

Phần 1.

Chuyên đề 6. QUANG HỆ GHÉP

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

I. KHÁI NIỆM – PHÂN LOẠI

- Quang hệ ghép là tập hợp từ hai quang hệ (gương, lưỡng chất, bản mặt song song, lăng kính, thấu kính...) trở lên ghép với nhau.
- Có hai cách ghép: ghép sát (khoảng cách giữa hai quang hệ liên tiếp bằng 0) và ghép cách quãng (khoảng cách giữa hai quang hệ liên tiếp khác 0).

II. QUÁ TRÌNH TẠO ẢNH QUA QUANG HỆ GHÉP

- Quá trình tạo ảnh qua quang hệ ghép tuân theo nguyên tắc: ảnh của quang hệ trước là vật của quang hệ kế tiếp.

- Mối quan hệ về vị trí ảnh – vật của hai quang hệ kế tiếp:

$$d_2 = l - d'_1 \quad (6.1)$$

(l là khoảng cách giữa hai quang hệ; d_2 là vị trí “vật” đối với quang hệ 2; d'_1 là vị trí “ảnh” đối với quang hệ 1).

III. PHƯƠNG PHÁP CHUNG GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ QUANG HỆ GHÉP

1. Phương pháp về sự tạo ảnh liên tiếp:

Có thể áp dụng cho trường hợp quang hệ ghép sát ($l = 0$) hoặc trường hợp quang hệ ghép cách quãng ($l \neq 0$).

- Viết sơ đồ tạo ảnh liên tiếp: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 \dots \xrightarrow{L_n} A_nB_n$.
- Áp dụng công thức đã biết của các quang hệ và công thức liên hệ giữa vị trí “ảnh” đối với quang hệ trước và “vật” đối với quang hệ sau.
- Vị trí ảnh cuối cùng là đối với quang hệ cuối cùng.

$$\text{* Chú ý: } k = k_1 k_2 \dots = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \dots = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2}{f_2 - d_2} \dots \quad (6.2)$$

2. Phương pháp “quang hệ tương đương”:

Thường được áp dụng đối với các quang hệ ghép sát ($l = 0$) như gương - thấu kính; thấu kính - thấu kính...

- Coi các quang hệ ghép sát tương đương với một quang hệ có tiêu cự f .
- Tiêu cự tương đương của một số quang hệ thường gặp:

+ Gương – thấu kính: Hệ tương đương với một gương, với:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_G} + \frac{2}{f_{TK}} \text{ hay } D = D_G + 2D_{TK} \quad (6.3)$$

(Gương phẳng: $f_G = \infty$ hay $D_G = 0$)

+ Thấu kính – thấu kính: Hệ tương đương với một thấu kính.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_{TK1}} + \frac{1}{f_{TK2}} \text{ hay } D = D_1 + D_2 \quad (6.4)$$

- Áp dụng các công thức đã biết đối với một quang hệ.

* Chú ý: $k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d} \quad (6.5)$

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

VỀ KIẾN THỨC VÀ KỸ NĂNG

1. Phương pháp tương đương thực chất cũng được xây dựng từ phương pháp về sự tạo ảnh liên tiếp với $l = 0$. Do đó có thể coi phương pháp tương đương là trường hợp đặc biệt của phương pháp về sự tạo ảnh liên tiếp.

2. Khi vẽ đường truyền của tia sáng qua các quang hệ cần chú ý:

- Đối với gương: Tuân theo định luật phản xạ ánh sáng, với:

+ Gương phẳng: Dựa vào công thức định luật: $i' = i$.

+ Gương cầu: Dựa vào đường đi của các tia đặc biệt và tia bất kì qua gương cầu.

- Đối với lưỡng chất phẳng, bản mặt song song, lăng kính, thấu kính: Tuân theo định luật khúc xạ ánh sáng, với:

+ Lưỡng chất phẳng, bản mặt song song, lăng kính: Dựa vào công thức định luật: $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r_1 \dots$

+ Thấu kính: Dựa vào đường đi của các tia đặc biệt và tia bất kì qua thấu kính.

3. Quang hệ trong suốt được mạ bạc thì lớp mạ được coi là gương phẳng (nếu mặt được mạ là mặt phẳng) và gương cầu (nếu mặt được mạ là mặt cầu).

4. Đối với thấu kính dày có thể được coi gồm hai hoặc ba quang hệ ghép: thấu kính - bản mặt song song (thấu kính phẳng - cong); thấu kính, bản mặt song song và thấu kính (thấu kính cong – cong).

VỀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Với dạng bài tập về quang hệ ghép **gương phẳng – gương phẳng**. Phương pháp giải là:

- Vận dụng các kiến thức:

+ Đặc điểm của sự tạo ảnh do phản xạ liên tiếp: ảnh của gương này là vật đối với gương kia.

+ Đối với mỗi lần phản xạ:

Góc phản xạ bằng góc tới: $i' = i$.

Ảnh và vật đối xứng nhau qua gương: $d' = -d$.

+ Kết hợp các kiến thức hình học để giải.

- Một số chú ý: Khi hai gương hợp với nhau góc α thì số ảnh tạo ra là:

$\frac{360^\circ}{\alpha} - 1$ (khi $\frac{360^\circ}{\alpha}$ chẵn hoặc khi $\frac{360^\circ}{\alpha} - 1$ lẻ nhưng vật nằm trên mặt phẳng phân giác hai gương) và $\frac{360^\circ}{\alpha}$ (khi $\frac{360^\circ}{\alpha}$ lẻ nhưng vật nằm ngoài mặt phẳng phân giác hai gương).

2. Với dạng bài tập về quang hệ ghép *gương cầu – gương phẳng; gương cầu – gương cầu*. Phương pháp giải là:

- Vận dụng các kiến thức:

+ Đặc điểm của sự tạo ảnh do phản xạ liên tiếp: ảnh của gương này là vật đối với gương kia.

+ Với mỗi lần tạo ảnh, áp dụng các công thức tương ứng:

Gương phẳng: $d' = d; k = 1$.

Gương cầu: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}; f = \frac{R}{2}; k = -\frac{d'}{d}$, R là bán kính gương.

Quan hệ: $d_2 = l - d'_1$, l là khoảng cách giữa hai gương.

- Một số chú ý:

+ Ảnh phụ thuộc vào thứ tự phản xạ (trừ trường hợp là điểm sáng thì ảnh của nó trùng với nó sau hai lần phản xạ).

+ Có thể coi gương phẳng là gương cầu có tiêu cự: $f = \infty$.

3. Với dạng bài tập về quang hệ ghép *lưỡng chất phẳng – gương phẳng; lưỡng chất phẳng – gương cầu*. Phương pháp giải là:

- Viết sơ đồ tạo ảnh liên tiếp qua hệ: $AB \xrightarrow{LCP} A_1B_1 \xrightarrow{G} A_2B_2 \xrightarrow{LCP} A'B'$

+ Với mỗi lần tạo ảnh, áp dụng các công thức tương ứng:

+ Lưỡng chất phẳng: $\frac{d}{n_1} + \frac{d'}{n_2} = 0$ hay $\frac{d}{n_1} = -\frac{d'}{n_2}$.

(1: môi trường tới, 2: môi trường khúc xạ)

+ Gương phẳng, gương cầu: như mục 2.

- Một số chú ý:

+ Bề dày của lớp môi trường tạo thành lưỡng chất phẳng tiếp xúc với gương phẳng phải được tính vào khoảng cách.

+ Bề dày của lớp môi trường tạo thành lưỡng chất phẳng tiếp xúc với gương cầu có thể được bỏ qua do điều kiện tương đương của gương cầu.

4. Với dạng bài tập về quang hệ ghép *bản mặt song song – gương phẳng; bản mặt song song – gương cầu*. Phương pháp giải là :

- Viết các sơ đồ tạo ảnh qua hệ:

+ Nếu vật đặt giữa gương và bản mặt song song:

$$AB \xrightarrow{BMSS} A_1B_1'; AB \xrightarrow{G} A_1B_1 \xrightarrow{BMSS} A_2'B_2'$$

+ Nếu vật đặt trước bản mặt song song:

$$AB \xrightarrow{BMSS} A_1B_1 \xrightarrow{G} A_2B_2 \xrightarrow{BMSS} A'B'$$

- Với mỗi lần tạo ảnh, áp dụng các công thức tương ứng:

+ Bản mặt song song: $d + d' = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$, e là bề dày của bản.

+ Gương cầu, gương phẳng: như mục 2.

- Một số chú ý: Với bản mặt song song có $n > 1$, ảnh dời so với vật theo chiều ánh sáng một đoạn $e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$ không đổi và ảnh- vật luôn có bản chất trái nhau.

5. Với dạng bài tập về quang hệ ghép *lăng kính – gương phẳng; lăng kính – lăng kính*. Phương pháp giải là:

- Áp dụng các công thức tương ứng:

+ Lăng kính – gương phẳng: Các công thức của lăng kính hoặc gương phẳng cho mỗi lần tạo ảnh.

+ Lăng kính – lăng kính: Nếu hai mặt sát nhau thì mặt tiếp xúc là mặt phân cách hai môi trường lăng kính; áp dụng liên tiếp các công thức về lăng kính.

- Một số chú ý: Lăng kính có tráng bạc một mặt thì mặt tráng bạc phản xạ ánh sáng như một gương phẳng với mọi góc tới.

6. Với dạng bài tập về quang hệ ghép *thấu kính – gương phẳng; thấu kính- gương cầu*. Phương pháp giải là:

- Viết các sơ đồ tạo ảnh liên tiếp:

+ Nếu vật đặt trước thấu kính:

$$AB \xrightarrow{TK} A_1B_1 \xrightarrow{G} A_2B_2 \xrightarrow{TK} A'B'.$$

+ Nếu vật đặt giữa thấu kính và gương:

$$AB \xrightarrow{TK} A_1B_1'; AB \xrightarrow{G} A_1B_1 \xrightarrow{TK} A'B'$$

- Với mỗi lần tạo ảnh, áp dụng các công thức tương ứng:

+ Thấu kính: $d' = \frac{df}{d-f}$; $k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d}$.

+ Gương phẳng, gương cầu như đã biết.

+ Quan hệ: $d_2 = l - d'_1$; l là khoảng cách giữa thấu kính và gương.

+ Số phóng đại của ảnh cuối cùng: $k = k_1 k_2 k_3$.

- Một số chú ý:

Công thức gương cầu và thấu kính hoàn toàn giống nhau, về quy ước dấu thì gương cầu lõm giống như thấu kính hội tụ; gương cầu lồi giống như thấu kính phân kì.

+ Nếu hệ ghép sát ta có thể sử dụng phương pháp tương đương để giải bài toán.

7. Với dạng bài tập về quang hệ ghép *thấu kính – lưỡng chất phẳng; thấu kính – bản mặt song song; thấu kính – lăng kính*. Phương pháp giải là:

- Áp dụng các công thức tương ứng sau mỗi lần tạo ảnh qua thấu kính, lưỡng chất phẳng, bản mặt song song và lăng kính như đã biết

- Một số chú ý:

+ Ảnh qua lưỡng chất phẳng luôn có bản chất trái với vật.

+ Ảnh qua bản mặt song song luôn dời đi theo chiều ánh sáng so với vật một đoạn $AA' = d + d'$.

+ Lăng kính chỉ có tính tương điểm gần đúng khi góc chiết quang nhỏ $\hat{A} < 10^\circ$ và lúc đó ảnh và vật cũng có bản chất trái nhau đồng thời tia ló luôn bị lệch về đáy hơn so với tia tới ($n > 1$).

8. Với dạng bài tập về quang hệ ghép *thấu kính- thấu kính*. Phương pháp giải là:

- Trường hợp hệ ghép sát: Có thể sử dụng phương pháp tương đương, với:

$$D = D_1 + D_2 \text{ hay } \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d}$$

- Trường hợp hệ ghép cách quãng: Sử dụng phương pháp tạo ảnh liên tiếp:

+ Viết sơ đồ tạo ảnh liên tiếp: $AB \xrightarrow{TK1} A_1B_1 \xrightarrow{TK2} A_2B_2 \dots$

+ Áp dụng các công thức về thấu kính và công thức liên hệ như đã biết..

- Một số chú ý:

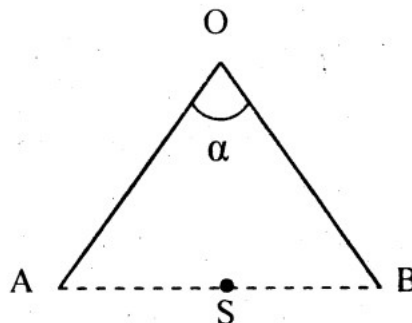
+ Hệ hai thấu kính ghép sát có diện tích khác nhau sẽ tạo ra hai ảnh do phần vành là một thấu kính đơn và phần giữa là một thấu kính ghép.

+ Hai thấu kính có thể ghép sát, lệch nhau và có thể cho ba ảnh do hai phần rìa và một phần giữa.

C. CÁC BÀI TẬP VẬN DỤNG

1. HỆ GƯƠNG PHẪNG – GƯƠNG PHẪNG

6.1. Hai gương phẳng quay mặt phản xạ vào nhau và hợp với nhau góc α . Tiết diện vuông góc với cạnh chung là một tam giác cân AOB. Điểm sáng S được đặt ở trung điểm của AB.



Xác định α để mọi tia sáng S chỉ phản xạ một lần và ra khỏi tam giác AOB.

Bài giải

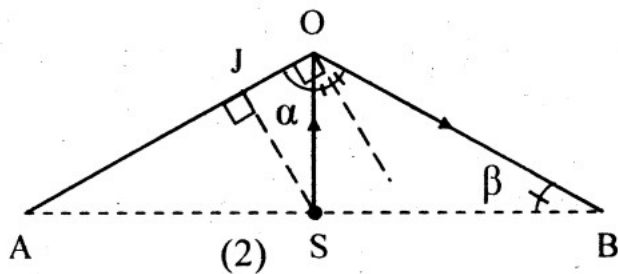
Vì tính đối xứng nên xét sự phản xạ của tia tới trên mặt OA ta thấy:

- Nếu điểm tới nằm từ A đến J thì tia sáng chỉ phản xạ một lần và đi ra khỏi tam giác AOB.
- Nếu điểm tới nằm từ J đến O thì để các tia sáng chỉ phản xạ một lần và đi ra khỏi tam giác AOB thì tia tới SO (ứng với góc tới lớn nhất) phải cho tia phản xạ đi là trên OB. Lúc đó:

Theo định luật phản xạ ánh sáng:

$$i = i' = \frac{\alpha}{4} \quad (1)$$

Tam giác SOB cho: $\frac{\alpha}{2} + \beta = 90^\circ$



Mặt khác: $\beta = \frac{\alpha}{2}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\alpha = 120^\circ$.

Vậy: Để mọi tia sáng từ S chỉ phản xạ một lần và ra khỏi tam giác AOB thì $\alpha \geq 120^\circ$.

6.2. Hai gương phẳng có mặt phản xạ quay vào nhau và hợp với nhau góc $\alpha = 60^\circ$. Điểm sáng A được đặt bên trong góc α , giữa hai gương.

- Định số ảnh của A tạo bởi hai gương. Các ảnh này có vị trí ra sao?
- Suy rộng câu hỏi a cho một ước số bất kì của 360° .

Bài giải

a) Số ảnh tạo bởi hai gương.

- Vì A và tất cả ảnh đều lần lượt đối xứng nhau qua gương nên chúng cách đều O, do đó chúng đều nằm trên đường tròn tâm O, bán kính OA.

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$A \xrightarrow{M} A_1 \xrightarrow{M'} A_2' \xrightarrow{M} A_3 \xrightarrow{M'} \dots$$

$$A \xrightarrow{M'} A'_1 \xrightarrow{M} A_2 \xrightarrow{M'} A'_3 \xrightarrow{M} \dots$$

- Ta có: $\widehat{A_1OA'_1} = 2\widehat{MOM'} = 2\alpha$

$$\widehat{A_2OA'_2} = \widehat{A_2OA_1} + \widehat{A_1OA'_1} + \widehat{A'_1OA'_2}$$

Mà $\widehat{A_2OA_1} = \widehat{A_2A_1A_1} = \widehat{A_2A_1A'_1} = 2\beta$

$$\widehat{A'_1OA'_2} = \widehat{A'_1A'_2A_1} = \widehat{A'_1A_1A_2} = 2(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow \widehat{A_2OA'_2} = 2\beta + 2\alpha + 2(\alpha - \beta) = 4\alpha$$

$$\widehat{A_3OA'_3} = \widehat{A_3OA_2} + \widehat{A_2OA'_2} + \widehat{A'_2OA'_3}$$

mà $\widehat{A_3OA_2} = \widehat{A_3A_2A_1} = \widehat{A_3A_2A'_1} = 2(\alpha - \beta)$

$$\widehat{A'_2OA'_3} = \widehat{A'_2A'_3A_1} = \widehat{A'_2A_1A_2} = 2\beta$$

$$\Rightarrow \widehat{A_3OA'_3} = 2(\alpha - \beta) + 4\alpha + 2\beta = 6\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow A'_3 \equiv A_3$$

- Mặt khác, theo sơ đồ ta có: A_3 sau M , A'_3 sau M' mà hai ảnh này trùng nhau nên chúng ở sau cả hai gương nên đây là hai ảnh cuối cùng.

Vậy: Có tất cả 5 ảnh: A_1, A_2, A'_1, A'_2 và $A'_3 \equiv A_3$.

b) Suy rộng câu hỏi a cho một ước số bất kì của 360° $\left(\alpha = \frac{360^\circ}{n}\right)$

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$A \xrightarrow{M} A_1 \xrightarrow{M'} A'_2 \xrightarrow{M} A_3 \xrightarrow{M'} \dots A_k$$

$$A \xrightarrow{M'} A'_1 \xrightarrow{M} A_2 \xrightarrow{M'} A'_3 \xrightarrow{M} \dots A'_k$$

- Ta có: $\widehat{A_1OA'_1} = 2\alpha$; $\widehat{A_2OA'_2} = 4\alpha$; ...; $\widehat{A_kOA'_k} = 2k\alpha = 360^\circ$.

$$\Leftrightarrow A_k = A'_k, n = 2k$$

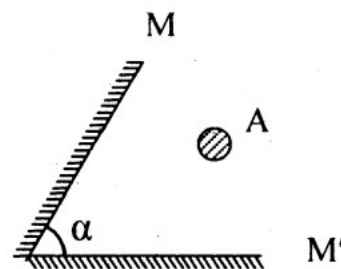
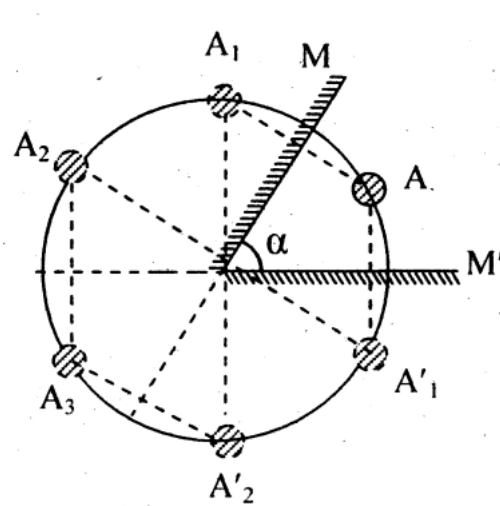
Vậy: Hệ 2 gương đã cho $(2k-1) = (n-1)$ ảnh, với $n = \frac{360^\circ}{\alpha}$: nguyên.

6.3. Hai gương phẳng $(M), (M')$ làm với nhau một góc $\alpha = 59^\circ$, có mặt phẳng phản xạ hướng vào nhau. Một vật nhỏ hình cầu nửa đen nửa trắng đặt ở điểm A bất kì trong góc tạo bởi hai gương.

a) Hệ hai gương cho mấy ảnh của vật? Vẽ, xác định

vị trí của các ảnh ấy. Để hai ảnh cuối cùng trùng nhau, phải thay đổi góc α thế nào?

b) Một chùm tia sáng song song, hẹp rơi vào (M) ,



phản xạ trên (M) rồi trên (M') và ló ra ngoài. Vẽ chùm tia ấy và tính góc lệch δ của nó.

Bài giải

a) Vẽ các ảnh qua hệ

- Số ảnh qua hệ:

Ta có: $\frac{360^\circ}{\alpha} = \frac{360^\circ}{59} = 6,1$

$\Rightarrow$ số ảnh là $n = 6$.

- Để hai ảnh cuối cùng trùng nhau thì

$\frac{360^\circ}{\alpha}$ phải nguyên $\Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Do đó phải tăng góc α thêm 1° .

b) Vẽ chùm tia phản xạ và tính góc lệch δ

- Xét tam giác IJA, ta có:

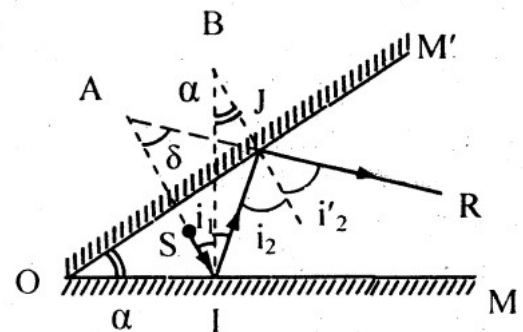
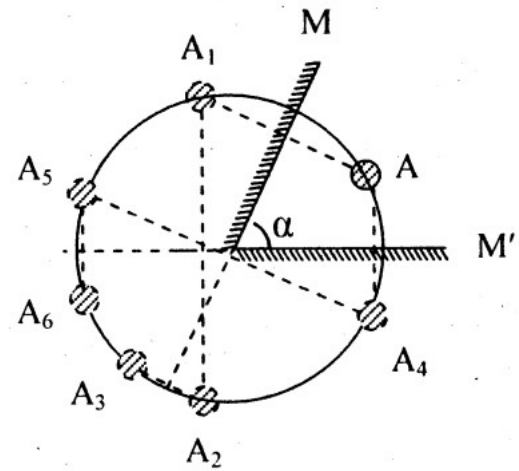
$$\delta = (i_2 + i'_2) - (i_1 + i'_1) = 2(i_2 - i_1) \quad (1)$$

- Xét tam giác BIJ, ta có:

$$\alpha = i'_2 - i'_1 = i_2 - i_1 \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra: $\delta = 2\alpha$.

Vậy: Góc lệch giữa tia tới và tia ló là $\delta = 2\alpha$.



6.4. Hai gương phẳng AB và CD, cùng độ dài $l = 89\text{cm}$, được đặt đối diện nhau sao cho mặt phẳng phản xạ hướng vào nhau, song song và cách nhau một khoảng $l = 10\text{cm}$. Một điểm sáng S cách đều hai gương, ngang với hai mép A và C.

a) Mắt người quan sát đặt tại điểm O

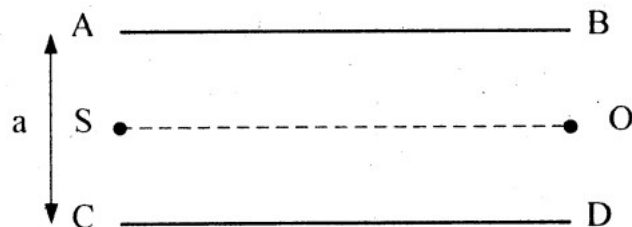
cách đều hai gương và cách S một

khoảng $SO = 1\text{m}$ sẽ trông thấy

bao nhiêu ảnh của điểm S. Số ảnh

đó thay đổi thế nào nếu ta thay đổi

khoảng cách a giữa hai gương?



b) Vẽ đường đi của các tia sáng từ S tới O trong các trường hợp sau đây:

- Tia sáng phản xạ lần lượt trên mỗi gương một lần.

- Tia sáng phản xạ trên gương AB hai lần và trên CD một lần.

Bài giải

a) Số ảnh mắt O quan sát được

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow{AB} S_1 \xrightarrow{CD} S'_2 \xrightarrow{AB} S_3 \dots S_k.$$

$$S \xrightarrow{CD} S'_1 \xrightarrow{AB} S_2 \xrightarrow{CD} S'_3 \dots S'_k.$$

- Để mắt đặt tại O nhìn thấy ảnh S_k thì tia phản xạ từ S_k phải đi qua O và cắt gương tại I.

$$\text{Do đó: } AI \leq AB \Leftrightarrow AI \leq l \quad (1)$$

- Trên hình vẽ, ta có:

$$SA = \frac{a}{2} = AS_1 \Rightarrow SS_1 = SA + AS_1 = SS'_1 = a$$

$$AS'_1 = AS + SS'_1 = \frac{a}{2} + a = \frac{3a}{2}$$

$$\Rightarrow SS_2 = \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} = 2a; SS_3 = 3a; \dots; SS_k = ka$$

- Xét các tam giác đồng dạng $S_k AI$ và $S_k SO$, ta có:

$$\frac{AI}{SO} = \frac{S_k A}{S_k S} = \frac{ka - \frac{a}{2}}{ka} = \frac{2k-1}{2k} \Rightarrow AI = \frac{2k-1}{2k} \cdot SO \quad (2)$$

$$\text{- Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{2k-1}{2k} \cdot SO \leq l \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2k-1}{2k} \cdot 100 \leq 89 \Rightarrow k \leq 4$$

Vậy:

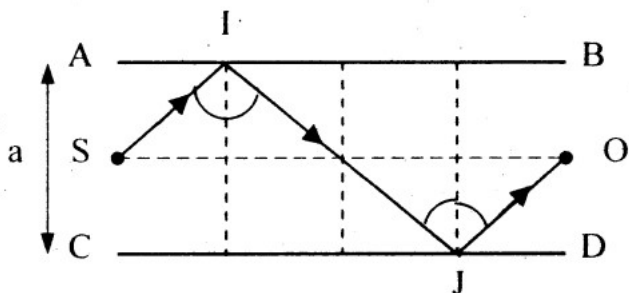
+ Qua mỗi gương ta trông thấy 4 ảnh nên qua hai gương ta trông thấy 8 ảnh.

+ Từ (3) ta thấy k không phụ thuộc a nên khi thay đổi a số ảnh trông thấy vẫn không thay đổi.

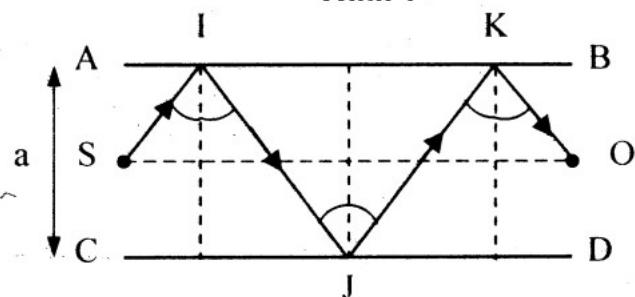
b) Đường đi của các tia sáng từ S tới O

- Trường hợp tia sáng phản xạ lần lượt trên mỗi gương một lần (Hình 1).

- Trường hợp tia sáng phản xạ trên gương AB hai lần và trên CD một lần (Hình 2).



Hình 1



Hình 2

2. HỆ GƯƠNG PHẪNG – GƯƠNG CẦU, GƯƠNG CẦU – GƯƠNG CẦU

6.5. Gương cầu lõm (G) có $f = -20\text{cm}$. Đối diện với (G) và vuông góc với trục chính, đặt gương phẳng (M) cách (G) 60cm. Vật AB phẳng, nhỏ vuông góc với trục chính được đặt trong khoảng giữa hai gương, cách (G) 30 cm.

Xác định tính chất, vị trí, độ phóng đại của ảnh và vẽ ảnh của vật sau hai lần phản xạ liên tiếp trên hai gương theo thứ tự:

- (G) rồi (M).
- (M) rồi (G).

Bài giải

a) Trường hợp phản xạ trên (G) trước rồi đến (M): Gọi d_1, d'_1 là khoảng cách từ AB, A_1B_1 đến (G); d_2, d'_2 là khoảng cách từ A_1B_1, A_2B_2 đến (M).

- Sơ đồ tạo ảnh như sau: $AB \xrightarrow{G} A_1B_1 \xrightarrow{M} A_2B_2$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp, ta có:

Với AB : $d_1 = 30\text{cm}$.

Với A_1B_1 : $d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{30 \cdot (-20)}{30 - (-20)} = -12\text{cm}$.

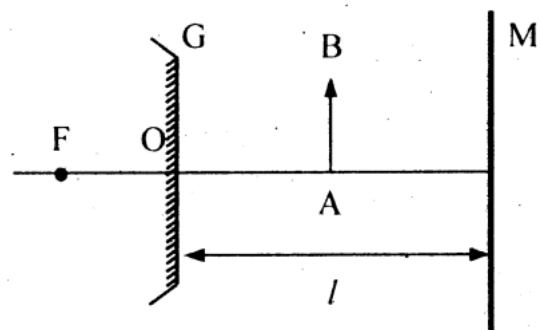
$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{(-12)}{30} = 0,4.$$

Với $A_2B_2 : d_2 = l - d'_1 = 60 - (-12) = 72\text{cm}$;

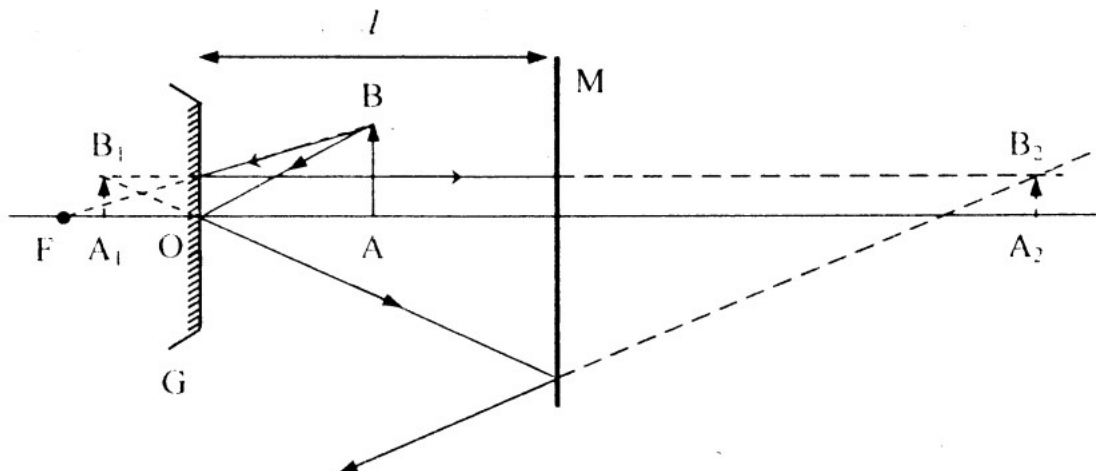
$$d'_2 = -d_2 = -72\text{cm}.$$

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{(-72)}{72} = 1.$$

$$\Rightarrow k = k_1.k_2 = 0,4.1 = 0,4.$$



Vậy : ảnh cuối cùng A_2B_2 là ảnh ảo, cách (M) 72 cm, độ phóng đại là 0,4.



b) Trường hợp phản xạ trên (M) trước rồi đến (G): Gọi d_1, d'_1 là khoảng cách từ AB, A_1B_1 đến (M); d_2, d'_2 là khoảng cách từ A_1B_1, A_2B_2 đến (G).

- Sơ đồ tạo ảnh như sau: $AB \xrightarrow{M} A_1B_1 \xrightarrow{G} A_2B_2$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp, ta có:

Với $AB : d_1 = 30\text{cm}$.

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{(-30)}{30} = 1.$$

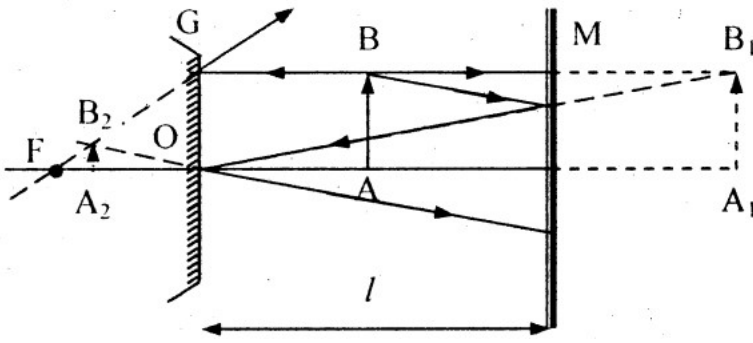
Với $A_2B_2 : d_2 = l - d'_1 = 60 - (-30) = 90\text{cm}$.

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{90 \cdot (-20)}{90 - (-20)} = -16,36\text{cm}.$$

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{(-16,36)}{90} = 0,182.$$

$$\Rightarrow k = k_1.k_2 = 1.0,182 = 0,182.$$

Vậy: ảnh cuối cùng A_2B_2 là ảnh ảo, cách (G) 16,36 cm, độ phóng đại là 0,182.



6.6. Gương cầu lõm (G) tiêu cự 20cm có điểm A trên trục chính và cách gương 30 cm. Đối diện với (G) đặt gương phẳng (M) nghiêng 45° so với trục chính của (G) và cách (G) 80cm. Xác định ảnh của A sau hai lần phản xạ liên tiếp trên (G) rồi (M).

Bài giải

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{G} A_1 \xrightarrow{M} A_2$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

Qua G: Vị trí vật A: $d_1 = 30\text{cm}$; vị trí ảnh $A_1 : d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60\text{cm}$.

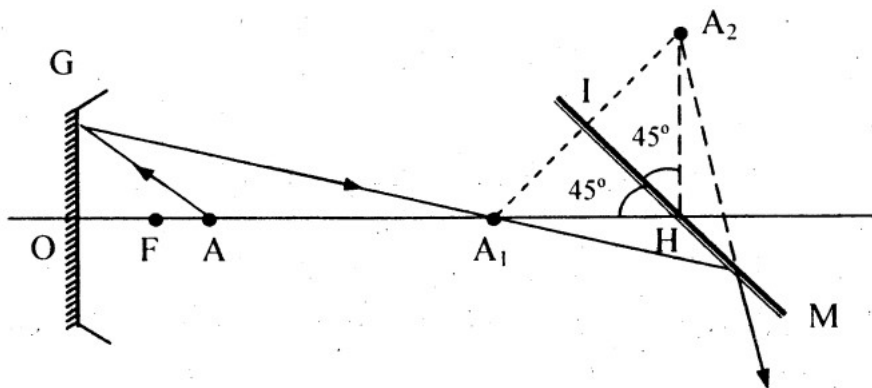
Qua M: Vị trí vật A_1 : Ta có: $A_1 H = l - d'_1 = 80 - 60 = 20\text{cm}$.

$$\Rightarrow d_2 = A_1 I = A_1 H \sin 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}\text{cm}$$

Vị trí ảnh $A_2 : d'_2 = -d_2 = A_2 I = -10\sqrt{2}\text{cm}$.

- Khoảng cách giữa ảnh A_2 so với trục chính: $A_2 H = A_1 H = 20\text{cm}$.

Vậy: ảnh cuối cùng A_2 là ảnh ảo, cách trục chính 20cm.



6.7. Gương cầu lõm có $f = 50\text{cm}$. Trên trục chính có điểm sáng A cách gương 60 cm. Đối diện với gương cầu đặt một gương (M) sao cho ánh sáng từ A sau hai lần phản xạ liên tiếp trên hai gương lại qua A. Xác định vị trí M trong hai trường hợp sau:

a) (M) là gương phẳng đặt vuông góc với trục chính của gương cầu lõm.

b) (M) là gương cầu lõm cùng tiêu cự đặt đồng trục với gương thứ nhất.

Bài giải

***Nhận xét:** Vì A là điểm sáng, sau hai lần phản xạ liên tiếp cho ảnh trùng với chính nó nên ảnh cuối cùng không phụ thuộc vào thứ tự phản xạ trên hai gương.

a) Trường hợp (M) là gương phẳng: Gọi l là khoảng cách từ (M) đến (G):

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{G} A_1 \xrightarrow{M} A' \equiv A$

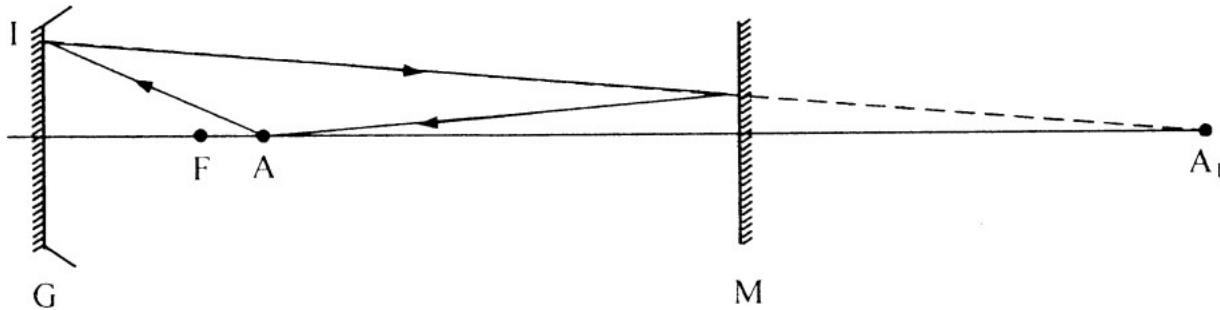
- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Qua (G): } d_1 = 60\text{cm}; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{60 \cdot 50}{60 - 50} = 300\text{cm}.$$

$$\text{Qua (M): } d_2 = l - d'_1 = l - 300; d'_2 = -d_2 = 300 - l = l - 60.$$

$$\Rightarrow l = 180\text{cm}.$$

Vậy: (M) phải đặt cách (G) một đoạn $l = 180\text{cm}$ thì ảnh cuối cùng A' sẽ trùng với A.



b) trường hợp (M) là gương cầu lõm cùng tiêu cự f

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{G} A_1 \xrightarrow{M} A' \equiv A$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Qua (G): } d_1 = 60\text{cm}; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{60 \cdot 50}{60 - 50} = 300\text{cm}.$$

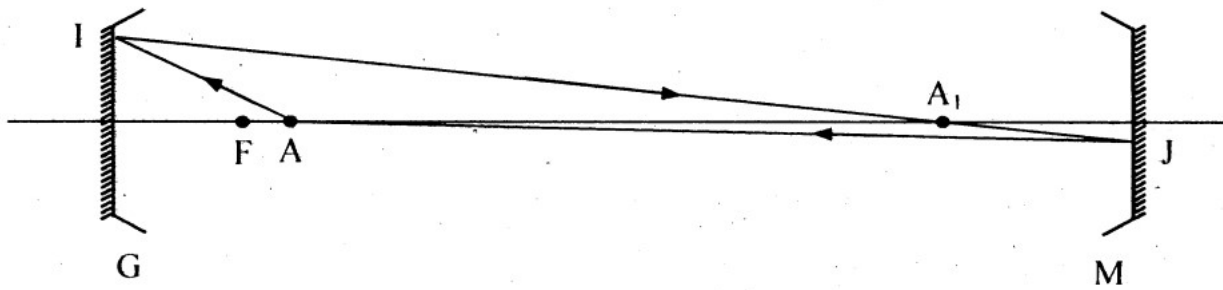
$$\text{Qua (M): } d_2 = l - d'_1 = l - 300; d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(l - 300) \cdot 50}{(l - 300) - 50} = \frac{(l - 300) \cdot 50}{l - 350}$$

$$\Rightarrow \frac{(l - 300) \cdot 50}{l - 350} = l - 60 \Leftrightarrow l^2 - 460l + 36000 = 0$$

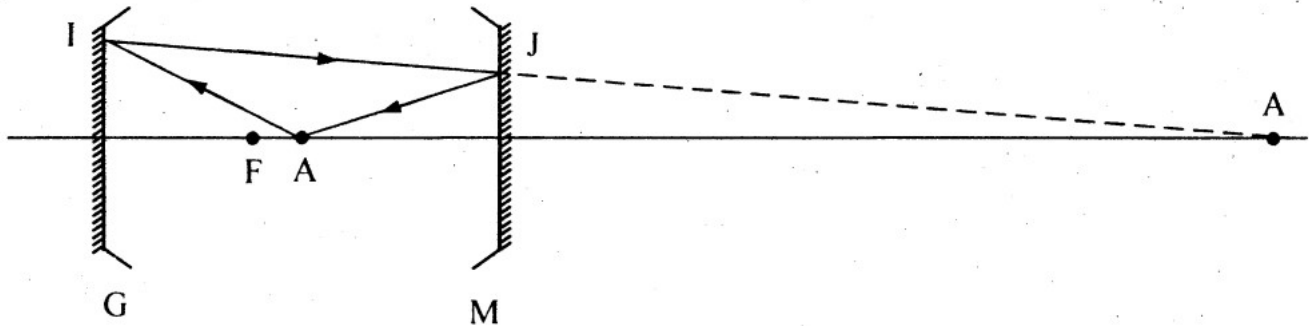
$$\Rightarrow l_1 = 360\text{cm} \text{ và } l_2 = 100\text{cm}.$$

Vậy: (M) phải đặt cách (G) một đoạn $l = 360\text{cm}$ hoặc $l = 100\text{cm}$ thì ảnh cuối cùng A' sẽ trùng với A.

Hình vẽ với $l = 360\text{cm}$:



Hình vẽ với $l = 100\text{cm}$



6.8. Hai gương cầu lõm có cùng tiêu cự f được đặt đồng trục, mặt phản xạ quay vào nhau và cách nhau đoạn $4f$.

Một điểm sáng được đặt tại tiêu điểm chính của một gương. Xác định vị trí các ảnh.

Bài giải

- Xét sự tạo ảnh qua gương (1) trước (hình vẽ):
- Sơ đồ tạo ảnh như sau: $A \xrightarrow{(1)} A_1 \xrightarrow{(2)} A_2 \xrightarrow{(1)} A_3 \dots$
- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp:

Qua gương (1) (lần 1): $d_1 = f; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{f \cdot f}{f - f} = +\infty$.

Qua gương (2) (lần 1):

$$d_2 = l - d'_1 = 4f - \infty; d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{f}{1 - \frac{f}{d_2}} = f.$$

Qua gương (1) (lần 2):

$$d_3 = l - d'_2 = 4f - f = 3f; d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{3f \cdot f}{3f - f} = \frac{3f}{2}.$$

Qua gương (2) (lần 2):

$$d_4 = l - d'_3 = 4f - \frac{3f}{2} = \frac{5f}{2}; d'_4 = \frac{d_4 f}{d_4 - f} = \frac{\frac{5f}{2} \cdot f}{\frac{5f}{2} - f} = \frac{5f}{3}.$$

Qua gương (1) (lần 3):

$$d_5 = l - d'_4 = 4f - \frac{5f}{3} = \frac{7f}{3}; d'_5 = \frac{d_5 f}{d_5 - f} = \frac{\frac{7f}{3} \cdot f}{\frac{7f}{3} - f} = \frac{7f}{4}.$$

Qua gương (2) (lần 3):

$$d_6 = l - d'_5 = 4f - \frac{7f}{4} = \frac{9f}{4}; d'_6 = \frac{d_6 f}{d_6 - f} = \frac{\frac{9f}{4} \cdot f}{\frac{9f}{4} - f} = \frac{9f}{5}.$$

...

Vậy: Với lần tạo ảnh thứ lẻ $(2n+1)$ thì: $d'_{2n+1} = \frac{4n-1}{2n} f (n=0,1,2,...)$; với lần tạo ảnh thứ chẵn $(2n)$

thì: $d'_{2n} = \frac{4n-3}{2n-1} f (n=1,2,3,...)$.

6.9. Hai gương cầu lõm có các tiêu cự $f_1 = 24cm, f_2 = 16cm$. Trục chính của hai gương trùng nhau, mặt phản xạ quay vào nhau, hai đỉnh gương cách nhau 120cm.

Có hai bóng đèn giống nhau được đặt cách đều trục chính. Xác định vị trí đặt màn và hai bóng đèn để các ảnh trùng khít lên nhau trên màn.

Bài giải

- gọi d_1, d'_1, k_1 là vị trí của đèn 1, ảnh của đèn 1 đối với gương 1 và độ phóng đại của đèn 1.

$$\text{Ta có: } d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{24d_1}{d_1 - 24}; k_1 = \frac{f_2}{f_1 - d_1} = \frac{24}{24 - d_1} \quad (1)$$

- gọi d_2, d'_2, k_2 là vị trí của đèn 2, ảnh của đèn 2 đối với gương 2 và độ phóng đại ảnh của đèn 2.

$$\text{Ta có: } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{16d_2}{d_2 - 16}; k_2 = \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{16}{16 - d_2} \quad (2)$$

- Để ảnh của hai bóng đèn chồng khít lên nhau thì:

$$k_1 = k_2 \Leftrightarrow \frac{24}{24 - d_1} = \frac{16}{16 - d_2} \quad (3)$$

$$\text{và } d'_1 + d'_2 = l = 120 \Leftrightarrow \frac{24d_1}{d_1 - 24} + \frac{16d_2}{d_2 - 16} = 120 \quad (4)$$

- Từ (3) suy ra: $3(16 - d_2) = 2(24 - d_1) \Rightarrow d_1 = 1,5d_2 \quad (3')$

- Từ (4) suy ra: $\frac{3d_1}{d_1 - 24} + \frac{2d_2}{d_2 - 16} = 15 (d_1 \neq 24cm; d_2 \neq 16cm)$

$$\Leftrightarrow 3d_1(d_2 - 16) + 2d_2(d_1 - 24) = 15(d_1 - 24)(d_2 - 16)$$

$$\Leftrightarrow 3d_1d_2 - 48d_1 + 2d_2d_1 - 48d_2 = 15d_1d_2 - 240d_1 - 360d_2 + 5760$$

$$\Leftrightarrow 10d_1d_2 - 192d_1 - 312d_2 + 5760 = 0$$

$$\Leftrightarrow 15d_2^2 - 600d_2 + 5760 = 0$$

$$\Rightarrow d_{21} = 24cm \text{ (nhận)}; d_{22} = 16cm \text{ (loại)}$$

$$\text{và } d_1 = 1,5.24 = 36cm.$$

$$\text{- Suy ra: } d'_1 = \frac{36.24}{36-24} = 72cm; d'_2 = \frac{24.16}{24-16} = 48cm.$$

Vậy: Để ảnh hai bóng đèn trùng khít nhau trên màn thì bóng đèn 1 phải đặt cách G_1 là 36 cm, bóng đèn 2 phải đặt cách G_2 là 24cm và màn phải đặt cách G_1 là 72cm, cách G_2 là 48cm.

6.10. Hai gương cầu lõm và lồi có tiêu cự $f_1 = 15cm$ và $f_2 = -10cm$ được đặt cho trục chính trùng nhau, hai mặt phản xạ đối diện nhau. Các đỉnh gương cách nhau 80cm.

Xác định vị trí vật AB (vuông góc với trục chính, đặt trên trục chính) để ảnh của vật sau một lần phản xạ trên mỗi gương:

a) có cùng kích thước.

b) đều ảo và gấp 10 lần nhau.

Bài giải

a) Để hai ảnh có cùng kích thước

- Vì vật thật AB qua gương cầu lồi luôn cho ảnh ảo A_2B_2 nhỏ hơn vật nên để ảnh A_1B_1 cho bởi gương cầu lõm có cùng kích thước với A_2B_2 thì ảnh đó phải là ảnh thật. Do đó:

$$k_1 = -k_2 \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_1 - d_1} = -\frac{f_2}{f_2 - d_2} \quad (1)$$

$$\text{và } d_1 + d_2 = l \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{15 - d_1} = -\frac{(-10)}{(-10) - d_2} \Leftrightarrow -15(10 + d_2) = 10(15 - d_1)$$

$$10d_1 - 15d_2 = 300 \quad (1')$$

$$d_1 + d_2 = 80 \quad (2')$$

- Từ (1') và (2') suy ra $d_1 = 60cm$ và $d_2 = 20cm$.

Vậy: Để hai ảnh có cùng kích thước thì phải đặt vật cách gương cầu lõm 60cm và cách gương cầu lồi 20cm.

b) Để hai ảnh đều ảo và gấp 10 lần nhau

- Khi hai ảnh đều ảo thì $k_1 = 10k_2$ (vì ảnh ảo qua gương cầu lõm luôn lớn hơn vật). Ta có:

$$\frac{f_1}{f_1 - d_1} = 10 \frac{f_2}{f_2 - d_2} \Leftrightarrow \frac{15}{15 - d_1} = 10 \frac{(-10)}{(-10) - d_2}$$

$$\Leftrightarrow -15(10 + d_2) = -100(15 - d_1)$$

$$\Leftrightarrow 100d_1 + 15d_2 = 1350 \quad (3)$$

$$\text{và } d_1 + d_2 = 80 \quad (4)$$

- Từ (3) và (4) suy ra: $d_1 = 1,76\text{cm}$ và $d_2 = 78,24\text{cm}$.

Vậy: Để hai ảnh đều ảo và có kích thước gấp 10 lần nhau thì phải đặt vật cách gương cầu lõm 1,76 cm và cách gương cầu lồi 78,24 cm.

6.11.

a) Trình bày cách dựng ảnh của điểm sáng A tạo bởi gương cầu lõm trong hai trường hợp sau:

- A ở ngoài trục chính.
- A ở trên trục chính.

(Xét hai trường hợp ảnh thật và ảnh ảo).

b) Gương cầu lõm (G_1) có $R_1 = 60\text{cm}$. Điểm A trên trục chính cách gương 45cm.

Xác định ảnh A_1 . Vẽ ảnh.

c) Đặt thêm gương cầu lõm (G_2) cùng bán kính đối diện với (G_1) sao cho hai trục chính trùng nhau, A ở khoảng giữa hai gương. Xác định vị trí của (G_2) để mọi tia sáng từ A sau hai lần phản xạ liên tiếp trên hai gương lại qua A. Chứng tỏ tính chất trên đúng với mọi điểm sáng trên trục chính giữa hai đỉnh.

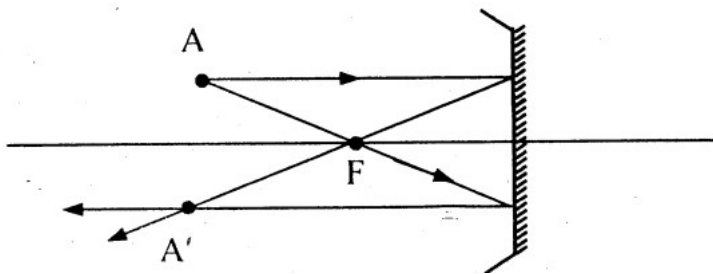
Bài giải

a) Cách dựng ảnh của điểm sáng A tạo bởi gương cầu lõm

- Trường hợp A ở ngoài trục chính

A nằm ngoài tiêu điểm chính F: Cách dựng ảnh:

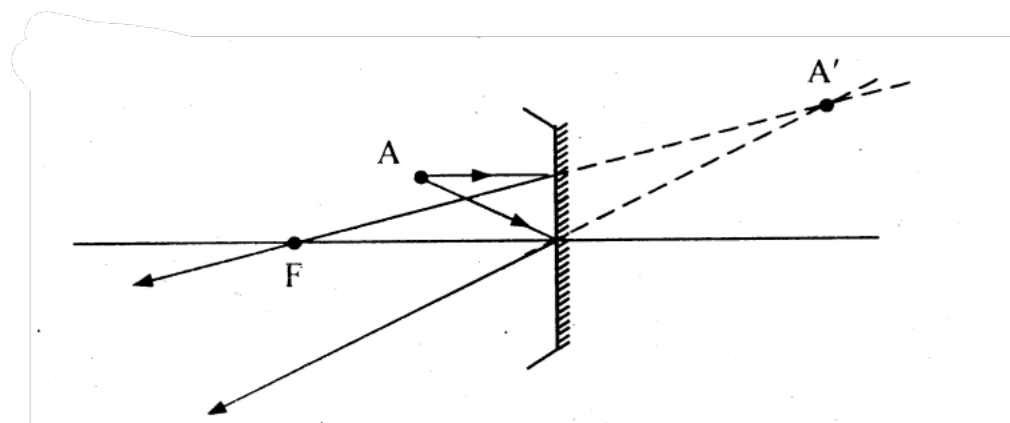
- Từ A, vẽ hai trong bốn tia tới đặc biệt và hai tia phản xạ tương ứng.
- Xác định giao điểm A' của hai tia phản xạ, A' là ảnh thật của A qua gương cầu.



+ A nằm trong tiêu điểm chính F: Cách dựng ảnh:

Từ A, vẽ hai trong bốn tia tới đặc biệt và hai tia phản xạ tương ứng.

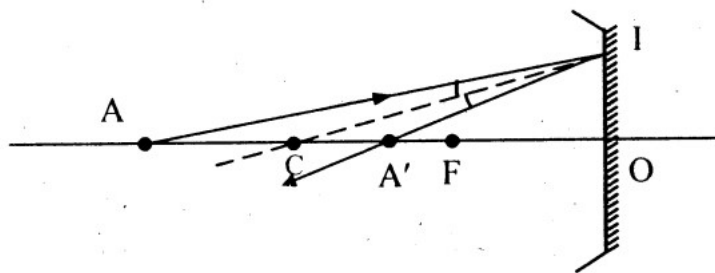
Xác định giao điểm A' của đường kéo dài hai tia phản xạ, A' là ảnh ảo của A qua gương cầu.



- Trường hợp A nằm trên trục chính

+ A nằm ngoài tiêu điểm chính F: Cách dựng ảnh:

- Từ A, vẽ tia tới bất kì tới gương tại I. Tia phản xạ tại I đối xứng với tia tới qua đường thẳng IC
- Xác định giao điểm A' của tia phản xạ và trục chính, A' là ảnh thật của A qua gương cầu.



+ A nằm trong tiêu điểm chính F: Tương tự, ảnh A' là ảnh ảo (bạn đọc tự vẽ)

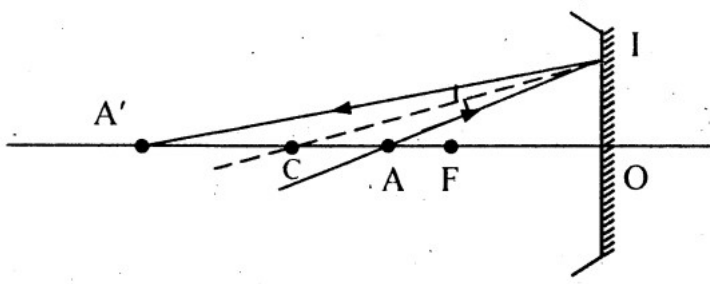
b) Xác định ảnh A_1 và vẽ ảnh

- Ta có: $f_1 = \frac{R_1}{2} = \frac{60}{2} = 30\text{cm}$ (gương cầu lõm); $d_1 = 45\text{cm}$.

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{45 \cdot 30}{45 - 30} = 90\text{cm}$$

Vậy: Ảnh A_1 là ảnh thật, cách gương 90cm.

- Vẽ ảnh:



c) Xác định vị trí của (G_2): Gọi l là khoảng cách giữa hai gương.

Ta có: $f_2 = f_1 = 30cm$.

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{G_1} A_1 \xrightarrow{G_2} A_2$.

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Qua } G_1: d_1 = 45cm; d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{45 \cdot 30}{45 - 30} = 90cm.$$

$$\text{Qua } G_2: d_2 = l - d'_1 = l - 90; d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(l - 90) \cdot 30}{(l - 90) - 30} = \frac{(l - 90) \cdot 30}{l - 120}.$$

$$\text{- Vì } A_2 \text{ trùng với A nên: } d'_2 + 45 = l \Leftrightarrow \frac{(l - 90) \cdot 30}{l - 120} + 45 = l$$

$$\Leftrightarrow l^2 - 195l + 8100 = 0 \quad (*)$$

$$\Rightarrow l_1 = 60cm; l_2 = 135cm.$$

Vậy: Để mọi tia sáng từ A sau hai lần phản xạ liên tiếp trên hai gương lại qua A thì G_2 phải cách G_1 là 60cm hoặc 135cm.

- Vì phương trình (*) không phụ thuộc vào d nên tính chất trên đúng với mọi điểm sáng trên trục chính giữa hai đỉnh gương.

6.12. Hai gương cầu lõm cùng bán kính cong R được đặt sao cho trục chính trùng nhau, mặt phản xạ hướng vào nhau và cách nhau một khoảng l cũng bằng R . Một vật phẳng nhỏ đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính, trong khoảng giữa hai gương.

Chứng minh rằng hệ hai gương chỉ cho một ảnh thật của vật, không phụ thuộc thứ tự phản xạ và số lần phản xạ của ánh sáng. Hãy xác định vị trí, chiều và độ lớn của ảnh đó.

Bài giải

- **Cách 1:** Dùng công thức gương cầu: Gọi x là khoảng cách từ vật đến gương G_1 , tiêu cự của hai gương là $f = \frac{R}{2}$.

- Xét sự phản xạ trên gương G_1 trước. Sơ đồ tạo ảnh như sau:

$$AB \xrightarrow{G_1} A_1B_1 \xrightarrow{G_2} A_2B_2 \xrightarrow{G_1} A_3B_3 \dots$$

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp:

+ Qua G_1 : $d_1 = x$; $d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{xf}{x - f}$.

+ Qua G_2 : $d_2 = l - d'_1 = 2f - \frac{xf}{x - f} = \frac{f(x - 2f)}{x - f}$;

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{\frac{f(x - 2f)}{x - f} \cdot f}{\frac{f(x - 2f)}{x - f} - f} = 2f - x > 0 : \text{ảnh thật.}$$

$\Rightarrow A_2B_2$ trùng với AB , quá trình cứ thế tiếp diễn...

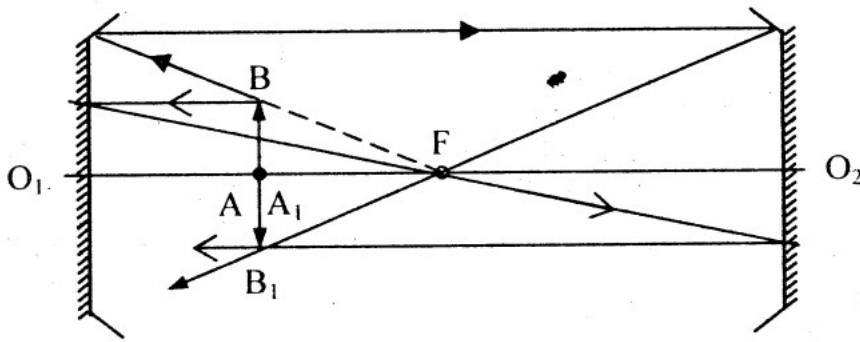
Vậy: Hệ hai gương chỉ cho một ảnh thật duy nhất tại vị trí AB và ngược chiều với AB với độ lớn bằng AB , vì:

$$k = k_1 k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = \left(-\frac{2f - x}{\frac{f(x - 2f)}{x - f}} \right) \cdot \left(\frac{xf}{(x - f)x} \right) = -1 \Rightarrow A_2B_2 = AB$$

- **Cách 2:** Dựa vào sự tạo ảnh qua các gương cầu. Ta thấy:

- Chùm tia sáng từ B sau một lần phản xạ trên hai gương sẽ hội tụ tại B_1 đối xứng với B qua trục chính.

- Chùm tia sáng từ B_1 sau một lần phản xạ trên hai gương sẽ hội tụ tại B đối xứng với B_1 qua trục chính.



Như vậy, sau 1,3,5,... lần phản xạ trên mỗi gương sẽ cho ảnh thật A_1B_1 cùng vị trí, cùng độ lớn và ngược chiều với AB; sau 2,4,6,... lần phản xạ trên mỗi gương sẽ cho ảnh thật trùng với AB. Kết quả cũng xảy ra tương tự như khi tia sáng phản xạ trên G_2 trước.

Vậy : Hệ chỉ cho ảnh duy nhất là A_1B_1 (cùng vị trí, ngược chiều và cùng độ lớn với AB).

6.13. Một gương cầu lõm (G_1) có bán kính cong $R_1 = 60cm$. Một vật phẳng nhỏ AB cao 2cm đặt trên trục chính, vuông góc với trục, cách gương 0,9m.

a) Vẽ, xác định vị trí và độ lớn của ảnh $A'B'$ của vật cho bởi gương.

b) Một gương cầu lồi (G_2) nhỏ hơn (G_1) nhiều, đặt trước (G_1) cách (G_1) 36cm, sao cho trục chính của hai gương trùng nhau và mặt phản xạ của chúng hướng vào nhau. Các tia sáng đi từ vật phản xạ trên (G_1) và sau đó trên (G_2) và tạo một ảnh $A''B''$ của vật. Biết ảnh $A''B''$ này là ảnh thật ở đúng trên (G_1). Hãy xác định bán kính cong của gương (G_2).

Bài giải

a) Vị trí và độ lớn của ảnh $A'B'$

- Ta có: $f_1 = \frac{R_1}{2} = \frac{60}{2} = 30cm$ (gương cầu lõm); $d_1 = 0,9m = 90cm$.

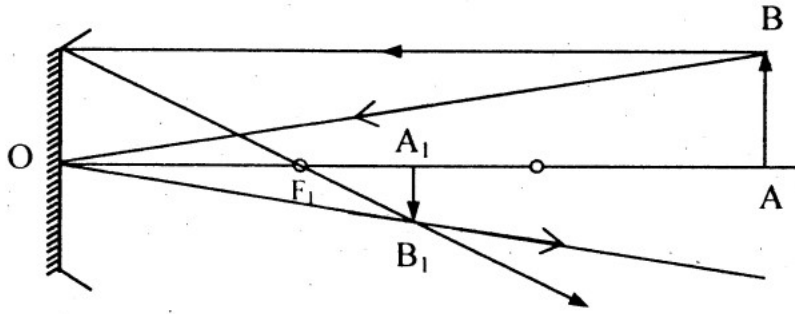
- Từ công thức thấu kính: $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1}$

Suy ra: $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{90 \cdot 30}{90 - 30} = 45cm$

và $k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{45}{90} = -\frac{1}{2} = -0,5$

$\Rightarrow A'B' = |k_1| AB = 0,5 \cdot 2 = 1cm$

Vậy: Ảnh $A'B'$ cách gương 45cm và có độ lớn bằng 1cm.



b) Bán kính cong của (G_2)

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{G_1} A'B' \xrightarrow{G_2} A''B''$.

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

Qua (G_1): $d_1 = 90cm$; $d'_1 = 45cm$ (câu a).

Qua (G_2): $d_2 = l - d'_1 = l - 45 = 36 - 45 = -9cm$;

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-9) \cdot f_2}{(-9) - f_2} = \frac{9 f_2}{9 + f_2}.$$

- Vì $A''B''$ là ảnh thật ở trên (G_1) nên: $d'_2 = l = 36cm$.

$$\Leftrightarrow \frac{9 f_2}{9 + f_2} = 36 \Leftrightarrow 9 f_2 = 36.9 + 36 f_2 \Rightarrow f_2 = -12cm.$$

$$\Rightarrow R_2 = -2 f_2 = (-2)(-12) = 24cm.$$

Vậy: Bán kính cong của gương cầu lồi là $R_2 = 24cm$.

3. HỆ LƯỢNG CHẤT PHẪNG- GƯƠNG; BẢN MẶT SONG SONG- GƯƠNG

6.14. Một bản thủy tinh dày $e = 1cm$ có chiết suất $n = 1,5$ được tráng bạc mặt dưới. Điểm A cách bản thủy tinh đoạn $AH = d$ (hình vẽ). Mắt nhìn theo phương AH thấy hai ảnh của A.

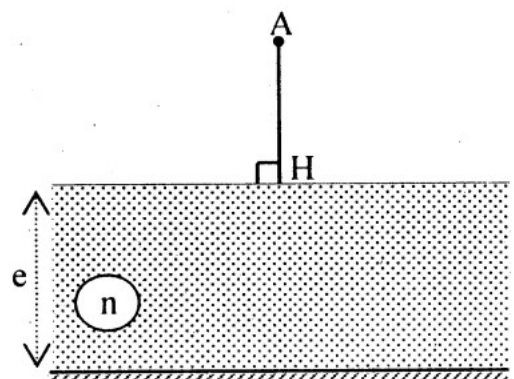
a) Giải thích sự tạo thành các ảnh này. Vẽ đường đi của chùm tia sáng

b) Phải đặt một gương phẳng ở đâu thay cho bản thủy tinh trên để A có ảnh đúng ở vị trí của ảnh sáng nhất (trong số hai ảnh tạo bởi bản)?

Bài giải

a) Giải thích sự tạo ảnh và vẽ đường đi của chùm tia sáng

Chùm sáng hẹp từ A chiếu vào mặt trên của bản chia thành hai chùm sáng (hình vẽ):



- Chùm sáng thứ nhất phản xạ tại mặt trên của bản cho ảnh ảo A' đối xứng với A qua mặt trên.

+ Vị trí của ảnh A' : Ảnh A nằm trên đường thẳng AH vuông góc với hai mặt của bản và cách mặt trên đoạn $HA' = HA = d$

+ Vẽ đường đi của tia sáng:

- Từ A vẽ tia sáng AH tới bản theo phương vuông góc với mặt trên của bản, phản xạ truyền ngược trở lại theo phương của tia tới. Đường đi của tia sáng này là AHA.

- Dựng điểm A' đối xứng với A qua mặt trên của bản

- Từ A vẽ tia sáng thứ hai AI tới mặt trên của bản, phản xạ tại mặt trên, cho tia phản xạ IG có đường kéo dài đi qua ảnh A' (có thể vẽ tia phản xạ IG theo định luật phản xạ ánh sáng). Đường đi của tia sáng này là AIG.

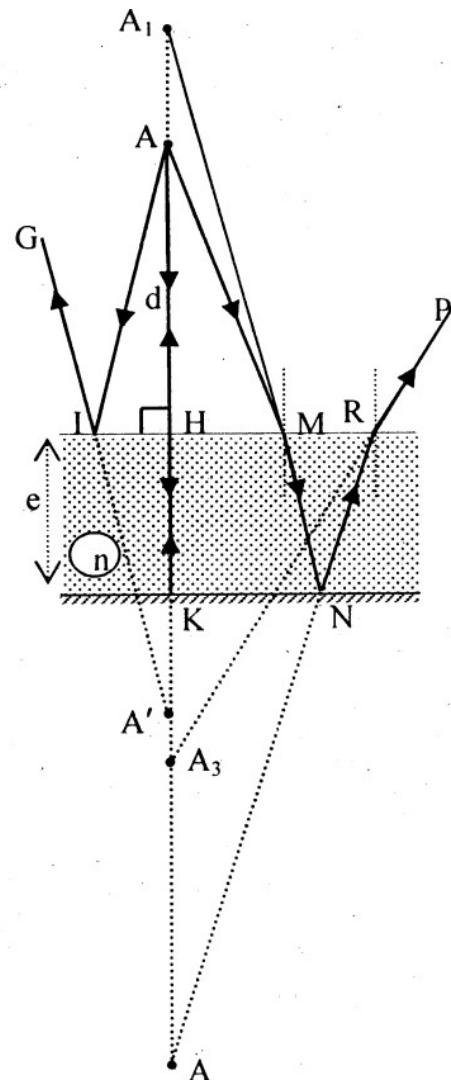
- Chùm sáng thứ hai khúc xạ tại mặt trên của bản truyền vào bản thủy tinh và tạo ảnh ảo A_1 qua lưỡng chất phẳng ở mặt trên

Chùm khúc xạ này gặp mặt dưới tráng bạc (coi như gương phẳng), phản xạ tạo ảnh ảo A_2 đối xứng với A_1 qua mặt dưới của bản.

Chùm phản xạ chiếu vào mặt trên của bản, khúc xạ lần thứ hai truyền ra không khí và tạo ảnh ảo A_3 qua lưỡng chất phẳng ở mặt trên. Ảnh A_3 là ảnh cuối cùng của A qua bản thủy tinh.

+ Vẽ đường đi của tia sáng:

- Từ A vẽ tia sáng AH tới bản theo phương vuông góc với mặt trên của bản, truyền thẳng đến mặt dưới của bản, phản xạ tại N. Tia phản xạ truyền ngược trở lại theo phương của tia tới, đến mặt trên của bản, truyền thẳng ra không khí theo phương AH. Đường đi của tia sáng này là AHKA.



- Từ A vẽ tia sáng thứ hai AM tới mặt trên của bản, tia khúc xạ truyền đến mặt dưới của bản, phản xạ tại N. Tia phản xạ truyền đến mặt trên của bản, khúc xạ tại R và truyền ra không khí. Đường đi của tia sáng này là AMNRP.
- Đường kéo dài của RP và AH cắt nhau tại ảnh cuối cùng của hệ A_3 .

+ Vị trí ảnh A_3 : Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{LCP} A_1 \xrightarrow{GP} A_2 \xrightarrow{LCP} A_3$

Xét mỗi ảnh tạo bởi hệ.

- Áp dụng công thức về lưỡng chất phẳng cho ảnh A_1 , ta có:

$$\frac{HA}{1} = \frac{HA_1}{n} \Rightarrow HA_1 = n.HA = nd$$

- Áp dụng công thức về gương phẳng cho ảnh A_2 , ta có:

$$KA_2 = KA_1 = KH + HA_1 = e + nd$$

- Áp dụng công thức về lưỡng chất phẳng cho ảnh A_3 , ta có:

$$\frac{HA_2}{n} = \frac{HA_3}{1} \Rightarrow HA_3 = \frac{HA_2}{n} = \frac{HK + KA_2}{r} = \frac{2e + nd}{n} = \frac{2e}{n} + d$$

Vậy: ảnh A_3 cách mặt trên của bản một đoạn $HA_3 = \frac{2e}{n} + d$.

b) Vị trí của gương phẳng để A có ảnh trùng với ảnh sáng nhất

- Khi có khúc xạ tại mặt trên của bản thì chùm khúc xạ có cường độ sáng lớn hơn chùm phản xạ. Suy ra ảnh A_3 sáng hơn ảnh A' .

- Để A có ảnh trùng với ảnh A_3 thì gương phẳng phải đặt tại trung điểm O của AA_3 .

$$\text{Ta có: } OA = \frac{AA_3}{2} = \frac{AH + HA_3}{2} = \frac{d + \left(\frac{2e}{n} + d\right)}{2} = d + \frac{e}{n}$$

Vậy: Phải đặt gương phẳng cách A một đoạn bằng $\left(d + \frac{e}{n}\right)$.

6.15. Trước gương phẳng (M) có điểm sáng A cách gương 20cm.

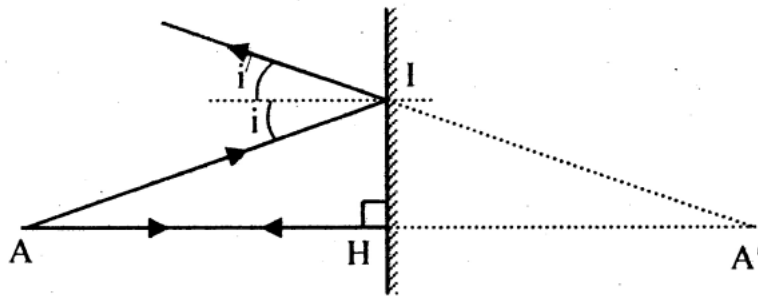
a) Xác định ảnh A' của A.

b) Xen vào giữa gương và điểm sáng A một bản mặt song song (B) có bề dày 6cm và chiết suất $n = 1,5$. Xác định ảnh A'' của A tạo bởi quang hệ ghép.

Bài giải

a) Xác định ảnh A' của A qua gương phẳng

Theo tính chất của gương phẳng, vật thật A cho ảnh ảo A' đối xứng với A qua gương (hình a)..



Hình a

b) Xác định ảnh A'' của A tạo bởi quang hệ ghép

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ:

$$A \xrightarrow{(B)} A_1 \xrightarrow{(M)} A_2 \xrightarrow{(B)} A''$$

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp:

Với A_1 : A là vật thật, qua bản có ảnh ảo A_1 dời theo chiều ánh sáng một đoạn AA_1 xác định bởi:

$$AA_1 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 6 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 2 \text{ cm}$$

Với A_2 : A_1 là vật thật, qua gương có ảnh ảo A_2 sau gương, đối xứng với A_1 qua gương:

$$HA_2 = HA_1 = HA - AA_1 = 20 - 2 = 18 \text{ cm}$$

Với A'' : A_2 là vật thật, qua bản có ảnh ảo A'' dời theo chiều ánh sáng một đoạn A_2A'' xác định bởi:

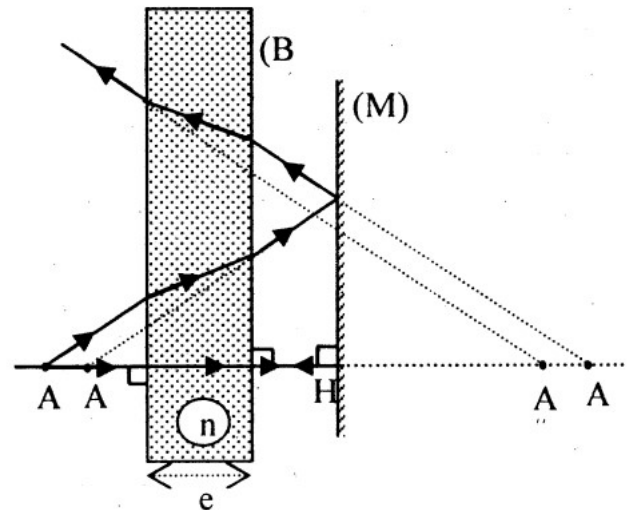
$$A_2A'' = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 6 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 2 \text{ cm} \Rightarrow HA'' = HA_2 - A_2A'' = 18 - 2 = 16 \text{ cm}$$

Vậy: Ảnh cuối cùng A'' là ảnh ảo, cách gương (M) một đoạn 16cm

6.16. Một điểm sáng A được đặt trước một bản mặt song song (B), cách mặt sau của bản đoạn d. Bản mặt song song có bề dày e, chiết suất n.

a) Xác định ảnh của A tạo bởi bản.

b) Đặt thêm ngay sau bản một gương cầu lõm (G) có trục chính vuông góc với bản và qua A.



Hình b

Xác định ảnh của A tạo bởi quang hệ ghép. Chứng tỏ quang hệ ghép tương đương với một gương cầu duy nhất. Xác định vị trí và tiêu điểm của gương cầu tương đương.

Bài giải

a) Xác định ảnh của A tạo bởi bản (B)

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{(B)} A'$

- Vật thật A qua bản (B) cho ảnh ảo A' dời theo chiều ánh sáng một đoạn AA' xác định bởi :

$$\overline{AA_1} = \Delta d = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

b) Ảnh của A tạo bởi quang hệ ghép

* Vị trí của ảnh cuối A_3 qua hệ ghép: Gọi f là tiêu cự của gương cầu (G).

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{(B)} A_1 \xrightarrow[d_1]{GC \atop (f)} A_2 \xrightarrow{(B)} A_3$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp: (hình a)

Với A_1 : Vật thật A qua bản (B)

cho ảnh ảo A_1 dời theo chiều ánh

sáng một đoạn AA_1 xác định bởi:

$$AA_1 = \Delta d = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

Với A_2 : A_1 là vật thật trước gương,

qua gương cầu (G) có thể cho ảnh

A_2 là ảnh thật (hình a) hoặc ảnh ảo

(hình b):

$$d_1 = \overline{OA_1} = d - \Delta d$$

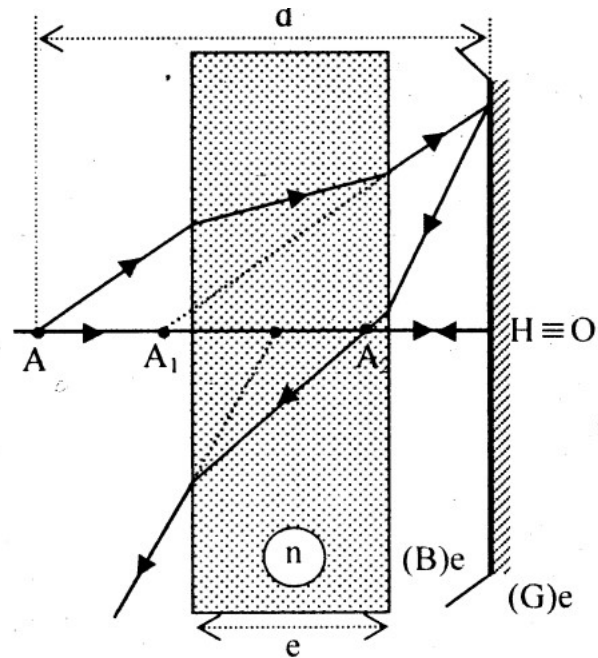
$$d'_1 = \overline{OA_2} = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{(d - \Delta d) f}{(d - \Delta d) - f}$$

Với A_3 : A_2 là vật thật qua bản (B) cho ảnh ảo A_3 dời theo chiều ánh sáng một đoạn $A_2 A_3$ xác định

$$\text{bởi: } A_2 A_3 = \Delta d = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

- Vị trí của ảnh cuối A_3 :

$$\overline{OA_3} = \overline{OA_2} + \overline{A_2 A_3} = d'_1 + \Delta d = \frac{(d - \Delta d) f}{(d - \Delta d) - f} + \Delta d$$



Hình a

Vậy: Ảnh cuối A_3 qua hệ ghép cách gương (bản) một đoạn bằng:

$$\frac{(d - \Delta d)f}{(d - \Delta d) - f} + \Delta d$$

* Vị trí và tiêu điểm của gương cầu tương đương

- Xét tia sáng SI tới bản (B) theo phương vuông góc với mặt bản, truyền thẳng, gặp gương cầu (G) tại K. Tia phản xạ KM từ gương có đường kéo dài cắt trục chính tại tiêu điểm chính F của gương cầu. Tia ló JR khỏi bản (B) cắt trục chính của gương cầu tại F' (hình c).

- Ta có: F' chính là ảnh của F qua bản (B).

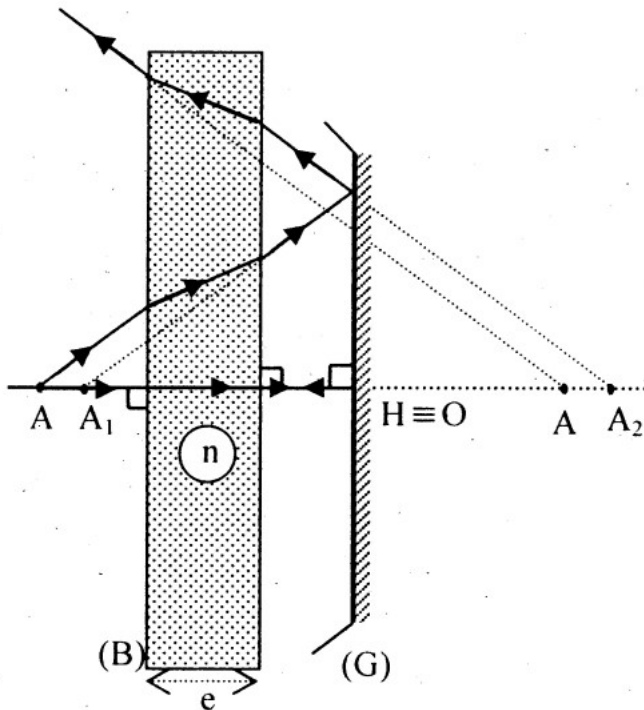
- Gọi O' và K' lần lượt là ảnh của O và K qua bản (B).

Ta thấy rằng tia sáng SI song song với trục chính tới hệ ghép (B-M) cho tia ló JR giống như phản xạ tại K' và cắt trục chính tại F' .

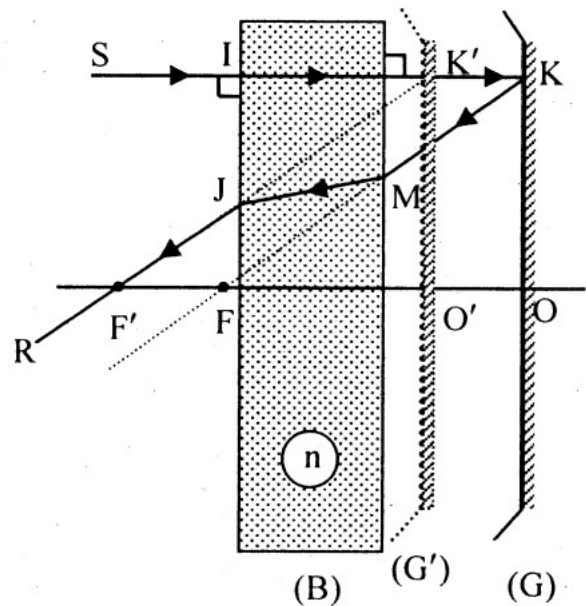
Như vậy, có thể coi hệ ghép (B-M) tương đương với một gương cầu (G') đặt tại O' (có đỉnh O') và tiêu điểm chính F' .

- Vị trí của gương cầu tương đương là O' với $OO' = \Delta d = e \left(1 - \frac{1}{n}\right)$

- Tiêu cự của gương cầu tương đương là $f' = O'F' = OF = f$.



Hình b



Hình c

6.17. Đặt một vật phẳng nhỏ AB trước và song song với một bản thủy tinh (B) có hai mặt phẳng song song với nhau, dày 3cm, chiết suất $n=1,5$. Quan sát ảnh của vật AB qua bản thủy tinh theo phương vuông góc với bản.

a) Tính khoảng cách vật- ảnh.

b) Đặt ngay sau bản một gương cầu lõm (G) có trục chính vuông góc với bản và qua A. Trên màn (E) đặt song song với AB, ta thu được ảnh rõ nét của AB cao 1,2cm. Nếu bỏ bản thủy tinh đi thì phải dịch chuyển màn (E) lại gần gương một khoảng 13cm thì mới lại thu được ảnh rõ nét của AB. Ảnh này cao 0,9 cm. Tính tiêu cự của gương.

Bài giải

a) Khoảng cách vật- ảnh qua bản (B): (Hình a)

Áp dụng tính chất và công thức về lưỡng chất phẳng ta có: Vật thật AB qua bản (B) cho ảnh ảo A_1B_1 dời đoạn AA_1 theo chiều ánh sáng xác định bởi:

$$AA_1 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 3 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 1 \text{ cm}$$

Vậy: Khoảng cách vật- ảnh qua bản (B)

là $AA_1 = 1 \text{ cm}$.

b) Tiêu cự của gương

- Khi còn bản (B) , sơ đồ tạo ảnh là:

$$AB \xrightarrow{(B)} A_1B_1 \xrightarrow[d_1]{\substack{GC(O) \\ (f)}} A_2B_2 \xrightarrow{(B)} A'B'$$

- ta có: Vật thật AB qua bản (B) cho ảnh ảo A_1B_1 dời đoạn $AA_1 = 1 \text{ cm}$ theo chiều ánh sáng.

Vì $AA_1 < e$ nên A_1B_1 là vật thật đối với gương (G) cho ảnh thật A_2B_2 ngược chiều với A_1B_1 . A_2B_2 là vật ảo đối với bản (B) cho ảnh thật $A'B'$ cùng chiều với A_2B_2 dời đoạn $A_2A' = 1 \text{ cm}$ theo chiều ánh sáng (hình b).

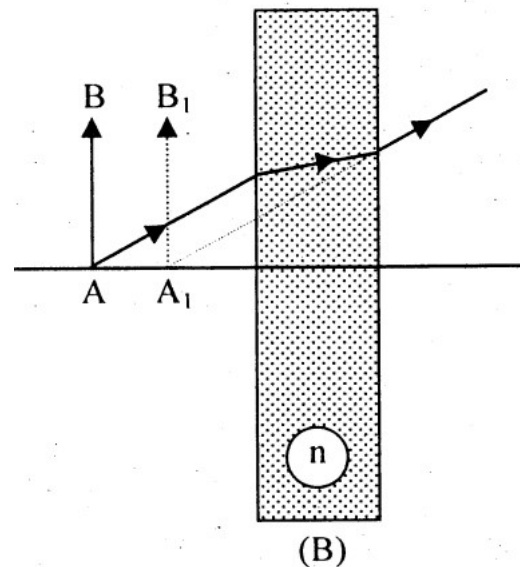
- Khi bỏ bản thủy tinh, sơ đồ tạo ảnh là: $AB \xrightarrow[d_2]{\substack{GC(O) \\ (f)}} A''B''$

Vật thật AB qua gương (G) cho ảnh thật $A''B''$ (vì hứng được trên màn nên là ảnh thật).

- Chỉ xét sự tạo ảnh bởi gương cầu trong hai trường hợp ta có:

Vật thật dời (ra xa) gương một đoạn:

$$\Delta d = d_2 - d_1 = OA - OA_1 = AA_1 = 1 \text{ cm} > 0.$$



Hình a

Ảnh thật dời (lại gần) gương một đoạn:

$$\Delta d' = d'_2 - d'_1 = OA'' - OA_2 = -(L - A'A_2) = -(13 - 1) = -12 \text{ cm}$$

Mặt khác, ta có: $\Delta d' = d'_2 - d'_1 = \frac{d_2 \cdot f}{d_2 - f} - \frac{d_1 f}{d_1 - f}$

$$\Rightarrow \Delta d' = \frac{f^2 (d_1 - d_2)}{(d_2 - f)(d_1 - f)} = \frac{-f^2 \Delta d}{(d_2 - f)(d_1 - f)}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta d'}{\Delta d} = \frac{-f^2}{(d_2 - f)(d_1 - f)} \quad (1)$$

Ta lại có: $k_1 = \frac{-f}{d_1 - f} \quad (2)$

$$k_2 = \frac{-f}{d_2 - f} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra:

$$\frac{\Delta d'}{\Delta d} = -k_1 k_2$$

$$\Rightarrow k_1 k_2 = -\frac{-12}{1} = 12 \quad (4)$$

Ngoài ra: $\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

$$= \frac{k_2}{k_1} = \frac{0,9}{1,2} = \frac{3}{4} \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra: $k_1 = -4; k_2 = -3$.

- Thay $k_1 = -4$ vào (2) ta có: $d_1 = \frac{5f}{4}$.

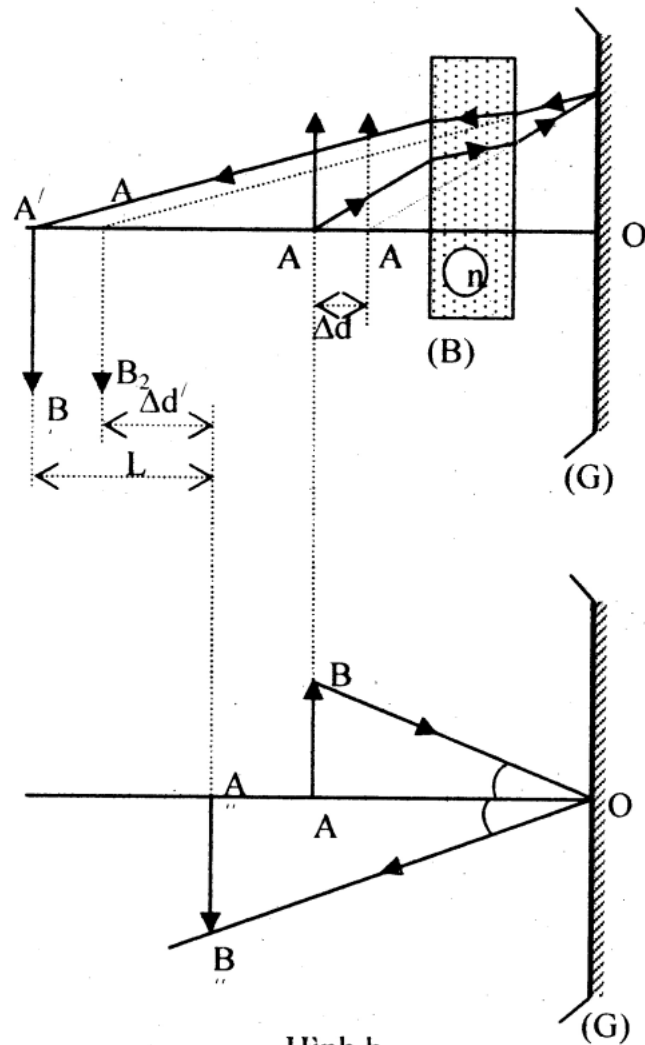
- Thay $k_2 = -3$ vào (3) ta có: $d_2 = \frac{4f}{3}$.

Suy ra: $\Delta d = d_2 - d_1 = \frac{4f}{3} - \frac{5f}{4} = \frac{f}{12}$.

$$\Rightarrow f = 12 \Delta d = 12 \cdot 1 = 12 \text{ cm}$$

Vậy: Tiêu cự của gương cầu là 12cm.

4. HỆ LĂNG KÍNH – GƯƠNG, LĂNG KÍNH – LĂNG KÍNH



Hình b

6.18. Một lăng kính có tiết diện vuông góc là tam giác cân ABC ($\hat{A} = 36^\circ, \hat{B} = \hat{C}$). Mặt AC được tráng bạc, chiết suất của lăng kính là $n = 1,5$. Tia sáng đơn sắc SI được chiếu đến mặt AB theo phương vuông góc mặt này. Sau hai lần phản xạ bên trong lăng kính, tia sáng ló ra khỏi mặt BC.

- a) Vẽ đường đi của tia sáng.
b) Tính góc lệch giữa tia tới và tia ló.

Bài giải

a) Vẽ đường đi của tia sáng

- Tia sáng SI vuông góc với mặt AB truyền thẳng gặp mặt AC tráng bạc (coi như gương phẳng) tại J với góc tới $J_1 = A = 36^\circ$, phản xạ tại J với góc phản xạ $J_2 = J_1 = 36^\circ$. Tia phản xạ JK gặp mặt AC tại K với góc tới K_1 .

Ta có: $K_1 = 90^\circ - J_1 - J_2 = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

$$K_2 = 90^\circ - K_1 = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$$

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,5} = 0,6667 \Rightarrow i_{gh} = 41^\circ 48'$$

Vì $K_2 > i_{gh}$ nên có phản xạ toàn phần tại K trên mặt AB với góc phản xạ:

$$K_3 = K_2 = 72^\circ.$$

- Mặt khác, ta có: $B = C = \frac{180^\circ - A}{2} = 72^\circ$

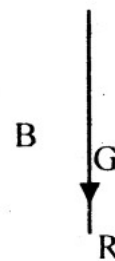
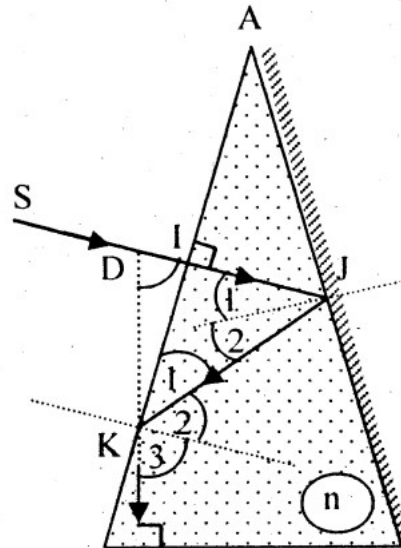
Vì $K_3 = B$ nên tia phản xạ KG vuông góc với mặt BC (góc có cạnh tương ứng vuông góc), truyền thẳng ra không khí cho tia ló GR.

***Lưu ý:** Tia phản xạ JK có thể gặp mặt AB hoặc BC, với bài này đề bài cho biết tia sáng phản xạ hai lần trong lăng kính nên JK gặp mặt AB tại K và có phản xạ toàn phần tại K. Để thỏa mãn điều kiện này thì tia sáng SI phải gần A.

b) Góc lệch giữa tia tới và tia ló

Ta có: $D = K_3 = 72^\circ$ (đồng vị).

Vậy: Góc lệch giữa tia tới và tia ló là $D = 72^\circ$.



6.19. Cho quang hệ có cấu tạo như hình vẽ. Lăng kính có góc $A = 30^\circ$ và chiết suất $n = \sqrt{3}$. (M) là gương phẳng đặt song song với mặt AB. Tia tới SI vuông góc với AB. Tia ló sau cùng ra khỏi mặt AB của lăng kính. Tính góc ló.

Bài giải

TA có : $\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774 \Rightarrow i_{gh} = 35^\circ 16'$

- Tia tới SI vuông góc với AB

truyền thẳng gặp AC tại J với góc

tới $J_1 = A = 30^\circ < i_{gh}$, cho tia khúc xạ

JK với góc khúc xạ J_2 và gặp gương

phẳng (M) tại K với góc tới K_1 :

$$\sin J_2 = n \sin J_1 = \sqrt{3} \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow J_2 = 60^\circ$$

$$J_3 = 90^\circ - J_2 = 30^\circ; K_1 = J_3 = 30^\circ$$

- Tia JK phản xạ tại K trên gương phẳng (M) cho tia phản xạ KG với góc phản xạ $K_2 = K_1 = 30^\circ$. Vì $K_2 = A = 30^\circ$ nên tia KG vuông góc với AC tại G, truyền thẳng. Xét hai trường hợp:

- Tia KG gặp mặt BC (hình a)

Tia KG gặp BC tại H với góc tới $H_1 = C = 60^\circ > i_{gh}$ nên có phản xạ toàn phần tại H, cho tia phản xạ HN với góc phản xạ $H_1 = H_2 = 60^\circ$.

Tia phản xạ HN gặp AB tại N với góc tới $N_1 = 30^\circ < i_{gh}$, cho tia ló (tia khúc xạ) NR ra không khí với góc ló (góc khúc xạ) N_2 .

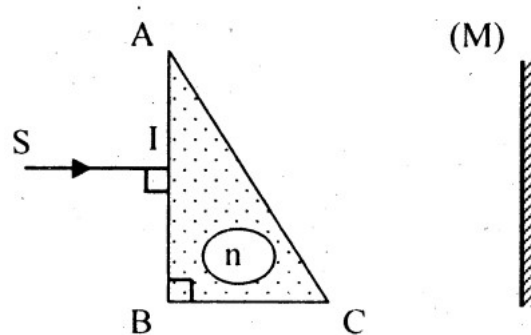
Ta có: $\sin N_2 = n \sin N_1 = \sqrt{3} \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N_2 = 60^\circ$.

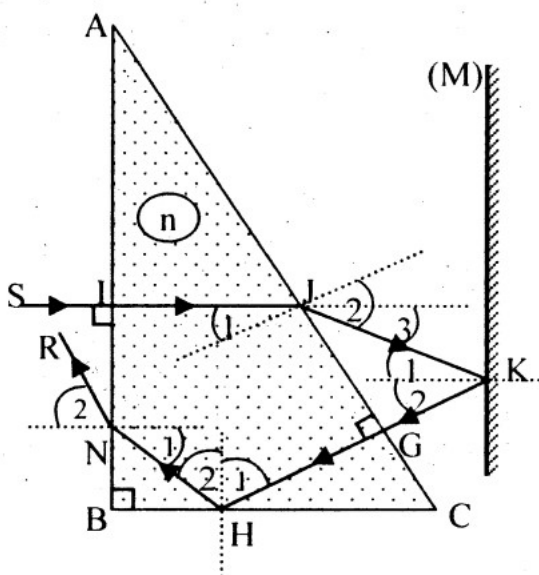
- Tia KG gặp mặt AB (hình b)

Tia KG gặp AB tại M với góc tới $M_1 = A = 30^\circ < i_{gh}$, cho tia ló (tia khúc xạ) MR ra không khí với góc ló (góc khúc xạ) M_2 .

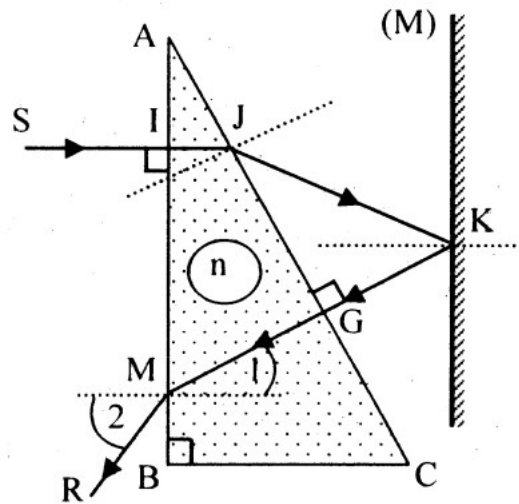
TA có: $\sin M_2 = n \sin M_1 = \sqrt{3} \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M_2 = 60^\circ$.

Vậy: Cả hai trường hợp ta đều có góc ló bằng 60° .





Hình a

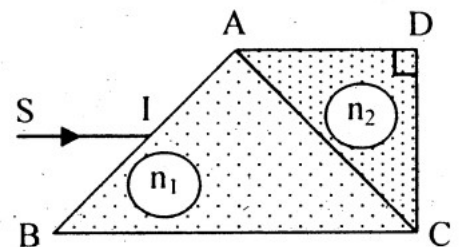


Hình b

6.20. Một lăng kính (P_1) bằng thủy tinh có chiết suất n_1 , có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ABC với góc A vuông. Mặt bên AC của nó được dán với mặt huyền của một lăng kính (P_2), cũng có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ACD với góc D vuông, nhưng bằng thủy tinh có chiết suất n_2 (hình vẽ). Một tia sáng đơn sắc SI màu vàng rơi vào điểm I của mặt AB theo phương song song với cạnh huyền BC. Đối với ánh sáng màu này các chiết suất có giá trị $n_1 = 1,414 = \sqrt{2}; n_2 = 1,732 = \sqrt{3}$.

a) Tìm điều kiện mà đoạn AI phải thỏa mãn để tia khúc xạ trong (P_1) không bị phản xạ toàn phần ở mặt huyền BC.

b) Giả sử điều kiện này được thỏa, chứng minh rằng tia sáng ló ra khỏi mặt DC song song với tia tới. Vẽ tia sáng đó.



Bài giải

a) Điều kiện của đoạn AI

- Vì $n_2 > n_1$ nên không có phản xạ toàn phần trên mặt AC.

- Góc tới giới hạn phản xạ toàn phần tại mặt BC là:

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow i_{gh} = 45^\circ$$

- tia tới SI song song với BC gặp AB tại I với góc tới I_1 cho tia khúc xạ IJ với góc khúc xạ I_2 . Ta có:

$$I_1 = 90^\circ - B = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

- Áp dụng định luật khúc xạ tại I, ta có:

$$\sin I_2 = \frac{\sin I_1}{n_1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = 30^\circ.$$

- Xét trường hợp tia khúc xạ IJ gặp BC tại J với góc tới J_2 (hình a).

Ta có: $J_2 = B + I_2 = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ (cùng phụ với J_1)

- Vì $J_2 > i_{gh}$ nên có phản xạ toàn phần tại J trên BC.

- Khi điểm tới I di chuyển trên AB về phía A thì điểm tới J di chuyển trên BC về phía C nhưng góc tới J_2 luôn bằng $75^\circ > i_{gh}$ nên luôn có phản xạ toàn phần trên BC.

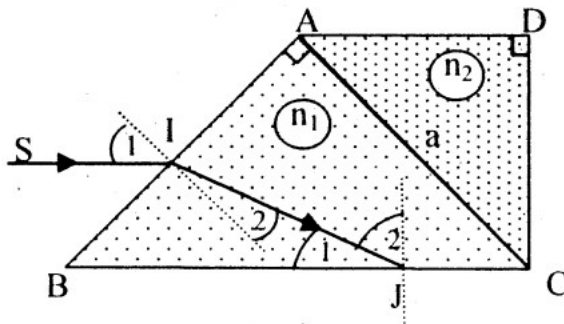
- Gọi I' là vị trí của điểm tới I trên AB để tia khúc xạ $I'J$ đi qua C (hình b).

Ta có: $I'_1 = 45^\circ; I'_2 = 30^\circ; I'_3 = 90^\circ - I'_2 = 60^\circ \Rightarrow C_1 = 30^\circ$

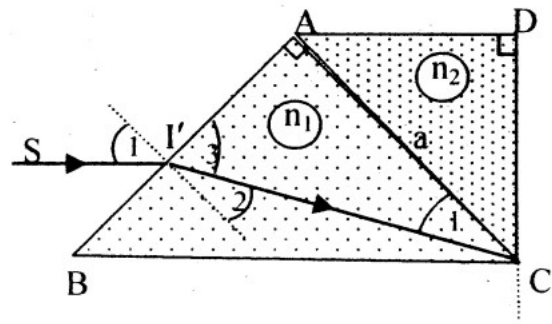
Đặt $AB = AC = a$. Tam giác vuông $AI'C$ cho: $AI' = AC \cdot \tan C_1 = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

- Điều kiện cần là: $AI < AI' \Rightarrow AI < \frac{a}{\sqrt{3}} (AB = AC = a)$.

Vậy: Điều kiện để không có phản xạ toàn phần trên mặt huyền BC là $AI < \frac{a}{\sqrt{3}}$.



Hình a



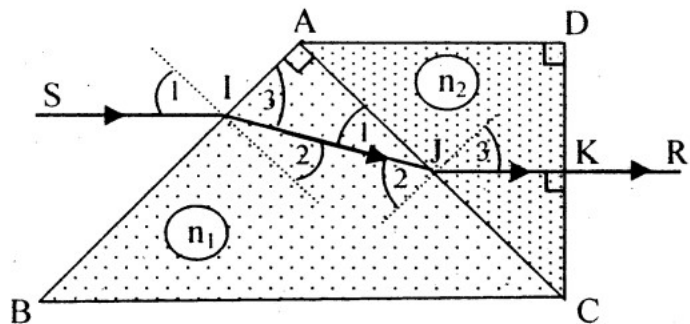
Hình b

b) Chứng minh tia sáng ló ra khỏi mặt DC song song với tia tới

- Khi điều kiện ở câu a được thỏa mãn thì tia khúc xạ IJ không gặp mặt BC mà gặp mặt AC (hình c).

- Tia tới SI song song BC gặp

BC tại I với góc tới I_1 , khúc xạ cho tia khúc xạ IJ với góc khúc xạ I_2 . Tia khúc xạ IJ gặp AC tại J với góc tới J_2 , khúc xạ lần thứ



Hình c

hai với góc khúc xạ J_3 cho tia

khúc xạ JK.

- Tương tự câu a, ta có:

$$I_1 = 60^\circ; I_2 = 30^\circ; I_3 = 60^\circ$$

- Góc tới tại J là $J_2 = J_3 = 60^\circ$ (cùng phụ với J_1).

- Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng tại J, ta có:

$$n_1 \sin J_2 = n_2 \sin J_3 \Rightarrow \sin J_3 = \frac{n_1 \sin J_2}{n_2} = \frac{\sqrt{2} \sin 60^\circ}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow J_3 = 45^\circ$$

Ta có: $J_3 = B = 45^\circ$ nên tia JK song song với BC, tức là vuông góc với DC, truyền thẳng cho tia ló KR vuông góc với DC.

Vậy: Tia ló KR ra khỏi mặt DC song song với tia tới SI.

6.21. Hai lăng kính lục lăng đều ABCDEF và $A'B'C'D'E'F'$ làm bằng chất trong suốt được dán chặt với nhau theo các mặt bôi đen DE và $D'E'$ (hình vẽ). Các mặt khác cho ánh sáng đi qua, tức là không có hiện tượng phản xạ trên các mặt này.

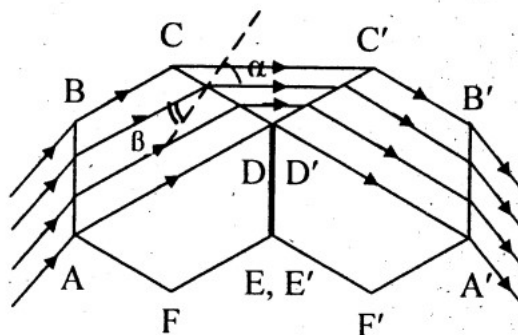
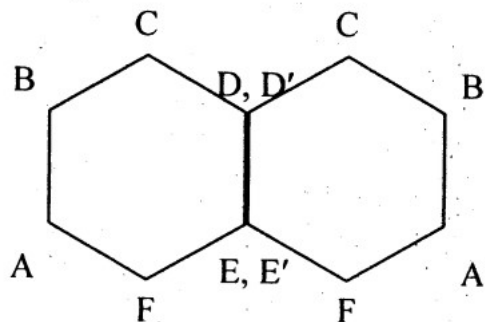
Chiếu một chùm ánh sáng song song rộng vào mặt AB, chùm này song song với mặt phẳng đáy của lăng kính. Với một giá trị nào đó của góc tới, toàn bộ chùm tia sáng đập vào mặt AB, ló ra qua mặt $A'B'$ của lăng kính thứ hai. Xác định chiết suất của chất làm lăng kính.

(Trích Đề thi học sinh giỏi lần thứ IX, Nga – 1975)

Bài giải

- Để toàn bộ chùm tia sáng ló ra qua mặt $A'B'$ của lăng kính thứ hai thì nó phải đi từ lăng kính thứ nhất ra qua mặt CD vuông góc với mặt DE rồi đập vào mặt $C'D'$ song song với mặt BC (hình vẽ).

- Trên hình vẽ, ta có: $\beta = 30^\circ; \alpha = 60^\circ$.



$$\text{Do đó: } n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

Vậy: Chiết suất của chất làm lăng kính là $n = \sqrt{3}$.

5. HỆ THẤU KÍNH – GƯƠNG

6.22. Điểm vật A nằm trên trục chính của một thấu kính hội tụ và cách quang tâm một đoạn $2f$. Sau thấu kính đặt gương phẳng (M) vuông góc với trục chính.

a) Định vị trí của (M) để chùm tia phản xạ sau khi xuyên qua thấu kính trở thành chùm tia song song.

b) A có vị trí bất kì. Có vị trí nào của (M) cho kết quả như trên không?

Bài giải

a) Vị trí của (M) để chùm tia phản xạ sau khi xuyên qua thấu kính trở thành chùm tia song song.

Gọi a là khoảng cách giữa gương (M) và thấu kính (L).

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A'$

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = 2f \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{2f \cdot f}{2f - f} = 2f \\ k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -1 \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = a - 2f \\ d'_2 = -d_2 = 2f - a \\ k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = 1 \end{cases}$$

- Để chùm tia phản xạ sau khi xuyên qua thấu kính trở thành chùm tia song song thì: $d_3 = f; d'_3 = \infty$.

$$\text{Mà: } d_3 = a - d'_2 = a - 2f + a = f \Rightarrow a = \frac{3f}{2}.$$

Vậy: Để chùm tia phản xạ sau khi xuyên qua thấu kính trở thành chùm tia song song thì khoảng cách giữa (M) và thấu kính (L) phải bằng $\frac{3f}{2}$.

b) Khi A có vị trí bất kì: Gọi d là khoảng cách từ A tới thấu kính, ta có:

$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = d \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{d \cdot f}{d - f} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = a - d'_1 = a - \frac{df}{d - f} \\ d'_2 = -d_2 = \frac{df}{d - f} - a \end{cases}$$

- Để chùm tia phản xạ sau khi xuyên qua thấu kính trở thành chùm tia song song thì: $d_3 = f; d'_3 = \infty$

$$\text{Mà: } d_3 = a - d'_2 = a - \frac{df}{d - f} + a = f \Leftrightarrow 2a = f + \frac{df}{d - f} \Rightarrow a = \frac{f(2d - f)}{2(d - f)} (d > f)$$

Vậy: Khi A có vị trí bất kì, để chùm phản xạ sau khi qua thấu kính trở thành chùm song song thì phải đặt gương cách thấu kính một đoạn $a = \frac{f(2d - f)}{2(d - f)} (d > f)$.

6.23. Thấu kính phân kì có $f = -10\text{cm}$. Thấu kính được ghép sát với gương phẳng (M).

a) Quang hệ có tác dụng như thế nào?

b) Vật AB đặt vuông góc với trục chính và cách thấu kính 20cm. Xác định vị trí ảnh sau cùng của vật tạo bởi hệ.

Bài giải

a) Tác dụng của quang hệ

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1 B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2 B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A' B'.$$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1 B_1 : \begin{cases} d_1 \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{d_1 \cdot (-10)}{d_1 + 10} = \frac{-10d_1}{d_1 + 10} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2 B_2 : \begin{cases} d_2 = -d'_1 = \frac{10d_1}{d_1 + 10} \\ d'_2 = -d_2 = d'_1 = \frac{-10d_1}{d_1 + 10} \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B': \begin{cases} d_3 = -d'_2 = d_2 = \frac{10d_1}{d_1 + 10} \\ d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{\frac{10d_1}{d_1 + 10} \cdot (-10)}{\frac{10d_1}{d_1 + 10} + 10} = \frac{-5d_1}{d_1 + 5} \end{cases}$$

$$\text{- Tổng quát: } \begin{cases} d = d_1 \\ d' = d'_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f'}$$

Từ đó, quang hệ tương đương tạo ảnh theo sơ đồ: $AB \xrightarrow[\left. \begin{smallmatrix} d \\ d' \end{smallmatrix} \right\}]{(X)} A'B'$

(d' có dấu đại số xác định như với $d_1 = d$)

$$\Rightarrow f' = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{d_1 \cdot \frac{-5d_1}{d_1 + 5}}{d_1 + \frac{-5d_1}{d_1 + 5}} = -5\text{cm} < 0$$

Vậy: Hệ tương đương với một gương cầu lõm có tiêu cự $f' = -5\text{cm}$

b) Vị trí ảnh sau cùng qua hệ

- Với $d_1 = 20\text{cm}$ thì vị trí ảnh sau cùng là:

$$d'_3 = \frac{-5d_1}{d_1 + 5} = \frac{-5 \cdot 20}{20 + 5} = -4\text{cm} < 0$$

- Số phóng đại của ảnh cuối cùng:

$$k = -\frac{d'}{d} = \frac{-5}{d_1 + 5} = \frac{-5}{20 + 5} = -\frac{1}{5}$$

Vậy: Ảnh cuối cùng là ảnh ảo, ngược chiều cách hệ 4cm và bằng 1/5 lần vật.

6.24. Thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự f đặt trước gương phẳng (M) cách gương đoạn l sao cho trục chính vuông góc với mặt gương và mặt phản xạ hướng vào thấu kính.

a) Vật phẳng nhỏ AB đặt trước thấu kính ở đúng tiêu điểm vật chính F và vuông góc trục chính. Vẽ ảnh $A'B'$ của AB. Nhận xét về ảnh. Chứng minh rằng ảnh $A'B'$ không phụ thuộc giá trị của l .

b) Cho (M) quay góc nhỏ α quanh trục (Δ) nằm trong mặt gương và vuông góc với trục chính thấu kính. Xác định phương, chiều và giá trị độ dịch chuyển d của ảnh $A'B'$. Độ dịch chuyển này có phụ thuộc l không?

Bài giải

a) Chứng minh ảnh $A'B'$ không phụ thuộc giá trị của l

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A'B'$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1: \begin{cases} d_1 = f \\ d'_1 = \infty \\ k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = \infty \end{cases}$$

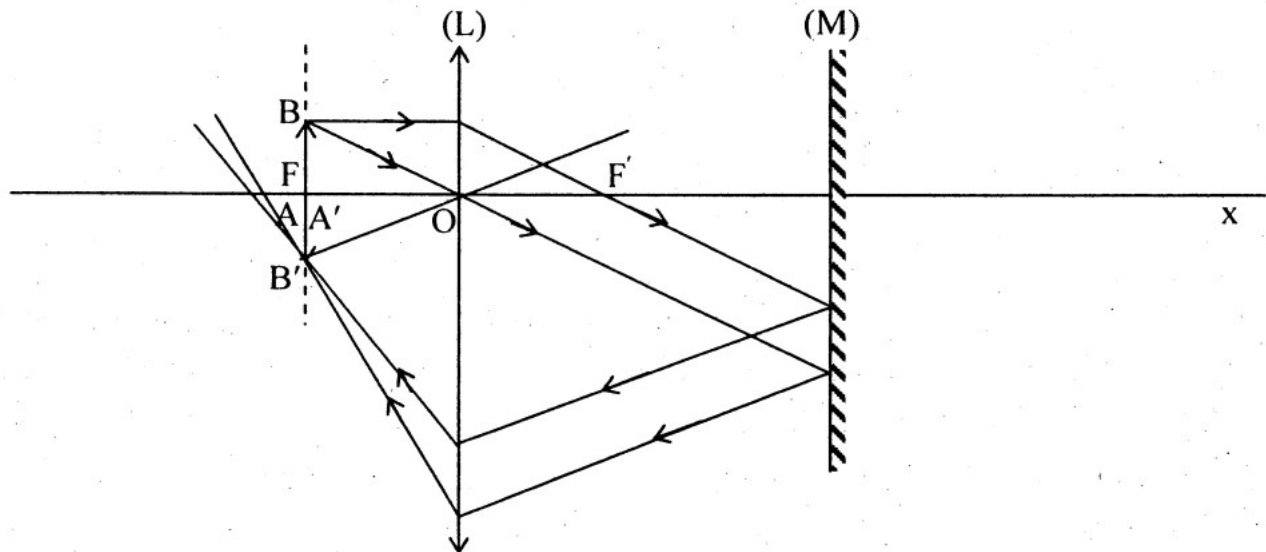
Chùm tia tới gương phẳng là chùm tia song song với trục chính và vuông góc với gương nên bị phản xạ ngược trở lại, sau khi qua thấu kính lần hai sẽ hội tụ tại tiêu điểm vật F' , là vị trí ban đầu của AB

$$\text{Với } A_2B_2: \begin{cases} d_2 = \infty \\ d'_2 = -d_2 = \infty \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B': \begin{cases} d_3 = \infty \\ d'_3 = f \end{cases}$$

- Số phóng đại của ảnh cuối cùng là: $k = -\frac{d'}{d} = -1$

Vậy: Ảnh cuối cùng là ảnh thật, ngược chiều, đối xứng với AB qua trục chính.



b) Khi (M) quay góc nhỏ α quanh trục (Δ)

- Nhận xét:

Khi giữ tới cố định, quay gương một góc α thì tia phản xạ sẽ quay đi một góc 2α .

Chùm tia phản xạ qua (M) vẫn là chùm tia song song, khúc xạ qua thấu kính hội tụ tại B'' .

- Từ đó: Chùm tia phản xạ và trục phụ tương ứng của nó sẽ quay một góc 2α

Gọi β là góc hợp bởi trục chính và trục phụ tương ứng với trường hợp chưa quay (M) thì góc hợp bởi trục chính và trục phụ tương ứng với trường hợp quay (M) là $\beta + 2\alpha$.

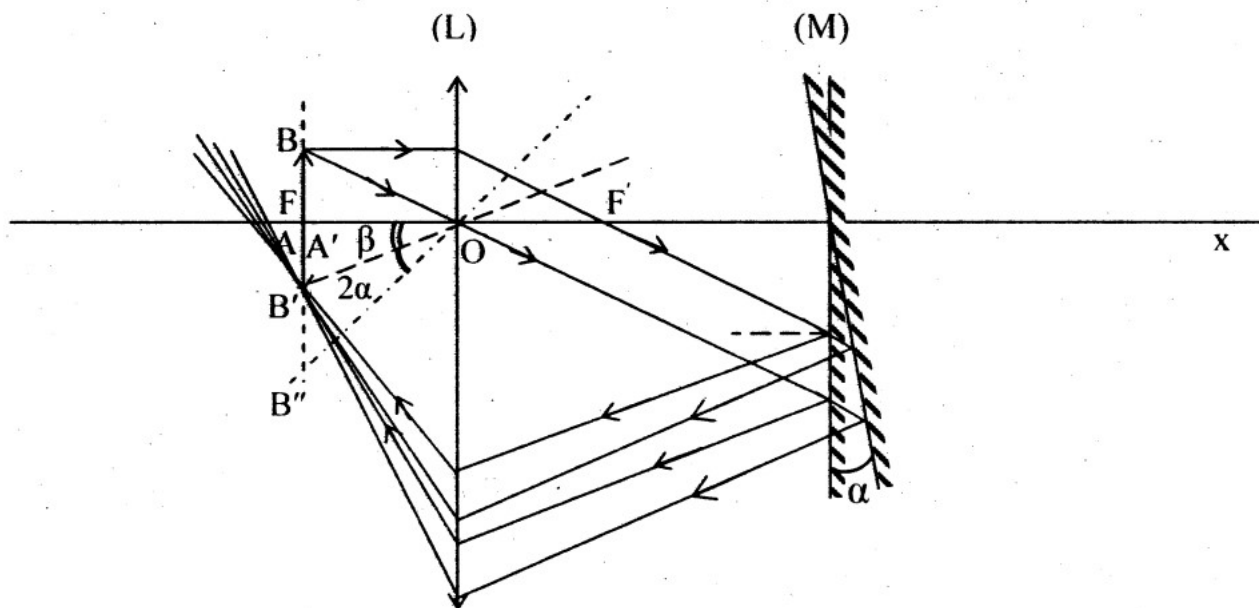
- Tam giác vuông $OA'B'$ cho: $A'B' = OF \cdot \tan \beta \approx \beta f$.

- Tam giác vuông $OA'B''$ cho: $A'B'' = OF \cdot \tan(\beta + 2\alpha) \approx (\beta + 2\alpha)f$.

(với góc nhỏ: $\tan x \approx x$ (x tính bằng radian))

$$\Rightarrow \Delta d' = B'B'' = A'B'' - A'B' = (\beta + 2\alpha)f - \beta f = 2\alpha f.$$

Vậy: Khi (M) quay góc nhỏ α quanh trục (Δ) thì ảnh dịch chuyển đoạn $\Delta d' = 2\alpha f$, độ dịch chuyển này hoàn toàn không phụ thuộc vào l mà chỉ phụ thuộc vào tiêu cự của thấu kính và góc quay α .



6.25. Thấu kính hội tụ có tụ số 1dp. Trước thấu kính và cách 3m, đặt vật $AB = 3cm$ vuông góc với trục chính. Sau thấu kính, cách 50 cm có một gương phẳng vuông góc với trục chính, mặt phản xạ hướng về thấu kính.

a) Vẽ đường đi của chùm tia sáng từ B (điểm xa trục chính của vật).

b) Xác định ảnh sau cùng tạo bởi hệ.

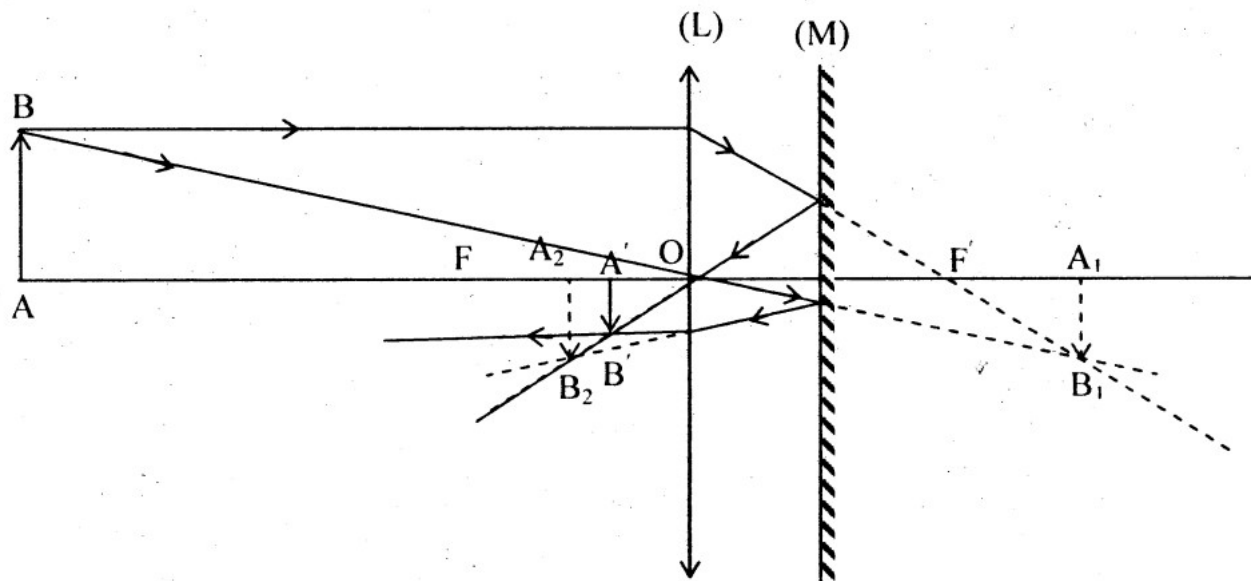
c) Định vị và tiêu cự của gương cầu thay thế được hệ trên để tạo được ảnh của AB ở cùng vị trí có cùng độ lớn.

Bài giải

a) Đường đi của tia sáng

- Tiêu cự của thấu kính: $f = \frac{1}{D} = \frac{1}{1} = 1m$.

- Vẽ đường đi của tia sáng từ B:



b) Xác định ảnh sau cùng của vật

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A'B'$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1: \begin{cases} d_1 = 3m \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{3 \cdot 1}{3 - 1} = 1,5m \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2: \begin{cases} d_2 = 0,5 - 1,5 = -1m \\ d'_2 = -d_2 = 1m \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B': \begin{cases} d_3 = 0,5 - 1 = -0,5m \\ d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{-0,5 \cdot 1}{-0,5 - 1} = \frac{1}{3} \approx 0,33m \end{cases}$$

- Số phóng đại của ảnh cuối cùng: $k = k_1 k_2 k_3 = -\frac{1,5}{3} \cdot \frac{1}{-1} \cdot \frac{0,33}{-0,5} = -0,33$.

$$\Leftrightarrow k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{3} = -0,33 \Rightarrow \overline{A'B'} = 1cm$$

Vậy: Ảnh cuối cùng là ảnh thật, ngược chiều, cách thấu kính 0,33 cm và cao 1 cm.

c) Vị trí và tiêu cự của gương cầu thay thế hệ trên

- Nếu thay thế hệ trên bằng một gương cầu, ta có sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d \\ d' \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} A'B'$

- Khoảng cách từ vật AB tới ảnh $A'B'$: $L = 3 - 0,33 = 2,67m$.

- Đặt: $d = x; d' = x - 2,67$:

Để ảnh qua gương cầu thay thế có độ lớn như qua thấu kính trên thì:

$$k = -\frac{d'}{d} = -\frac{x-2,67}{x} = -0,33 \Rightarrow x = \frac{2,67}{0,67} = 4m$$

$$\text{Tiêu cự của gương: } f = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{4 \cdot 1,33}{4+1,33} = 1m.$$

Vậy: Gương cầu tương đương có tiêu cự $f = 1m$ và đặt cách vật 4m.

6.26. Thấu kính hội tụ phẳng- lõm (L) có bán kính mặt cầu $R = 1m$. Thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$. Trên trục chính của thấu kính có điểm sáng A cách quang tâm 2m.

a) Xác định vị trí ảnh của A tạo bởi thấu kính.

b) Sau thấu kính đặt gương phẳng (M) vuông góc với trục chính có mặt phản xạ quay về phía thấu kính và cách thấu kính 7m. Chứng tỏ ảnh cuối cùng của A tạo bởi quang hệ có vị trí trùng với A.

c) A và gương (M) giữ nguyên. Hỏi có vị trí nào khác của thấu kính (L) trong khoảng từ A đến gương để ảnh cuối cùng của A có vị trí trùng với chính nó?

Bài giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = (1,5-1) \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow f = 2m.$$

a) Vị trí ảnh của A qua thấu kính:

$$\text{TA có: } d' = \frac{df}{d-f} = \frac{2 \cdot 2}{2-2} = \infty$$

Vậy: Ảnh của A ở vô cùng.

b) Chứng tỏ ảnh cuối cùng của A tạo bởi quang hệ có vị trí trùng với A

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } A \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A'$$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1: \begin{cases} d_1 = 2m \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{2 \cdot 2}{2-2} = \infty \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = -\infty \\ d'_2 = -d_2 = \infty \end{cases}$$

$$\text{Với } A' : \begin{cases} d_3 = -\infty \\ d'_3 = f = 2m \end{cases}$$

Vậy: Ảnh cuối cùng của A tạo bởi quang hệ có vị trí trùng với A.

c) Vị trí khác của thấu kính (L) trong khoảng từ A đến gương để ảnh cuối cùng của A có vị trí trùng với chính nó.

Gọi x là khoảng cách từ A đến vị trí khác của thấu kính để ảnh cuối cùng của A có vị trí trùng với chính nó.

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = x \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{2x}{x-2} \end{cases}$$

Khoảng cách giữa thấu kính và gương: $l = 9 - x$

$$\text{Với } A_2 B_2 : \begin{cases} d_2 = 9 - x - d'_1 = 9 - x - \frac{2x}{x-2} = \frac{-x^2 + 9x - 18}{x-2} \\ d'_2 = -d_2 = -\frac{-x^2 + 9x - 18}{x-2} \end{cases}$$

$$\text{Với } A' B' : \begin{cases} d_3 = 9 - x - d'_2 = 9 - x + \frac{-x^2 + 9x - 18}{x-2} = \frac{-2x^2 + 20x - 36}{x-2} \\ d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{\frac{-2x^2 + 20x - 36}{x-2} \cdot 2}{\frac{-2x^2 + 20x - 36}{x-2} - 2} = x \end{cases}$$

- Từ điều kiện $d'_3 = d_1 \Rightarrow d_3 = d'_1$ hay:

$$\frac{-2x^2 + 20x - 36}{x-2} = \frac{2x}{x-2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow x_1 = 3m \text{ hoặc } x_2 = 6m.$$

Vậy: Có hai vị trí khác của (L) để ảnh cuối cùng của A trùng với chính nó là $x_1 = 3m$ hoặc $x_2 = 6m$.

6.27. Thấu kính hội tụ có một mặt lồi ($R_1 = 7,5cm$) và một mặt lõm ($R_2 = 15cm$).

Thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$.

a) Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Một gương phẳng đặt sau thấu kính, vuông góc với trục chính, mặt phản xạ quay về phía thấu kính. Vật AB đặt trước thấu kính, vuông góc với trục chính và cách thấu kính 40 cm. Định vị trí gương để ảnh sau cùng là ảnh thật, cùng chiều với vật, độ lớn bằng 3 lần vật.

c) Vật AB và gương được đặt cố định cách nhau 160 cm. Tìm các vị trí của thấu kính ở giữa vật và gương để ảnh cuối cùng của vật tạo bởi hệ thấu kính và gương có vị trí trùng với vật.

Bài giải

a) Tiêu cự của thấu kính

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5-1) \left(\frac{1}{7,5} + \frac{1}{-15} \right) \Rightarrow f = 30\text{cm}$$

Vậy: Tiêu cự của thấu kính là $f = 30\text{cm}$.

b) Vị trí gương để ảnh sau cùng là ảnh thật, cùng chiều với vật và có độ lớn bằng 3 lần vật.

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A'B'$$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1: \begin{cases} d_1 = 40\text{cm} \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{40 \cdot 30}{40 - 30} = 120\text{cm} \end{cases}$$

Gọi l là khoảng cách giữa thấu kính và gương.

$$\text{Với } A_2B_2: \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = l - 120 \\ d'_2 = -d_2 = 120 - l \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B': \begin{cases} d_3 = l - d'_2 = l - 120 + l = 2l - 120 \\ d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{(2l - 120) \cdot 30}{2l - 120 - 30} = \frac{(l - 60) \cdot 30}{l - 75} \end{cases}$$

- Để ảnh sau cùng là ảnh thật, cùng chiều, có độ lớn bằng 3 lần vật thì:

$$\begin{cases} d'_3 = \frac{(l - 60) \cdot 30}{l - 75} > 0 \\ k = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \cdot \left(-\frac{d'_3}{d_3} \right) = \left(-\frac{120}{40} \right) \cdot \left(-\frac{120 - l}{l - 120} \right) \cdot \left(-\frac{f}{(d_3 - f)} \right) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{90}{2l - 150} = 3 \Rightarrow l = 90\text{cm}.$$

Vậy: Để ảnh sau cùng là ảnh thật, cùng chiều với vật, có độ lớn bằng 3 lần vật thì gương đặt cách thấu kính một đoạn 90 cm.

c) Vị trí của thấu kính ở giữa vật và gương để ảnh cuối cùng trùng với vật.

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1: \begin{cases} d_1 \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{30d_1}{d_1 - 30} \end{cases}$$

Vì khoảng cách giữa vật và gương là 160 cm nên khoảng cách giữa thấu kính và gương là:
 $l = 160 - d_1$.

$$\text{Với } A_2B_2: \begin{cases} d_2 = 160 - d_1 - d'_1 \\ d'_2 = -d_2 = -160 + d_1 + d'_1 \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B': \begin{cases} d_3 = l - d'_2 = 160 - d_1 + 160 - d_1 - d'_1 = 320 - 2d_1 - \frac{30d_1}{d_1 - 30} \\ d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = d_1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } d_3 = \frac{d'_3 f}{d'_3 - f} = \frac{30d_1}{d_1 - 30} \Leftrightarrow \frac{30d_1}{d_1 - 30} = 320 - 2d_1 - \frac{30d_1}{d_1 - 30}$$

$$\Leftrightarrow d_1^2 - 160d_1 + 4800 = 0 \Rightarrow d_{11} = 40\text{cm} \text{ và } d_{12} = 120\text{cm}.$$

Vậy: Để ảnh cuối cùng qua hệ trùng với vật thì vị trí thấu kính là $d_{11} = 40\text{cm}$ và $d_{12} = 120\text{cm}$.

6.28. Một thấu kính mỏng có một mặt phẳng và một mặt cong.

a) Vật AB đặt vuông góc với trục chính (A trên trục chính) và cách quang tâm 6m. Ảnh A_1B_1 là ảnh thật cách thấu kính 3m. Thấu kính loại gì? Tính tiêu cự, tụ số và bán kính mặt cong, cho biết thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$.

b) Mạ bạc mặt phẳng của thấu kính. Vật đặt trước thấu kính phía mặt cong. Khoảng cách d từ A đến quang tâm phải thỏa mãn điều kiện gì để ảnh cuối cùng là ảnh thật?

Bài giải

a) Loại thấu kính, tiêu cự, tụ số và bán kính cong

- Vì vật thật qua thấu kính cho ảnh thật nên thấu kính trên là thấu kính hội tụ.

$$\text{- Ta có: } f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2\text{m} \Rightarrow D = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} = 0,5\text{dp}.$$

$$\text{và } \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{R} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow R = 1\text{m}.$$

Vậy: Thấu kính trên là thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 2m$, tụ số $D = 0,5dp$ và bán kính cong $R = 1m$

b) Khoảng cách d để ảnh cuối cùng là ảnh thật

- Có thể xem quang hệ gồm thấu kính hội tụ (L) ghép sát với gương phẳng (M).

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(M)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A'B'$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1 : \begin{cases} d_1 \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{2d_1}{d_1 - 2} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = -d'_1 \\ d'_2 = -d_2 = d'_1 \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B' : \begin{cases} d_3 = -d'_2 = -d'_1 \\ d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{\frac{-2d_1}{d_1 - 2} \cdot 2}{-\frac{2d_1}{d_1 - 2} - 2} = \frac{4d_1}{4d_1 - 4} \end{cases}$$

- Để ảnh cuối cùng là ảnh thật thì $d'_3 \geq 0 \Leftrightarrow 4d_1 - 4 \geq 0 \Rightarrow d_1 \geq 1m$.

Vậy: Để ảnh cuối cùng là ảnh thật thì khoảng cách từ A đến quang tâm phải thỏa $d_1 \geq 1m$.

6.29. Cho một thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự $f = 12cm$ và một gương phẳng (G) đặt vuông góc với trục chính của (O) cách (O) khoảng $a = 24cm$ sao cho mặt phản xạ của gương hướng vào (O). Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính của thấu kính, giữa thấu kính và gương.

a) Khoảng cách từ vật đến gương là 4cm. Chứng minh rằng, có thể tìm được hai vị trí đặt màn (M) để thu được ảnh rõ nét của vật trên màn. Xác định các vị trí và tỉ số độ lớn của hai ảnh tương ứng của vật AB

b) Xác định vị trí của vật AB sao cho hai ảnh đó có tỉ số độ lớn bằng 3. Vẽ ảnh của vật trong trường hợp này.

Bài giải

a) Chứng minh rằng có thể tìm được hai vị trí đặt màn (M) để thu được ảnh rõ nét của vật trên màn và xác định các vị trí, tỉ số độ lớn của hai ảnh tương ứng của vật AB.

- Sơ đồ tạo ảnh: $A'B' \xleftarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d \\ d' \end{smallmatrix} \right\}]{(O)} AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(O)} A_2B_2$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1 : \begin{cases} d_1 = 4cm \\ d'_1 = -d_1 = -4cm \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = 24 + 4 = 28cm \\ d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{28 \cdot 12}{28 - 12} = 21cm \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B' : \begin{cases} d = 20cm \\ d' = \frac{df}{d - f} = \frac{20 \cdot 12}{20 - 12} = 30cm \end{cases}$$

- Vì hai ảnh A_2B_2 và $A'B'$ là hai ảnh thật nên khi đặt màn tại hai vị trí lần lượt cách thấu kính 21cm và 30cm ta có thể thu được ảnh rõ nét của vật trên màn.

- Tỉ số độ lớn của hai ảnh tương ứng là:

$$\text{Với } A_2B_2 : k = \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) = \left(-\frac{21}{28} \right) \left(\frac{-4}{4} \right) = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Với } A'B' : k' = -\frac{d'}{d} = -\frac{30}{20} = -\frac{3}{2}.$$

Vậy: Có hai vị trí đặt màn để thu ảnh rõ nét trên màn, hai vị trí đó cách thấu kính 21cm và 30cm. Tỉ số độ lớn hai ảnh tương ứng là $-3/4$ và $-3/2$.

b) Vị trí của vật AB để hai ảnh có tỉ số độ lớn bằng 3

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp, ta có:

$$\text{Với } A_1B_1 : \begin{cases} d_1 = x \\ d'_1 = -d_1 = -x \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = 24 + x \\ d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(24 + x) \cdot 12}{(24 + x) - 12} = \frac{12(24 + x)}{x + 12} \end{cases}$$

$$\text{Với } A'B' : \begin{cases} d = 24 - x \\ d' = \frac{df}{d - f} = \frac{(24 - x) \cdot 12}{24 - x - 12} = \frac{12(24 - x)}{12 - x} \end{cases}$$

- tỉ số độ lớn của hai ảnh tương ứng là:

$$\text{Với } A_2B_2 : k = \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) = \left(-\frac{12}{x + 12} \right)$$

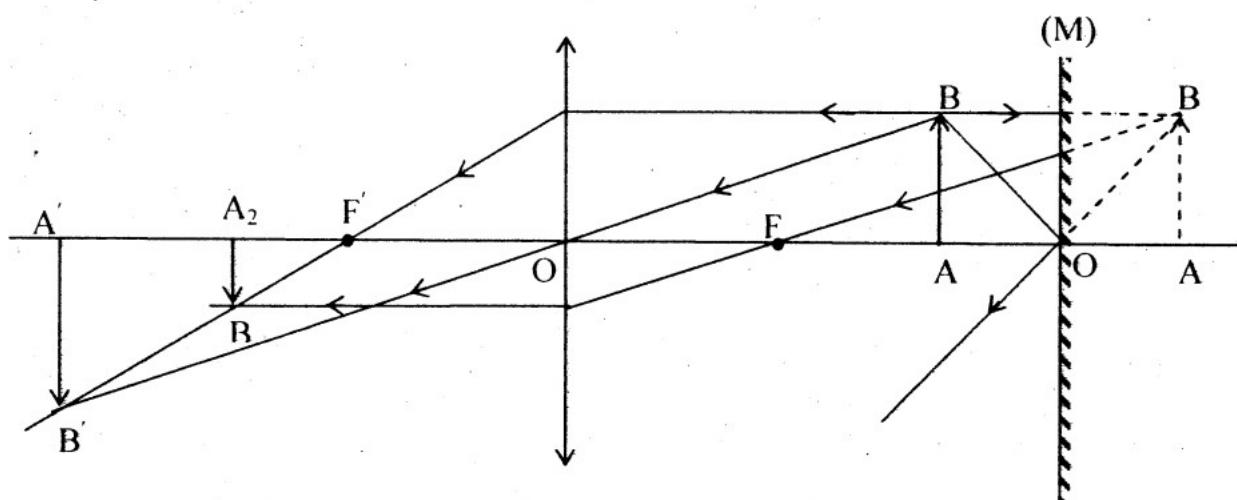
$$\text{Với } A'B' : k' = -\frac{d'}{d} = \frac{12}{x - 12}$$

- Để tỉ số độ lớn của hai ảnh bằng 3 thì:

$$|k| = 3|k'| \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-12}{x+12} = 3 \cdot \frac{12}{x-12} \\ \frac{12}{x+12} = 3 \cdot \frac{12}{x-12} \end{cases} \Rightarrow x_{11} = -6cm; x_{12} = -24cm.$$

$$|k'| = 3|k| \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12}{x-12} = 3 \cdot \frac{-12}{x+12} \\ \frac{-12}{x-12} = 3 \cdot \frac{-12}{x+12} \end{cases} \Rightarrow x_{21} = 6cm; x_{22} = 24cm.$$

Vì AB là vật nằm giữa thấu kính hội tụ (O) và gương phẳng (G) nên $0 < x < 24$, do đó AB phải đặt tại vị trí cách gương phẳng 6cm

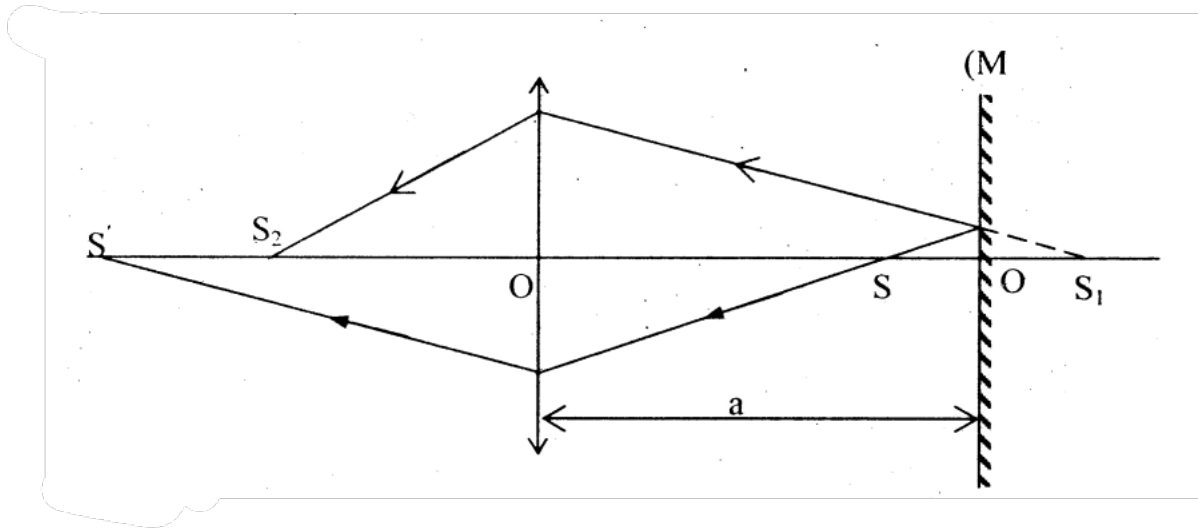


6.30. Gương phẳng (G) được đặt vuông góc với trục chính của thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự $f = 6cm$, cách thấu kính một khoảng a , mặt phản xạ hướng về phía thấu kính. Điểm sáng S đặt trên trục chính của (O), trước gương và cách gương 1cm. Ta thấy có hai vị trí cách nhau 3cm có thể đặt một màn (E) để thu ảnh rõ nét của S.

- Vẽ (giải thích đầy đủ) hai ảnh của S.
- Xác định a và khoảng cách từ (O) tới hai ảnh nói trên.
- Để giảm $1/5$ khoảng cách giữa hai ảnh, phải dịch chuyển điểm sáng bao nhiêu, theo chiều nào? ((G) và (O) được giữ cố định).

Bài giải

- Vẽ ảnh



- Giải thích:

+ S qua thấu kính (O) cho ảnh thật S' (thu được trên màn E).

+ S qua gương (G) cho ảnh ảo S_1 đối xứng với S qua (G). S_1 trở thành vật thật đối với thấu kính (O), qua (O) cho ảnh thật S_2 (hứng được trên màn E).

Như vậy, có hai vị trí đặt màn (E) để thu hai ảnh thật nói trên.

b) Xác định a và khoảng cách từ (O) tới hai ảnh nói trên

Gọi x là khoảng cách từ S đến (O): $d = x = a - 1$.

- Sơ đồ tạo ảnh: $S' \xleftarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d \\ d' \end{smallmatrix} \right\}]{(O)} S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} S_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(O)} S_2$.

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } S_1: \begin{cases} d_1 = 1\text{cm} \\ d'_1 = -d_1 = -1\text{cm} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Với } S_2: \begin{cases} d_2 = a - d'_1 = x + 2 \\ d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(x+2) \cdot 6}{x+2-6} = \frac{6(x+2)}{x-4} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Với } S': \begin{cases} d = x \\ d' = \frac{df}{d-f} = \frac{6x}{x-6} \end{cases} \quad (3)$$

- Hai vị trí cách nhau 3cm có thể đặt màn (E) để thu ảnh rõ nét của S nên:

$$d' - d'_2 = 3 \Leftrightarrow \frac{6x}{x-6} - \frac{6(x+2)}{x-4} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 10x = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \text{ (loại)}; x_2 = 10\text{cm (nhận)}.$$

$$\Rightarrow a = x + 1 = 10 + 1 = 11 \text{ cm}.$$

- Khoảng cách từ (O) đến hai ảnh nói trên là:

$$d'_2 = \frac{6(x+2)}{x-4} = \frac{6(10+2)}{10-4} = 12 \text{ cm}$$

$$d' = \frac{6x}{x-6} = \frac{6 \cdot 10}{10-6} = 15 \text{ cm}$$

Vậy: Khoảng cách giữa (G) và (O) là $a = 11 \text{ cm}$; Khoảng cách từ (O) đến hai ảnh là 12 cm và 15 cm.

c) Khoảng dịch chuyển của điểm sáng

- Khi giảm $\frac{1}{5}$ khoảng cách giữa hai ảnh thì khoảng cách giữa hai ảnh còn là:

$$3 - 3 \cdot \frac{1}{5} = 2,4 \text{ cm}.$$

- Gọi x_1 là khoảng cách từ S đến (O) để khoảng cách giữa hai ảnh còn là 2,4 cm:

$$\Leftrightarrow d' - d'_2 = 2,4$$

$$\text{với } d_2 = a - x_1 = 11 - x_1; d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(11 - x_1) \cdot 6}{11 - x_1 - 6} = \frac{(11 - x_1) \cdot 6}{5 - x_1}$$

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{6x_1}{x_1 - 6} \Leftrightarrow \frac{6x_1}{x_1 - 6} - \frac{(11 - x_1) \cdot 6}{5 - x_1} = 2,4 \Leftrightarrow x_1 = 10,2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta d = |x_1 - x| = |10,2 - 10| = 0,2 \text{ cm}$$

Vì $x_1 > x_2$ nên S dịch chuyển 0,2 cm lại gần (O).

6.31. Một thấu kính phẳng- lồi bằng thủy tinh có mặt phẳng được tráng một lớp bạc rất mỏng sao cho khi có một chùm tia sáng chiếu tới thì một phần chùm phản xạ, một phần chùm sáng truyền qua. Đặt một vật phẳng, nhỏ trước mặt phẳng của thấu kính vuông góc với trục chính, cách thấu kính 48 cm. Ta thu được hai ảnh, một thật, một ảo, cùng kích thước và nằm trong cùng một mặt phẳng vuông góc với trục chính.

a) Xác định tiêu cự của thấu kính.

b) Một người nhìn ảnh của mình qua lớp bạc nói trên và điều chỉnh sao cho ảnh này cách mắt 32 cm ở phía trước. Tính khoảng cách giữa mắt và thấu kính và độ phóng đại của ảnh trong các trường hợp:

- Mặt phẳng của thấu kính quay về phía người quan sát,
- Mặt cầu của thấu kính quay về phía người quan sát,

Bài giải

a) Tiêu cự của thấu kính

- Sơ đồ tạo ảnh:

Một phần phản xạ trên mặt phẳng cho ảnh ảo như qua một gương phẳng (M):

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d'_1 \end{matrix} \right\}]{(M)} A_1B_1$$

Ta có: $d_1 = 48cm; d'_1 = -48cm < 0$

Một phần truyền qua cho ảnh thật như qua một thấu kính (O): $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_2 \\ d'_2 \end{matrix} \right\}]{(O)} A_2B_2$

Ta có: $d_2 = 48cm; d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{48f}{48 - f} > 0$,

- Vì hai ảnh một thật, một ảo, cùng kích thước nằm trong cùng một mặt phẳng vuông góc với trục chính, ta có:

$$d'_1 = -d'_2 \Leftrightarrow -48 = -\frac{48f}{48 - f} \Rightarrow f = 24cm$$

Vậy: Tiêu cự của thấu kính là $f = 24cm$.

b) Khoảng cách giữa mắt - thấu kính và độ phóng đại của ảnh

* **Trường hợp 1:** Mặt phẳng của thấu kính quay về phía người quan sát

- Khi mặt phẳng của thấu kính quay về phía người quan sát thì người quan sát chỉ thấy được ảnh ảo như tạo bởi gương phẳng (M):

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d'_1 \end{matrix} \right\}]{(M)} A_1B_1$.

Ta có: $L = |d_1 - d'_1| = 32$ và $d'_1 = d_1$

$$\Rightarrow 2d_1 = 32 \Rightarrow d_1 = \frac{32}{2} = 16cm$$

- Độ phóng đại của ảnh: $k = -\frac{d'_1}{d_1} = 1$.

Vậy: Khi mặt phẳng của thấu kính quay về phía người quan sát thì khoảng cách giữa mắt và thấu kính là 16cm, độ phóng đại của ảnh là 1.

* **Trường hợp 2:** Mặt cầu của thấu kính quay về phía người quan sát

- Khi mặt cầu của thấu kính quay về phía người quan sát thì người quan sát chỉ thấy được ảnh ảo cuối cùng $A'B'$ qua hệ theo sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d'_1 \end{matrix} \right\}]{(O)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_2 \\ d'_2 \end{matrix} \right\}]{(M)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_3 \\ d'_3 \end{matrix} \right\}]{(O)} A'B'$$

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1 : \begin{cases} d_1 \\ d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{24d_1}{d_1 - 24} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = -d_1' = -\frac{24d_1}{d_1 - 24} \\ d_2' = -d_2 = \frac{24d_1}{d_1 - 24} \end{cases} \quad ((O) \text{ và } (M) \text{ ghép sát: } l = 0)$$

$$\text{Với } A'B' : \begin{cases} d_3 = -d_2' = -\frac{24d_1}{d_1 - 24} \\ d_3' = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{\frac{-24d_1}{d_1 - 24} \cdot 24}{-\frac{24d_1}{d_1 - 24} - 24} = \frac{576d_1}{48d_1 - 576} = \frac{12d_1}{d_1 - 12} \end{cases}$$

((O) và (M) ghép sát: $l = 0$)

- Vì khoảng cách giữa ảnh và mắt là 32cm nên: $d_1 - d_3' = 32$

$$\Leftrightarrow d_1 - \frac{12d_1}{d_1 - 12} = 32 \Leftrightarrow d_1^2 - 56d_1 + 384 = 0 \Rightarrow d_{11} = 48cm; d_{12} = 8cm$$

$$\text{và } d_{31}' = d_{11} - 32 = 48 - 32 = 16cm; d_{32}' = d_{12} - 32 = 8 - 32 = -24cm$$

Vì ảnh ở phía trước nên chọn $d_{11} = 8cm$ và $d_{31}' = -24cm$

$$\text{- Độ phóng đại của ảnh : } k = -\frac{d_3'}{d_3} = -\frac{-24}{8} = 3$$

Vậy: Khi mặt cầu của thấu kính quay về phía người quan sát thì khoảng cách giữa mắt và thấu kính là 8cm, độ phóng đại của ảnh là 3.

6.32. Một gương cầu lõm có bán kính $R = 55cm$ được đặt cho trục chính thẳng đứng, bề lõm hướng lên trên. Đặt vào gương một chất lỏng chiết suất n . Một điểm sáng A trên trục chính có hai ảnh cho bởi quang hệ này, một ảnh trùng với nó và ảnh kia cách A đoạn $l = 30cm$. Tính n .

Bài giải

Ta có: Chùm sáng từ A qua hệ cho hai ảnh theo sơ đồ:

+ Ảnh A' : Do chùm sáng từ A tới mép ngoài của gương phản xạ theo sơ đồ:

$$A \xrightarrow{G} A' \quad (1)$$

+ Ảnh A'' : do chùm sáng từ A tới phần giữa của hệ gồm lớp nước (thấu kính hội tụ) và gương cầu:

$$A \xrightarrow{TK+G} A'' \quad (2)$$

Vì hệ “thấu kính + gương cầu” tương đương với một gương cầu có tiêu cự f' thỏa:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_G} + \frac{2}{f_{TK}} \Rightarrow f' = \frac{f_G f_{TK}}{f_{TK} + 2f_G}$$

$$\text{với } f_G = \frac{R}{2} = \frac{55}{2} = 27,5 \text{ cm}; f_{TK} = \frac{R}{n-1} = \frac{55}{n-1}$$

$$\Rightarrow f' = \frac{27,5 \cdot \frac{55}{n-1}}{\frac{55}{n-1} + 2 \cdot 27,5} = \frac{27,5}{n} \quad (3)$$

- **Trường hợp 1:** A' trùng với A và A'' cách A một đoạn $AA'' = l = 30 \text{ cm}$:

+ Từ (1) ta thấy A trùng với A' khi A ở tâm gương nghĩa là A cách hệ 55cm.

+ Từ (2) ta có $d = 55 \text{ cm} \Rightarrow d' = d \pm l$:

a) Với $d' = d + l = 55 + 30 = 85 \text{ cm}$:

- Tiêu cự tương đương của hệ “thấu kính + gương cầu” là:

$$f' = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{55 \cdot 85}{55 + 85} = 33,4 \text{ cm}$$

- Mặt khác theo (3) thì: $f' = \frac{27,5}{n} \Rightarrow n = \frac{27,5}{f'} = \frac{27,5}{33,4} = 0,83$

Vì $n > 1$ nên giá trị n ở trên không thỏa mãn.

b) Với $d' = d - l = 55 - 30 = 25 \text{ cm}$:

- Tiêu cự tương đương của hệ “thấu kính+ gương cầu” là:

$$f' = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{55 \cdot 25}{55 + 25} = 17,18 \text{ cm}$$

- Mặt khác theo (3) thì: $f' = \frac{27,5}{n} \Rightarrow n = \frac{27,5}{f'} = \frac{27,5}{17,19} = 1,6$

trường hợp này ta thấy $n > 1$ nên kết quả này nhận được.

- **Trường hợp 2:** A'' trùng với A và A' cách A một đoạn $AA'' = l = 30 \text{ cm}$:

+ Từ (2) ta thấy A'' trùng với A khi A ở tâm hệ “thấu kính + gương cầu”, nghĩa là A cách hệ một đoạn $d = 2f'$

+ Từ (1) ta thấy $AA'' = l \Rightarrow d' = d \pm l = d \pm 30$:

a) Với $d' = d + 30$:

- Theo công thức gương cầu, ta có: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f_G}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{d+30} = \frac{1}{27,5} \Leftrightarrow d^2 - 25d - 825 = 0$$

$$\Rightarrow d = 43,8\text{cm} \text{ (nhận)} ; d = -18,75\text{cm} < 0 \text{ (loại vì vật thật)}$$

$$\Rightarrow d' = 43,8 + 30 = 73,8\text{cm}$$

- Mặt khác: $d = 2f' \Rightarrow f' = \frac{d}{2} = \frac{43,8}{2} = 21,9\text{cm}$

- Theo (3) thì $f' = \frac{27,5}{n} \Rightarrow n = \frac{27,5}{f'} = \frac{27,5}{21,9} = 1,25$

Vì $n > 1$ nên kết quả này cũng nhận được.

b) Với $d' = d - 30$:

- Theo công thức gương cầu, ta có: $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f_G}$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{d-30} = \frac{1}{27,5} \Leftrightarrow d^2 - 85d + 825 = 0 \Rightarrow d = 73,8\text{cm} \text{ và } d = 11,2\text{cm}.$$

$$\Rightarrow d' = 73,8 - 30 = 43,8\text{cm} \text{ (nhận)} \text{ và } d' = 11,2 - 30 = -18,8\text{cm} < 0 \text{ (loại)}$$

- Mặt khác: $d = 2f' \Rightarrow f' = \frac{d}{2} = \frac{73,8}{2} = 36,9\text{cm}.$

- Theo (3) thì $f' = \frac{27,5}{n} \Rightarrow n = \frac{27,5}{f'} = \frac{27,5}{36,9} = 0,75$

Vì $n < 1$ nên kết quả này bị loại.

Vậy: Chiết suất của chất lỏng có thể là 1,6 hoặc 1,25.

6.33. Một đèn pha gồm:

- Một gương cầu lõm (G) và một thấu kính hội tụ (L) đồng trục, mặt phản xạ của gương hướng về thấu kính.

- Một bóng đèn S công suất lớn có dây tóc coi như một điểm sáng đặt trên trục chính của hệ trong khoảng giữa gương và thấu kính.

Khoảng cách từ dây tóc đèn S đến gương là b, đến thấu kính là a; a và b có thể thay đổi bằng cách dời thấu kính và gương.

a) Ban đầu $a = 15\text{cm}; b = 6\text{cm}$. Trên một màn (E) vuông góc với trục chính, cách thấu kính 22,5 cm, ta thu được một chấm sáng ở tâm của một vùng sáng hình tròn. Dời màn một khoảng nhỏ ra trước hoặc

sau thi đường kính của vùng sáng không đổi còn chấm sáng to dần. Tính tiêu cự của thấu kính và của gương.

b) Phải điều chỉnh a, b như thế nào để thu được một chùm sáng song song duy nhất? Cho biết khoảng cách giữa S và thấu kính không thể nhỏ hơn 10cm.

Bài giải

a) Tiêu cự của thấu kính và của gương

***Trường hợp 1:** Chấm sáng trên màn là ảnh S' của S qua thấu kính; vùng sáng trên màn tạo bởi chùm sáng từ S phản xạ trên gương rồi khúc xạ qua thấu kính.

- Các sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow[\left. \begin{matrix} d \\ d' \end{matrix} \right\}]{(L)} S' \text{ (chấm sáng } S') \text{}$$

$$S \xrightarrow[\left. \begin{matrix} d_1 \\ d'_1 \end{matrix} \right\}]{(G)} S_1 \xrightarrow[\left. \begin{matrix} d_2 \\ d'_2 \end{matrix} \right\}]{(L)} S_2 \text{ (vùng sáng)}$$

- Xét sự tạo ảnh qua các sơ đồ:

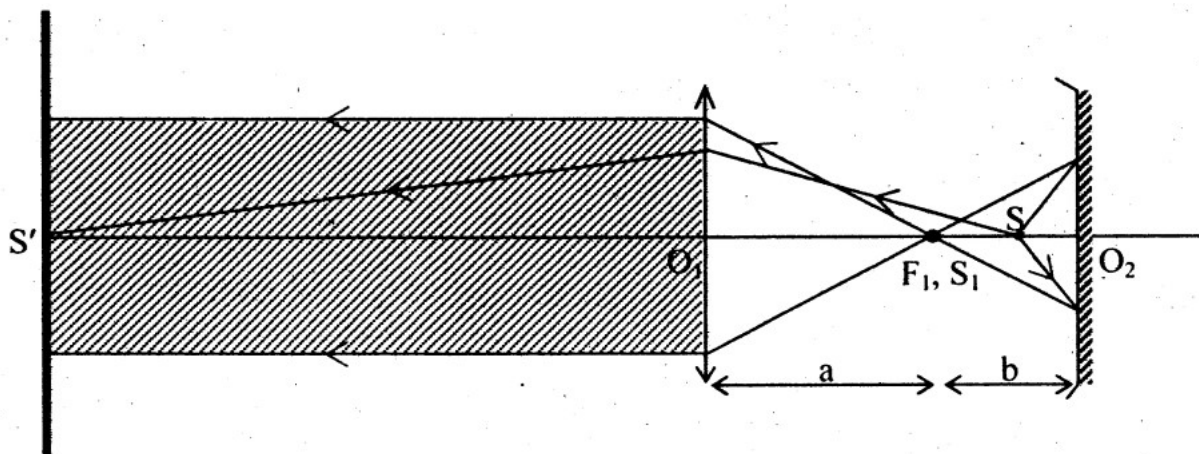
Với chấm sáng S' : $d = a = 15\text{cm}$; $d' = 22,5\text{cm}$.

$$\Rightarrow f_L = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{15 \cdot 22,5}{15+22,5} = 9\text{cm}$$

Với vùng sáng: Vì vùng sáng có đường kính không đổi khi dời màn nên S_1 phải nằm tại tiêu điểm F của thấu kính (L). Do đó:

$$d'_1 = a + b - f_L = 15 + 6 - 9 = 12\text{cm}; d_1 = b = 6\text{cm}$$

$$\Rightarrow f_G = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4\text{cm}.$$



***Trường hợp 2:** Chùm sáng trên màn là ảnh S_2 của S qua hệ gương – thấu kính vùng sáng trên màn tạo bởi chùm sáng từ S khúc xạ qua thấu kính.

- Các sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{\left(\begin{smallmatrix} G \\ d_1 \end{smallmatrix} \right)} S_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{\left(\begin{smallmatrix} L \\ d_2 \end{smallmatrix} \right)} S_2 \text{ (chùm sáng } S_2 \text{)}$$

$$S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d \\ d' \end{smallmatrix} \right\}]{\left(\begin{smallmatrix} L \\ d \end{smallmatrix} \right)} S' \text{ (vùng sáng)}$$

- Xét sự tạo ảnh qua các sơ đồ:

Với vùng sáng: Vì đường kính vùng sáng không đổi khi dời màn nên S nằm tại tiêu điểm chính F của thấu kính, do đó: $f_L = a = 15\text{cm}$.

Với chùm sáng S' : $d_1 = b = 6\text{cm}; d'_2 = 22,5\text{cm}$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_L}{d'_2 - f_L} = \frac{22,5 \cdot 15}{22,5 - 15} = 45\text{cm}$$

$$\text{và } d'_1 = a + b - d_2 = 15 + 6 - 45 = -24\text{cm}$$

$$\Rightarrow f_G = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{6 \cdot (-24)}{6 + (-24)} = 8\text{cm}$$

Vậy: Tiêu cự của thấu kính và của gương có thể là 9cm và 4cm hoặc 15cm và 8cm.

(Bạn đọc tự vẽ hình minh họa cho trường hợp 2).

b) Xác định a, b để thu được chùm sáng song song duy nhất

- Để một trong hai chùm sáng là chùm song song thì S phải đặt ở tiêu điểm F của thấu kính, do đó:
 $a = f_L \Rightarrow a = 9\text{cm}$ hoặc $a = 15\text{cm}$.

Vì $d = a < 10\text{cm}$ nên ta nhận $a = 15\text{cm}$.

- Để chùm sáng từ S sau khi phản xạ trên gương (G) và ló qua thấu kính (L) thành chùm song song thì chùm tia phản xạ sau khi qua (G) phải hội tụ tại tiêu điểm F của thấu kính, do đó:

$$b = 2f_G = 2 \cdot 8 = 16\text{cm} \text{ (chọn } f_G \text{ tương ứng với } f_L \text{ trên)}$$

Vậy: Để thu được chùm sáng song song duy nhất thì $a = 15\text{cm}, b = 16\text{cm}$.

6.34. Một gương cầu lồi (G) có bán kính bằng tiêu cự của một thấu kính hội tụ (L). Gương và thấu kính được đặt đồng trục và cách nhau một khoảng l .

a) Vật là nguồn điểm thật S trên trục chính, trước thấu kính, cách thấu kính $d = 2f$. Ảnh của vật tạo bởi hệ trùng với vật. Xác định l .

b) Thay nguồn điểm S bằng vật phẳng, nhỏ AB đặt vuông góc với trục chính ở cùng vị trí với S. Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

c) Vật AB được đặt ở giữa gương và thấu kính. Giải thích vì sao vật có hai ảnh. Xác định vị trí vật để:

- Hai ảnh cùng thật.
- Một ảnh thật và một ảnh ảo.

Bài giải

a) Xác định l

- Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} S_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S'$.

Ta có:

$$+ f = R; f_G = -\frac{R}{2} = -\frac{f}{2}.$$

$$+ d_1 = 2f; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{2f^2}{2f - f} = 2f.$$

$$+ d_2 = l - d'_1 = l - 2f; d'_2 = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{(l - 2f) \cdot \left(-\frac{f}{2}\right)}{l - 2f - \left(-\frac{f}{2}\right)} = \frac{-f(l - 2f)}{2l - 3f}.$$

$$+ d_3 = l - d'_2 = l + \frac{f(l - 2f)}{2l - 3f}; d'_3 = d_1.$$

$$- \text{Vì } d'_3 = d_1 \Rightarrow d_3 = d'_1 \Leftrightarrow l + \frac{f(l - 2f)}{2l - 3f} = 2f.$$

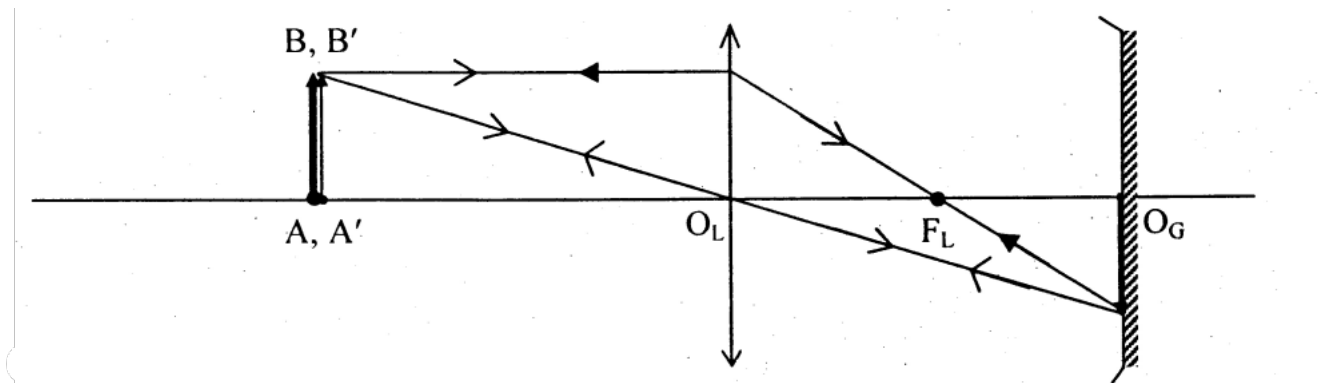
$$\Leftrightarrow l^2 - 3lf + 2f^2 = 0 \Rightarrow l = f \text{ (loại) và } l = 2f \text{ (nhận)}.$$

Vậy: Giá trị của l là $l = 2f$.

b) Khi thay S bằng vật phẳng AB

- Ta cũng có : $d_1 = 2f; d'_1 = 2f > 0; l = 2f$: Ảnh thật, cùng chiều, bằng vật và nằm trùng với AB.

- Hình vẽ:



c) Khi AB đặt giữa gương và thấu kính

- Giải thích vì sao vật cho hai ảnh: Hai ảnh qua hệ gồm:

Ảnh $A'B'$ tạo bởi qua thấu kính.

Ảnh A_2B_2 qua hệ thấu kính - gương: $AB \xrightarrow{(G)} A_1B_1 \xrightarrow{(L)} A_2B_2$.

- Để hai ảnh cùng thật thì:

Với $A'B'$: $d > f_L \Rightarrow A \in [F_L, O_G]$.

Với A_2B_2 : Vì A_1B_1 luôn là ảnh ảo, nằm sau gương cầu lõm nên A_1B_1 qua thấu kính (L) luôn cho ảnh thật.

Như vậy, để hai ảnh cùng thật thì $A \in [F_L; O_G]$.

- Để một ảnh thật, một ảnh ảo thì:

Vì A_2B_2 luôn là ảnh thật nên $A'B'$ phải là ảnh ảo.

Để $A'B'$ là ảnh ảo thì $d < f_L \Rightarrow A \in [O_L; F_L]$.

Như vậy, để một ảnh thật, một ảnh ảo thì $A \in [O_L; F_L]$.

6.35. Một thấu kính phân kì (L) có tiêu cự 30cm được đặt trước một gương cầu lõm (G), bán kính cong $R = 60cm$, sao cho trục chính của chúng trùng nhau và sao cho một tia sáng song song với trục chính sau khi qua thấu kính, phản xạ trên gương, lại ló qua thấu kính song song với trục chính.

a) Tính khoảng cách l giữa thấu kính và gương.

b) Một vật phẳng nhỏ AB đặt vuông góc với trục chính, trước thấu kính và cách thấu kính một khoảng d . Vẽ ảnh của vật qua hệ và từ đó chứng minh rằng hệ luôn luôn cho một ảnh ảo lớn bằng vật.

Tính khoảng cách từ gương tới ảnh của vật khi $d = 40cm$.

Bài giải

a) Khoảng cách l giữa thấu kính và gương

Ta có: $f_G = \frac{R}{2} = \frac{60}{2} = 30\text{cm}; f_L = -30\text{cm}$.

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A'B'$.

Với $d_1 = \infty$ (tia sáng song song với trục chính); $d'_3 = \infty$ (tia ló song song với trục chính).

$$\Rightarrow d'_1 = f_L = -30\text{cm}; d_3 = f_L = -30\text{cm}.$$

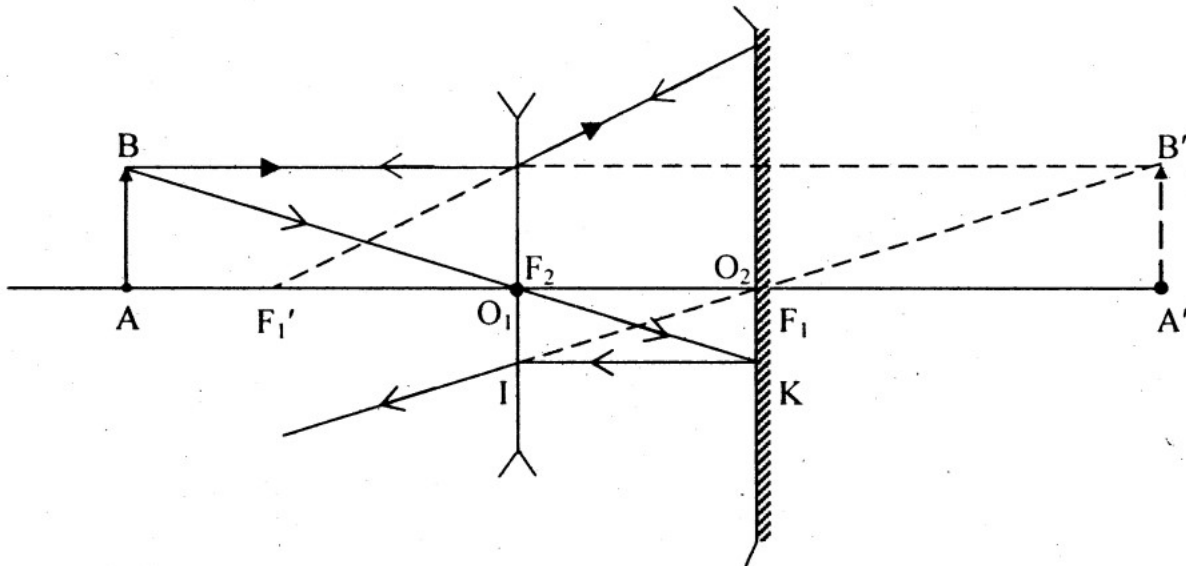
$$d_2 = l - d'_1 = l + 30; d'_2 = l - d_3 = l + 30.$$

$$\Rightarrow f_G = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{(l + 30)^2}{2(l + 30)} = \frac{l + 30}{2}$$

$$\Rightarrow l = 2f_G - 30 = 2.30 - 30 = 30\text{cm}.$$

Vậy: Khoảng cách giữa thấu kính và gương là $l = 30\text{cm}$.

b) Vẽ ảnh của vật qua hệ: Vì $f_G = -f_L$ nên $F_2 \equiv O_1; F_1 \equiv O_2$



- Chứng minh rằng hệ luôn luôn cho một ảnh ảo lớn bằng vật

Tia tới từ B song song với trục chính, phản xạ qua gương cho tia ló cũng song song với trục chính nên ảnh cuối cùng $A'B'$ qua hệ sẽ có độ cao bằng vật AB. Vật AB qua thấu kính phân kì (L) cho ảnh ảo A_1B_1 (nằm trước thấu kính), ảnh ảo A_1B_1 trở thành vật thật nằm ngoài tiêu điểm chính F_2 đối với gương (G) nên phân kì (L) nên sau khi qua (L) sẽ cho ảnh ảo $A'B'$

Như vậy. ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh ảo lớn bằng vật

- Khoảng cách từ gương tới ảnh của vật: trên hình vẽ, ta có:

Hai tam giác đồng dạng ABO_1 và O_1IK cho: $\frac{AB}{O_1I} = \frac{AO_1}{IK}$ (1)

Hai tam giác đồng dạng $A'B'O_2$ và O_2KI cho: $\frac{A'B'}{O_2K} = \frac{A'O_2}{KI}$ (2)

Vì $AB = A'B'$; $O_1I = O_2K$ nên từ (1) và (2) suy ra: $AO_1 = A'O_2 = d = 40\text{cm}$.

Vậy: Khoảng cách từ ảnh cuối cùng qua hệ đến gương cầu là 40cm.

6.36. Một gương cầu lõm (G) và một thấu kính hội tụ (L) cùng tiêu cự f được đặt cách nhau khoảng $3f$ sao cho trục chính trùng nhau và mặt phản xạ của gương hướng vào thấu kính. Một vật phẳng nhỏ đặt trên trục, vuông góc với trục, trong khoảng giữa thấu kính và gương.

a) Chứng minh rằng hệ gương và thấu kính trên luôn luôn cho hai ảnh của vật. Xác định vị trí của vật để:

- hai ảnh là thật cả.

- một ảnh là thật, một ảnh là ảo.

b) Xác định vị trí của vật để hai ảnh là ảnh thật cả và ở cách nhau một khoảng $2f$.

Tính tỉ số độ lớn của hai ảnh và vẽ hai ảnh ấy.

c) Xác định vị trí của vật để hệ cho một ảnh thật cùng chiều với vật, lớn gấp 2 lần vật.

Bài giải

a) Chứng minh rằng hệ luôn cho hai ảnh

- Hệ luôn cho hai ảnh theo các sơ đồ tạo ảnh sau:

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d \\ d' \end{matrix} \right\}]{(L)} A'B'$$

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d'_1 \end{matrix} \right\}]{(G)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_2 \\ d'_2 \end{matrix} \right\}]{(L)} A_2B_2$$

- Vị trí của vật: Đặt $x = O_2A$ ($0 < x < 3f$).

$$\text{Với ảnh } A'B': d = 3f - x; d' = \frac{df}{d - f} = \frac{(3f - x)f}{3f - x - f} = \frac{(3f - x)f}{2f - x} \quad (1)$$

$$\text{Với ảnh } A_1B_1: d_1 = x; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{xf}{x - f}.$$

$$\text{Với ảnh } A_2B_2: d_2 = l - d'_1 = 3f - \frac{xf}{x - f} = \frac{2xf - 3f^2}{x - f}.$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{\frac{2xf - 3f^2}{x - f} \cdot f}{\frac{2xf - 3f^2}{x - f} - f} = \frac{2xf - 3f^2}{x - 2f} \quad (2)$$

x	0	$\frac{3f}{2}$	2f	3f
d'	+	+		- 0
d ₂ '	+	0	-	+

- Để hai ảnh đều thật: $(d' > 0) \cap (d_2' > 0) \Rightarrow x = d_1 < \frac{3f}{2}$.

- Để một ảnh thật và một ảnh ảo thì:

Hoặc $(d' > 0) \cap (d_2' < 0) \Rightarrow \frac{3f}{2} < x = d_1 < 2f$.

Hoặc $(d' < 0) \cap (d_2' > 0) \Rightarrow 2f < x = d_1 < 3f$.

b) Vị trí của vật để hai ảnh là thật và cách nhau một khoảng 2f

- Để hai ảnh đều thật thì: $x < \frac{3f}{2}$ (3)

- Để hai ảnh cách nhau 2f thì: $|d' - d_2'| = 2f$ (4)

$$\Leftrightarrow \left| \frac{(3f-x)f}{2f-x} - \frac{2xf-3f^2}{x-2f} \right| = 2f \Leftrightarrow \left| \frac{xf}{2f-x} \right| = 2f \Leftrightarrow \left| \frac{x}{2f-x} \right| = 2$$

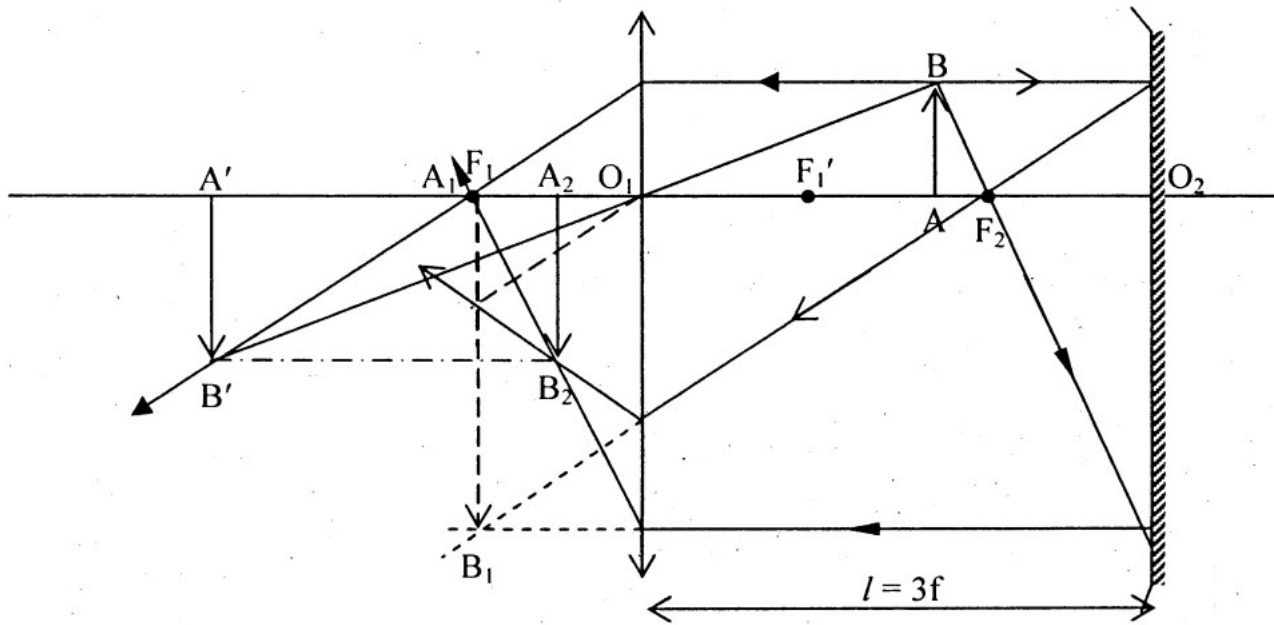
$$\text{vì } x < \frac{3f}{2} \Rightarrow 2f-x > 0, \text{ do đó } \frac{x}{2f-x} = 2 \Rightarrow x = \frac{4f}{3}$$

Vậy: Để hai ảnh đều thật và cách nhau 2f thì $x = \frac{4f}{3}$.

$$\text{- Tỉ số độ lớn hai ảnh : } k = \left| \frac{A_2 B_2}{A' B'} \right| = \left| \frac{A_2 B_2}{A_1 B_1} \cdot \frac{A_1 B_1}{AB} \cdot \frac{AB}{A' B'} \right| = \left| \left(-\frac{d_2'}{d_2} \right) \left(-\frac{d_1'}{d_1} \right) \left(-\frac{d}{d'} \right) \right|$$

$$\Leftrightarrow k = \left| \left(-\frac{\frac{2xf-3f^2}{x-2f}}{\frac{2xf-3f^2}{x-f}} \right) \left(-\frac{\frac{xf}{x-f}}{x} \right) \left(-\frac{2f-x}{f} \right) \right| = \left| \left(-\frac{x-f}{x-2f} \right) \left(-\frac{f}{x-f} \right) \left(-\frac{2f-x}{f} \right) \right| = 1$$

Vậy: tỉ số độ lớn hai là $k = 1$.



c) Vị trí của vật để hệ cho một ảnh thật cùng chiều và gấp 2 lần vật

Ta thấy: Ảnh $A'B'$ nếu thật thì luôn ngược chiều với vật nên chỉ có thể ảnh A_2B_2 là ảnh thật cùng chiều với vật, khi đó $k = \pm 2$

$$\text{hay } k = k_1 k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = \frac{f}{f-d} = 2 \Rightarrow d = \frac{f}{2}$$

Vậy: Để hệ cho một ảnh thật cùng chiều và gấp 2 lần vật thì $d = \frac{f}{2}$

6.37. Một gương cầu lõm (G) và một thấu kính hội tụ (O) cùng tiêu cự f được đặt cách nhau một khoảng $l = 2f$ sao cho trục chính trùng nhau và cho mặt phản xạ của gương hướng vào thấu kính. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trong khoảng giữa gương và thấu kính, cách gương một khoảng d

a) Chứng minh rằng hệ gương và thấu kính luôn luôn cho hai ảnh của vật mà một là ảnh thật, bằng vật và ngược chiều với vật

b) Xác định vị trí của vật để hai ảnh là thật cả và ở cách nhau một khoảng bằng $8f/3$

Bài giải

a) Chứng minh rằng hệ gương và thấu kính luôn luôn cho hai ảnh

- các sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d \\ d' \end{array} \right\}]{(L)} A'B'$$

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\}]{(G)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}]{(L)} A_2B_2$$

- Xét các quá trình tạo ảnh: Đặt $x = O_L A$

$$\text{Với } A'B' : d = x; d' = \frac{df}{d-f} = \frac{xf}{x-f}$$

Vì $0 \leq d \leq 2f$ nên $A'B'$ có thể là thật hoặc ảo.

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 = l - x = 2f - x; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{(2f - x)f}{2f - x - f} = \frac{(2f - x)f}{f - x}$$

$$\Rightarrow k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = \frac{f}{x-f}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = l - d'_1 = 2f - \frac{(2f - x)f}{f - x} = \frac{-xf}{f - x};$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{\frac{-xf}{f - x} \cdot f}{\frac{-xf}{f - x} - f} = x > 0.$$

$$\Rightarrow k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{f - x}{f}$$

$$\text{- Độ phóng đại của ảnh cuối cùng : } k = k_1 k_2 = \left(\frac{f}{x-f} \right) \left(\frac{f-x}{f} \right) = -1 < 0.$$

Vậy: Hệ luôn cho hai ảnh trong đó có một ảnh luôn thật, ngược chiều và bằng vật.

b) Vị trí của vật để hai ảnh là thật và ở cách nhau một khoảng bằng $8f/3$

- Vì ảnh A_2B_2 luôn thật nên để hai ảnh đều thật thì ảnh $A'B'$ phải thật, điều kiện là: $d' > 0$ hay

$$d = x > f \quad (1)$$

$$\text{- Theo đề: } |d'_2 - d'| = \frac{8f}{3} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{d'_2}{d'} = \frac{x}{\frac{xf}{x-f}} = \frac{x-f}{f} = \frac{x}{f} - 1 \quad (3)$$

Vì $f < x \leq 2f \Rightarrow \frac{d'_2}{d'} \leq 1 \Rightarrow d'_2 \leq d'$ nên từ (2) ta có:

$$d'_2 - d' = -\frac{8f}{3} \quad (2')$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{xf}{x-f} = -\frac{8f}{3} \Leftrightarrow x^2 + \frac{2f}{3}x - \frac{8f^2}{3} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{4f}{3} \text{ và } x_2 = -2f < 0 \text{ (loại)}$$

$$\text{- Kết hợp với điều kiện } x > f \Rightarrow x = \frac{4f}{3}.$$

Vậy: Vị trí của vật để hai ảnh là thật và ở cách nhau một khoảng bằng $8f/3$ là $x = \frac{4f}{3}$.

6.38. Một quang hệ gồm thấu kính hội tụ (L) tiêu cự 10 cm được đặt đồng trục với gương cầu lõm (G) bán kính 10 cm. Mặt phản xạ của gương hướng về thấu kính, khoảng cách giữa thấu kính và gương là $l = 35\text{cm}$. Trước thấu kính, có một điểm sáng S cách thấu kính đoạn 15cm.

- a) Xác định ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ. Vẽ đường đi của một chùm tia sáng.
b) Điểm sáng và thấu kính được giữ cố định, người ta dịch chuyển gương. Tìm vị trí của gương để ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ trùng với chính nó.

Bài giải

$$\text{Ta có: } f_L = 10\text{cm}; f_G = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}.$$

- a) Xác định ảnh sau cùng S' và vẽ đường đi của một chùm tia sáng qua hệ

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: } S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} S_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S'.$$

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp, ta có:

$$\text{Với } S_1: d_1 = 15\text{cm}; d'_1 = \frac{d_1 f_L}{d_1 - f_L} = \frac{15 \cdot 10}{15 - 10} = 30\text{cm}.$$

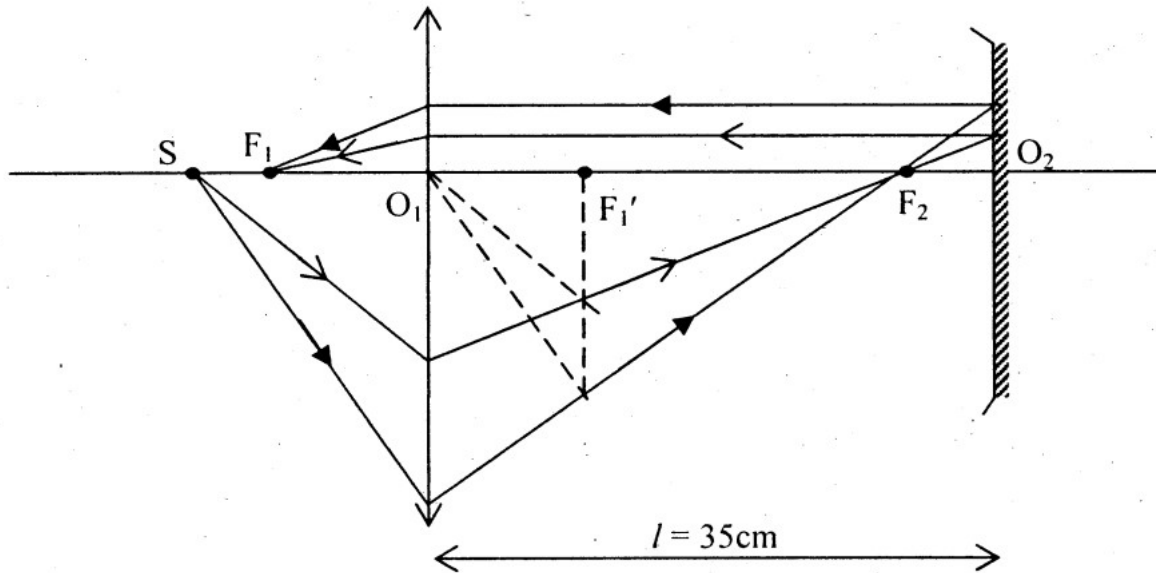
$$\text{Với } S_2: d_2 = l - d'_1 = 35 - 30 = 5\text{cm}; d'_2 = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{5 \cdot 5}{5 - 5} = +\infty.$$

$$\text{Với } S': d_3 = l - d'_2 = 35 - \infty = -\infty;$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_L}{d_3 - f_L} = \frac{f_L}{1 - \frac{f_L}{d_3}} = \frac{10}{1 - \frac{10}{(-\infty)}} = 10\text{cm} = f_1.$$

Vì $d'_3 = f_1 = 10\text{cm} > 0$ nên ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ là ảnh thật nằm trùng với tiêu điểm chính F_1 của thấu kính.

- Đường đi của một chùm tia sáng qua hệ:



b) Vị trí của gương để ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ trùng với chính nó

- Khi giữ cố định điểm sáng và thấu kính, dịch chuyển gương, gọi l' là khoảng cách giữa thấu kính và gương, ta có:

$$d_1 = 15\text{cm}; d'_1 = 30\text{cm}.$$

$$d_2 = l' - d'_1 = l' - 30; d'_2 = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{(l' - 30) \cdot 5}{l' - 30 - 5} = \frac{(l' - 30) \cdot 5}{l' - 35}.$$

$$d_3 = l' - d'_2 = l' - \frac{(l' - 30) \cdot 5}{l' - 35} = \frac{l'^2 - 40l' + 150}{l' - 35}$$

$$\text{- Khi } S' \text{ trùng với S thì } d'_3 = d_1 = 15\text{cm} \Rightarrow d_3 = \frac{d'_3 f_L}{d'_3 - f_L} = \frac{15 \cdot 10}{15 - 10} = 30\text{cm}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{l'^2 - 40l' + 150}{l' - 35} = 30 \Leftrightarrow l'^2 - 70l' + 1200 = 0.$$

$$\Rightarrow l'_1 = 30\text{cm} \text{ và } l'_2 = 40\text{cm}.$$

Vậy: Để ảnh cuối cùng của quang hệ trùng với chính nó thì gương phải đặt cách thấu kính 30cm hoặc 40cm.

6.39. Một thấu kính phẳng - cầu có chiết suất n và bán kính mặt cong R . Người ta tráng bạc mặt cầu của thấu kính. Hãy xác định quang hệ tương đương với thấu kính tráng bạc này. Xét hai trường hợp:

- mặt cầu lõm.
- mặt cầu lồi.

Bài giải

- Hệ được coi như gồm thấu kính ghép sát với gương cầu ($l = 0$), sơ đồ tạo ảnh như sau:

$$S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} S_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S' \Leftrightarrow S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d \\ d' \end{smallmatrix} \right\}]{(X)} S'$$

(X là quang cụ tương đương, với $d = d_1; d' = d'_3$)

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp qua hệ:

$$\text{Với } S_1: \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_L} \quad (1)$$

$$\text{Với } S_2: \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_G} \quad (2)$$

$$\text{Với: } d_2 = -d'_1 \text{ (ghép sát : } l = 0) \Rightarrow \frac{1}{(-d'_1)} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_G} \quad (2')$$

$$\text{Với } S_3: \frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f_L} \quad (3)$$

$$\text{Với: } d_3 = -d'_2 \text{ (ghép sát } l = 0) \Rightarrow \frac{1}{(-d'_2)} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f_L} \quad (3')$$

$$\text{- Cộng (1), (2') và (3') về theo về ta được: } \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_3} = \frac{2}{f_L} + \frac{1}{f_G} \quad (4)$$

- Nếu coi hệ thấu kính – gương cầu ghép sát tương đương với một quang cụ X thì :

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f_X} \quad (5)$$

$$\text{- Từ (4) và (5) suy ra: } \frac{1}{f_X} = \frac{2}{f_L} + \frac{1}{f_G}, \text{ với:}$$

$$\text{Mặt cầu lồi: } \frac{1}{f_L} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{n-1}{R}; f_G = \frac{R}{2}.$$

$$\text{Mặt cầu lõm: } \frac{1}{f_L} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (n-1) \cdot \frac{1}{(-R)} = -\frac{(n-1)}{R}; f_G = -\frac{R}{2}.$$

*** Trường hợp mặt cầu lồi: $R > 0$:**

$$\Rightarrow \frac{1}{f_X} = \frac{2(n-1)}{R} + \frac{2}{R} = \frac{2n}{R}$$

$$\Rightarrow f_X = \frac{R}{2n} : \text{ hệ tương đương với một gương cầu lõm, tiêu cự } f_X = \frac{R}{2n}.$$

*** Trường hợp mặt cầu lõm: $R < 0$:**

$$\Rightarrow \frac{1}{f_x} = -\frac{2(n-1)}{R} - \frac{2}{R} = -\frac{2n}{R}$$

$$\Rightarrow f_x = -\frac{R}{2n} : \text{hệ tương đương với một gương cầu lõm, tiêu cự } f_x = -\frac{R}{2n}.$$

6.40. Một thấu kính phẳng – lõm, chiết suất $n = 1,5$, mặt lõm có bán kính $R = 30\text{cm}$.

a) Vật AB phẳng nhỏ đặt trước mặt phẳng của thấu kính cách mặt đó khoảng $d = 90\text{cm}$. Xác định ảnh $A'B'$.

b) Mặt lõm của thấu kính được mạ bạc. Hãy:

- Tìm trên trục chính của thấu kính điểm O sao cho các tia sáng đi từ O sau khi qua thấu kính, phản xạ rồi qua thấu kính lần thứ hai sẽ hội tụ ở O.
- Xác định ảnh $A'B'$ tạo bởi hệ. Vật AB vẫn ở chỗ cũ.

Bài giải

a) Xác định ảnh $A'B'$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5-1) \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{60} \Rightarrow f = 60\text{cm}.$$

$$\Rightarrow d' = \frac{df}{d-f} = \frac{90 \cdot 60}{90-60} = 180\text{cm} > 0 \quad \text{và} \quad k = -\frac{d'}{d} = -\frac{180}{90} = -2$$

Vậy: ảnh $A'B'$ là ảnh thật, ngược chiều cách thấu kính 180cm và bằng 2 lần vật.

b) Khi mặt lõm của thấu kính được mạ bạc

$$\text{- Hệ tương đương với một gương cầu lõm có tiêu cự: } f_x = \frac{R}{2n} = \frac{30}{2 \cdot 1,5} = 10\text{cm}.$$

- Để tia sáng từ O qua hệ hội tụ trở lại O thì $d' = d$:

$$\frac{1}{f_x} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{d} \Rightarrow d = 2f_x = 2 \cdot 10 = 20\text{cm}$$

$$\text{- Với vật AB, ta có: } d = 90\text{cm} \Rightarrow d' = \frac{df_x}{d-f_x} = \frac{90 \cdot 10}{90-10} = 11,25\text{cm} > 0.$$

$$\text{và } k = -\frac{d'}{d} = -\frac{11,25}{90} = -\frac{1}{8}.$$

Vậy:

+ Điểm O cách thấu kính 20cm

+ Ảnh $A'B'$ qua hệ là ảnh thật, ngược chiều, cách thấu kính 11,25cm và cao bằng $\frac{1}{8}$ vật.

6.41. Một hệ gồm thấu kính hội tụ (L) tiêu cự $f = 12\text{cm}$ đặt đồng trục trước một gương cầu lõm (G) có bán kính $R = 10\text{cm}$. Mặt phản xạ của gương hướng về thấu kính. Khoảng cách giữa gương và thấu kính là $a = 35\text{cm}$.

Một điểm sáng S được đặt trên trục chính, trước thấu kính và cách thấu kính đoạn $d_1 = 20\text{cm}$.

a) Xác định ảnh sau cùng của S. Vẽ đường đi của ánh sáng.

b) Giữ thấu kính và điểm sáng cố định, tịnh tiến gương. Tìm vị trí của gương để ảnh sau cùng của S trùng chính nó. Vẽ đường đi của ánh sáng. Nhận xét về các vị trí tìm được.

Bài giải

Ta có: $f_L = 12\text{cm}; f_G = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}; l = a = 35\text{cm}$.

a) Xác định ảnh sau cùng S' và vẽ đường đi của một chùm tia sáng qua hệ

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} S_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} S'$.

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp, ta có:

Với S_1 : $d_1 = 20\text{cm}; d'_1 = \frac{d_1 L_1}{d_1 - L_1} = \frac{20 \cdot 12}{20 - 12} = 30\text{cm}$.

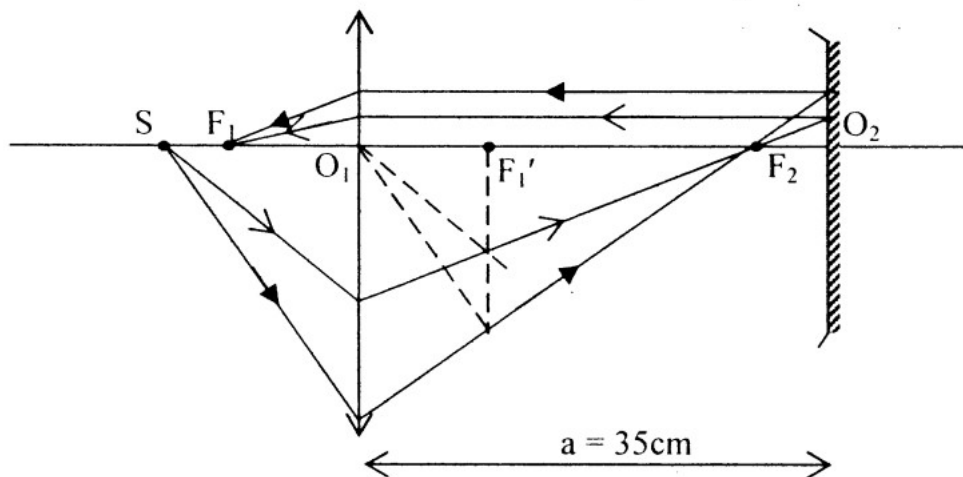
Với S_2 : $d_2 = l - d'_1 = 35 - 30 = 5\text{cm}; d'_2 = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{5 \cdot 5}{5 - 5} = +\infty$.

Với S' : $d_3 = l - d'_2 = 35 - \infty = -\infty$;

$$d'_3 = \frac{d_3 f_L}{d_3 - f_L} = \frac{f_L}{1 - \frac{f_L}{d_3}} = \frac{f_L}{1 - \frac{12}{(-\infty)}} = 12\text{cm} = f_L$$

Vì $d'_3 = f_L = 12\text{cm} > 0$ nên ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ là ảnh thật nằm trùng với tiêu điểm chính F_1 của thấu kính.

- Đường đi của một chùm tia sáng qua hệ:



b) Vị trí của gương để ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ trùng với chính nó

- Khi giữ cố định điểm sáng và thấu kính, dịch chuyển gương, gọi l' là khoảng cách thấu kính và gương, ta có:

$$d_1 = 20\text{cm}; d'_1 = 30\text{cm}$$

$$d_2 = l' - d'_1 = l' - 30; d'_2 = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{(l' - 30) \cdot 5}{l' - 30 - 5} = \frac{(l' - 30) \cdot 5}{l' - 35}$$

$$d_3 = l' - d'_2 = l' - \frac{(l' - 30) \cdot 5}{l' - 35} = \frac{l'^2 - 40l' + 150}{l' - 35}$$

$$\text{- Khi } S' \text{ trùng với S thì } d'_3 = d_1 = 20\text{cm} \Rightarrow d_3 = \frac{d'_3 f_L}{d'_3 - f_L} = \frac{20 \cdot 12}{20 - 12} = 30\text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \frac{l'^2 - 40l' + 150}{l' - 35} = 30 \Leftrightarrow l'^2 - 70l' + 1200 = 0$$

$$\Rightarrow l'_1 = 30\text{cm} \text{ và } l'_2 = 40\text{cm}.$$

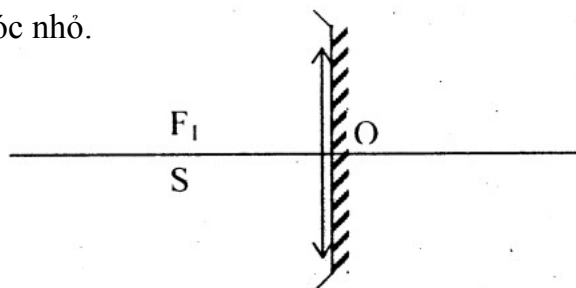
Vậy: Để ảnh cuối cùng của quang hệ trùng với chính nó thì gương phải đặt cách thấu kính 30cm hoặc 40cm.

* **Nhận xét:** Từ kết quả trên ta thấy: Để có các vị trí trên gương phải dịch chuyển ra xa hoặc lại gần thấu kính một đoạn 5cm.

6.42. Người ta áp sát một gương cầu lõm vào một thấu kính hội tụ mỏng chiếm phần giữa của gương cầu. Có thể coi đỉnh gương và quang tâm của thấu kính trùng nhau ở O. Góc mở của quang hệ đủ nhỏ để các tia sáng đều làm với trục chính những góc nhỏ.

a) Một điểm sáng đặt ở tiêu điểm của thấu kính.

- Bằng phương pháp hình học xác định ảnh S' của S qua hệ thống “thấu



kính - gương cầu” . Vẽ hình và giải thích cách vẽ

- Biết tiêu cự f_T của thấu kính và tiêu cự f_G của gương , tính OS' và tiêu cự của hệ thống “ thấu kính- gương cầu”.

b) Đặt điểm sáng trên trục chính trước quang hệ đã cho, ta được hai ảnh thật A_1, A_2 . A_1 cách O một khoảng $b_1 = 50cm$; A_2 cách O một khoảng $b_2 = 10cm$.

Giải thích tại sao có hai ảnh và tính tiêu cự của thấu kính.

(Trích đề thi học sinh giỏi Quốc gia, năm học 1987-1988)

Bài giải

a) Vẽ hình, tính OS' và tính tiêu cự của hệ “ thấu kính- gương cầu”

Ta có: $f_G = \frac{R}{2}$; $f_T = \frac{2R}{n-1}$ (nếu là thấu kính hai mặt lồi).

Vì $f_G < f_T$ nên tiêu điểm chính F_G (của gương) nằm trong tiêu điểm chính F_T (của thấu kính)

- Vẽ ảnh S' của S qua hệ: Từ S vẽ tia SI bất kì tới gặp thấu kính. Nếu không có gương thì tia khúc xạ qua thấu kính sẽ đi song song với trục chính, tia này là tia tới đối với gương cho tia phản xạ qua tiêu điểm F_G của gương. Vì có thấu kính nên tia này là tia tới đối với thấu kính , qua thấu kính sẽ cho tia ló qua tiêu điểm phụ ứng với trục phụ song song với tia phản xạ trên gương. Tia ló cuối cùng gặp trục chính tại S' ; S' là ảnh của S.

- Tiêu cự của hệ

Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow{TK} S_1 \xrightarrow{G} S_2 \xrightarrow{TK} S'$.

Ta có: $d_1 = f_T \Rightarrow d'_1 = \infty$; $d_2 = -\infty$; $d'_2 = f_G \Rightarrow d_3 = -f_G$.

Và $d'_3 = \frac{f_G f_T}{f_G + f_T} > 0$ (ảnh thật)

Vậy: Ảnh của S qua hệ là ảnh thật và cách O một đoạn $OS' = \frac{f_G f_T}{f_G + f_T}$.

+ Vì thấu kính rất mỏng ghép sát gương nên có thể coi hệ thống như một gương lõm, tiêu cự của hệ thống là:

$$f = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{f_T^2 f_G}{f_G + f_T \left(f_T + \frac{f_T f_G}{f_T - f_G} \right)} = \frac{f_T^2 f_G}{f_T^2 + 2f_T f_G} = \frac{f_T f_G}{f_T + 2f_G}$$

Vậy: Tiêu cự của hệ thống “thấu kính - gương cầu” là $f = \frac{f_T f_G}{f_T + 2f_G}$.

Chú ý: Ta cũng được kết quả trên bằng cách tìm ảnh của vật ở vô cực qua hệ.

b) Tiêu cự của thấu kính

- Sở dĩ có 2 ảnh thật A_1, A_2 là vì A qua hệ cho 1 ảnh, phần còn lại của gương cho ảnh thứ 2. Vì $f < f_G$ nên A_1 là ảnh của A qua gương, A_2 là ảnh của A qua hệ.

- Các sơ đồ tạo ảnh:

$$A \xrightarrow{G} A_1 \Leftrightarrow \frac{1}{f_G} = \frac{1}{d} + \frac{1}{b_1} \quad (1)$$

$$A \xrightarrow{TK-G} A_1 \Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{b_2} \quad (2)$$

- Lấy (2) - (1), ta được: $\frac{1}{f} - \frac{1}{f_G} = \frac{1}{b_2} - \frac{1}{b_1} \Leftrightarrow \frac{f_T + 2f_G}{f_T f_G} - \frac{1}{f_G} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 b_2}$

$$\Rightarrow f_T = \frac{2b_1 b_2}{b_1 - b_2} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 10}{50 - 10} = 25 \text{ cm}$$

Vậy: Tiêu cự của thấu kính là $f_T = 25 \text{ cm}$.

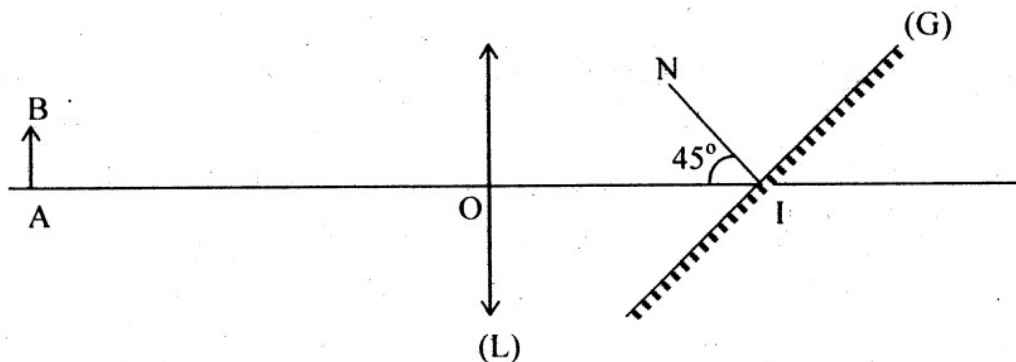
6. HỆ THẤU KÍNH – LƯỖNG CHẤT PHẪNG, THẤU KÍNH – BẢN MẶT SONG SONG, THẤU KÍNH – LĂNG KÍNH

6.43. Thấu kính (L) hai mặt lồi, cùng bán kính R, có $f = 15 \text{ cm}$. Thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$. Vật $AB = 1,2 \text{ cm}$ đặt trước thấu kính, vuông góc với trục chính. A ở trên trục chính và cách quang tâm O 60 cm. Sau thấu kính, cách tâm O 10 cm có gương phẳng (G) đặt sao cho pháp tuyến IN của mặt phản xạ hợp góc 45° với trục chính thấu kính.

a) Tính bán kính cong R của hai mặt thấu kính.

b) Xác định ảnh $A'B'$ của AB tạo bởi hệ.

c) Thay (G) bằng mặt huyền của một lăng kính phản xạ toàn phần đặt sao cho OI qua tâm I của mặt huyền. Hai cạnh góc vuông của lăng kính có độ dài $a = 6 \text{ cm}$. Thủy tinh làm lăng kính có chiết suất $n = 1,5$. Xác định ảnh của vật tạo bởi hệ lăng kính và thấu kính.



Bài giải

a) Bán kính cong R của hai mặt thấu kính

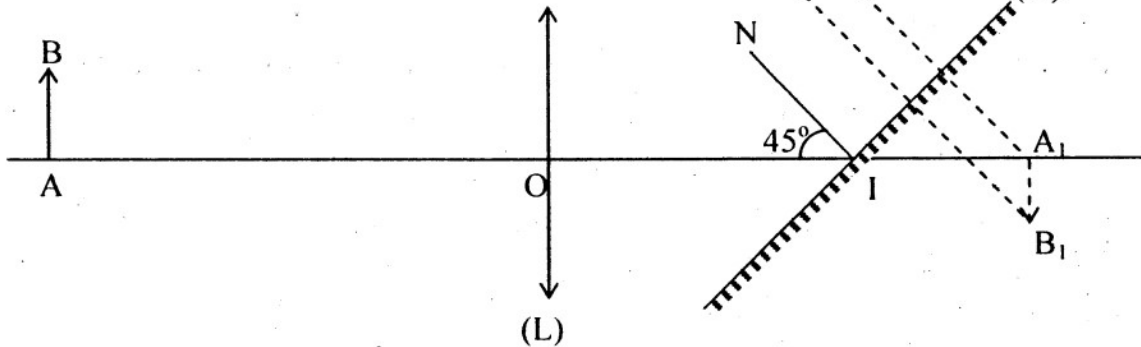
$$\text{Ta có: } \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5-1) \frac{2}{R}$$

$$\Rightarrow R = 0,5.2f = 0,5.2.15 = 15\text{cm}$$

Vậy: Bán kính cong R của hai mặt thấu kính là $R = 15\text{cm}$.

b) Ảnh $A'B'$ của AB qua hệ

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(G)} A'B'$$



- Xét sự tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1: \begin{cases} d_1 = 60\text{cm} \\ d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{60.15}{60-15} = 20\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2: \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = 10 - 20 = -10\text{cm} \\ d'_2 = -d_2 = 10\text{cm} > 0 \end{cases}$$

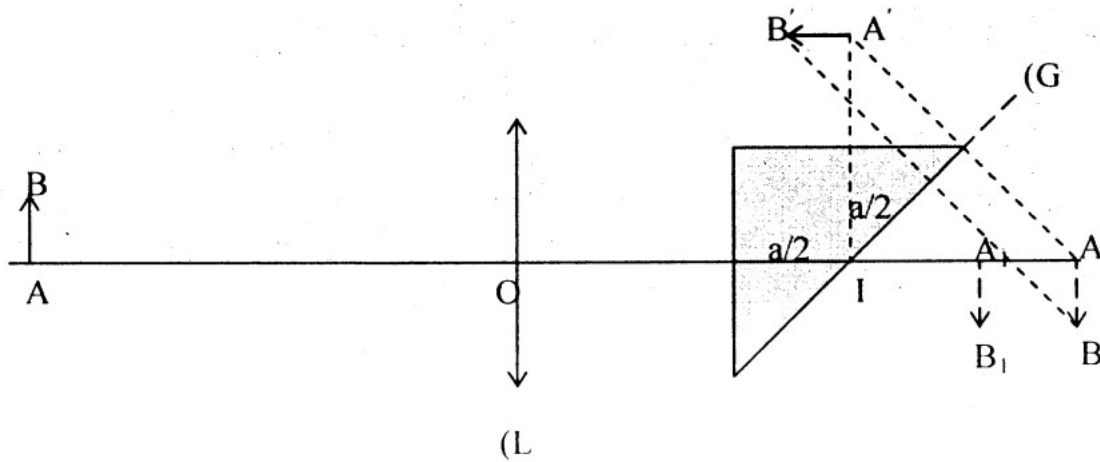
$$(d'_2 = IA_1 = IA' = 10\text{cm})$$

- Số phóng đại của ảnh : ta có $A'B' = A_1B_1$.

$$\text{với: } k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{20}{60} = -\frac{1}{3} \Rightarrow A_1B_1 = |k_1| AB = \frac{1}{3} \cdot 1,2 = 0,4\text{cm}.$$

Vậy: Ảnh $A'B'$ là ảnh thật, song song với trục chính, cách trục chính 10cm và có độ lớn 0,4cm.

c) Khi thay gương phẳng (G) bằng lăng kính phản xạ toàn phần



- Khi đặt lăng kính phản xạ toàn phần sao cho mặt huyền của lăng kính ở đúng chỗ gương (G) thì:
 - + Mặt huyền có tác dụng như một gương phẳng hắt ảnh $A'B'$ theo phương vuông góc với A_1B_1 .
 - + Các tia sáng tạo ảnh còn đi qua thủy tinh một đoạn tổng cộng (đoạn tới và đoạn phản xạ) bằng a .
- Do đó, xét về sự tạo ảnh, lăng kính phản xạ toàn phần tương đương với một bản mặt song song có bề dày a , chiết suất n và một gương phẳng.

- Sơ đồ tạo ảnh tương đương qua hệ như sau:

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d'_1 \end{matrix} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_2 \\ d'_2 \end{matrix} \right\}]{(BMSS)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d \\ d' \end{matrix} \right\}]{(G)} A'B'$$

- Độ dịch chuyển ảnh A_2B_2 của A_1B_1 qua bản mặt song song là:

$$A_1A_2 = x = a \left(1 - \frac{1}{n} \right) \Rightarrow x = 6 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 2 \text{ cm}$$

- Khoảng cách giữa A_2 của ảnh A_2B_2 so với I là : $A_2I = 10 + 2 = 12 \text{ cm}$.

- Khoảng cách giữa A' của ảnh $A'B'$ so với I hay so với trục chính thấu kính là:

$$A'I = A_2I = 12 \text{ cm}.$$

Vậy: Ảnh $A'B'$ là ảnh thật, song song với trục chính, cách trục chính 12cm và có độ lớn bằng 0,4cm.

6.44. Một vật phẳng $AB = 2 \text{ cm}$ đặt trước một thấu kính hội tụ (L) cho một ảnh $A'B' = 6 \text{ cm}$ trên màn (M).

a) Đặt giữa thấu kính và màn một bản hai mặt song song (B) dày $e = 1,5 \text{ cm}$ thì phải dịch chuyển màn một khoảng $\Delta d' = 0,5 \text{ cm}$, ảnh mới trở lại rõ nét. Hỏi phải dịch màn theo chiều nào? Tính chiết suất của bản và kích thước của ảnh.

b) Đặt bản trên giữa vật và thấu kính, phải dịch chuyển màn một khoảng $\Delta d''$ kể từ vị trí đầu, ảnh mới trở lại rõ nét và có độ lớn $A''B'' = 18 \text{ cm}$. Hỏi phải dịch chuyển màn bao nhiêu, theo chiều nào và tiêu cự của thấu kính là bao nhiêu?

Bài giải

a) Chiều dịch chuyển của màn, chiết suất của bản và kích thước của ảnh

- Khi đặt giữa thấu kính và màn một bản hai mặt song song (B) thì ảnh sẽ có kích thước như khi chưa đặt (B) và dịch chuyển theo chiều ánh sáng một đoạn:

$$\Delta d' = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

- Do đó, để thu được ảnh rõ nét trên màn phải dịch chuyển màn một đoạn bằng độ dịch chuyển của ảnh, nghĩa là : $\Delta d' = 0,5cm$

$$\Rightarrow e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 0,5 \Rightarrow n = \frac{e}{e - 0,5} = \frac{1,5}{1,5 - 0,5} = 1,5$$

Vậy: Để thu được ảnh rõ nét phải dịch màn theo chiều ánh sáng một đoạn 0,5cm; chiết suất của bản là $n = 1,5$ và kích thước của ảnh vẫn là 6cm.

b) Độ dịch chuyển, chiều dịch chuyển của màn và tiêu cự của thấu kính

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{BMSS} A_1B_1 \xrightarrow{TK} A''B''$.

- Xét các quá trình tạo ảnh, ta có:

$$\text{Với } A_1B_1 : AA_1 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 0,5.$$

$$\text{Với } A''B'' : d_1 = d - AA_1 = d - 0,5; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f}.$$

$$\text{- Độ phóng đại ảnh ban đầu: } |k| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{6}{2} = 3 \Leftrightarrow k = \frac{f}{f - d} = -3 \quad (1)$$

$$\text{- Độ phóng đại ảnh lúc sau: } |k'| = \frac{A''B''}{AB} = \frac{18}{2} = 9 \Leftrightarrow k' = \frac{f}{f - d_1} = -9 \quad (2)$$

$$\text{- Từ (1) và (2) suy ra: } d = \frac{4f}{3}; d_1 = \frac{10f}{9}.$$

$$\Rightarrow \frac{10f}{9} = \frac{4f}{3} - 0,5 \Rightarrow f = 2,25cm$$

$$\text{và: } d = \frac{4 \cdot 2,25}{3} = 3cm; d' = \frac{df}{d - f} = \frac{3 \cdot 2,25}{3 - 2,25} = 9cm.$$

$$d_1 = \frac{10 \cdot 2,25}{9} = 2,5cm; d'_1 = \frac{d'_1 f}{d'_1 - f} = \frac{2,5 \cdot 2,25}{2,5 - 2,25} = 22,5cm.$$

$$\Rightarrow \Delta d'' = |d'_1 - d'| = |22,5 - 9| = 13,5cm$$

Vậy: phải dịch chuyển màn theo chiều truyền ánh sáng một đoạn $13,5\text{cm}$; tiêu cự của thấu kính là $f = 2,25\text{cm}$.

6.45. Một vật phẳng AB đặt trước một màn (M). Giữa vật và màn có một thấu kính (O), và một bản mặt song song độ dày $e = 5,7\text{cm}$ bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$. Giữ vật và màn cố định, dịch chuyển thấu kính và bản thủy tinh, người ta tìm được một vị trí của thấu kính, mà dù đặt bản thủy tinh ở trước hay sau thấu kính thì ảnh vẫn rõ nét trên màn.

Khi bản thủy ở trước thấu kính thì ảnh cao 10mm , còn khi bản thủy tinh ở sau thấu kính thì ảnh cao $8,1\text{mm}$. Hãy tính:

- Tiêu cự của thấu kính.
- Độ lớn của vật.
- Khoảng cách từ vật đến thấu kính và đến màn.

Bài giải

a) Tiêu cự của thấu kính : gọi O_1

* Khi bản mặt song song đặt trước thấu kính:

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{BMSS} A_1B_1 \xrightarrow{TK} A_2B_2$.

- Xét các quá trình tạo ảnh, ta có:

$$\text{Với } A_1B_1 : AA_1 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 5,7 \cdot \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 1,9\text{cm}.$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = OA_1 = OA - AA_1 = d - 1,9 \quad (d = OA).$$

$$d'_2 = OA_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f}$$

* Khi bản mặt song song đặt sau thấu kính:

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{TK} A_3B_3 \xrightarrow{BMSS} A_4B_4$.

- Xét các quá trình tạo ảnh, ta có:

$$\text{Với } A_3B_3 : d_3 = OA; d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f}.$$

$$\text{Với } A_4B_4 : A_3B_3 = AA_1 = 1,9\text{cm}$$

- Vì khoảng cách từ A_1B_1 đến màn M và từ AB đến A_3B_3 bằng nhau nên theo nguyên lý thuận nghịch về chiều truyền của ánh sáng thì: $d_2 = d'_3; d'_2 = d_3$.

- Mặt khác: $|k_2| = \frac{A_2 B_2}{AB} = \frac{10}{AB}$; $|k_4| = \frac{A_4 B_4}{AB} = \frac{8,1}{AB} \Rightarrow \frac{|k_2|}{|k_4|} = \frac{10}{8,1} = \frac{100}{81}$

Với: $AB = A_1 B_1$; $A_3 B_3 = A_4 B_4 \Rightarrow k_4 = k_3$.

$$\Rightarrow \frac{|k_2|}{|k_3|} = \left| \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \cdot \left(-\frac{d_3}{d'_3} \right) \right| = \left(\frac{d'_2}{d_2} \right)^2 = \frac{100}{81} \Rightarrow d'_2 = \frac{10}{9} d_2 \quad (1)$$

- Vì chỉ có một vị trí thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn nên:

$$d'_2 = d_2 + AA_1 = d_2 + 1,9 \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) ta có: $\frac{10}{9} d_2 = d_2 + 1,9 \Rightarrow d_2 = 17,1 \text{ cm}$;

$$d'_2 = d_2 + 1,9 = 17,1 + 1,9 = 19 \text{ cm}$$

Từ đó: $f = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{17,1 \cdot 19}{17,1 + 19} = 9 \text{ cm}$

Vậy: Tiêu cự của thấu kính là $f = 9 \text{ cm}$.

b) Độ lớn của vật

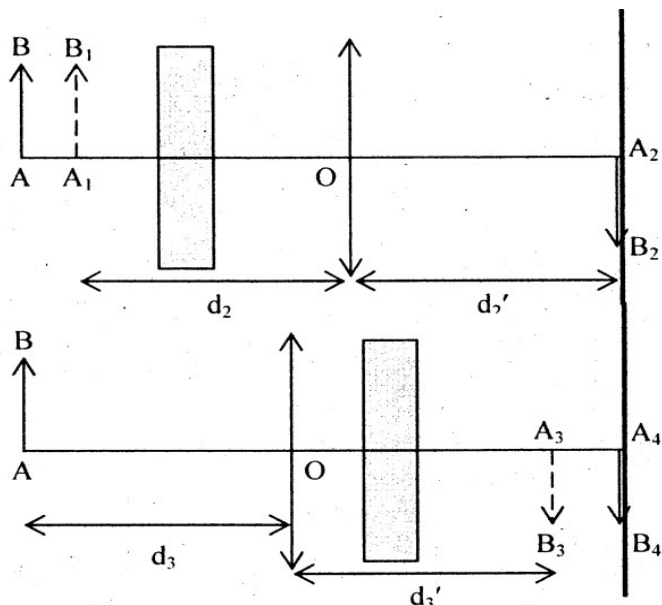
Từ $|k_2| = \frac{A_2 B_2}{AB} = \frac{10}{AB} \Rightarrow AB = \frac{10}{|k_2|} = \frac{10 |d_2|}{|-d'_2|} = \frac{10 |17,1|}{|-19|} = 9 \text{ cm}$.

Vậy: Độ lớn của vật AB là 9cm.

c) Khoảng cách từ vật đến thấu kính và đến màn

- Khoảng cách từ vật đến thấu kính: $|d_3| = |d'_2| = 19 \text{ cm}$.

- Khoảng cách từ vật đến màn: $L = |d_3 + d'_3 + A_3 A_4| = |19 + 17,1 + 1,9| = 38 \text{ cm}$.



6.46. Cho một thấu kính phẳng – lồi (L) bằng thủy tinh , chiết suất $n = 1,5$, mặt lồi có bán kính cong $R = 4,5cm$.

Một vật phẳng nhỏ $AB = 2mm$ đặt trên trục chính, vuông góc với trục, cách mặt cong một khoảng $d = 12cm$.

a) Xác định vị trí và độ lớn của ảnh $A'B'$ của vật cho bởi thấu kính.

b) Người ta dán thêm vào mặt phẳng của thấu kính một tấm hai mặt song song bằng cùng một thứ thủy tinh , dày $e = 3cm$. Xác định vị trí và độ lớn của ảnh trong hai trường hợp:

- Vật vẫn đặt trước mặt cong, cách mặt đó 13cm.

- Vật đặt trước mặt phẳng (của thấu kính dày) và cũng cách mặt đó 13cm.

Ta có thể rút ra kết luận gì đối với một thấu kính phẳng – lồi, dày?

Bài giải

a) Vị trí và độ lớn của ảnh $A'B'$ của vật cho bởi thấu kính

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f} = (n-1) \frac{1}{R} = (1.5-1) \cdot \frac{1}{4,5} = \frac{0,5}{4,5} \Rightarrow f = 9cm .$$

$$\Rightarrow d' = \frac{df}{d-f} = \frac{12 \cdot 9}{12-9} = 36cm > 0$$

$$\text{và } k = -\frac{d'}{d} = -\frac{36}{12} = -3 \Rightarrow A'B' = |k| \cdot AB = 3 \cdot 2 = 6mm .$$

Vậy: ảnh $A'B'$ cách thấu kính 36cm và cao 6mm.

b) Khi dán thêm bản mặt song song vào mặt phẳng của thấu kính

* Trường hợp vật đặt trước mặt cong

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{TK} A_1B_1 \xrightarrow{BMSS} A_2B_2 .$

- Xét các quá trình tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 = 13cm; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{13 \cdot 9}{13-9} = 29,25cm .$$

$$\text{Với } A_2B_2 : A_1A_2 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 3 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 1cm .$$

- Ảnh cuối cùng A_2B_2 cách thấu kính (L) một đoạn: $29,25 + 1 = 30,25cm$ và có độ lớn:

$$A_2B_2 = |k_2| \cdot AB = |k_1| \cdot AB = \left| \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \right| \cdot AB = \left| \left(-\frac{29,25}{13} \right) \right| \cdot 2 = 4,5mm$$

Vậy: Khi vật đặt trước mặt cong thì ảnh của vật nằm cách thấu kính (L) 30,25cm và có độ lớn $A_2B_2 = 4,5mm$.

*** Trường hợp vật đặt trước mặt phẳng**

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{BMSS} A_3B_3 \xrightarrow{TK} A_4B_4$.

- Xét các quá trình tạo ảnh liên tiếp:

$$\text{Với } A_3B_3 : AA_3 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 3 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) = 1cm.$$

$$\text{Với } A_4B_4 : d_4 = 13 - 1 - 12cm; d'_4 = \frac{d_4 f}{d_4 - f} = \frac{12.9}{12 - 9} = 36cm.$$

- Ảnh cuối cùng A_4B_4 cách thấu kính (L) một đoạn : 36cm và có độ lớn:

$$A_4B_4 = |k_4| \cdot AB = |k_1| \cdot AB = \left| \left(-\frac{d'_4}{d_4} \right) \right| \cdot AB = \left| \left(-\frac{36}{12} \right) \right| \cdot 2 = 6mm$$

Vậy: Khi vật đặt trước mặt phẳng thì ảnh của vật nằm cách thấu kính (L) 36cm và có độ lớn $A_4B_4 = 6mm$.

Như vậy, thấu kính phẳng – lồi, dày tương đương với hệ gồm thấu kính mỏng ghép sát với một bản mặt song song và hai mặt thấu kính không tương đương nhau.

6.47. Đặt một vật phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính của một thấu kính phẳng – lồi (L), làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$, ta thu được một ảnh thật cách thấu kính 5cm. Nhúng toàn hệ vào nước có chiết suất $n' = \frac{4}{3}$ ta vẫn thu được ảnh thật của vật nhưng cách vị trí ảnh cũ 25cm theo hướng xa thấu kính (khoảng cách vật- thấu kính không thay đổi).

a) Tính bán kính mặt cầu của thấu kính, tiêu cự của nó trong không khí và trong nước. Tính khoảng cách từ thấu kính đến vật.

b) Thấu kính vẫn ở trong nước nhưng nằm sát mặt nước, trục chính vuông góc với mặt nước. Khoảng cách vật – thấu kính vẫn như trước, vật ở trong không khí. Xác định ảnh cuối cùng của vật.

Bài giải

a) Bán kính mặt cầu của thấu kính, tiêu cự thấu kính trong không khí và trong nước; khoảng cách từ thấu kính đến vật

- Khi đặt thấu kính trong không khí:

$$\frac{1}{f_0} = (n-1) \frac{1}{R} \text{ và } d'_1 = 5cm$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_0} \Leftrightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{d'_1} = (n-1) \frac{1}{R} - \frac{1}{d'_1} \quad (1)$$

- Khi đặt thấu kính trong nước: $\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \frac{1}{R}$ và $d'_2 = 5 + 25 = 30cm$.

$$\Rightarrow \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d'_2} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \frac{1}{R} - \frac{1}{d'_2} \quad (2)$$

- Vì $d_1 = d_2 \Rightarrow (n-1) \frac{1}{R} - \frac{1}{d'_1} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \frac{1}{R} - \frac{1}{d'_2}$

$$\Rightarrow R = \frac{\left(n - \frac{n}{n'} \right) d'_1 d'_2}{d'_2 - d'_1} = \frac{\left(1,5 - \frac{1,5}{\frac{4}{3}} \right) \cdot 5 \cdot 30}{30 - 5} = 2,25cm$$

$$\text{và } \frac{1}{f_0} = (1,5 - 1) \cdot \frac{1}{2,25} = \frac{0,5}{2,25} \Rightarrow f_0 = 4,5cm.$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5}{\frac{4}{3}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,25} = \frac{0,125}{2,25} \Rightarrow f = 18cm.$$

$$d = d_1 = \frac{d_1 f_0}{d_1 - f_0} = \frac{5 \cdot 4,5}{5 - 4,5} = 45cm.$$

Vậy: Bán kính mặt cầu thấu kính là $R = 2,25cm$; tiêu cự thấu kính trong không khí là $f_0 = 4,5cm$ và trong nước là $18cm$; khoảng cách từ thấu kính đến vật là $d = 45cm$.

b) Xác định ảnh cuối cùng của vật khi thấu kính nằm sát mặt nước

- Nhận xét : Lớp nước mỏng phía trên, sát mặt thoáng tiếp xúc với không khí nên có thể coi là một lưỡng chất phẳng không khí - nước, lưỡng chất phẳng ghép với thấu kính đặt trong nước.

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{LCP} A_1B_1 \xrightarrow{TK} A_2B_2$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

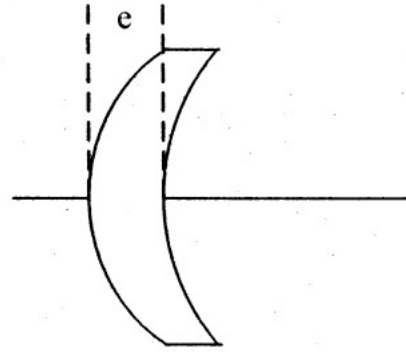
$$\text{Với } A_1B_1 : \frac{|d'_1|}{|d_1|} = n' \Rightarrow d'_1 = -n'd_1 = -\frac{4}{3} \cdot 45 = -60cm \text{ (vật thật- ảnh ảo)}.$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = l - d'_1 = 0 - (-60) = 60cm \text{ (ghép sát : } l = 0 \text{)}.$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{60 \cdot 18}{60 - 18} = 25,7cm > 0 \text{ và : } k = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{25,7}{60} = -0,43$$

Vậy: ảnh cuối cùng của vật là ảnh thật, cách thấu kính 25,7cm và có độ phóng đại $k = -0,43$.

6.48. Một thấu kính dày có một mặt lồi và một mặt lõm đặt trong không khí. Chiết suất của chất làm thấu kính là n . Bán kính mặt lồi lớn hơn bán kính mặt lõm một lượng ΔR . Có thể coi thấu kính dày như một quang hệ ghép trong đó có hai thấu kính mỏng và một bản mặt song song. Hãy tính bề dày của thấu kính để độ phóng đại của ảnh có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí đặt vật.



Bài giải

- Thấu kính tương đương với một hệ ghép “ thấu kính phẳng – lồi O_1 , bản mặt song song, thấu kính phẳng – lõm O_2 ”.

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ ghép:

$$AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{BMSS} A_2B_2 \xrightarrow{O_2} A_3B_3.$$

- qua thấu kính O_1 : AB (vật), A_1B_1 (ảnh): $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}; k_1 = \frac{f_1}{f_1 - d_1}$.

- qua bản mặt song song: A_1B_1 (vật), A_2B_2 (ảnh): ảnh dịch chuyển một đoạn x so với vật theo chiều truyền ánh sáng: $x = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$

- qua thấu kính O_2 : A_2B_2 (vật), A_3B_3 (ảnh):

$$d_3 = e - x - d'_1 = e - x - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}; k_3 = \frac{f_3}{f_3 - d_3}.$$

- Độ phóng đại của ảnh qua hệ:

$$k = k_1 k_3 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_3}{f_3 - d_3} \Leftrightarrow k = \frac{f_1 f_3}{d_1 \left(\frac{e}{n} - f_1 - f_3 \right) + f_1 \left(f_3 - \frac{e}{n} \right)}$$

- Để k không phụ thuộc vào d_1 thì:

$$\left(\frac{e}{n} - f_1 - f_3 \right) = 0 \Rightarrow f_1 + f_3 = \frac{e}{n}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_1}{n-1} - \frac{R_2}{n-1} = \frac{\Delta R}{n-1} = \frac{e}{n} \Rightarrow e = \frac{n\Delta R}{n-1}$$

Vậy: Độ phóng đại của ảnh có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí đặt vật thì bề dày của thấu kính phải là $e = \frac{n\Delta R}{n-1}$.

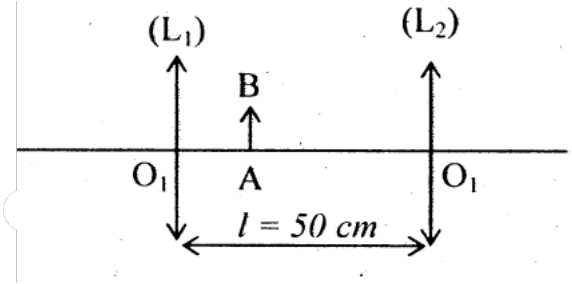
7. HỆ THẤU KÍNH – THẤU KÍNH

6.49. Cho hệ quang học sau đây: $f_1 = 10\text{cm}$;

$$f_2 = 20\text{cm}; O_1O_2 = 50\text{cm}; O_1A = 20\text{cm}.$$

Xác định các ảnh của AB. Vẽ ảnh.

Bài giải

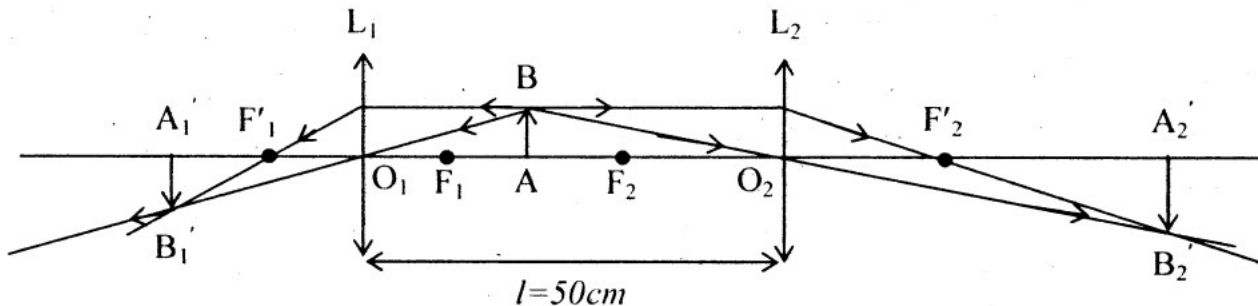


- Sơ đồ tạo ảnh: $A_1'B_1' \xleftarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d_1' \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d_2' \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_2'B_2'$

Ta có:
$$\begin{cases} d_1 = 20\text{cm} \Rightarrow d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20 \cdot 10}{20 - 10} = 20\text{cm} \\ d_2 = 50 - 20 = 30\text{cm} \Rightarrow d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60\text{cm} \end{cases}$$

- Số phóng đại của hai ảnh:
$$\begin{cases} k_1 = -\frac{d_1'}{d_1} = -\frac{20}{20} = -1 \\ k_2 = -\frac{d_2'}{d_2} = -\frac{60}{30} = -2 \end{cases}$$

Vậy: Ảnh $A_1'B_1'$ là ảnh thật, bằng vật, ngược chiều, cách thấu kính (L_1) 20cm. Ảnh $A_2'B_2'$ là ảnh thật, bằng 2 lần vật, ngược chiều, cách thấu kính (L_2) 60cm.



6.50. Hai thấu kính hội tụ có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 10\text{cm}$ và $f_2 = 12\text{cm}$ được đặt đồng trục, các quang tâm cách nhau đoạn $l = 30\text{cm}$. Ở khoảng giữa hai quang tâm, có điểm sáng A. Ảnh của A tạo bởi hai thấu kính đều là ảnh thật, cách nhau khoảng $A_1A_2 = 126\text{cm}$. Xác định vị trí của A.

Bài giải

- Sơ đồ tạo ảnh: $A_1 \xleftarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} l_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{\left\{ \begin{smallmatrix} l_2 \\ d_2 \end{smallmatrix} \right\}} A \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} l_2 \\ d_2 \end{smallmatrix} \right\}]{\left\{ \begin{smallmatrix} l_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}} A_2$

- Ta có:
$$\begin{cases} d_1 = x \Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{x \cdot 10}{x - 10} = \frac{10x}{x - 10} \\ d_2 = 30 - x \Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(30 - x) \cdot 12}{30 - x - 12} = \frac{12(30 - x)}{18 - x} \end{cases}$$

- Vì ảnh của A tạo bởi hai thấu kính đều là ảnh thật, cách nhau khoảng $A_1 A_2 = 126 \text{ cm}$, nên :

$$A_1 A_2 = d'_1 + l + d'_2 = 126$$

$$\Leftrightarrow \frac{10x}{x - 10} + 30 + \frac{12(30 - x)}{18 - x} = 126$$

$$\Leftrightarrow 10x(18 - x) + 12(30 - x)(x - 10) = 96(x - 10)(18 - x)$$

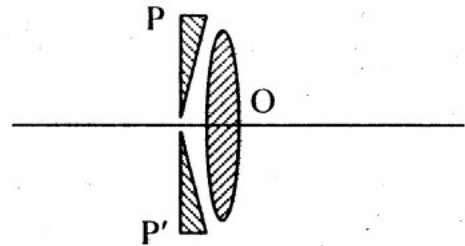
$$\Leftrightarrow 74x^2 - 2028x + 13680 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 12 \text{ cm}; x_2 = 15,41 \text{ cm}.$$

Vậy: Có hai vị trí của A thỏa mãn điều kiện của bài toán: A cách (L_1) hoặc 12cm hoặc 15,41cm.

6.51. Một thấu kính hội tụ mỏng (O) có độ tụ $D = 5 \text{ đp}$.

Một điểm sáng S đặt trên trục chính, cách thấu kính một khoảng $d = 25 \text{ cm}$. Trên một màn (M) đặt sau (O) người ta thu được ảnh rõ nét của S.



a) Xác định khoảng cách từ thấu kính đến màn.

b) Đặt trước (O) và sát vào (O) hai lăng kính giống nhau P, P' cùng có góc chiết quang $A = 1^\circ 30'$ và cùng làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 5/3$, cạnh khúc xạ của hai lăng kính đặt theo một đường kính của thấu kính và đáy hai lăng kính ở phía mép thấu kính (hình vẽ). Hỏi ảnh S' của S trên màn bị ảnh hưởng như thế nào? Nếu hai lăng kính chắn hai nửa không bằng nhau của thấu kính thì ảnh hưởng của hai lăng kính đối với ảnh S' so với trước có khác gì không?

Bài giải

a) Khoảng cách từ thấu kính đến màn

Ta có: $f = \frac{1}{D} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}; d = 25 \text{ cm}.$

$$\Rightarrow d' = \frac{df}{d - f} = \frac{25 \cdot 20}{25 - 20} = 100 \text{ cm}$$

Vậy: Khoảng cách từ thấu kính đến màn là 100cm.

b) Ảnh S' khi có các lăng kính P, P'

- Các sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow{P} S_1 \xrightarrow{O} S_2 \quad (1)$$

$$S \xrightarrow{P'} S_1' \xrightarrow{O} S_2' \quad (2)$$

- Khi P và P' chắn hai nửa bằng nhau của thấu kính và góc chiết quang A nhỏ:

Ảnh S_1 của S qua lăng kính bị lệch về phía đáy của P với góc lệch D :

$$D = (n-1)A = \left(\frac{5}{3}-1\right) \cdot 1,5 = 1^\circ = 0,0175 \text{ rad}$$

Ảnh S_2 của S_1 qua thấu kính (O) với: $d = 25\text{cm}; d' = 100\text{cm}$ nên:

$$\frac{S'S_2}{SS_1} = \frac{|d'|}{|d|} = \frac{100}{25} = 4$$

$$\Rightarrow S'S_2 = 4SS_1 = 4.d \tan D = 4.25 \cdot \tan 0,0175 = 1,75\text{cm}$$

+ Tương tự cho ảnh S_2' của S qua hệ P' và (O): $S'S_2' = 1,75\text{cm}$.

$$\Rightarrow S_2S_2' = 2.1,75 = 3,5\text{cm}$$

Vậy:

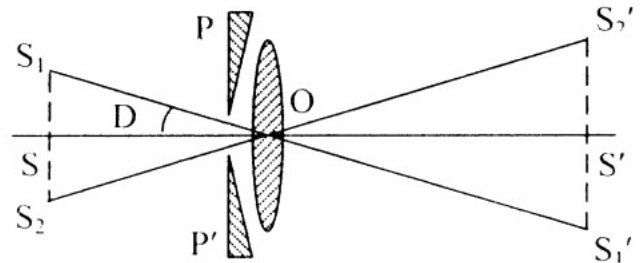
- Khi P và P' chắn hai nửa bằng nhau của thấu kính thì hệ tạo hai ảnh S_2 và S_2' cách nhau 3,5cm.

- Khi P và P' chắn hai nửa không bằng nhau của thấu kính và góc chiết quang A nhỏ:

Vì vị trí các ảnh S_2, S_2' qua hệ chỉ phụ thuộc vào D (tức là vào góc chiết quang A) và khoảng cách từ S đến các lăng kính P, P' chứ không phụ thuộc vào vị trí chắn của lăng kính theo phương thẳng đứng đối với thấu kính nên vị trí các ảnh S_2, S_2' vẫn như trường hợp P, P' chắn hai nửa bằng nhau của thấu kính, tuy nhiên độ sáng các ảnh bây giờ khác nhau.

6.52. Một thấu kính phẳng- lõm làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ ghép sát với một thấu kính khác có tụ số 8 dp. Hệ thấu kính ghép tạo ảnh thật cách hệ một đoạn $66,7\text{cm} \approx \frac{200}{3}\text{cm}$ khi vật thật đặt cách hệ 40cm.

a) Tính bán kính mặt lõm.



b) Đặt thấu kính phẳng – lõm nằm ngang. Đổ vào mặt lõm một chất lỏng trong suốt chiết suất n' . Định n' để thấu kính chứa chất lỏng là thấu kính hội tụ.

Bài giải

Gọi thấu kính phẳng – lõm là thấu kính (L_1) và thấu kính kia là thấu kính (L_2).

- Với thấu kính (L_1): $\frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1,5-1}{R_1} = \frac{1}{2R_1} \Rightarrow f_1 = 2R_1$

- Với thấu kính (L_2): $f_2 = \frac{1}{8} = 0,125m = 12,5cm$.

- Với hệ thấu kính: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{12,5} \quad (1)$

$$\Rightarrow f = \frac{25R_1}{2R_1 + 12,5}$$

- Ta có: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{40} + \frac{3}{200} = \frac{8}{200} \quad (2)$

- Từ (1) và (2), ta có: $\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{12,5} = \frac{8}{200} \Rightarrow R_1 = -12,5cm$

Vậy: Bán kính của mặt lõm là 12,5cm.

b) Xác định n' để thấu kính chứa chất lỏng là thấu kính hội tụ

- Sau khi đổ chất lỏng vào, ta có:

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\infty} \right) = \left(\frac{1,5}{n'} - 1 \right) \left(\frac{1}{-12,5} \right) = \frac{n-1,5}{12,5n}$$

- Để thấu kính chứa chất lỏng là thấu kính hội tụ thì: $f_1 > 0 \Rightarrow n > 1,5$

6.53. Hai thấu kính phẳng – lồi giống nhau cùng tiêu cự $f = 40cm$ được ghép sát đồng trục sao cho hai mặt lồi tiếp xúc nhau.

a) Vật là điểm sáng trên trục chính cách hệ thấu kính 40cm. Xác định ảnh.

b) Đổ một chất lỏng trong suốt vào khoảng trống giữa hai thấu kính ghép. Ảnh của điểm vật nói trên dời xa vị trí ban đầu một đoạn 80cm. Tính chiết suất của chất lỏng. Biết chiết suất của thủy tinh làm thấu kính là $n = 1,5$.

Bài giải

a) Xác định ảnh qua hệ

- Tiêu cự của hệ thấu kính:

$$\text{Từ } \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40} = \frac{2}{40} \Rightarrow f = 20\text{cm}$$

$$\text{- Vị trí của ảnh: } d' = \frac{df}{d-f} = \frac{40 \cdot 20}{40-20} = 40\text{cm}$$

Vậy: Ảnh tạo bởi hệ thấu kính trên là ảnh thật, cách hệ thấu kính 40cm.

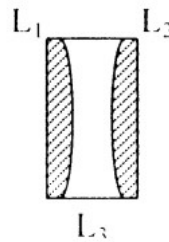
b) Chiết suất của chất lỏng

- Khi đổ một chất lỏng trong suốt vào khoảng trống giữa hai thấu kính ghép thì hệ được xem gồm hai thấu kính hội tụ $(L_1), (L_2)$ và thấu kính phân kì (L_3) ghép sát nhau như hình vẽ:

- Với các thấu kính (L_1) và (L_2) : Ta có:

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1,5-1}{R} = \frac{1}{2R} = \frac{1}{f_2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{f_1}{2} = \frac{40}{2} = 20\text{cm}$$



- Với thấu kính (L_3) : Ta có:

$$\frac{1}{f_3} = (n'-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (n'-1) \left(\frac{1}{-20} + \frac{1}{-20} \right) = \frac{1-n'}{10}$$

- Với hệ thấu kính $(L_1), (L_2)$ và (L_3) ta có:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40} + \frac{n'-1,5}{10n'} = \frac{1}{20} + \frac{1-n'}{10}$$

- Vì ảnh dời xa vị trí ban đầu một đoạn 80cm nên: $d' = 40 + 80 = 120\text{cm}$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \Leftrightarrow \frac{1}{20} + \frac{1-n'}{10} = \frac{1}{40} + \frac{1}{120} \Rightarrow n' = \frac{7}{6} \approx 1,17$$

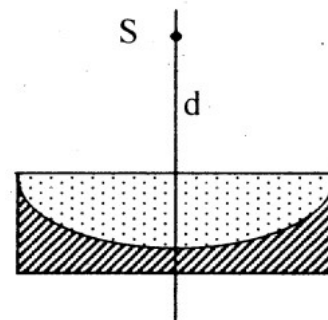
Vậy: Chiết suất của chất lỏng là $n' = 1,17$.

6.54. Một thấu kính mỏng phẳng – lõm bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$. Mặt lõm có bán kính cong $R = 10\text{cm}$. Thấu kính được đặt sao cho trục chính thẳng đứng, mặt lõm hướng lên trên. Một điểm sáng S ở trên trục chính, trên thấu kính và cách thấu kính đoạn d

a) Ảnh S' của S tạo bởi thấu kính cách thấu kính 12cm.

Tính d.

b) Giữ S và thấu kính cố định. Đổ một chất lỏng trong suốt vào mặt lõm. Bây giờ ảnh S' của S cách thấu kính 20cm. Tính chiết suất n' của chất lỏng. Biết



rằng $n < 2$.

Bài giải

a) Tính d

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n-1}{R} = \frac{1,5-1}{-10} = \frac{-1}{20} \Rightarrow f_1 = -20\text{cm}$$

- Vì vật thật qua thấu kính phân kì luôn luôn cho ảnh ảo nên $d' = -12\text{cm}$.

$$\Rightarrow d = \frac{d'f_1}{d' - f_1} = \frac{-12 \cdot (-20)}{-12 + 20} = 30\text{cm}$$

Vậy: Điểm sáng S nằm cách thấu kính một đoạn 30cm

b) Chiết suất n' của chất lỏng

- Khi đổ chất lỏng vào mặt lõm thì mặt lõm tương đương với một thấu kính hội tụ có tiêu cự f_2 :

$$\frac{1}{f_2} = (n' - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n' - 1}{10} \Rightarrow f_2 = \frac{10}{n' - 1}$$

$$\text{- Với hệ thấu kính: } \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-20} + \frac{n' - 1}{10}.$$

$$\text{* Nếu ảnh cho bởi hệ là ảnh thật thì: } \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{30} + \frac{1}{20}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-20} + \frac{n' - 1}{10} = \frac{5}{60} \Rightarrow n' = 1 + 10 \cdot \left(\frac{5}{60} + \frac{1}{20} \right) = \frac{7}{3} > 2 \text{ (loại)}$$

$$\text{* Nếu ảnh cho bởi hệ là ảnh ảo thì: } \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{30} + \frac{1}{-20}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-20} + \frac{n' - 1}{10} = -\frac{1}{60} \Rightarrow n' = 1 + 10 \cdot \left(-\frac{1}{60} + \frac{1}{20} \right) = \frac{4}{3} \approx 1,33$$

Vậy: Chiết suất của chất lỏng là $n' = 1,33$.

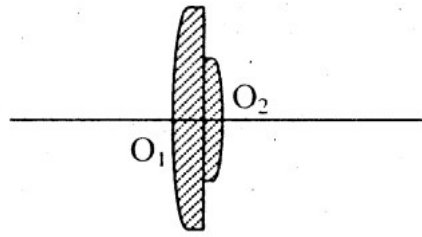
6.55. Một thấu kính mỏng phẳng – lồi (O_1) tiêu cự $f_1 = 60\text{cm}$ được ghép sát với một thấu kính mỏng phẳng – lõm (O_2) tiêu cự $f_2 = 30\text{cm}$, mặt phẳng của hai thấu kính sát nhau, hai trục chính trùng nhau. Thấu kính (O_1) có đường kính rìa lớn gấp đôi của thấu kính (O_2). Một điểm sáng S nằm trên trục chính của hệ, trước (O_1).

a) Chứng minh rằng qua hệ ghép này ta thu được hai ảnh của S.

b) Tìm điều kiện về vị trí của S để hai ảnh đều thật và để hai ảnh đều ảo.

c) Bây giờ hai thấu kính vẫn được ghép sát nhưng

quang tâm của chúng lệch nhau 0,6 cm. Điểm sáng S ở trên trục chính của (O_1) , trước (O_1) và cách (O_1) 90cm. Xác định vị trí các ảnh của S tạo bởi hệ hai thấu kính này.



Bài giải

a) Chứng minh S có hai ảnh : Điểm sáng S qua hệ có hai ảnh: một ảnh tạo bởi phần giữa (phần chung của hai thấu kính), một ảnh tạo bởi phần rìa của thấu kính (O_1) .

b) Vị trí của S để hai ảnh đều thật và để hai ảnh đều ảo

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow{O_1} S_1 \quad (O_1 \text{ có tiêu cự } f_1).$$

$$S \xrightarrow{O_1 O_2} S_2 \quad (O_1, O_2 \text{ có tiêu cự } f_h : f_h < f_1, f_2).$$

- Để hai ảnh đều thật thì: $(d > f_1) \cup (d > f_h) \Rightarrow d > f_1 = 60\text{cm}$

- Vì S là điểm sáng thật, ta suy ra:

Để hai ảnh đều ảo thì: $(0 < d < f_1) \cup (0 < d < f_h) \Rightarrow 0 < d < f_h$

$$\text{với: } \frac{1}{f_h} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_h = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} \Rightarrow 0 < d < \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30} = 20\text{cm}$$

Vậy: Để hai ảnh đều thật thì $d > 60\text{cm}$; để hai ảnh đều ảo thì $0 < d < 20\text{cm}$.

c) Vị trí các ảnh của S tạo bởi hệ hai thấu kính ghép sát

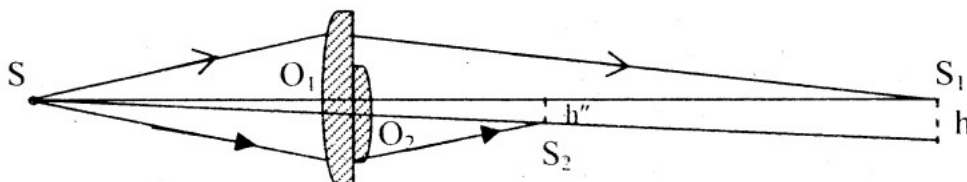
- Vị trí ảnh S_1 do phần rìa của (O_1) tạo ra:

$$d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{90 \cdot 60}{90 - 60} = 180\text{cm}$$

Vậy: Ảnh S_1 là ảnh thật, cách thấu kính (O_1) 180cm.

- Vị trí ảnh S_2 do hệ thống không đồng trục (O_1) và (O_2) tạo ra:

$$\text{Sơ đồ tạo ảnh: } S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{O_1} S' \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{O_2} S''$$



Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{*Với } S' : d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{90.60}{90 - 60} = 180\text{cm}.$$

$$\text{*Với } S'' : d_2 = -d'_1 = -180\text{cm}; d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-180.30}{-180 - 30} = 25,7\text{cm}.$$

$$h'' = \frac{|d'_2|}{|d_2|} \cdot h = \frac{|25,7|}{|-180|} \cdot 0,6 = 0,086\text{cm}$$

Vậy: Ảnh cuối cùng qua hệ do hệ không đồng trục tạo ra là ảnh thật, cách O_2 25,7 cm và cách trục chính 0,086cm.

6.56. Một thấu kính mỏng lõm – lõm có chiết suất $n=1,5$ được đặt cho trục chính thẳng đứng, mặt lõm hướng lên trên. Điểm sáng thật S trên trục chính, cách thấu kính $d=1,5\text{m}$, có hai ảnh: S'_1 do phản xạ ở mặt lõm và S'_2 do khúc xạ qua thấu kính.

a) Khoảng cách từ thấu kính đến S'_1 và S'_2 lần lượt là 0,75m và 1,5m. Tính bán kính các mặt cong

b) Đổ đầy mặt lõm một chất lỏng trong suốt có chiết suất n' thì ảnh S'_1 biến mất, ảnh S'_2 chỉ cách thấu kính 1m. Giải thích tại sao ảnh S'_1 biến mất và tính n' .

Bài giải

a) Bán kính các mặt cong

- Ảnh S'_1 do phản xạ ở mặt lõm giống như ảnh tạo bởi gương cầu lõm có tiêu cự: $f_1 = \frac{R_1}{2}$.

- Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{GCL} S'_1$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{R_1}{2} = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{1,5.0,75}{1,5 + 0,75} = 0,5\text{m} \Rightarrow R_1 = 1\text{m}$$

- Ảnh S'_2 do khúc xạ qua thấu kính, ta có sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{TK} S'_2$.

- Tiêu cự của thấu kính: $f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{1,5.1,5}{1,5 + 1,5} = 0,75\text{m}$

$$\text{mà } \frac{1}{f_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{0,75} = (1,5-1) \left(\frac{1}{-1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow R_2 = 0,273\text{m}$$

Vậy: Bán kính các mặt cong của thấu kính là 1m và 0,273m.

b) Giải thích tại sao ảnh S'_1 biến mất và tính n'

- Khi đổ đầy mặt lõm một chất lỏng trong suốt có chiết suất n' thì hệ được xem gồm hai thấu kính ghép sát nhau, do đó không còn ảnh S'_1 mà chỉ còn ảnh S'_2 .

- Tiêu cự của hệ thấu kính : $f = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{1,5.1}{1,5+1} = 0,6m$.

- Tiêu cự của thấu kính phẳng – lồi: $\frac{1}{f_1} = (n' - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\infty} \right)$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f_1} = (n' - 1) \left(\frac{1}{1} \right) = \frac{1}{f} - \frac{1}{f_2} \Rightarrow n' = \frac{1}{0,6} - \frac{1}{0,75} + 1 = 1,33$$

Vậy : Chiết suất của chất lỏng đổ vào mặt lõm thấu kính là $n' = 1,33$.

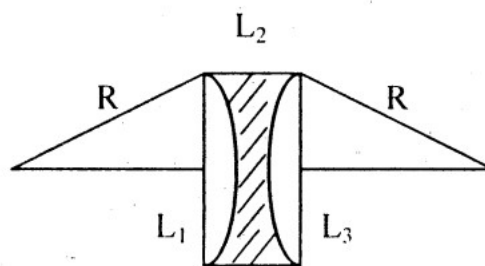
6.57. Một khối thủy tinh hình trụ , chiết suất

$n = 1,5$. Cắt khối này bằng các mặt cầu

có cùng bán kính $R = 10cm$ để có được

ba thấu kính $(L_1), (L_2), (L_3)$ đồng trục

như hình vẽ.



a) Tiêu cự và tụ số của các thấu kính.

b) (L_1) và (L_2) được ghép sát , dời (L_3) ra xa đoạn $l = 40cm$ sao cho các trục chính vẫn trùng nhau. Vật là điểm sáng A trên trục chính, được đặt tại tiêu điểm F_1 của (L_1) . Các thấu kính (L_1) và (L_2) được giữ nguyên vị trí. Tịnh tiến (L_3) từ vị trí sát (L_1) cho tới sát (L_2) . Xác định vị trí của (L_2) để chùm tia ló khỏi hệ:

- hội tụ.

- phân kì.

Bài giải

a) Tiêu cự và tụ số của các thấu kính

- Tiêu cự của thấu kính (L_1) và (L_3) :

$$\text{Ta có: } \frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\infty} \right) = (1,5-1) \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{0,5}{10}$$

$$\Rightarrow f_1 = f_3 = 20cm = 0,2m$$

- Tiêu cự của các thấu kính (L_2) :

$$\text{Ta có : } \frac{1}{f_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5-1) \left(\frac{1}{-10} + \frac{1}{-10} \right) = -\frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow f_2 = -10\text{cm} = -0,1\text{m}$$

$$\text{- Tụ số của các thấu kính : } D_1 = D_3 = \frac{1}{0,2} = 5\text{dp}; D_2 = \frac{1}{-0,1} = -10\text{dp}.$$

b) Vị trí của (L_2)

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } A \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} A_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_3)} A_3.$$

Gọi x là khoảng cách từ thấu kính (L_1) tới thấu kính (L_2) .

- Xét sự tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = f_1 = 20\text{cm} \\ d'_1 = \infty \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = -d'_1 = \infty \\ d'_2 = f_2 = -10\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_3 : \begin{cases} d_3 = 40 - x - d'_2 = 50 - x \\ d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{(50 - x) \cdot 20}{50 - x - 20} = \frac{1000 - 20x}{30 - x} \end{cases}$$

- Để chùm tia ló ra khỏi hệ là chùm tia:

$$\text{* Hội tụ: Ảnh } A_3 \text{ là ảnh thật thì } d'_3 > 0 \Leftrightarrow \frac{1000 - 20x}{30 - x} \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1000 - 20x \geq 0 \\ 30 - x \geq 0 \end{cases} & \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 30 \\ \begin{cases} 1000 - 20x \geq 0 \\ 30 - x \geq 0 \end{cases} & \Leftrightarrow x \geq 50 \end{cases}$$

Vì $x \leq 40\text{cm}$ nên ta chọn nghiệm $0 < x \leq 30\text{cm}$.

$$\text{* Phân kì: Ảnh } A_3 \text{ là ảnh ảo thì } d'_3 < 0 \Leftrightarrow \frac{1000 - 20x}{30 - x} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1000 - 20x > 0 \\ 30 - x < 0 \end{cases} & \Leftrightarrow 30 < x < 50 \\ \begin{cases} 1000 - 20x < 0 \\ 30 - x > 0 \end{cases} & \Leftrightarrow VN \end{cases}$$

Vì $x \leq 40\text{cm}$ nên ta chọn nghiệm $30\text{cm} < x \leq 40\text{cm}$.

Vậy: Để chùm tia ló khỏi hệ là chùm hội tụ thì $0 \leq x \leq 30\text{cm}$; để chùm tia ló khỏi hệ là chùm phân kì thì $30\text{cm} < x \leq 40\text{cm}$.

6.58. Một hệ gồm hai thấu kính (O_1) và (O_2) đồng trục có tiêu điểm ảnh chính của (O_1) trùng với tiêu điểm vật chính của (O_2) . Chiều một chùm tia sáng song song tới (O_1) theo phương bất kì.

a) Chứng minh chùm tia ló ra khỏi (O_2) cũng là chùm tia song song.

b) Vẽ đường đi của chùm tia sáng ứng với các trường hợp:

- (O_1) và (O_2) đều là thấu kính hội tụ.
- (O_1) là thấu kính hội tụ; (O_2) là thấu kính phân kì.
- (O_1) là thấu kính phân kì; (O_2) là thấu kính hội tụ.

c) Đặt một vật phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính trước (O_1) , cách (O_1) một khoảng d_1 . Tính độ phóng đại k của ảnh sau cùng của vật.

Bài giải

a) Chứng minh chùm tia ló ra khỏi (O_2) cũng là chùm tia song song

- Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(O_1)} A_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(O_2)} A_2$.

Gọi x là khoảng cách từ thấu kính (L_1) tới thấu kính (L_2) .

- Xét sự tạo ảnh liên tiếp qua hệ:

$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = \infty \\ d'_1 = f_1 \end{cases}$$

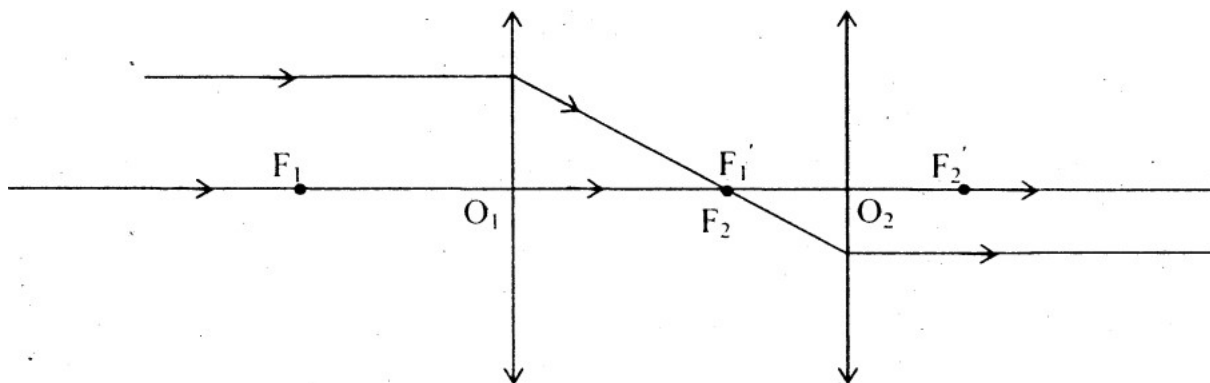
Vì tiêu điểm ảnh chính của (O_1) trùng với tiêu điểm vật chính của (O_2) nên:

$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = f_2 \\ d'_2 = \infty \end{cases}$$

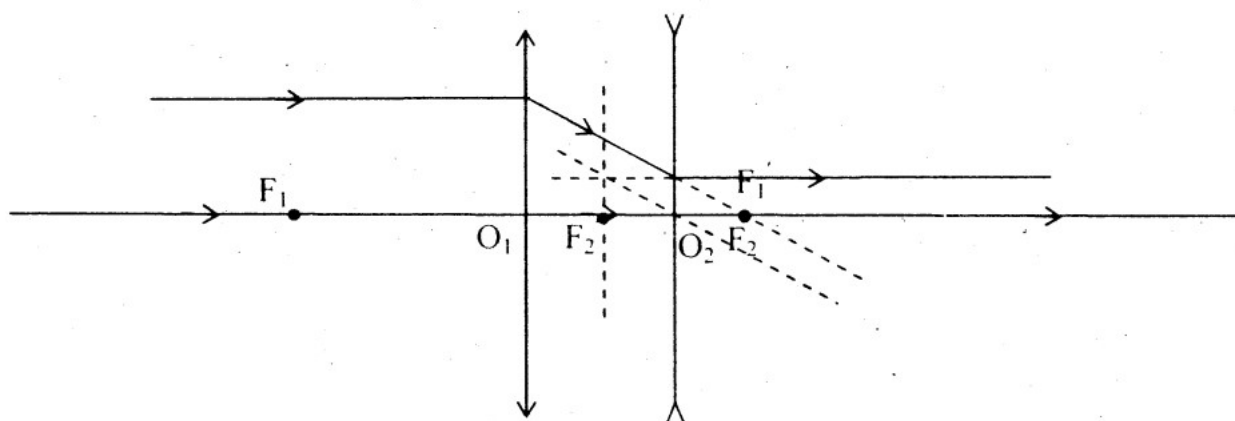
Vậy: Chùm tia ló ra khỏi (O_2) là chùm tia song song.

b) Đường đi của chùm tia sáng

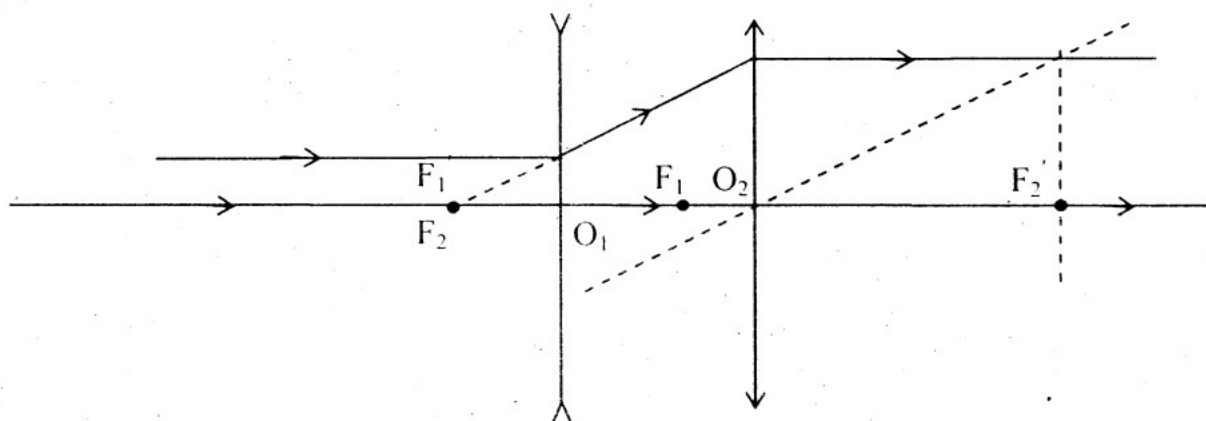
- Trường hợp (O_1) và (O_2) đều là thấu kính hội tụ:



- Trường hợp (O_1) là thấu kính hội tụ; (O_2) là thấu kính phân kì:



- Trường hợp (O_1) là thấu kính phân kì; (O_2) là thấu kính hội tụ:



c) Độ phóng đại k của ảnh sau cùng của vật

Xét sự tạo ảnh liên tiếp qua hệ:

- Với A_1 : $d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$.

- Với A_2 : $d_2 = O_1 O_2 - d_1' = f_1 + f_2 - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$ ($O_1 O_2 = f_1 + f_2$)

- Độ phóng đại của ảnh sau cùng: $k = k_1 k_2$.

$$\Leftrightarrow k = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2}{f_2 - f_1 - f_2 + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2 (d_1 - f_1)}{f_1^2} = -\frac{f_2}{f_1}$$

Vậy : Độ phóng đại của ảnh sau cùng qua hệ là $k = -\frac{f_2}{f_1}$.

6.59. Trước thấu kính hội tụ (L_1) đặt vật sáng AB vuông góc với trục chính (A ở trên trục chính).

a) Biết rằng ảnh A_1B_1 của AB là thật, lớn gấp 3 lần vật và cách vật 160cm. Xác định khoảng cách từ AB đến thấu kính và tiêu cự thấu kính.

b) Giữa AB và (L_1) đặt thêm thấu kính (L_2) giống hệt (L_1) có cùng trục chính với (L_1). Khoảng cách từ AB đến (L_2) là 10cm. Vẽ và xác định ảnh cuối cùng của AB cho bởi hệ hai thấu kính.

Bài giải

a) Khoảng cách từ AB đến thấu kính và tiêu cự thấu kính

- Vì ảnh A_1B_1 của AB là ảnh thật, lớn gấp 3 lần vật nên ta có:

$$k = -\frac{d'}{d} = -\frac{160 - d}{d} = -3 \Rightarrow d = 40cm$$

và $d' = 160 - d = 160 - 40 = 120cm$

- Tiêu cự của thấu kính : $f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{40 \cdot 120}{40 + 120} = 30cm$.

Vậy: Khoảng cách từ AB đến thấu kính $d = 40cm$ và tiêu cự thấu kính là $f = 30cm$.

b) Vẽ xác định ảnh cuối cùng của AB cho bởi hệ hai thấu kính

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_2B_2$.

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1 : \begin{cases} d_1 = 10cm \\ d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{10 \cdot 30}{10 - 30} = -15cm \end{cases}$$

Khoảng cách giữa hai thấu kính: $l = 40 - 10 = 30cm$.

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = 30 + 15 = 45cm \\ d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{45 \cdot 30}{45 - 30} = 90cm \end{cases}$$

- Số phóng đại của ảnh cuối cùng : $k = \frac{d_2'}{d_2} \cdot \frac{d_1'}{d_1} = \frac{90}{45} \cdot \frac{-15}{10} = -3$.

Vậy: Ảnh cuối cùng là ảnh thật, cách thấu kính (L_1) 90cm, ngược chiều và bằng 3 lần vật..

- Vẽ ảnh: bạn đọc tự vẽ.

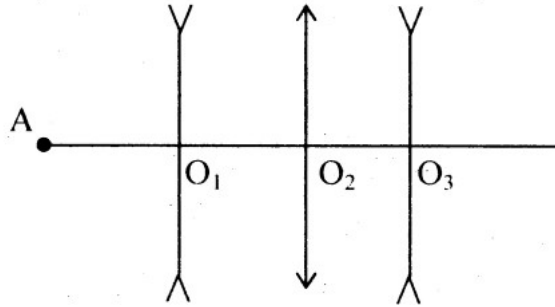
6.60. Cho hệ ba thấu kính đồng trục (L_1),

(L_2), (L_3) lần lượt có tiêu cự $f_1 = -20cm$;

$f_2 = 10cm$; $f_3 = -20cm$. Khoảng cách giữa

các quang tâm là $O_1O_2 = O_2O_3 = 5cm$.

Đặt điểm sáng A trên trục chính, bên trái của hệ với $O_1A = d_1 = 60cm$..



a) Xác định ảnh sau cùng của A tạo bởi hệ.

b) Vẽ đường đi của một chùm tia sáng bất kì từ A.

Bài giải

a) Xác định ảnh sau cùng của A tạo bởi hệ

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $A \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} A_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_3)} A_3$.

- Xét quá trình tạo ảnh liên tiếp, ta có:

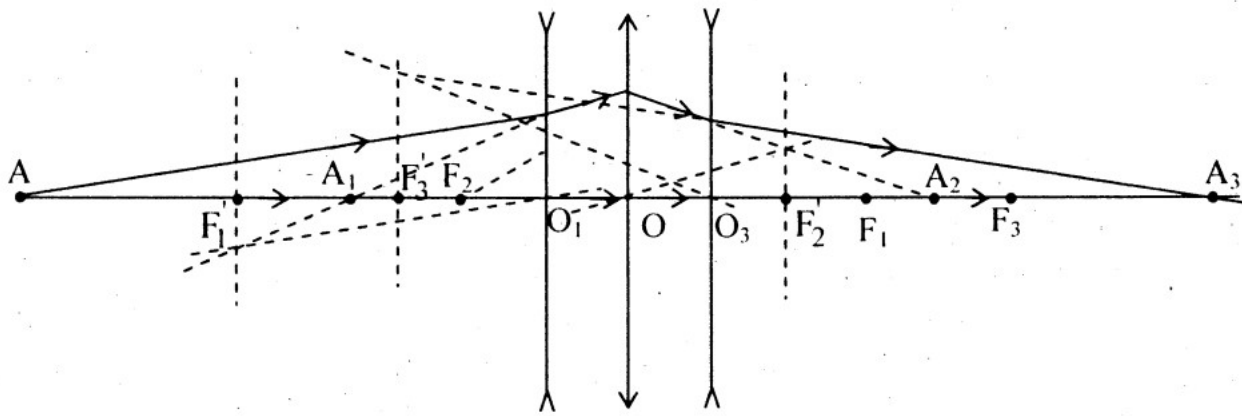
$$\text{Với } A_1 : \begin{cases} d_1 = 60cm \\ d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{60 \cdot (-20)}{60 + 20} = -15cm \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2 : \begin{cases} d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 5 + 15 = 20cm \\ d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{20 \cdot 10}{20 - 10} = 20cm \end{cases}$$

$$\text{Với } A_3 : \begin{cases} d_3 = O_2O_3 - d'_2 = 5 - 20 = -15cm \\ d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{-15 \cdot (-20)}{-15 + 20} = 60cm \end{cases}$$

Vậy: Ảnh cuối cùng của A là ảnh thật, cách (L_3) 60cm, đối xứng với vật qua O_2 .

b) Vẽ đường đi của chùm tia sáng bất kì từ A:



6.61. Vật sáng AB được đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ (L_1). Ảnh A_1B_1 cho bởi (L_1) là ảnh thật, cách AB 90cm và cao gấp đôi AB. Đặt thêm thấu kính phân kì (L_2) trong khoảng giữa AB và (L_1) sao cho hai trục chính trùng nhau, hai quang tâm cách nhau 10cm. Ảnh cuối cùng của AB cho bởi hệ hai thấu kính ở vô cùng.

a) Xác định các tiêu cự của (L_1) và (L_2).

b) Giữ nguyên vị trí của AB, đổi chỗ hai thấu kính (L_2) và (L_1). Vẽ xác định vị trí của ảnh sau cùng.

Bài giải

a) Tiêu cự của (L_1) và (L_2)

- Khi chưa đặt thêm (L_2): Với A_1B_1 : $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = l - d_1 = 90 - d_1$

$$\text{và: } k = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{90 - d_1}{d_1} = -2$$

$$\Rightarrow d_1 = 30\text{cm} \text{ và } \Rightarrow d'_1 = 90 - 30 = 60\text{cm}$$

$$f_1 = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = 20\text{cm}.$$

- Khi đặt thêm thấu kính (L_2), ta có sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} A_2B_2.$

$$\text{Với } A_1B_1: \begin{cases} d_1 = 30 - 10 = 20\text{cm} \\ d'_1 = \frac{d_1 f_2}{d_1 - f_2} = \frac{20 f_2}{20 - f_2} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = l - d_1' = 10 - \frac{20f_2}{20 - f_2} = \frac{200 - 30f_2}{20 - f_2} \\ d_2' = \infty \end{cases}$$

- Để ảnh cuối cùng ở vô cùng thì: $d_2 = f_1 = 20\text{cm}$.

$$\Leftrightarrow \frac{200 - 30f_2}{20 - f_2} = 20 \Rightarrow f_2 = -20\text{cm}.$$

Vậy: Tiêu cự của các thấu kính là $f_1 = 20\text{cm}$ (TKHT) và $f_2 = -20\text{cm}$ (TKPK).

b) Vị trí và độ phóng đại của ảnh sau cùng: Khi đổi chỗ hai thấu kính cho nhau:

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d_1' \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d_2' \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_2B_2.$$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1 : \begin{cases} d_1 = 20\text{cm} \\ d_1' = \infty \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = \infty \\ d_2' = f_2 = -20\text{cm} \end{cases}$$

Vậy: Ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh ảo, cách thấu kính (L_2) 20cm.

(Bạn đọc tự vẽ hình).

6.62. Vật AB đặt trước thấu kính (O_1) cách một khoảng $d_1 = 60\text{cm}$ có ảnh $A_1'B_1'$. Nếu đặt sau (O_1) , sát vào (O_1) , đồng trục với (O_1) một thấu kính (O_2) mà độ tụ có cùng giá trị tuyệt đối với độ tụ của (O_1) thì ảnh $A_2'B_2'$ của AB tạo bởi hệ ghép có cùng độ lớn với $A_1'B_1'$.

a) Các thấu kính $(O_1), (O_2)$ là thấu kính gì? Tính tiêu cự.

b) Giữa AB và (O_1) cố định. Tịnh tiến (O_2) ra xa dần (O_1) . Độ lớn, chiều và bản chất của ảnh $A_2'B_2'$ thay đổi thế nào?

Bài giải

a) Tiêu cự của thấu kính

- Khi hai thấu kính (O_1) và (O_2) ghép sát: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$, với $|f_1| = |f_2|$.

- Nếu $f_1 > 0, f_2 < 0$ hoặc $f_1 < 0, f_2 > 0$ thì $f = \infty$: hệ tương đương với một bản mặt song song (loại).

- Nếu $f_1 < 0, f_2 < 0$ thì $f = \frac{f_1}{2} = \frac{f_2}{2} < 0 \Rightarrow A_1'B_1'$ và $A_2'B_2'$ đều là ảnh ảo nên $|A_1'B_1'| \neq |A_2'B_2'|$ (loại).
- Nếu $f_1 > 0, f_1 > 0$ thì $f = \frac{f_1}{2} = \frac{f_2}{2} > 0$. Để hai ảnh có cùng độ lớn thì chỉ có khả năng $A_1'B_1'$ là ảnh ảo,

$A_2'B_2'$ là ảnh thật. Lúc đó:

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{60 f_1}{60 - f_1} \quad (1)$$

$$\text{và } d_2' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{60 f}{60 - f} \quad (2)$$

$$\text{Từ } k_1 = -k_2 \Leftrightarrow d_1' = -d_2' \Leftrightarrow \frac{60 f_1}{60 - f_1} = -\frac{60 f}{60 - f}$$

$$\Leftrightarrow 60 f_1 - f f_1 = -60 f + f f_1 \Leftrightarrow f f_1 = 30(f + f_1)$$

$$\text{với } f = \frac{f_1}{2} \Rightarrow f_1 = 90 \text{ cm} = f_2 ..$$

Vậy: Hai thấu kính trên đều là thấu kính hội tụ và có tiêu cự $f_1 = f_2 = 90 \text{ cm}$.

b) Ảnh $A_2'B_2'$ thay đổi thế nào khi tịnh tiến (O_2) ra xa (O_1) ?

$$\text{Ta có: } d_1' = \frac{60 f_1}{60 - f_1} = \frac{60 \cdot 90}{60 - 90} = -180 \text{ cm}.$$

$$d_2 = l - d_1' = l + 180 > 2f$$

- Vì $d_2 > 2f$ nên $A_2'B_2'$ luôn là ảnh thật, ngược chiều với vật khi tịnh tiến (O_2) ra xa dần (O_1) .

- Vì $d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{f}{1 - \frac{f}{d_2}}$ nên khi d_2 tăng thì d_2' giảm $\Rightarrow$ ảnh $A_2'B_2'$ sẽ dịch chuyển về gần O_2 và độ

lớn giảm dần.

6.63. Một thấu kính hội tụ (O_1) có tiêu cự $f_1 = 15 \text{ cm}$ và một thấu kính phân kì (O_2) có tiêu cự $f_2 = -20 \text{ cm}$ được đặt cách nhau $l = 7,5 \text{ cm}$.

a) Trục chính hai thấu kính trùng nhau. Điểm sáng S trên trục chính trước (O_1) và cách (O_1) đoạn $d_1 = 45 \text{ cm}$. Xác định ảnh S' của S tạo bởi hệ.

b) Trục chính của hai thấu kính không còn trùng nhau nhưng vẫn song song và cách nhau 5mm. Điểm sáng S vẫn ở trên trục chính của (O_1) . Xác định độ dịch chuyển của S' so với vị trí ban đầu.

Vẽ đường đi của chùm tia sáng qua hệ hai thấu kính.

Bài giải

a) Xác định ảnh S' của S tạo bởi hệ

- Sơ đồ tạo ảnh: $S \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(O_1)} S_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(O_2)} S'$.

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } S_1: \begin{cases} d_1 = 45\text{cm} \\ d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{45 \cdot 15}{45 - 15} = 22,5\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{Với } S': \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = 7,5 - 22,5 = -15\text{cm} \\ d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-15(-20)}{-15 + 20} = 60\text{cm} > 0 \end{cases}$$

Vậy: Ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh thật cách (O_2) 60cm.

b) Độ dịch chuyển của S' so với vị trí ban đầu

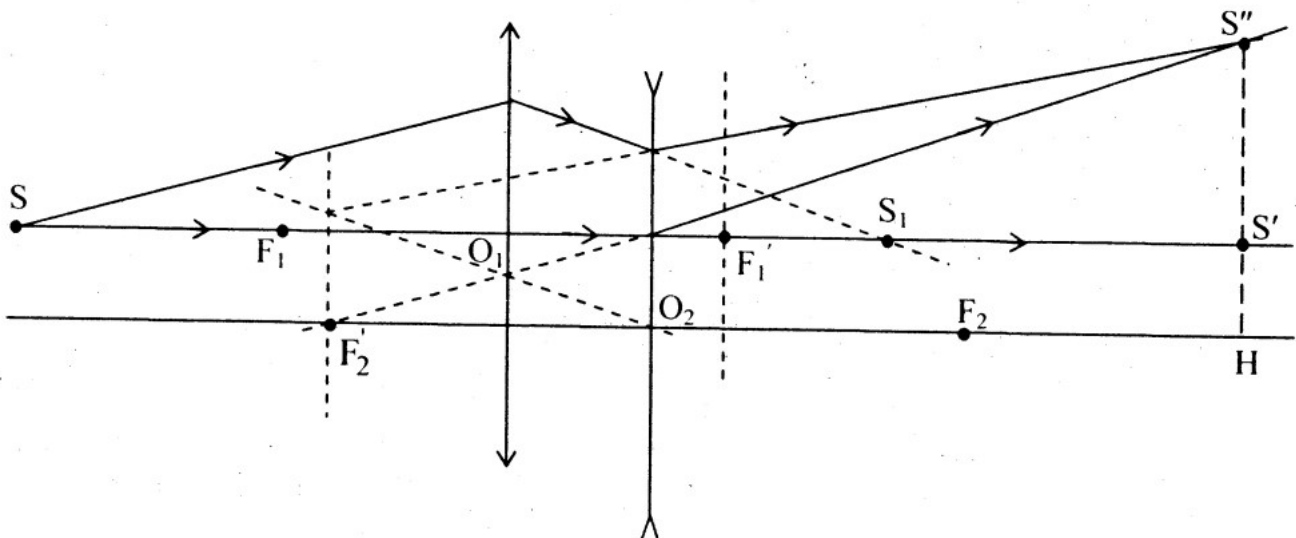
- Khi trục chính hai thấu kính cách nhau 5mm thì; Ảnh S_1 của thấu kính (O_1) đóng vai trò là vật ảo đối với thấu kính (O_2) cách trục chính của thấu kính (O_2) 5mm, cho ảnh thật S'' :

+ vẫn cách (O_2) 60cm.

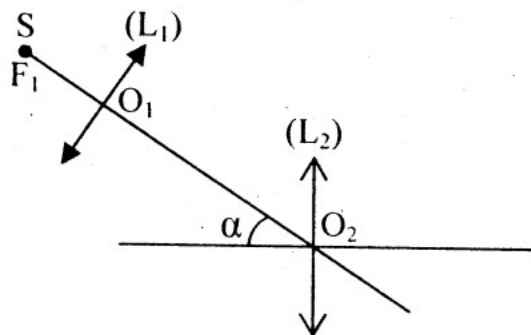
+ nằm cùng phía với trục chính thấu kính O_2 , cách trục chính của O_2 một đoạn:

$$h' = \left| -\frac{d'_2}{d_2} \right| h = \left| -\frac{60}{-15} \right| \cdot 5 = 20\text{mm} \Rightarrow S'S'' = 20 - 5 = 15\text{mm}$$

Vậy: Ảnh qua hệ sẽ dịch chuyển ngược chiều với thấu kính (O_2) một đoạn 15mm.



6.64. Hai thấu kính $(O_1); (O_2)$ giống hệt nhau có tiêu cự f , được đặt sao cho trục chính của chúng làm với nhau góc α và trục chính của (O_1) đi qua quang tâm của (O_2) . Trên trục chính của (O_1) và trước (O_1) có điểm sáng S với $SO_1 = f$. Đặt $O_1O_2 = l$.

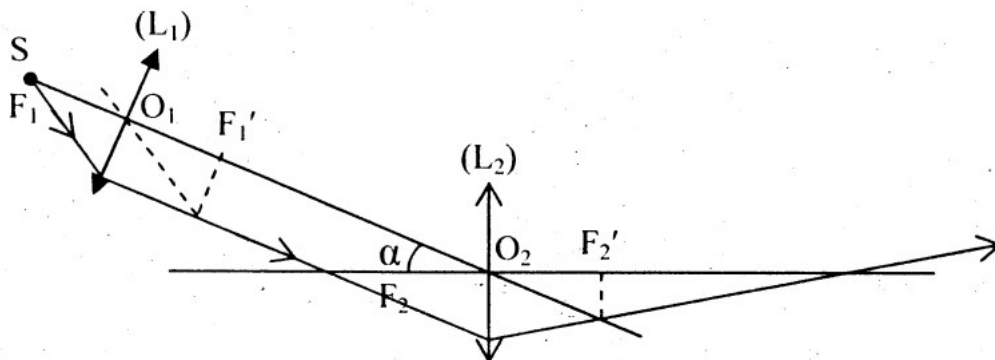


- Vẽ đường đi của một tia sáng bất kì từ S qua hệ. Vẽ ảnh của S .
- Tính khoảng cách từ S đến ảnh cuối cùng qua hệ. Vị trí ảnh cuối cùng này thay đổi như thế nào nếu giữ S và (O_1) cố định và quay (O_2) quanh O_2 để làm thay đổi α một lượng rất nhỏ $\Delta\alpha$.

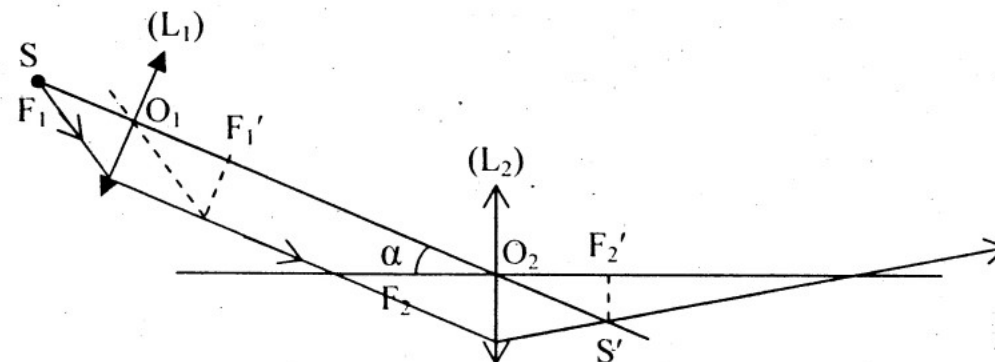
Bài giải

- Đường đi của một tia sáng bất kì từ S qua hệ và vẽ ảnh của S

- Đường đi của một tia sáng bất kì từ S qua hệ



- Vẽ ảnh của S



- Khoảng cách từ S đến ảnh cuối cùng qua hệ

Ta có: $SS' = SO_1 + O_1O_2 + O_2S'$.

với: $SO_1 = f; O_1O_2 = l; O_2S' = \frac{O_2F'_2}{\cos \alpha} = \frac{f}{\cos \alpha}$ (tam giác vuông $O_2S'F'_2$).

$$\Rightarrow SS' = f + l + \frac{f}{\cos \alpha} = l + f \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$$

- Vì ảnh cuối cùng S' luôn nằm trên trục chính của O_1 (đường nối quang tâm của hai thấu kính) nên:

Khi α tăng (lượng nhỏ) thì $\cos \alpha$ giảm nên SS' tăng, nghĩa là ảnh S' dịch chuyển trên trục chính của O_1 ra xa S.

Khi α giảm (lượng nhỏ) thì $\cos \alpha$ tăng nên SS' giảm, nghĩa là ảnh S' dịch chuyển trên trục chính của O_1 lại gần S.

6.65. Hai thấu kính hội tụ có các tiêu cự lần lượt là $f_1 = 10\text{cm}$ và $f_2 = 20\text{cm}$ được đặt đồng trục và cách nhau $l = 30\text{cm}$.

a) Vật sáng AB được đặt vuông góc với trục chính trước (L_1) cách quang tâm O_1 một đoạn 12cm.

Xác định ảnh của vật cho bởi hệ. Vẽ đường đi của một chùm tia sáng.

b) Chứng tỏ độ lớn của ảnh không phụ thuộc vị trí của vật.

c) Suy rộng cho hai thấu kính hội tụ có tiêu cự f_1, f_2 tổng quát. Hệ hai thấu kính này gọi là hệ gì?

Bài giải

a) Xác định ảnh của vật cho bởi hệ và vẽ đường đi của một chùm tia sáng

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_2B_2.$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1 : \begin{cases} d_1 = 12\text{cm} \\ d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{12 \cdot 10}{12 - 10} = 60\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = 30 - 60 = -30\text{cm} \\ d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30 \cdot (20)}{-30 - 20} = 12\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{- Số phóng đại của ảnh : } k = \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \cdot \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) = \left(-\frac{12}{-30} \right) \cdot \left(-\frac{60}{12} \right) = -2.$$

Vậy: Ảnh cuối cùng là ảnh thật cách (O_2) 12cm và cao gấp đôi vật

b) Chúng tỏ độ lớn của ảnh không phụ thuộc vị trí của vật

$$\text{Ta có: } k = \frac{f_2}{f_2 - d_2} \cdot \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{f_2}{f_2 - (l - d_1')} \cdot \frac{f_1}{f_1 - d_1}.$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{f_2}{f_2 - l + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}} \cdot \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{20}{20 - 30 + \frac{10d_1}{d_1 - 10}} \cdot \frac{10}{10 - d_1}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{20(d_1 - 10)}{100} \cdot \frac{10}{10 - d_1} = -2$$

Vậy: Độ lớn của ảnh không phụ thuộc vị trí của vật.

c) Suy rộng cho hai thấu kính hội tụ có tiêu cự f_1, f_2

$$\text{Ta có: } k = \frac{f_2}{f_2 - l + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}} \cdot \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{-f_2(f_1 - d_1)}{f_2 d_1 - f_1 f_2 - l d_1 + l f_1 + d_1 f_1} \cdot \frac{f_1}{f_1 - d_1}.$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-f_1 f_2}{d_1(f_1 + f_2 - l) - f_1(f_2 - l)}$$

$$\text{với: } l = f_1 + f_2 \Rightarrow k = \frac{f_2}{f_2 - l} = -\frac{f_2}{f_1}.$$

Vậy: Độ lớn của ảnh không phụ thuộc vị trí của vật mà chỉ phụ thuộc vào tiêu cự của hai thấu kính. Hệ thấu kính này gọi là hệ vô tiêu.

6.66. Hai thấu kính, một hội tụ ($f_1 = 20\text{cm}$) một phân kì ($f_2 = -10\text{cm}$), có cùng trục chính. Khoảng cách hai quang tâm là 10cm. Vật AB vuông góc với trục chính được đặt bên trái (L_1) và cách (L_1) đoạn d_1 .

a) Cho $d_1 = 80\text{cm}$, hãy vẽ, xác định vị trí và tính độ phóng đại của ảnh cuối cùng cho bởi hệ hai thấu kính.

b) Cho d_1 thay đổi, chứng minh k không phụ thuộc d_1 .

Bài giải

a) Vẽ, xác định vị trí và tính độ phóng đại của ảnh cuối cùng cho bởi hệ hai thấu kính

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: } AB \xrightarrow[\left. \begin{smallmatrix} (L_1) \\ d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{\quad} A_1 B_1 \xrightarrow[\left. \begin{smallmatrix} (L_2) \\ d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{\quad} A_2 B_2$$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1: \begin{cases} d_1 = 80\text{cm} \\ d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{80 \cdot 20}{80 - 20} = \frac{80}{3}\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{Với } A_2B_2: \begin{cases} d_2 = l - d_1' = 10 - \frac{80}{3} = \frac{-50}{3}\text{cm} \\ d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{\frac{-50}{3}(-10)}{\frac{-50}{3} + 10} = -25\text{cm} \end{cases}$$

$$\text{- Số phóng đại của ảnh: } k = \left(-\frac{d_2'}{d_2} \right) \cdot \left(-\frac{d_1'}{d_1} \right) = \left(-\frac{-25}{\frac{-50}{3}} \right) \cdot \left(-\frac{\frac{80}{3}}{80} \right) = \frac{1}{2}.$$

Vậy: Ảnh cuối cùng là ảnh ảo, cách (L_2) 25cm và cao bằng nửa vật.

b) Chứng minh k không phụ thuộc vào d_1

$$\text{Ta có : Số phóng đại của ảnh: } k = k_1 k_2 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2}{f_2 - d_2}.$$

$$\text{với: } d_2 = l - d_1' = l - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{ld_1 - lf_1 - d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2}{f_2 - \frac{ld_1 - lf_1 - d_1 f_1}{d_1 - f_1}} = \frac{-f_1 f_2}{f_2 d_1 - f_1 f_2 - ld_1 + lf_1 + d_1 f_1}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-f_1 f_2}{d_1 (f_1 + f_2 - l) + f_1 (l - f_2)}$$

$$\text{Vì } l = f_1 + f_2 \Rightarrow k = -\frac{f_2}{f_1} = -\frac{10}{20} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy : Độ phóng đại của ảnh luôn bằng $-\frac{1}{2}$ với mọi giá trị của d_1 .

6.67. Vật phẳng, nhỏ $AB = 6\text{cm}$ đặt trước một thấu kính phân kì (L_1) trên trục chính của thấu kính và vuông góc với trục chính. Ảnh $A'B'_1$ cách vật 4cm và cao 3cm.

a) Xác định vị trí và tiêu cự của (L_1):

- Bằng phép vẽ.

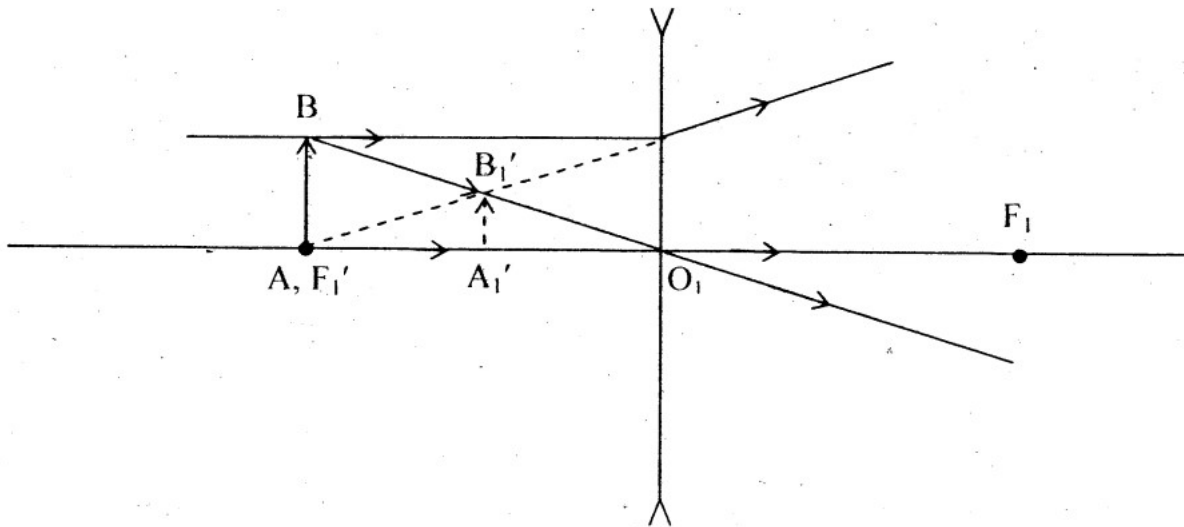
- Bằng phép tính.

b) Đặt thêm sau (L_1) một thấu kính hội tụ (L_2) có tiêu cự $f_2 = 15\text{cm}$ sao cho hai trục chính trùng nhau. Xác định vị trí của thấu kính (L_2) để ảnh sau cùng cả vật tạo bởi hệ hai thấu kính ở đúng vị trí của vật. Tính độ phóng đại của ảnh này.

Bài giải

a) Xác định vị trí và tiêu cự của (L_1)

*Bằng phép vẽ:



- Ta có: $\triangle ABO \sim \triangle A_1'B_1'O_1$ nên $\frac{AB}{A_1'B_1'} = \frac{O_1A}{O_1A_1'} = 2$.

$\Rightarrow F_1' \equiv A$ và $|f| = O_1F_1' = 2AA_1' = 2.4 = 8\text{cm}$.

$\Rightarrow f = -8\text{cm}$ (thấu kính phân kì); $O_1A = |f| = 8\text{cm}$.

*Bằng phép tính:

- Vì vật thật qua thấu kính phân kì luôn luôn cho ảnh ảo, cùng chiều, nhỏ hơn vật nên ta có:

$$k_1 = \frac{\overline{A_1'B_1'}}{\overline{AB}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} > 0$$

- Mặt khác: $k_1 = -\frac{d'}{d} = -\frac{l-d}{d} = \frac{d-l}{d} = \frac{d-4}{d}$

$$\Leftrightarrow \frac{d-4}{d} = \frac{1}{2} \Rightarrow d = 8\text{cm}; d' = l - d = 4 - 8 = -4\text{cm}.$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{8 \cdot (-4)}{8-4} = -8\text{cm}$$

Vậy: Thấu kính (L_1) đặt cách vật 8cm và có tiêu cự $f_1 = -8\text{cm}$.

b) Độ phóng đại của ảnh qua hệ gồm (L_1) và (L_2)

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{(L_2)} A_2B_2.$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với A_1B_1 : $d_1 = 8cm$; $d'_1 = -4cm$.

$$\text{Với } A_2B_2: \begin{cases} d_2 = l - d'_1 = l + 4 \\ d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(l + 4) \cdot 15}{l + 4 - 15} = \frac{15(l + 4)}{l - 11} \end{cases}$$

- Để ảnh cuối cùng trùng với vật thì: $d_1 + l = -d'_2$.

$$\Leftrightarrow 8 + l = -\frac{15(l + 4)}{l - 11} \Leftrightarrow l^2 + 12l - 28 = 0$$

$$\Rightarrow l_1 = 2cm \text{ (nhận); } l_2 = -14cm < 0 \text{ (loại).}$$

$$\text{- Độ phóng đại của ảnh: } k = \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \cdot \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) = \left(-\frac{-4}{8} \right) \cdot \left(-\frac{-10}{12} \right) = \frac{5}{6}.$$

Vậy: Thấu kính (L_2) phải đặt cách thấu kính (L_1) một khoảng $l = 2cm$ và độ phóng đại của ảnh lúc này là $\frac{5}{6}$.

6.68. Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) có các quang tâm O_1, O_2 được đặt đồng trục. Các tiêu cự là $f_1 = 1cm$; $f_2 = 4cm$. Khoảng cách giữa hai quang tâm là $l = O_1O_2 = 3,5cm$. Vật $AB = 1,5mm$ đặt trước (L_1) trên trục chính và vuông góc với trục chính, cách O_1 đoạn d_1 .

a) Cho $d_1 = 0,5cm$. Xác định ảnh của AB tạo bởi hệ thấu kính.

b) Để tăng độ phóng đại của ảnh sau cùng mà vẫn giữ O_2 cố định, người ta thực hiện lần lượt hai cách sau:

- Giữ (L_1) cố định và dời vật. Xác định chiều phải dời vật.

- Giữ vật cố định và dời (L_1) . Xác định chiều phải dời thấu kính.

Trong hai cách nêu trên, cách nào làm độ lớn của ảnh tăng nhiều hơn?

c) Giữ (L_1) cố định và dời vật. Khoảng dời vật phải thỏa mãn điều kiện nào để bản chất của ảnh không thay đổi?

Bài giải

a) Xác định ảnh của AB tạo bởi hệ thấu kính

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} (L_1) \\ d_1 \end{smallmatrix} \right\}]{d'_1} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} (L_2) \\ d_2 \end{smallmatrix} \right\}]{d'_2} A_2B_2$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với A_1B_1 : $d_1 = 0,5cm$; $d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{0,5.1}{0,5-1} = -1cm$.

Với A_2B_2 : $\begin{cases} d_2 = l - d_1' = 3,5 - (-1) = 4,5cm \\ d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{4,5.4}{4,5-4} = 36cm > 0 \end{cases}$

- Độ phóng đại của ảnh: $k = \left(-\frac{36}{4,5} \cdot \left(-\frac{(-1)}{0,5} \right) \right) = -16$.

$\Rightarrow A'B' = |k|.AB = 16.1,5 = 24mm$

Vậy: Ảnh qua hệ là ảnh thật, cách thấu kính (L_2) 36cm và cao 24mm và ngược chiều với vật.

b) Cách nào làm độ lớn của ảnh tăng nhiều hơn?

- Độ phóng đại của ảnh: $k = k_1 k_2 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \cdot \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{f_1 f_2}{(d_1 - f_1) \left(l - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} - f_2 \right)}$.

$\Rightarrow k_1 = \frac{f_1 f_2}{d_1 (l - f_1 - f_2) - l f_1 + f_1 f_2}$

- Khi giữ (L_1) cố định và dời vật: d_1 thay đổi thì:

$$k_1 = \frac{1.4}{d_1 (3,5 - 1 - 4) - 3,5.1 + 1.4} = \frac{4}{-1,5d_1 + 0,5} < 0 \quad (1)$$

$\Rightarrow d_1 > 0,333cm$

- từ (1) suy ra để tăng k_1 thì phải giảm d_1 từ 0,5cm đến 0,333cm, nghĩa là phải dời vật lại gần (L_1) .

- Khi giữ vật cố định và dời (L_1) : l thay đổi thì lúc đó khoảng cách từ vật AB đến (L_2) không đổi và bằng $(d_1 + O_1O_2) = 0,5 + 3,5 = 4cm$ nên $l = 4 - d_1$:

$$k_{11} = \frac{f_1 f_2}{d_1 [(4 - d_1) - f_1 - f_2] - (4 - d_1) f_1 + f_1 f_2}$$

$$\Rightarrow k_{11} = \frac{1.4}{d_1 [(4 - d_1) - 1 - 4] - (4 - d_1) 1 + 1.4}$$

$$= \frac{4}{-d_1^2 - d_1 - 4 + d_1 + 4} = -\frac{4}{d_1^2} \quad (2)$$

- Từ (2) suy ra để tăng k_{11} thì phải giảm d_1 nghĩa là phải dời (L_1) lại gần vật.

- Để xác định xem trong hai cách trên cách nào làm độ lớn của ảnh tăng nhiều hơn ta tính hệ số góc của k_1, k_{11} tại giá trị $d_1 = 0,5cm$:

$$\text{Với } k_1 \text{ ta có: } (k_1)' = \frac{6}{(-1,5d_1 + 0,5)^2} = \frac{6}{(-1,5 \cdot 0,5 + 0,5)^2} = 96$$

$$\text{Với } k_{11} \text{ ta có: } (k_{11})' = \frac{8}{d_1^3} = \frac{8}{0,5^3} = 64$$

Vì $(k_1)' > (k_{11})'$ nên cách dời vật làm độ lớn của ảnh tăng nhiều hơn.

c) Điều kiện của khoảng dời vật để bản chất của ảnh không thay đổi

- Khi chưa dời vật, $d_1 = 0,5cm < f_1 = 1cm$ và $k < 0 \Rightarrow d_1 > 0,333cm$.

- Khi dời vật, để bản chất của ảnh không thay đổi thì phải dời vật sao cho:

$$0,333cm < d_1 < 1cm.$$

6.69. Cho một hệ thấu kính (O_1) và (O_2) đồng trục. Các tiêu cự lần lượt là : $f_1 = 20cm; f_2 = -10cm$.

Khoảng cách giữa hai quang tâm là $O_1O_2 = a = 30cm$. Vật phẳng, nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính trước (O_1) cách $d_1 = 20cm$.

a) Xác định ảnh sau cùng của vật. Vẽ ảnh.

b) Tìm vị trí phải đặt vật và vị trí của ảnh sau cùng biết rằng ảnh này ảo và bằng 2 lần vật.

Bài giải

a) Xác định ảnh sau cùng của vật và vẽ ảnh

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{O_2} A_2B_2$.

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 = 20cm; d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20 \cdot 20}{20 - 20} = \infty.$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = a - d'_1 = 30 - \infty = -\infty;$$

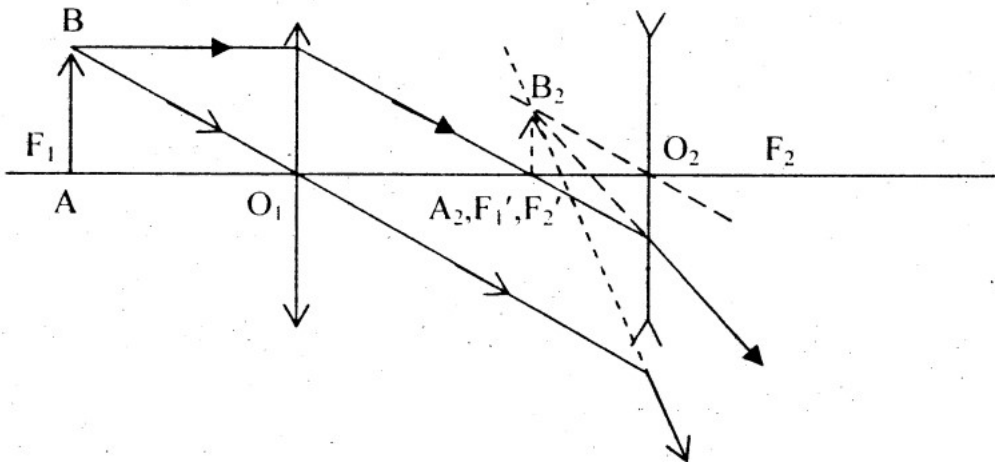
$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{f_2}{1 - \frac{f_2}{d_2}} = \frac{-10}{1 - \frac{(-10)}{(-\infty)}} = -10cm < 0.$$

- Độ phóng đại của ảnh: $k = k_1 k_2 = \left(\frac{f_1}{f_1 - d_1} \right) \left(\frac{f_2}{f_2 - d_2} \right) = \frac{f_1 f_2}{(d_1 - f_1) \left(a - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} - f_2 \right)}$

$$\Rightarrow k = \frac{f_1 f_2}{a d_1 - a f_1 - d_1 f_1 - d_1 f_2 + f_1 f_2} = \frac{f_1 f_2}{d_1 (a - f_1 - f_2) - a f_1 + f_1 f_2}$$

$$\Rightarrow k = \frac{20 \cdot (-10)}{20 \cdot (30 - 20 + 10) - 30 \cdot 20 + 20 \cdot (-10)} = \frac{1}{2}.$$

Vậy: Ảnh sau cùng của vật là ảnh ảo, cùng chiều, cách thấu kính 10cm và cao bằng nửa vật.



b) Vị trí phải đặt vật và vị trí của ảnh sau cùng biết rằng ảnh này ảo và bằng 2 lần vật

Ta có: $k = \frac{f_1 f_2}{d_1 (a - f_1 - f_2) - a f_1 + f_1 f_2} = \frac{20 \cdot (-10)}{d_1 (30 - 20 + 10) - 30 \cdot 20 + 20 \cdot (-10)}$

$$= \frac{-200}{20d_1 - 800} = -\frac{10}{d_1 - 40}.$$

Vì ảnh sau cùng là ảnh ảo bằng 2 lần vật nên: $k = 2$.

$$\Leftrightarrow -\frac{10}{d_1 - 40} = 2 \Rightarrow d_1 = 35 \text{ cm}; d_1' = \frac{35 \cdot 20}{35 - 20} = 46,67 \text{ cm}.$$

$$d_2 = 30 - 46,67 = -16,67 \text{ cm}; d_2' = \frac{(-16,67) \cdot (-10)}{(-16,67) - (-10)} = -25 \text{ cm}$$

Vậy: Để ảnh sau cùng là ảnh ảo bằng 2 lần vật thì phải đặt vật cách (O_1) 35cm và lúc này ảnh cách (O_2) 25cm.

6.70. Quang hệ gồm thấu kính phân kì (L_1) ($f_1 = -20 \text{ cm}$) và thấu kính hội tụ (L_2) ($f_2 = 40 \text{ cm}$) đặt cách nhau khoảng $l = 45 \text{ cm}$. Vật thật $AB = 2 \text{ cm}$ đặt trước (L_1) vuông góc với trục chính và cách (L_1) 60cm.

- a) Xác định ảnh của vật qua quang hệ. Vẽ ảnh.
- b) Dời (L_2) ra xa (L_1). Xác định chiều di chuyển của ảnh sau cùng so với AB.
- c) Giữ (L_2) cách (L_1) 45cm. Sau (L_2) đặt thấu kính phân kì (L_3) ($f_3 = f_1$) cách (L_2) đoạn $l = 45\text{cm}$. Chứng tỏ ảnh sau cùng của AB qua hệ luôn là ảnh ảo, cùng chiều với vật.

Bài giải

- a) Xác định ảnh của vật qua quang hệ và vẽ ảnh

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{O_2} A_2B_2$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với A_1B_1 : $d_1 = 60\text{cm}$; $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{60 \cdot (-20)}{60 - (-20)} = -15\text{cm}$.

Với A_2B_2 : $d_2 = l - d'_1 = 45 - (-15) = 60\text{cm}$;

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{60 \cdot 40}{60 - 40} = 120\text{cm} > 0$$

- Độ phóng đại của ảnh: $k = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = \left(-\frac{-15}{60} \right) \cdot \left(-\frac{120}{60} \right) = -\frac{1}{2}$.

Vậy: Ảnh của vật qua hệ là ảnh thật, ngược chiều, cách (L_2) 120cm và bằng nửa vật.

- b) Xác định chiều di chuyển của ảnh sau cùng so với AB

- Vì A_1B_1 là vật thật đối với (L_2), A_2B_2 là ảnh thật đối với (L_2) nên khoảng cách giữa A_1B_1 và A_2B_2 là:

$$l = d_2 + d'_2.$$

$$\Leftrightarrow l = d_2 + \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{d_2^2}{d_2 - f_2}$$

$$\Rightarrow l' = \frac{d_2 (d_2 - 2f_2)}{(d_2 - f_2)^2} \Rightarrow l' = 0 \Leftrightarrow d_2 = 0; d_2 = 2f_2 = 2 \cdot 40 = 80\text{cm}.$$

- Bảng biến thiên:

d_2	$-\infty$	0	40	60	80	$+\infty$			
l'		+	+		-		-	0	+
l				180		$+\infty$			160

Ban đầu, $d_2 = 60\text{cm} \Rightarrow l = 60 + 120 = 180\text{cm}$: A_1B_1 cách A_2B_2 180 cm hay A_2B_2 cách

$$AB(180 + |d_1 + d'_1|) = (180 + |60 - 15|) = 225 \text{ cm}.$$

Khi (L_2) dời xa (L_1) đến khi $d_2 = 80 \text{ cm}$ thì l giảm còn đến nhỏ nhất là:

$$l_{\min} = \frac{80^2}{80 - 40} = 160 \text{ cm}.$$

Lúc đó khoảng cách giữa A_2B_2 với AB là:

$$(160 + |d_1 + d'_1|) = (160 + |60 - 15|) = 205 \text{ cm}.$$

Sau đó, nếu tiếp tục dời (L_2) ra xa (L_1) thì l sẽ tăng và khoảng cách giữa A_2B_2 với AB sẽ tăng, nghĩa là A_2B_2 sẽ dịch chuyển xa dần AB.

a) Chứng tỏ ảnh sau cùng của AB qua hệ luôn là ảnh ảo, cùng chiều với vật

$$\text{- Sơ đồ tạo ảnh: } AB \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{smallmatrix} \right\}]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{smallmatrix} \right\}]{O_2} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{smallmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{smallmatrix} \right\}]{O_3} A_3B_3.$$

Vì $l_{12} = 45 \text{ cm}$ như câu a nên: $d'_2 = 120 \text{ cm}$.

$$\Rightarrow d_3 = l_{23} - d'_2 = 45 - 120 = -75 \text{ cm};$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{(-75) \cdot (-20)}{(-75) - (-20)} = -27,27 \text{ cm} < 0.$$

$$\text{và } k = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \cdot \left(-\frac{d'_3}{d_3} \right) = \left(-\frac{15}{60} \right) \cdot \left(-\frac{120}{60} \right) \cdot \left(-\frac{-27,27}{-75} \right) > 0$$

Vậy: Ảnh cuối cùng qua hệ luôn là ảnh ảo, cùng chiều với vật

6.71. Hai thấu kính (O_1) và (O_2)

được đặt đồng trục. Vật phẳng,

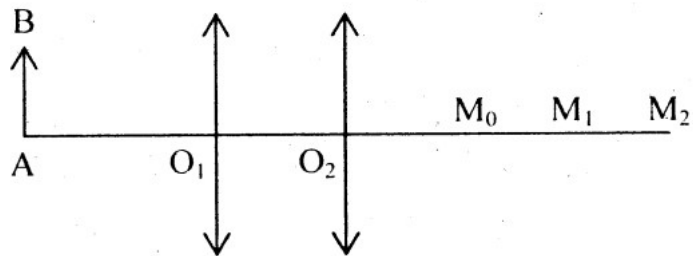
nhỏ AB đặt trước thấu kính

(O_1) và vuông góc với trục

chính cho ảnh rõ nét cao 4,5cm

trên màn (M) đặt tại điểm M_0

sau thấu kính (O_2)



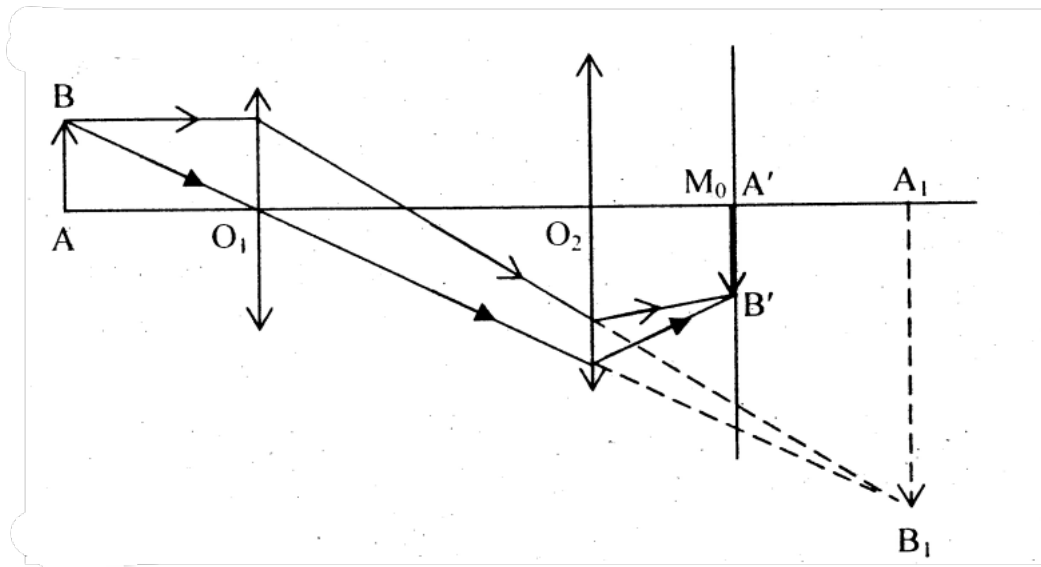
Nếu giữ cố định vật AB và thấu kính (O_1) mà bỏ (O_2) đi thì phải đặt màn ở điểm M_1 xa M_0 hơn thì mới thu được ảnh của vật và ảnh cao 9cm; nếu giữ cố định vật AB và thấu kính (O_2) mà bỏ (O_1) đi thì phải đặt màn ở điểm M_2 xa M_0 hơn thì mới thu được ảnh của vật và ảnh cao $\frac{1}{2}$ cm.

Biết các khoảng cách M_0M_1 và M_0M_2 lần lượt là 6cm và 8cm. Hãy xác định tiêu cự của hai thấu kính và độ cao của vật AB.

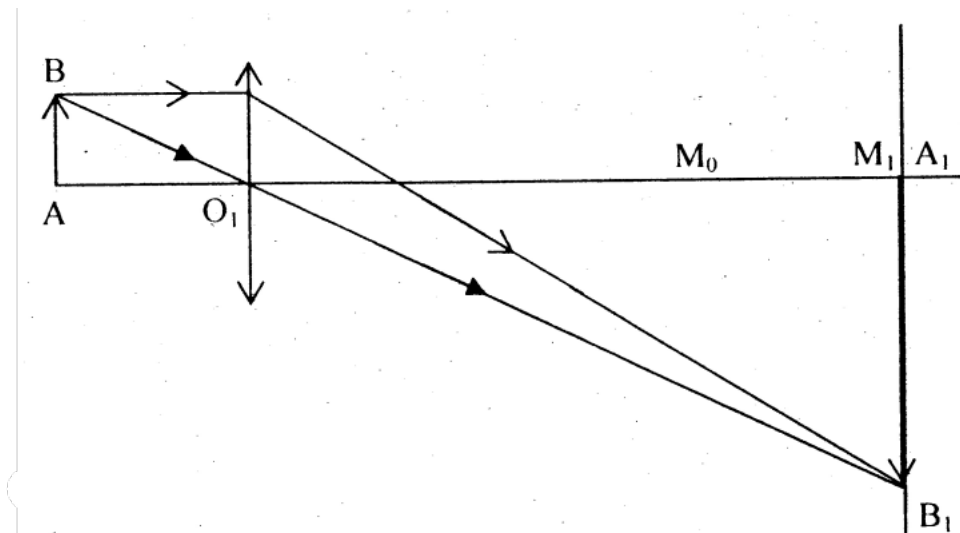
Bài giải

- Các hình vẽ:

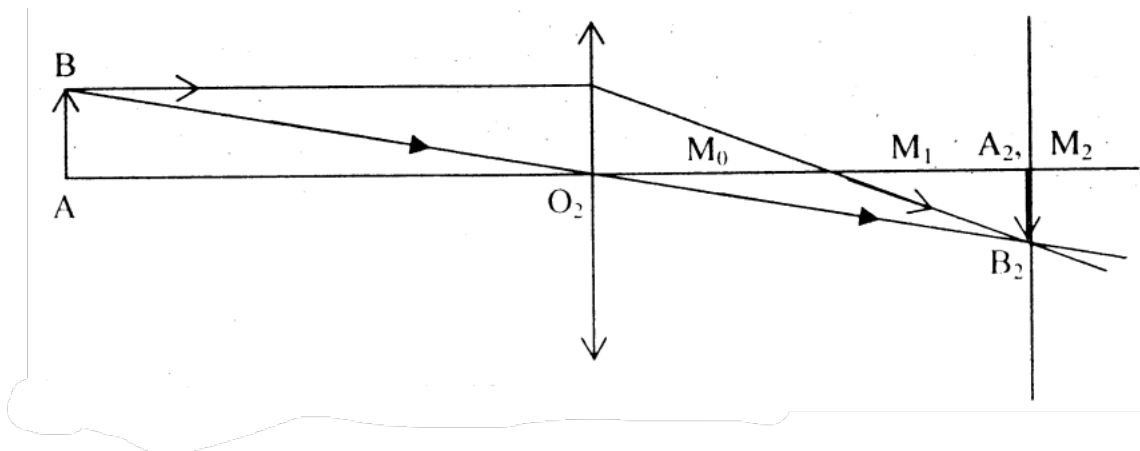
Trường hợp 1:



Trường hợp 2:



Trường hợp 3:



- Ở trường hợp 1, ta có: $d'_2 - |d_2| = M_0M_1 = 6\text{cm}$.

$$\text{và: } |k'_2| = \frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{4.5}{8} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| -\frac{d'_2}{d_2} \right| = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow d'_2 = 6\text{cm}; d_2 = -12\text{cm} (\text{ảnh ảo}).$$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{(-12) \cdot 6}{(-12) + 6} = 12\text{cm}$$

- Ở trường hợp 3, ta có: $d' = O_2M_0 + M_0M_2 = 6 + 8 = 14\text{cm}$.

$$\Rightarrow d = \frac{d' f_2}{d' + f_2} = \frac{14 \cdot 12}{14 + 12} = 84\text{cm}$$

$$\text{và: } |k'| = \frac{A_2B_2}{AB} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{AB}} = \frac{1}{2AB} \Leftrightarrow \left| -\frac{d'}{d} \right| = \frac{1}{2AB}.$$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2} \left| -\frac{d}{d'} \right| = \frac{1}{2} \left| -\frac{84}{14} \right| = 3\text{cm}.$$

- Ở trường hợp 1, ta lại có: $|k_1| = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{9}{3} = 3$.

$$\text{Mà: } k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} \Rightarrow d'_1 = -3d_1 (\text{ảnh thật})$$

$$\text{và: } d_1 + d'_1 = d + O_2M_1 = 84 + 12 = 96\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_1 = 24\text{cm}; d'_1 = 72\text{cm} \Rightarrow f_1 = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{24 \cdot 72}{24 + 72} = 18\text{cm}.$$

Vậy: + Tiêu cự của các thấu kính là $f_1 = 18\text{cm}$ và $f_2 = 12\text{cm}$.

+ Độ cao của vật AB là 3cm.

6.72. Vật AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính hội tụ (L_1) cho ảnh rõ nét trên màn cách vật 125cm và cách thấu kính 100cm. Giữ nguyên vị trí của thấu kính và màn, dời vật xa thấu kính thêm 5cm thì ảnh trên màn không còn rõ nữa. Nếu xen thấu kính (L_2) tại một vị trí thích hợp giữa (L_1) và màn thì ảnh trên màn lại trở thành rõ và lớn gấp 6 lần AB. Xác định:

a) Tiêu cự của (L_2).

b) Vị trí đặt (L_2).

Bài giải

- Trường hợp với (L_1): vật thật - ảnh thật nên: $d > 0; d' > 0$ nên:

$$L = d + d' = 125cm; d' = 100cm \Rightarrow d = 125 - 100 = 25cm$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{25 \cdot 100}{25 + 100} = 20cm$$

- Trường hợp với hệ (L_1) và (L_2): khi dời vật xa thấu kính thêm 5cm thì:

$$d'_1 = 25 + 5 = 30cm; L' = L + 5 = 125 + 5 = 130cm$$

Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$.

Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 = 30cm; d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60cm.$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = l - d'_1 = l - 60; d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(l - 60) f_2}{l - 60 - f_2}.$$

Vì A_2B_2 là ảnh thật nên $d'_2 > 0$, do đó: $L' = d_1 + l + d'_2$

$$\Leftrightarrow 30 + l + \frac{(l - 60) f_2}{l - 60 - f_2} = 130 \Leftrightarrow l + \frac{(l - 60) f_2}{l - 60 - f_2} = 100 \quad (1)$$

$$\text{Mà : } k = k_1 k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = \left(-\frac{60}{30} \right) \cdot \left(-\frac{f_2}{l - 60 - f_2} \right) = -6$$

$$\Rightarrow f_2 = -3(l - 60 - f_2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $f_2 = -30cm; l = 40cm$.

Vậy: + Tiêu cự của (L_2) là $f_2 = -30cm$.

+ Vị trí đặt (L_2): cách (L_1) đoạn 40cm.

6.73. Thấu kính phân kì (L_1) có tiêu cự $f_1 = -10\text{cm}$ và thấu kính hội tụ (L_2) có tiêu cự $f_2 = 20\text{cm}$ được đặt đồng trục, (L_1) trước (L_2).

a) Chùm tia sáng song song trục chính được chiếu tới (L_1). Hỏi phải đặt (L_2) ở đâu để chùm tia ló ra khỏi (L_2) cũng song song? Vẽ đường đi của chùm tia sáng.

b) Tìm khoảng cách (L_1L_2) để chùm tia ló ứng với chùm tia tới nói trên hội tụ tại điểm cách (L_1) đoạn 80cm. Vẽ đường đi của chùm tia này.

c) Chùm tia tới vẫn song song trục chính. Đặt (L_2) trước (L_1). Định khoảng cách (L_2L_1) để chùm tia ló vẫn hội tụ tại điểm cách (L_1) 80cm.

Bài giải

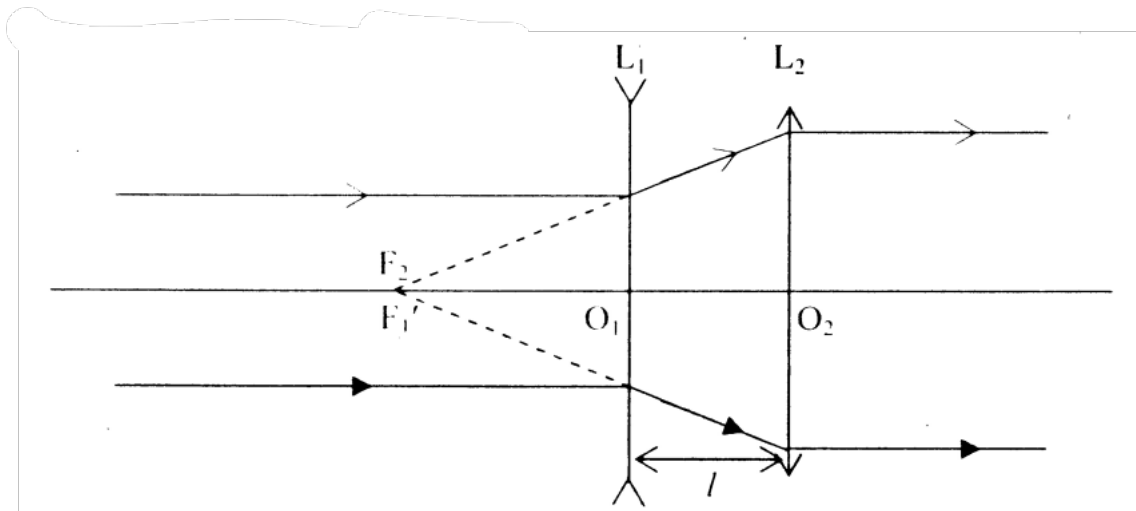
a) Vị trí (L_2) để chùm tia ló ra khỏi (L_2) cũng song song với trục chính và vẽ đường đi của chùm tia sáng

- Để chùm tia ló qua hệ cũng song song với trục chính thì chùm tia tới (L_2) phải qua tiêu điểm chính F_2 của (L_2).

Do đó: $F_2 \equiv F_1'$ hay $l = |f_1 + f_2| = |-10 + 20| = 10\text{cm}$.

$\Rightarrow$ (L_2) đặt cách (L_1) đoạn 10cm.

- Vẽ đường đi của chùm tia sáng:



b) Khoảng cách (L_1L_2) để chùm tia ló ứng với chùm tia tới nói trên hội tụ tại điểm cách (L_1) đoạn 80cm và vẽ đường đi của chùm tia này

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $S \xrightarrow{L_1} S_1 \xrightarrow{L_2} S_2$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với $S_1 : d_1 = \infty; d'_1 = f_1 = -10\text{cm}$

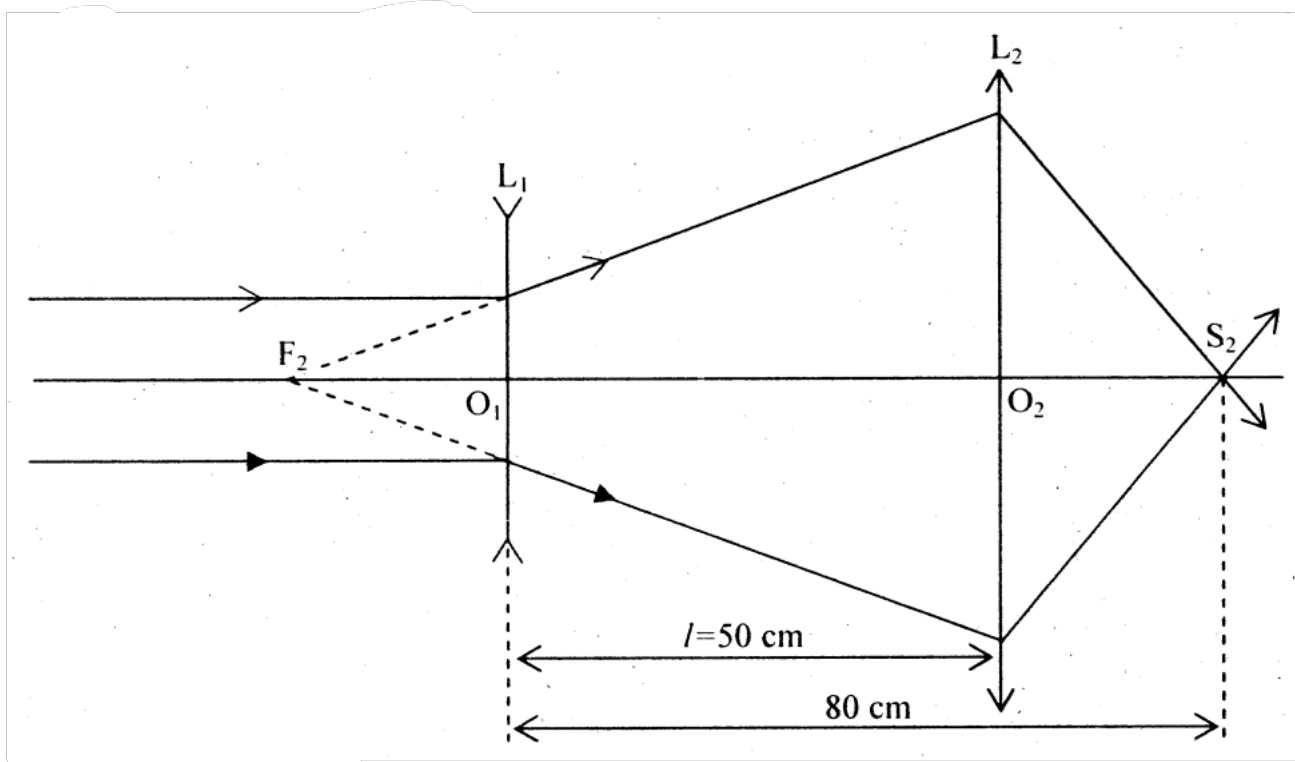
Với $S_2 : d_2 = l - d'_1 = l + 10; d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(l + 10) \cdot 20}{l + 10 - 20} = \frac{(l + 10) \cdot 20}{l - 10}$.

- Theo đề: $d'_2 = 80 - l \Leftrightarrow \frac{(l + 10) \cdot 20}{l - 10} = 80 - l$

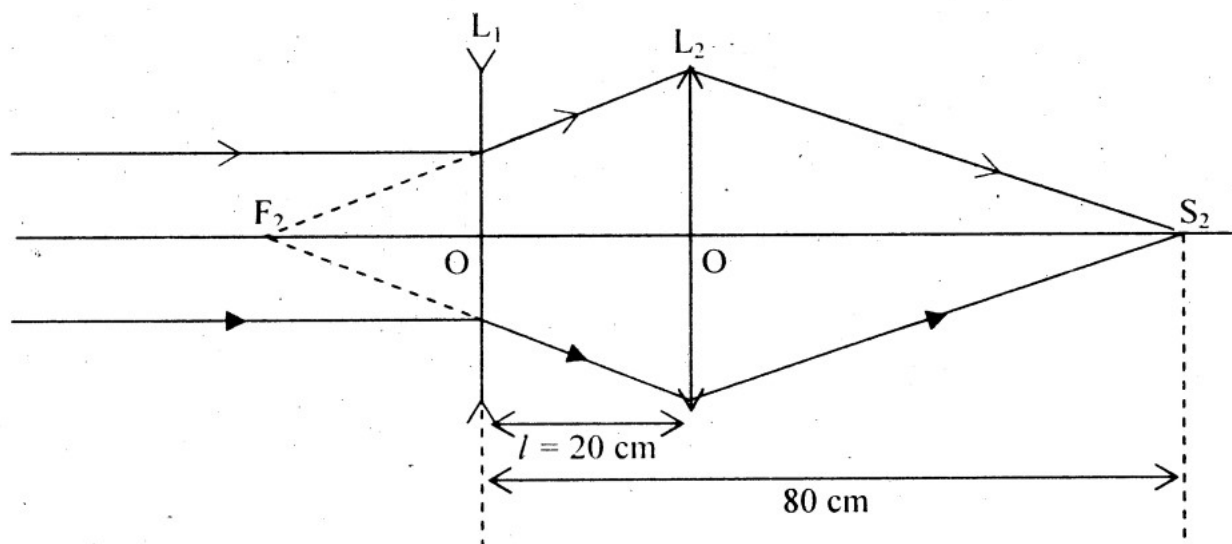
$\Leftrightarrow l^2 - 70l + 1000 = 0 \Rightarrow l_1 = 50\text{cm}$ và $l_2 = 20\text{cm}$.

- Vẽ đường đi của chùm tia sáng:

Trường hợp $l = 50\text{cm}$:



Trường hợp $l = 20\text{cm}$:



c) Khoảng cách (L_2L_1) để chùm tia ló vẫn hội tụ tại điểm cách (L_1) 80cm khi (L_2) đặt trước (L_1) :

Tương tự như câu b, bạn đọc tự giải.

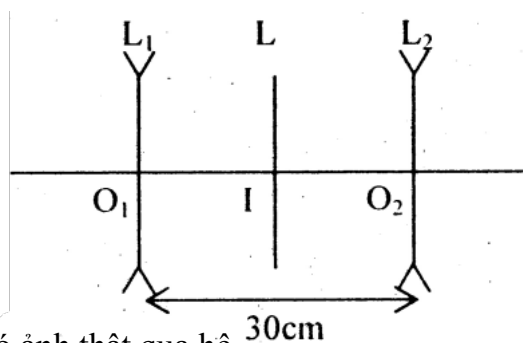
6.74. Một hệ hai thấu kính phân kì được

bố trí như hình vẽ. Cho các tiêu cự

$f_1 = f_2 = -15\text{cm}$; I là trung điểm của

$O_1 O_2$. Xác định loại thấu kính

và tiêu cự của thấu kính (L) phải đặt ở I để vật thật có ảnh thật qua hệ.



Bài giải

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L} A_2B_2 \xrightarrow{L_2} A'B'$

- Giả sử (L) là thấu kính phân kì thì:

AB qua (L_1) sẽ cho ảnh ảo A_1B_1 .

A_1B_1 là vật thật đối với (L), qua (L) sẽ cho ảnh ảo A_2B_2 .

A_2B_2 là vật thật đối với (L_2) , qua (L_2) sẽ cho ảnh ảo $A'B'$.

Điều này trái với đề bài, do đó (L) phải là thấu kính hội tụ.

- Khi (L) là thấu kính hội tụ, để ảnh cuối cùng $A'B'$ là ảnh thật thì $\left(l = l' = \frac{30}{2} = 15\text{cm} \right)$:

A_2B_2 phải là ảnh thật đối với (L): $d_2 > l; d_2 > f \Rightarrow f \leq l = 15\text{cm}$ (1)

A_2B_2 phải là vật ảo đối với (L_2) , do đó:

$$d_2' \geq l \Leftrightarrow \frac{d_2 f}{d_2 - f} \geq l \quad (d_2 = l - d_1')$$

$$\Leftrightarrow \frac{(l-d'_1)f}{l-d'_1-f} \geq l \Leftrightarrow \frac{lf-d'_1f-l^2+d'_1l+lf}{l-d'_1-f} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{l(2f-l)}{l-d'_1-f} \geq 0 \quad (2)$$

- Vì $l \geq f$; $d'_1 < 0$ (ảnh ảo) nên $l-d'_1-f > 0$

Do đó từ (2) ta được: $f \geq \frac{l}{2} = \frac{15}{2} = 7,5cm \quad (3)$

- Từ (1) và (3) suy ra: $7,5cm \leq f \leq 15cm$.

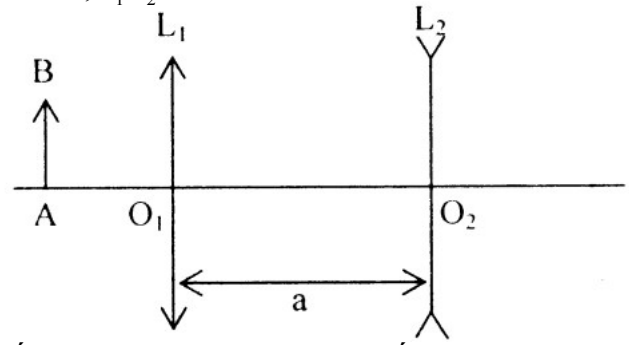
Vậy: (L) phải là thấu kính hội tụ và có tiêu cự thỏa $7,5cm \leq f \leq 15cm$.

6.75. Cho hệ quang học như hình vẽ: $f_1 = 30cm$; $f_2 = -10cm$; $O_1O_2 = a$.

a) Cho $AO_1 = 36cm$ hãy:

- Xác định ảnh cuối cùng $A'B'$ của AB tạo bởi hệ với $a = 70cm$.

- Định giá trị của a để $A'B'$ là ảnh thật.



b) Với giá trị nào của a thì độ phóng đại của ảnh cuối cùng $A'B'$ tạo bởi hệ thấu kính không phụ thuộc vị trí của vật.

Bài giải

a) Với $AO_1 = 36cm$

- Xác định ảnh cuối cùng $A'B'$

Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$.

Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với A_1B_1 : $d_1 = AO_1 = 36cm$; $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{36 \cdot 30}{36 - 30} = 180cm$.

Với $A'B'$: $d_2 = a - d'_1 = 70 - 180 = -110cm$;

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-110) \cdot (-10)}{(-110) - (-10)} = -11cm < 0.$$

Độ phóng đại: $k = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = \left(-\frac{180}{36}\right) \cdot \left(-\frac{11}{110}\right) = \frac{1}{2}$.

Vậy: Ảnh $A'B'$ là ảnh ảo, cùng chiều, bằng nửa vật và cách thấu kính (L_2) 11cm.

- Giá trị của a để $A'B'$ là ảnh thật

Để $A'B'$ là ảnh thật thì $d_2' > 0 \Leftrightarrow \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} > 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{(a - d_1') f_2}{a - d_1' - f_2} > 0 \Leftrightarrow \frac{\left(a - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}\right) f_2}{a - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} - f_2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(ad_1 - af_1 - d_1 f_1) f_2}{ad_1 - af_1 - d_1 f_1 - d_1 f_2 + f_1 f_2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(36a - 30a - 36.30).(-10)}{36a - 30a - 36.30 - 36.(-10) + 30.(-10)} = \frac{(6a - 1080).(-10)}{6a - 1020} > 0$$

a	$-\infty$	170	180	$+\infty$
$(6a - 1080).(-10)$	+		0	-
$6a - 1020$	-	0	+	+
$\frac{(6a - 1080).(-10)}{6a - 1020}$	+		+	-

$$\Rightarrow \frac{(6a - 1080).(-10)}{6a - 1020} > 0 \text{ khi } 170\text{cm} \leq a \leq 180\text{cm}.$$

Vậy: Để $A'B'$ là ảnh thật thì $170\text{cm} \leq a \leq 180\text{cm}$.

b) Giá trị của a để độ phóng đại của ảnh $A'B'$ không phụ thuộc vào vị trí đặt vật

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } k &= k_1 k_2 = \left(\frac{f_1}{f_1 - d_1} \right) \cdot \left(\frac{f_2}{f_2 - d_2} \right) \\ &= \frac{f_1 f_2}{(f_1 - d_1)(f_2 - a + d_1')} = \frac{f_1 f_2}{(f_1 - d_1) \left(f_2 - a + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \right)} \\ \Rightarrow k &= \frac{f_1 f_2}{(f_1 - d_1)(f_2 - a) - d_1 f_1} = \frac{f_1 f_2}{f_1 f_2 - af_1 - d_1 f_2 + ad_1 - d_1 f_1} \\ &= \frac{f_1 f_2}{f_1 f_2 - af_1 - d_1 (f_2 - a + f_1)} \end{aligned}$$

Để k không phụ thuộc vào d_1 (vị trí đặt vật) thì $(f_2 - a + f_1) = 0$.

$$\Rightarrow a = f_1 + f_2 = 30 + (-10) = 20\text{cm}.$$

Vậy: Giá trị của a để độ phóng đại của ảnh $A'B'$ không phụ thuộc vào vị trí đặt vật là $a = 20\text{cm}$.

6.76. Hai thấu kính (L_1) hội tụ và (L_2) phân kì có các tiêu cự lần lượt là $f_1 = 30cm$; $f_2 = -10cm$ đặt đồng trục cách nhau 40cm.

a) Vật AB được đặt trước (L_1) và cách một đoạn 60cm. Xác định ảnh của AB tạo bởi hệ hai thấu kính.

b) Vật AB vẫn ở vị trí cũ. Hoán vị hai thấu kính. Xác định ảnh của AB trong trường hợp này.

c) Định vị trí của vật AB để khi hoán vị hai thấu kính như ở câu b thì hai ảnh trước và sau khi hoán vị thấu kính trùng nhau.

Bài giải

a) Xác định ảnh của AB tạo bởi hệ hai thấu kính

Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$.

Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 = 60cm; d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{60 \cdot 30}{60 - 30} = 60cm.$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = a - d'_1 = 40 - 60 = -20cm;$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-20) \cdot (-10)}{(-20) - (-10)} = -20cm < 0.$$

$$\text{Độ phóng đại : } k = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = \left(-\frac{60}{60} \right) \cdot \left(-\frac{(-20)}{(-20)} \right) = 1.$$

Vậy: ảnh A_2B_2 là ảnh ảo, cùng chiều, bằng vật và cách thấu kính (L_2) 20cm.

b) Xác định ảnh của AB khi hoán vị hai thấu kính: Khi hoán vị hai thấu kính:

Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_2} A'B' \xrightarrow{L_1} A''B''$.

Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A'B' : d_1 = 60cm; d'_1 = \frac{d_1 f_2}{d_1 - f_2} = \frac{60 \cdot (-10)}{60 - (-10)} = -8,57cm.$$

$$\text{Với } A''B'' : d_2 = a - d'_1 = 40 - (-8,57) = 48,57cm;$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_1}{d_2 - f_1} = \frac{48,57 \cdot 30}{48,57 - 30} = 78,5cm > 0$$

$$\text{Độ phóng đại: } k = \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = \left(-\frac{(-8,57)}{60} \right) \cdot \left(-\frac{78,5}{48,57} \right) = -0,23.$$

Vậy: ảnh $A''B''$ là ảnh thật, ngược chiều, cách thấu kính (L_1) 78,5cm và bằng 0,23 vật.

c) Vị trí của vật AB để hai ảnh trước và sau khi hoán vị hai thấu kính trùng nhau

Gọi x là vị trí của vật : $x = d_1$.

- Trước khi hoán vị hai thấu kính:

$$d_{11} = x; d_{11}' = \frac{d_{11}f_1}{d_{11} - f_1} = \frac{30x}{x - 30}$$

$$d_{21} = a - d_{11}' = 40 - \frac{30x}{x - 30} = \frac{10x - 1200}{x - 30};$$

$$d_{21}' = \frac{d_{21}f_2}{d_{21} - f_2} = \frac{\frac{10x - 1200}{x - 30} \cdot (-10)}{\frac{10x - 1200}{x - 30} - (-10)} = \frac{1200 - 10x}{2x - 150}$$

- Sau khi hoán vị hai thấu kính:

$$d_{12} = x; d_{12}' = \frac{d_{12}f_2}{d_{12} - f_2} = \frac{-10x}{x + 10}$$

$$d_{22} = a - d_{12}' = 40 - \frac{-10x}{x + 10} = \frac{50x + 400}{x + 10};$$

$$d_{22}' = \frac{d_{22}f_1}{d_{22} - f_1} = \frac{\frac{50x + 400}{x + 10} \cdot 30}{\frac{50x + 400}{x + 10} - 30} = \frac{1200 + 150x}{2x + 10}$$

- Để vị trí ảnh trước và sau khi hoán vị hai thấu kính trùng nhau thì: $d_{21}' = d_{22}'$.

$$\Leftrightarrow \frac{1200 - 10x}{2x - 150} = \frac{1200 + 150x}{2x + 10} \Leftrightarrow 32x^2 - 2240x - 19200 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 77,72cm (\text{nhận}); x_2 = -7,72cm (\text{loại}).$$

Vậy: Vị trí đặt vật để vị trí ảnh trước và sau khi hoán vị hai thấu kính trùng nhau là 77,72cm.

6.77. Cho hai thấu kính cùng trục chính đặt cách nhau một khoảng $l = 48cm$; thấu kính thứ nhất (O_1) có tiêu cự $f_1 = 30cm$, thấu kính thứ hai (O_2) có tiêu cự $f_2 = -15cm$.

a) Một vật phẳng nhỏ đặt trước (O_1), cách (O_1) một khoảng d . Tìm điều kiện mà d phải thỏa mãn để ảnh của vật cho bởi hệ là ảnh thật.

b) Vẽ, xác định vị trí và độ phóng đại của ảnh trong trường hợp $d = 70cm$.

c) Xác định vị trí của vật sao cho khi giữ vật cố định và hoán vị hai thấu kính, vị trí của ảnh vẫn không đổi. So sánh độ phóng đại của ảnh ở hai vị trí ấy.

Bài giải

a) Điều kiện của d để ảnh của vật cho bởi hệ là ảnh thật

Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$

Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với A_1B_1 : $d_1 = d$; $d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{30d}{d - 30}$.

Với A_2B_2 : $d_2 = l - d_1' = 48 - \frac{30d}{d - 30} = \frac{18d - 1440}{d - 30}$;

$$\Rightarrow d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{\frac{18d - 1440}{d - 30} \cdot (-15)}{\frac{18d - 1440}{d - 30} - (-15)} = \frac{15(1440 - 18d)}{33d - 1890}.$$

d	$-\infty$	57,3	80	$+\infty$
(1440 - 18d)	+	+	0	-
(33d - 1890)	-	0	+	+
d_2'	-	+	-	-

- Để A_2B_2 là ảnh thật thì $d_2' > 0 \Rightarrow 57,3\text{cm} \leq d \leq 80\text{cm}$.

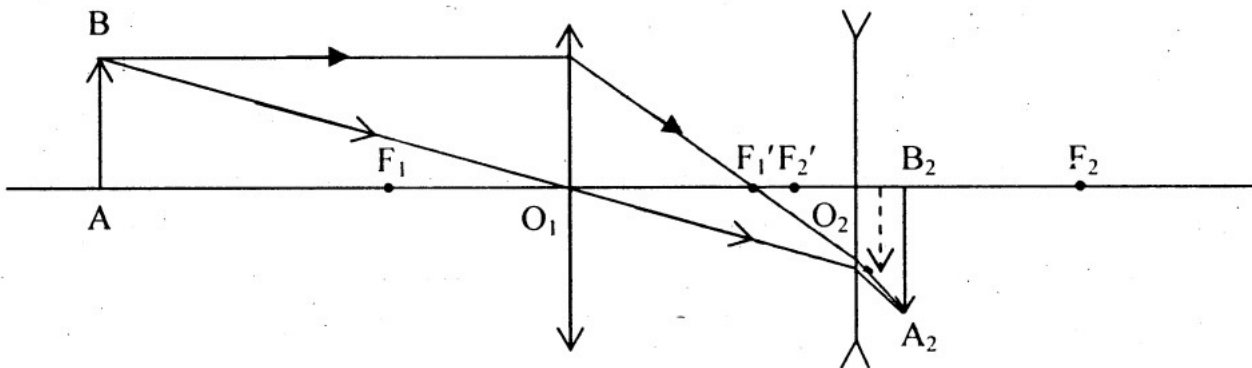
b) Vẽ, xác định vị trí và độ phóng đại của ảnh trong trường hợp $d = 70\text{cm}$

- Từ câu a, ta có: $d_1 = d = 70\text{cm}$; $d_1' = \frac{70 \cdot 30}{70 - 30} = 52,5\text{cm}$.

$$d_2 = l - d_1' = 48 - 52,5 = -4,5\text{cm}; \Rightarrow d_2' = \frac{(-4,5) \cdot (-15)}{(-4,5) - (-15)} = 6,43\text{cm}.$$

- Độ phóng đại của ảnh: $k = \left(-\frac{d_1'}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d_2'}{d_2}\right) = \left(-\frac{52,5}{70}\right) \cdot \left(-\frac{6,43}{-4,5}\right) = -1,07$.

- Vẽ hình:



Vậy: khi $d = 70\text{cm}$ thì ảnh cách (O_2) $6,43\text{cm}$ và có độ phóng đại $-1,07$.

c) Khi giữ đồ vật cố định và hoán vị hai thấu kính

Gọi x là vị trí của vật: $x = d_1$.

- Trước khi hoán vị hai thấu kính:

$$d_{11} = x; d_{11}' = \frac{d_{11}f_1}{d_{11} - f_1} = \frac{30x}{x - 30}$$

$$d_{21} = l - d_{11}' = 48 - \frac{30x}{x - 30} = \frac{18x - 1440}{x - 30};$$

$$d_{21}' = \frac{d_{21}f_2}{d_{21} - f_2} = \frac{\frac{18x - 1440}{x - 30} \cdot (-15)}{\frac{18x - 1440}{x - 30} - (-15)} = \frac{15(1440 - 18x)}{33x - 1890}.$$

$$k = \left(-\frac{d_{11}'}{d_{11}} \right) \cdot \left(-\frac{d_{21}'}{d_{21}} \right) = \left(-\frac{30}{x - 30} \right) \cdot \left(-\frac{(-15)}{\frac{18x - 1440}{x - 30} - (-15)} \right)$$

- Sau khi hoán vị hai thấu kính :

$$d_{12} = x; d_{12}' = \frac{d_{12}f_2}{d_{12} - f_2} = \frac{-15x}{x + 15}$$

$$d_{22} = l - d_{12}' = 48 - \frac{-15x}{x + 15} = \frac{63x + 720}{x + 15};$$

$$d_{22}' = \frac{d_{22}f_1}{d_{22} - f_1} = \frac{\frac{63x + 720}{x + 15} \cdot 30}{\frac{63x + 720}{x + 15} - 30} = \frac{30(720 + 63x)}{33x + 270}$$

$$k' = \left(-\frac{d_{12}'}{d_{12}} \right) \cdot \left(-\frac{d_{22}'}{d_{22}} \right) = \left(-\frac{(-15)}{x + 15} \right) \cdot \left(-\frac{30}{\frac{63x + 720}{x + 15} - 30} \right)$$

- Để vị trí ảnh trước và sau khi hoán vị hai thấu kính không thay đổi thì:

$$d_{21}' = d_{22}' \Leftrightarrow \frac{15(1440 - 18x)}{33x - 1890} = \frac{30(720 + 63x)}{33x + 270} \Rightarrow x = 60\text{cm}.$$

- Độ phóng đại của ảnh trong hai trường hợp là:

$$\text{Trước khi hoán vị hai thấu kính : } k = \left(-\frac{30}{60 - 30} \right) \cdot \left(-\frac{(-15)}{\frac{18 \cdot 60 - 1440}{60 - 30} - (-15)} \right) = -5.$$

Sau khi hoán vị hai thấu kính : $k' = \left(-\frac{(-15)}{60+15} \right) \cdot \left(-\frac{30}{\frac{63 \cdot 60 + 720}{60+15} - 30} \right) = -\frac{1}{5}$.

Vậy: vị trí đặt vật để vị trí ảnh trước và sau khi hoán vị hai thấu kính không thay đổi là 60cm. Độ phóng đại của ảnh trước khi hoán vị hai thấu kính gấp 25 lần độ phóng đại của ảnh sau khi hoán vị hai thấu kính.

6.78. Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) cùng tiêu cự $f_1 = f_2 = 30\text{cm}$ được đặt ở đồng trục.

- (L_2) ghép sát (L_1). Vật đặt trên trục chính vuông góc với trục chính ở trước (L_1). Định vị trí vật để ảnh cho bởi hệ là ảnh thật bằng vật.
- Giữ vật cố định, tách (L_2) ra xa (L_1) sao cho hai trục chính vẫn trùng nhau. Chứng tỏ khoảng cách từ ảnh cuối cùng đến (L_2) và độ lớn của nó không tùy thuộc khoảng cách ($L_1 L_2$).
- Thay (L_1) bằng thấu kính phân kì (L_3) có cùng $|f|$. Định vị trí của (L_2) để ảnh cuối cùng của vật bằng vật.

Bài giải

a) Vị trí của vật để ảnh cho bởi hệ là ảnh thật bằng vật

- Khi (L_2) ghép sát (L_1), tiêu cự của hệ là f , với:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{2}{30} \Rightarrow f = 15\text{cm}$$

- Để ảnh qua hệ là ảnh thật, bằng vật thì: $k = \left(\frac{f}{f-d} \right) = -1$.

$$\Rightarrow d = 2f = 2 \cdot 15 = 30\text{cm}$$

Vậy: Để ảnh cho bởi hệ là ảnh thật bằng vật thì vật phải đặt cách hệ thấu kính 30cm.

b) Chứng tỏ khoảng cách từ ảnh cuối cùng đến (L_2) và độ lớn của nó không tùy thuộc khoảng cách ($L_1 L_2$)

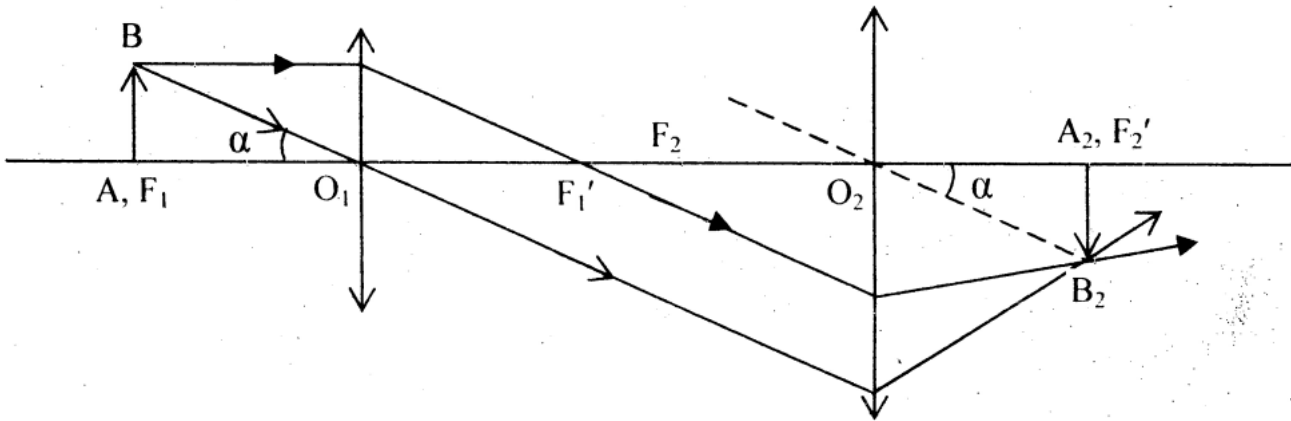
- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_1} A_1 B_1 \xrightarrow{L_2} A_2 B_2$

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với $A_1 B_1$: $d_1 = d = 30\text{cm} = f_1 \Rightarrow d_1' = \infty$.

Với $A_2 B_2$: $d_2 = -\infty$; $d_2' = f_2 \Rightarrow A_2 B_2$ ở tại tiêu điểm chính F_2' .

và $A_2B_2 = f_2 \cdot \tan \alpha = f_2 \cdot \frac{AB}{f_1} = AB$.



Vậy: Khoảng cách từ ảnh cuối cùng đến (L_2) và độ lớn của nó không tùy thuộc khoảng cách (L_1L_2) : $d_2' = f_2$ và $A_2B_2 = AB$ với mọi l .

c) Vị trí (L_2) để ảnh cuối cùng bằng vật khi thay (L_1) bằng (L_3)

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{L_3} A'B' \xrightarrow{L_2} A''B''$.

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

Với $A'B'$: $f_3 = -f_1 = -30\text{cm}$; $d_1 = 30\text{cm}$; $d_1' = \frac{d_1 f_3}{d_1 - f_3} = \frac{30 \cdot (-30)}{30 - (-30)} = -15\text{cm}$.

Với $A''B''$: $d_2 = a - d_1' = a - (-15) = a + 15$.

$$\Rightarrow d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(a+15) \cdot 30}{a+15-30} = \frac{(a+15) \cdot 30}{a-15}.$$

- Độ phóng đại của ảnh: $k = \left(-\frac{d_1'}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d_2'}{d_2}\right) = \left(-\frac{(-15)}{30}\right) \cdot \left(-\frac{30}{a-15}\right) = -\frac{15}{a-15}$.

$k = 1$: $-\frac{15}{a-15} = 1 \Rightarrow a = 0$ (loại).

$k = -1$: $-\frac{15}{a-15} = -1 \Rightarrow a = 30\text{cm}$.

Vậy: để ảnh cuối cùng bằng vật thì phải đặt (L_2) cách (L_1) 30cm.

6.79. Một thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự $f = 40\text{cm}$ đặt trước màn (M), cách màn một đoạn không đổi $a = 2\text{m}$.

Trước (O) có một thấu kính hội tụ (O') tiêu cự $f' = 10\text{cm}$ đặt cách (O) đoạn l sao cho hai thấu kính đồng trục.

Trước (O') có một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính và cách (O) đoạn d . Ảnh của vật hiện rõ nét trên màn.

a) Tìm hệ thức liên lạc giữa d và l . Biện luận.

b) Cho $l = 20\text{cm}$. Xác định vị trí vật và độ phóng đại của ảnh. Vẽ ảnh.

Bài giải

a) Hệ thức liên lạc giữa d và l

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{(O')} A'B' \xrightarrow{(O)} A''B''$.

- Xét các quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A'B': d_1 = d - l = \frac{d_1' f'}{d_1' - f'}$$

$$\text{Với } A''B'': d_2 = l - d_1' = \frac{d_2' f}{d_2' - f};$$

$$d_2' = a = 200\text{cm}.$$

$$\text{Từ đó: } d_2 = \frac{200 \cdot 40}{200 - 40} = 50\text{cm};$$

$$d_1' = l - d_2 = l - 50.$$

$$d_1 = \frac{(l - 50) \cdot 10}{l - 50 - 10} = \frac{(l - 50) \cdot 10}{l - 60} = d - l$$

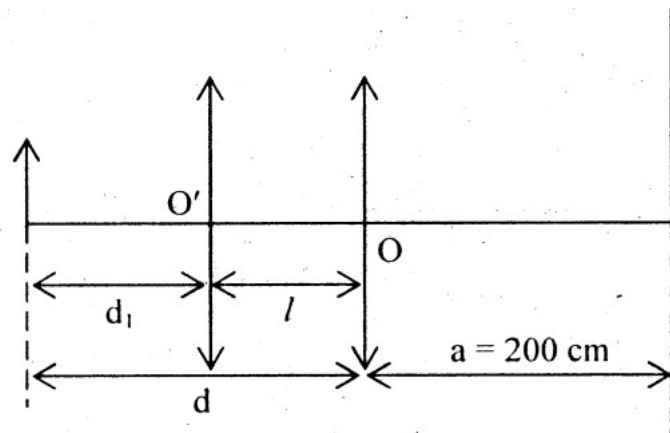
$$\Leftrightarrow 10l - 500 = dl - 60d - l^2 + 60l \Leftrightarrow l^2 - 50l - 500 = dl - 60d$$

$$\Rightarrow d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60}.$$

$$\text{Vậy: Hệ thức liên lạc giữa } d \text{ và } l \text{ là } d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60}.$$

$$\text{- Biện luận: Vì } d > 0: \text{ vật đặt trước thấu kính nên từ hệ thức } d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60}$$

ta thấy:



l	$-\infty$	$-8,5$	0	$58,5$	60	∞
$l^2 - 50l - 500$	+	0	-	-	0	+
$l - 60$	-	-	-	-	0	+
d	-	0	+	+	0	

Từ bảng trên ta thấy: vì $l > 0$ nên để $d > 0$ thì $0 < l < 58,5\text{cm}$ hoặc $l > 60\text{cm}$.

b) Xác định vị trí vật và độ phóng đại của ảnh, vẽ ảnh

- Sơ đồ tạo ảnh qua hệ: $AB \xrightarrow{(O')} A'B' \xrightarrow{(O)} A''B''$.

- Từ câu a, ta có: $l = 20\text{cm}$

$$\Rightarrow d = \frac{l^2 - 50l - 500}{l - 60} = \frac{20^2 - 50 \cdot 20 - 500}{20 - 60} = 27,5\text{cm}.$$

$$d_1 = d - l = 27,5 - 20 = 7,5\text{cm}; d_1' = l - 50 = 20 - 50 = -30\text{cm}.$$

$$\text{và } d_2 = 50\text{cm}; d_2' = a = 200\text{cm}$$

$$\Rightarrow k = \left(-\frac{d_1'}{d_1} \right) \cdot \left(-\frac{d_2'}{d_2} \right) = \left(-\frac{(-30)}{7,5} \right) \cdot \left(-\frac{200}{50} \right) = -16$$

Vậy: Phải đặt vật cách (O') 27,5cm và độ phóng đại của ảnh lúc này là -16.

- Vẽ hình: bạn đọc tự vẽ.

6.80. Một thấu kính hội tụ (O_1) có tiêu cự $f_1 = 40\text{cm}$ đặt trước một màn ảnh (M) cách màn một khoảng không đổi bằng 1,5m.

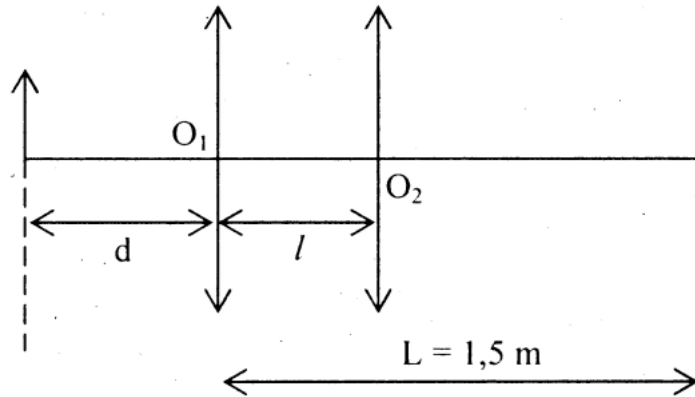
Giữa (O_1) và (M) có một thấu kính hội tụ (O_2) có tiêu cự $f_2 = 100\text{cm}$ đặt cách (O_1) một khoảng l sao cho trục chính của hai thấu kính trùng nhau.

Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính của hai thấu kính cách (O_1) một khoảng d được hệ tạo một ảnh rõ nét trên màn.

a) Tìm hệ thức giữa l và d .

b) Cho $l = 1\text{m}$, tính d và độ phóng đại của ảnh. Vẽ ảnh.

Bài giải



a) Hệ thức giữa l và d

- Sơ đồ tạo ảnh $AB \xrightarrow{(O')} A'B' \xrightarrow{(O)} A''B''$.

- Xét quá trình tạo ảnh qua hệ:

$$\text{Với } A'B': d_1 = d; d_1' = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{0,4d}{d - 0,4}.$$

$$\text{Với } A''B'': d_2 = l - d_1' = l - \frac{0,4d}{d - 0,4} = \frac{dl - 0,4l - 0,4d}{d - 0,4}.$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{\frac{dl - 0,4l - 0,4d}{d - 0,4} \cdot f_2}{\frac{dl - 0,4l - 0,4d}{d - 0,4} - f_2} = \frac{\frac{dl - 0,4l - 0,4d}{d - 0,4} \cdot 1}{\frac{dl - 0,4l - 0,4d}{d - 0,4} - 1} = \frac{dl - 0,4l - 0,4d}{dl - 0,4l - 1,4d + 0,4}.$$

- Vì ảnh hiện rõ nét trên màn nên: $d_2' = L - l = 1,5 - l$.

$$\Leftrightarrow \frac{dl - 0,4l - 0,4d}{dl - 0,4l - 1,4d + 0,4} = 1,5 - l$$

$$\Leftrightarrow dl - 0,4l - 0,4d = (1,5 - l)(dl - 0,4l - 1,4d + 0,4)$$

$$\Leftrightarrow dl - 0,4l - 0,4d = 1,5dl - 0,6l - 2,1d + 0,6 - dl^2 + 0,4l^2 + 1,4dl - 0,4l$$

$$\Leftrightarrow d(l - 0,4 - 1,5l + 2,1 + l^2 - 1,4l) = 0,4l - 0,6l + 0,6 + 0,4l^2 - 0,4l$$

$$\Leftrightarrow d(l^2 - 1,9l + 1,7) = 0,4l^2 - 0,6l + 0,6$$

$$\Rightarrow d = \frac{0,4l^2 - 0,6l + 0,6}{l^2 - 1,9l + 1,7} = \frac{4l^2 - 6l + 6}{10l^2 - 19l + 17}.$$

Vậy: hệ thức giữa l và d là $d = \frac{4l^2 - 6l + 6}{10l^2 - 19l + 17}$.

b) Tính d , độ phóng đại của ảnh và vẽ ảnh

- Từ câu a, ta có: $d = \frac{4l^2 - 6l + 6}{10l^2 - 19l + 17} = \frac{4.1^2 - 6.1 + 6}{10.1^2 - 19.1 + 17} = 0,5m = 50cm$.

- Độ phóng đại của ảnh: Ta có: $d_1 = d = 0,5m; d_1' = \frac{0,4d}{d - 0,4} = \frac{0,4.0,5}{0,5 - 0,4} = 2m$.

và $d_2 = 1 - 2 = -1m; d_2' = \frac{(-1).1}{(-1) - 1} = 0,5m$:

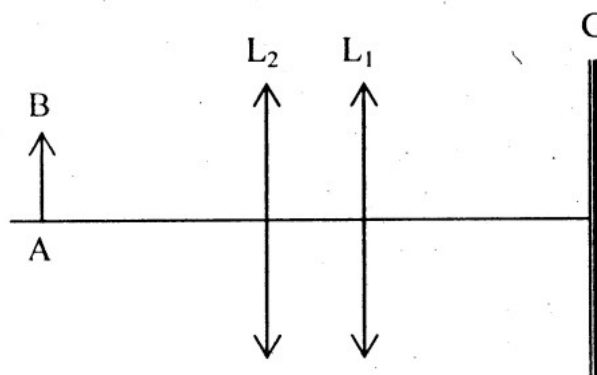
$$\Rightarrow k = \left(-\frac{d_1'}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d_2'}{d_2}\right) = \left(-\frac{2}{0,5}\right) \cdot \left(-\frac{0,5}{(-1)}\right) = -2.$$

Vậy: Khoảng cách từ vật đến (O_1) là 0,5m và độ phóng đại của ảnh là -2.

(Bạn đọc tự vẽ hình).

6.81. Vật AB đặt song song trước gương

phẳng (G) cách gương đoạn s. Người ta nhận thấy trong khoảng giữa vật và gương có hai vị trí của thấu kính hội tụ (L_1) làm cho ảnh tạo bởi hệ trùng với vật AB; vị trí thứ nhất cách vật 30cm, vị trí thứ hai cách vật 150cm.



a) Tính khoảng cách s và tiêu cự f_1 của thấu kính hội tụ (L_1).

b) Tịnh tiến gương tới cách vật AB 132cm. Sau (L_1) đặt thêm thấu kính hội tụ (L_2) có tiêu cự $f_2 = 15cm$ đồng trục với (L_1), cách (L_1) khoảng cố định 90 cm để tạo thành hai thấu kính gắn chặt, trục chính của hệ hai thấu kính luôn đi qua A và vuông góc với gương.

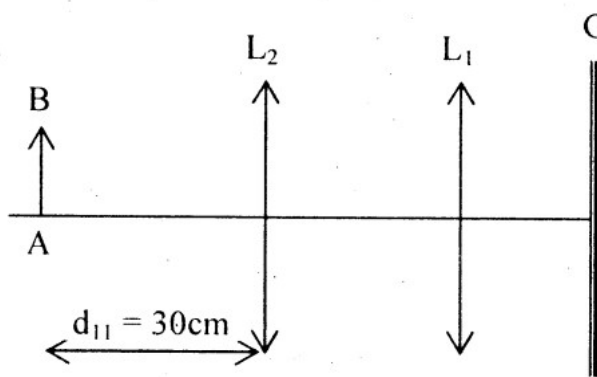
Hãy xác định vị trí của hai thấu kính gắn chặt (đối với AB) để ảnh cho bởi hệ hai thấu kính và gương trùng với vật AB.

Bài giải

a) Khoảng cách s và tiêu cự f_1 của thấu kính hội tụ (L_1)

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{G} A_2B_2 \xrightarrow{L_1} A_3B_3$.

- Để ảnh cuối cùng A_3B_3 trùng với vật AB thì ảnh A_1B_1 phải trùng với ảnh $A_2B_2 \Rightarrow A_1B_1$ và A_2B_2 phải nằm tại H (mặt gương).



- Mặt khác, từ tính chất thuận nghịch về chiều truyền của ánh sáng, ta có:

$$d_{11} = d_{12}' ; d_{12} = d_{11}'$$

$$\Rightarrow d_{11} + d_{11}' = d_{11} + d_{12} = s$$

$$= 30 + 150 = 180 \text{ cm}$$

$$\text{và } f_1 = \frac{d_{11} d_{11}'}{d_{11} + d_{11}'} = \frac{30 \cdot 150}{30 + 150} = 25 \text{ cm}$$

Vậy: Khoảng cách $s = 180 \text{ cm}$ và tiêu cự của (L_1) là $f_1 = 25 \text{ cm}$

b) Vị trí của hai thấu kính gắn chặt (đối với AB) để ảnh cho bởi hệ hai thấu kính và gương trùng với vật AB.

- Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow{L_2} A_1 B_1 \xrightarrow{L_1} A_2 B_2 \xrightarrow{G} A_3 B_3 \xrightarrow{L_1} A_4 B_4 \xrightarrow{L_2} A_5 B_5.$$

- Để ảnh cuối cùng $A_5 B_5$ trùng với AB thì ảnh $A_2 B_2$ phải trùng với ảnh $A_3 B_3$

$\Rightarrow A_2 B_2$ và $A_3 B_3$ phải nằm tại H (mặt gương).

- Xét quá trình tạo ảnh từ AB đến $A_2 B_2$, ta có: $d_1 + l + d_2' = L$.

$$\Rightarrow d_1 + d_2' = L - l = 132 - 90 = 42 \text{ cm} \quad (1)$$

- Từ sơ đồ tạo ảnh, ta có:

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}; d_2 = l - d_1' = l - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{ld_1 - lf_1 - d_1 f_1}{d_1 - f_1}.$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{\frac{ld_1 - lf_1 - d_1 f_1}{d_1 - f_1} f_2}{\frac{ld_1 - lf_1 - d_1 f_1}{d_1 - f_1} - f_2} = \frac{(ld_1 - lf_1 - d_1 f_1) f_2}{ld_1 - lf_1 - d_1 f_1 - d_1 f_2 + f_1 f_2} \quad (2)$$

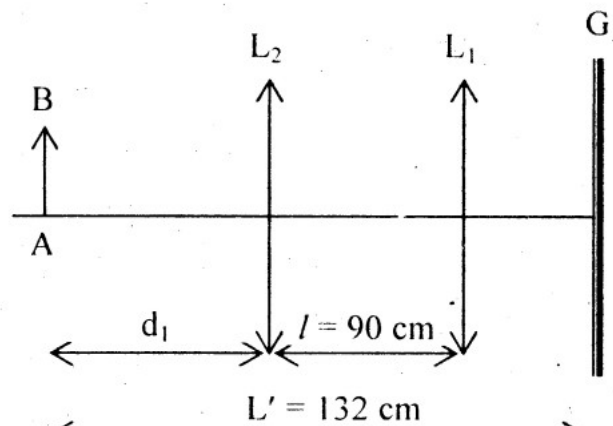
- Thay (2) vào (1) ta được: $d_1 + \frac{(ld_1 - lf_1 - d_1 f_1) \cdot f_2}{ld_1 - lf_1 - d_1 f_1 - d_1 f_2 + f_1 f_2} = 42$

$$\Leftrightarrow d_1 + \frac{(90d_1 - 90 \cdot 25 - 25d_1) \cdot 15}{90d_1 - 90 \cdot 25 - 25d_1 - 15d_1 + 25 \cdot 15} = 42$$

$$\Leftrightarrow d_1 + \frac{(65d_1 - 2250) \cdot 15}{50d_1 - 1875} = 42$$

$$\Leftrightarrow 50d_1^2 - 3000d_1 + 45000 = 0$$

$$\Leftrightarrow d_1^2 - 60d_1 + 900 = 0 \Rightarrow d_1 = 30 \text{ cm}$$



Vậy: để ảnh cho bởi hệ hai thấu kính và gương trùng với vật AB thì (L_1) phải đặt cách vật AB 30cm.

6.82. Một thấu kính hội tụ L_1 là một thấu kính phân kì L_2 có thể ghép sát với nhau thành một bản hai mặt song song. Tách hai thấu kính cách nhau một khoảng $O_1O_2 = l$.

a) Một chùm song song từ bên trái tới đi qua hệ hai thấu kính sẽ thành một chùm hội tụ hay phân kì?

Vẽ hình và giải thích.

b) Trường hợp chùm sáng từ bên

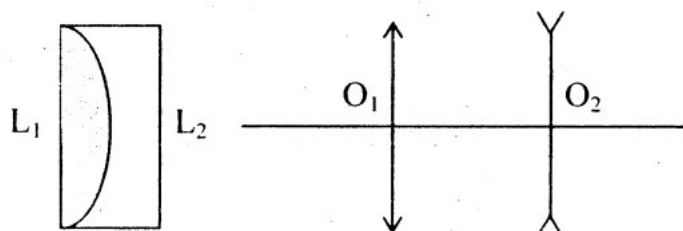
phải qua thì có gì khác trường

hợp trên? Vẽ hình và giải thích.

c) Cho $O_1O_2 = 6\text{cm}$; có một vật

AB ở bên trái L_1 , biết $O_1A = 5\text{cm}$;

$f_1 = 2,5\text{cm}$; ảnh $A'B'$ của vật qua hai thấu kính là thực hay là ảo? Tính toán và vẽ hình.



Bài giải

a) Trường hợp chùm song song từ bên trái tới hệ

- Vì hai thấu kính ghép sát thành bản mặt song song nên $f_1 = -f_2$.

Nếu $O_1O_2 = l \geq f_1$ thì chùm ló khỏi hệ là chùm phân kì (hình a).

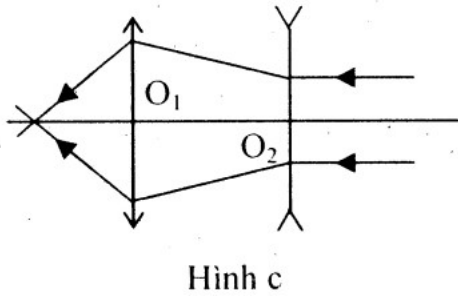
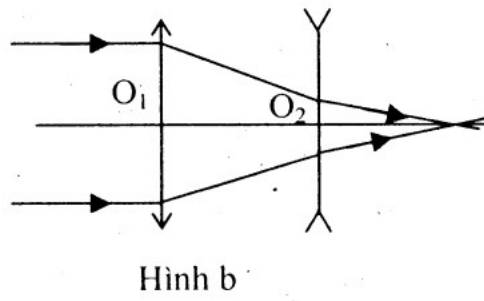
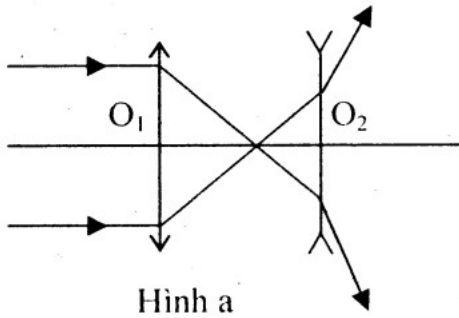
Giải thích: Chùm tới thấu kính L_1 là chùm song song với trục chính (vật ở vô cùng) sẽ hội tụ tại tiêu điểm F_1' (cho ảnh ở F_1'). Ảnh này trở thành vật thật của thấu kính phân kì L_2 và qua L_2 sẽ cho ảnh ảo.

Nếu $O_1O_2 = l < f_1$ thì chùm ló khỏi hệ là chùm hội tụ (hình b).

Giải thích: Chùm tới thấu kính L_1 là chùm song song với trục chính (vật ở vô cùng) sẽ hội tụ tại tiêu điểm F_1' (cho ảnh ở F_1'). Ảnh này trở thành vật ảo của thấu kính phân kì L_2 , nằm trong tiêu điểm F_2 , qua L_2 sẽ cho ảnh thật, do đó chùm ló là hội tụ.

b) Trường hợp chùm song song từ bên phải tới hệ

Chùm sáng song song với trục chính từ phải sang, qua thấu kính L_2 , phân kì (ảnh của vật ở vô cùng là ảnh ảo nằm tại F_2'). Ảnh này là vật thật đối với thấu kính L_1 , nằm ngoài tiêu điểm F_1 . Do đó, ảnh cuối cùng qua thấu kính L_1 là ảnh thật, chùm ló là chùm hội tụ (hình c).



c) Vị trí và tính chất của ảnh A_2B_2

- Sơ đồ tạo ảnh: $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$

- Áp dụng công thức thấu kính, ta có:

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{5 \cdot 2,5}{5 - 2,5} = 6 \text{ cm (ảnh } A_1B_1 \text{ là thật)}$$

$$d_2 = l - d_1' = 6 - 5 = 1 \text{ cm}$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{1 \cdot (-2,5)}{1 - (-2,5)} = -\frac{7}{5} \text{ cm} < 0$$

Vậy: Ảnh A_2B_2 là ảnh ảo, cách O_2 một đoạn $\frac{5}{7} \text{ cm}$.