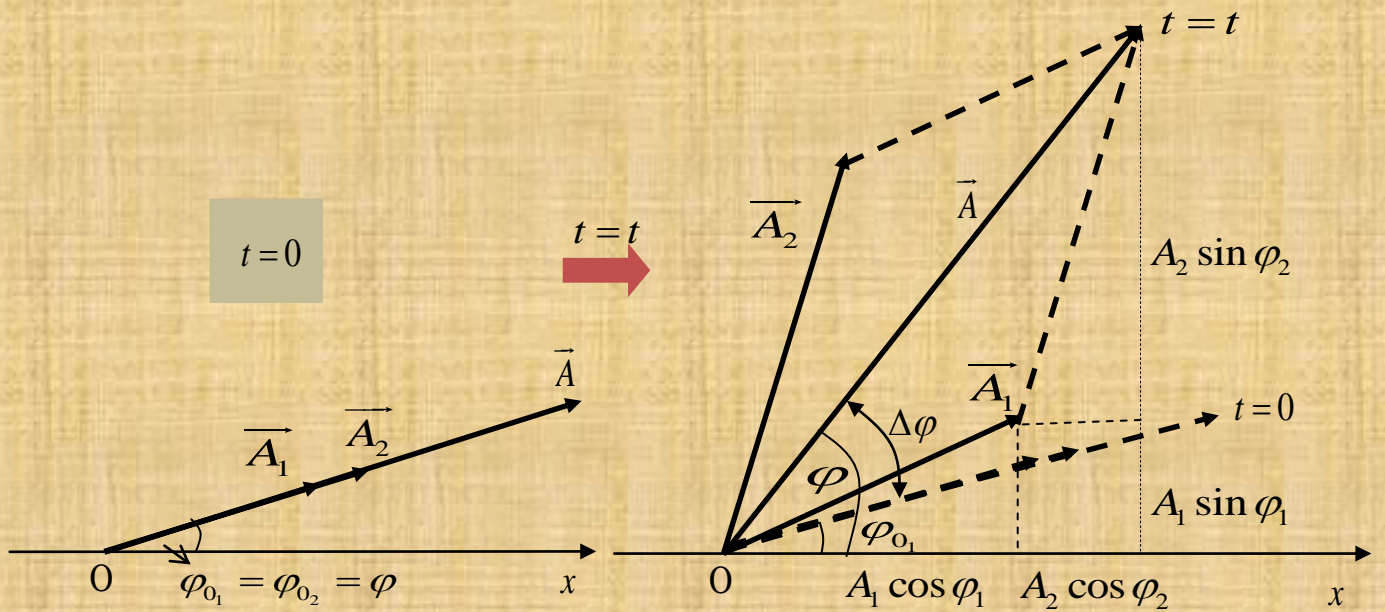


VẬT LÝ 12

CHUYÊN ĐỀ VỀ DAO ĐỘNG TỔNG HỢP



MỤC LỤC

DẠNG 1: TÌM BIÊN ĐỘ, VIẾT PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG	2
DẠNG 2: XÁC ĐỊNH PHA TRONG DAO ĐỘNG TỔNG HỢP	18
DẠNG 3: CỰC TRỊ TRONG DAO ĐỘNG TỔNG HỢP	25
DẠNG 4: NĂNG LƯỢNG, VẬN TỐC, GIA TỐC DAO ĐỘNG TỔNG HỢP	35
DẠNG 5: BÀI TOÁN LIÊN QUAN TỚI LI ĐỘ	47

DẠNG 1: TÌM BIÊN ĐỘ, VIẾT PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG

1.1. Tổng hợp hai dao động điều hòa bằng phương pháp vector quay:

Xét một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Trong phương pháp giản đồ vector:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \leftrightarrow \vec{A}_1$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \leftrightarrow \vec{A}_2$$

$$\text{Khi đó: } x = x_1 + x_2 \Leftrightarrow \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

Vectơ \vec{A}_1 và \vec{A}_2 quay theo chiều dương của đường tròn lượng giác với tốc độ góc ω thì vectơ tổng \vec{A} có độ dài không đổi cũng quay xung quanh O với tốc độ ω và hình chiếu của nó xuống Ox cũng là một dao động điều hòa $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Vì vậy tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số là một dao động cùng phương cùng tần số.

Xét tam giác vuông OAB ta có:

$$OA = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2$$

$$AB = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2$$

- Biên độ dao động tổng hợp:

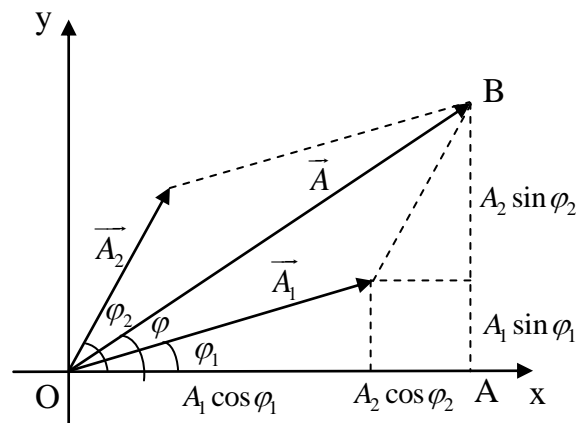
$$A = OB = \sqrt{OA^2 + AB^2}$$

$$\Leftrightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{AB}{OA}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



- Độ lệch pha của hai dao động thành phần:

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

*** Một số trường hợp độ lệch pha đặc biệt:**

+ Hai dao động thành phần cùng pha: $\Delta \varphi = k2\pi \Rightarrow A = A_{\max} = A_1 + A_2$

+ Hai dao động thành phần ngược pha: $\Delta \varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow A = A_{\min} = |A_1 - A_2|$

+ Hai dao động thành phần vuông pha: $\Delta \varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Chú ý: $A_{\min} \leq A \leq A_{\max} \Leftrightarrow |A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$

1.2. Hiệu hai dao động:

Khi biết dao động thành phần thứ nhất $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ và dao động tổng hợp $x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$ thì có thể tính dao động thành phần thứ hai thông qua phép trừ hai dao động.

$$\begin{aligned}x_2 &= x - x_1 = A \cos(\omega t + \varphi) - A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ &= A \cos(\omega t + \varphi) + A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 + \pi)\end{aligned}$$

Từ đây ta có:

- Biên độ của dao động thành phần thứ hai:

$$\begin{aligned}A_2 &= \sqrt{A^2 + A_1^2 + 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1 - \pi)} \\ \Rightarrow A_2 &= \sqrt{A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1)}\end{aligned}$$

- Pha ban đầu của dao động thành phần thứ hai:

$$\begin{aligned}\tan \varphi_2 &= \frac{A \sin \varphi + A_1 \sin(\varphi_1 + \pi)}{A \cos \varphi + A_1 \cos(\varphi_1 + \pi)} \\ \Rightarrow \tan \varphi_2 &= \frac{A \sin \varphi - A_1 \sin \varphi_1}{A \cos \varphi - A_1 \cos \varphi_1}\end{aligned}$$

1.3. Tổng hợp hai dao động điều hòa bằng phương pháp lượng giác:

Trong trường hợp hai dao động điều hòa có cùng phương, cùng tần số và có cùng biên độ, chúng ta có thể cộng (trừ) hai dao động này bằng cách áp dụng các công thức biến đổi tổng thành tích.

Giả sử hai dao động thành phần có dạng: $x_1 = A \cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A \cos(\omega t + \varphi_2)$

- **Trường hợp 1:** Tổng hai dao động ($x = x_1 + x_2$)

$$\begin{aligned}x &= x_1 + x_2 = A [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)] \\ &= 2A \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)\end{aligned}$$

+ Biên độ của dao động tổng hợp: $A_x = 2A \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$ ($A_x > 0$)

+ Pha ban đầu của dao động tổng hợp: $\varphi_x = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$

- **Trường hợp 2:** Hiệu hai dao động ($x = x_1 - x_2$)

$$x = x_1 - x_2 = A \left[\cos(\omega t + \varphi_1) - \cos(\omega t + \varphi_2) \right]$$

$$= -2A \sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

$$= 2A \sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2A \sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \pi}{2}\right)$$

+ Biên độ của dao động tổng hợp: $A_x = 2A \sin\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) (A_x > 0)$

+ Pha ban đầu của dao động tổng hợp: $\varphi_x = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \pi}{2}$

1.4. Tổng hợp nhiều dao động:

Nếu một vật tham gia đồng thời nhiều dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$; $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$; $x_3 = A_3 \cos(\omega t + \varphi_3)$... Theo phương pháp giản đồ vec tơ quay.

- Biên độ của dao động tổng hợp:

Ta có: $A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 + \dots$

$$A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 + \dots$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x}$$

- Phương trình của dao động tổng hợp:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Câu 1: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) (cm)$ và $x_2 = 4\sqrt{3} \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) (cm)$.

Phương trình dao động tổng hợp có dạng:

A. $x = 8 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (cm)$

B. $x = 8 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm)$

C. $x = 8 \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$

D. $x = 8 \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$

Hướng dẫn:

- Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{2\pi}{3} - \frac{5\pi}{6} = -\frac{3\pi}{2} (rad)$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$$

$$\Leftrightarrow A = \sqrt{4^2 + (4\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)} = 8(cm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} (rad)$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = 8 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$$

Câu 2: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 3 \cos\left(20t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$ và $x_2 = 4 \cos\left(20t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$. Biên độ của dao động tổng hợp bằng:

A. 1cm

B. 5cm

C. 5mm

D. 7cm

Hướng dẫn:

- Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} (rad)$$

- Hai dao động vuông pha với nhau nên biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 5(cm)$$

Câu 3: Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số $x_1 = 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$ và $x_2 = 4 \sin(\omega t)(cm)$ là?

A. $x = 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$

B. $x = 4\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)(cm)$

C. $x = 4\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

D. $x = 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) (cm)$

Hướng dẫn:

- Ta có: $x_2 = 4 \sin(\omega t) = 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) (cm)$

- Độ lệch pha của hai dao động: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} (rad)$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = 4\sqrt{3} (cm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} (rad)$$

- Phương trình dao động tổng hợp: $x = 4\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

Câu 4: Một vật tham gia hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có các phương trình: $x_1 = 5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$; $x_2 = 5 \sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{3}\right) (cm)$. Dao động tổng hợp có dạng:

A. $x = 5\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

B. $x = 10 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

C. $x = 5\sqrt{2} \sin(\omega t) (cm)$

D. $x = \frac{5\sqrt{3}}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

Hướng dẫn:

- Ta có: $x_1 = 5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) = 5 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 5 \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right) (cm)$

$$x_2 = 5 \sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{3}\right) = 5 \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 5 \cos\left(\omega t + \frac{7\pi}{6}\right) (cm)$$

- Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{7\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} = 2\pi (rad)$$

- Hai dao động cùng pha nên biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = A_1 + A_2 = 10 (cm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} (rad)$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = 10 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = 10 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$$

Câu 5: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số theo các phương trình $x_1 = -4 \sin(\pi t) (cm)$; $x_2 = 4\sqrt{3} \cos(\pi t) (cm)$. Phương trình dao động tổng hợp là:

A. $x = 8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm)$

B. $x = 8 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (cm)$

C. $x = 8 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (cm)$

D. $x = 8 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm)$

Hướng dẫn:

- Ta có: $x_1 = -4 \sin(\pi t) = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$

- Độ lệch pha của hai dao động: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} (rad)$

- Hai dao động vuông pha nên biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 8 (cm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} (rad)$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = 8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm)$$

Câu 6: Hai dao động điều hòa có cùng phương và cùng tần số $f = 50 \text{ Hz}$, có biên độ lần lượt là $2A$ và A , pha ban đầu lần lượt là $\pi/3$ và π . Phương trình dao động tổng hợp có thể là phương trình nào sau đây:

A. $x = A\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$

B. $x = 3A \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$

C. $x = A\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

D. $x = 3A \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

Hướng dẫn:

- Tần số góc của hai dao động: $\omega = 2\pi f = 100\pi (rad / s)$

- Độ lệch pha của hai dao động: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} (rad)$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = A\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \infty \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = A\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$

Câu 7: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số 50Hz, có biên độ lần lượt là 8cm và 6cm và cùng pha thì dao động tổng hợp có biên độ và tần số lần lượt là

A. A = 10cm và f = 100Hz

B. A = 10cm và f = 50Hz

C. A = 14cm và f = 100Hz

D. A = 14cm và f = 50Hz

Hướng dẫn:

- Tần số của dao động tổng hợp bằng với tần số của hai dao động f = 50Hz

- Biên độ của dao động tổng hợp:

Do hai dao động cùng pha nên: $A = A_1 + A_2 = 14 \text{ (cm)}$

Câu 8: Hai dao động điều hòa thành phần cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là 8cm và 12cm, biên độ dao động tổng hợp có thể nhận giá trị

A. 5cm

B. 2cm

C. 21cm

D. 3cm

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động tổng hợp luôn thỏa mãn điều kiện:

$$|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$$

$$\Leftrightarrow 4 \leq A \leq 20$$

- Vậy biên độ của dao động tổng hợp chỉ có thể nhận giá trị bằng 5cm

Câu 9: Cho hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số, biên độ lần lượt là $A_1 = 9\text{cm}$, $A_2 = 9\text{cm}$, $\varphi_1 = \pi/3$, $\varphi_2 = -\pi/2$. Khi biên độ của dao động tổng hợp là 9cm thì biên độ A_2 là

A. $4,5\sqrt{3}$ cm

B. $9\sqrt{3}$ cm

C. 9cm

D. 18cm

Hướng dẫn:

- Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{5\pi}{6} \text{ (rad)}$$

- Biên độ của dao động thành phần thứ hai:

Áp dụng công thức tính biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$$

$$\Leftrightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow 9^2 = 9^2 + A_2^2 + 2 \cdot 9 \cdot A_2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 - 9\sqrt{3}A_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A_2 = 0 \\ A_2 = 9\sqrt{3} \end{cases}$$

- Do biên độ của dao động luôn lớn hơn 0 nên $A_2 = 9\sqrt{3}(cm)$

Câu 10: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có các phương trình là: $x_1 = 3 \cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$, $x_2 = A_2 \cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$. Tốc độ của vật khi đi qua vị trí cân bằng là 50 cm/s. Biên độ dao động của thành phần thứ hai bằng

A. 1 cm

B. 4 cm

C. 2cm

D. 5 cm

Hướng dẫn:

- Chất điểm đạt vận tốc cực đại tại vị trí cân bằng $v_{Max} = \omega A$ suy ra biên độ dao động của chất điểm là:

$$A = \frac{v_{Max}}{\omega} = 5(cm)$$

- Do chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số nên độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2}(rad)$$

- Hai dao động vuông pha với nhau nên biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \Leftrightarrow A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = 4(cm)$$

Câu 11: Một chất điểm chuyển động theo phương trình có dạng như sau:

$x = 4 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) + A_2 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)$. Biết vận tốc cực đại của chất điểm là 50cm/s. Kết

quả nào sau đây **đúng** về giá trị A_2 ?

A. 5cm

B. 4cm

C. 3cm

D. 2cm

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động của chất điểm:

$$\text{Ta có: } v_{\text{Max}} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{\text{Max}}}{\omega} = 5(\text{cm})$$

- Theo đề bài $x = 4 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) + A \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm}) = x_1 + x_2$ trong đó:

$$x_1 = 4 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$$

$$x_2 = A \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos\left(10t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = A \cos(10t)(\text{cm})$$

- Độ lệch pha của hai dao động thành phần 1 và 2:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2}(\text{rad})$$

- Hai dao động vuông pha với nhau nên biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \Leftrightarrow A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = 3(\text{cm})$$

Câu 12: Một chất điểm tham gia đồng thời vào hai dao động điều hòa với các phương trình lần lượt là $x_1 = 4\sqrt{3} \cos(10\pi t)(\text{cm})$ và $x_2 = 4 \sin(10\pi t)(\text{cm})$. Tốc độ của chất điểm khi $t = 2(\text{s})$ là

A. 125 cm/s

B. 120,5 cm/s

C. -125 cm/s

D. 125,7 cm/s

Hướng dẫn:

- Ta có: $x_2 = 4 \sin(10\pi t) = 4 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$

- Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2}(\text{rad})$$

- Hai dao động vuông pha với nhau nên biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 8(\text{cm})$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}(\text{rad})$$

- Phương trình ly độ của dao động tổng hợp:

$$x(t) = 8 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm})$$

- Phương trình vận tốc của dao động tổng hợp:

$$v(t) = x'(t) = -80\pi \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm/s})$$

- Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2(\text{s})$:

$$v(2) = -80\pi \sin\left(10\pi \cdot 2 - \frac{\pi}{6}\right) = 40\pi = 125,7 (\text{cm/s})$$

Câu 13: Cho ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số $x_1 = 4\cos(10\pi t)$ cm;

$x_2 = -4\sin(10\pi t)$ (cm); $x_3 = 4\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm). Dao động tổng hợp $x = x_1 + x_2 + x_3$

có dạng

A. $x = 8\sqrt{2}\cos(10\pi t)$ (cm)

B. $x = 4\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

C. $x = 4\sqrt{2}\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

D. $x = 8\cos(10\pi t)$ (cm)

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động thành phần thứ 2:

$$x_2 = -4\sin(10\pi t) = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$\left. \begin{array}{l} A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 = 8 \\ A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 8 (\text{cm})$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = 0 \Rightarrow \varphi = 0 (\text{rad})$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = 8\cos(10\pi t) (\text{cm})$$

Câu 14: Một chất điểm tham gia đồng thời 3 dao động trên trục Ox có cùng tần số với

các biên độ: $A_1 = 1,5(\text{cm})$; $A_2 = \sqrt{3}/2(\text{cm})$; $A_3 = \sqrt{3}(\text{cm})$ và các pha ban đầu tương ứng

là $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \pi/2$; $\varphi_3 = 5\pi/6$. Biên độ của dao động tổng hợp

A. $\sqrt{3}$ cm

B. $2\sqrt{3}$ cm

C. 2cm

D. 3cm

Hướng dẫn:

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 = 0$$

$$A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = \sqrt{3}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Câu 15: Một vật thực hiện đồng thời 4 dao động điều hòa cùng phương và cùng tần số có các phương trình $x_1 = 3\sin(\pi t + \pi)$ cm; $x_2 = 3\cos\pi t$ (cm); $x_3 = 2\sin(\pi t + \pi)$ cm; $x_4 = 2\cos\pi t$ (cm).

Hãy xác định phương trình dao động tổng hợp của vật

A. $x = \sqrt{5} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

B. $x = 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (cm)

C. $x = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

D. $x = 5 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm)

Hướng dẫn:

- Ta có: $x_1 = 3\sin(\pi t + \pi) = 3\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

$$x_3 = 2\sin(\pi t + \pi) = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$
 (cm)

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 + A_4 \cos \varphi_4 = 5$$

$$A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 + A_4 \sin \varphi_4 = 5$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ (rad)}$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$$

Câu 16: Cho ba dao động cùng phương có phương trình lần lượt là $x_1 = 2A\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$,

$x_2 = 2A\cos\left(10\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$, $x_3 = A\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (với x tính bằng cm, t tính bằng s). Phương

trình tổng hợp của ba dao động trên là

$$\mathbf{A.} x = A \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$$

$$\mathbf{B.} x = A \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (cm)$$

$$\mathbf{C.} x = A \cos\left(10\pi t + \frac{5\pi}{2}\right) (cm)$$

$$\mathbf{D.} x = A \cos\left(10\pi t - \frac{5\pi}{2}\right) (cm)$$

Hướng dẫn:

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 = 0$$

$$A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = A$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = A (cm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = \infty \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} (rad)$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = A \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$$

Câu 17: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số $f = 5\text{Hz}$. Biên độ dao động và pha ban đầu của các dao động thành phần lần lượt là $A_1 = 433\text{mm}$, $A_2 = 150\text{mm}$, $A_3 = 400\text{mm}$; $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/2$, $\varphi_3 = -\pi/2$. Dao động tổng hợp có phương trình dao động là

$$\mathbf{A.} x = 500 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (mm)$$

$$\mathbf{B.} x = 500 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (mm)$$

$$\mathbf{C.} x = 50 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (mm)$$

$$\mathbf{D.} x = 500 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (cm)$$

Hướng dẫn:

- Ba dao động điều hòa có cùng tần số $f = 5\text{Hz}$ nên tần số góc bằng:

$$\omega = 2\pi f = 10\pi (rad / s)$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 = 433$$

$$A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = -250$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 500 (mm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = -0,5774 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} (\text{rad})$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = 500 \cos \left(10\pi t - \frac{\pi}{6} \right) (\text{mm})$$

Câu 18: Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình $x = 3 \cos \left(\pi t - \frac{5\pi}{6} \right) (\text{cm})$. Biết dao động thứ nhất $x_1 = 5 \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (\text{cm})$. Dao động thứ hai có phương trình li độ là

A. $x_2 = 8 \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (\text{cm})$

B. $x_2 = 2 \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (\text{cm})$

C. $x_2 = 2 \cos \left(\pi t - \frac{5\pi}{6} \right) (\text{cm})$

D. $x_2 = 8 \cos \left(\pi t - \frac{5\pi}{6} \right) (\text{cm})$

Hướng dẫn:

- Theo đề bài: $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1$

- Biên độ của dao động thứ hai:

$$A_2 = \sqrt{A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1)}$$
$$\Leftrightarrow A_2 = \sqrt{3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos \left(-\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right)} = 8 (\text{cm})$$

- Pha ban đầu của dao động thứ hai:

$$\tan \varphi_2 = \frac{A \sin \varphi - A_1 \sin \varphi_1}{A \cos \varphi - A_1 \cos \varphi_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{6} (\text{rad})$$

- Phương trình dao động của dao động thành phần thứ hai:

$$x_2 = 8 \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (\text{cm})$$

Câu 19: Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương có biểu thức $x = 5\sqrt{3} \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{2} \right) (\text{cm})$. Dao động thứ nhất có biểu thức là $x_1 = 5 \cos \left(6\pi t + \frac{\pi}{3} \right) (\text{cm})$. Tìm biểu thức của dao động thứ hai.

A. $x_2 = 7 \cos \left(6\pi t - \frac{\pi}{3} \right) (\text{cm})$

B. $x_2 = 7\sqrt{3} \cos \left(6\pi t - \frac{\pi}{3} \right) (\text{cm})$

$$\text{C. } x_2 = 7\sqrt{5} \cos\left(6\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm})$$

$$\text{D. } x_2 = 7\sqrt{5} \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm})$$

Hướng dẫn:

- Theo đề bài: $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1$

- Biên độ của dao động thứ hai:

$$A_2 = \sqrt{A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1)}$$

$$\Leftrightarrow A_2 = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 5^2 - 2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot 5 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)} = 7\sqrt{5} (\text{cm})$$

- Pha ban đầu của dao động thứ hai:

$$\tan \varphi_2 = \frac{A \sin \varphi - A_1 \sin \varphi_1}{A \cos \varphi - A_1 \cos \varphi_1} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} (\text{rad})$$

- Phương trình dao động của dao động thành phần thứ hai:

$$x_2 = 7\sqrt{5} \cos\left(6\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm})$$

Câu 20: Dao động tổng hợp của hai trong ba dao động điều hoà cùng phương cùng tần số: thứ nhất và thứ hai; thứ hai và thứ ba; thứ ba và thứ nhất có phương trình lần lượt là $x_{12} = 2\cos(2\pi t + \pi/3)\text{cm}$; $x_{23} = 2\sqrt{3}\cos(2\pi t + 5\pi/6)\text{cm}$; $x_{31} = 2\cos(2\pi t + \pi)\text{cm}$. Biên độ của dao động thành phần thứ hai bằng

A. 3,0cm.

B. 1,0cm.

C. 3 cm.

D. $\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn:

- Ta có:
$$\begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 \\ x_{23} = x_2 + x_3 \\ x_{31} = x_3 + x_1 \end{cases}$$

- Phương trình dao động của thành phần thứ hai:

$$x_2 = \frac{x_{12} - x_{31} + x_{23}}{2}$$

$$\text{Với: } x_{12} - x_{31} + x_{23} = \left[2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - 2\cos(2\pi t + \pi) \right] + 2\sqrt{3}\cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$= -4\sin\left(\frac{\frac{\pi}{3} - \pi}{2}\right) \sin\left(2\pi t + \frac{\frac{\pi}{3} + \pi}{2}\right) + 2\sqrt{3}\cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= 2\sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 2\sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) \\
&= 4\sqrt{3} \cos\left(\frac{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}}{2}\right) \cos\left(2\pi t + \frac{\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6}}{2}\right) \\
&= 2\sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \\
\Rightarrow x_2 &= \frac{x_{12} + x_{23} - x_{31}}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)
\end{aligned}$$

- Biên độ dao động của thành phần thứ hai: $A_2 = \sqrt{3} (cm)$

Câu 21: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình là x_1, x_2, x_3 . Biết: $x_{12} = 4\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{3\pi}{4}\right) (cm)$; $x_{23} = 3\cos(5t) (cm)$;

$x_{31} = 5\sin\left(5t - \frac{\pi}{2}\right) (cm)$. Phương trình của x_2 là:

A. $x_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{\pi}{4}\right) (cm)$

B. $x_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) (cm)$

C. $x_2 = 4\sqrt{2} \cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) (cm)$

D. $x_2 = 4\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{\pi}{4}\right) (cm)$

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động của x_{13} :

$$x_{31} = 5\sin\left(5t - \frac{\pi}{2}\right) = 5\cos(5t - \pi) (cm)$$

- Phương trình dao động của thành phần thứ 2:

Ta có:
$$\begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 \\ x_{23} = x_2 + x_3 \\ x_{31} = x_3 + x_1 \end{cases} \Rightarrow x_2 = \frac{x_{12} + x_{23} - x_{31}}{2}$$

- Tính $x_{23} - x_{31}$:

$$x_{23} - x_{31} = 3\cos(5t) - 5\cos(5t - \pi) = 3\cos(5t) + 5\cos(5t) = 8\cos(5t)$$

- Tính $x_{23} - x_{31} + x_{12}$:

Biên độ của dao động $x_{23} - x_{31} + x_{12}$:

$$A = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{2} \cos\left[0 - \left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right]} = 4\sqrt{2} (cm)$$

Pha ban đầu của dao động $x_{23} - x_{31} + x_{12}$:

$$\tan \varphi = \frac{8 \sin(0) + 4\sqrt{2} \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)}{8 \cos(0) + 4\sqrt{2} \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} = -1$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} (\text{rad})$$

- Phương trình dao động của thành phần thứ hai:

$$x_2 = \frac{x_{23} - x_{31} + x_{12}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{\pi}{4}\right)}{2} = 2\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm})$$

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH PHA TRONG DAO ĐỘNG TỔNG HỢP

Câu 1: Cho hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số góc là $\omega = 100\pi$ (rad/s). Biên độ của hai dao động là $A_1 = A_2 = \sqrt{3}$ (cm). Pha ban đầu của hai dao động $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$; $\varphi_2 = \frac{5\pi}{6}$

. Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp có giá trị nào

A. $\sqrt{3}$ cm; $\varphi = \frac{\pi}{3}$

B. $\sqrt{3}$ cm; $\varphi = \frac{\pi}{2}$

C. 3 cm; $\varphi = \frac{\pi}{3}$

D. 3 cm; $\varphi = \frac{\pi}{6}$

Hướng dẫn:

- Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)}$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \infty$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

Câu 2: Một vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng dọc theo trục x'Ox có li độ

$x = \frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm) + $\frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm). Biên độ và pha ban đầu của dao động là:

A. 4 cm; $\frac{\pi}{3}$ rad

B. 2 cm; $\frac{\pi}{6}$ rad

C. $4\sqrt{3}$ cm; $\frac{\pi}{6}$ rad

D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$ cm; $\frac{\pi}{3}$ rad

Hướng dẫn:

- Ta có: $x = x_1 + x_2$. Trong đó: $x_1 = \frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm) và $x_2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

- Độ lệch pha của hai dao động thành phần:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \text{ (rad)}$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = 4 \text{ (cm)}$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ (rad)}$$

Câu 3: Khi tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có biên độ thành phần a và $\sqrt{3}a$ được biên độ tổng hợp là $2a$. Hai dao động thành phần đó

- A.** lệch pha $\frac{\pi}{6}$. **B.** cùng pha với nhau. **C.** vuông pha với nhau. **D.** lệch pha $\frac{\pi}{3}$

Hướng dẫn:

- Phương trình của hai dao động cùng phương cùng tần số có dạng:

$$x_1 = a \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = \sqrt{3}a \cos(\omega t + \varphi_2)$$

- Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} \Leftrightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi$$

$$\Leftrightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{A^2 - (A_1^2 + A_2^2)}{2A_1A_2} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} (\text{rad})$$

- Vậy hai dao động thành phần vuông pha với nhau.

Câu 4: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, có phương trình lần lượt là $x_1 = 3\cos(\pi t + \varphi)$ cm; $x_2 = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Khi biên độ dao động tổng hợp có giá trị $A = 5$ cm thì pha ban đầu của dao động thứ nhất là

- A.** $\frac{\pi}{6}$ hoặc $\frac{5\pi}{6}$ **B.** $\frac{2\pi}{3}$ hoặc $\frac{\pi}{6}$ **C.** $\frac{5\pi}{6}$ hoặc $-\frac{\pi}{6}$ **D.** $\frac{\pi}{2}$ hoặc $\frac{5\pi}{6}$

Hướng dẫn:

- Do $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ nên hai dao động thành phần vuông pha với nhau.

- **TH1:** Dao động thứ nhất sớm pha hơn dao động thứ hai

$$\text{Độ lệch pha của hai dao động: } \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{2} + \varphi_2 = \frac{5\pi}{6} (\text{rad})$$

- **TH2:** Dao động thứ nhất trễ pha hơn dao động thứ hai

$$\text{Độ lệch pha của hai dao động: } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6} (\text{rad})$$

Câu 5: Một chất điểm dao động điều hòa có phương trình dao động tổng hợp

$x = 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$ (cm) với các dao động thành phần cùng phương cùng tần số là

$x_1 = A_1 \cos(\pi t + \varphi_1)$ và $x_2 = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm). Biên độ và pha ban đầu của dao động 1 là:

A. 5cm; $\varphi_1 = \frac{2\pi}{3}$

B. 10cm; $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$

C. $5\sqrt{2}$ cm; $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$

D. 5cm; $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$

Hướng dẫn:

- Do $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_1 = x - x_2$ nên:

Biên độ của dao động 1:

$$A_1 = \sqrt{A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos(\varphi - \varphi_2)}$$

$$\Leftrightarrow A_1 = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 5^2 - 2 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 5 \cos\left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{6}\right)} = 5 \text{ (cm)}$$

Pha ban đầu của dao động 1:

$$\tan \varphi_1 = \frac{A \sin \varphi - A_2 \sin \varphi_2}{A \cos \varphi - A_2 \cos \varphi_2} = -1,73205 \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)}$$

Câu 6: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số và

có dạng như sau: $x_1 = \sqrt{3} \cos(4t + \varphi_1)$ cm, $x_2 = 2 \cos(4t + \varphi_2)$ cm (t tính bằng giây) với 0

$\leq \varphi_1 - \varphi_2 \leq \pi$. Biết phương trình dao động tổng hợp $x = \cos(4t + \pi/6)$ cm. Hãy xác định φ_1 .

A. $2\pi/3$

B. $\pi/6$

C. $-\pi/6$

D. $\pi/2$

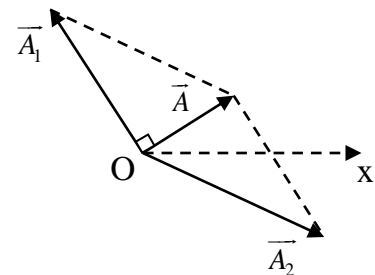
Hướng dẫn:

- Ta thấy: $A^2 + A_1^2 = A_2^2 \Rightarrow x_1$ vuông pha với x

- Mà $0 \leq \varphi_1 - \varphi_2 \leq \pi \Rightarrow \varphi_1 \geq \varphi_2$

- Từ giản đồ vectơ suy ra:

$$\varphi_1 = \varphi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)}$$



Câu 7: Cho hai dao động điều hòa cùng phương $x_1 = 2 \cos(4t + \varphi_1)$ cm và

$x_2 = 2 \cos(4t + \varphi_2)$ cm. Với $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi$. Biết phương trình dao động tổng hợp

$x = 2 \cos\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Pha ban đầu $\varphi_1; \varphi_2$ lần lượt là

A. $-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{2}$

C. $-\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}$

Hướng dẫn:

- Ta có: $x = x_1 + x_2 = 2[\cos(4t + \varphi_1) + \cos(4t + \varphi_2)]$

$\Leftrightarrow x = 2.2.\cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\cos\left(4t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$ (Do $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi \Rightarrow \varphi_2 \geq \varphi_1$ nên $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$)

- Mặt khác $x = 2\cos\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)$ suy ra:

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{3} \\ \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi_1 = -\frac{\pi}{6} \text{ (rad)} \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ (rad)} \end{cases}$$

Câu 8: Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ bằng trung bình cộng biên độ của hai dao động thành phần; có góc lệch pha so với dao động thành phần thứ nhất là 90° . Góc lệch pha của hai dao động thành phần đó là:

A. $120,0^\circ$

B. $143,1^\circ$

C. $126,9^\circ$

D. $105,0^\circ$

Hướng dẫn:

- Theo đề bài: $A = \frac{A_1 + A_2}{2}$ (1)

- Xét tam giác vuông OMN ta có:

$$OM^2 + ON^2 = MN^2$$

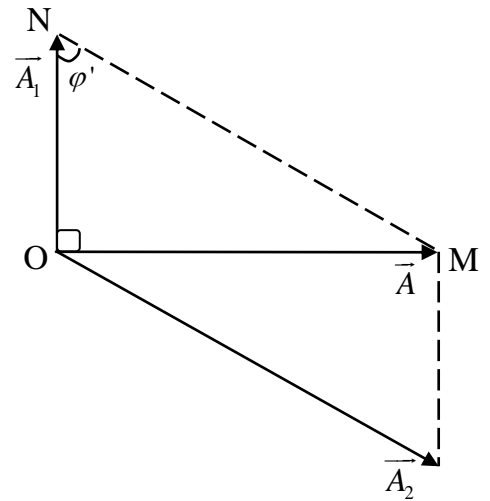
$$\Leftrightarrow A^2 + A_1^2 = A_2^2 \Leftrightarrow A^2 = A_2^2 - A_1^2 \quad (2)$$

- Thế (1) vào (2) suy ra:

$$A_1 = \frac{3}{5}A_2$$

- Góc lệch pha của hai dao động thành phần:

$$\Delta\varphi = 180^\circ - \arccos\left(\frac{ON}{MN}\right) = 180^\circ - \arccos\left(\frac{A_1}{A_2}\right) = 126,9^\circ$$



Câu 9: Chuyển động của một vật là tổng hợp của ba dao động điều hoà cùng phương

cùng tần số có biên độ, pha ban đầu lần lượt bằng $A_1 = 1,5 \text{ cm}$; $\varphi_1 = 0$; $A_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$, $\varphi_2 =$

$\frac{\pi}{2}$; và A_3 có pha ban đầu φ_3 với $0 < \varphi_3 < \pi$. Gọi A , φ là biên độ và pha ban đầu của dao

động tổng hợp, để dao động tổng hợp có $A = \sqrt{3} \text{ cm}$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$ thì A_3 và φ_3 có giá trị bằng

A. $\sqrt{3} \text{ cm}; \frac{\pi}{6}$

B. $\sqrt{3} \text{ cm}; \frac{5\pi}{6}$

C. $3 \text{ cm}; \frac{\pi}{6}$

D. $3 \text{ cm}; \frac{5\pi}{6}$

Hướng dẫn:

- Ta có: $x = x_1 + x_2 + x_3 = x_{12} + x_3$

- Do $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ nên hai dao động 1 và 2 vuông pha với nhau

Biên độ tổng hợp của dao động 1 và dao động 2:

$$A_{12} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Pha ban đầu tổng hợp của dao động 1 và dao động 2:

$$\tan \varphi_{12} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \varphi_{12} = \frac{\pi}{6} \text{ (rad)}$$

- Vì $x_3 = x - x_{12}$ nên biên độ của dao động thành phần thứ 3:

$$A_3 = \sqrt{A^2 + A_{12}^2 - 2AA_{12} \cos(\varphi - \varphi_{12})} = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

- Pha ban đầu của dao động thứ 3:

$$\tan \varphi_3 = \frac{A \sin \varphi - A_{12} \sin \varphi_{12}}{A \cos \varphi - A_{12} \cos \varphi_{12}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_3 = \frac{5\pi}{6} \text{ (rad)} \\ \varphi_3 = -\frac{\pi}{6} \text{ (rad)} \end{cases} \Rightarrow \varphi_3 = \frac{5\pi}{6} \text{ (rad)} \text{ (Do } 0 \leq \varphi_3 \leq \pi)$$

Câu 10: Một vật thực hiện đồng thời ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có

phương trình là x_1, x_2, x_3 . Biết: $x_{12} = 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}; x_{23} = 6 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm};$

$x_{13} = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$. Độ lệch pha của hai dao động x_1 và x_2 là

A. $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

B. $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

C. $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$

D. $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$

Hướng dẫn:

- Phương trình của dao động thành phần thứ nhất:

$$x_1 = \frac{x_{12} - x_{23} + x_{31}}{2}$$

$$\text{Với } x_{12} - x_{23} + x_{31} = 6 \left[\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] + 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= 6 \cdot (-2) \sin\left(\frac{\frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}}{2}\right) \sin\left(\pi t + \frac{\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}}{2}\right) + 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\
&= 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{12}\right) + 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\
&= 12\sqrt{2} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12}}{2}\right) \cos\left(\pi t + \frac{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12}}{2}\right) \\
&= 6\sqrt{6} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{12}\right)
\end{aligned}$$

Suy ra: $x_1 = \frac{x_{12} - x_{23} + x_{31}}{2} = 3\sqrt{6} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{12}\right) (cm)$

- Phương trình của dao động thành phần thứ hai:

$$x_2 = \frac{x_{12} + x_{23} - x_{31}}{2}$$

Với: $x_{12} + x_{23} - x_{31} = 6 \left[\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] - 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\begin{aligned}
&= 6 \cdot 2 \cos\left(\frac{\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}}{2}\right) \cos\left(\pi t + \frac{\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}}{2}\right) - 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\
&= 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) - 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\
&= -12\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \\
&= 3,1\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) (cm)
\end{aligned}$$

Suy ra: $x_2 = \frac{x_{12} + x_{23} - x_{31}}{2} = 1,55\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) (cm)$

- Độ lệch pha của hai dao động thành phần x_1 và x_2 :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{12} = \frac{3\pi}{4} (rad)$$

Câu 11: Một chất điểm tham gia đồng thời 2 dao động trên trục Ox có phương trình $x_1 = A_1 \cos 10t$; $x_2 = A_2 \cos(10t + \varphi_2)$. Phương trình dao động tổng hợp $x = A_1 \sqrt{3} \cos(10t + \varphi)$, trong đó có $\varphi_2 - \varphi = \pi/6$. Tỉ số φ/φ_2 bằng bao nhiêu?

A. 2/3 hoặc 4/3.

B. 1/3 hoặc 2/3.

C. 1/2 hoặc 3/4.

D. 3/4 hoặc 2/5.

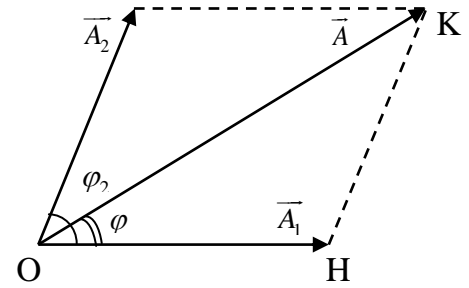
Hướng dẫn:

- Áp dụng định lý Sin trong tam giác OHK:

$$\frac{A_1}{\sin(\varphi_2 - \varphi)} = \frac{A}{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6} - \varphi\right)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A_1}{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{A_1 \sqrt{3}}{\sin\left(\frac{5\pi}{6} - \varphi\right)} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \varphi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5\pi}{6} - \varphi = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{6} - \varphi = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{6}; \varphi_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = \frac{\pi}{2}; \varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$



- Tỷ số pha ban đầu φ/φ_2 bằng:

$$\frac{\varphi}{\varphi_2} = \frac{1}{2} \quad \text{và} \quad \frac{\varphi}{\varphi_2} = \frac{3}{4}$$

DẠNG 3: CỰC TRỊ TRONG DAO ĐỘNG TỔNG HỢP

Phương pháp giải bài toán cực trị sử dụng giản đồ Vector – định lý Cosin:

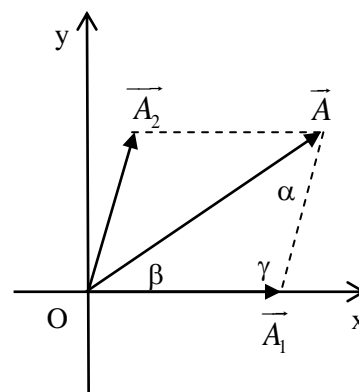
Bước 1: Vẽ giản đồ vector cho các vector \vec{A} , \vec{A}_1 , \vec{A}_2

Bước 2: Sử dụng định lý Cosin trong tam giác:

$$\frac{A_1}{\sin\alpha} = \frac{A_2}{\sin\beta} = \frac{A}{\sin\gamma}$$

Bước 3: Dựa vào yêu cầu của bài toán tìm các đại lượng liên quan:

- Xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của A , A_1 , A_2
- Xác định pha ban đầu φ_1 , φ_2 , φ
- Lưu ý: Có thể sử dụng bất đẳng thức Cauchy, bất đẳng thức trong tam giác... để giải các bài toán liên quan tới cực trị trong tổng hợp dao động điều hòa.



Câu 1: Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có biên độ $A_1 = 10$ cm, pha ban đầu $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$ và biên độ A_2 , pha ban đầu $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$. Biên độ A_2 thay đổi được. Biên độ dao động tổng hợp A có giá trị nhỏ nhất là?

A. 10 cm

B. $5\sqrt{3}$ cm

C. 0 cm

D. 5 cm

Hướng dẫn:

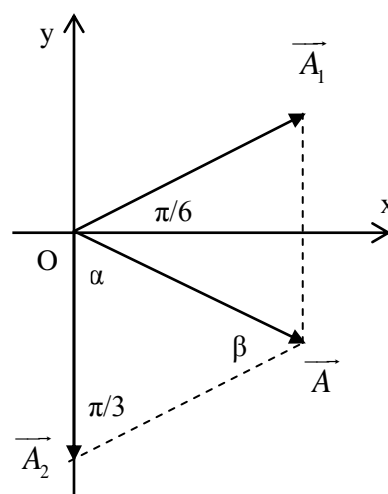
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{A_1}{\sin\alpha} = \frac{A_2}{\sin\beta} \Rightarrow A = \frac{A_1 \sin\frac{\pi}{3}}{\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow A_{\min} \text{ khi } \sin\alpha = 1 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} (\text{rad})$$

- Vậy giá trị nhỏ nhất của biên độ tổng hợp là:

$$A_{\min} = \frac{A_1 \sin\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{2}} = 5\sqrt{3} (\text{cm})$$



Câu 2: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$ (cm) $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \pi)$ (cm). Dao động tổng hợp có phương trình $x = 10 \cos(\omega t + \varphi)$ (cm). Để biên độ A_2 có giá trị cực đại thì A_1 có giá trị bao nhiêu?

- A. $20\sqrt{3}$ cm. B. $15\sqrt{3}$ cm. C. $10\sqrt{3}$ cm. D. $10\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn:

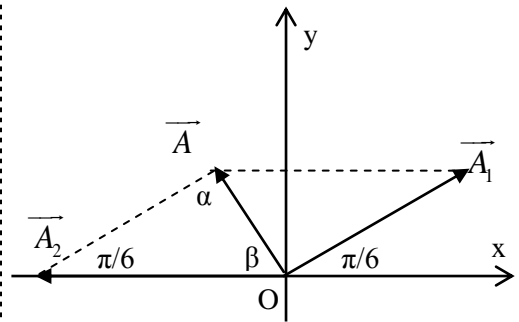
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A_1}{\sin \beta} = \frac{A_2}{\sin \alpha} \Rightarrow A_2 = \frac{A \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow A_{2\max} \text{ khi } \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{3} (\text{rad})$$

- Để biên độ $A_{2\max}$ thì A_1 có giá trị:

$$A_1 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{6}} = 10\sqrt{3} (\text{cm})$$



Câu 3: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số : $x_1 = 4 \sin 10\pi t$ (cm) và $x_2 = 5 \cos(10\pi t + \varphi_2)$ (cm). Biên độ dao động tổng hợp đạt giá trị nhỏ nhất khi:

- A. $\varphi = 0$ B. $\varphi = \pi$ C. $\varphi = \frac{\pi}{2}$ D. $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

Hướng dẫn:

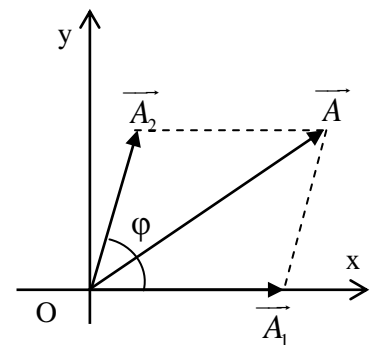
- Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

- Biên độ tổng hợp có giá trị nhỏ nhất khi:

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1 \text{ hay } |\varphi_1 - \varphi_2| = \pi (\text{rad})$$

$$\Rightarrow \text{Hai dao động ngược pha: } \varphi_2 = \pi (\text{rad})$$



Câu 4: Một vật có khối lượng không đổi, thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà có phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 10 \cos(2\pi t + \varphi)$ cm và $x_2 = A_2 \cos(2\pi t - \pi/2)$ cm thì dao động tổng hợp là $x = A \cos(2\pi t - \pi/3)$ cm. Khi năng lượng dao động của vật cực đại thì biên độ dao động A_2 có giá trị là:

- A. $20/\sqrt{3}$ cm B. $10\sqrt{3}$ cm C. $10/\sqrt{3}$ cm D. 20cm

Hướng dẫn:

- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin \alpha} = \frac{A_1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A_2}{\sin \beta} \Rightarrow A = \frac{A_1 \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{6}} \quad (1)$$

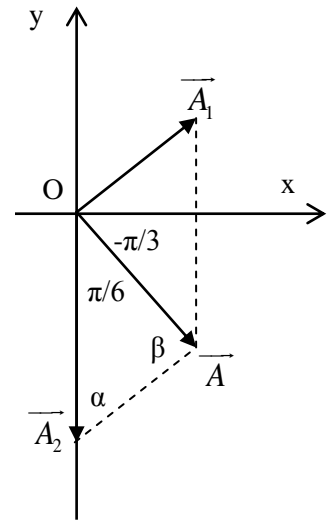
- Năng lượng dao động của vật:

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow W_{\max} \text{ khi } A_{\max}$$

$$(1) \Rightarrow A_{\max} \text{ khi } \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{3} (\text{rad})$$

- Vậy khi năng lượng dao động của vật cực đại thì biên độ dao động A_2 có giá trị:

$$A_2 = \frac{A_1 \sin \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} = 10\sqrt{3} (\text{cm})$$



Câu 5: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có các phương trình $x_{12} = 6 \cos(\pi t + \pi / 6)$; $x_{23} = 6 \cos(\pi t + 2\pi / 3)$; $x_{13} = 6\sqrt{2} \cos(\pi t + \pi / 4)$ Khi li độ của x_1 đạt giá trị cực đại thì li độ của x_3 bằng bao nhiêu?

A. 3 cm **B.** 0 cm **C.** $3\sqrt{6}$ cm **D.** $3\sqrt{2}$ cm

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động của thành phần x_1, x_2, x_3 :

$$\begin{cases} x_{12} = 6 \cos(\pi t + \pi / 6) \\ x_{23} = 6 \cos(\pi t + 2\pi / 3) \\ x_{13} = 6\sqrt{2} \cos(\pi t + \pi / 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \cos(\pi t + \pi / 6) & (1) \\ x_2 + x_3 = 6 \cos(\pi t + 2\pi / 3) & (2) \\ x_3 + x_1 = 6\sqrt{2} \cos(\pi t + \pi / 4) & (3) \end{cases}$$

- Phương trình dao động của x_1 và x_3 :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{x_{12} - x_{23} + x_{13}}{2} = 3\sqrt{6} \cos(\pi t + \frac{\pi}{12}) \\ x_3 = x_{13} - x_1 = 3\sqrt{2} \cos(\pi t + \frac{7\pi}{12}) \end{cases} \Rightarrow x_1 \text{ và } x_3 \text{ dao động vuông pha}$$

- Hệ thức liên hệ giữa hai dao động vuông pha:

$$\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_3}{A_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow x_1 \text{ cực đại khi } x_1 = A_1 \Leftrightarrow \frac{x_3}{A_3} = 0 \Rightarrow x_3 = 0 (\text{cm})$$

\Rightarrow Vậy khi li độ của x_1 đạt cực đại thì li độ của $x_3 = 0$ (cm)

Câu 6: Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương có các phương trình lần lượt $x_1 = a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$ và $x_2 = b\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)(cm)$. Biết phương trình dao động tổng hợp $x = 5\cos(\omega t + \varphi)(cm)$. Biên độ b của dao động thành phần x_2 có giá trị cực đại khi a bằng?

A. 5cm. B. $5\sqrt{2}$ cm. C. $\frac{5}{\sqrt{2}}$ cm.

D. $5\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn:

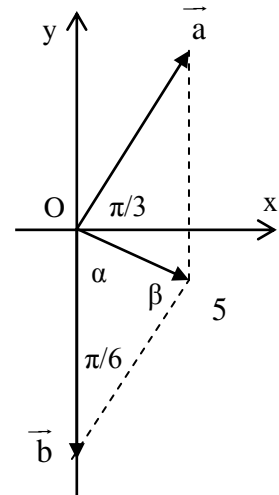
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{5}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \Rightarrow b = \frac{5\sin\beta}{\sin\frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow b_{\max} \text{ khi } \sin\beta = 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}(\text{rad})$$

- Giá trị của biên độ dao động a khi đạt cực đại:

$$a = \frac{5\sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{5\sin\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{6}} = 5\sqrt{3}(cm)$$



Câu 7: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là A_1 và A_2 , có pha ban đầu lần lượt là $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ và $\varphi_2 = -\frac{\pi}{6}$. Dao động tổng hợp có biên độ bằng $A = 12cm$. Khi A_1 có giá trị cực đại thì A_1 và A_2 có giá trị là:

A. $A_1 = 12cm$; $A_2 = 12cm$

B. $A_1 = 8\sqrt{3}$ cm; $A_2 = 4\sqrt{3}$ cm

C. $A_1 = 8\sqrt{3}$ cm; $A_2 = 6cm$

D. $A_1 = 12\sqrt{3}$ cm; $A_2 = 12cm$

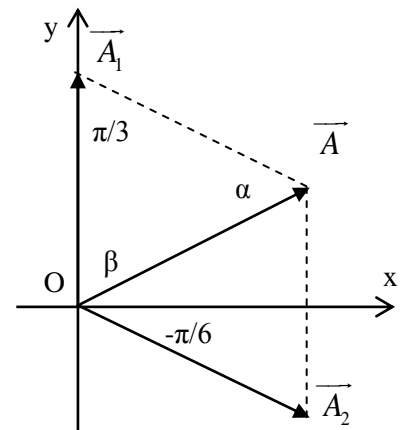
Hướng dẫn:

- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{A_1}{\sin\alpha} = \frac{A_2}{\sin\beta} \Rightarrow A_1 = \frac{A\sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{3}}$$

$$\Rightarrow A_{1\max} \text{ khi } \sin\alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow \beta = \frac{\pi}{6}(\text{rad})$$

- Giá trị biên độ A_1 và A_2 khi A_1 cực đại:



$$A_1 = \frac{A \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A \sin \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{3}} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)} \quad \text{và} \quad A_2 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A \sin \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{3}} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Câu 8: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = A \sin(\omega t + \varphi_1)$ cm, $x_2 = A \sin(\omega t + \varphi_2)$ cm thì biên độ của dao động tổng hợp lớn nhất khi nào?

A. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi$

C. $\varphi_2 - \varphi_1 = k2\pi$

B. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi/2$

D. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi/4$

Hướng dẫn:

- Giá trị của biên độ tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

- Biên độ tổng hợp có giá trị lớn nhất khi:

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1 \Rightarrow |\varphi_2 - \varphi_1| = k2\pi$$

Câu 9: Hai dao động cùng phương, cùng tần số lần lượt có phương trình là $x_1 = A_1 \cos(\pi t + \pi/6)$ (cm) và $x_2 = A_2 \cos(\pi t - \pi/2)$ (cm). Dao động tổng hợp có phương trình $x = A \cos(\pi t + \varphi)$ (cm). Biết A_1 không đổi và A_2 thay đổi, khi $A_2 = A_1$ thì biên độ dao động tổng hợp là 6 cm. Cho A_2 thay đổi đến giá trị để A đạt giá trị cực tiểu thì?

A. $A = 3$ cm, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ rad. **B.** $A = 3\sqrt{3}$ cm, $\varphi = 0$ rad.

C. $A = 2\sqrt{3}$ cm, $\varphi = \pi$ rad.

D. $A = 4\sqrt{3}$ cm, $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ rad.

Hướng dẫn:

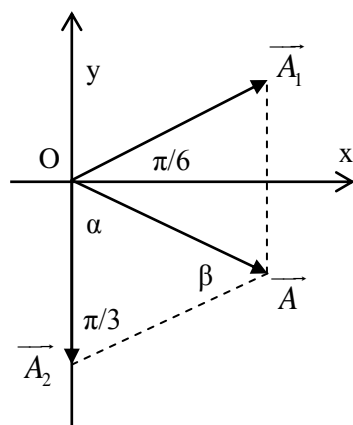
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} = \frac{A}{\sin \frac{\pi}{3}}$$

- Thay đổi để biên độ $A_2 = A_1$ thì:

$$\sin \beta = \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \beta = \frac{\pi}{3} \text{ (rad)}$$

$$A_1 = \frac{A \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A \sin \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{3}} = 6 \text{ (cm)}$$



- Khi thay đổi A_2 để A đạt giá trị cực tiểu:

$$A = \frac{A_1 \sin \frac{\pi}{3}}{\sin \alpha} \Rightarrow A_{\min} \text{ khi } \sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ và } A_{\min} = \frac{A_1 \sin \frac{\pi}{3}}{\sin \alpha} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp x :

$$\varphi = -\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 0 \text{ (rad)}$$

Câu 10: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình $x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ cm, $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ cm thì biên độ của dao động tổng hợp nhỏ nhất khi:

A. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi$

C. $\varphi_2 - \varphi_1 = k2\pi$.

B. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi/2$

D. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi/4$

Hướng dẫn:

- Giá trị của biên độ tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

- Biên độ tổng hợp có giá trị nhỏ nhất khi:

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1 \Rightarrow |\varphi_1 - \varphi_2| = (2k + 1)\pi$$

Câu 11: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số $x_1 = A_1 \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})$ cm và $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$ cm có phương trình dao động tổng hợp là $x = 9\cos(\omega t + \varphi)$ cm. Để biên độ A_2 có giá trị cực đại thì A_1 có giá trị?

A. $18\sqrt{3}$ cm.

B. 7cm

C. $15\sqrt{3}$ cm

D. $9\sqrt{3}$ cm

Hướng dẫn:

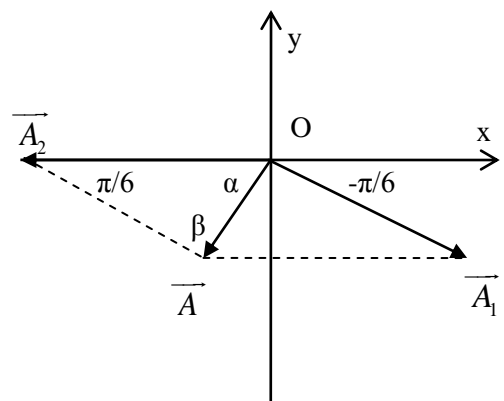
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} \Rightarrow A_2 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow A_{2\max} \text{ khi } \sin \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \text{ (rad)}$$

- Để biên độ $A_{2\max}$ thì A_1 có giá trị:

$$A_1 = \frac{A \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{6}} = 9\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



Câu 12: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động là:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) (\text{cm}) \quad \& \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) (\text{cm}) .$$

Phương trình dao động tổng hợp là $x = 9 \cos(\omega t + \varphi) (\text{cm})$. Biết A_2 có giá trị lớn nhất, pha ban đầu của dao động tổng hợp là.

- A.** $\varphi = \frac{\pi}{3}$ **B.** $\varphi = \frac{\pi}{4}$ **C.** $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ **D.** $\varphi = 0$

Hướng dẫn:

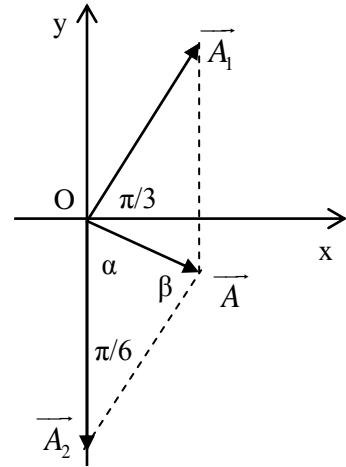
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} \Rightarrow A_2 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow A_{2\max} \text{ khi } \sin \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} (\text{rad})$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\varphi = -\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\frac{\pi}{6} (\text{rad})$$



Câu 13: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi)$ và

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) .$$

Dao động tổng hợp có phương trình $x = 5 \cos(\omega t + \varphi) \text{cm}$. Để biên độ dao động A_1 đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của A_2 tính theo cm là ?

- A.** $\frac{10}{\sqrt{3}}$ **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ **C.** $5\sqrt{3}$ **D.** $5\sqrt{2}$

Hướng dẫn:

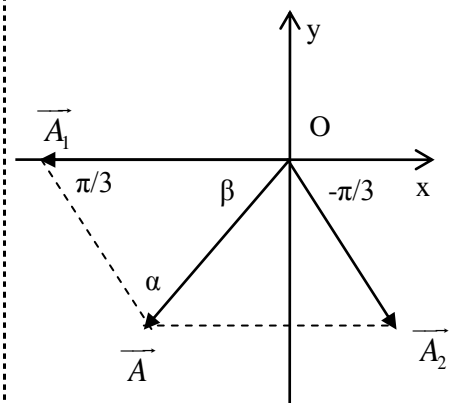
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} \Rightarrow A_1 = \frac{A \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{3}}$$

$$\Rightarrow A_{1\max} \text{ khi } \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} (\text{rad})$$

- Vậy để biên độ $A_{1\max}$ thì A_2 có giá trị:

$$A_2 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} (\text{cm})$$



Câu 14: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, có phương

$$\text{trình } x_1 = A_1 \cos(\omega t - \pi/3), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \pi/3), \text{ dao động tổng hợp có biên độ } A = 2\sqrt{3}$$

cm. Điều kiện để A_1 có giá trị cực đại thì A_2 có giá trị là?

A. 5 cm.

B. 2 cm.

C. 3 cm.

D. 4 cm

Hướng dẫn:

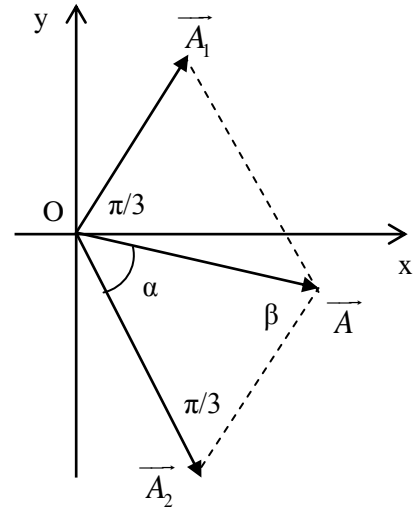
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} \Rightarrow A_1 = \frac{A \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{3}}$$

$$\Rightarrow A_{1\max} \text{ khi } \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} (\text{rad})$$

- Vậy để biên độ $A_{1\max}$ thì A_2 có giá trị:

$$A_2 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{3}} = 2 (\text{cm})$$



Câu 15: Một vật thực hiện hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là A_1 , A_2 , $\varphi_1 = -\pi/3$, $\varphi_2 = \pi/2$ (rad), dao động tổng hợp có biên độ là 9 cm. Khi A_2 có giá cực đại thì A_1 và A_2 có giá trị là?

A. $A_1 = 9\sqrt{3}$ cm, $A_2 = 18$ cm.

B. $A_1 = 18$ cm, $A_2 = 9\sqrt{3}$ cm.

C. $A_1 = 9\sqrt{3}$ cm, $A_2 = 9$ cm.

D. $A_1 = 18\sqrt{3}$ cm, $A_2 = 9\sqrt{3}$ cm..

Hướng dẫn:

- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

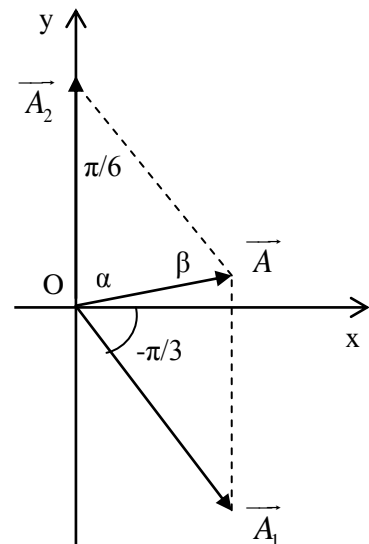
$$\frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} \Rightarrow A_2 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow A_{2\max} \text{ khi } \sin \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} (\text{rad})$$

- Vậy khi A_2 có giá cực đại thì A_1 và A_2 có giá trị:

$$A_1 = \frac{A \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{6}} = 9\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$A_2 = \frac{A \sin \beta}{\sin \frac{\pi}{6}} = 18 (\text{cm})$$



Câu 16: Dao động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = A_1 \cos (10\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6})$ và $x_2 = 5 \cos (10\sqrt{3}t + \varphi)$. (x_1 và

x_2 tính bằng cm, t tính bằng s), A_1 có giá trị thay đổi được. Phương trình dao động tổng hợp của vật có dạng $x = A\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ cm. Tốc độ lớn nhất của vật khi về đến vị trí cân bằng có giá trị là:

- A.** 1 m/s **B.** $0,5\sqrt{3}$ m/s **C.** $2\sqrt{3}$ m/s **D.** $\sqrt{3}$ m/s

Hướng dẫn:

- Tốc độ lớn nhất của vật khi ở VTCB :

$$v_{\max} = A\omega$$

\Rightarrow Vận tốc lớn nhất ở VTCB khi biên độ A_{\max}

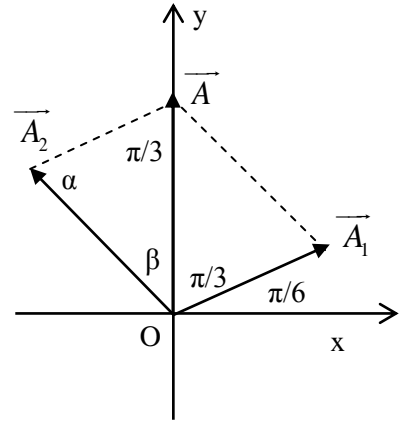
- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin\alpha} = \frac{A_1}{\sin\beta} = \frac{A_2}{\sin\frac{\pi}{3}} \Rightarrow A = \frac{A_2 \sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{3}}$$

$\Rightarrow A_{\max}$ khi $\sin\alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ (rad)

- Giá trị cực đại của biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \frac{A_2 \sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{A_2 \sin\frac{\pi}{2}}{\sin\frac{\pi}{3}} = 10 \text{ (cm)}$$



- Tốc độ lớn nhất của vật khi ở VTCB :

$$v_{\max} = A\omega = \sqrt{3} \text{ (m/s)}$$

Câu 17: (TĐH - 2012) Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình $x_1 = A_1\cos(\pi t + \frac{\pi}{6})$ (cm) và $x_2 = 6\cos(\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình $x = A\cos(\pi t + \varphi)$ (cm). Thay đổi A_1 cho đến khi biên độ A đạt giá trị cực tiểu thì φ nhận giá trị nào?

- A.** $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ **B.** $\varphi = \frac{\pi}{4}$ **C.** $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ **D.** $\varphi = 0$

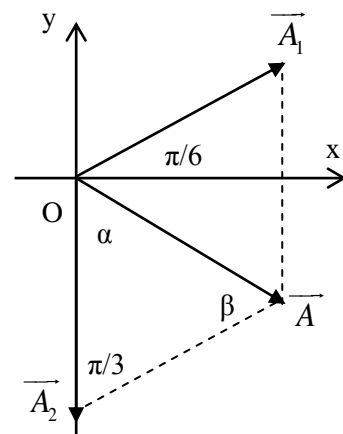
Hướng dẫn:

- Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{A}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{A_1}{\sin\alpha} = \frac{A_2}{\sin\beta} \Rightarrow A = \frac{A_2 \sin\frac{\pi}{3}}{\sin\beta}$$

$\Rightarrow A_{\min}$ khi $\sin\beta = 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$ (rad)

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp



$$\varphi = -\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\frac{\pi}{3} (\text{rad})$$

Câu 18: Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi/2)$ cm; $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \pi/6)$ cm. Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là $x = 20 \cos(\omega t + \varphi)$. Tính giá trị cực đại của $A_1 + A_2$.

- A.** $\frac{40}{\sqrt{3}}$ cm **B.** $\frac{20}{\sqrt{3}}$ cm **C.** $40\sqrt{3}$ cm **D.** $20\sqrt{3}$ cm

Hướng dẫn:

- Công thức tính biên độ tổng hợp:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\Leftrightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{\pi}{3}$$

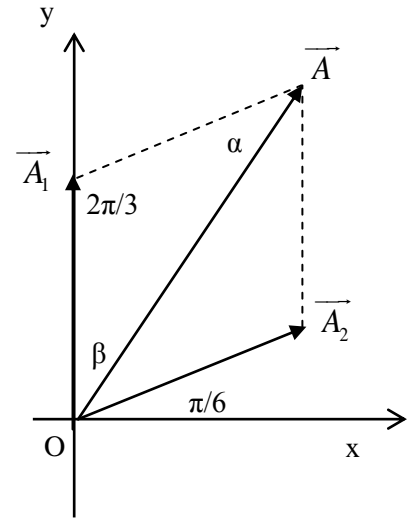
$$\Rightarrow (A_1 + A_2)^2 - A_1A_2 = A^2$$

- Theo bất đẳng thức Cauchy: $(A_1 + A_2)^2 \leq 4A_1A_2$

$$\Leftrightarrow (A_1 + A_2)^2 - \frac{(A_1 + A_2)^2}{4} \leq A^2$$

$$\Leftrightarrow A_1 + A_2 \leq \frac{2A}{\sqrt{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow (A_1 + A_2)_{\max} = \frac{40}{\sqrt{3}} (\text{cm})$$



DẠNG 4: NĂNG LƯỢNG, VẬN TỐC, GIA TỐC DAO ĐỘNG TỔNG HỢP

1- Năng lượng trong dao động tổng hợp:

Công thức tính năng lượng, vận tốc và gia tốc trong dao động tổng hợp:

- Thế năng: $W = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$	- Vận tốc của vật khi thế bằng n lần động năng: $\begin{cases} W_t = nW_d \\ W_t + W_d = W \end{cases} \Leftrightarrow (n+1)W_d = W$ $\Leftrightarrow \frac{(n+1)}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow v = \pm \frac{\omega A}{\sqrt{n+1}}$
- Động năng: $W = \frac{1}{2} mv^2$	
- Cơ năng: $W = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$	

2- Vận tốc và gia tốc trong dao động tổng hợp:

Đại lượng	Vận tốc	Gia tốc
Công thức tổng quát	$v = x'$	$a = -\omega^2 x$
Hệ thức độc lập	$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$	$A^2 = \frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4}$

Câu 1: Dao động của một vật là tổng hợp của hai dao động thành phần cùng phương, cùng tần số; $x_1 = 4,8\cos(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2})(cm)$; $x_2 = A_2\cos(10\sqrt{2}t - \pi)(cm)$. Biết tốc độ của vật tại thời điểm động năng bằng 3 lần thế năng là $0,3\sqrt{6}$ (m/s). Biên độ A_2 bằng?

- A.** 7,2 cm.
B. 6,4 cm.
C. 3,2 cm.
D. 3,6 cm.

Hướng dẫn:

- Li độ của vật tại thời điểm động năng bằng 3 lần thế năng:

$$W_d = 3W_t \Leftrightarrow 4W_t = W \Leftrightarrow \frac{4}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow x = \frac{A}{2}(cm)$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 6(cm)$$

- Hai dao động thành phần vuông pha do đó:

$$A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = 3,6(cm)$$

Câu 2: Một vật có khối lượng 100g thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình: $x_1 = 3\sin(20t)cm$ và $x_2 = 2\cos\left(20t - \frac{5\pi}{6}\right)cm$. Tính năng lượng

dao động của vật.

A. 0,042 (J). **B.** 0,038 (J).

C. 0,024 (J).

D. 0,084 (J).

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động thứ 1:

$$x_1 = 3 \sin(20t) = 3 \cos\left(20t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = \sqrt{19} (\text{cm})$$

- Năng lượng dao động của vật:

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 20^2 \times \left(\frac{\sqrt{19}}{100}\right)^2 = 0,038 \text{J}$$

Câu 3: Dao động của một chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, có phương trình lần lượt là $x_1 = 6\cos(10t + 5\pi/6)\text{cm}$ và $x_2 = 6\cos(-10t + \pi/2)\text{cm}$ (t tính bằng s). Gia tốc cực đại của vật bằng ?

A. $4\sqrt{3} \text{ m/s}^2$.

B. $6\sqrt{3} \text{ m/s}^2$.

C. $6,0 \text{ m/s}^2$.

D. 12 m/s^2 .

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động thứ 2:

$$x_1 = 4\cos\left(-10t + \frac{\pi}{2}\right) = 4\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$$

- Biên độ dao động tổng hợp của vật:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 6 (\text{cm})$$

- Gia tốc cực đại của vật:

$$a_{\max} = A\omega^2 = 6 (\text{m/s}^2)$$

Câu 4: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $x = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) + A_2\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$.

Biết vận tốc cực đại của chất điểm là 50 cm/s . Kết quả nào sau đây **đúng** về giá trị A_2 ?

A. 5 cm

B. 4 cm

C. 3 cm

D. 2 cm

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động của chất điểm:

$$x_1 = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) + A_2\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) + A_2\cos 10t (\text{cm})$$

- Biên độ dao động tổng hợp của chất điểm:

$$A_0 = \frac{v_{\max}}{\omega} = 5(\text{cm})$$

- Biên độ dao động A_2 :

$$A_2 = \sqrt{A_0^2 - A_1^2} = 3(\text{cm})$$

Câu 5: Một vật nhỏ dao động điều hòa trên trục Ox. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng.

Khi vật dao động với phương trình $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$ (cm) thì cơ năng là W_1 . Khi

vật dao động với phương trình $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})$ (cm) thì cơ năng là $3W_1$. Khi dao động của vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa trên thì cơ năng của vật là?

A. $4W_1$.

B. $3W_1$.

C. W_1 .

D. $\frac{1}{2}W_1$.

Hướng dẫn:

- Tỷ lệ biên độ của dao động thứ 1 và thứ 2:

$$W_2 = 3W_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\omega^2 A_2^2 = \frac{3}{2}m\omega^2 A_1^2 \Rightarrow A_2 = A_1\sqrt{3}$$

- Biên độ dao động tổng hợp của chất điểm (2 dao động thành phần vuông pha):

$$A = \sqrt{A_1^2 - A_2^2} = A_1\sqrt{2}(\text{cm})$$

- Cơ năng dao động của vật khi tổng hợp của hai dao động:

$$W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 (2A_1)^2 = 4W_1$$

Câu 6: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, có phương trình lần lượt là $x_1 = 3\sin(10t - \pi/3)$ (cm); $x_2 = 4\cos(10t + \pi/6)$ (cm) (t đo bằng giây). Xác định vận tốc cực đại của vật.

A. 50m/s

B. 50cm/s

C. 5m/s

D. 5cm/s

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động của thành phần thứ 1:

$$x_1 = 3\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 3\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 3\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)(\text{cm})$$

- Biên độ của dao động tổng hợp của vật (2 dao động thành phần vuông pha):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 5(\text{cm})$$

- Vận tốc cực đại của vật:

$$v_{\max} = A\omega = 50(\text{cm/s})$$

Câu 7: Hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình lần lượt là $x_1 = 4\sin(10t)$ cm và $x_2 = 4\cos(10t + \pi/6)$ cm. Vận tốc cực đại của dao động tổng hợp là?

A. $40\sqrt{3}$ cm/s

B. 15 cm/s

C. 20 cm/s

D. 40 cm/s

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động của thành phần thứ 1:

$$x_1 = 4\sin 10t = 4\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$$

- Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

- Tốc độ lớn nhất của dao động tổng hợp:

$$v_{\max} = A\omega = 40\sqrt{3}(\text{cm/s})$$

Câu 8: Một chất điểm tham gia đồng thời vào hai dao động điều hòa với các phương trình lần lượt là $x_1 = 4\sqrt{3}\cos(10\pi t)$ cm và $x_2 = 4\sin(10\pi t)$ cm. Tốc độ của chất điểm khi $t = 2$ (s) là?

A. $v = 125\text{cm/s}$

B. $v = 120,5\text{ cm/s}$

C. $v = -125\text{ cm/s}$

D. $v = 125,7\text{ cm/s}$

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động thứ 2 của chất điểm:

$$x_2 = 4\sin 10\pi t = 4\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$$

- Biên độ của dao động tổng hợp (2 dao động vuông pha):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 8(\text{cm})$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}(\text{rad})$$

- Phương trình dao động tổng hợp của chất điểm:

$$x = 8\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm})$$

- Phương trình vận tốc của chất điểm:

$$v = -80\pi\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm})$$

- Tốc độ của chất điểm khi $t=2(s)$:

$$v = -80\pi \sin\left(10 \times 2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 125,7 (m/s)$$

Câu 9: Một vật nhỏ có chuyển động là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình là $x_1 = A_1 \cos \omega t$ và $x_2 = A_2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, Gọi E là cơ năng của vật. Khối lượng của vật bằng?

A. $\frac{2E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ B. $\frac{E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ C. $\frac{E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$ D. $\frac{2E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động tổng hợp của vật nhỏ (2 dao động thành phần vuông pha):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

- Cơ năng dao động của vật nhỏ:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

- Khối lượng của vật nhỏ:

$$m = \frac{2E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$$

Câu 10: 1 vật có $m=100g$ thực hiện đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số $f=10Hz$, biên độ $A_1=8cm$, $\varphi_1 = \pi/3$; $A_2=8cm$, $\varphi_2 = -\pi/3$. Biểu thức thế năng của vật theo thời gian là?

A. $W_t = 1,28 \sin^2(20\pi t) (J)$

C. $W_t = 1,28 \cos^2(20\pi t) (J)$

B. $W_t = 2,56 \sin^2(20\pi t) (J)$

D. $W_t = 1280 \sin^2(20\pi t) (J)$

Hướng dẫn:

- Tần số góc của dao động:

$$\omega = 2\pi f = 20\pi (rad/s)$$

- Biên độ dao động tổng hợp của vật:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 8 (cm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = 0 \rightarrow \varphi = 0 (rad)$$

- Phương trình dao động tổng hợp của vật:

$$x = 8\cos 20\pi t \text{ (cm)}$$

- Biểu thức thế năng của vật theo thời gian:

$$W_t = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (8\cos 20\pi t)^2 = 1,28 m \cos^2 20\pi t \text{ (J)}$$

Câu 11: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số 10Hz và có biên độ lần lượt là 7cm và 8cm. Biết hiệu số pha của hai dao động thành phần là $\pi/3$ rad. Tốc độ của vật khi vật có li độ 12cm là?

- A. 314cm/s. B. 100cm/s. C. 157cm/s. D. 120π cm/s.

Hướng dẫn:

- Tần số góc của dao động:

$$\omega = 2\pi f = 20\pi \text{ (rad / s)}$$

- Biên độ dao động tổng hợp của vật:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 13 \text{ (cm)}$$

- Vận tốc của vật tại li độ 12cm:

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 100\pi \text{ (cm / s)}$$

Câu 12: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình : $x_1 = A_1\cos(20t + \pi/6)$ (cm) và $x_2 = 3\cos(20t + 5\pi/6)$ (cm). Biết vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng có độ lớn là 140cm/s. Biên độ dao động A_1 có giá trị là bao nhiêu?

- A. 7cm. B. 8cm. C. 5cm. D. 4cm.

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động tổng hợp của vật:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 7 \text{ (cm)}$$

- Biên độ dao động của thành phần thứ 1:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\Leftrightarrow A_1^2 - 3A_1 - 40 = 0$$

$$\Rightarrow A_1 = 8 \text{ (cm)}$$

Câu 13: Một vật đồng thời tham gia hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số góc $\omega = 20$ rad/s. Dao động thành phần thứ nhất có biên độ $A_1 = 6$ cm và pha ban đầu $\varphi_1 = \pi/2$, dao động thành phần thứ hai có pha ban đầu $\varphi_2 = 0$. Biết tốc độ cực đại khi

vật dao động là $v = 2 \text{ m/s}$. Biên độ dao động thành phần thứ hai là?

A. $A_2 = 10 \text{ cm}$.

B. $A_2 = 4 \text{ cm}$.

C. $A_2 = 20 \text{ cm}$.

D. $A_2 = 8 \text{ cm}$.

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động tổng hợp của vật:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 10(\text{cm})$$

- Biên độ dao động của thành phần thứ 2 (dao động thành phần vuông pha):

$$A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = 8(\text{cm})$$

Câu 14: Một vật có khối lượng $m = 200\text{g}$ thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương

$$x_1 = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}, x_2 = 2 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}.$$

a. Tính gia tốc của vật tại thời điểm $t = 0,25\text{s}$. Lấy $\pi^2 \approx 10$

A. 140 cm/s^2

B. $140\sqrt{3} \text{ cm/s}^2$

C. $-140\sqrt{3} \text{ cm/s}^2$

D. -140 cm/s^2

b. Tính vận tốc của vật nặng khi vật có gia tốc 10cm/s^2

A. $41,2 \text{ cm/s}$

B. $\pm 44,2 \text{ cm/s}$

C. $\pm 42,4 \text{ cm/s}$

D. $-42,4 \text{ cm/s}$

Hướng dẫn:

a) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 0,25\text{s}$:

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 7 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm})$$

- Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 0,25\text{s}$

$$a = -\omega^2 x = -\omega^2 7 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = -140\sqrt{3} (\text{cm/s}^2)$$

b) Vận tốc của vật nặng khi vật có gia tốc 10cm/s^2

- Sử dụng hệ thức độc lập:

$$\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4} = A^2$$

$$\Rightarrow v = \pm \sqrt{\omega^2 A^2 - \frac{a^2}{\omega^2}} = \pm 44,2 \text{ cm/s}$$

Câu 15: Một vật có khối lượng $m = 400\text{g}$ tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương có

phương trình dao động lần lượt $x_1 = 4 \cos\left(5\sqrt{2}t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}$, $x_2 = A_2 \cos(5\sqrt{2}t + \pi) \text{cm}$. Biết độ lớn vận

tốc của vật tại thời điểm động năng bằng thế năng là 40cm/s .

a. Tính năng lượng dao động.

A. 0,036J

B. 0,048J

C. 0,012J

D. 0,024J

b. Tính vận tốc của vật nặng tại đó động năng bằng 3 lần thế năng.

A. $\pm 41,42$ cm/s

B. $\pm 44,43$ cm/s

C. $\pm 42,43$ cm/s

D. $\pm 42,44$ cm/s

Hướng dẫn:

a) Năng lượng dao động của vật:

- Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \Rightarrow A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

- Năng lượng dao động của vật:

$$W = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = 0,048\text{J}$$

b) Vận tốc của vật nặng tại đó động năng bằng 3 lần thế năng.

$$W = W_d + W_t = \frac{4}{3} W_d \Leftrightarrow \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} mv^2$$

$$\Rightarrow v = \pm \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} = \pm 42,43(\text{cm/s})$$

Câu 16: Cho ba dao động điều cùng phương cùng tần số góc có phương trình lần lượt là

$x_1 = 4 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\text{cm}$; $x_2 = 2\sqrt{3} \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$; $x_3 = 8 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$. Một vật thực

hiện đồng thời ba dao động trên. Tính vận tốc của vật nặng tại li độ $x = 4\text{cm}$.

A. ± 218 cm/s

B. $\pm 2,18$ cm/s

C. ± 281 cm/s

D. $\pm 21,8$ cm/s

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động tổng hợp của vật nặng:

$$A_x = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 - A_3 \sin \varphi_3 = -3\text{cm}$$

$$A_y = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 - A_3 \cos \varphi_3 = 3\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 6\text{cm}$$

- Vận tốc vật nặng tại li độ $x = 4\text{cm}$:

$$\frac{v^2}{\omega^2} + x^2 = A^2 \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm 281(\text{cm/s})$$

Câu 17: Một vật tham gia đồng thời vào dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số

có phương trình lần lượt là $x_1 = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$; $x_2 = \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\text{cm}$. Vật có

khối lượng là $m = 100\text{g}$, tính năng lượng dao động của vật.

A. 0,044J

B. 4,42J

C. 4,44J

D 4,04J

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động thành phần thứ 2:

$$x_2 = \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm})$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 3 (\text{cm})$$

- Năng lượng dao động của vật:

$$W = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = 4,44 (\text{J})$$

Câu 18: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, có các phương trình dao động là: $x_1 = 3\cos(20t - \frac{\pi}{4})$ cm và $x_2 = 4\cos(20t + \frac{\pi}{4})$ cm. Tính vận tốc cực đại của vật nặng.

A. 120 cm/s

B. 120 m/s

C. 100 cm/s

D 10 m/s

Hướng dẫn:

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 5 (\text{cm})$$

- Vận tốc cực đại của vật nặng:

$$v_{\max} = A\omega = 100 (\text{cm/s})$$

Câu 19: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương:

$x_1 = 4\sqrt{3}\cos(10\pi t)$ cm và $x_2 = 4\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm, t đo bằng giây. Tính vận tốc trung

bình của vật trong một chu kỳ dao động.

A. 160 cm/s

B. 180 cm/s

C. 80 cm/s

D 100 cm/s

Hướng dẫn:

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = 8 (\text{cm})$$

- Tốc độ trung bình của vật trong 1 chu kỳ:

$$v = \frac{4A}{T} = \frac{4A\omega}{2\pi} = \frac{4.8.10\pi}{2\pi} = 160 (\text{cm/s})$$

Bài 20: Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có biên độ lần lượt là A_1 và A_2 , pha ban đầu có thể thay đổi được. Khi 2 dao động thành phần cùng pha và ngược pha thì năng lượng dao động tổng hợp lần lượt là 8W và 2W. Khi năng lượng dao động tổng hợp là 4W thì độ lệch pha giữa 2 dao động thành phần gần giá trị nào nhất sau đây?

A. $124,5^0$ B. $109,5^0$

C. $86,5^0$

D. $52,5^0$

Hướng dẫn

- Tỷ lệ biên độ của hai dao động thành phần:

Giả sử $A_1 > A_2$:

$$\frac{W_c}{W_n} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2(A_1 + A_2)^2}{\frac{1}{2}m\omega^2(A_1 - A_2)^2} = \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow (A_1 + A_2) = 2(A_1 - A_2)$$

$$\Rightarrow A_1 = 3A_2$$

- Độ lớn của biên độ dao động tổng hợp:

$$\frac{W}{W_n} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 A^2}{\frac{1}{2}m\omega^2 (A_1 - A_2)^2} = \frac{4}{2}$$

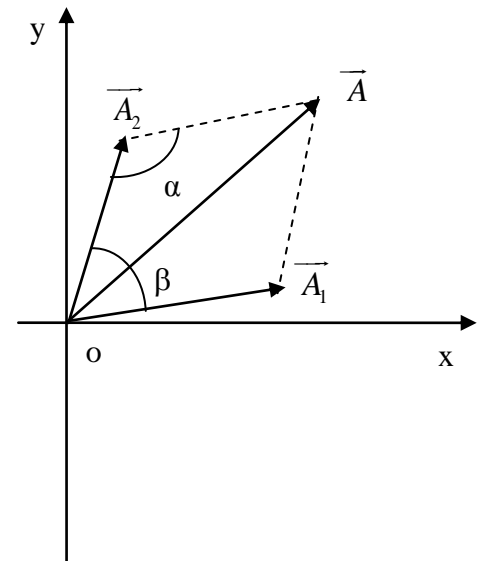
$$\Leftrightarrow \frac{A^2}{4A_2^2} = 2$$

$$\Rightarrow A = 2\sqrt{2}A_2$$

- Độ lệch pha giữa hai dao động thành phần khi năng lượng dao động tổng hợp 4W:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow 8A_2^2 = 9A_2^2 + A_2^2 - 6A_2^2\cos\alpha$$



$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = 70,52^0$$

$$\Rightarrow \beta = (180 - \alpha) = 109,5^0$$

Câu 21: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số tương ứng là (1), (2), (3). Dao động (1) ngược pha và có năng lượng gấp đôi dao động (2). Dao động tổng hợp (13) có năng lượng là 3W. Dao động tổng hợp (23) có năng lượng là W và vuông pha với dao động (1). Dao động tổng hợp của vật có năng lượng gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 2,7 W

B. 3,3 W

C. 2,3 W

D. 1,7 W

Hướng dẫn:

- Gọi biên độ của x_2 là a , biên độ của x_{23} là b .

- Độ lớn của biên độ dao động x_1 :

$$W_1 = 2W_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\omega^2 A_1^2 = \frac{2}{2}m\omega^2 a^2$$

$$\Rightarrow A_1 = a\sqrt{2}$$

- Độ lớn của biên độ dao động x_3 :

Vì $x_1 \perp x_{23}$ nên $x_2 \perp x_{23}$:

$$\Rightarrow A_3 = \sqrt{A_2^2 + A_{23}^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- Từ giản đồ Vectơ cho thấy:

$$\cos\alpha = \frac{A_2}{A_3} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow \cos\beta = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

- Độ lớn của biên độ dao động x_{13} :

$$\begin{aligned} A_{13} &= \sqrt{A_1^2 + A_3^2 + 2A_1A_3\cos\beta} \\ &= \sqrt{3a^2 + 2\sqrt{2}a^2 + b^2} \end{aligned}$$

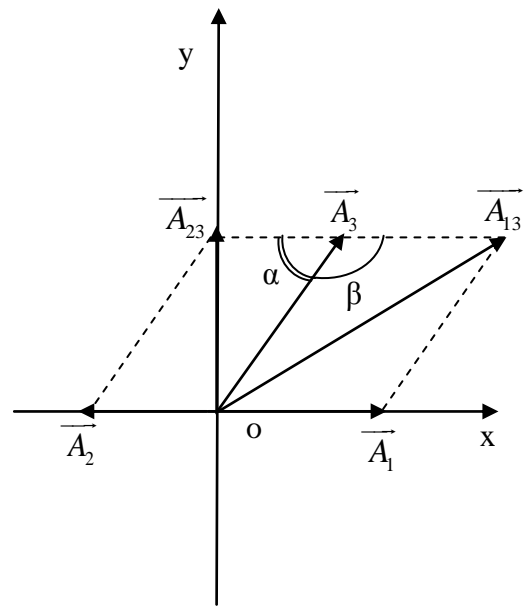
- Theo giả thiết ta có: $W_{13} = 3W_{23}$ nên:

$$\frac{W_{13}}{W_{23}} = \left(\frac{A_{13}}{A_{23}}\right)^2 = \frac{3a^2 + 2\sqrt{2}a^2 + b^2}{b^2} = 3$$

$$\Rightarrow b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}a$$

- Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_{23}^2} = \sqrt{2a^2 + \left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right)^2 a^2}$$



$$\Rightarrow A = \frac{7+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}a$$

- Năng lượng dao động tổng hợp:

$$\frac{W_{th}}{W_{23}} = \left(\frac{A}{A_{23}}\right)^2 = \frac{\left(\frac{7+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 a^2}{\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right)^2 a^2} = 1,7$$

Câu 22: Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình $x_1 = \sqrt{3}\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm, $x_2 = \cos(10\pi t + \pi)$ cm. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động trên. Tính vận tốc trung bình của chất điểm từ thời điểm ban đầu đến thời điểm đầu tiên vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

A. 36 cm/s

B. 37 cm/s

C. 38 cm/s

D. 39 cm/s

Hướng dẫn:

- Biên độ của dao động tổng hợp

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 2(\text{cm})$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3}$$

- Phương trình của dao động tổng hợp là:

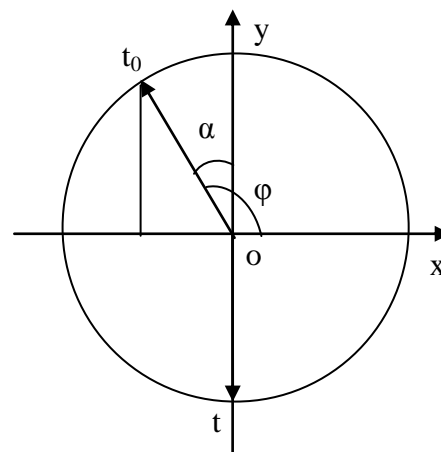
$$x = 2\cos\left(10\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\text{cm}$$

- Từ giản đồ ta tính được: $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}(\text{rad})$

- Quãng đường vật đi được khi qua VTGB lần đầu theo chiều dương:

$$S = A + (A - A\sin\alpha) = 3(\text{cm})$$

- Thời gian vật đi quãng đường S:



$$t = \frac{(\pi - \alpha)}{\omega} = \frac{1}{12}(\text{s})$$

- Vận tốc trung bình của vật trên quãng đường S:

$$v_{\text{tb}} = \frac{S}{t} = 36(\text{cm/s})$$

DẠNG 5: BÀI TOÁN LIÊN QUAN TỚI LI ĐỘ

Một số công thức thường được sử dụng để giải bài toán li độ:

Phương trình li độ của chất điểm dao động điều hòa:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Hệ thức độc lập với thời gian:

$$x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$$

Vị trí của vật tại thời điểm động năng bằng n lần thế năng:

$$\begin{cases} W_d = nW_t \\ W_t + W_d = W \end{cases} \Leftrightarrow (n+1)W_t = W$$
$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$$

Bài toán hai dao động vuông pha:

Xét hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi)$ và

$x_2 = A_2 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = -A_2 \sin(\omega t + \varphi)$. Ta có hệ thức sau:

$$\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1$$

Trường hợp áp dụng:

+ Các dao động thành phần vuông pha ($\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ với $\varphi_2 > \varphi_1$)

+ Dao động trong hai khoảng thời gian t_1 và $t_2 = t_1 + T/4$

Câu 1. Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hoà cùng pha cùng tần số có phương trình là: $x_1 = A_1 \cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{cm}$; $x_2 = A_2 \cos(2\pi t) \text{cm}$; $x_3 = A_3 \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{cm}$.

Tại thời điểm t_1 các giá trị li độ $x_1 = -20 \text{cm}$, $x_2 = 80 \text{cm}$, $x_3 = -40 \text{cm}$, thời điểm $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$

các giá trị li độ $x_1 = -20\sqrt{3} \text{cm}$, $x_2 = 0$, $x_3 = 40\sqrt{3} \text{cm}$. Tìm phương trình của dao động tổng hợp?

A. $x_2 = 40\cos(2\pi t - \pi/3) \text{ cm}$

B. $x_2 = 40\sqrt{2} \cos(2\pi t + \frac{\pi}{4})$

C. $x_2 = 4\cos(2\pi t + \pi/3) \text{ cm}$

D. $x_2 = 40\sqrt{2} \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4})$

Hướng dẫn

- Sau khoảng thời gian $T/4$ thì góc quét của mỗi dao động là $\frac{\pi}{2}$ nên x_1 và x_1' vuông pha, x_2 và x_2' vuông pha, x_3 và x_3' vuông pha do đó:

$$\begin{cases} \left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_1'}{A_1}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2'}{A_2}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{x_3}{A_3}\right)^2 + \left(\frac{x_3'}{A_3}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 40(\text{cm}) \\ A_2 = 80(\text{cm}) \\ A_3 = 80(\text{cm}) \end{cases}$$

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A_x = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3$$

$$A_y = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 40(\text{cm})$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan \varphi = \frac{A_x}{A_y} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}(\text{rad})$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x_2 = 40\cos(2\pi t - \pi/3)(\text{cm})$$

Câu 2: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là: $x_1 = A_1 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$; $x_2 = A_2 \cos(\omega t) \text{ cm}$; $x_3 = A_3 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$. Tại thời điểm t_1 các giá trị li độ $x_1 = -10\sqrt{3} \text{ cm}$, $x_2 = 15 \text{ cm}$, $x_3 = 30\sqrt{3} \text{ cm}$. Tại thời điểm t_2 các giá trị li độ $x_1 = -20 \text{ cm}$, $x_2 = 0 \text{ cm}$, $x_3 = 60 \text{ cm}$. Biên độ tổng hợp là?

A. 50 cm/s.

B. 60 cm/s.

C. $40\sqrt{3}$ cm/s.

D. 40 cm/s.

Hướng dẫn

- Biên độ của 3 dao động thành phần:

Ta có: x_1 và x_2 dao động vuông pha do đó:

$$\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

Ta có: x_3 và x_2 dao động vuông pha do đó:

$$\left(\frac{x_3}{A_3}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

Tại thời điểm t_2 : $(1) \Leftrightarrow \left(\frac{-20}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{0}{A_2}\right)^2 = 1 \Rightarrow A_1 = 20(\text{cm})$

Tại thời điểm t_1 : $(1) \Leftrightarrow \left(\frac{-10\sqrt{3}}{20}\right)^2 + \left(\frac{15}{A_2}\right)^2 = 1 \Rightarrow A_2 = 30(\text{cm})$

Thế biên độ A_2 vào phương trình (2) ta được:

$$\left(\frac{15}{30}\right)^2 + \left(\frac{30\sqrt{3}}{A_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow A_3 = 60(\text{cm})$$

- Theo đề bài x_1 ngược pha với x_3 và cùng dao động vuông pha với x_2 , do đó:

Biên độ của dao động tổng hợp của vật:

$$A = \sqrt{A_2^2 + (A_3 - A_1)^2} = 50(\text{cm})$$

Câu 3: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số x_1 ,

x_2 , x_3 . Với $x_{12} = x_1 + x_2$; $x_{23} = x_2 + x_3$; $x_{13} = x_1 + x_3$; $x = x_1 + x_2 + x_3$. Biết: $x_{12} = 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

cm; $x_{23} = 6 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ cm; $x_{13} = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$ cm. Tìm x biết $x^2 = x_1^2 + x_3^2$.

A. 6 cm.

B. 8 cm.

C. $6\sqrt{3}$ cm.

D. $6\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn

- Ta có:
$$\begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 = 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \\ x_{23} = x_2 + x_3 = 6 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ x_{13} = x_1 + x_3 = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) \end{cases}$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{x_{12} + x_{23} + x_{13}}{2} = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$$

- Phương trình dao động thành phần x_1 , x_2 và x_3 :

$$\begin{cases} x_1 = x - x_{23} = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) - 6 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) = 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm) \\ x_2 = x - x_{13} = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) - 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) = 0 \\ x_3 = x - x_{12} = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) - 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 6 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) (cm) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = x_1 + x_3 \Leftrightarrow x^2 = (x_1 + x_3)^2 \quad (1)$$

Theo giả thiết đề bài:

$$x^2 = x_1^2 + x_3^2 = (x_1 + x_3)^2 - 2x_1x_3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\begin{aligned} \Rightarrow x_1x_3 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ 6 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \pi t + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} + k \text{ (s)} \\ t = -\frac{1}{6} + k \text{ (s)} \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots) \\ \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) &= \pm 6cm \end{aligned}$$

Câu 4: Cho ba dao động điều cùng phương cùng tần số góc có phương trình lần lượt là $x_1 = 4 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$; $x_2 = 2\sqrt{3} \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$; $x_3 = 8 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$. Một vật thực hiện đồng thời ba dao động trên. Xác định vị trí của vật nặng tại đó động năng bằng thế năng.

A. 4 (cm)

B. $3\sqrt{3}$ (cm)

C. 3 (cm)

D. 2 (cm)

Hướng dẫn:

- Biên độ của dao động tổng hợp:

$$A_x = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = -3 (cm)$$

$$A_y = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 = 3\sqrt{3} (cm)$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 6 (cm)$$

- Vị trí tại đó động năng bằng 3 lần thế năng:

$$\begin{cases} W_d = 3W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Leftrightarrow 4W_t = W \Leftrightarrow \frac{4}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow x = \frac{A}{2} = 3(\text{cm})$$

Câu 5: Một vật có khối lượng $m = 500\text{g}$ thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình dao động lần lượt là: $x_1 = 3\cos(5\pi t)\text{cm}$; $x_2 = 5\cos(5\pi t)\text{cm}$. Xác định thời điểm vật qua li độ $x = 4\text{cm}$ lần thứ 2011.

A. 412,167 (s)

B. 212,067 (s)

C. 412,067 (s)

D. 212,067 (s)

Hướng dẫn:

- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 = 8\cos(5\pi t) (\text{cm})$$

- Thời điểm vật qua li độ $x = 4\text{cm}$ lần thứ 2011.

+Chu kỳ dao động của vật:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,4\text{s}$$

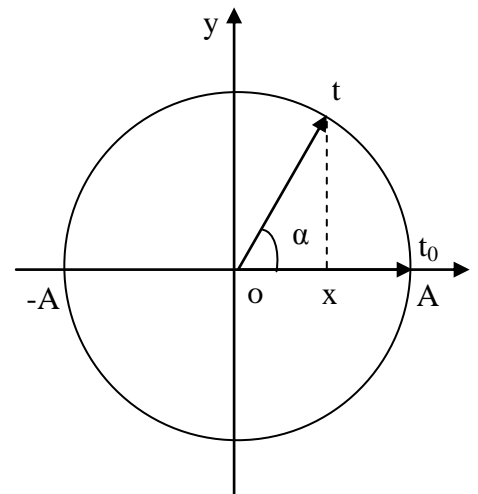
+Thời điểm đầu tiên vật qua vị trí li độ x :

$$\cos\alpha = \frac{x}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{1}{15}(\text{s})$$

Trong một chu kỳ, vật đi qua vị trí li độ $x = 4\text{cm}$ hai lần, do đó thời điểm vật qua li độ $x = 4\text{cm}$ lần thứ 2011 là:

$$t = 1005T + t_1 = 412,067(\text{s})$$



Câu 6: Dao động của một chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương,

có phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$; $x_2 = 3\sqrt{3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)\text{cm}$. Tại các thời điểm $x_1 = x_2$. Tính li độ của dao động tổng hợp.

A $\pm 5,19$ (cm)

B $\pm 6,19$ (cm)

C $\pm 8,19$ (cm)

D $\pm 9,19$ (cm)

Hướng dẫn:

- Thời điểm tại đó li độ $x_1 = x_2$:

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 3\sqrt{3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

$$\Leftrightarrow 3\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right) = 3\sqrt{3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

$$\Leftrightarrow \tan\left(\frac{2\pi}{3}t\right) = \sqrt{3} = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{2} + \frac{3k}{2}$$

+ Chu kỳ dao động của vật:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 3(\text{s})$$

\Rightarrow Trong một chu kỳ có 2 thời điểm vật gặp nhau tại li độ $x_1 = x_2$:

$$\begin{cases} t_1 = 0,5\text{s} & (k=0) \\ t_2 = 2\text{s} & (k=1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

- Li độ của dao động tổng hợp khi $x_1 = x_2$:

$$\text{Ta có: } x = x_1 + x_2 = 3\sqrt{3} \approx 5,19(\text{cm})$$

Câu 7: Cho hai dao động điều cùng phương cùng tần số góc có phương trình lần lượt là $x_1 = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

cm; $x_2 = 2\cos(\pi t - \pi)$ cm. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động trên. Xác định thời điểm vật qua li độ $x = 2\sqrt{2}$ cm lần thứ 100.

A. 199,25 (s)

B. 100,25 (s)

C. 198,25 (s)

D. 100,50 (s)

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động tổng hợp của vật:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$$

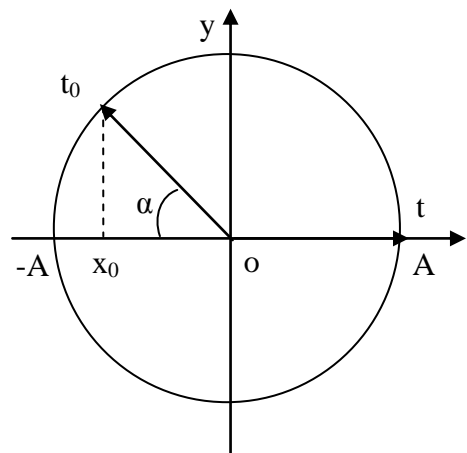
- Pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = -1$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4}(\text{rad})$$

- Chu kỳ dao động của vật:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2(\text{s})$$



- Thời điểm đầu tiên vật qua vị trí li độ $x = 2\sqrt{2}$ cm:

$$\alpha = (\pi - \varphi) = \frac{\pi}{4}(\text{rad})$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{T}{2} + \frac{\alpha}{\omega} = \frac{5}{4}(\text{s})$$

- Trong một chu kỳ, vật đi qua vị trí li độ $x = A$ một lần, do đó thời điểm vật qua li độ $x = A$ lần thứ 100 là:

$$t = 99T + t_1 = 199,25(s)$$

Câu 8: Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương có các phương trình lần lượt là $x_1 = 6\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm), $x_2 = 6\sqrt{3}\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm) Khi dao động thứ nhất có li độ 3(cm) và đang tăng thì dao động tổng hợp có:

- A. Li độ $-6\sqrt{3}$ (cm) và đang tăng B. Li độ -6(cm) và đang giảm
C. Li độ bằng không và đang tăng D. Li độ -6(cm) và đang tăng

Hướng dẫn:

- Biên độ dao động tổng hợp của chất điểm (2 dao động thành phần vuông pha):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 12(cm)$$

- Pha ban đầu của dao động tổng hợp của chất điểm:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = 0 \Rightarrow \varphi = 0(\text{rad})$$

- Phương trình dao động tổng hợp:

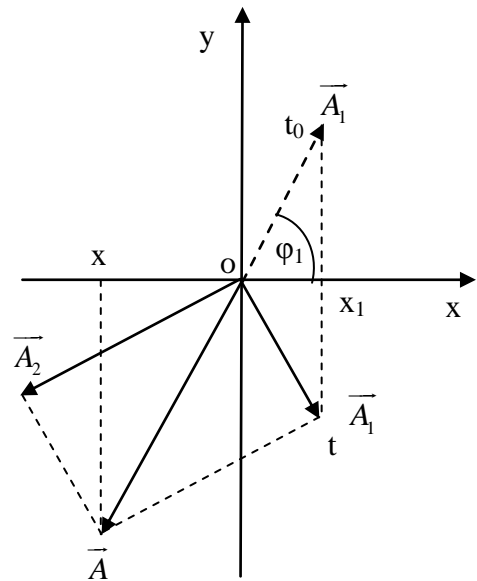
$$x = 12 \cos 10\pi t (cm)$$

- Thời điểm khi dao động thứ nhất có li độ $x = 3$ và đang tăng tương ứng với vector A_1 và A quay được một góc:

$$\alpha = 2(\pi - \varphi_1) = \frac{4\pi}{3}(\text{rad})$$

- Li độ của dao động tổng hợp:

$$x = 12 \cos \frac{4\pi}{3} = -6(cm)$$



\Rightarrow Vì lúc này dao động tổng hợp chuyển động theo chiều dương nên li độ đang tăng.

Câu 9: Hai dao động điều hòa (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ $A = 4\text{cm}$. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ $x = 2\sqrt{3}\text{cm}$, đang chuyển động ngược chiều dương, còn dao động (2) đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lúc đó, dao động tổng hợp của hai dao động trên có li độ bao nhiêu và đang chuyển động theo hướng nào?

- A. $x = 8\text{cm}$ và ngược chiều dương. C. $x = 4\sqrt{3}\text{cm}$ và cùng chiều dương.
B. $x = 0$ và ngược chiều dương. D. $x = 2\sqrt{3}\text{cm}$ và cùng chiều dương.

Hướng dẫn:

- Góc lệch của dao động 1 tại thời điểm t:

$$\cos\alpha = \frac{x_1}{A_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}(\text{rad})$$

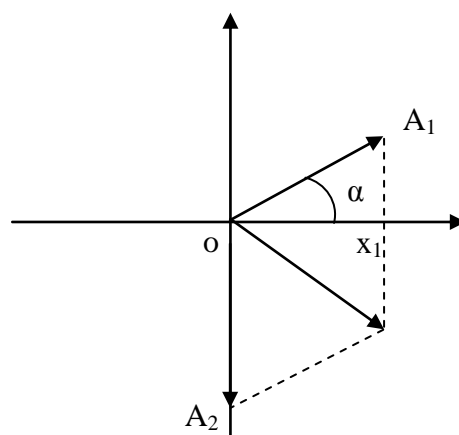
- Dựa vào giản đồ vectơ, độ lệch pha của hai dao động thành phần là:

$$\Delta\varphi = \alpha + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}(\text{rad})$$

- Li độ của dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

\Rightarrow Dao động tổng hợp có li độ $x = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ và đang chuyển động theo chiều dương.



Câu 10: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số. Biết dao động thứ nhất có biên độ 6 cm và trễ pha hơn dao động tổng hợp là $\pi/2$. Tại thời điểm dao động thứ hai có li độ bằng biên độ của dao động thứ nhất thì dao động tổng hợp có li độ 9 cm. Biên độ dao động tổng hợp là?

A. 12cm

B. $9\sqrt{3}$ cm

C. 18cm

D. $6\sqrt{3}$ cm

Hướng dẫn:

- Li độ của dao động thứ nhất:

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_1 = x - x_2 = 3(\text{cm})$$

- Dao động thứ nhất vuông pha với dao động tổng hợp, do đó:

$$\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \Rightarrow A = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

\Rightarrow Biên độ dao động tổng hợp là $6\sqrt{3}(\text{cm})$

