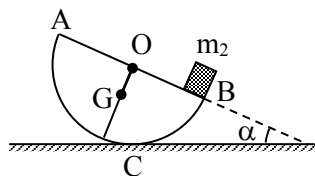
- Tính phản lực N của lò xo vào thanh.
- Tính độ cứng k của lò xo, biết lò xo bị ngắn đi 8 cm so với khi không bị nén.

Bài 8: Một người nâng một tấm ván gỗ đồng chất, tiết diện đều có khối lượng $m = 20 \text{ kg}$ có trọng tâm G ở giữa tấm ván. Người ấy tác dụng một lực $\vec{F}$ vào đầu trên của tấm ván gỗ để giữ cho nó hợp với mặt đất một góc $\alpha = 60^\circ$, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hãy tính lực F trong hai trường hợp:

- Lực $\vec{F}$ vuông góc với tấm ván gỗ.

b) Lực $\vec{F}$ hướng thẳng đứng lên trên.

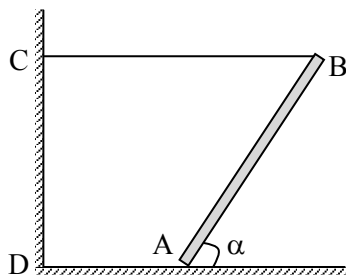
Bài 9: Người ta đặt mặt lồi của bán cầu trên một mặt phẳng nằm ngang. Tại mép của bán cầu đặt một vật nhỏ làm cho mặt phẳng bán cầu nghiêng đi một góc α so với mặt nằm ngang. Biết khối lượng của bán cầu là m_1 , của vật nhỏ là m_2 , trọng tâm G của bán cầu cách đỉnh của bán cầu là $\frac{5R}{8}$ trong đó R là



bán kính của bán cầu. Tính góc α . Áp dụng: $m_1 = 200\text{g}$; $m_2 = 15\text{g}$.

Bài 10: Một thanh cứng đồng chất OA = 40cm trọng lượng P = 20N có thể quay quanh bản lề O gắn vào tường thẳng đứng. Đầu A của thanh được treo bởi dây nhẹ AB. Treo thêm các vật nặng $P_1 = P_2 = 10\text{N}$ tại C và D trên thanh OA mà OC = 10 cm, OD = 30 cm. Thanh OA có cân bằng nằm ngang và dây AB hợp với thanh một góc $\alpha = 30^\circ$. Tìm sức căng dây và phản lực của tường tác dụng lên thanh.

Bài 11: Một thanh AB đồng chất, tiết diện đều, dài 1,5 m, khối lượng $m = 3\text{kg}$ được giữ nghiêng một góc α trên mặt sàn nằm ngang bằng một sợi dây nằm ngang BC dài 1,5 m nối đầu B của thanh với một bức tường đứng thẳng; đầu A của thanh tựa lên mặt sàn. Hệ số ma sát giữa thanh và mặt sàn bằng $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



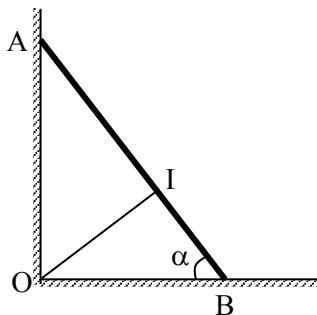
a) Tìm điều kiện của α để thanh có thể cân bằng.

b) Tính các lực tác dụng lên thanh và khoảng cách AD từ đầu A của thanh đến góc tường D khi $\alpha = 45^\circ$. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

Bài 12: Trên mặt phẳng nằm ngang đặt một thanh AB đồng chất. Người ta nâng nó lên một cách từ từ bằng cách đặt vào đầu B của nó một lực F luôn có phương vuông góc với thanh (lực F và thanh AB luôn nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng). Hỏi hệ số ma sát giữa thanh và mặt ngang có giá trị cực tiểu bằng bao nhiêu để dựng được thanh lên vị trí thẳng đứng mà đầu dưới của nó không bị trượt ?

Bài 13: Thanh AB đồng nhất, trọng lượng P dựa vào tường thẳng đứng và sàn nằm ngang. Bỏ qua mọi ma sát. Thanh được giữ nhờ dây OI.

a) Chứng tỏ rằng thanh không thể cân bằng nếu $AI \leq \frac{AB}{2}$.

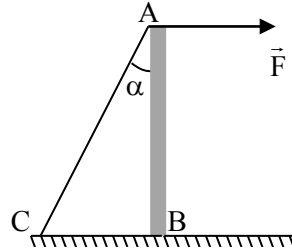


b) Tìm lực căng dây khi $AI = \frac{3}{4}AB$

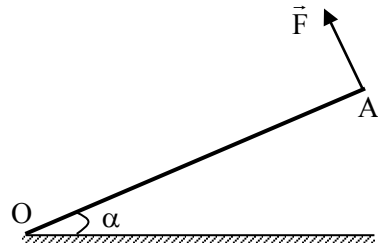
và $\alpha = 60^\circ$

“Trích đề thi Olympic 30 – 4 – 2015”

Bài 14: Một thanh nhẹ gắn vào sàn tại điểm B. Tác dụng lên đầu A một lực kéo $F = 100\text{N}$ theo phương ngang. Thanh được giữ cân bằng nhờ dây AC (hình vẽ). Biết $\alpha = 30^\circ$. Tính lực căng dây AC.

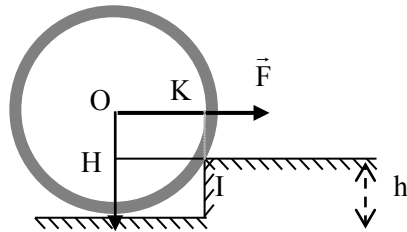


Bài 15: Để giữ thanh nặng OA có thể nằm nghiêng với sàn một góc $\alpha = 30^\circ$, ta kéo đầu A bằng sợi dây theo phương vuông góc với thanh, còn đầu O được giữ bởi bản lề (hình vẽ). Biết thanh OA đồng chất, tiết diện đều trọng lượng là $P = 400\text{N}$.

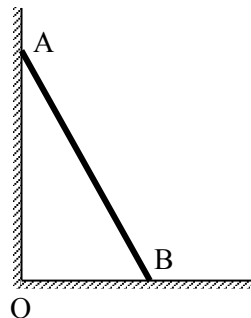


- Tính độ lớn lực kéo F.
- Xác định giá và độ lớn của phản lực $\vec{Q}$ của trục.

Bài 16: Bánh xe có bán kính $R = 50\text{ cm}$, khối lượng $m = 50\text{ kg}$ (hình vẽ). Tìm lực kéo F nằm ngang đặt trên trục để bánh xe có thể vượt qua bậc có độ cao $h = 30\text{ cm}$. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.



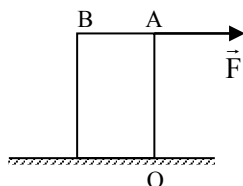
Bài 17: Một thanh gỗ AB đồng chất, có khối lượng 3kg , được đặt dựa vào tường. Do tường và sàn đều không có ma sát nên người ta phải dùng 1 sợi dây buộc đầu dưới B của thanh vào chân tường để giữ cho nó đứng yên. Cho biết



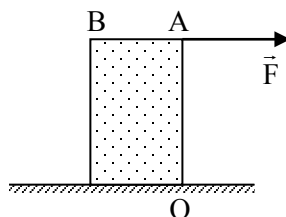
$OA = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Xác định lực

căng dây.

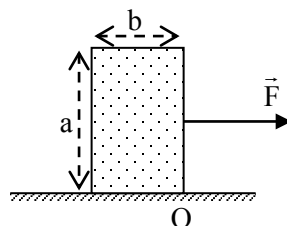
Bài 18: Hãy xác định lực $\vec{F}$ tối thiểu để làm quay một khúc gỗ hình hộp chữ nhật khối lượng 30kg quanh cạnh đi qua O. Cho biết: $OA = 80 \text{ cm}$, $AB = 40 \text{ cm}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Bài 19: Để có thể di chuyển một chiếc hòm cao $h = OA$ dài $d = AB$ người ta đã tác dụng một lực F theo phương ngang. Hỏi hệ số ma sát giữa hòm với mặt sàn, phải có giá trị bao nhiêu để hòm di chuyển mà không lật.

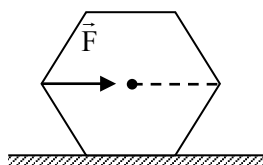


Bài 20: Khối hình hộp đáy vuông, khối lượng $m = 20 \text{ kg}$, cạnh $a = 0,5 \text{ m}$, chiều cao $b = 1 \text{ m}$ đặt trên mặt sàn nằm ngang. Tác dụng lên lực $\vec{F}$ nằm ngang đặt ở giữa hộp. Hệ số ma sát giữa khối và sàn nhà là $\mu = 0,4$. Tìm độ lớn của lực F để khối hộp bắt đầu mất cân bằng (trượt hoặc lật)



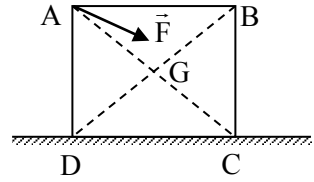
“Trích giải Toán Vật lí 10 – Bùi Quang Hân”

Bài 21: *Đẩy một chiếc bút chì sáu cạnh (có tiết diện ngang là một lục giác đều cạnh a) dọc theo mặt phẳng nằm ngang (hình vẽ). Với các giá trị nào của hệ số ma sát μ giữa bút chì và mặt phẳng thì bút chì sẽ trượt mà không quay.

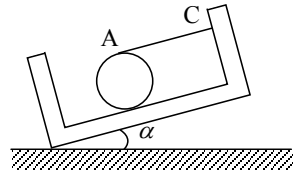


“Trích 423 bài toán Vật lí 10 – Trần Trọng Hưng”

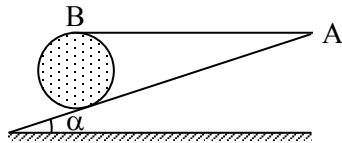
Bài 22: Đặt lên sàn nhà vật M hình khối lập phương, khối lượng $m = 60 \text{ kg}$, có thiết diện thẳng là hình vuông ABCD cạnh $a = 1 \text{ m}$, mặt CD tiếp xúc với sàn. Tác dụng vào M một lực $\vec{F}$ hướng xuống sàn và hợp với AB góc $\alpha = 30^\circ$ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa vật B và sàn phải bằng bao nhiêu để vật không chuyển động tịnh tiến trên sàn nhà? Tìm giá trị nhỏ nhất của F để có thể làm lật vật B. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



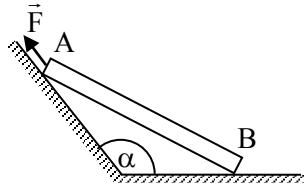
Bài 23: Một quả cầu bán kính R khối lượng m được đặt ở đáy phẳng không nhẵn của một chiếc hộp có đáy nghiêng một góc α so với mặt bàn nằm ngang. Quả cầu được giữ cân bằng bởi một sợi dây AC song song với đáy hộp (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa quả cầu và đáy hộp là μ . Muốn cho quả cầu nằm cân bằng thì góc nghiêng α của đáy hộp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu? Tính lực căng T của dây AC khi đó.



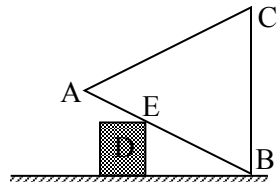
Bài 24: Một quả cầu có trọng lực $\vec{P}$ được giữ nằm yên trên mặt phẳng nghiêng góc α so với phương ngang nhờ dây AB nằm ngang (hình vẽ). Tính sức căng T và hệ số ma sát μ giữa quả cầu và mặt phẳng nghiêng.



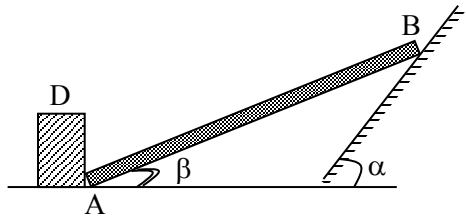
Bài 25: *Một thanh đồng chất AB có trọng lượng P ; đầu B dựa vào mặt phẳng nằm ngang, đầu A dựa vào mặt phẳng nghiêng góc α (hình vẽ). Đặt vào đầu A một lực $\vec{F}$ song song với mặt phẳng nghiêng. Tính F để thanh cân bằng. Bỏ qua ma sát giữa các mặt phẳng và đầu thanh.



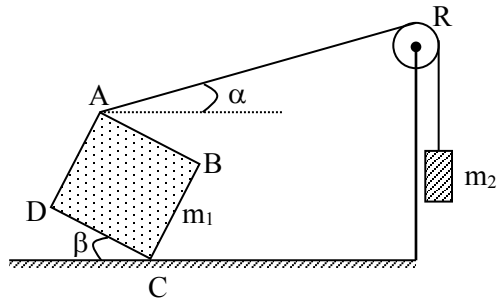
Bài 26: *Một vật khối lượng $m = 10 \text{ kg}$ hình lăng trụ có thiết diện thẳng là tam giác đều ABC cạnh $a = 60 \text{ cm}$, được kê trên một giá đỡ cố định D sao cho mặt BC thẳng đứng, mặt AB tiếp xúc với giá đỡ tại E mà $EB = 40 \text{ cm}$. Coi hệ số ma sát tại giá đỡ và tại sàn là như nhau và $\mu < 1$. Tìm hệ số ma sát giữa vật và sàn. Xác định phản lực của giá đỡ và của sàn tác dụng lên vật. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Bài 27: *Một dây đồng chất AB trọng lượng P, có đầu A tì nên mặt phẳng ngang nhẵn và gờ D cố định, đầu B tựa nên mặt phẳng nghiêng tạo với phương nằm ngang một góc α . Cho biết AB nghiêng một góc β so với mặt phẳng ngang (hình vẽ). Hãy xác định của lực do AB đè nên hai mặt phẳng và gờ D. Bỏ qua ma sát giữa AB và mặt phẳng nghiêng.

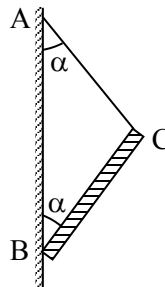


Bài 28: *Một khối lập phương có thiết diện thẳng ABCD, có khối lượng $m_1 = 8 \text{ kg}$, có cạnh A được nối với vật M bằng một sợi dây không dẫn vắt qua một ròng rọc R nhỏ cố định như hình vẽ. Mặt đáy CD của khối lập phương nghiêng góc $\beta = 15^\circ$ so với sàn nhà, còn đoạn dây nối với với cạnh A nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương ngang. Khối lập phương nằm cân bằng. Tìm khối lượng m_2 của vật M và hệ số ma sát giữa khối lập phương và sàn. Bỏ qua ma sát và khối lượng ở ròng rọc. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Bài 29: Thanh nặng BC có một đầu tựa vào tường nhám, còn đầu kia được giữ bằng dây không dẫn AC có cùng chiều dài với thanh ($AC = BC$). Thanh hợp với tường một góc α .

- Tính hệ số ma sát μ giữa tường và thanh để thanh đứng yên.
- Biết $\mu < 1$. Tính các giá trị góc α .



Bài 30: *Một thang nhẹ dài $\ell = 5(\text{m})$ tựa vào tường nhẵn và nghiêng với sàn góc $\alpha = 60^\circ$. Hệ số ma sát giữa thang và sàn là μ . Hỏi người ta có thể leo lên đến độ cao tối đa bao nhiêu mà thang vẫn đứng yên trong hai trường hợp:

- $\mu = 0,5$
- $\mu = 0,7$

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

- + Cánh tay đòn của trọng lực $\vec{P}$: $d = OG \cdot \sin \alpha$
- + Momen của trọng lực: $M = P \cdot d = P \cdot OG \cdot \sin \alpha = 0,03 \cdot 9,8 \cdot 0,2 \sin \alpha = 0,0588 \cdot \sin \alpha$
- + Khi $\alpha = 45^\circ \Rightarrow M = 0,0588 \cdot \sin 45^\circ = 0,0416 \text{ (N.m)}$
- + Khi $\alpha = 90^\circ \Rightarrow M = 0,0588 \cdot \sin 90^\circ = 0,0588 \text{ (N.m)}$
- + Khi $\alpha = 180^\circ \Rightarrow M = 0,0588 \cdot \sin 180^\circ = 0$

Bài 2:

- a) Momen của lực F : $M = F \cdot d$
- + Khi trục quay qua A thì: $d_A = 0 \Rightarrow M_A = 0$
 - + Khi trục quay đi qua B thì: $d_B = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 0,05\sqrt{3} \text{ (m)}$
 $\Rightarrow M_B = d_B \cdot F = 0,05\sqrt{3} \cdot 10 = 0,5\sqrt{3} \text{ (N.m)}$
 - + Khi trục quay đi qua C thì: $d_C = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 0,05\sqrt{3} \text{ (m)}$
 $\Rightarrow M_C = d_C \cdot F = 0,05\sqrt{3} \cdot 10 = 0,5\sqrt{3} \text{ (N.m)}$
 - + Khi trục quay đi qua G thì: $d_G = AG = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0,1}{\sqrt{3}} \text{ (m)}$
 $\Rightarrow M_G = d_G \cdot F = \frac{0,1}{\sqrt{3}} \cdot 10 = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (N.m)}$
 - + Khi trục quay đi qua H thì: $d_H = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 0,05\sqrt{3} \text{ (m)}$
 $\Rightarrow M_B = d_B \cdot F = 0,05\sqrt{3} \cdot 10 = 0,5\sqrt{3} \text{ (N.m)}$
- b) Khi trục quay đi qua A thì: $d_A = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 0,05\sqrt{3} \text{ (m)}$
 $\Rightarrow M_A = d_A \cdot F = 0,05\sqrt{3} \cdot 10 = 0,5\sqrt{3} \text{ (N.m)}$
- + Khi trục quay đi qua B thì: $d_B = 0 \Rightarrow M_B = 0$
 - + Khi trục quay đi qua C thì: $d_C = 0 \Rightarrow M_B = 0$
 - + Khi trục quay đi qua G thì: $d_G = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{0,1}{2\sqrt{3}} \text{ (m)}$
 $\Rightarrow M_G = d_G \cdot F = \frac{0,1}{2\sqrt{3}} \cdot 10 = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ (N.m)}$

+ Khi trục quay đi qua H thì: $d_H = HB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,025\sqrt{3} \text{ (m)}$

$\Rightarrow M_H = d_H \cdot F = 0,025\sqrt{3} \cdot 10 = 0,25\sqrt{3} \text{ (N.m)}$

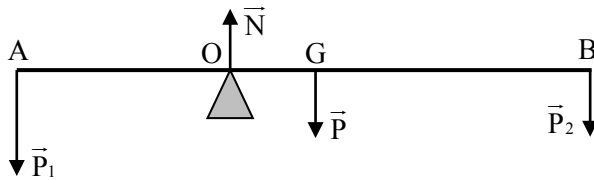
Bài 3:

- + Cánh tay đòn của lực F_1 là: $d_1 = AB = 5 \text{ (m)}$
- + Momen của lực F_1 đối với A: $M_1 = F_1 \cdot d_1 = 8 \cdot 5 = 40 \text{ (N.m)}$
- + Cánh tay đòn của lực F_2 là: $d_2 = AC \cdot \sin \alpha = 2 \cdot \sin 30^\circ = 1 \text{ (m)}$
- + Momen của lực F_2 đối với A: $M_2 = F_2 \cdot d_2 = 12 \cdot 1 = 12 \text{ (N.m)}$
- + Vì $\vec{F}_1$ quay ngược chiều dương, $\vec{F}_2$ cùng chiều dương nên tổng của momen ngoại lực là: $M_A = -M_1 + M_2 = -40 + 12 = -28 \text{ (N.m)}$

Bài 4:

+ Các lực tác dụng lên thước:

- Trọng lực $\vec{P}_1$ của vật treo vào đầu A
- Trọng lực $\vec{P}_2$ của vật treo vào đầu B
- Trọng lực $\vec{P}$ đặt tại trọng tâm (chính giữa thước)
- Phản lực $\vec{N}$ tại O



+ Các lực $\vec{P}$ và $\vec{P}_2$ có tác dụng làm thanh quay theo chiều kim đồng hồ. Lực $\vec{P}_1$ có tác dụng làm thanh quay ngược chiều kim đồng hồ. Lực $\vec{N}$ không có tác dụng làm thanh quay. Áp dụng điều kiện cân bằng của vật rắn có trục quay ta có:

$$P_1 \cdot d_1 = P \cdot d + P_2 \cdot d_2 \quad (*)$$

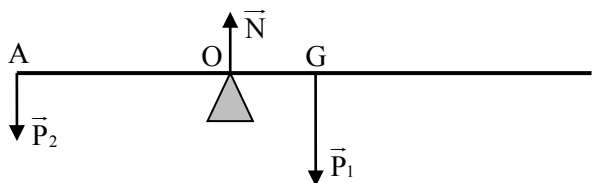
+ Ta có: $d_1 = OA = 30 \text{ cm}$, $d = OG = 50 - 30 = 20 \text{ cm}$, $d_2 = OB = 70 \text{ cm}$ (1)

+ Thay các giá trị ở (1) vào (*) ta có: $30 \cdot 30 = 10 \cdot 20 + 70P_2 \Rightarrow P_2 = 10 \text{ (N)}$

Bài 5:

Các lực tác dụng lên thước:

- Trọng lực $\vec{P}_1$ của thanh, đặt tại chính giữa thanh
- Trọng lực $\vec{P}_2$ của vật A
- Phản lực $\vec{N}$ tại O



+ Lực $\vec{P}_1$ có tác dụng làm thanh quay theo chiều kim đồng hồ. Lực $\vec{P}_2$ có tác dụng làm thanh quay ngược chiều kim đồng hồ. Lực $\vec{N}$ không có tác dụng làm thanh quay. Áp dụng điều kiện cân bằng của vật rắn có trục quay ta có:

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow P_1 d_1 = P_2 d_2 \Leftrightarrow 100.OA = 200.\left(\frac{AB}{2} - OA\right) \Rightarrow OA = 0,6(m)$$

b) Phản lực của đòn kê: $N = P_1 + P_2 = 300(N)$

+ Áp lực lên đòn kê: $Q = N = 300(N)$

Bài 6:

a) Khi $\alpha = \beta = 90^\circ$

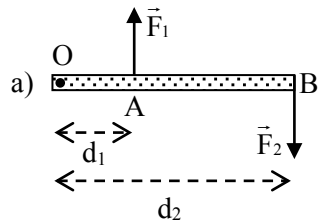
+ Cánh tay đòn của các lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là:

$$d_1 = OA = 10(cm)$$

$$d_2 = OB = OA + AB = 50(cm)$$

+ Khi thanh cân bằng: $M_{(F_1)} = M_{(F_2)} \Leftrightarrow F_1.d_1 = F_2.d_2$

$$\Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{d_1}{d_2} = 20 \cdot \frac{10}{50} = 4(N)$$



b) Khi $\alpha = 30^\circ, \beta = 90^\circ$

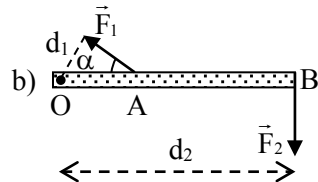
+ Cánh tay đòn của các lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là:

$$d_1 = OA \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5(cm)$$

$$d_2 = OB = OA + AB = 50(cm)$$

+ Khi thanh cân bằng: $M_{(F_1)} = M_{(F_2)} \Leftrightarrow F_1.d_1 = F_2.d_2$

$$\Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{d_1}{d_2} = 20 \cdot \frac{5}{50} = 2(N)$$



c) Khi $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$

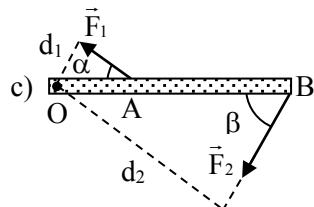
+ Cánh tay đòn của các lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là:

$$d_1 = OA \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5(cm)$$

$$d_2 = OB \sin \beta = 50 \cdot \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}(cm)$$

+ Khi thanh cân bằng: $M_{(F_1)} = M_{(F_2)} \Leftrightarrow F_1.d_1 = F_2.d_2$

$$\Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{d_1}{d_2} = 20 \cdot \frac{5}{25\sqrt{3}} = 2,3(N)$$



Bài 7:

a) Phản lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$ của lò xo lên thanh có tác dụng làm thanh OA quay theo chiều ngược kim đồng hồ. Lực $\vec{F}$ có tác dụng làm quay ngược lại.

+ Khoảng cách từ giá của lực $\vec{F}_{dh}$ đến O:

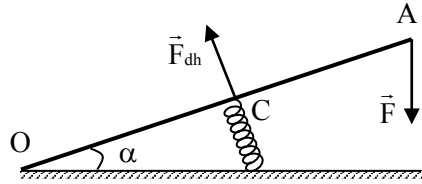
$$d_1 = AC = \frac{OA}{2} = 10(\text{cm})$$

+ Khoảng cách từ giá của lực $\vec{F}$ đến O là: $d_2 = OH = OA \cdot \cos 30^\circ = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$

+ Điều kiện thanh OA nằm cân bằng:

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow F_{dh} \cdot d_1 = F \cdot d_2 \Rightarrow F_{dh} = 20\sqrt{3}(\text{N})$$

b) Ta có: $F_{dh} = k\Delta\ell \Rightarrow k \approx 433 \text{ N/m}$



Bài 8:

a) Thanh AO có trục quay qua O

+ Thanh AO chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lực $\vec{P}$ đặt ở chính giữa thanh
- Lực nâng $\vec{F}$ đặt ở đầu A.

+ Nhận thấy rằng $\vec{P}$ làm cho thanh quay theo chiều kim đồng hồ, $\vec{F}$ làm cho thanh quay ngược kim đồng hồ nên để thanh cân bằng thì: $M_{(P)} = M_{(F)}$ (1)

+ Ta có:
$$\begin{cases} M_{(P)} = P \cdot d_1 = mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha \\ M_{(F)} = F \cdot d_2 = F \cdot \ell \end{cases}$$

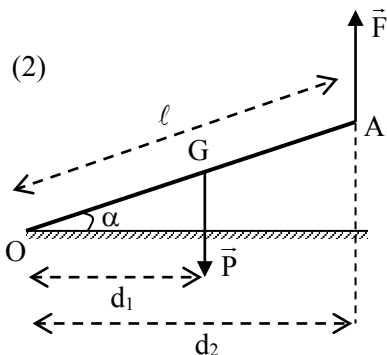
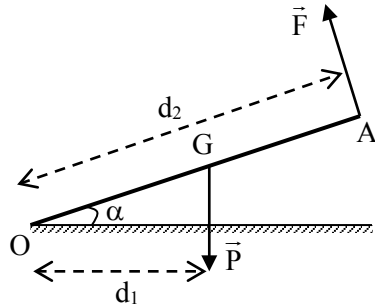
+ Thay (2) vào (1) ta có: $mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha = F \cdot \ell$

$$\Rightarrow F = \frac{mg}{2} \cos \alpha = \frac{20 \cdot 10}{2} \cdot \cos 60^\circ = 50(\text{N})$$

b) Khi lực $\vec{F}$ thẳng đứng và hướng lên

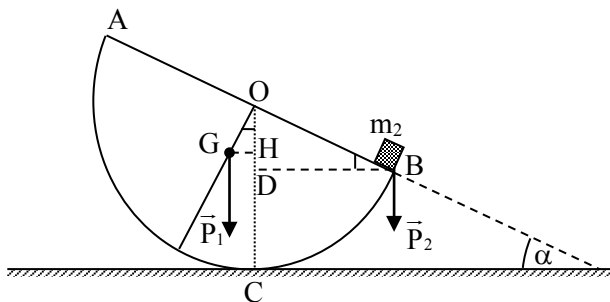
+ Lúc này, cánh tay đòn của F là: $d_2 = \ell \cos \alpha$

$$\Rightarrow mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha = F \cdot \ell \cdot \cos \alpha \Rightarrow F = \frac{mg}{2} = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100(\text{N})$$



Bài 9:

+ Ta coi bán cầu như một vật rắn cân bằng đối với trục quay qua điểm tiếp xúc C.



+ Điều kiện cân bằng là: $M_{(P_1)} = M_{(P_2)} \Leftrightarrow P_1 \cdot GH = P_2 \cdot DB$

$$\Leftrightarrow P_1 \cdot OG \cdot \sin \alpha = P_2 \cdot OB \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow P_1 \cdot \left(R - \frac{5R}{8} \right) \cdot \sin \alpha = P_2 \cdot R \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot \frac{3}{8} \cdot \sin \alpha = m_2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{8m_2}{3m_1}$$

+ Thay số ta có: $\tan \alpha = \frac{8 \cdot 15}{3 \cdot 200} = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha \approx 11,3^\circ$

Bài 10:

+ Các lực tác dụng lên thanh gồm:

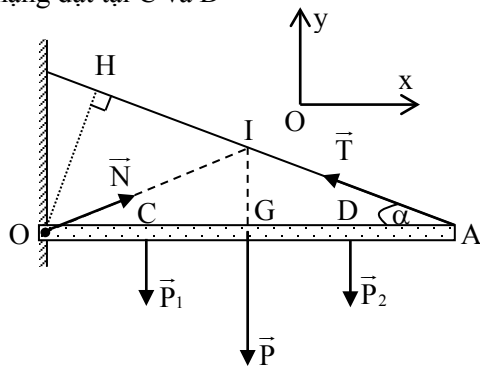
- Trọng lực $\vec{P}$ của thanh đặt tại chính giữa thanh
- Trọng lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ của các vật nặng đặt tại C và D
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Phản lực $\vec{N}$ của tường

+ Các lực $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}$ có tác dụng làm cho thanh OA quay quanh O theo chiều kim đồng hồ. Lực $\vec{T}$ làm thanh quay theo chiều ngược với kim đồng hồ. Lực $\vec{N}$ đi qua trục quay nên momen bằng không, do đó để thanh OA cân bằng thì:

$$M_{(P_1)} + M_{(P_2)} + M_{(P)} = M_{(T)} \Leftrightarrow P_1 \cdot OC + P_2 \cdot OD + P \cdot OG = T \cdot OH$$

+ Từ hình vẽ ta có: $OH = OA \cdot \sin \alpha = 40 \cdot \sin 30^\circ = 20(\text{cm})$

+ Do đó: $10 \cdot 10 + 10 \cdot 30 + 20 \cdot 20 = T \cdot 20 \Rightarrow T = 40(\text{N})$



+ Vì $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ cách đều $\vec{P}$ nên hợp hai lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ có giá đi qua $\vec{P}$. Vậy lực $\vec{P}$, $\vec{T}$ và hợp lực của $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ đồng quy tại I. Vì thanh nằm cân bằng nên phản lực $\vec{N}$ phải có giá đồng quy tại I.

+ Vì $\vec{P}$ đi qua trung điểm OA nên tam giác OAI cân tại I $\Rightarrow \widehat{IOA} = \alpha = 30^\circ$

+ Điều kiện cân bằng của thanh về lực: $\vec{P} + \vec{P}_{12} + \vec{T} + \vec{N} = 0$ (1)

Với $\vec{P}_{12}$ có giá trùng với $\vec{P}$, có độ lớn $P_{12} = P_1 + P_2 = 20$ (N)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình. Chiều (1) lên Ox ta có:

$$N \cdot \cos \alpha - T \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = T = 40 \text{ (N)}$$

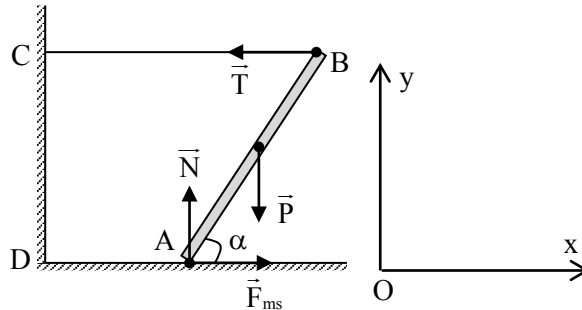
Bài 11:

a) Vì thanh AB đồng chất tiết diện đều nên trọng lực $\vec{P}$ đặt tại chính giữa thanh

+ Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ đặt tại trọng tâm G
- Lực căng dây $\vec{T}$ của dây BC
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và phản lực vuông góc $\vec{N}$ của sàn đặt tại A

+ Các lực được biểu diễn như hình



+ Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn (về lực và mômen) ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{T} = 0 \quad (1)$$

$$M_{(T)} = M_{(P)} \quad (2)$$

+ Chiều (1) lên các trục Ox, Oy ta có:
$$\begin{cases} \text{Ox: } F_{ms} - T = 0 \\ \text{Oy: } N - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{ms} = T \quad (3) \\ N = P \quad (4) \end{cases}$$

+ Từ (2) ta có: $T \cdot AB \cdot \sin \alpha = P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow T = \frac{P}{2 \tan \alpha}$ (5)

+ Từ (3) và (5) ta có: $F_{ms} = \frac{P}{2 \tan \alpha}$

+ Để thanh AB không trượt thì: $F_{ms} \leq \mu N \Leftrightarrow \frac{P}{2 \tan \alpha} \leq \mu N \xrightarrow{(4)} \frac{P}{2 \tan \alpha} \leq \mu P$

$$\Rightarrow \tan \alpha \geq \frac{1}{2\mu} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha \geq 30^\circ$$

b) Khi $\alpha = 45^\circ$

+ Lực căng dây BC: $T = \frac{P}{2 \tan \alpha} = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot \tan 45^\circ} = 15 \text{ (N)}$

+ Lực ma sát nghỉ tác dụng lên đầu A: $F_{ms} = T = 15 \text{ (N)}$

+ Trọng lực P và phản lực N của sàn: $P = N = 30 \text{ (N)}$

+ Khoảng cách từ A đến D: $AD = BC - AB \cdot \cos 45^\circ = 1,5 - 1,5 \cdot \cos 45^\circ \approx 0,44 \text{ (m)}$

✎ **Chú ý:** Phản lực $\vec{N}$ và $\vec{F}_{ms}$ có giá đi qua trục quay nên không có tác dụng quay hay mômen của lực $\vec{N}$ và $\vec{F}_{ms}$ đều bằng 0 nên ta viết gọn như (2).

Bài 12:

+ Ký hiệu chiều dài và khối lượng của thanh lần lượt là ℓ và m . Do nâng thanh từ từ do vậy có thể coi rằng thanh luôn cân bằng ở mọi vị trí. Xét khi thanh hợp với phương ngang một góc α . Các lực tác dụng lên thanh như hình vẽ ta có:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} = 0 \quad (1)$$

+ Chiếu phương trình (1) lên phương ngang và phương thẳng đứng ta được:

$$\begin{cases} F \cdot \sin \alpha = F_{ms} & (2) \\ mg = N + F \cdot \cos \alpha & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F \cdot \sin \alpha = F_{ms} \\ mg = N + F \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad (3)$$

+ Chọn trục quay A, ta có: $F \cdot \ell = mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos \alpha \quad (4)$

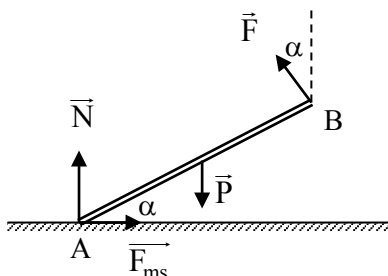
+ Từ (2), (3) và (4) rút ra:
$$\begin{cases} F_{ms} = \frac{mg}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ N = \frac{mg}{2} (1 + \sin^2 \alpha) \end{cases}$$

+ Để thanh không trượt thì: $F_{ms} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ đúng với mọi góc α ;

+ Ta có: $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha} \leq \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2\sqrt{2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

+ Vậy để nâng thanh đến vị trí thẳng đứng mà đầu dưới không bị trượt thì:

$$\mu \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$



Bài 13:

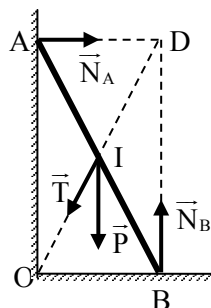
a) Giả sử I tại trung điểm của thanh AB

+ Thanh chịu tác dụng của $\vec{P}$, $\vec{N}_A$, $\vec{N}_B$, $\vec{T}$

+ Ta thấy mômen đối với D khác 0 suy ra thanh không cân bằng.

+ Nếu $AI < \frac{AB}{2}$ mômen của $\vec{T}$ cùng

chiều với mômen của $\vec{P}$ nên thanh không thể cân bằng.



b) Khi $AI = \frac{3}{4}AB$ và $\alpha = 60^\circ \Rightarrow \triangle OGB$ đều

+ Vì I là trung điểm của GB nên $\widehat{GOI} = \beta = 30^\circ$

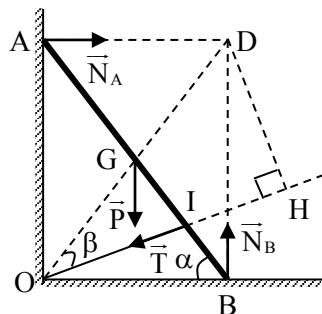
+ Xét momen đối với điểm D ta có:

$$P \cdot \frac{OB}{2} = T \cdot DH$$

$$\text{Với } \begin{cases} OB = AB \cdot \cos \alpha \\ OH = OD \cdot \sin \alpha = AB \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2} \cdot \cos \alpha = T \sin \beta.$$

+ Thay $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$ ta được: $T = \frac{P \cdot \cos 60^\circ}{2 \cdot \sin 30^\circ} = \frac{P}{2}$



Bài 14:

+ Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

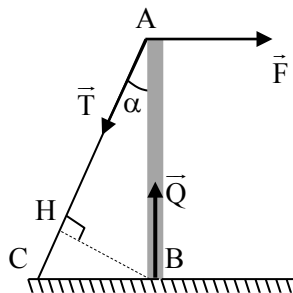
- Lực kéo $\vec{F}$
- Lực căng $\vec{T}$ dây AC
- Phản lực của sàn $\vec{Q}$ tác dụng lên AB.

+ Xét trục quay tạm thời tại B ($M_{\vec{Q}} = 0$), điều

kiện cân bằng của thanh AB là: $M_{\vec{F}} = M_{\vec{T}}$

$$\Leftrightarrow F \cdot AB = T \cdot BH \text{ với } BH = AB/2$$

$$\Rightarrow T = \frac{F \cdot AB}{BH} = 2F = 200N$$



Bài 15:

+ Các lực tác dụng lên OA gồm:

- Lực kéo $\vec{F}$
- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{Q}$ của trục O

a) Độ lớn lực F tác dụng lên thanh OA

+ Điều kiện cân bằng của OA là:

$$M_{\vec{F}} = M_{\vec{P}} \text{ (vì } M_{\vec{Q}} = 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow F.OA = P.OH$$

$$\text{với } OH = OG.\cos\alpha = \frac{1}{2}.OA.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow F = P.\frac{OH}{OA} = \frac{1}{2}P\cos\alpha = 100\sqrt{3} \text{ (N)}$$

b) Xác định giá và độ lớn của phản lực $\vec{Q}$ của trục O. Do thanh OA không chuyển động tịnh tiến nên ta có điều kiện cân bằng là: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{Q} = 0$ (*)

+ Các lực $\vec{P}$, $\vec{F}$ có giá đi qua I, nên $\vec{Q}$ cũng có giá đi qua I.

+ Trượt các lực $\vec{P}$, $\vec{F}$, $\vec{Q}$ về điểm đồng quy I như hình vẽ, theo định lý hàm số cosin ta có:

$$Q^2 = F^2 + P^2 - 2F.P.\cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow Q^2 = (100\sqrt{3})^2 + 400^2 - 2.100\sqrt{3}.400.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow Q \approx 264,6 \text{ N}$$

+ Theo định lý hàm số sin ta có: $\frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{F}{\sin\gamma}$ với $\gamma = 90^\circ - (\alpha + \beta)$

$$\Rightarrow \sin\gamma = \frac{F}{Q}\sin\alpha = 0,327$$

$$\Rightarrow \gamma \approx 19^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \gamma - \alpha = 90^\circ - 19^\circ - 30^\circ = 41^\circ$$

+ Vậy $\vec{Q}$ có độ lớn $Q = 265 \text{ N}$ và có giá hợp với thanh OA một góc $\beta = 41^\circ$.

Bài 16:

+ Các lực tác dụng lên bánh xe bao gồm:

- Lực kéo $\vec{F}$
- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực của sàn $\vec{Q}$ tại điểm I

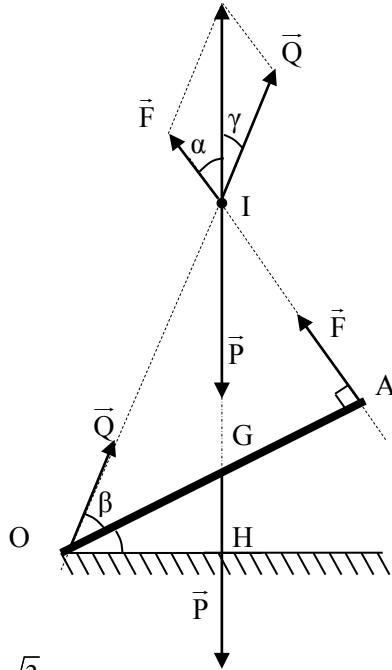
+ Điều kiện để bánh xe có thể lăn lên bậc thềm là: $M_{\vec{F}} \geq M_{\vec{P}}$

$$\Leftrightarrow F.IK \geq P.IH \text{ với } IK = R - h;$$

$$\text{Với } IH = \sqrt{R^2 - (R - h)^2} = \sqrt{h(2R - h)}$$

$$\Rightarrow F \geq mg \frac{\sqrt{h(2R - h)}}{R - h} \approx 1145 \text{ N}$$

Chú ý: đối với trục quay tạm thời qua I, $M_{\vec{Q}} = 0$

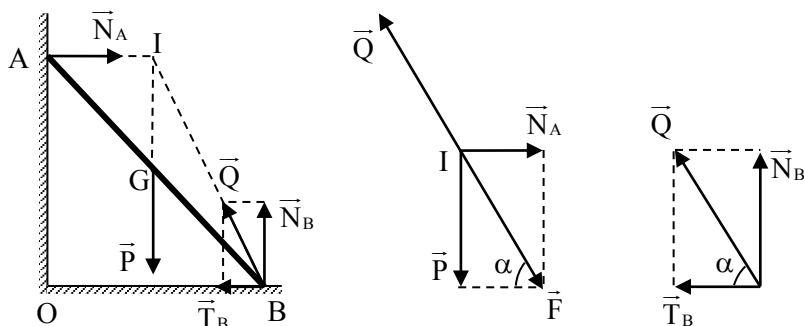


Bài 17:

Cách 1: Dùng quy tắc hợp lực đồng quy kết hợp hình học để giải

+ Các lực tác dụng lên thanh gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_A$ và $\vec{N}_B$
- Lực căng dây $\vec{T}_B$



+ Để thanh AB cân bằng thì: $\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{N}_B + \vec{T}_B = 0$

+ Gọi $\vec{Q}$ là hợp lực của $\vec{T}_B$ và $\vec{N}_B$. Vì thanh AB cân bằng nên $\vec{Q}$ phải có giá đi qua điểm đồng quy I của $\vec{P}$ và $\vec{N}_A$.

+ Tịnh tiến ba lực $\vec{N}_A$, $\vec{P}$ và $\vec{Q}$ đến I như hình vẽ

+ Khi đó ta có: $\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{Q} = 0$

+ Gọi $\vec{F}$ là hợp lực của $\vec{P}$ và $\vec{N}_A \Rightarrow \vec{F} = \vec{P} + \vec{N}_A \Rightarrow F = Q$

+ Vì $\vec{P}$ đi qua trung điểm G của AB nên: $\tan \widehat{OBI} = \tan \alpha = \frac{OA}{\frac{OB}{2}} = \frac{2OA}{OB}$

+ Lại có: $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{AB^2 - \frac{3}{4}AB^2} = \frac{AB}{2}$

$$\Rightarrow \tan \widehat{OBI} = \tan \alpha = \frac{2 \frac{AB\sqrt{3}}{2}}{\frac{AB}{2}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

+ Ta có: $\tan \alpha = \frac{P}{N_A} \Rightarrow N_A = \frac{P}{2\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow F = \sqrt{N_A^2 + P^2} = \sqrt{\frac{P^2}{12} + P^2} = \sqrt{\frac{13}{12}}P \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{13}{12}}P$$

+ Mặt khác từ hình ta có: $\cos \alpha = \frac{T_B}{Q}$

$$\Rightarrow T_B = Q \cdot \cos \alpha = \sqrt{\frac{13}{12}} P \cdot \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{P}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot 10}{2\sqrt{3}} = 5\sqrt{3} \text{ (N)}$$

Cách 2: Sử dụng phương pháp chiếu kết hợp quy tắc momen

+ Các lực tác dụng lên thanh gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_A$ và $\vec{N}_B$
- Lực căng dây $\vec{T}_B$

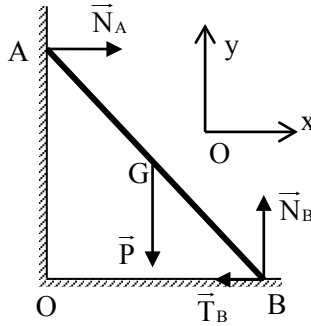
+ Để thanh AB cân bằng thì:

$$\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{N}_B + \vec{T}_B = 0 \quad (*)$$

+ Chiếu (*) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } N_A - T_B = 0$$

$$\text{Oy: } N_B = P$$



+ Để thanh không quay quanh B thì: $M_{(P)} = M_{(N_A)} \Leftrightarrow P \cdot \frac{OB}{2} = N_A \cdot OA$

$$+ \text{Ta có: } OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{AB^2 - \frac{3}{4}AB^2} = \frac{AB}{2}$$

$$\Rightarrow P \cdot \frac{AB}{2 \cdot 2} = N_A \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N_A = \frac{P}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot 10}{2\sqrt{3}} = 5\sqrt{3} \text{ (N)}$$

$$+ \text{Mà } T_B = N_A = 5\sqrt{3} \text{ (N)}$$

⇒ **Nhận xét:** Qua hai cách giải trên ta thấy rằng dùng phương pháp chiếu kết hợp quy tắc momen bài giải đơn giản và gọn nhẹ hơn rất nhiều.

Bài 18:

+ Khi khúc gỗ bắt đầu quay quanh O thì các lực tác dụng lên khúc gỗ gồm:

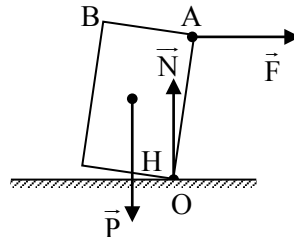
- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực $\vec{F}$
- Phản lực $\vec{N}$ đặt ở O

+ Vì phản lực $\vec{N}$ qua O nên momen $M_{(N)} = 0$

+ Để khúc gỗ quay quanh O thì: $M_{(F)} \geq M_{(P)}$

$$\Leftrightarrow F \cdot OA \geq P \cdot OH$$

$$\Rightarrow F \geq \frac{OH}{OA} P = \frac{20}{80} \cdot 300 = 75 \text{ (N)} \Rightarrow F_{\min} = 75 \text{ (N)}$$



Bài 19:

+ Các lực tác dụng lên hòm gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực $\vec{F}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Khi hòm bắt đầu trượt thì:

$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = 0 \quad (1)$$

+ Chiều (1) lên các trục Ox, Oy ta có:

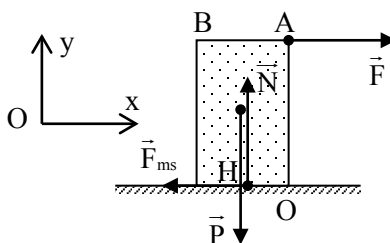
$$\text{Ox: } F - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = F$$

$$\text{Oy: } N - P = 0 \Rightarrow N = P \Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu P$$

$$\Rightarrow F = \mu P$$

+ Để hòm không quay quanh O thì: $M_{(F)} \leq M_{(P)}$

$$\Leftrightarrow F \cdot OA \leq P \cdot OH \Rightarrow F \leq \frac{OH}{OA} P \Leftrightarrow \mu \leq \frac{OH}{OA} = \frac{d}{2h}$$



Bài 20: Các lực tác dụng lên hộp gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực $\vec{F}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Khi hộp bắt đầu trượt thì:

$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = 0 \quad (1)$$

+ Chiều (1) lên các trục Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } F - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = F$$

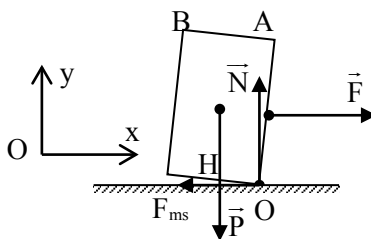
$$\text{Oy: } N - P = 0 \Rightarrow N = P \Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu P = \mu mg$$

$$\Rightarrow F = \mu mg = 0,4 \cdot 20 \cdot 10 = 80 \text{ (N)}$$

+ Để hộp bắt đầu quay quanh O thì: $M_{(F)} = M_{(P)}$

$$\Leftrightarrow F \cdot \frac{OA}{2} = P \cdot OH \Rightarrow F = \frac{2 \cdot OH}{OA} P = \frac{2 \cdot 0,25}{1} \cdot 20 \cdot 10 = 100 \text{ (N)}$$

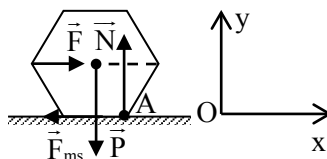
+ Vậy hộp bắt đầu mất cân bằng (trượt) khi lực $F = 80 \text{ (N)}$



Bài 21:

+ Các lực tác dụng vào vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực đẩy $\vec{F}$



- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Vật không quay quanh A: $M_{(F)} \leq M_{(P)} \Leftrightarrow F \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \leq P \cdot \frac{a}{2} \Rightarrow F \leq \frac{P}{\sqrt{3}}$ (1)

+ Vật trượt trên mặt ngang: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (*)

+ Chiều (*) lên Ox, Oy ta có:
$$\begin{cases} \text{Ox: } F - F_{ms} = ma \\ \text{Oy: } -P + N = 0 \Rightarrow N = P \Rightarrow F_{ms} = \mu P \end{cases}$$

$$\Rightarrow F - \mu P = ma \Rightarrow a = \frac{F - \mu P}{m}$$

+ Vật trượt nên $a \geq 0 \Leftrightarrow F - \mu P \geq 0 \Rightarrow F \geq \mu P$ (2)

+ Từ (1) và (2) ta có: $\mu P \leq F \leq \frac{P}{\sqrt{3}} \Rightarrow \mu P \leq \frac{P}{\sqrt{3}} \Rightarrow \mu \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$

Bài 22:

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực đẩy $\vec{F}$
- Lực ma sát

+ Vật không chuyển động tịnh tiến nên: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = 0$ (*)

+ Chiều (*) lên Oxy ta có:

Oy: $N - F\sin 30^\circ - P = 0 \Rightarrow N = P + F\sin 30^\circ$ (1)

Ox: $F\cos 30^\circ - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = F\cos 30^\circ$ (2)

+ Nếu vật M đủ điều kiện để lật (do tác dụng của $\vec{F}$), nó sẽ quay quanh một trục đi qua cạnh chứa đỉnh C. Khi vật M bắt đầu tách khỏi sàn từ D thì phản lực vuông góc của sàn sẽ đặt vào trục quay C, mômen của $\vec{N}$ và $\vec{F}_{ms}$ sẽ bằng không. Do đó

để M bắt đầu quay quanh C thì: $M_{(F)} = M_{(P)} \Rightarrow F \cdot AC \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = P \cdot \frac{AB}{2}$

+ Ta có: $AC = AB\sqrt{2}$

$$\Rightarrow F \cdot AB\sqrt{2} \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = P \cdot \frac{AB}{2} \Rightarrow F = \frac{P}{2\sqrt{2} \sin(45^\circ - \alpha)} \approx 819,6 \text{ (N)}$$

+ Để thanh không chuyển động tịnh tiến (trượt) thì:

$$F_{ms} \leq \mu N \Leftrightarrow F \cdot \cos 30^\circ \leq \mu (P + F \cdot \sin 30^\circ) \Rightarrow \mu \geq \frac{F \cdot \cos 30^\circ}{P + F \cdot \sin 30^\circ} = 0,7$$

$$\Rightarrow \mu_{\min} = 0,7$$

+ Như vậy, muốn vật M không trượt và nó có thể bị lật thì hệ số ma sát giữa M và sàn ít nhất phải bằng $\mu = 0,7$ và để đẩy lật được vật B thì lực đẩy F phải lớn hơn 819,6 (N)

Bài 23: Các lực tác dụng lên quả cầu gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực căng dây $\vec{T}$.

+ Điều kiện cân bằng về momen với trục quay qua A: $M_{(F_{ms})} = M_{(P)}$

$$\Leftrightarrow F_{ms} \cdot 2R = P \cdot R \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow F_{ms} = \frac{P \cdot \sin \alpha}{2} \quad (1)$$

+ Điều kiện cân bằng về lực:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (*)$$

+ Chiếu (*) lên phương mặt nghiêng ta có:

$$T + F_{ms} - P \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

+ Chiếu (*) lên phương vuông góc với mặt nghiêng ta có:

$$N - P \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = P \cos \alpha \quad (3)$$

+ Để quả cầu đứng yên thì: $F_{ms} \leq \mu N \xrightarrow[(3)]{(1)} \frac{P \sin \alpha}{2} \leq \mu P \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha \leq 2\mu$

$$\Rightarrow \tan \alpha_{\max} = 2\mu \Rightarrow \alpha_{\max} = \arctan(2\mu)$$

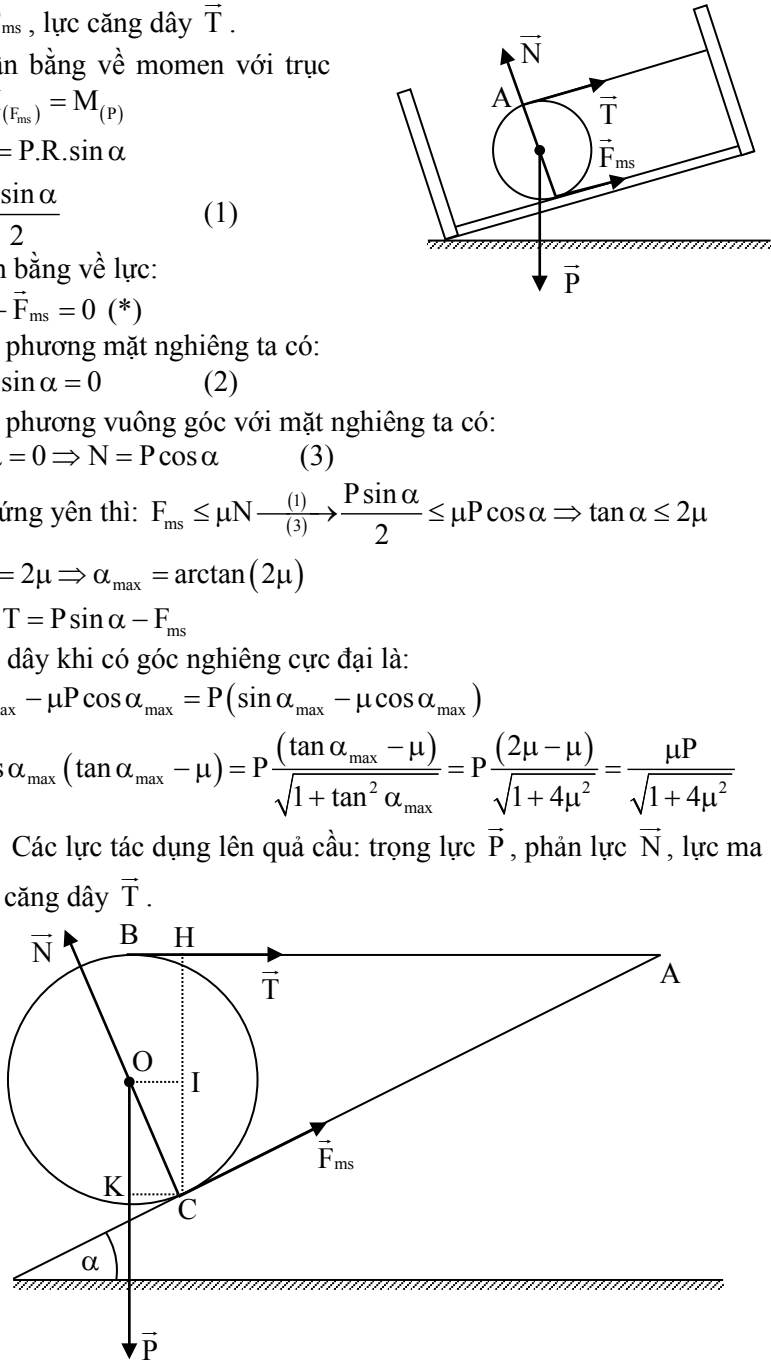
+ Từ (2) ta có: $T = P \sin \alpha - F_{ms}$

+ Vậy lực căng dây khi có góc nghiêng cực đại là:

$$T = P \sin \alpha_{\max} - \mu P \cos \alpha_{\max} = P(\sin \alpha_{\max} - \mu \cos \alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow T = P \cos \alpha_{\max} (\tan \alpha_{\max} - \mu) = P \frac{(\tan \alpha_{\max} - \mu)}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{\max}}} = P \frac{(2\mu - \mu)}{\sqrt{1 + 4\mu^2}} = \frac{\mu P}{\sqrt{1 + 4\mu^2}}$$

Bài 24: Các lực tác dụng lên quả cầu: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực căng dây $\vec{T}$.



+ Điều kiện cân bằng về momen với trục quay qua C:

$$M_{(T)} = M_{(P)} \Leftrightarrow T \cdot CH = P \cdot CK$$

+ Ta có:
$$\begin{cases} CH = CI + IH = R \cos \alpha + R = R(1 + \cos \alpha) \\ CK = R \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow T \cdot R(1 + \cos \alpha) = P \cdot R \cdot \sin \alpha \Rightarrow T = \frac{P \cdot \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad (1)$$

+ Điều kiện cân bằng về lực: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (*)$

+ Chiếu (*) lên phương mặt nghiêng ta có:

$$T \cos \alpha + F_{ms} - P \sin \alpha = 0 \xrightarrow{(1)} F_{ms} = P \sin \alpha - \frac{P \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad (2)$$

+ Chiếu (*) lên phương vuông góc với mặt nghiêng ta có:

$$N - T \sin \alpha - P \cos \alpha = 0 \xrightarrow{(1)} N = P \cos \alpha + \frac{P \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad (3)$$

+ Để quả cầu đứng yên thì: $F_{ms} \leq \mu N$

+ Từ (2) và (3) ta có: $P \sin \alpha - \frac{P \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \leq \mu \left(P \cos \alpha + \frac{P \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} \right)$

$$\Rightarrow \sin \alpha - \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \leq \mu \left(\cos \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} \right)$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha \leq \mu (\cos \alpha + 1) \Rightarrow \mu \geq \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

Bài 25:

+ Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$
- Lực kéo $\vec{F}$

+ Điều kiện cân bằng về lực:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F} = 0 \quad (1)$$

+ Chọn chiều dương như hình

+ Chiếu (1) xuống chiều dương ta có:

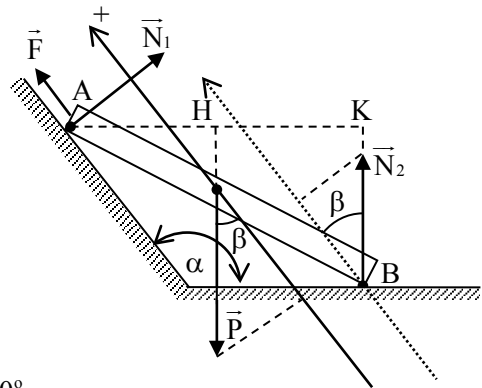
$$-P \cos \beta + N_2 \cos \beta + F = 0$$

$$\text{Với } \beta = 90^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha - 90^\circ$$

$$\Rightarrow -P \cos(\alpha - 90^\circ) + N_2 \cos(\alpha - 90^\circ) + F = 0$$

$$\Rightarrow -P \sin \alpha + N_2 \sin \alpha + F = 0 \Rightarrow F = P \sin \alpha - N_2 \sin \alpha \quad (2)$$

+ Xét trục quay qua A, thanh AB cân bằng khi:



$$M_{(P)} = M_{(N_2)} \Leftrightarrow P \cdot AH = N_2 \cdot AK \Rightarrow N_2 = P \cdot \frac{AH}{AK}$$

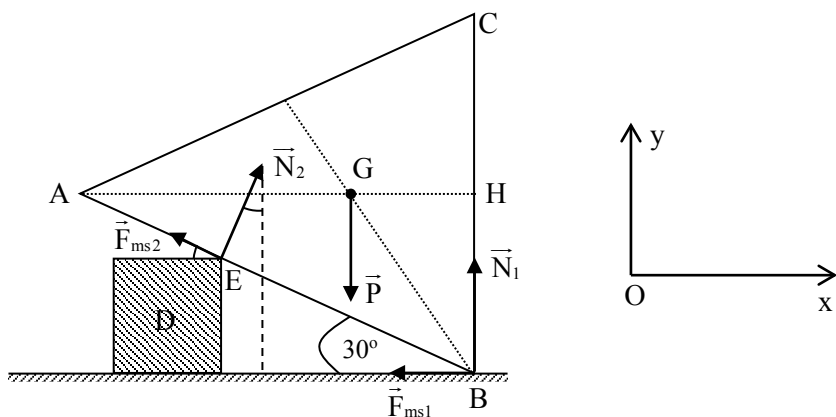
$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} AH = \frac{AB}{2} \sin \beta \\ AK = AB \sin \beta \end{cases} \Rightarrow \frac{AH}{AK} = \frac{1}{2} \Rightarrow N_2 = \frac{P}{2} \quad (3)$$

$$+ \text{Thay (3) vào (2) ta có: } F = P \sin \alpha - \frac{P}{2} \sin \alpha = \frac{P}{2} \sin \alpha$$

Bài 26:

+ Các lực tác dụng lên vật gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ đặt tại trọng tâm G
- Phản lực vuông góc $\vec{N}_1$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$ của sàn tác dụng
- Phản lực vuông góc $\vec{N}_2$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$ của giá đỡ tác dụng.



$$+ \text{Phương trình cân bằng lực: } \vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = 0 \quad (1)$$

+ Chiếu phương trình (1) lên Ox và Oy ta có:

$$\text{Ox: } N_2 \sin 30^\circ - F_{ms1} - F_{ms2} \cos 30^\circ = 0$$

$$\text{Oy: } -P + N_1 + N_2 \cos 30^\circ + F_{ms2} \sin 30^\circ = 0$$

$$+ \text{Ta có: } F_{ms1} = \mu N_1, F_{ms2} = \mu N_2$$

$$+ \text{Suy ra: } \begin{cases} N_2 \sin 30^\circ - \mu N_1 - \mu N_2 \cos 30^\circ = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -P + N_1 + N_2 \cos 30^\circ + \mu N_2 \sin 30^\circ = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$+ \text{Từ (2) ta có: } N_1 = \frac{N_2}{\mu} (\sin 30^\circ - \mu \cos 30^\circ) \quad (4)$$

+ Thay (4) vào (3) ta có:

$$-P + \frac{N_2}{\mu} (\sin 30^\circ - \mu \cos 30^\circ) + N_2 \cos 30^\circ + \mu N_2 \sin 30^\circ = 0$$

$$\Rightarrow \frac{N_2}{\mu} (\sin 30^\circ - \mu \cos 30^\circ) + N_2 \cos 30^\circ + \mu N_2 \sin 30^\circ = P \quad (5)$$

+ Phương trình cân bằng mômen đối với trục B: $P.GH = N_2.BE$

$$\Rightarrow N_2 = P. \frac{GH}{BE} = mg \frac{\frac{1}{3}AH}{BE} = mg \frac{\frac{1}{3}a\sqrt{3}}{\frac{2}{3}} = 10.10. \frac{60\sqrt{3}}{40} = 25\sqrt{3} \text{ (N)}$$

+ Thay N_2 vào (5) ta có:

$$\frac{25\sqrt{3}}{\mu} (\sin 30^\circ - \mu \cos 30^\circ) + 25\sqrt{3} \cos 30^\circ + 25\sqrt{3} \cdot \mu \sin 30^\circ = 100$$

$$\Rightarrow 12,5\sqrt{3} \cdot \mu^2 - 100\mu + 12,5\sqrt{3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \mu = 4,39 \\ \mu = 0,23 \end{cases}$$

+ Vì $\mu < 1$ nên chọn $\mu = 0,23$. Thay vào (4) ta có:

$$N_1 = \frac{25\sqrt{3}}{0,23} (\sin 30^\circ - 0,23 \cdot \cos 30^\circ) = 56,63 \text{ (N)}$$

Bài 27:

+ Các lực tác dụng lên thanh AB gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ đặt tại trọng tâm G (chính giữa thanh AB)
- Phản lực $\vec{N}_1$ của mặt ngang tại A
- Phản lực $\vec{N}_2$ của trụ D tại A
- Phản lực $\vec{N}_3$ của mặt nghiêng tại B

+ Phương trình cân bằng lực:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}_3 = 0 \quad (1)$$

+ Chiếu (1) lên trục tọa độ Ax và Ay ta có:

$$Ax: N_2 - N_3 \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$Ay: N_1 - P + N_3 \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

+ Phương trình momen đối với trục quay qua A:

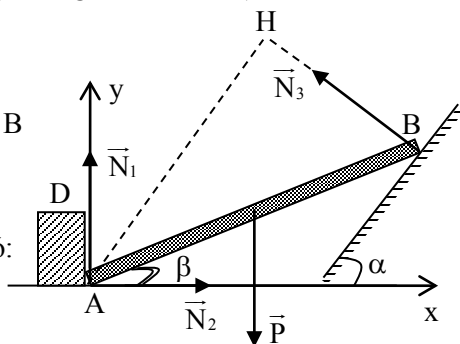
$$M_{(P)} = M_{(N_3)} \Leftrightarrow P. \frac{AB}{2} \cos \beta = N_3.AH = N_3.AB \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow P \cdot \cos \beta = 2N_3 \cdot \cos(\alpha - \beta) \Rightarrow N_3 = \frac{P \cdot \cos \beta}{2 \cos(\alpha - \beta)}$$

+ Từ (3) ta có: $N_1 = P - N_3 \cos \alpha = P \left(1 - \frac{\cos \beta}{2 \cos(\alpha - \beta)} \right)$

+ Từ (2) ta có: $N_2 = N_3 \sin \alpha = \frac{P \cdot \sin \alpha \cos \beta}{2 \cos(\alpha - \beta)}$

+ Vậy:



- Lực do AB đè lên mặt nghiêng là $N_3 = \frac{P \cdot \cos \beta}{2 \cos(\alpha - \beta)}$
- Lực do AB đè lên mặt ngang là $N_1 = P \left(1 - \frac{\cos \beta}{2 \cos(\alpha - \beta)} \right)$
- Lực do AB đè lên gờ D là $N_2 = \frac{P \cdot \sin \alpha \cos \beta}{2 \cos(\alpha - \beta)}$

Bài 28:

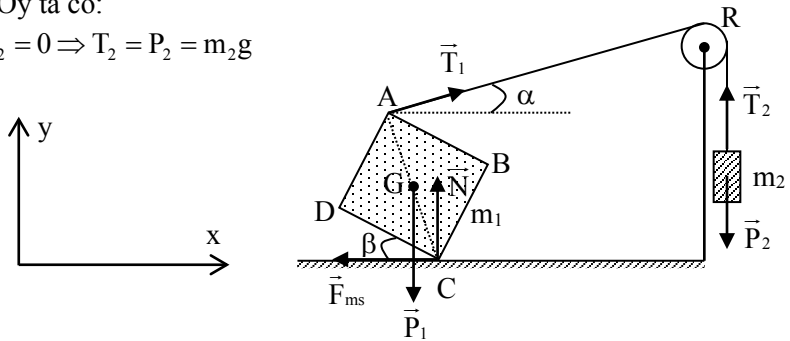
* Xét với vật M:

+ Các lực tác dụng lên vật M gồm: trọng lực $\vec{P}_2$ và lực căng dây $\vec{T}_2$

+ Khi vật M cân bằng thì: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = 0$ (1)

+ Chiếu (1) lên Oy ta có:

$$-P_2 + T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = P_2 = m_2 g$$



* Xét với khối lập phương ABCD:

+ Các lực tác dụng lên khối lập phương gồm: trọng lực $\vec{P}_1$ đặt ở trọng tâm khối lập phương, phản lực $\vec{N}$ đặt tại C, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ đặt tại C và lực căng dây $\vec{T}_1$ đặt tại A.

+ Điều kiện để khối lập phương đứng yên: $\vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{T}_1 = 0$ (2)

+ Chiếu (2) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } -F_{ms} + T_1 \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_{ms} = T_1 \cos \alpha \quad (3)$$

$$\text{Oy: } -P_1 + N + T_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow N = P_1 - T_1 \sin \alpha \quad (4)$$

+ Vì bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây không dẫn nên:

$$T_1 = T_2 = T = m_2 g \quad (5)$$

+ Thay (5) vào (3) và (4) ta có:
$$\begin{cases} F_{ms} = m_2 g \cos \alpha \\ N = P_1 - m_2 g \sin \alpha \end{cases}$$

+ Lại có: $m_2 g \cos \alpha = \mu (P_1 - m_2 g \sin \alpha) \Rightarrow \mu = \frac{m_2 g \cos \alpha}{P_1 - m_2 g \sin \alpha}$ (6)

+ Áp dụng điều kiện cân bằng đối với trục quay qua C ta có:

$$M_{(T_1)} = M_{(P_1)} \Leftrightarrow T_1 \cdot AC = P_1 \cdot GC \cdot \cos(45^\circ + \beta)$$

$$\Rightarrow T_1.AC = P_1.\frac{AC}{2}.\cos(45^\circ + \beta) \Leftrightarrow m_2g = \frac{m_1g}{2}\cos(45^\circ + \beta)$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{2}\cos(45^\circ + \beta) = \frac{8}{2}\cos(45^\circ + 15^\circ) = 2\text{kg} \quad (7)$$

$$+ \text{Thay (7) vào (6)} \Rightarrow \mu = \frac{2.10.\cos 30^\circ}{8.10 - 2.10.\sin 30^\circ} \approx 0,24$$

Bài 29:

a) Đặt $AC = BC = a$, khi đó ta có:

$$\begin{cases} AB = 2AD = 2a \cos \alpha \\ BH = AB \sin \alpha = 2a \cos \alpha \cdot \sin \alpha \\ BK = \frac{a}{2} \sin \alpha \end{cases}$$

+ Các lực tác dụng lên thanh gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$
- Lực căng dây $\vec{T}$

+ Điều kiện cân bằng về momen với trục quay qua B ta có:

$$M_{(T)} = M_{(P)} \Leftrightarrow T.BH = P.BK$$

$$\Rightarrow T.2a \cos \alpha \cdot \sin \alpha = P.\frac{a}{2} \sin \alpha \Rightarrow T = \frac{P}{4 \cos \alpha} \quad (1)$$

$$+ \text{Điều kiện cân bằng về lực: } \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{T} = 0 \quad (*)$$

+ Chiều (*) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } N - T \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

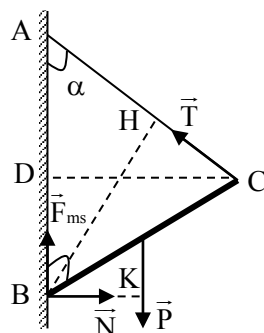
$$\text{Oy: } -P + F_{ms} + T \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

$$+ \text{Thay (1) vào (2) ta có: } N = \frac{P \sin \alpha}{4 \cos \alpha} = \frac{P \tan \alpha}{4}$$

$$+ \text{Thay (1) vào (3) ta có: } F_{ms} = P - T \cos \alpha = P - \frac{P}{4} = \frac{3P}{4}$$

$$+ \text{Để thanh không trượt thì: } F_{ms} \leq \mu N \Leftrightarrow \frac{3P}{4} \leq \mu P \tan \alpha \Rightarrow \mu \geq \frac{3}{\tan \alpha}$$

$$\text{b) Với } \mu < 1 \Rightarrow \frac{3}{\tan \alpha} < 1 \Rightarrow \tan \alpha > 3 \Rightarrow \alpha > 71,565^\circ$$



Bài 30: Các lực tác dụng lên thang gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ của người
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Các lực được biểu diễn như hình

+ Điều kiện cân bằng về lực:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (*)$$

+ Chiếu (*) lên Ox, Oy ta có:

$$\text{Ox: } N_2 - F_{ms} = 0 \Rightarrow N_2 = F_{ms} \quad (1)$$

$$\text{Oy: } -P + N_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P \quad (2)$$

+ Điều kiện cân bằng momen với trục quay qua B:

$$M_{(N_2)} = M_{(P)} \Leftrightarrow N_2 \cdot \ell \cdot \sin 60^\circ = P \cdot \frac{h}{\tan 60^\circ}$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{P}{\tan 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} \frac{h}{\ell} \quad (3)$$

+ Thay (3) vào (1) ta có: $F_{ms} = \frac{P}{\tan 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} \frac{h}{\ell}$

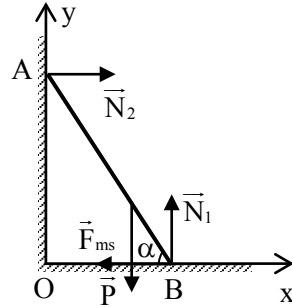
+ Để thang không trượt thì: $F_{ms} \leq \mu N_1 \Leftrightarrow \frac{P}{\tan 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} \frac{h}{\ell} \leq \mu P$

$$\Rightarrow h \leq \mu \ell \tan 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$$

a) Khi $\mu = 0,5 \Rightarrow h \leq 0,5 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,75(\text{m}) \Rightarrow h_{\max} = 3,75(\text{m})$

b) Khi $\mu = 0,7 \Rightarrow h \leq 0,7 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5,25(\text{m}) > OA = \ell \sin 60^\circ = 4,33$

$$\Rightarrow h_{\max} = 4,33(\text{m})$$



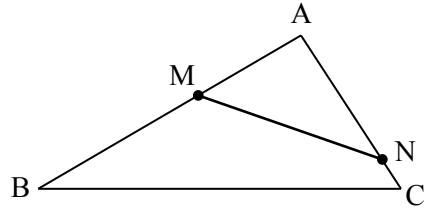
Hình vẽ

Dạng 3. CÁC DẠNG CÂN BẰNG CỦA VẬT. CÂN BẰNG CỦA MỘT VẬT CÓ MẶT CHÂN ĐẾ.

- + Khi đưa vật rời khỏi vị trí cân bằng một đoạn:
 - ✓ Nếu trọng tâm của vật hạ xuống thấp hơn thì đó là cân bằng không bền.
 - ✓ Nếu trọng tâm của vật dịch lên cao hơn thì đó là cân bằng bền.
 - ✓ Nếu độ cao của trọng tâm không thay đổi thì đó là cân bằng phiếm định
- + Điều kiện cân bằng của một vật có mặt chân đế là giá của trọng lực phải xuyên qua mặt chân đế (hay trọng tâm “rơi” trên mặt chân đế).
- + Muốn tăng mức vững vàng của vật có mặt chân đế thì hạ thấp trọng tâm và tăng diện tích mặt chân đế của vật.

Ví dụ 1: Một khung dây kim loại ABC

với $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{B} = 30^\circ$, BC nằm ngang, khung nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Có hai viên bi giống hệt nhau trượt dễ dàng trên hai thanh AB và AC. Hai viên bi được nối với nhau bằng thanh nhẹ MN. Khi thanh cân bằng thì $\widehat{AMN} = \alpha$.



- a) Tính góc α .
- b) Cân bằng trên là bền hay không bền.

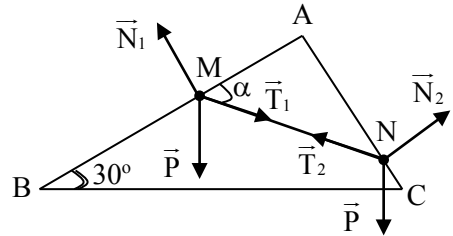
Hướng dẫn

a) Các lực tác dụng lên viên bi ở M gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_1$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$ (với $T_1 = T$)

+ Các lực tác dụng lên viên bi ở N gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_2$
- Lực căng dây $\vec{T}_2$ (với $T_2 = T$)



+ Điều kiện cân bằng của 2 viên bi:
$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = 0 & (1) \\ \vec{P} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

+ Chiều (1) lên AB, chiều (2) lên AC ta có:
$$\begin{cases} P \sin 30^\circ = T \cos \alpha \\ P \sin 60^\circ = T \sin \alpha \end{cases}$$

+ Vế chia vế $\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

b) Gọi chiều dài của thanh MN là a

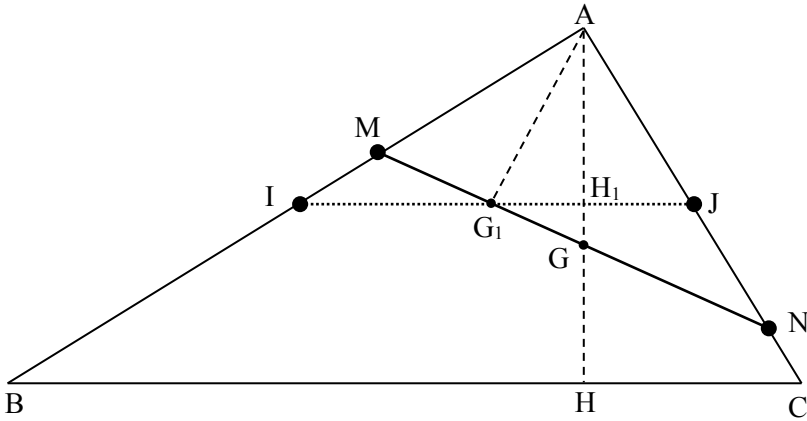
* Xét khi thanh cân bằng ở vị trí MN, lúc này trọng tâm G của thanh MN cách A theo phương thẳng đứng đoạn x.

$$+ \text{Ta có: } AM = MN \cdot \cos 60^\circ = \frac{MN}{2} = \frac{a}{2} = MG \Rightarrow \Delta AMG \text{ đều} \Rightarrow AG = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAG} = 60^\circ \Rightarrow AG \perp BC$$

$$\Rightarrow G \text{ cách A theo phương thẳng đứng đoạn } x = AG = \frac{a}{2}$$

* Cho thanh MN di chuyển đến vị trí IJ // BC, lúc này trọng tâm G_1 của thanh MN cách A theo phương thẳng đứng đoạn $y = AH_1$.



$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} AI = IJ \cdot \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH_1 = IA \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4} = y \\ \widehat{AIH_1} = 30^\circ \end{cases}$$

+ Vì $x = \frac{a}{2} > y = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ trọng tâm G_1 dịch lên cao hơn so với lúc đầu nên cân bằng bền

Chú ý:

- Dù thanh MN có di chuyển như thế nào thì chiều dài MN vẫn không đổi và bằng a $\Rightarrow$ khi M dịch xuống I thì N dịch lên J.
- Mặc dù thanh MN nhẹ nhưng vì gắn hai vật giống nhau ở hai đầu nên xem như thanh có trọng lượng bằng trọng lượng của hai vật và đặt ở chính giữa thanh MN nên $MG = IG_1 = 0,5a$.

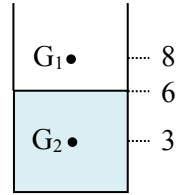
Ví dụ 2: Một cốc thủy tinh, thành cốc thẳng đứng có vạch chia độ. Cốc có khối lượng 180 g và trọng tâm ở vạch số 8 (kể từ dưới đáy trở lên). Đổ vào li 120 g nước thì mực nước tới vạch số 6. Hỏi trọng tâm của cốc chứa nước ở vạch số mấy và so sánh sự bền vững của cốc trước và sau khi đổ nước.

Hướng dẫn

+ Gọi G_1 , G_2 lần lượt là trọng tâm của cốc khi không chứa nước và trọng tâm của khối nước; G là trọng tâm của cốc khi chứa nước.

$$+ \text{Ta có: } \frac{GG_1}{GG_2} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{GG_1}{GG_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{120}{180} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{GG_1}{GG_2} = \frac{2}{3}$$

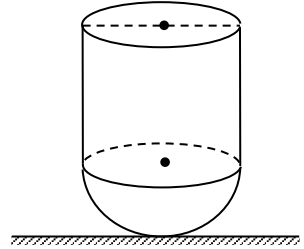
$$\Leftrightarrow \frac{GG_1}{GG_1 + GG_2} = \frac{2}{2+3} \Rightarrow \frac{GG_1}{G_1G_2} = \frac{2}{5} \quad (1)$$



+ Vì trọng tâm G_1 của cốc cách mặt nước 2 vạch, trọng tâm G_2 của khối nước cách mặt nước 3 vạch nên $G_1G_2 = 5$ vạch. Thay vào (1) ta có $GG_1 = 2$ vạch. Vậy trọng tâm G của cốc chứa nước nằm tại mặt nước (tức nằm tại vạch số 6).

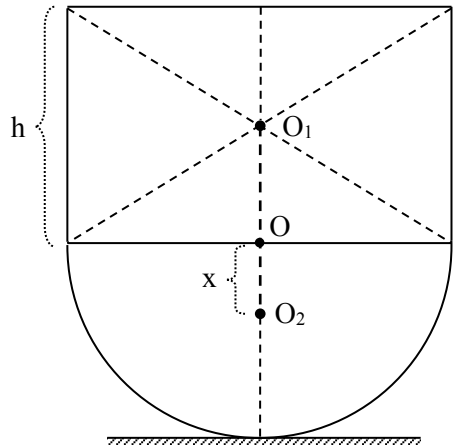
+ Khi chứa 120g nước trọng tâm G của cốc hạ xuống thấp hơn khi không chứa nước nên khi cốc chứa nước thì bền vững hơn khi không chứa nước.

Ví dụ 3: Người ta tiện một khúc gỗ thành một vật đồng chất có dạng như hình. Gồm một phần hình trụ chiều cao h tiết diện đáy có bán kính $R = 5\sqrt{2}$ cm, và một phần là bán cầu bán kính R . Muốn cho vật có cân bằng phiếm định thì h phải bằng bao nhiêu? Cho biết trọng tâm của một bán cầu bán kính R nằm thấp hơn mặt phẳng bán cầu một đoạn bằng $x = \frac{3R}{8}$.



Hướng dẫn

Ban đầu khi vật cân bằng trục đối xứng của nó hướng thẳng đứng. Nên khi ta đẩy nhẹ vật để trục đối xứng của nó nghiêng một góc nhỏ so với vị trí ban đầu thì độ cao của tâm O của bán cầu không thay đổi (cách mặt sàn một đoạn bằng bán kính R không đổi). Do đó để vật có thể cân bằng phiếm định, phần hình trụ phải có chiều cao h sao cho trọng tâm của vật phải nằm tại O . Gọi O_1 , O_2 là trọng tâm của các phần hình trụ và hình



bán cầu ta có:
$$\begin{cases} OO_1 = \frac{h}{2} \\ OO_2 = \frac{3R}{8} \end{cases} \quad (1)$$

+ Phần hình trụ có trọng lực $\vec{P}_1$, đặt tại O_1 , phần bán cầu có trọng lực $\vec{P}_2$, đặt tại O_2 . Áp dụng quy tắc hợp lực song song ta có: $\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{P_2}{P_1}$

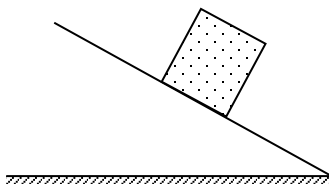
+ Vì vật đồng chất nên: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{\pi R^2 \cdot h} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{2R}{3h}$

$$\Rightarrow \frac{OO_1}{OO_2} = \frac{2R}{3h} \quad (2)$$

+ Thay (1) vào (2) ta có: $\Rightarrow \frac{\frac{h}{2}}{\frac{3R}{8}} = \frac{2R}{3h} \Leftrightarrow \frac{4h}{3R} = \frac{2R}{3h} \Rightarrow h = \frac{R}{\sqrt{2}} = 5(\text{cm})$

+ Vậy để vật có cân bằng phiếm định, chiều cao của phần hình trụ phải bằng 5 cm

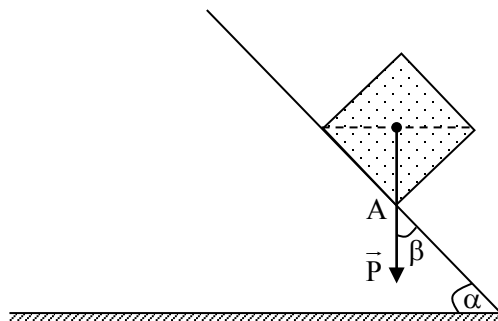
Ví dụ 4: Một khối lập phương đồng chất được đặt trên một mặt phẳng như hình vẽ. Hỏi phải nghiêng mặt phẳng đến góc nghiêng cực đại là bao nhiêu để khối lập phương không bị đổ.



Hướng dẫn

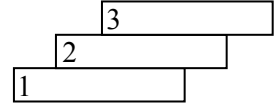
+ Khối lập phương là một vật có mặt chân đế. Góc nghiêng đạt đến giá trị cực đại khi giá của trọng lực $\vec{P}$ đi qua mép A của mặt chân đế.

+ Vì vật là khối lập phương nên $\Rightarrow \beta = 45^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$



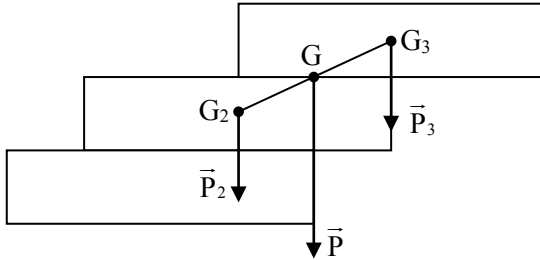
+ Vậy góc nghiêng cực đại của mặt phẳng nghiêng là $\alpha = 45^\circ$

Ví dụ 5: Có ba viên gạch chồng lên nhau sao cho một phần của viên gạch trên nhô ra khỏi viên gạch dưới. Hỏi mép phải của viên gạch trên cùng có thể nhô ra khỏi mép phải của viên gạch dưới cùng một đoạn cực đại bằng bao nhiêu? Cho biết chiều dài viên gạch bằng L .



Hướng dẫn

+ Khi hai viên gạch chồng lên nhau thì mặt chân đế của viên gạch ở trên là mặt tiếp xúc giữa hai viên gạch.



+ Để viên gạch 3 không bị đổ khỏi viên gạch 2 thì viên gạch 3 chỉ được phép nhô ra tối đa đoạn x sao cho giá của trọng lực $\vec{P}_3$ của viên gạch 3 phải đi qua mép phải của viên gạch 2 $\Rightarrow$ viên gạch 3 nhô ra tối đa đoạn $x = \frac{L}{2}$

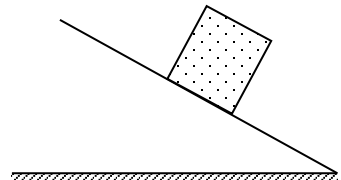
+ Gọi G là trọng tâm của hai viên gạch 2 và 3; h_2 và h_3 lần lượt là khoảng cách từ giá của trọng lực $\vec{P}_2$ và $\vec{P}_3$ đến giá của trọng lực $\vec{P}$. Áp dụng quy tắc hợp 2 lực song song cùng chiều $\vec{P}_2$ và $\vec{P}_3$ ta có: $P_2 \cdot h_2 = P_3 \cdot h_3$ (1)

+ Vì $P_2 = P_3 \Rightarrow h_2 = h_3$. Mặt khác: $h_2 + h_3 = \frac{L}{2} \xrightarrow{(1)} h_2 = h_3 = \frac{L}{4}$

+ Để hai viên gạch 2 và 3 không bị đổ khỏi viên gạch 1 thì trọng lực $\vec{P}$ của hai viên gạch 2 và 3 phải có giá đi qua mép phải của viên gạch 1. Suy ra viên gạch 2 nhô khỏi viên gạch 1 đoạn tối đa đoạn $y = h_3 = \frac{L}{4}$

+ Vậy viên gạch 3 nhô khỏi viên gạch 1 đoạn tối đa là: $\frac{L}{4} + \frac{L}{2} = \frac{3}{4}L$

Ví dụ 6: Một khối hộp có các cạnh $a = b = 20$ cm, $c = 40$ cm đặt trên mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt nằm ngang. Hệ số ma sát trượt giữa khối và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,6$. Nghiêng dần mặt phẳng nghiêng để tăng góc α . Hỏi khối hộp sẽ đổ hay trượt trước trong hai trường hợp sau:



- Mặt vuông tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng.
- Mặt chữ nhật tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng.

Hướng dẫn

+ Các lực tác dụng lên vật khi trượt gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Ta có: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiều (1) lên Ox và Oy ta có:

$$\text{Ox: } P \sin \alpha - F_{ms} = ma$$

$$\text{Oy: } N - P \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = P \cos \alpha$$

$$\Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu P \cos \alpha \Rightarrow a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

+ Vật trượt khi: $a \geq 0 \Leftrightarrow g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \geq 0$

$$\Rightarrow \tan \alpha \geq \mu = 0,6 \Rightarrow \alpha \geq 30,96^\circ \quad (2)$$

a) Mặt vuông tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng

+ Vật không đổ khi giá của trọng lực $\vec{P}$ qua mặt chân đế

+ Khi tăng dần góc nghiêng α thì giá của $\vec{P}$ tiến lại gần mép A của mặt chân đế

+ Vật bắt đầu bị đổ khi $\alpha \geq \widehat{HOA}$

$$\text{+ Lại có: } \tan \widehat{HOA} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{a}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{HOA} = 26,57^\circ \Rightarrow \alpha \geq 26,57^\circ \quad (3)$$

+ Từ (2) và (3) suy ra khi tăng dần α thì vật sẽ đổ trước khi trượt

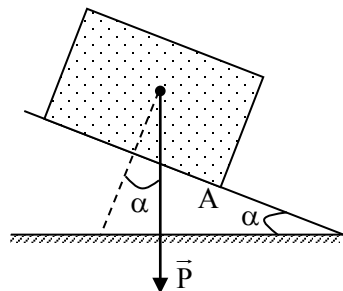
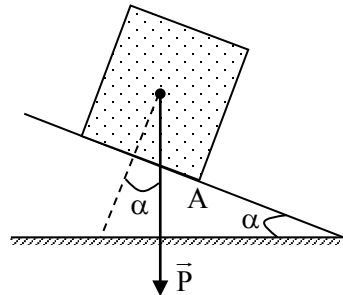
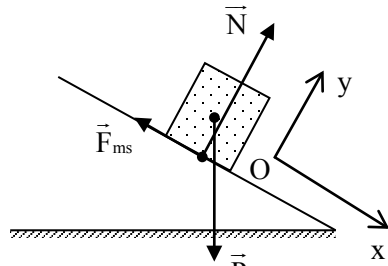
b) Mặt chữ nhật tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng

+ Vật bắt đầu bị đổ khi $\alpha \geq \widehat{HOA}$

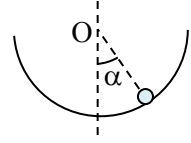
$$\text{+ Lại có: } \tan \widehat{HOA} = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{c}{a} = 2$$

$$\Rightarrow \widehat{HOA} = 63,43^\circ \Rightarrow \alpha \geq 63,43^\circ \quad (4)$$

+ Từ (2) và (4) suy ra khi tăng dần α thì vật sẽ trượt trước khi đổ.



Ví dụ 7: Một cái chén có dạng nửa mặt cầu bán kính R đặt ngửa sao cho trục đối xứng của nó trùng với phương thẳng đứng. Người ta cho chén quay quanh trục với tần số f . Trong chén có một viên bi nhỏ quay cùng với chén. Hãy xác định góc α tạo bởi bán kính mặt cầu vẽ qua hòn bi với phương thẳng đứng khi cân bằng. Cân bằng là cân bằng bền hay không bền ?



Hướng dẫn

- + Chọn hệ quy chiếu gắn với chén
- + Các lực tác dụng lên viên bi gồm:
 - Trọng lực $\vec{P}$ của viên bi
 - Phản lực $\vec{N}$ của chén
 - Lực quán tính li tâm $F_{qt} = m\omega^2 r$

+ Ta có: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = 0$ (*)

+ Chọn chiều dương như hình

+ Chiều (*) lên chiều dương ta có:

$$F_{hl} = P \cdot \sin \alpha - F_{qt} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\text{+ Lại có: } \begin{cases} F_{qt} = m\omega^2 r = m\omega^2 R \cdot \sin \alpha \\ P = mg \end{cases} \quad (2)$$

+ Thay (2) vào (1) ta có: $g \sin \alpha - \omega^2 R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \\ \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R} = \frac{g}{4\pi^2 f^2 R} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{g}{4\pi^2 f^2 R}\right) \end{cases}$$

+ Như vậy, với mọi f ta luôn có một vị trí cân bằng ứng với $\alpha = 0$ (đáy chén) và nếu $\cos \alpha < 1$ thì ta có vị trí cân bằng thứ hai với $\alpha = \arccos\left(\frac{g}{4\pi^2 f^2 R}\right)$

* Bây giờ ta khảo sát tính bền vững ứng với các trường hợp trên:

+ Hợp các lực tác dụng lên hòn bi theo phương chiều lúc này là:

$$F_{hl} = mg \sin \alpha - m\omega^2 R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = m \sin \alpha (g - \omega^2 R \cdot \cos \alpha)$$

a) Khi viên bi ở đáy chén ($\alpha = 0$)

+ Đưa hòn bi lệch khỏi đáy M một góc nhỏ $\Rightarrow \alpha$ nhỏ $\Rightarrow \sin \alpha \approx \alpha \Rightarrow \cos \alpha \approx 1$.

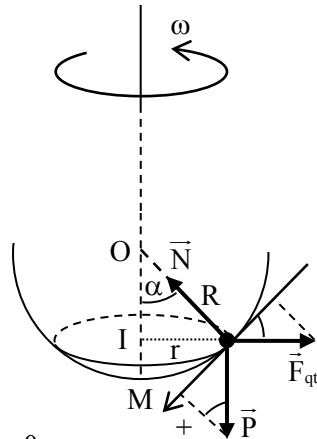
+ Hợp các lực tác dụng lên hòn bi theo phương Ox lúc này là:

$$F_{hl} \approx m \cdot \alpha (g - \omega^2 \cdot R) \quad (\alpha: \text{rad})$$

+ Nếu $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}} \Leftrightarrow f < \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow F_{hl} > 0 \Rightarrow F_{hl}$ sẽ kéo hòn bi trở lại M

$\Rightarrow$ cân bằng bền

+ Nếu $\omega > \sqrt{\frac{g}{R}} \Leftrightarrow f > \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow F_{hl} < 0 \Rightarrow F_{hl}$ không thể kéo hòn bi trở lại M



⇒ cân bằng không bền.

b) Khi viên bi không ở gần đáy chén thì $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$

+ Vì $\cos \alpha < 1 \Rightarrow \frac{g}{\omega^2 R} < 1 \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{R}} \Leftrightarrow f > \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$

+ Đưa hòn bi lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ (lên cao hoặc xuống thấp) thì:

- Nếu đưa hòn bi lên cao (α tăng) $\Rightarrow F_{hl} = m \sin \alpha (g - \omega^2 R \cdot \cos \alpha) > 0$
 $\Rightarrow$ hòn bi bị kéo tụt xuống $\Rightarrow$ cân bằng bền.
- Nếu đưa hòn bi xuống thấp (α giảm) $\Rightarrow F_{hl} = m \sin \alpha (g - \omega^2 R \cdot \cos \alpha) < 0$
 $\Rightarrow$ hòn bi bị kéo lên $\Rightarrow$ cân bằng bền.

Vậy có hai vị trí cân bằng là vị trí đáy chén và vị trí ứng với $\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 f^2 R}$

+ Ở đáy chén, hòn bi cân bằng bền nếu $f < \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$, cân bằng không bền nếu

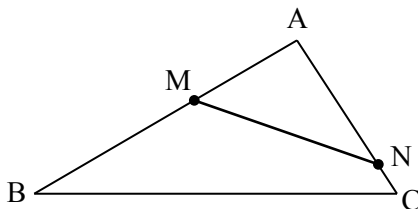
$$f > \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$$

+ Ở vị trí ứng với $\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 f^2 R}$ luôn có cân bằng bền nếu $f > \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

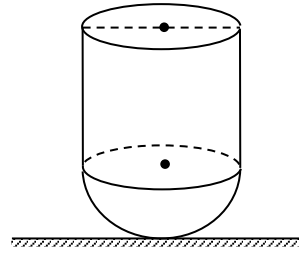
Bài 1: Một khung dây kim loại ABC với

$\hat{C} = 60^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$, BC nằm ngang, khung nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Có hai viên bi I và II trượt dễ dàng trên hai thanh tương ứng AB và AC. Hai viên bi được nối với nhau bằng thanh nhẹ MN. Khi thanh cân bằng thì $\hat{AMN} = \alpha$. Tính góc α , lực căng dây MN và các phản lực của hai thanh AB và BC. Biết trọng lượng của các viên bi lần lượt là $P_I = 100\text{N}$ và $P_{II} = 300\text{N}$.

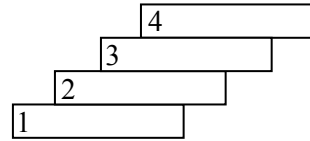


Bài 2: Một cốc thủy tinh, thành cốc thẳng đứng có vạch chia độ. Cốc có khối lượng 300 g và trọng tâm ở vạch số 7 (kể từ dưới đáy trở lên). Đổ vào li 100 g nước thì mực nước tới vạch số 6. Hỏi trọng tâm của cốc chứa nước ở vạch số mấy và so sánh sự bền vững của cốc trước và sau khi đổ nước.

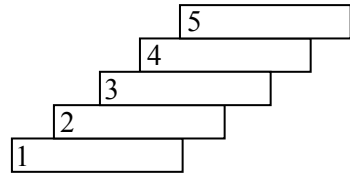
Bài 3: Người ta tiện một khúc gỗ thành một vật đồng chất có dạng như hình. Gồm một phần hình trụ chiều cao h tiết diện đáy có bán kính $R = 7\sqrt{2}$ cm, và một phần là bán cầu bán kính R . Muốn cho vật có cân bằng phiếm định thì h phải bằng bao nhiêu? Cho biết trọng tâm của bán cầu nằm cao hơn đáy bán cầu một đoạn bằng $x = \frac{5R}{8}$.



Bài 4: Có bốn viên gạch chồng lên nhau sao cho một phần của viên gạch trên nhô ra khỏi viên gạch dưới. Hỏi mép phải của viên gạch trên cùng có thể nhô ra khỏi mép phải của viên gạch dưới cùng một đoạn cực đại bằng bao nhiêu? Cho biết chiều dài viên gạch bằng L .

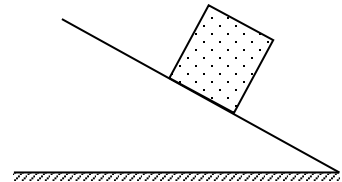


Bài 5: Có năm viên gạch chồng lên nhau sao cho một phần của viên gạch trên nhô ra khỏi viên gạch dưới. Hỏi mép phải của viên gạch trên cùng có thể nhô ra khỏi mép phải của viên gạch dưới cùng một đoạn cực đại bằng bao nhiêu? Cho biết chiều dài viên gạch bằng $2L$.



“Trích 423 bài toán Vật lí 10 – Trần Trọng Hưng”

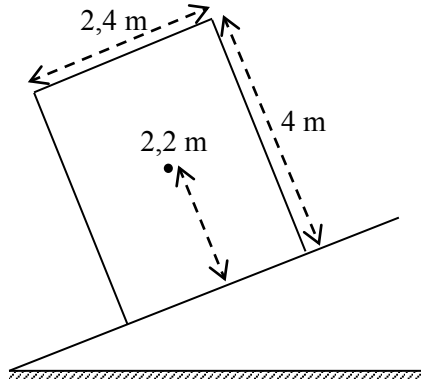
Bài 6: Một khối hộp có các cạnh $a = b = 20$ cm, $c = 30$ cm đặt trên mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt nằm ngang. Hệ số ma sát trượt giữa khối và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,7$. Nghiêng dần mặt phẳng nghiêng để tăng góc α . Hỏi khối hộp sẽ đổ hay trượt trước trong hai trường hợp sau:



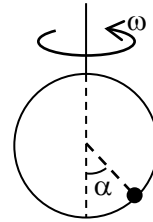
- Mặt vuông tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng.
- Mặt chữ nhật tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng.

“Trích 423 bài toán Vật lí 10 – Trần Trọng Hưng”

Bài 7: Một xe tải đang chạy trên một đoạn đường nghiêng. Xe cao 4 m, rộng 2,4 m và có trọng tâm ở cách mặt đường 2,2 m. Hỏi độ nghiêng tối đa của mặt đường để xe không bị lật đổ là bao nhiêu?

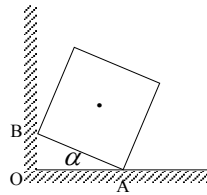


Bài 8: *Hình cầu bán kính R chứa một hòn bi ở đáy. Khi hình cầu quay quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc ω đủ lớn thì bi cùng quay với hình cầu, ở vị trí xác định bởi góc α . Xác định các vị trí cân bằng tương đối của viên bi và nghiên cứu sự bền vững của chúng.



“Trích giải Toán Vật lí 10 – Bùi Quang Hân”

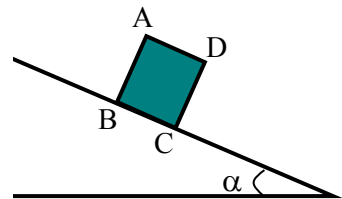
Bài 9: *Một khối gỗ lập phương cạnh a đặt trên sàn, kê một cạnh vào tường nhẵn. Mặt dưới hợp với sàn một góc α . Tìm điều kiện của góc α để khối gỗ cân bằng. Cho hệ số ma sát giữa khối gỗ và sàn là μ .



“Trích đề thi Olympic 30 – 4 – 2002”

Bài 10: *Khối hộp hình chữ nhật kích thước $AB = 2a$, $AD = a$ đặt trên mặt phẳng nghiêng như hình vẽ: Mặt phẳng nghiêng, nghiêng góc α so với phương ngang, hệ số ma sát nghỉ cực đại giữa khối hộp với mặt phẳng nghiêng là

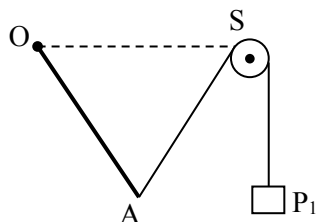
$$\mu_{N-\max} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



- a) Khối hộp nằm cân bằng trên mặt phẳng nghiêng. Biểu diễn các lực tác dụng lên khối hộp?

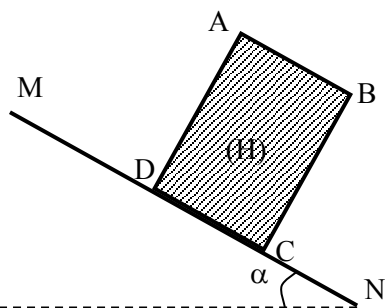
- b) Tìm $\alpha_{\max}$ để khối hộp vẫn nằm cân bằng trên mặt phẳng nghiêng?

Bài 11: Một thanh đồng chất trọng lượng $P = 2\sqrt{3}$ (N) có thể quay quanh một chốt ở đầu O. Đầu A của thanh được nối bằng dây không giãn vắt qua ròng rọc S với một vật có trọng lượng $P_1 = 1$ N. Biết S ở cùng độ cao với O và $OS = OA$. Khối lượng của ròng rọc và dây không đáng kể.



- a) Tính góc $\widehat{SOA} = \alpha$ ứng với cân bằng của hệ thống và tìm phản lực của chốt O.
b) Cân bằng là bền hay không bền ?

Bài 12: *Khối hộp chữ nhật (H) có tiết diện thẳng ABCD, chiều cao của khối hộp là $AD = 10\sqrt{3}$ cm và đáy $CD = 10$ cm. Đặt (H) trên mặt phẳng nghiêng MN. Lấy $g = 10$ m/s².



Hình 3

- a) Tìm góc nghiêng cực đại α_0 của MN để (H) còn chưa bị lật. Khi góc nghiêng của MN là α_0 ; muốn cho (H) không trượt trên MN thì hệ số ma sát nghỉ cực đại μ giữa (H) và MN phải là bao nhiêu?
- b) Trong trường hợp góc nghiêng của MN đã cho là α_0 , hệ số ma sát nghỉ cực đại (cũng là hệ số ma sát trượt) giữa (H) và MN là $\mu = 0,2$. Kéo MN theo phương ngang, sang phải với gia tốc a . Tìm điều kiện của gia tốc a để cho (H) không trượt trên MN. Coi rằng trong quá trình kéo (H) không bị lật.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

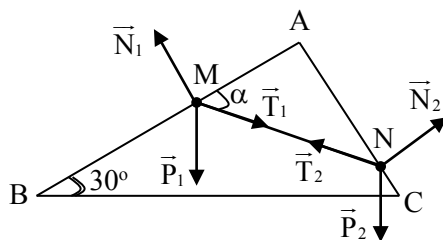
Bài 1:

+ Các lực tác dụng lên viên bi ở M gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_1$
- Phản lực $\vec{N}_1$
- Lực căng dây $\vec{T}_1$ (với $T_1 = T$)

+ Các lực tác dụng lên viên bi ở N gồm:

- Trọng lực $\vec{P}_2$
- Phản lực $\vec{N}_2$
- Lực căng dây $\vec{T}_2$ (với $T_2 = T$)



+ Điều kiện cân bằng của 2 viên bi:
$$\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = 0 & (1) \\ \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

+ Chiều (1) lên AB, chiều (2) lên AC ta có:
$$\begin{cases} P_1 \sin 30^\circ = T \cos \alpha \\ P_2 \sin 60^\circ = T \sin \alpha \end{cases}$$

+ Vẽ chia vế $\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{P_2 \sin 60^\circ}{P_1 \sin 30^\circ} \Leftrightarrow \tan \alpha = 3\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 79,106^\circ$

+ Lực căng dây MN là: $T = \frac{P_1 \sin 30^\circ}{\cos \alpha} = \frac{100 \cdot \sin 30^\circ}{\cos 79,106^\circ} = 264,575(\text{N})$

+ Chiều (1) lên phương vuông góc với AB ta có:

$$N_1 = P_1 \cos 30^\circ + T \sin \alpha = 100 \cdot \cos 30^\circ + 264,575 \cdot \sin 79,106^\circ = 346,41(\text{N})$$

+ Chiều (2) lên phương vuông góc với AC ta có:

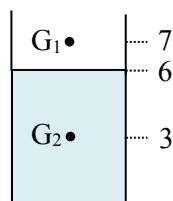
$$N_2 = P_2 \cos 60^\circ + T \cos \alpha = 300 \cos 60^\circ + 264,575 \cos 79,106^\circ = 200(\text{N})$$

Bài 2:

+ Gọi G_1 , G_2 lần lượt là trọng tâm của cốc khi không chứa nước và trọng tâm của khối nước; G là trọng tâm của cốc khi chứa nước.

+ Ta có: $\frac{GG_1}{GG_2} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{GG_1}{GG_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{GG_1}{GG_2} = \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow \frac{GG_1}{GG_1 + GG_2} = \frac{1}{1+3} \Rightarrow \frac{GG_1}{G_1 G_2} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

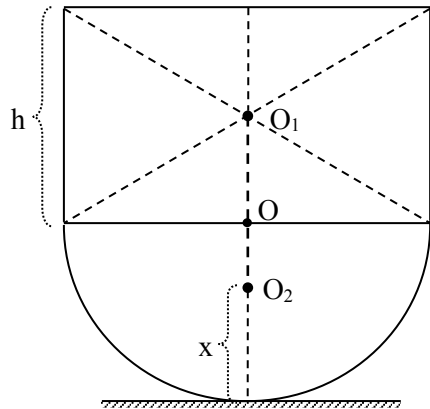


+ Vì trọng tâm G_1 của cốc cách mặt nước 1 vạch, trọng tâm G_2 của khối nước cách mặt nước 3 vạch nên $G_1 G_2 = 4$ vạch. Thay vào (1) ta có $GG_1 = 1$ vạch. Vậy trọng tâm G của cốc chứa nước nằm tại mặt nước (tức nằm tại vạch số 6).

+ Khi chứa 100g nước trọng tâm G của cốc hạ xuống thấp hơn khi không chứa nước nên khi cốc chứa nước thì bền vững hơn khi không chứa nước.

Bài 3:

Ban đầu khi vật cân bằng trục đối xứng của nó hướng thẳng đứng. Nên khi ta đẩy nhẹ vật để trục đối xứng của nó nghiêng một góc nhỏ so với vị trí ban đầu thì độ cao của tâm O của bán cầu không thay đổi (cách mặt sàn một đoạn bằng bán kính R không đổi). Do đó để vật có thể cân bằng phiếm định, phần hình trụ phải có chiều cao h sao cho trọng tâm của vật phải nằm tại O. Gọi O_1 , O_2 là trọng tâm của các phần hình trụ và hình



bán cầu ta có:
$$\begin{cases} OO_1 = \frac{h}{2} \\ OO_2 = R - \frac{5R}{8} = \frac{3R}{8} \end{cases} \quad (1)$$

+ Phần hình trụ có trọng lực $\vec{P}_1$, đặt tại O_1 , phần bán cầu có trọng lực $\vec{P}_2$, đặt tại O_2 . Áp dụng quy tắc hợp lực song song ta có: $\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{P_2}{P_1}$

+ Vì vật đồng chất nên: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{\pi R^2 \cdot h} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{2R}{3h}$

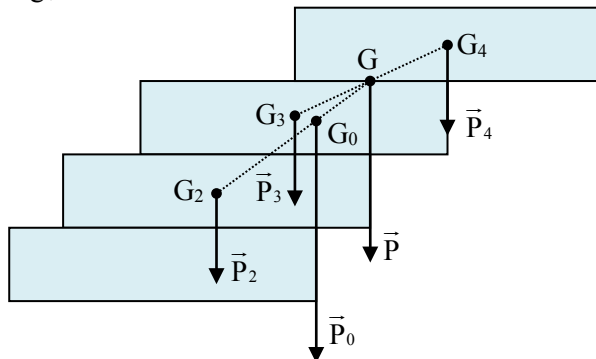
$$\Rightarrow \frac{OO_1}{OO_2} = \frac{2R}{3h} \quad (2)$$

+ Thay (1) vào (2) ta có: $\Rightarrow \frac{\frac{h}{2}}{\frac{3R}{8}} = \frac{2R}{3h} \Leftrightarrow \frac{4h}{3R} = \frac{2R}{3h} \Rightarrow h = \frac{R}{\sqrt{2}} = 7(\text{cm})$

+ Vậy để vật có cân bằng phiếm định, chiều cao của phần hình trụ phải bằng 5 cm

Bài 4:

+ Khi hai viên gạch chồng lên nhau thì mặt chân đế của viên gạch ở trên là mặt tiếp xúc giữa hai viên gạch.



+ Để viên gạch 4 không bị đổ khỏi viên gạch 3 thì viên gạch 4 chỉ được phép nhô ra tối đa đoạn x sao cho giá của trọng lực $\bar{P}_4$ của viên gạch 4 phải đi qua mép phải của viên gạch 3 $\Rightarrow$ viên gạch 4 nhô ra tối đa đoạn $x = \frac{L}{2}$

+ Gọi G là trọng tâm của hai viên gạch 3 và 4; h_3 và h_4 lần lượt là khoảng cách từ giá của trọng lực $\vec{P}_3$ và $\vec{P}_4$ đến giá của trọng lực $\vec{P}$. Áp dụng quy tắc hợp 2 lực song song cùng chiều $\vec{P}_3$ và $\vec{P}_4$ ta có: $P_3.h_3 = P_4.h_4$ (1)

$$+ \forall i \ P_3 = P_4 \Rightarrow h_3 = h_4. \text{ Mặt khác: } h_3 + h_4 = \frac{L}{2} \xrightarrow{(1)} h_3 = h_4 = \frac{L}{4} \quad (2)$$

+ Để hai viên gạch 3 và 4 không bị đổ khỏi viên gạch 2 thì trọng lực $\vec{P}$ của hai viên gạch 3 và 4 phải có giá đi qua mép phải của viên gạch 2. Suy ra viên gạch 3 nhô khỏi viên gạch 2 đoạn tối đa đoạn $h_4 = \frac{L}{4}$

+ Gọi G_0 là trọng tâm của ba viên gạch 2, 3 và 4; h_2 và h lần lượt là khoảng cách từ giá của trọng lực $\vec{P}_2$ và $\vec{P}$ đến giá của trọng lực $\vec{P}_0$. Áp dụng quy tắc hợp 2 lực song song cùng chiều $\vec{P}_2$ và $\vec{P}$ ta có: $P_2 \cdot h_2 = P \cdot h$ (3)

$$+ \text{Vói: } P = P_3 + P_4 = 2P_2 \xrightarrow{(3)} P_2 \cdot h_2 = 2P_2 \cdot h \Rightarrow h_2 = 2h \quad (4)$$

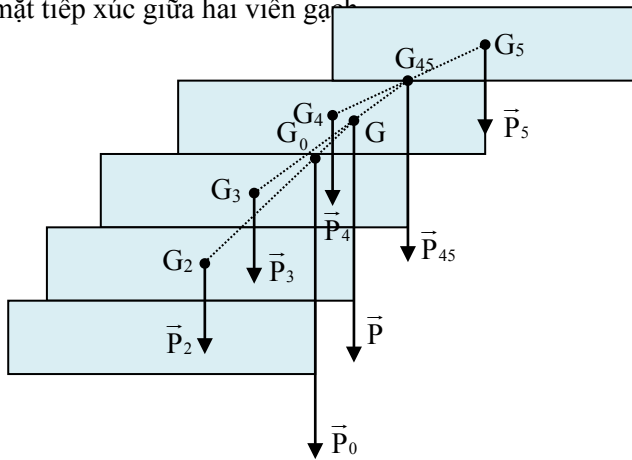
+ Mặt khác: $h_2 + h = \frac{L}{2} \xrightarrow{(4)} h = \frac{L}{6}$

+ Để ba viên gạch 2, 3 và 4 không bị đổ khỏi viên gạch 1 thì trọng lực $\vec{P}_0$ của ba viên gạch 2, 3 và 4 phải có giá đi qua mép phải của viên gạch 1. Suy ra viên gạch 2 nhô khỏi viên gạch 1 đoạn tối đa đoạn $h = \frac{L}{6}$

+ Vậy viên gạch 4 nhỏ hơn viên gạch 1 đoạn tối đa là: $\frac{L}{6} + \frac{L}{4} + \frac{L}{2} = \frac{11}{12}L$

Bài 5:

Khi hai viên gạch chồng lên nhau thì mặt chân đế của viên gạch ở trên là mặt tiếp xúc giữa hai viên gạch.



+ Để viên gạch 5 không bị đổ khỏi viên gạch 4 thì viên gạch 5 chỉ được phép nhô ra tối đa đoạn x sao cho giá của trọng lực $\vec{P}_5$ của viên gạch 5 phải đi qua mép phải của viên gạch 4 $\Rightarrow$ viên gạch 5 nhô ra tối đa đoạn $x = L$

+ Gọi G_{45} là trọng tâm của hai viên gạch 4 và 5; h_4 và h_5 lần lượt là khoảng cách từ giá của trọng lực $\vec{P}_4$ và $\vec{P}_5$ đến giá của trọng lực $\vec{P}_{45}$. Áp dụng quy tắc hợp 2 lực song song cùng chiều $\vec{P}_4$ và $\vec{P}_5$ ta có: $P_4 \cdot h_4 = P_5 \cdot h_5$ (1)

+ Vì $P_4 = P_5 \Rightarrow h_4 = h_5$. Mặt khác: $h_4 + h_5 = L \xrightarrow{(1)} h_4 = h_5 = \frac{L}{2}$ (2)

+ Để hai viên gạch 4 và 5 không bị đổ khỏi viên gạch 3 thì trọng lực $\vec{P}_{45}$ của hai viên gạch 4 và 5 phải có giá đi qua mép phải của viên gạch 3. Suy ra viên gạch 4 nhô khỏi viên gạch 3 đoạn tối đa đoạn $h_5 = \frac{L}{2}$

+ Gọi G là trọng tâm của ba viên gạch 3, 4 và 5; h_3 và h_{45} lần lượt là khoảng cách từ giá của trọng lực $\vec{P}_3$ và $\vec{P}_{45}$ đến giá của trọng lực $\vec{P}$. Áp dụng quy tắc hợp 2 lực song song cùng chiều $\vec{P}_3$ và $\vec{P}_{45}$ ta có: $P_3 \cdot h_3 = P_{45} \cdot h_{45}$ (3)

+ Với: $P_{45} = P_4 + P_5 = 2P_3 \xrightarrow{(3)} P_3 \cdot h_3 = 2P_3 \cdot h_{45} \Rightarrow h_3 = 2 \cdot h_{45}$ (4)

+ Mặt khác: $h_3 + h_{45} = L \xrightarrow{(4)} h_{45} = \frac{L}{3}$

+ Để ba viên gạch 3, 4 và 5 không bị đổ khỏi viên gạch 2 thì trọng lực $\vec{P}$ của ba viên gạch 3, 4 và 5 phải có giá đi qua mép phải của viên gạch 2. Suy ra viên gạch 3 nhô khỏi viên gạch 2 đoạn tối đa đoạn $h_{45} = \frac{L}{3}$

+ Gọi G_0 là trọng tâm của bốn viên gạch 2, 3, 4 và 5; h_2 và h lần lượt là khoảng cách từ giá của trọng lực $\vec{P}_2$ và $\vec{P}$ đến giá của trọng lực $\vec{P}_0$. Áp dụng quy tắc hợp 2 lực song song cùng chiều $\vec{P}_2$ và $\vec{P}$ ta có: $P_2 \cdot h_2 = P \cdot h$ (5)

+ Với: $P = P_3 + P_4 + P_5 = 3P_2 \xrightarrow{(5)} P_2 \cdot h_2 = 3P_2 \cdot h \Rightarrow h_2 = 3h$ (6)

+ Mặt khác: $h_2 + h = L \xrightarrow{(6)} h = \frac{L}{4}$

+ Để bốn viên gạch 2, 3, 4 và 5 không bị đổ khỏi viên gạch 1 thì trọng lực $\vec{P}_0$ của bốn viên gạch 2, 3, 4 và 5 phải có giá đi qua mép phải của viên gạch 1. Suy ra viên gạch 2 nhô khỏi viên gạch 1 đoạn tối đa đoạn $h = \frac{L}{4}$

+ Vậy viên gạch 5 nhô khỏi viên gạch 1 đoạn tối đa là: $\frac{L}{4} + \frac{L}{3} + \frac{L}{2} + L = \frac{25}{12}L$

⚡ **Chú ý:** Từ bài trên ta thấy phần nhô ra của viên gạch thứ i (tính từ trên xuống) là $x_i = \frac{L}{i}$ (chiều dài viên gạch là $2L$).

Bài 6:

+ Các lực tác dụng lên vật khi trượt gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Ta có: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

+ Chiếu (1) lên Ox và Oy ta có:

Ox: $P \sin \alpha - F_{ms} = ma$

Oy: $N - P \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = P \cos \alpha$

$\Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu P \cos \alpha \Rightarrow a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

+ Vật trượt khi: $a \geq 0 \Leftrightarrow g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \geq 0$

$\Rightarrow \tan \alpha \geq \mu = 0,7 \Rightarrow \alpha \geq 35^\circ$ (2)

a) Mặt vuông tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng

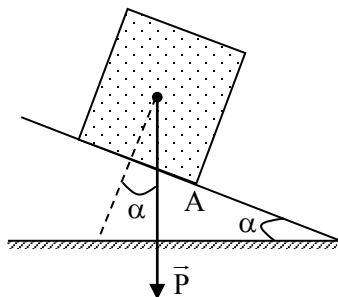
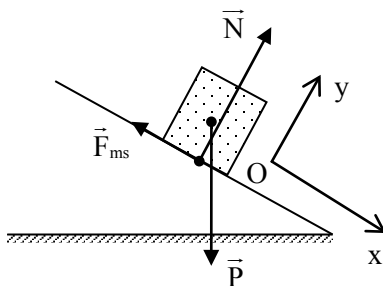
+ Vật không đổ khi giá của trọng lực $\vec{P}$ qua mặt chân đế

+ Khi tăng dần góc nghiêng α thì giá của $\vec{P}$ tiến lại gần mép A của mặt chân đế

+ Vật bắt đầu bị đổ khi $\alpha \geq \widehat{HOA}$

+ Lại có: $\tan \widehat{HOA} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{a}{c} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \widehat{HOA} = 33,69^\circ \Rightarrow \alpha \geq 33,69^\circ$ (3)



+ Từ (2) và (3) suy ra khi tăng dần α thì vật sẽ đổ trước khi trượt

b) Mặt chữ nhật tiếp xúc với mặt phẳng nghiêng

+ Vật bắt đầu bị đổ khi $\alpha \geq \widehat{HOA}$

$$+ \text{ Lại có: } \tan \widehat{HOA} = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{HOA} = 56,31^\circ \Rightarrow \alpha \geq 56,31^\circ \quad (4)$$

+ Từ (2) và (4) suy ra khi tăng dần α thì vật sẽ trượt trước khi đổ.

Bài 7: Đẻ xe không bị đổ

thì giá của trọng lực $\vec{P}$ phải

có giá đi qua mặt chân đế.

+ Góc nghiêng α sẽ lớn nhất khi giá của trọng lực $\vec{P}$ đi qua điểm A.

+ Từ hình vẽ ta có: $\alpha_{\max} = \widehat{AGH}$

$$+ \text{ Mà: } \tan \widehat{AGH} = \frac{AH}{GH} = \frac{1,2}{2,2} = \frac{6}{11}$$

$$\Rightarrow \widehat{AGH} = 28,61^\circ. \text{ Vậy góc nghiêng lớn nhất là } \alpha_{\max} = 28,61^\circ$$

Bài 8:

+ Chọn hệ quy chiếu gắn với hình cầu

+ Các lực tác dụng lên viên bi gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$ của viên bi
- Phản lực $\vec{N}$ của hình cầu
- Lực quán tính li tâm $F_{qt} = m\omega^2 r$

+ Ta có: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = 0 \quad (*)$

+ Chọn chiều dương như hình

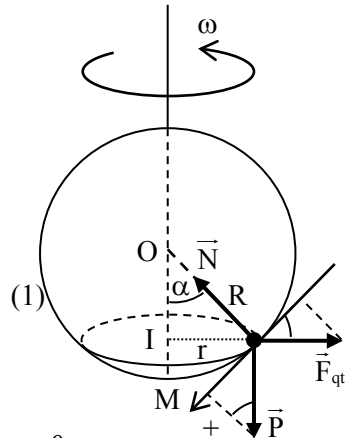
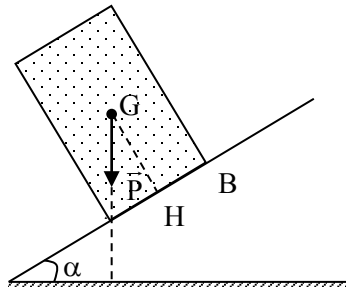
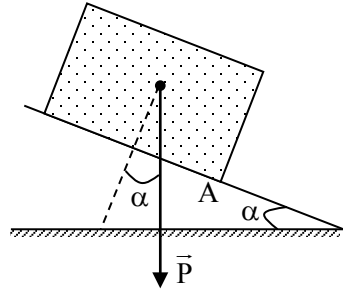
+ Chiếu (*) lên chiều dương ta có:

$$F_{hl} = P \cdot \sin \alpha - F_{qt} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$+ \text{ Lại có: } \begin{cases} F_{qt} = m\omega^2 r = m\omega^2 R \cdot \sin \alpha \\ P = mg \end{cases} \quad (2)$$

+ Thay (2) vào (1) ta có: $g \sin \alpha - \omega^2 R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \\ \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R} \Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{g}{\omega^2 R} \right) \end{cases}$$



+ Như vậy, với mọi ω ta luôn có một vị trí cân bằng ứng với $\alpha = 0$ (đáy hình cầu)

và nếu $\cos \alpha < 1$ thì ta có vị trí cân bằng thứ hai với $\alpha = \arccos\left(\frac{g}{\omega^2 R}\right)$

* Bây giờ ta khảo sát tính bền vững ứng với các trường hợp trên:

+ Hợp các lực tác dụng lên hòn bi theo phương chiều lúc này là:

$$F_{hl} = mg \sin \alpha - m\omega^2 R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = m \sin \alpha (g - m\omega^2 R \cdot \cos \alpha)$$

a) Khi viên bi ở đáy hình cầu ($\alpha = 0$)

+ Đưa hòn bi lệch khỏi đáy M một góc nhỏ $\Rightarrow \alpha$ nhỏ $\Rightarrow \sin \alpha \approx \alpha \Rightarrow \cos \alpha \approx 1$.

+ Hợp các lực tác dụng lên hòn bi theo phương Ox lúc này là:

$$F_{hl} \approx m \cdot \alpha (g - \omega^2 \cdot R) \quad (\alpha: \text{rad})$$

+ Nếu $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow F_{hl} > 0 \Rightarrow F_{hl}$ sẽ kéo hòn bi trở lại M $\Rightarrow$ cân bằng bền

+ Nếu $\omega > \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow F_{hl} < 0 \Rightarrow F_{hl}$ không thể kéo hòn bi trở lại M $\Rightarrow$ cân bằng không bền.

b) Khi viên bi không ở gần đáy quả cầu thì $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$

+ Vì $\cos \alpha < 1 \Rightarrow \frac{g}{\omega^2 R} < 1 \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{R}}$

+ Đưa hòn bi lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ (lên cao hoặc xuống thấp) thì:

- Nếu đưa hòn bi lên cao (α tăng) $\Rightarrow F_{hl} = m \sin \alpha (g - m\omega^2 R \cdot \cos \alpha) > 0$
 $\Rightarrow$ hòn bi bị kéo tụt xuống $\Rightarrow$ cân bằng bền.
- Nếu đưa hòn bi xuống thấp (α giảm) $\Rightarrow F_{hl} = m \sin \alpha (g - m\omega^2 R \cdot \cos \alpha) < 0$
 $\Rightarrow$ hòn bi bị kéo lên $\Rightarrow$ cân bằng bền.

Vậy có hai vị trí cân bằng là vị trí đáy hình cầu và vị trí ứng với $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$

+ Ở đáy hình cầu, hòn bi cân bằng bền nếu $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$, cân bằng không bền nếu

$$\omega > \sqrt{\frac{g}{R}}$$

+ Ở vị trí ứng với $\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$ luôn có cân bằng bền nếu $\omega > \sqrt{\frac{g}{R}}$

Bài 9:

+ Các lực tác dụng lên khối gỗ gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$
- Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$

+ Điều kiện cân bằng về lực:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (*)$$

+ Chiếu (*) lên Ox và Oy ta có:

$$\text{Ox: } N_2 - F_{ms} = 0 \Rightarrow N_2 = F_{ms} \quad (1)$$

$$\text{Oy: } N_1 - P = 0 \Rightarrow N_1 = P \quad (2)$$

+ Để khối gỗ không trượt:

$$F_{ms} \leq \mu N_1 \Leftrightarrow N_2 \leq \mu P \quad (3)$$

+ Điều kiện cân bằng về momen với trục quay qua A:

$$N_2 \cdot OB = P \cdot AH \quad (4)$$

+ Ta có:

$$OB = a \sin \alpha$$

$$AH = GA \cos(\alpha + 45^\circ)$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha \cos 45^\circ - \sin \alpha \sin 45^\circ) = \frac{a}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha)$$

+ Do đó (4) viết lại như sau:

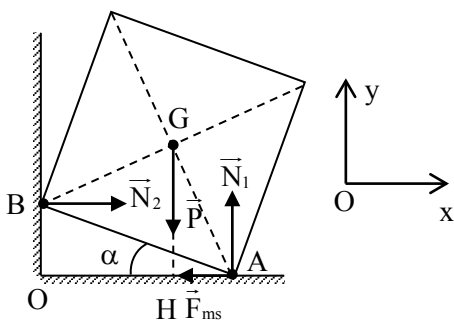
$$N_2 \cdot a \sin \alpha = P \cdot \frac{a}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha) \Rightarrow N_2 = \frac{P \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)}{2 \sin \alpha} \quad (5)$$

+ Thay (5) vào (3) ta có: $\frac{P \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)}{2 \sin \alpha} \leq \mu P \Rightarrow 2\mu \geq \frac{1}{\tan \alpha} - 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} \leq 1 + 2\mu \Rightarrow \tan \alpha \geq \frac{1}{1 + 2\mu} \Rightarrow \alpha \geq \arctan\left(\frac{1}{1 + 2\mu}\right)$$

+ Khi $\alpha > 45^\circ$ thì giá của trọng lực $\vec{P}$ rời mặt chân đế $\Rightarrow$ khối gỗ sẽ bị lật

+ Vậy để khối gỗ cân bằng không bị đổ thì $\arctan\left(\frac{1}{1 + 2\mu}\right) \leq \alpha \leq 45^\circ$



Bài 10:

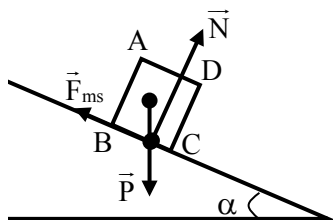
a) Biểu diễn các lực tác dụng lên khối hộp

b) Điều kiện để khối hộp nằm cân bằng trên mặt phẳng nghiêng:

+ Tổng lực tác dụng lên vật bằng không:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

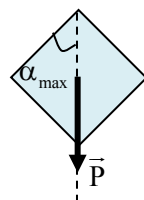
+ Chiếu lên các trục tọa độ ta thu được:



$$\begin{cases} P \sin \alpha - F_{ms} = 0 \\ N = P \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow P \sin \alpha - \mu_N N = 0 \Leftrightarrow P \sin \alpha - \mu_N P \cos \alpha = 0 \Rightarrow \tan \alpha = \mu_N$$

$$\Rightarrow \tan \alpha_{\max} = \mu_{N-\max} \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha_{\max} = 30^\circ$$



+ Giá của trọng lực phải rơi vào mặt chân đế BC:

$$+ \text{ Từ hình vẽ ta có: } \tan \alpha_{\max} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_{\max} = 26,6^\circ$$

$$+ \text{ Kết hợp cả hai điều kiện ta có: } \alpha_{\max} = 26,6^\circ$$

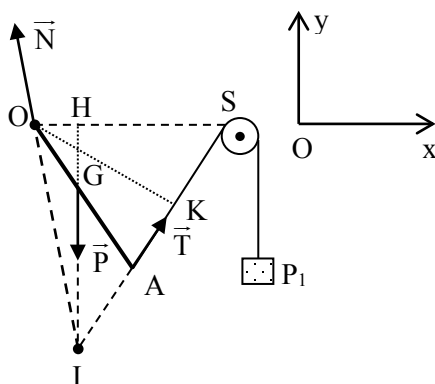
Bài 11:

+ Các lực tác dụng lên thanh OA gồm:

- Trọng lực $\vec{P}$
- Lực căng dây $\vec{T}$
- Phản lực $\vec{N}$

+ Vì trọng lực $\vec{P}$ và lực căng dây $\vec{T}$ đồng quy tại I nên để hệ cân bằng thì phản lực $\vec{N}$ phải có giá kéo dài qua I.

+ Vì phản lực $\vec{N}$ có giá đi qua trục quay O nên mô-men bằng 0. Do đó để thanh OA cân bằng thì: $M_{(P)} = M_T$



$$+ \text{ Vì tam giác AOS cân ở O nên: } \widehat{AOS} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow AK = OA \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$+ \text{ Do đó: } \begin{cases} M_{(P)} = OH \cdot P = \left(\frac{OA}{2} \cdot \cos \alpha \right) \cdot P \\ M_{(T)} = AK \cdot T = \left(OA \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right) \cdot T \end{cases}$$

$$+ \text{ Vậy ta có: } \left(\frac{OA}{2} \cdot \cos \alpha \right) \cdot P = \left(OA \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right) \cdot T \Leftrightarrow \frac{P}{2} \cdot \cos \alpha = T \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$+ \text{ Lại có: } T = P_1 \Rightarrow \frac{P}{2} \cdot \cos \alpha = P_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos \alpha = \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$+ \text{ Ta có: } \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \Rightarrow \sqrt{3} \left(2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right) = \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$+ \text{ Đặt } x = \cos \frac{\alpha}{2} > 0 \text{ (vì góc } \alpha < 90^\circ) \Rightarrow 2\sqrt{3}x^2 - x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

+ Phương trình cân bằng lực của thanh OA: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = 0$ (1)

+ Chiều (1) lên Ox ta có: $-N_x + T \cos 60^\circ = 0$

$$\Rightarrow N_x = T \cos 60^\circ = \frac{1}{2}(N)$$

+ Chiều (1) lên Oy ta có: $-P + N_y + T \sin 60^\circ = 0$

$$\Rightarrow N_y = P - T \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}(N)$$

+ Phản lực N là: $N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{7} = 2,65(N)$

b) Xét trạng thái cân bằng

+ Xét thanh ở góc lệch α bất kì:

+ Phương trình mômen: $M = P \frac{\ell}{2} \cos \alpha - T \ell \cos \frac{\alpha}{2}$ (chiều dương là chiều kim đồng

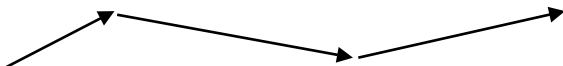
hồ) $\Rightarrow M = P \frac{\ell}{2} \left(2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right) - T \ell \cos \frac{\alpha}{2} = P \ell \cos^2 \frac{\alpha}{2} - T \ell \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\ell \cdot P}{2}$

$$\Rightarrow M = 2\sqrt{3}\ell \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \ell \cos \frac{\alpha}{2} - \sqrt{3}\ell \Rightarrow \Delta = 25\ell^2$$

+ Đặt $x = \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\ell \pm 5\ell}{2 \cdot 2\sqrt{3}\ell} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}; x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

+ Ta có bảng biến thiên:

x	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \qquad \qquad \frac{\sqrt{3}}{2}$				
M	+	0	-	0	+



+ Tại $x = \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow M = 0$ nên:

- Khi $\alpha = 60^\circ$ thì $M = 0$ hệ cân bằng.
- Khi $\alpha > 60^\circ \Rightarrow x = \cos \frac{\alpha}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M < 0$ thanh quay ngược chiều kim đồng hồ về vị trí cân bằng.
- Khi $\alpha < 60^\circ \Rightarrow x = \cos \frac{\alpha}{2} > \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M > 0$ thanh quay cùng chiều kim đồng hồ về vị trí cân bằng.

$\Rightarrow$ Vị trí cân bằng trên là cân bằng bền.

Bài 12:

a) Khi đường thẳng đứng qua trọng tâm còn nằm trong mặt chân đế, khối hộp H còn đứng vững: $\alpha_0 = \beta$

$$+ \text{ Mà: } \tan \beta = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \beta = 30^\circ \quad (1)$$

* Khi $\alpha = \alpha_0$

+ Khối hộp không trượt khi: $F_{ms} = P \cdot \sin \alpha$ và

$$F_{ms} \leq \mu \cdot P \cdot \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha \leq \mu \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \mu \geq \tan \alpha_0 \approx 0,58 \quad (2)$$

b) Nếu góc nghiêng của MN là $\alpha_0 = 30^\circ$; hệ số ma sát $\mu = 0,2$ và MN đứng yên thì H sẽ bị trượt xuống dưới.

Khi MN chuyển động sang phải với gia tốc $\vec{a}$, xét trong hệ quy chiếu gắn với mặt phẳng nghiêng MN, hộp H chịu thêm lực quán tính có chiều như hình vẽ.

* Để hộp H không trượt trên mặt phẳng nghiêng MN, hợp lực đặt vào khối hộp H:

$$\vec{F}_{hl} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \quad (*)$$

* Để khối H không bị trượt xuống dưới:

+ Xét điều kiện cân bằng tới hạn,

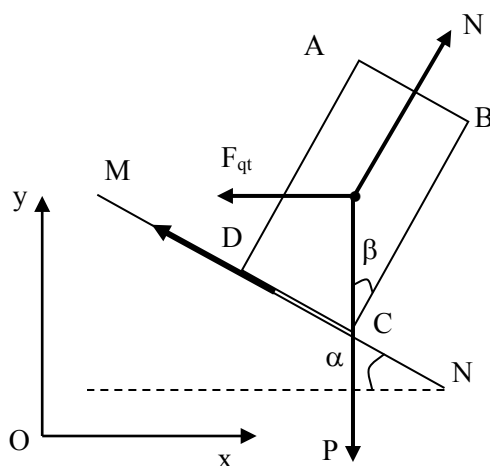
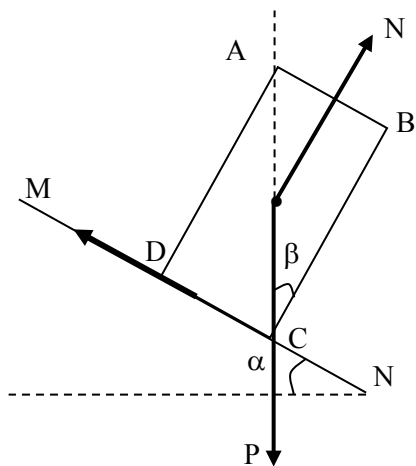
nghĩa là: $F_{ms} = F_{mst} = \mu N$ và khi đó lực ma sát có chiều hướng lên trên

+ Chiếu (*) lên Ox: $N \cdot \sin \alpha_0 - \mu \cdot N \cdot \cos \alpha_0 - m \cdot a = 0$

$$\Rightarrow N = \frac{ma}{\sin \alpha_0 - \mu \cos \alpha_0} = \frac{2ma}{1 - \mu\sqrt{3}} \quad (3)$$

+ Chiếu (*) lên Oy: $N \cdot \cos \alpha_0 + \mu \cdot N \cdot \sin \alpha_0 - m \cdot g = 0$

$$\Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha_0 + \mu \sin \alpha_0} = \frac{2mg}{\sqrt{3} + \mu} \quad (4)$$



+ So sánh (3) và (4) ta được: $a = g \cdot \left(\frac{1 - \mu\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \mu} \right) = 10 \cdot \left(\frac{1 - 0,2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 0,2} \right) = 3,38(\text{m} / \text{s}^2)$

Vậy muốn khối H không trượt xuống dưới thì $a \geq 3,38(\text{m} / \text{s}^2)$ (5)

* Để khối H không bị trượt lên

+ Lúc này lực ma sát có chiều hướng xuống;

+ Xét điều kiện cân bằng tới hạn, nghĩa

là: $F_{ms} = F_{mst} = \mu N$

+ Chiếu (*) lên Ox:

$$N \cdot \sin \alpha_0 + \mu \cdot N \cdot \cos \alpha_0 - m \cdot a = 0$$

$$\Rightarrow N = \frac{ma}{\sin \alpha_0 + \mu \cos \alpha_0} = \frac{2ma}{1 + \mu\sqrt{3}} \quad (6)$$

+ Chiếu (*) lên Oy:

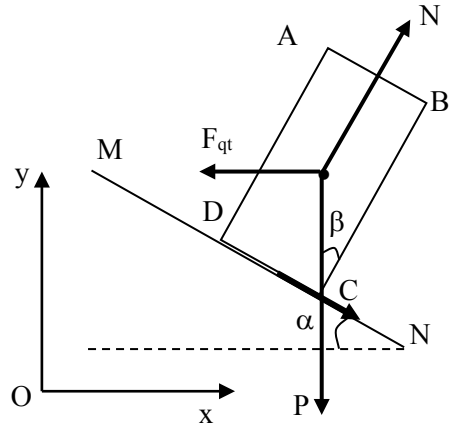
$$N \cdot \cos \alpha_0 - \mu \cdot N \cdot \sin \alpha_0 - m \cdot g = 0$$

$$\Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha_0 - \mu \sin \alpha_0} = \frac{2mg}{\sqrt{3} - \mu} \quad (7)$$

+ So sánh (6) và (7) ta được: $a = g \cdot \left(\frac{1 + \mu\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \mu} \right) = 10 \cdot \left(\frac{1 + 0,2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 0,2} \right) = 8,79(\text{m} / \text{s}^2)$

+ Vậy muốn khối H không trượt lên trên MN thì $a \leq 8,79(\text{m} / \text{s}^2)$ (8)

+ Kết hợp điều kiện (5) và (8) ta có: $3,38 \text{ m} / \text{s}^2 \leq a \leq 8,79 \text{ m} / \text{s}^2$



Dạng 4. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN NGẪU LỰC

- + Hai lực song song, ngược chiều, có độ lớn bằng nhau và cùng tác dụng vào một vật gọi là ngẫu lực.
- + Ngẫu lực tác dụng vào một vật chỉ làm cho vật quay chứ không tịnh tiến.
- + Momen của ngẫu lực: $M = F.d$

Trong đó:

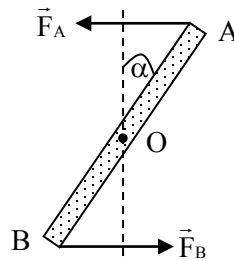
F là độ lớn của mỗi lực (N)

d là cánh tay đòn của ngẫu lực – khoảng cách giữa hai lực (m)

M là momen của ngẫu lực (N.m)

Chú ý: Người ta thường quy ước chiều dương của momen là chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ.

Ví dụ 1: Một chiếc thước có chiều dài $30\sqrt{3}$ cm có thể quay quanh trục thẳng đứng cố định tại tâm O. Hai lực song song, ngược chiều có cùng độ lớn $F_A = F_B = 2$ N tác dụng lên các đầu của thước tạo thành một ngẫu lực. Với $\alpha = 30^\circ$ thì độ lớn momen ngẫu lực khi thước có vị trí như hình vẽ bằng bao nhiêu ?



Hướng dẫn

+ Cánh tay đòn của ngẫu lực:

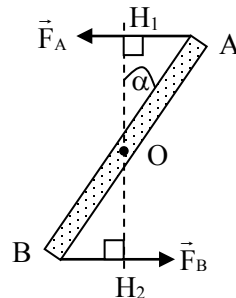
$$d = OH_1 + OH_2 = OA \cdot \cos \alpha + OB \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow d = \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha + \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha = AB \cos \alpha$$

$$\Rightarrow d = 0,3\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 0,45(\text{m})$$

+ Momen ngẫu lực khi đó:

$$M = F.d = 2 \cdot 0,45 = 0,9(\text{N.m})$$



Ví dụ 2: Một vật rắn phẳng, mỏng có dạng là một tam giác đều ABC, mỗi cạnh là $a = 10$ cm. Người ta tác dụng vào vật một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng của tam giác. Các lực có độ lớn là 5 N và đặt vào hai đỉnh A và B. Tính momen của ngẫu lực trong các trường hợp sau đây:

- Các lực vuông góc với cạnh AB.
- Các lực vuông góc với cạnh AC.
- Các lực song song với cạnh AC.

Hướng dẫn

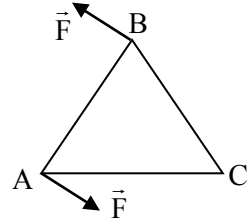
a) Các lực vuông góc với cạnh AB

+ Khi hai lực $\vec{F}$ cùng vuông góc với AB thì cánh tay đòn:

$$d = AB = 0,1 \text{ (m)}$$

+ Momen ngẫu lực khi đó là:

$$M = F.d = 5.0,1 = 0,5 \text{ (N.m)}$$



Hình a

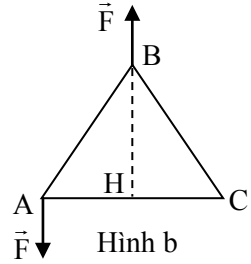
b) Các lực vuông góc với cạnh AC

+ Khi hai lực $\vec{F}$ cùng vuông góc với AC thì cánh tay đòn:

$$d = AH = \frac{AC}{2} = 5 \text{ (cm)} = 0,05 \text{ (m)}$$

+ Momen ngẫu lực khi đó là:

$$M = F.d = 5.0,05 = 0,25 \text{ (N.m)}$$



Hình b

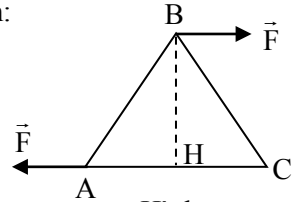
c) Các lực song song với cạnh AC

+ Khi hai lực $\vec{F}$ cùng song song với AC thì cánh tay đòn:

$$d = BH = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)} = 0,05\sqrt{3} \text{ (m)}$$

+ Momen ngẫu lực khi đó là:

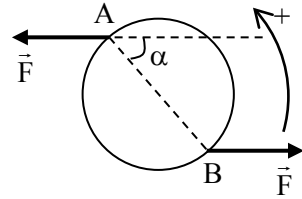
$$M = F.d = 5.0,05\sqrt{3} = 0,25\sqrt{3} \text{ (N.m)}$$



Hình c

Ví dụ 3: Trên một ổ khóa của cánh cửa có hình quả trám, người ta tác dụng một ngẫu lực được mô tả như hình vẽ bên.

- Xác định dấu của momen ngẫu lực.
- Vẽ cánh tay đòn của ngẫu lực.
- Viết biểu thức của momen ngẫu lực theo F , AB và góc α .



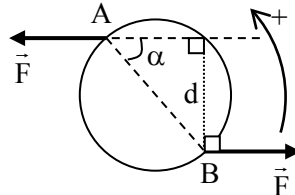
Hướng dẫn

a) Từ hình vẽ ta nhận thấy rằng ngẫu lực

$\vec{F}$ sẽ làm cho quả trám quay ngược chiều kim đồng hồ - cùng chiều với chiều dương đề đã cho trên hình vẽ nên momen của lực dương.

b) Cánh tay đòn của ngẫu lực là đường vuông góc của hai giá.

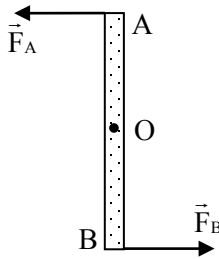
c) Biểu thức momen của ngẫu lực: $M = F.d = F.AB.\sin \alpha$



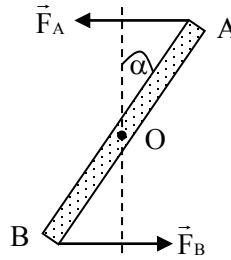
BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Một chiếc thước mảnh có trục quay nằm ngang đi qua trọng tâm O của thước. Dùng hai ngón tay tác dụng vào thước một ngẫu lực đặt vào hai điểm A và B cách nhau 4,5 cm và có độ lớn $F_A = F_B = 1\text{ N}$ (hình a).

- Tính momen của ngẫu lực.
- Thanh quay đi một góc $\alpha = 30^\circ$. Hai lực luôn luôn nằm ngang và vẫn đặt tại A và B (hình b). Tính momen của ngẫu lực.



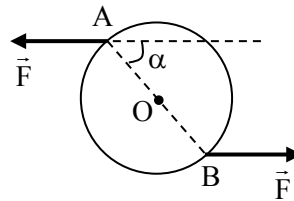
Hình a



Hình b

Bài 2: Trên một ổ khóa của một cánh cửa có hình quả cầu, người ta tác dụng một ngẫu lực $\vec{F}$ được mô tả như hình vẽ. Cho biết $OA = 5\text{ cm}$; $F = 10\text{ N}$; $\alpha = 30^\circ$.

- Xác định chiều quay của ổ khóa.
- Tính momen ngẫu lực.



Bài 3: Một vật rắn phẳng, mỏng có dạng là một tam giác đều ABC, mỗi cạnh là $a = 20\text{ cm}$. Người ta tác dụng vào vật một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng của tam giác. Các lực có độ lớn là 8 N và đặt vào hai đỉnh A và B. Tính momen của ngẫu lực trong các trường hợp sau đây:

- Các lực vuông góc với cạnh AB.
- Các lực vuông góc với cạnh AC.
- Các lực song song với cạnh AC.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1:

a) Cánh tay đòn lúc này là: $d = AB = 0,045 \text{ (m)}$

+ Momen ngẫu lực lúc này là: $M = F.d = 1.0,045 = 0,045 \text{ (N.m)}$

b) Cánh tay đòn của ngẫu lực: $d = 2 \cdot \left(\frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha \right) = 0,045 \cdot \cos 30^\circ = 0,225\sqrt{3} \text{ (m)}$

+ Momen ngẫu lực khi đó: $M = F.d = 1.0,225\sqrt{3} = 0,39 \text{ (N.m)}$

Bài 2:

a) Từ hình vẽ ta nhận thấy rằng ngẫu lực

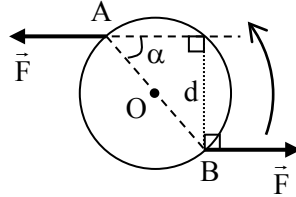
$\vec{F}$ sẽ làm cho quả cầu quay ngược chiều kim đồng hồ.

b) Cánh tay đòn của ngẫu lực:

$$d = AB \cdot \sin \alpha = 2 \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow d = 2 \cdot (5 \cdot 10^{-2}) \cdot \sin 30^\circ = 5 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}$$

+ Biểu thức momen của ngẫu lực: $M = F.d = 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 0,5 \text{ (N.m)}$



Bài 3:

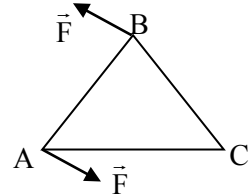
a) Các lực vuông góc với cạnh AB

+ Khi hai lực $\vec{F}$ cùng vuông góc với AB thì cánh tay đòn:

$$d = AB = 0,2 \text{ (m)}$$

+ Momen ngẫu lực khi đó là:

$$M = F.d = 8 \cdot 0,2 = 1,6 \text{ (N.m)}$$



Hình a

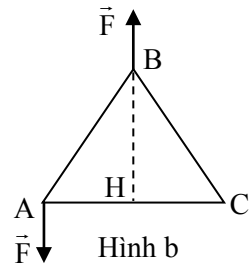
b) Các lực vuông góc với cạnh AC

+ Khi hai lực $\vec{F}$ cùng vuông góc với AC thì cánh tay đòn:

$$d = AH = \frac{AC}{2} = 10 \text{ (cm)} = 0,1 \text{ (m)}$$

+ Momen ngẫu lực khi đó là:

$$M = F.d = 8 \cdot 0,1 = 0,8 \text{ (N.m)}$$



Hình b

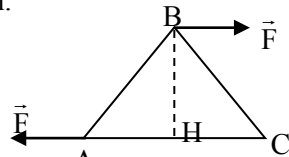
c) Các lực song song với cạnh AC

+ Khi hai lực $\vec{F}$ cùng song song với AC thì cánh tay đòn:

$$d = BH = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)} = 0,1\sqrt{3} \text{ (m)}$$

+ Momen ngẫu lực khi đó là:

$$M = F.d = 8 \cdot 0,1\sqrt{3} = 0,8\sqrt{3} \text{ (N.m)}$$



Hình c