

TẶNG HẢI TUÂN

MỘT SẢN PHẨM CỦA VEDU CORP

# CÔNG PHÁP VẬT LÝ

Physics

$$E = mc^2$$

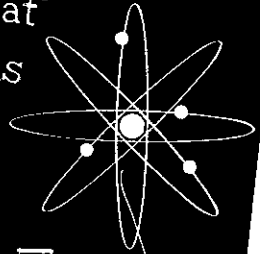
$$U_g = mgh$$

$$1/2 kx^2$$

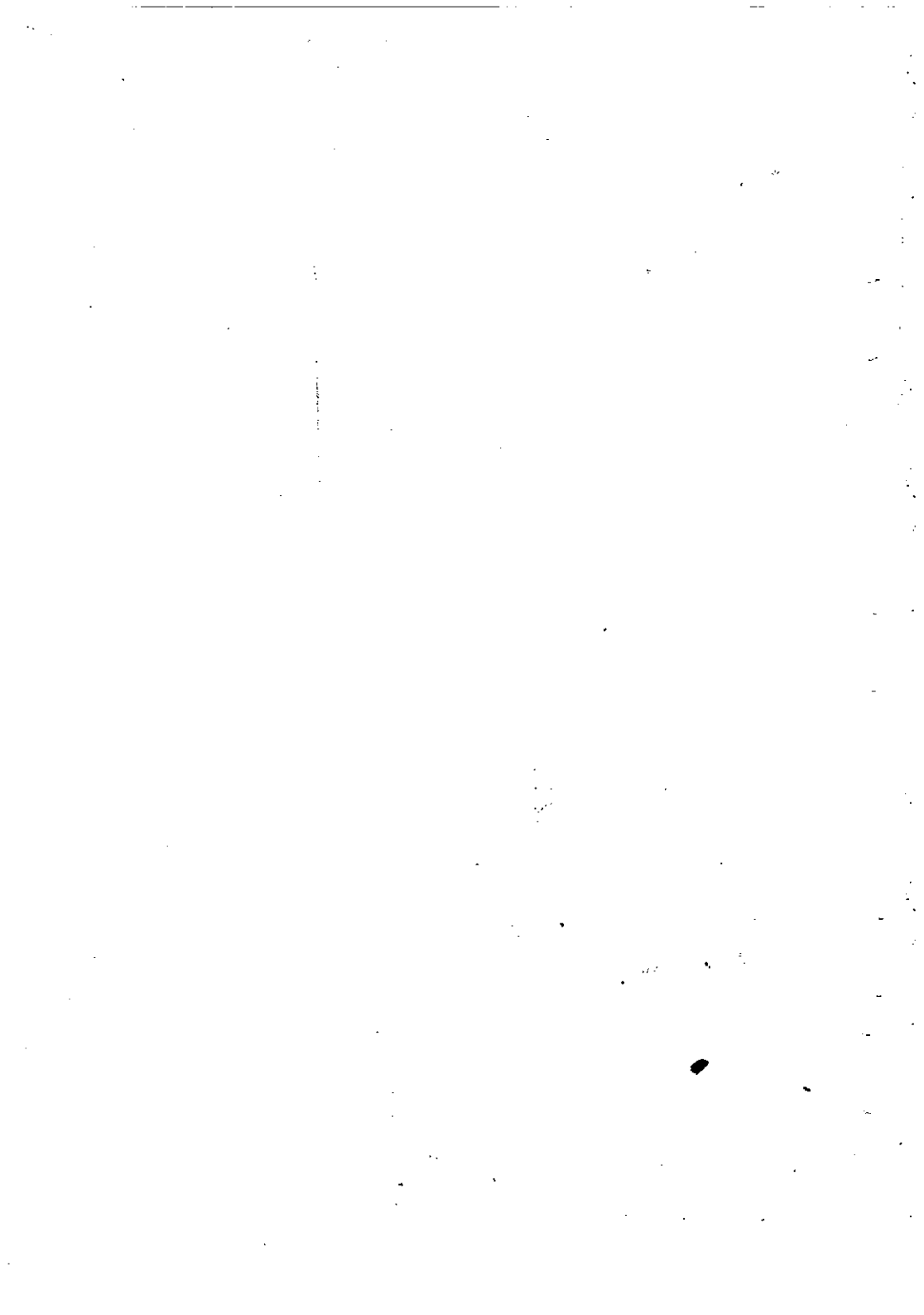
$$v = u + at$$

$$s = ut + 1/2 at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI



TẶNG HẢI TUÂN

# CÔNG PHÁP VẬT LÝ

**Sách dành cho:**

- ✓ Học sinh lớp 10, 11, 12 đang chuẩn bị cho kì thi THPT Quốc gia
- ✓ Học sinh ôn thi THPT Quốc gia bị mất gốc môn Vật lí
- ✓ Học sinh ôn thi HSG thành phố, HSG tỉnh lớp 12
- ✓ Những người yêu thích Vật lí phổ thông

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội

Điện thoại: Biên tập – Chế bản: (04) 39714896;

Quản lý xuất bản: (043) 9728806; Tổng biên tập: (04) 397 15011

Fax: (04) 39729436

*Chịu trách nhiệm xuất bản:*

*Giám đốc – Tổng biên tập:* TS. PHẠM THỊ TRÂM

*Biên tập:*

*Chế bản:* CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN VIỆT NAM – VEDU CORP

*Trình bày bìa:* NGUYỄN SƠN TÙNG

*Sửa bản in:* LƯƠNG VĂN THÙY – NGUYỄN THỊ CHIÊN

*Đối tác liên kết xuất bản:*

CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN VIỆT NAM – VEDU CORP

*Địa chỉ:* 101 Nguyễn Ngọc Nại, Thanh Xuân, Hà Nội

---

**SÁCH LIÊN KẾT**

**CÔNG PHÁP VẬT LÝ**

---

Mã số: 1L – 625 ĐH2015

In 2000 cuốn, khổ A4 tại Nhà máy in Bộ Tổng Tham Mưu

Địa chỉ: K13 đường Ngọc Hồi, Thanh Trì, Hà Nội

Số xuất bản: 3233 – 2015/CXB, IPH/3 - 374/ĐHQGHN, ngày 07/01/2016

Quyết định xuất bản số: 624 LK-TN QĐ – NXBĐHQGHN, ngày 11/01/2016

In xong và nộp lưu chiểu năm 2016.

# LỜI MỞ ĐẦU

Bạn là một học sinh đang ôn thi THPT Quốc gia môn Vật lí?

Bạn là một học sinh mất gốc môn Vật lí?

Bạn là một học sinh muốn chuẩn bị tốt nhất cho kì thi THPT Quốc gia với môn thi Vật lí?

Bạn chưa chọn được cho mình một cuốn sách tham khảo môn Vật lí để chuẩn bị tốt cho kì thi?

Bạn là một người thích tìm tòi, học hỏi và đam mê Vật lí phổ thông?

Đây là cuốn sách dành cho bạn!

Bạn đang cầm trên tay cuốn sách “Công phá Vật lí”. Cuốn sách được viết bởi một tác giả đam mê Vật lí từ hồi học phổ thông, theo chuyên ngành Sư phạm Vật lí trường Đại học Sư phạm Hà Nội và đến hiện tại vẫn cháy với đam mê đó. Cuốn sách này là tổng hợp những kiến thức, kinh nghiệm mà tác giả tích lũy từ hồi học phổ thông; khi tham gia các diễn đàn, các nhóm Vật lí trên mạng; khi tham gia giảng dạy.

Cuốn sách gồm 11 chương và 2 phụ lục.

**PHỤ LỤC 1: BỔ TRỢ KIẾN THỨC VẬT LÍ 10, 11.** Trong phụ lục này, tác giả hệ thống lại các kiến thức cơ bản cần nắm vững về chương trình Vật lí lớp 10, 11 với mục đích để ngay cả những học sinh mất gốc cũng có thể có kiến thức tốt phục vụ cho việc học Vật lí 12 cũng như ôn thi THPT Quốc gia môn Vật lí.

**PHỤ LỤC 2: BỔ TRỢ KIẾN THỨC TOÁN.** Toán là một phần không thể thiếu để học tốt môn Vật lí. Trong quá trình giảng dạy, gia sư, tác giả nhận thấy nhiều học sinh học không tốt môn Vật lí là do kiến thức Toán còn hổng và kĩ năng tính toán kém. Phụ lục này tác giả nhắc lại những kiến thức cơ bản và nền tảng để có thể học tốt Vật lí 12.

**CHƯƠNG 0: CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI VẬT LÍ.** Trong chương này, tác giả trình bày 3 phương pháp giải Vật lí chính giúp bạn đọc có cái nhìn tổng quát khi đứng trước một bài tập Vật lí.

**CHƯƠNG 1-8:** Từ chương 1 đến chương 8 là toàn bộ kiến thức Vật lí 12 phục vụ cho kì thi THPT Quốc gia, được tác giả hệ thống lại các kiến thức lí thuyết trọng tâm; hững kiến thức cần lưu ý được tác giả giải thích rất chi tiết. Trong phần bài tập, tác giả nêu ra các phương pháp tổng quát cho mỗi dạng bài cụ thể, đi liền sau đó là các ví dụ minh họa để vận dụng phương pháp, và cuối cùng là bài tập tự luyện để bạn đọc có thể luyện tập thêm.

**CHƯƠNG 9: BÀI TẬP CHUYÊN ĐỀ ĐỒ THỊ.** Tác giả đã hệ thống lại các bài tập đồ thị kèm phân tích chi tiết lời giải giúp cho bạn đọc có cái nhìn tốt hơn khi đứng trước một bài toán đồ thị.

**CHƯƠNG 10: CHUYÊN ĐỀ THÍ NGHIỆM THỰC HÀNH.** Trong chương này, tác giả nhắc lại những kiến thức cơ bản về bài toán thí nghiệm, thực hành và xử lí số liệu – bài toán mà học sinh THPT trong kì học Vật lí 10, 11, 12 thường bỏ qua.

## CHƯƠNG 11: ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CÁC NĂM GẦN ĐÂY

Trong chương này, tác giả hệ thống lại 3 đề thi THPT Quốc gia các năm gần đây: 2013, 2014, 2015 kèm lời giải chi tiết và Bình luận. Từ đó, giúp bạn đọc có cái nhìn tổng quát về những kiến thức được học và kiến thức trong đề thi, để từ đó có tâm lý tốt, tự tin khi đi thi.

---

Mặc dù đã dành rất nhiều thời gian và tâm huyết để hoàn thành cuốn sách, nhưng sai sót là không thể tránh khỏi vì thời gian và kiến thức còn hạn chế.

Tác giả rất mong nhận được sự góp ý và phản hồi của bạn đọc để cuốn sách hoàn thiện hơn. Những góp ý của bạn đọc sẽ là động lực mạnh mẽ để tác giả bổ sung hoàn thiện cuốn sách hơn nữa cho những lần tái bản tiếp theo.

Mọi góp ý về cuốn sách, xin vui lòng gửi về hòm thư điện tử [tanghaituan@vatliphothong.vn](mailto:tanghaituan@vatliphothong.vn) hoặc gửi về địa chỉ website: [www.congphali.com](http://www.congphali.com)

Tác giả xin chân thành cảm ơn!!!

Thân mến,

Tăng Hải Tuấn

## LỜI CẢM ƠN

Cuốn sách này không thể hoàn thiện và không nếu không có sự giúp đỡ từ mọi người!

Đầu tiên, tôi xin gửi lời cảm ơn sâu sắc nhất đến bố mẹ – những người đã sinh thành và nuôi nấng, dạy dỗ, chỉ bảo tôi. Dù có những lúc gia đình gặp rất nhiều khó khăn, nhưng bố mẹ luôn tạo điều kiện tốt nhất cho tôi học tập và phát triển, luôn động viên những lúc tôi gặp khó khăn nhất!!! Thông qua cuốn sách này, con xin gửi lời đến bố mẹ: “Con cảm ơn bố mẹ nhiều lắm!!!”

Tiếp theo, tôi xin gửi lời cảm ơn đến tất cả các thầy cô giáo đã dùng dạy bảo, dìu dắt tôi trong quá trình học tập.

Đặc biệt, tôi xin gửi lời tri ân đến thầy Nguyễn Viết Huy – Thái Bình – người thầy đã truyền cảm hứng môn Vật lí cho tôi. Tôi xin gửi lời cảm ơn đến thầy Bùi Đình Thân – Giáo viên THCS Lương Thế Vinh – Thái Bình – đã có những lời khuyên, chỉ bảo chân thành giúp tôi càng yêu hơn nghề mình đã chọn – giáo viên Vật lí.

Tôi xin gửi lời cảm ơn đến bạn Trần Phương Duy – tổ trưởng chuyên môn Hóa của Lovebook – đã sát cánh suốt quá trình tôi viết cuốn sách này, giúp đỡ tôi rất nhiều về hình thức bản thảo, hỗ trợ LaTeX để cuốn sách được hoàn thiện như ngày hôm nay.

Tôi xin gửi lời cảm ơn đến các anh em trong nhà sách Lovebook đã luôn sát cánh cùng tôi trong quá trình tạo ra không chỉ cuốn sách này, mà còn những cuốn sách khác nữa!

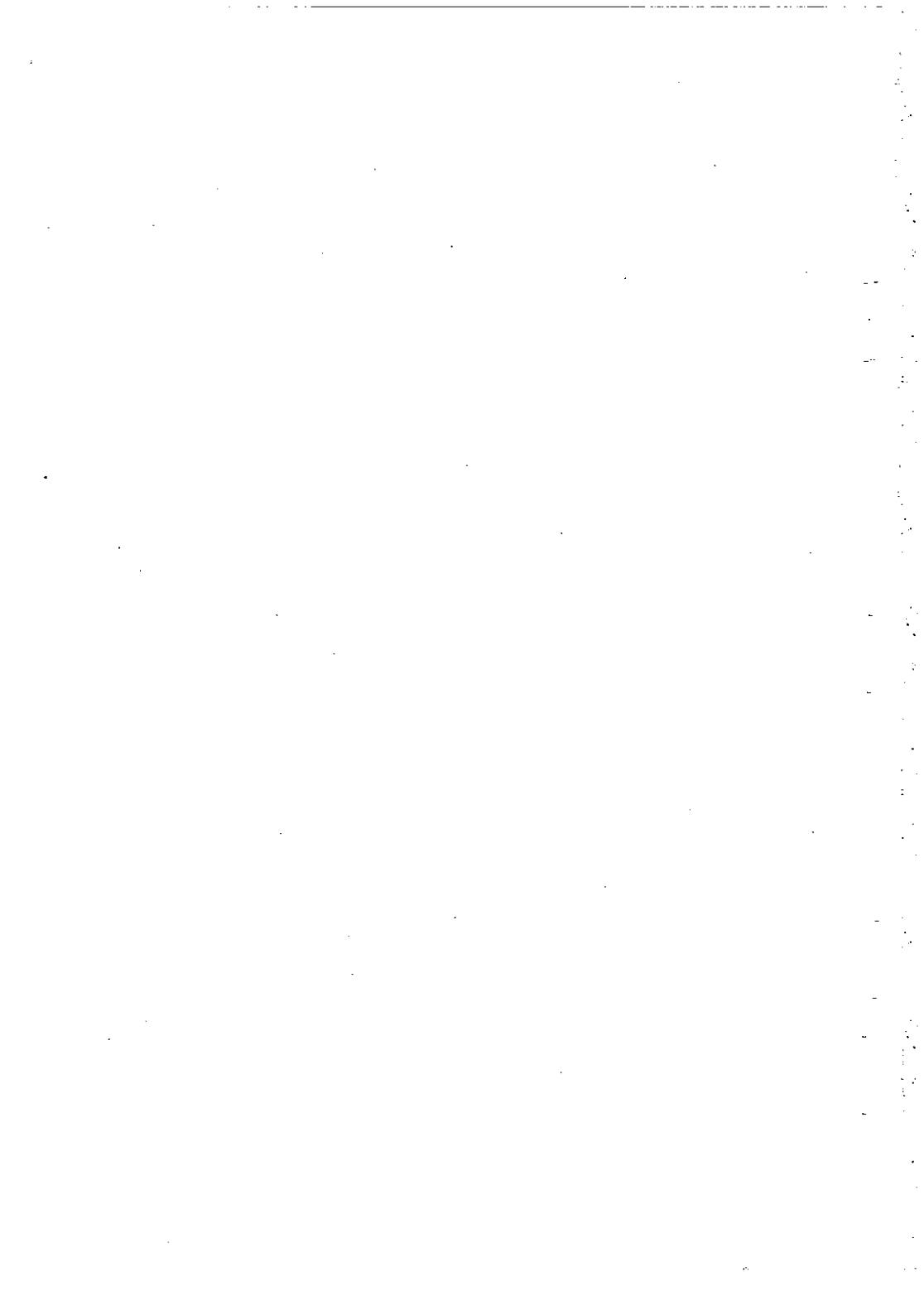
Và đặc biệt, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành đến anh Lương Văn Thùy – Sáng lập Lovebook và là giám đốc công ty VEDU – đã luôn động viên, tạo điều kiện tốt nhất cho tôi từ khi lên ý tưởng cuốn sách đến lúc cuốn sách được hoàn thành. Nếu không có sự hỗ trợ từ anh Lương Văn Thùy và nhà xuất bản thì cuốn sách này không thể tới tay bạn đọc. Anh cũng là người luôn khuyên bảo tôi chân thành trong những lúc tôi mắc sai lầm.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn đến bạn đọc – những người đang cầm trên tay cuốn sách này. Hi vọng cuốn sách sẽ là hành trang đắc lực và là tài liệu tham khảo tốt cho bạn đọc.

Một lần nữa, tôi xin chân thành cảm ơn!!!

Thân mến,

Tặng Hải Tuấn





# Mục lục

<b>DANH SÁCH BẢNG</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>PHỤ LỤC 1: BỔ TRỢ KIẾN THỨC VẬT LÝ LỚP 10, 11</b> . . . . .	<b>30</b>
<b>A. VẬT LÝ 10</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>I. PHẦN MỘT – CƠ HỌC</b> . . . . .	<b>34</b>
1. Động học chất điểm . . . . .	34
1.1. Chuyển động thẳng đều . . . . .	34
1.2. Chuyển động thẳng biến đổi đều . . . . .	34
1.3. Sự rơi tự do . . . . .	35
1.4. Chuyển động tròn đều . . . . .	35
2. Động lực học chất điểm . . . . .	36
2.1. Tổng hợp và phân tích lực. Điều kiện cân bằng của chất điểm . . . . .	36
2.2. Ba định luật Niu-tơn . . . . .	36
2.3. Lực hấp dẫn. Định luật vạn vật hấp dẫn . . . . .	36
2.4. Lực đàn hồi của lò xo. Định luật Húc . . . . .	37
2.5. Lực ma sát . . . . .	37
2.6. Lực hướng tâm . . . . .	37
2.7. Bài toán về chuyển động ném ngang – ném xiên . . . . .	38
3. Các định luật bảo toàn . . . . .	39
3.1. Động lượng. Định luật bảo toàn động lượng . . . . .	39
3.2. Công và Công suất . . . . .	39
3.3. Động năng – Thế năng – Cơ năng . . . . .	40
<b>II. PHẦN HAI – NHIỆT HỌC</b> . . . . .	<b>41</b>
1. Chất rắn và chất lỏng. Sự chuyển thể . . . . .	41
1.1. Biến dạng cơ của vật rắn . . . . .	41
1.2. Sự nở vì nhiệt của vật rắn . . . . .	41
<b>B. VẬT LÝ 11</b> . . . . .	<b>42</b>
<b>I. ĐIỆN TÍCH – ĐIỆN TRƯỜNG</b> . . . . .	<b>42</b>
1. Định luật Cu lông . . . . .	42
2. Điện trường . . . . .	42
3. Công của lực điện trường . . . . .	43
4. Tụ điện . . . . .	43
<b>II. DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI</b> . . . . .	<b>44</b>
1. Dòng điện . . . . .	44
2. Định luật Ôm với đoạn mạch chỉ có điện trở . . . . .	44

3.	Điện năng và công suất điện. Định luật Jun-Lenxơ . . . . .	45
3.1.	Công và công suất của dòng điện chạy qua một đoạn mạch . . . . .	45
3.2.	Công và công suất của nguồn điện . . . . .	46
3.3.	Công và công suất của các dụng cụ tiêu thụ điện . . . . .	46
III.	TỪ TRƯỜNG . . . . .	47
1.	Từ trường . . . . .	47
2.	Lực từ tác dụng lên dây dẫn mang dòng điện . . . . .	48
3.	Nguyên lí chống chất từ trường . . . . .	48
4.	Tương tác giữa hai dòng điện thẳng song song. Lực Lorenxơ . . . . .	48
5.	Khung dây mang dòng điện đặt trong từ trường . . . . .	49
IV.	CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ . . . . .	50
1.	Từ thông. . . . .	50
2.	Hiện tượng cảm ứng điện từ . . . . .	50
3.	Chiều của dòng điện cảm ứng. Định luật Len-xơ . . . . .	51
4.	Định luật Fa-ra-đây về cảm ứng điện từ . . . . .	51
5.	Suất điện động cảm ứng trong một đoạn dây dẫn chuyển động . . . . .	51
6.	Hiện tượng tự cảm . . . . .	51
7.	Năng lượng từ trường trong ống dây . . . . .	51
V.	KHÚC XA ÁNH SÁNG . . . . .	51
1.	Hiện tượng khúc xạ ánh sáng . . . . .	51
2.	Định luật khúc xạ ánh sáng. . . . .	51
3.	Chiết suất tuyệt đối. . . . .	52
4.	Hiện tượng phản xạ toàn phần. . . . .	52
VI.	LĂNG KÍNH . . . . .	53
1.	Định nghĩa . . . . .	53
2.	Các công thức lăng kính . . . . .	53
	<b>PHỤ LỤC 2: BỔ TRỢ KIẾN THỨC TOÁN . . . . .</b>	<b>54</b>
A.	Dại số . . . . .	55
I.	Tam thức bậc hai . . . . .	55
II.	Bất đẳng thức . . . . .	55
III.	Phương trình, bất phương trình . . . . .	56
IV.	Lũy thừa, Logarit. . . . .	57
V.	Lượng giác . . . . .	58
VI.	Đạo hàm, nguyên hàm, tích phân . . . . .	60
VII.	Tích vô hướng của hai vectơ . . . . .	61
B.	Hình học . . . . .	61
I.	Hệ thức lượng trong tam giác . . . . .	61
II.	Các công thức tính diện tích . . . . .	62

III. Các phương trình . . . . .	63
1. Phương trình đường tròn . . . . .	63
2. Phương trình đường Elip . . . . .	63
3. Phương trình đường Hypebol . . . . .	63
<b>NỘI DUNG GIẢM TẢI MÔN VẬT LÍ 12 . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>CHƯƠNG 0. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI VẬT LÍ . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>A. PHƯƠNG PHÁP SỐ PHỨC. . . . .</b>	<b>66</b>
I. Cơ sở phương pháp . . . . .	66
II. Sử dụng máy tính thực hiện phép toán về số phức . . . . .	67
III. Vận dụng phương pháp trong bài toán tổng hợp dao động . . . . .	68
1. Cách nhập vào máy tính . . . . .	68
2. Bài tập vận dụng. . . . .	68
3. Bài tập tự luyện . . . . .	71
IV. Vận dụng phương pháp giải bài toán điện xoay chiều . . . . .	72
1. Tổng trở phức. Định luật Ôm dạng phức . . . . .	72
2. Vận dụng. . . . .	73
2.1. Viết biểu thức cường độ dòng điện và hiệu điện thế tức thời . . . . .	73
2.2. Xác định các đại lượng trong mạch . . . . .	76
V. Lời kết về phương pháp số phức . . . . .	78
<b>B. PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ VECTO . . . . .</b>	<b>79</b>
I. Cơ sở phương pháp . . . . .	79
II. Ví dụ minh họa . . . . .	81
III. Lời kết về phương pháp giản đồ vectơ . . . . .	90
IV. Bài tập tự luyện . . . . .	91
<b>C. PHƯƠNG PHÁP CHUẨN HÓA . . . . .</b>	<b>96</b>
I. Lịch sử phương pháp . . . . .	96
II. Cơ sở phương pháp . . . . .	96
III. Ví dụ minh họa . . . . .	98
IV. Chuẩn hóa trong bài toán tần số (hoặc tần số góc) biến thiên. . . . .	102
V. Chuẩn hóa trong truyền tải điện năng . . . . .	106
VI. Chuẩn hóa trong bài toán liên quan đến máy phát điện xoay chiều một pha . . . . .	112
VII. Một số bài tập vận dụng và nâng cao có đáp án . . . . .	115
VIII. Lời kết về phương pháp chuẩn hóa . . . . .	120
<b>CHƯƠNG 1. DAO ĐỘNG CƠ. . . . .</b>	<b>121</b>
<b>A. LÝ THUYẾT. . . . .</b>	<b>121</b>
I. Dao động. . . . .	121
II. Dao động tuần hoàn . . . . .	121

III. Dao động điều hòa . . . . .	121
1. Định nghĩa . . . . .	121
2. Phương trình dao động . . . . .	121
3. Các đại lượng đặc trưng của dao động điều hòa . . . . .	121
4. Phương trình vận tốc . . . . .	122
5. Phương trình gia tốc . . . . .	123
IV. Các phương trình độc lập thời gian . . . . .	124
1. Phương trình độc lập thời gian giữa $v$ và $x$ . . . . .	124
2. Phương trình độc lập thời gian giữa $a$ và $v$ . . . . .	124
3. Phương trình độc lập thời gian giữa $x$ và $a$ . . . . .	124
V. Con lắc lò xo . . . . .	125
1. Con lắc lò xo nằm ngang . . . . .	125
2. Con lắc lò xo thẳng đứng . . . . .	126
3. Năng lượng của con lắc lò xo . . . . .	127
3.1. Động năng . . . . .	127
3.2. Thế năng . . . . .	127
3.3. Cơ năng . . . . .	128
VI. Tổng hợp dao động . . . . .	128
1. Mối quan hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hòa . . . . .	128
2. Tổng hợp dao động bằng phương pháp véc tơ quay . . . . .	129
VII. Con lắc đơn . . . . .	131
1. Cấu tạo . . . . .	131
2. Thí nghiệm . . . . .	131
3. Phương trình dao động của con lắc đơn . . . . .	131
4. Phương trình vận tốc trong dao động điều hòa của con lắc đơn . . . . .	131
5. Phương trình gia tốc trong dao động điều hòa của con lắc đơn . . . . .	131
6. Các phương trình độc lập thời gian . . . . .	132
7. Năng lượng của con lắc đơn . . . . .	132
7.1. Động năng của con lắc đơn . . . . .	132
7.2. Thế năng của con lắc đơn . . . . .	132
7.3. Cơ năng của con lắc đơn . . . . .	132
VIII. Các loại dao động . . . . .	132
1. Dao động tự do . . . . .	132
2. Dao động tắt dần . . . . .	132
2.1. Định nghĩa . . . . .	132
2.2. Nguyên nhân . . . . .	132
2.3. Đặc điểm . . . . .	132
2.4. Ứng dụng . . . . .	132

3.	Dao động duy trì . . . . .	132
3.1.	Định nghĩa . . . . .	132
3.2.	Ứng dụng. . . . .	133
4.	Dao động cưỡng bức. Sự cộng hưởng . . . . .	133
4.1.	Định nghĩa . . . . .	133
4.2.	Đặc điểm. . . . .	133
4.3.	Hiện tượng cộng hưởng . . . . .	133
5.	Ví dụ minh họa . . . . .	133
6.	Trắc nghiệm tự luyện . . . . .	136
<b>B.</b>	<b>PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI . . . . .</b>	<b>140</b>
I.	TRẮC NGHIỆM LÝ THUYẾT . . . . .	140
II.	BÀI TẬP VỀ CON LẮC Lò xo . . . . .	147
1.	Bài toán đại cương về dao động điều hòa và con lắc lò xo . . . . .	147
1.1.	Phương pháp . . . . .	147
1.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	147
1.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	152
2.	Bài toán về cắt ghép lò xo . . . . .	159
2.1.	Phương pháp . . . . .	159
2.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	160
2.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	162
3.	Bài toán thời gian . . . . .	166
3.1.	Phương pháp . . . . .	166
3.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	167
3.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	177
4.	Bài toán quỹ đạo đường. . . . .	181
4.1.	Phương pháp . . . . .	181
4.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	183
4.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	187
5.	Bài toán vận tốc, tốc độ . . . . .	190
5.1.	Phương pháp . . . . .	190
5.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	190
5.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	194
6.	Bài toán lực đàn hồi, lực hồi phục . . . . .	196
6.1.	Phương pháp . . . . .	196
6.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	198
6.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	202
7.	Bài toán năng lượng trong dao động điều hòa . . . . .	206
7.1.	Phương pháp . . . . .	206
7.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	206

7.3. Bài tập tự luyện	207
8. Bài toán viết phương trình dao động	208
8.1. Phương pháp	208
8.2. Ví dụ minh họa	209
8.3. Bài tập tự luyện	213
9. Bài toán tổng hợp dao động	214
9.1. Phương pháp	214
9.2. Ví dụ minh họa	214
10. Bài toán hai vật dao động	218
10.1. Phương pháp	218
10.2. Ví dụ minh họa	218
11. Các bài toán tổng hợp	230
III. BÀI TẬP VỀ CON LẮC ĐƠN	233
1. Bài toán đại cương về con lắc đơn	233
1.1. Phương pháp	233
1.2. Ví dụ minh họa	233
1.3. Bài tập tự luyện	236
2. Bài toán năng lượng, vận tốc, gia tốc, lực căng dây của con lắc đơn	242
2.1. Phương pháp	242
2.2. Ví dụ minh họa	245
2.3. Bài tập tự luyện	251
3. Con lắc chịu tác dụng của lực ngoài	255
3.1. Phương pháp	255
3.2. Lực ngoài là lực đẩy Ac-si-mét.	255
3.3. Lực ngoài là lực điện	256
3.4. Lực ngoài là lực quán tính	258
3.5. Ví dụ minh họa	258
3.6. Bài tập tự luyện	264
<b>CHƯƠNG 2. SÓNG CƠ</b>	<b>269</b>
A. LÝ THUYẾT	269
I. Sóng cơ học và các đặc trưng	269
1. Định nghĩa	269
2. Phân loại	269
3. Các đặc trưng của một sóng hình sin	269
3.1. Biên độ của sóng	269
3.2. Chu kì, tần số của sóng	269
3.3. Tốc độ truyền sóng	269
3.4. Bước sóng	270
3.5. Năng lượng sóng	270

3.6. Chú ý . . . . .	270
II. Phương trình sóng . . . . .	270
1. Phương trình sóng . . . . .	270
2. Một số tính chất của sóng suy ra từ phương trình sóng . . . . .	271
III. Giao thoa sóng . . . . .	271
1. Định nghĩa . . . . .	271
2. Điều kiện để có giao thoa sóng . . . . .	271
3. Phương trình dao động của một điểm trên vùng giao thoa . . . . .	271
4. Vị trí cực đại và cực tiểu giao thoa . . . . .	273
4.1. Trường hợp hai nguồn lệch pha nhau bất kì . . . . .	273
4.2. Trường hợp hai nguồn cùng pha . . . . .	275
4.3. Trường hợp hai nguồn ngược pha . . . . .	275
IV. Sóng dừng . . . . .	276
1. Khái niệm sóng phản xạ . . . . .	276
2. Đặc điểm của sóng phản xạ . . . . .	276
3. Khái niệm về sóng dừng . . . . .	276
4. Phương trình sóng dừng . . . . .	276
4.1. Trường hợp 1 đầu dao động nhỏ, 1 đầu cố định . . . . .	276
4.2. Trường hợp 1 đầu dao động nhỏ, 1 đầu tự do . . . . .	278
4.3. Nhận xét quan trọng . . . . .	279
V. Sóng âm . . . . .	281
1. Khái niệm . . . . .	281
2. Những đặc trưng vật lý của âm . . . . .	281
2.1. Tần số âm . . . . .	281
2.2. Tốc độ truyền âm . . . . .	281
2.3. Năng lượng âm . . . . .	281
2.4. Cường độ âm . . . . .	281
2.5. Mức cường độ âm . . . . .	281
3. Những đặc trưng sinh lý của âm . . . . .	282
3.1. Độ cao. . . . .	282
3.2. Độ to . . . . .	282
3.3. Âm sắc . . . . .	282
B. PHẦN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI . . . . .	283
I. Bài tập đại cương sóng cơ . . . . .	283
1. Bài toán sự truyền sóng . . . . .	283
2. Bài toán liên quan đến độ lệch pha của hai phần tử môi trường . . . . .	285
3. Bài toán tìm số điểm dao động lệch pha so với một điểm nào đó . . . . .	287
3.1. Phương pháp . . . . .	287
3.2. Ví dụ minh họa . . . . .	287

II. Bài tập giao thoa . . . . .	289
1. Bài toán đại cương giao thoa sóng . . . . .	289
1.1. Phương pháp . . . . .	289
1.2. Ví dụ minh họa . . . . .	289
2. Bài toán điểm dao động với biên độ cực đại (cực tiểu) hoặc biên độ bất kì . . . . .	293
2.1. Phương pháp . . . . .	293
2.2. Ví dụ minh họa . . . . .	293
2.3. Tìm số điểm dao động với biên độ bất kì . . . . .	299
3. Bài toán điểm dao động lệch pha so với một điểm nào đó . . . . .	300
3.1. Phương pháp . . . . .	300
3.2. Ví dụ minh họa . . . . .	300
4. Bài toán điểm dao động với biên độ cực đại (cực tiểu) đồng thời lệch pha so với một điểm nào đó . . . . .	302
4.1. Phương pháp . . . . .	302
4.2. Ví dụ minh họa . . . . .	302
5. Bài toán cực trị trong giao thoa . . . . .	305
5.1. Phương pháp . . . . .	305
5.2. Ví dụ minh họa . . . . .	305
6. Bài tập tự luyện . . . . .	311
III. Bài tập sóng dừng . . . . .	317
1. Bài tập đại cương về sóng dừng . . . . .	317
2. Bài toán về độ lệch pha giữa các phần tử trong sóng dừng . . . . .	326
2.1. Phương pháp . . . . .	326
2.2. Ví dụ minh họa . . . . .	326
IV. Bài tập sóng âm . . . . .	331
1. Bài toán liên quan đến cường độ âm, mức cường độ âm . . . . .	331
1.1. Phương pháp . . . . .	331
1.2. Ví dụ minh họa . . . . .	332
1.3. Bài tập tự luyện . . . . .	341
2. Bài toán liên quan đến dây đàn, sáo . . . . .	342
<b>CHƯƠNG 3. DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỬ . . . . .</b>	<b>345</b>
A. LÍ THUYẾT . . . . .	345
I. Dao động điện từ trong mạch LC . . . . .	345
1. Sự biến thiên điện tích và dòng điện trong mạch dao động . . . . .	345
2. Năng lượng điện từ trong mạch dao động . . . . .	345
3. Các loại dao động điện từ . . . . .	346
4. Sự tương tự giữa dao động điện từ và dao động cơ . . . . .	346



II.	Điện từ trường – Sóng điện từ . . . . .	346
1.	Điện từ trường . . . . .	346
1.1.	Giả thuyết của Mắc-xoen . . . . .	346
1.2.	Dòng điện dẫn và dòng điện dịch . . . . .	347
2.	Sóng điện từ . . . . .	347
2.1.	Định nghĩa . . . . .	347
2.2.	Đặc điểm . . . . .	347
2.3.	Tính chất . . . . .	348
2.4.	Một số chú ý quan trọng . . . . .	348
3.	Sóng vô tuyến . . . . .	348
3.1.	Định nghĩa . . . . .	348
3.2.	Phân loại . . . . .	348
3.3.	Đặc tính . . . . .	348
4.	Truyền thông bằng sóng điện từ . . . . .	349
4.1.	Mạch dao động kín, mạch dao động hở . . . . .	349
4.2.	Anten . . . . .	349
4.3.	Nguyên tắc phát và thu sóng điện từ . . . . .	349
4.4.	Nguyên tắc truyền thông bằng sóng điện từ . . . . .	349
III.	Trắc nghiệm lí thuyết . . . . .	350
1.	Ví dụ minh họa . . . . .	350
2.	Bài tập tự luyện . . . . .	352
B.	PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI . . . . .	358
I.	Bài toán đại cương về dao động và sóng điện từ . . . . .	358
1.	Phương pháp . . . . .	358
2.	Ví dụ minh họa . . . . .	359
II.	Bài toán viết biểu thức $q, i, u$ . . . . .	363
1.	Phương pháp . . . . .	363
2.	Ví dụ minh họa . . . . .	363
3.	Bài tập tự luyện . . . . .	364
III.	Bài toán năng lượng trong mạch dao động LC . . . . .	367
1.	Phương pháp . . . . .	367
2.	Ví dụ minh họa . . . . .	367
3.	Bài tập tự luyện . . . . .	369
IV.	Bài toán về truyền thông sóng điện từ . . . . .	372
1.	Phương pháp . . . . .	372
2.	Ví dụ minh họa . . . . .	372

<b>CHƯƠNG 4. ĐIỆN XOAY CHIỀU</b> . . . . .	<b>375</b>
<b>A. LÝ THUYẾT.</b> . . . . .	<b>375</b>
<b>I. Nguyên tắc tạo ra dòng điện xoay chiều</b> . . . . .	<b>375</b>
1. Nguyên tắc tạo ra dòng điện xoay chiều . . . . .	375
2. Biểu thức từ thông và suất điện động . . . . .	375
3. Biểu thức hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong mạch. . . . .	375
<b>II. Các giá trị hiệu dụng của dòng điện xoay chiều</b> . . . . .	<b>376</b>
<b>III. Định luật Ôm cho các loại đoạn mạch điện xoay chiều. Cộng hưởng điện</b> . . . . .	<b>377</b>
1. Đoạn mạch xoay chiều chỉ có R . . . . .	377
2. Đoạn mạch xoay chiều chỉ có cuộn cảm thuần L . . . . .	377
3. Đoạn mạch xoay chiều chỉ có tụ điện C . . . . .	377
4. Đoạn mạch xoay chiều gồm các phần tử R, L, C mắc nối tiếp. . . . .	377
4.1. Tổng trở của mạch . . . . .	377
4.2. Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong mạch . . . . .	378
4.3. Định luật Ôm . . . . .	378
5. Cộng hưởng điện . . . . .	378
<b>IV. Công suất của dòng điện xoay chiều</b> . . . . .	<b>379</b>
1. Công suất tức thời . . . . .	379
2. Công suất của dòng điện xoay chiều . . . . .	379
<b>V. Máy biến áp, truyền tải điện năng</b> . . . . .	<b>379</b>
1. Máy biến áp. . . . .	379
1.1. Định nghĩa . . . . .	379
1.2. Cấu tạo . . . . .	379
1.3. Nguyên tắc hoạt động . . . . .	379
1.4. Công thức máy biến áp . . . . .	379
2. Truyền tải điện năng . . . . .	380
<b>VI. Động cơ không đồng bộ ba pha</b> . . . . .	<b>380</b>
<b>B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI</b> . . . . .	<b>381</b>
<b>I. Bài toán đại cương về điện xoay chiều.</b> . . . . .	<b>381</b>
1. Phương pháp . . . . .	381
2. Bài tập tự luyện . . . . .	381
<b>II. Bài toán viết biểu thức cường độ dòng điện, hiệu điện thế</b> . . . . .	<b>392</b>
<b>III. Bài toán liên quan đến các giá trị tức thời <math>u, i</math></b> . . . . .	<b>392</b>
1. Phương pháp . . . . .	392
2. Ví dụ minh họa . . . . .	393
3. Bài tập tự luyện . . . . .	405
<b>IV. Bài toán công suất tiêu thụ, hệ số công suất</b> . . . . .	<b>408</b>
1. Phương pháp . . . . .	408
2. Bài tập tự luyện . . . . .	408

V.	Bài toán điện trở $R$ biến thiên . . . . .	419
VI.	Bài toán cuộn cảm $L$ biến thiên . . . . .	424
	1. Phương pháp . . . . .	424
	2. Bài tập tự luyện . . . . .	432
VII.	Bài toán điện dung $C$ biến thiên . . . . .	436
	1. Phương pháp . . . . .	436
	2. Bài tập tự luyện . . . . .	444
VIII.	Bài toán tần số $f$ biến thiên . . . . .	449
IX.	Bài toán về máy biến áp, truyền tải điện năng . . . . .	457
	1. Phương pháp . . . . .	457
	2. Ví dụ minh họa . . . . .	457
	3. Bài tập tự luyện . . . . .	464
C.	BÀI TẬP TỔNG HỢP CHỌN LỌC . . . . .	474
<b>CHƯƠNG 5. SÓNG ÁNH SÁNG . . . . .</b>		<b>557</b>
A.	LÍ THUYẾT . . . . .	557
I.	Hiện tượng tán sắc ánh sáng . . . . .	557
	1. Định nghĩa . . . . .	557
	2. Ánh sáng đơn sắc, ánh sáng trắng . . . . .	557
	3. Giải thích hiện tượng tán sắc ánh sáng . . . . .	557
	4. Ứng dụng của sự tán sắc ánh sáng . . . . .	557
II.	Hiện tượng giao thoa ánh sáng . . . . .	557
	1. Nhiễu xạ ánh sáng – Giao thoa ánh sáng . . . . .	557
	1.1. Nhiễu xạ ánh sáng . . . . .	557
	1.2. Hiện tượng giao thoa ánh sáng . . . . .	558
	1.3. Bước sóng và màu sắc ánh sáng . . . . .	558
III.	Quang phổ . . . . .	558
	1. Máy quang phổ lăng kính . . . . .	558
	2. Các loại quang phổ . . . . .	558
	3. Hiện tượng đảo vạch quang phổ . . . . .	559
IV.	Các loại tia . . . . .	560
V.	Thang sóng điện từ . . . . .	560
VI.	Câu hỏi trắc nghiệm lí thuyết . . . . .	560
	1. Ví dụ minh họa . . . . .	560
	2. Bài tập tự luyện . . . . .	562
B.	PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI . . . . .	568
I.	Bài toán về tán sắc ánh sáng . . . . .	568
	1. Phương pháp . . . . .	568
	2. Ví dụ minh họa . . . . .	568
	3. Bài tập tự luyện . . . . .	574

II.	Giao thoa với ánh sáng đơn sắc . . . . .	576
1.	Bài toán vị trí vân sáng, vân tối, khoảng vân . . . . .	576
1.1.	Phương pháp . . . . .	576
1.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	577
1.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	581
2.	Bài toán xác định số vân sáng, vân tối. . . . .	583
2.1.	Phương pháp . . . . .	583
2.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	583
2.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	587
III.	Giao thoa với ánh sáng hỗn hợp . . . . .	591
1.	Giao thoa với ánh sáng trắng . . . . .	591
1.1.	Phương pháp . . . . .	591
1.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	591
2.	Giao thoa với hai ánh sáng đơn sắc . . . . .	595
2.1.	Phương pháp . . . . .	595
2.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	595
2.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	603
3.	Giao thoa với ba ánh sáng đơn sắc . . . . .	606
<b>CHƯƠNG 6. LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG . . . . .</b>		<b>609</b>
A.	LÍ THUYẾT. . . . .	609
I.	Hiện tượng quang điện (ngoài) . . . . .	609
1.	Thí nghiệm của Héc về hiện tượng quang điện. . . . .	609
2.	Hiện tượng quang điện. . . . .	609
3.	Các định luật quang điện . . . . .	609
II.	Thuyết lượng tử ánh sáng (thuyết photon) . . . . .	609
1.	Giả thuyết Plăng . . . . .	609
2.	Thuyết lượng tử ánh sáng. Photon . . . . .	609
III.	Giải thích các định luật quang điện . . . . .	610
1.	Công thức Anh-xanh về hiện tượng quang điện . . . . .	610
2.	Giải thích định luật quang điện thứ nhất . . . . .	610
3.	Giải thích định luật quang điện thứ hai . . . . .	610
4.	Giải thích định luật quang điện thứ ba. . . . .	610
5.	Lượng tính sóng - hạt của ánh sáng. . . . .	610
IV.	Hiện tượng quang điện trong . . . . .	610
1.	Chất quang dẫn . . . . .	610
2.	Hiện tượng quang điện trong . . . . .	611
3.	Quang điện trở . . . . .	611
4.	Pin quang điện . . . . .	611

V.	So sánh hiện tượng quang điện ngoài và quang điện trong . . . . .	.611
VI.	Hiện tượng quang – phát quang . . . . .	.611
	1. Sự phát quang. . . . .	.611
	2. Định luật Xtốc về sự phát quang. . . . .	.611
	3. Ứng dụng của hiện tượng phát quang . . . . .	.611
VII.	Mẫu nguyên tử Bo . . . . .	.611
	1. Tiên đề về trạng thái dừng . . . . .	.611
	2. Tiên đề về sự bức xạ và hấp thụ năng lượng của nguyên tử. . . . .	.612
VIII.	Quang phổ vạch của nguyên tử hiđrô . . . . .	.612
	1. Đặc điểm của quang phổ hiđrô . . . . .	.612
	2. Sự giải thích sự tạo thành các dãy . . . . .	.612
IX.	Sơ lược về laze . . . . .	.613
	1. Đặc điểm của laze . . . . .	.613
	2. Một số ứng dụng của laze . . . . .	.613
B.	PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI . . . . .	.614
I.	Trắc nghiệm lí thuyết . . . . .	.614
	1. Ví dụ minh họa . . . . .	.614
	2. Bài tập tự luyện . . . . .	.615
II.	Bài tập về hiện tượng quang điện . . . . .	.622
	1. Bài toán sử dụng công thức Anhxtanh về hiện tượng quang điện. . . . .	.622
	1.1. Phương pháp . . . . .	.622
	1.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.622
	2. Bài toán hiệu điện thế hãm, hiệu điện thế giữa anot và catot trong tế bào quang điện . . . . .	.624
	2.1. Phương pháp . . . . .	.624
	2.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.624
	3. Bài toán về hiệu suất lượng tử. . . . .	.630
	3.1. Phương pháp . . . . .	.630
	3.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.630
	4. Bài toán về chiều đồng thời hai bức xạ vào tế bào quang điện. . . . .	.631
	5. Bài tập tự luyện . . . . .	.633
III.	Bài tập về quang phổ vạch của nguyên tử Hydro. . . . .	.637
	1. Phương pháp . . . . .	.637
	2. Ví dụ minh họa . . . . .	.638
	3. Bài tập tự luyện . . . . .	.642
IV.	Bài tập về tia Ronghen (tia X) . . . . .	.646
	1. Bước sóng nhỏ nhất, tần số lớn nhất của tia X . . . . .	.646
	1.1. Phương pháp . . . . .	.646
	1.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.646
	1.3. Bài tập tự luyện . . . . .	.647

2.	Vận tốc đại của electron khi đập vào anot.	.647
2.1.	Phương pháp	.647
2.2.	Ví dụ minh họa	.647
2.3.	Bài tập tự luyện	.648
V.	Bài tập tự luyện	.649
<b>CHƯƠNG 7. SƠ LƯỢC VỀ THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP</b>		<b>.655</b>
A.	LÍ THUYẾT.	.655
I.	Thuyết tương đối hẹp	.655
1.	Các tiên đề của Anhtanh	.655
2.	Một số kết quả của thuyết tương đối	.655
II.	Hệ thức Anhtanh giữa năng lượng và khối lượng	.655
1.	Khối lượng tương đối tính	.655
2.	Hệ thức Anhtanh giữa năng lượng và khối lượng	.655
3.	Năng lượng photon	.656
III.	So sánh giữa cơ học Newton và cơ học tương đối tính.	.656
B.	BÀI TẬP.	.657
I.	Bài tập về hai tiên đề của Anhtanh	.657
II.	Bài tập về hệ thức Anhtanh giữa năng lượng và khối lượng	.658
<b>CHƯƠNG 8. HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ</b>		<b>.661</b>
A.	LÍ THUYẾT.	.661
I.	Cấu tạo hạt nhân nguyên tử	.661
1.	Cấu tạo hạt nhân nguyên tử	.661
2.	Kí hiệu hạt nhân	.661
3.	Bán kính hạt nhân	.661
4.	Lực hạt nhân	.662
5.	Đồng vị	.662
6.	Khối lượng nguyên tử, khối lượng hạt nhân	.662
II.	Hiện tượng phóng xạ	.662
1.	Khái niệm	.662
2.	Đặc điểm	.662
3.	Các tia phóng xạ	.662
3.1.	Tia $\alpha$	.663
3.2.	Tia $\beta$	.663
3.3.	Tia $\gamma$	.663
4.	Định luật phóng xạ	.663
4.1.	Đặc tính của quá trình phóng xạ	.663
4.2.	Định luật phóng xạ	.663

III. Phản ứng hạt nhân . . . . .	.664
1. Định nghĩa phản ứng hạt nhân . . . . .	.664
2. Các định luật bảo toàn trong phản ứng hạt nhân. . . . .	.664
2.1. Định luật bảo toàn số khối . . . . .	.664
2.2. Định luật bảo toàn điện tích . . . . .	.664
2.3. Định luật bảo toàn năng lượng toàn phần . . . . .	.664
2.4. Định luật bảo toàn động lượng . . . . .	.664
2.5. Chú ý . . . . .	.664
3. Năng lượng trong phản ứng hạt nhân . . . . .	.664
4. Độ hụt khối và năng lượng liên kết . . . . .	.665
4.1. Độ hụt khối. . . . .	.665
4.2. Năng lượng liên kết . . . . .	.665
IV. Phản ứng phân hạch, phản ứng nhiệt hạch . . . . .	.665
1. Phản ứng phân hạch . . . . .	.665
1.1. Khái niệm . . . . .	.665
1.2. Đặc điểm. . . . .	.665
1.3. Phản ứng phân hạch dây chuyền . . . . .	.665
1.4. Phản ứng phân hạch có điều kiện . . . . .	.666
2. Phản ứng nhiệt hạch . . . . .	.666
2.1. Định nghĩa . . . . .	.666
2.2. Điều kiện để phản ứng nhiệt hạch xảy ra . . . . .	.666
2.3. Năng lượng nhiệt hạch. . . . .	.666
B. PHẦN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI . . . . .	.667
I. Bài tập về hiện tượng phóng xạ . . . . .	.667
1. Bài toán tìm lượng chất phóng xạ . . . . .	.667
1.1. Phương pháp . . . . .	.667
1.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.668
2. Bài toán tìm chu kì phóng xạ . . . . .	.672
2.1. Phương pháp . . . . .	.672
2.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.672
3. Bài toán tính tuổi thọ của cổ vật. . . . .	.673
4. Bài toán tính độ phóng xạ . . . . .	.674
4.1. Phương pháp . . . . .	.674
4.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.674
II. Bài tập về hạt nhân, phản ứng hạt nhân . . . . .	.675
1. Bài toán đại cương về hạt nhân, phản ứng hạt nhân . . . . .	.675
1.1. Phương pháp . . . . .	.675
1.2. Ví dụ minh họa . . . . .	.676
1.3. Bài tập tự luyện . . . . .	.677

2.	Bài toán năng lượng, các định luật bảo toàn trong phản ứng hạt nhân . . . . .	685
2.1.	Phương pháp . . . . .	685
2.2.	Ví dụ minh họa . . . . .	686
2.3.	Bài tập tự luyện . . . . .	691
<b>CHƯƠNG 9. BÀI TẬP CHUYÊN ĐỀ ĐỒ THỊ . . . . .</b>		<b>699</b>
<b>CHƯƠNG 10. CHUYÊN ĐỀ THÍ NGHIỆM THỰC HÀNH . . . . .</b>		<b>725</b>
A.	SAI SỐ TRONG THÍ NGHIỆM THỰC HÀNH . . . . .	725
I.	PHÉP DO . . . . .	725
II.	CÁC LOẠI SAI SỐ . . . . .	725
1.	Sai số hệ thống . . . . .	725
2.	Sai số ngẫu nhiên . . . . .	725
III.	CÁCH TÍNH GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH VÀ SAI SỐ TRỰC TIẾP . . . . .	726
IV.	GHI KẾT QUẢ . . . . .	726
V.	CÁCH TÍNH SAI SỐ GIÁN TIẾP . . . . .	726
B.	BÀI TẬP TỰ LUYỆN . . . . .	727
<b>CHƯƠNG 11. ĐỀ THI ĐẠI HỌC, ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CÁC NĂM GẦN ĐÂY. . . . .</b>		<b>729</b>
A.	Đề thi THPT Quốc gia 2015 . . . . .	729
I.	Đề bài . . . . .	729
II.	Giải chi tiết . . . . .	736
B.	Đề thi Đại học 2014 . . . . .	758
I.	Đề bài . . . . .	758
II.	Giải chi tiết . . . . .	765
C.	Đề thi Đại học 2013 . . . . .	784
I.	Đề bài . . . . .	784
II.	Giải chi tiết . . . . .	790
<b>Tài liệu tham khảo . . . . .</b>		<b>.807</b>



## Danh sách bảng

3.1	Sự tương tự giữa đại lượng cơ và đại lượng điện. . . . .	346
3.2	Sự tương tự giữa dao động cơ và dao động điện. . . . .	346
3.3	Phân biệt giữa điện trường tĩnh và điện trường xoáy . . . . .	347
3.4	Bảng phân loại sóng vô tuyến . . . . .	348
5.1	Bảng màu sắc và bước sóng tương ứng . . . . .	558
5.2	Bảng so sánh và phân loại quang phổ . . . . .	559
8.1	Hai loại nuclon: proton và notron . . . . .	661

## PHỤ LỤC 1: BỔ TRỢ KIẾN THỨC VẬT LÝ LỚP 10, 11

Để học tốt Vật lí 12 và có kiến thức chuẩn bị tốt cho kì thi THPT Quốc gia môn Vật lí, nhiều học sinh lầm tưởng rằng lớp 10, lớp 11 không cần học Vật lí, chỉ cần lên lớp 12 học kiến thức lớp 12 là đủ. Tuy nhiên, điều này không đúng, bởi lẽ muốn học tốt Vật lí 12 thì ta phải nắm được một số kiến thức cơ bản của lớp 10, 11 như: động học chất điểm, động lực học chất điểm, sự rơi tự do, điện trường, từ trường,... v.v.

Một số câu hỏi trong đề thi cần sử dụng kiến thức lớp 10, 11 như:

**Ví dụ 1 (ĐH 2014):** Để ước lượng độ sâu của một giếng cạn nước, một người dùng đồng hồ bấm giây, ghé sát tai vào miệng giếng và thả một hòn đá rơi tự do từ miệng giếng; sau 3 s thì người đó nghe thấy tiếng hòn đá đập vào đáy giếng. Giả sử tốc độ truyền âm trong không khí là 330 m/s, lấy  $g = 9,9 \text{ m/s}^2$ . Độ sâu ước lượng của giếng là

A. 43 m.                      B. 45 m.                      C. 39 m.                      D. 41 m.

### Lời giải

- Sau 3s sau khi thả, người đó nghe thấy tiếng hòn đá đập vào đáy giếng, thời gian 3s đó chính là : thời gian hòn đá rơi từ miệng giếng đến đáy giếng + thời gian tiếng động của hòn đá truyền từ đáy giếng lên đến miệng giếng, vào tai ta khiến tai ta nghe được.

- Thời gian hòn đá rơi từ miệng giếng đến đáy giếng là (quá trình này là chuyển động rơi tự do của hòn đá) :

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- Thời gian tiếng động phát ra truyền từ đáy giếng đến miệng giếng là (quá trình này là chuyển động thẳng đều của âm thanh với tốc độ truyền âm  $v = 330 \text{ m/s}$ ) :

$$t_2 = \frac{h}{v}$$

- Từ đó ta có

$$3 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$$

- Giải ra ta được  $\sqrt{h} = 6,4 \text{ m}$ , hay  $h = 41 \text{ m}$ .

**Đáp án D.**

**Nhận xét:** Rõ ràng bài toán này nếu học sinh không nhớ kiến thức chuyển động rơi tự do trong chương trình Vật lí 10 thì không thể làm được.

**Ví dụ 2 (ĐH 2014):** Theo mẫu Bo về nguyên tử hiđrô, nếu lực tương tác tĩnh điện giữa electron và hạt nhân khi electron chuyển động trên quỹ đạo dừng L là F thì khi electron chuyển động trên quỹ đạo dừng N, lực này sẽ là

A.  $\frac{F}{16}$ .

B.  $\frac{F}{9}$ .

C.  $\frac{F}{4}$ .

D.  $\frac{F}{25}$ .

### Lời giải

- Lực tương tác tĩnh điện giữa electron và hạt nhân ở quỹ đạo dừng thứ n:

$$F_n = k \frac{e^2}{r_n^2} = k \frac{e^2}{(n^2 r_0)^2} = k \frac{e^2}{r_0^2} \cdot \frac{1}{n^4}$$

- Từ đó ta có :

$$\frac{F_4}{F_2} = \frac{2^4}{4^4} = \frac{1}{16}$$

hay  $F_4 = \frac{F}{16}$ .

**Đáp án A.**

**Nhận xét:** Lời giải bài toán có sử dụng kiến thức về lực tương tác tĩnh điện, định luật Coulomb (trong chương trình Vật lí 11). Nếu học sinh không nhớ kiến thức này thì không thể làm được.

**Chúng ta xét một câu tiếp theo, là câu phân loại thí sinh trong đề thi THPT Quốc gia năm 2015.**

**Ví dụ 3 (THPT Quốc gia 2015):** Một lò xo nhẹ có độ cứng 20 N/m, đầu trên được treo vào một điểm cố định, đầu dưới gắn vật nhỏ A có khối lượng 100 g; vật A được nối với vật nhỏ B có khối lượng 100 g bằng một sợi dây mềm, mảnh, nhẹ, không dẫn và đủ dài. Từ vị trí cân bằng của hệ, kéo vật B thẳng đứng xuống dưới một đoạn 20 cm rồi thả nhẹ để vật B đi lên với vận tốc ban đầu bằng không. Khi vật B bắt đầu đổi chiều chuyển động thì bắt ngờ bị tuột khỏi dây nối. Bỏ qua các lực cản, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khoảng thời gian từ khi vật B bị tuột khỏi dây nối đến khi rơi đến vị trí được thả ban đầu là

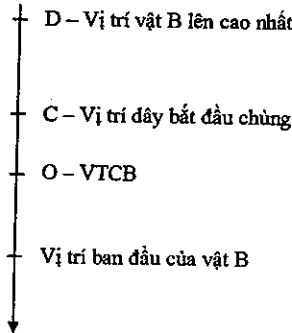
A. 0,30 s.                      B. 0,68 s.                      C. 0,26 s.                      D. 0,28 s.

**Lời giải**

- Sai lầm thường thấy của bài toán này là lời giải như sau:
- Chọn trục tọa độ Ox chiều dương hướng xuống, O trùng với vị trí cân bằng của hệ.
- Từ vị trí cân bằng của hệ, kéo vật B thẳng đứng xuống dưới một đoạn 20 cm rồi thả nhẹ để vật đi lên với vận tốc ban đầu bằng 0, nên suy ra biên độ của vật B là 20 cm.
- Vật B bắt đầu đổi chiều khi vật B lên đến biên âm, khi đó vật B bị tuột khỏi dây nối và rơi tự do đến vị trí được thả ban đầu hết quãng đường là 40 cm, thời gian là

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4}{10}} = 0,28 \text{ (s)}.$$

- Sai lầm ở lời giải trên khi cho rằng vật B đổi chiều khi vật B lên đến biên âm.
- Nguyên nhân gây sai lầm, là do trong quá trình chuyển động của vật B từ dưới lên trên, sẽ có lúc dây nối hai vật sẽ bị chùng (lực căng dây  $T = 0$ ). Khi đó vật B sẽ không gắn liền với vật A nữa mà vật B tiếp tục chuyển động lên như một chuyển động ném thẳng đứng lên trên, với vận tốc ban đầu bằng vận tốc của B khi dây bắt đầu chùng.



- Giả sử khi vật B ở điểm C là vị trí có li độ  $x$  thì dây bắt đầu chùng, khi đó theo định luật II Newton cho vật B, ta có:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

- Chiều lên chiều dương, ta có  $P - T = ma \Leftrightarrow mg - T = -m\omega^2 x$ , dây chùng khi  $T = 0$  nên ta có

$$mg = -m\omega^2 x \Rightarrow x = -\frac{g}{\omega^2} = -\frac{g}{\frac{k}{2m}} \Rightarrow x = -0,1 \text{ m} = -10 \text{ cm}$$

- Khi đó, vật B có vận tốc là (chú ý chiều dương hướng xuống, vật đang đi lên, nên vận tốc mang dấu âm)

$$v = -\omega\sqrt{A^2 - x^2} = -\sqrt{\frac{k}{2m}}\sqrt{A^2 - x^2} = -\sqrt{\frac{20}{2 \cdot 0,1}}\sqrt{0,2^2 - 0,1^2} = -\sqrt{3} \text{ (m/s)}$$

- Như vậy, khi dây bắt đầu chùng, thì B chuyển động ném lên với vận tốc  $v = -\sqrt{3}$  (m/s), với gia tốc là  $g$ , chuyển động này là chuyển động chậm dần đều, vật B sẽ lên đến vị trí cao nhất là D.

- Thời gian vật B chuyển động từ C đến D là

$$v_D = v_C + gt \Rightarrow t_{CD} = \frac{v_D - v_C}{g} = \frac{0 - (-\sqrt{3})}{10} = \frac{\sqrt{3}}{10} \text{ (s)}$$

- Đến D, vật B đổi chiều chuyển động và rơi tự do. Thời gian vật B rơi tự do từ D xuống C là

$$t_{DC} = t_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{10} \text{ (s)}$$

- Khi đó, ở C, vật B đang có vận tốc  $v_C = +\sqrt{3}$  (m/s).

- Thời gian vật B rơi tự do từ C xuống vị trí ban đầu là (với khoảng cách từ C đến vị trí ban đầu là  $s = 0,1 + 0,2 = 0,3\text{m}$ ) là

$$s = v_C t + \frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow 5t^2 + \sqrt{3}t = 0,3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0,127 \\ t = -0,473 \end{cases}$$

- Vậy thời gian cần tìm là

$$\Delta t = \frac{\sqrt{3}}{10} + 0,127 = 0,3 \text{ (s)}$$

**Đáp án A.**

**Nhận xét:** Để làm được bài này ngoài việc hiểu hiện tượng, học sinh cần phải có kiến thức tốt về chuyển động rơi tự do, các định luật Newton,...

**Ví dụ 4 (THPT Quốc gia 2015):** Tại vị trí O trong một nhà máy, một còi báo cháy (xem là nguồn điểm) phát âm với công suất không đổi. Từ bên ngoài, một thiết bị xác định mức cường độ âm chuyển động thẳng từ M hướng đến O theo hai giai đoạn với vận tốc ban đầu bằng không và gia tốc có độ lớn  $0,4 \text{ m/s}^2$  cho đến khi dừng lại tại N (cổng nhà máy). Biết  $NO = 10 \text{ m}$  và mức cường độ âm (do còi phát ra) tại N lớn hơn mức cường độ âm tại M là 20 dB. Cho rằng môi trường truyền âm đẳng hướng và không hấp thụ âm. Thời gian thiết bị đó chuyển động từ M đến N có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 27 s.                      B. 32 s.                      C. 47 s.                      D. 25 s.                      B

**Lời giải**

Đây là một bài có sử dụng kiến thức chuyển động thẳng biến đổi đều lớp 10 đã được học. Sai lầm thường thấy là lời giải sau:

$$\underline{\quad\quad\quad O \quad\quad\quad N \quad\quad\quad M \quad\quad\quad}$$

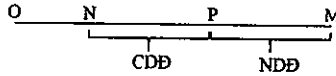
- Ta có

$$L_N - L_M = 10 \log \frac{I_N}{I_M} = 10 \log \left( \frac{OM}{ON} \right)^2 = 20 = 10 \log \left( \frac{OM}{ON} \right)^2 \Rightarrow OM = 10 \cdot ON = 100 \text{ (m)}$$

- Thời gian thiết bị chuyển động từ M đến N với gia tốc có độ lớn  $|a| = 0,4 \text{ m/s}^2$  là

$$MN = \frac{|a|t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2MN}{|a|}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 90}{0,4}} = 21,2 \text{ (s)}$$

- Sai lầm ở đây do việc không đọc kĩ đề bài. Đề bài nói rằng, thiết bị từ M chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0 theo hướng đến O theo hai giai đoạn với gia tốc không đổi, và dừng lại tại N.
- Như vậy, giai đoạn 1, vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với vận tốc ban đầu bằng 0, với gia tốc có độ lớn  $0,4 \text{ m/s}^2$  đến vị trí P nào đó, khi đó tại P vật có vận tốc là  $v$ . Sau đó, giai đoạn 2, thiết bị chuyển động thẳng chậm dần đều từ vị trí P và dừng tại công N.



- Quá trình chuyển động nhanh dần đều từ M đến P:

$$v_P = v_M + |a| t_{MP} = 0 + |a| t_{MP} \Rightarrow t_{MP} = \frac{v_P}{|a|}$$

- Quá trình chuyển động chậm dần đều từ P đến N:

$$v_N = v_P - |a| t_{PN} = 0 = v_P - |a| t_{PN} \Rightarrow t_{PN} = \frac{v_P}{|a|}$$

- Từ đó suy ra  $t_{MP} = t_{PN} = t$ .

- Quãng đường thiết bị chuyển động từ M đến N là

$$MN = MP + PN = \frac{1}{2} |a| t_{MP}^2 + \frac{1}{2} |a| t_{PN}^2 = \frac{1}{2} |a| t^2 + \frac{1}{2} |a| t^2 = |a| t^2$$

- Thời gian thiết bị chuyển động từ M đến N là

$$\Delta t = t + t = 2t = 2\sqrt{\frac{MN}{|a|}} = 2\sqrt{\frac{90}{0,4}} = 30 \text{ (s)}$$

**Đáp án B.**

**Nhận xét:** Rõ ràng bài này muốn giải được ta cần phải có kiến thức về chuyển động biến đổi đều thuộc chương trình Vật lí 10.

**Kết luận:**

Như vậy, chúng ta có thể thấy tầm quan trọng của việc học và hiểu các kiến thức Vật lí 10, Vật lí 11 trong việc học Vật lí 12.

Dưới đây tác giả tổng hợp và nhắc lại một số kiến thức Vật lí 10, Vật lí 11 mà tác giả nhận thấy là quan trọng phục vụ cho kì thi THPT quốc gia.

# A. VẬT LÝ 10

## I. PHẦN MỘT – CƠ HỌC

### 1. Động học chất điểm

#### 1.1. Chuyển động thẳng đều

Chuyển động thẳng đều là chuyển động có quỹ đạo là đường thẳng và có tốc độ trung bình như nhau trên mọi quãng đường.

Xét một vật chuyển động thẳng đều trên trục  $Ox$ . Thời gian vật chuyển động từ vị trí  $x_0$  đến  $x$  là  $\Delta t = t - t_0$  (Lúc vật bắt đầu chuyển động chọn làm gốc 0 tính thì  $t_0 = 0$ )

Độ dời:

$$\Delta x = x - x_0$$

Quãng đường đi được:

$$s = v\Delta t$$

Tốc độ trung bình:

$$v_{tb} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

Vận tốc trung bình:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Phương trình chuyển động thẳng đều:

$$x = x_0 + vt$$

Chú ý:

- Chiều dương chọn trùng chiều chuyển động.
- Vật chuyển động cùng chiều dương thì  $v > 0$ , ngược chiều dương  $v < 0$ .

#### 1.2. Chuyển động thẳng biến đổi đều

Chuyển động thẳng biến đổi đều là chuyển động có quỹ đạo là đường thẳng và có độ lớn vận tốc tức thời luôn biến đổi (tức là gia tốc luôn không đổi).

Gọi  $a$  là gia tốc của chuyển động,  $v_0$  là vận tốc ban đầu tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ ,  $v$  là vận tốc tại thời điểm  $t$ . Ta có Gia tốc của chuyển động:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Quãng đường trong chuyển động:

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2}$$

Phương trình chuyển động:

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

Công thức độc lập thời gian liên hệ vận tốc, gia tốc và quãng đường

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Chú ý:

- Chuyển động nhanh dần đều là chuyển động thẳng có độ lớn của vận tốc tức thời tăng đều theo thời gian. Khi đó  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$  hay  $av > 0$
- Chuyển động chậm dần đều là chuyển động thẳng có độ lớn của vận tốc tức thời giảm đều theo thời gian. Khi đó  $\vec{a} \downarrow \uparrow \vec{v}$  hay  $av < 0$

1.3. Sự rơi tự do

- Sự rơi tự do là sự rơi chỉ dưới tác dụng của trọng lực.
- Chuyển động rơi tự do là chuyển động thẳng nhanh dần đều theo phương thẳng đứng, chiều từ trên xuống dưới.
- Nếu cho vật rơi tự do không vận tốc đầu: Vật chuyển động nhanh dần đều không vận tốc đầu với gia tốc là  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  (hoặc  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )
- + Vận tốc của vật ở thời điểm  $t$  là:  $v = gt$ .
- + Quãng đường vật đi được sau thời gian  $t$ :  $s = \frac{1}{2}gt^2$ .
- + Nếu vật cách mặt đất một đoạn  $h$  và có vận tốc và thời gian chạm đất là  $t_D$  thì ta có:

$$h = \frac{1}{2}gt_D^2; v_D^2 = 2gh$$

+ Quãng đường vật rơi trong giây cuối cùng trước khi chạm đất:  $\Delta s = h - s_{t-1}$  trong đó  $h = \frac{1}{2}gt^2$  và  $s_{t-1} = \frac{1}{2}g(t-1)^2$ .

- Đặc điểm gia tốc rơi tự do:

- Ở cùng một nơi và gần mặt đất, mọi vật rơi cùng gia tốc  $g$ . Gia tốc rơi tự do là một đại lượng vectơ, có phương thẳng đứng chiều hướng xuống.
- Gia tốc phụ thuộc vào vị trí địa lý, các nơi khác nhau thì  $g$  khác nhau, thường lấy  $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ .
- Càng lên cao gia tốc  $g$  càng giảm, công thức tính  $g$  tại 1 vị trí có độ cao  $h$ :

$$g = G \frac{M_D}{(R_D + h)^2}$$

Ở đây  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ ;  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R = 6400 \text{ km}$

- Chuyển động ném lên

Chuyển động ném lên theo phương thẳng đứng chỉ chịu tác dụng của trọng lực:

- Là một chuyển động chậm dần đều đi lên với gia tốc  $g$  hướng xuống. Chọn chiều dương hướng lên, lúc đó gia tốc của vật là  $a = -g$ .
- Thời gian vật đi lên bằng thời gian vật rơi xuống.
- Vectơ vận tốc tại một vị trí sẽ bằng nhau về độ lớn và ngược chiều.

1.4. Chuyển động tròn đều

- Chuyển động tròn đều là chuyển động có quỹ đạo tròn và có tốc độ trung bình trên mọi cung tròn là như nhau.
- Tốc độ dài trong chuyển động tròn đều:

$$v = \omega r.$$

Trong đó  $\omega$  là tốc độ góc (rad/s);  $r$  là bán kính đường tròn (m/s).

- Tốc độ góc

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

Trong đó  $\Delta\varphi$  là góc quét ứng với thời gian  $\Delta t$

- Chu kì (kí hiệu:  $T$ ) là khoảng thời gian (giây) vật đi được một vòng.
- Tần số (kí hiệu:  $f$ ): là số vòng vật đi được trong một giây:  $f = \frac{1}{T}$  (Hz)
- Gia tốc hướng tâm có độ lớn

$$a_{ht} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

## 2. Động lực học chất điểm

### 2.1. Tổng hợp và phân tích lực. Điều kiện cân bằng của chất điểm

- **Tổng hợp lực** là thay thế các lực tác dụng đồng thời vào cùng một vật bằng một lực có tác dụng giống hệt như các lực ấy. Lực thay thế này gọi là hợp lực.
- **Phân tích lực** là thay thế một lực bằng hai hay nhiều lực có tác dụng giống hệt như lực đó.  
Phân tích lực:  $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$  trong đó  $F_x = F \cos \alpha$  và  $F_y = F \sin \alpha$
- **Sự cân bằng của chất điểm**  
Điều kiện cân bằng của một chất điểm: Tổng hợp tất cả các lực tác dụng lên vật bằng  $\vec{0}$ .

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

### 2.2. Ba định luật Niu-tơn

- **Định luật 1:** Nếu một vật không chịu tác dụng của lực nào hoặc chịu tác dụng của các lực có hợp lực bằng không, thì vật đang đứng yên sẽ tiếp tục đứng yên, đang chuyển động sẽ tiếp tục chuyển động thẳng đều.
- **Định luật 2:** Gia tốc của một vật cùng hướng với hợp lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của hợp lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{hl}}{m} \text{ hay } \vec{F}_{hl} = m\vec{a}$$

- **Định luật 3:** Trong mọi trường hợp, khi vật A tác dụng lên vật B một lực, thì vật B cũng tác dụng lại vật A một lực. Hai lực này có cùng giá, cùng độ lớn nhưng ngược chiều.

### 2.3. Lực hấp dẫn. Định luật vạn vật hấp dẫn

- Lực hấp dẫn là lực mà mọi vật trong vũ trụ hút nhau.
- **Định luật vạn vật hấp dẫn**

Lực hấp dẫn giữa hai chất điểm bất kì tỉ lệ thuận với tích hai khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng.

$$F_{hd} = \frac{Gm_1m_2}{R^2}$$

Trong đó

– Hằng số hấp dẫn  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \left( \frac{Nm^2}{kg^2} \right)$

–  $m_1, m_2$  là khối lượng của hai vật (kg).

–  $R$  là khoảng cách giữa hai vật (m).

- Trọng lực của một vật là lực hấp dẫn giữa Trái Đất và vật đó.
- Gia tốc trọng trường xác định bởi

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

Trong đó:

–  $M = 6 \cdot 10^{24}$  kg là khối lượng Trái Đất.

–  $R = 6400$  km (xấp xỉ) là bán kính Trái Đất.

–  $h$  là độ cao của vật so với mặt đất.

Vật ở mặt đất:  $g = \frac{GM}{R^2}$

Vật ở độ cao  $h$ :  $g' = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{gR^2}{(R+h)^2}$



2.4. Lực đàn hồi của lò xo. Định luật Húc

• Lực đàn hồi

- Lực đàn hồi của lò xo xuất hiện ở cả hai đầu của lò xo và tác dụng vào các vật tiếp xúc (hay gắn) với nó làm nó biến dạng.
- Phương: trùng với trục của lò xo.
- Chiều: Ngược chiều biến dạng của lò xo.

• Định luật Hook

Trong giới hạn đàn hồi, lực đàn hồi của lò xo tỉ lệ thuận với độ biến dạng của lò xo.

Biểu thức:  $F_{đh} = k|\Delta l|$

Trong đó:  $k$  - là độ cứng của lò xo;  $|\Delta l|$  - độ biến dạng của lò xo.

2.5. Lực ma sát

• Lực ma sát trượt

- Xuất hiện ở mặt tiếp xúc của vật đang trượt trên một bề mặt
- Có hướng ngược hướng của vận tốc
- Có độ lớn tỉ lệ với áp lực
- Hệ số ma sát trượt phụ thuộc vào vật liệu và tình trạng của hai mặt tiếp xúc và được dùng để tính lực ma sát trượt.
- Công thức tính lực ma sát trượt

$$F_{mst} = \mu_t N$$

+  $\mu_t$  là hệ số ma sát trượt phụ thuộc vào tình trạng và bề mặt.

+  $N$  là áp lực của vật (lực nén vật lên bề mặt).

• Lực ma sát lăn

- Xuất hiện ở chỗ tiếp xúc của vật với bề mặt mà vật lăn trên đó để cản trở chuyển động lăn.
- Rất nhỏ so với ma sát trượt.

• Lực ma sát nghỉ

- Xuất hiện ở mặt tiếp xúc của vật với bề mặt để giữ cho vật đứng yên trên bề mặt đó khi nó bị một lực tác dụng song song với mặt tiếp xúc.
- Có độ lớn cực đại, độ lớn cực đại của lực ma sát nghỉ lớn hơn lực ma sát trượt

2. Lực ma sát nghỉ : Nằm trong mặt phẳng tiếp xúc hai vật, chiều ngược với ngoại lực tác dụng, có độ lớn bằng  $F$  ngoại lực.

Lực ma sát nghỉ cực đại:  $F_{max} = \mu_n N$

2.6. Lực hướng tâm

- Lực hướng tâm là hợp lực tác dụng vào một vật chuyển động tròn đều và gây ra cho vật gia tốc hướng tâm.
- Biểu thức lực hướng tâm

$$F_{ht} = ma_{ht} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

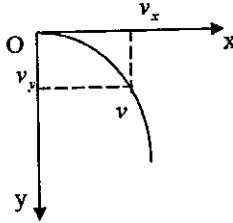
Trong đó

- $m$  là khối lượng của vật (kg).
- $v$  là tốc độ dài (m/s).
- $r$  là bán kính quỹ đạo tròn (m).
- $\omega$  là tốc độ góc (rad/s).

2.7. Bài toán về chuyển động ném ngang – ném xiên

Chuyển động ném ngang

Ta phân tích chuyển động của một vật ném ngang ở độ cao  $h$  so với mặt đất, với vận tốc ban đầu có độ lớn  $v_0$ . Khi vật chuyển động thì hình chiếu của nó trên hai trục tọa độ cũng chuyển động.



*Theo phương Ox:* Hợp lực vuông góc với Ox nên gia tốc theo phương Ox là  $a_x = 0$ , vật chuyển động thẳng đều theo phương Ox với vận tốc  $v_x = v_0$ . Phương trình chuyển động theo phương Ox là  $x = v_0 t$   
*Theo phương Oy:* Theo phương Oy, chuyển động của vật là chuyển động rơi tự do với

$$\begin{cases} a_y = g \\ v = gt \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

*Thời gian chạm đất:* Vật chạm đất khi  $y = h$  do đó thời gian chạm đất là

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

*Phương trình quỹ đạo:*

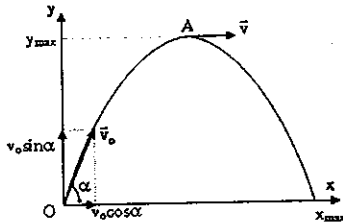
$$y = \frac{gt^2}{2} = \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

$\Rightarrow$  Quỹ đạo là nửa đường Parabol

*Vận tốc khi chạm đất:*

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

Chuyển động ném xiên



Chuyển động của vật xét theo phương Ox

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v_x = v_0 \cos \alpha \\ x = (v_0 \cos \alpha)t \end{cases}$$

Chuyển động của vật xét theo phương Oy

$$\begin{cases} v_y = v_0 \sin \alpha \\ a_y = -g \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ y = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Phương trình quỹ đạo:

$$y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x$$

Độ cao cực đại vật đạt được (đỉnh của Parabol):

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Thời gian vật đạt độ cao cực đại:

$$t = \frac{v_0^2 \sin \alpha}{g}$$

Tầm xa của chuyển động ném xiên:

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

### 3. Các định luật bảo toàn

#### 3.1. Động lượng. Định luật bảo toàn động lượng

- Động lượng của một vật có khối lượng  $m$  đang chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  là đại lượng được xác định bởi

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Đơn vị: kgm/s

- Định luật bảo toàn động lượng (trong hệ cô lập - hệ không có ngoại lực tác dụng lên hệ hoặc nếu có thì các ngoại lực ấy cân bằng nhau).

*Động lượng của một hệ cô lập là một đại lượng bảo toàn.*

- Va chạm mềm

Hai vật va chạm mềm với nhau thì sau khi va chạm 2 vật dính vào nhau và chuyển động cùng vận tốc  $\vec{v}$ . Biểu thức:  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$

Dạng đại số:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$$

#### 3.2. Công và Công suất

- Công

Nếu lực không đổi  $\vec{F}$  có điểm đặt chuyển dời một đoạn  $s$  theo hướng hợp với hướng của lực góc  $\alpha$  thì công của lực  $\vec{F}$  được tính theo công thức

$$A = Fs \cos \alpha$$

Trong đó

- $A$  là công. Đơn vị Jun (J).
- $F$  là lực. Đơn vị Newton (N).
- $s$  là quãng đường điểm đặt chuyển dời. Đơn vị mét (m).

- Công suất

Công suất đo bằng công sinh ra trong một đơn vị thời gian. Đơn vị: J/s hoặc W (oát)

$$P = \frac{A}{t}$$

**3.3. Động năng – Thế năng – Cơ năng**

- **Động năng** là năng lượng của vật có được do chuyển động. Nếu vật có khối lượng  $m$  chuyển động với vận tốc  $v$  thì động năng của vật là

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

Định lí động năng (công sinh ra):

$$A = \Delta W_d = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

- **Thế năng**

Thế năng trọng trường của một vật là dạng năng lượng tương tác giữa Trái Đất và vật

$$W_t = mgh$$

Trong đó

$m$  – khối lượng của vật (kg)

$h$  – độ cao của vật so với mốc thế năng (m)

$g$  – gia tốc trọng trường.

Thế năng đàn hồi của một lò xo ở trạng thái có biến dạng  $\Delta l$  là

$$W_t = \frac{1}{2}k(|\Delta l|)^2$$

- **Cơ năng**

Cơ năng của vật chuyển động dưới tác dụng của trọng lực bằng tổng động năng và thế năng trọng trường của vật

$$W = W_d + W_t = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

Cơ năng của vật chuyển động dưới tác dụng của lực đàn hồi bằng tổng động năng và thế năng đàn hồi của vật. (Vật chỉ chịu tác dụng của lực đàn hồi gây bởi sự biến dạng của một lò xo đàn hồi)

$$W = W_d + W_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(|\Delta l|)^2$$

Trong một hệ cô lập cơ năng tại mọi điểm được bảo toàn.

## II. PHẦN HAI – NHIỆT HỌC

### 1. Chất rắn và chất lỏng. Sự chuyển thể

#### 1.1. Biến dạng cơ của vật rắn

- **Biến dạng cơ** là sự thay đổi kích thước và hình dạng của vật rắn do tác dụng của ngoại lực. Tùy thuộc độ lớn của lực tác dụng, biến dạng của vật rắn có thể là đàn hồi hoặc không đàn hồi
- Định luật Húc về biến dạng đàn hồi (kéo hoặc nén):

Trong giới hạn đàn hồi, độ biến dạng tỉ đối của vật rắn đồng chất, hình trụ tỉ lệ thuận với ứng suất tác dụng vào vật đó.

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{|\Delta l|}{l_0} = \alpha \sigma$$

Trong đó:

- $l_0$  là chiều dài ban đầu.
- $l$  là chiều dài sau khi biến dạng
- $\Delta l$  là độ biến thiên chiều dài (độ biến dạng).
- $\alpha$  là hệ số tỉ lệ phụ thuộc chất liệu của vật rắn.

- Ứng suất

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Đơn vị:  $N/m^2$ .

- Lực đàn hồi

Lực đàn hồi trong vật rắn tỉ lệ thuận với độ biến dạng của vật rắn

$$F_{dh} = k|\Delta l| = E \frac{S}{l_0} |\Delta l|$$

Trong đó

- $E = \frac{1}{\alpha}$  là suất đàn hồi (hay suất Y-âng) đặc trưng cho tính đàn hồi của chất rắn.
- $k$  là độ cứng  $k = E \frac{S}{l_0}$ .
- $S$  là tiết diện của vật.

#### 1.2. Sự nở vì nhiệt của vật rắn

Lần lượt gọi

- $l_0, V_0$  lần lượt là: độ dài - thể tích - diện tích ban đầu của vật.
- $l, V$  lần lượt là: độ dài - thể tích của vật ở nhiệt độ  $t^\circ C$ .
- $\Delta l, \Delta V, \Delta t$  lần lượt là độ biến thiên (phần nở thêm) độ dài - thể tích - nhiệt độ của vật sau khi nở.

Ta có

- Sự nở dài

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t) \Rightarrow \Delta l = l_0 \alpha \Delta t.$$

Với  $\alpha$  là hệ số nở dài của vật rắn. Đơn vị:  $1/K = K^{-1}$

- Sự nở khối

$$V = V_0(1 + \beta \Delta t) = V_0(1 + 3\alpha \Delta t) \Rightarrow \Delta V = V_0 3\alpha \Delta t$$

Với  $\beta = 3\alpha$  là hệ số nở khối của vật rắn

## B. VẬT LÍ 11

### I. ĐIỆN TÍCH – ĐIỆN TRƯỜNG

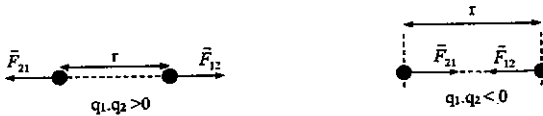
#### 1. Định luật Cu lông

Lực tương tác giữa 2 điện tích điểm  $q_1; q_2$  đặt cách nhau một khoảng  $r$  trong môi trường có hằng số điện môi  $\epsilon$  là  $\vec{F}_{12}; \vec{F}_{21}$  có:

- Điểm đặt: trên 2 điện tích.
- Phương: đường nối 2 điện tích.
- Chiều:
  - + Hướng ra xa nhau nếu  $q_1 \cdot q_2 > 0$  ( $q_1; q_2$  cùng dấu)
  - + Hướng vào nhau nếu  $q_1 \cdot q_2 < 0$  ( $q_1; q_2$  trái dấu)
- Độ lớn:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{\epsilon \cdot r^2}; k = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{N \cdot m^2}{C^2} \right)$$

- Biểu diễn:



#### 2. Điện trường

- + **Khái niệm:** Là môi trường tồn tại xung quanh điện tích và tác dụng lực lên điện tích khác đặt trong nó.
- + **Cường độ điện trường:** Là đại lượng đặc trưng cho điện trường về khả năng tác dụng lực.

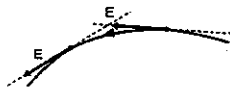
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Đơn vị: V/m

$q > 0$  :  $\vec{F}$  cùng phương, cùng chiều với  $\vec{E}$ .

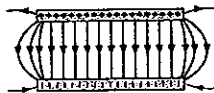
$q < 0$  :  $\vec{F}$  cùng phương, ngược chiều với  $\vec{E}$ .

+ **Đường sức điện trường:** Là đường được vẽ trong điện trường sao cho hướng của tiếp tuyến tại bất kỳ điểm nào trên đường cũng trùng với hướng của véc tơ cường độ điện trường tại điểm đó.



Tính chất của đường sức:

- Qua mỗi điểm trong điện trường ta chỉ có thể vẽ được 1 và chỉ 1 đường sức điện trường.
- Các đường sức điện là các đường cong không kín, nó xuất phát từ các điện tích dương, tận cùng ở các điện tích âm.



- Các đường sức điện không bao giờ cắt nhau.
- Nơi nào có CĐĐT lớn hơn thì các đường sức ở đó vẽ mau và ngược lại
- + **Điện trường đều:**
  - Có véc tơ cường độ điện trường tại mọi điểm đều bằng nhau.

- Các đường sức của điện trường đều là các đường thẳng song song cách đều nhau  
 + Vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  do 1 điện tích điểm Q gây ra tại một điểm M cách Q một đoạn r có các đặc điểm sau:

- Điểm đặt: Tại M.
- Phương: đường nối M và Q
- Chiều: Hướng ra xa Q nếu  $Q > 0$ ; hướng vào Q nếu  $Q < 0$
- Độ lớn:  $E = k \frac{|Q|}{\epsilon \cdot r^2}$ ;  $k = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{N \cdot m^2}{C^2} \right)$
- Biểu diễn:



+ Nguyên lí chồng chất điện trường:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

### 3. Công của lực điện trường

- Công của lực điện tác dụng vào 1 điện tích không phụ thuộc vào dạng của đường đi của điện tích mà chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu, điểm cuối của đường đi trong điện trường

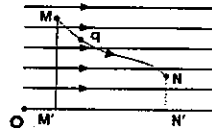
$$A_{MN} = q \cdot \overline{E \cdot M'N'} = q \cdot E \cdot d_{MN}$$

(với  $d_{MN} = \overline{M'N'}$  là độ dài đại số của hình chiếu của đường đi từ MN lên trục toạ độ Ox với chiều dương của trục Ox là chiều của đường sức)

- Liên hệ giữa công của lực điện và hiệu thế năng của điện tích

$$A_{MN} = W_M - W_N = qV_M - qV_N = q(V_M - V_N) = qU_{MN}$$

- Hiệu điện thế giữa hai điểm M, N trong điện trường đều



$$U_{MN} = V_M - V_N = \frac{A_{MN}}{q} = Ed_{MN}$$

### 4. Tụ điện

- Định nghĩa: Hệ 2 vật dẫn đặt gần nhau, mỗi vật là 1 bản tụ. Khoảng không gian giữa 2 bản là chân không hay điện môi.
- Tụ điện phẳng có 2 bản tụ là 2 tấm kim loại phẳng có kích thước lớn, đặt đối diện nhau, song song với nhau
- Điện dung của tụ: Là đại lượng đặc trưng cho khả năng tích điện của tụ.

$$C = \frac{Q}{U}$$

(Đơn vị là F.)

- Công thức tính điện dung của tụ điện phẳng:

$$C = \frac{\epsilon S}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi d}$$

Với S là phần diện tích đối diện giữa 2 bản.

Ghi chú : Với mỗi một tụ điện có 1 hiệu điện thế giới hạn nhất định, nếu khi sử dụng mà đặt vào 2 bản tụ hiệu điện thế lớn hơn hớt giới hạn thì điện môi giữa 2 bản bị đánh thủng.

- Ghép tụ điện song song, nối tiếp

	GHÉP NỐI TIẾP	GHÉP SONG SONG
Cách mắc	Bản thứ hai của tụ 1 nối với bản thứ nhất của tụ 2, cứ thế tiếp tục	Bản thứ nhất của tụ 1 nối với bản thứ nhất của tụ 2, 3, 4 ...
Diện tích	$Q_B = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$	$Q_B = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$
Hiệu điện thế	$U_B = U_1 + U_2 + \dots + U_n$	$U_B = U_1 = U_2 = \dots = U_n$
Điện dung	$\frac{1}{C_B} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$	$C_B = C_1 + C_2 + \dots + C_n$
Ghi chú	$C_B < C_1, C_2, \dots, C_n$	$C_B > C_1, C_2, C_3$

- Năng lượng của tụ điện:

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{C.U^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

- Năng lượng điện trường: Năng lượng của tụ điện chính là năng lượng của điện trường trong tụ điện.

## II. DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

### 1. Dòng điện

• Dòng điện là dòng các điện tích (các hạt tải điện) di chuyển có hướng

Chiều quy ước của dòng điện là chiều dịch chuyển có hướng của các điện tích dương.

• Dòng điện có:

\* tác dụng từ (đặc trưng)

\* tác dụng nhiệt, tác dụng hoá học tùy theo môi trường.

• Cường độ dòng điện là đại lượng cho biết độ mạnh của dòng điện được tính bởi:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Trong đó

•  $\Delta q$ : điện lượng di chuyển qua các tiết diện thẳng của vật dẫn

•  $\Delta t$ : thời gian di chuyển

• Dòng điện có chiều và cường độ không thay đổi theo thời gian được gọi là dòng điện không đổi (cũng gọi là dòng điện một chiều). Cường độ của dòng điện này có thể tính bởi:

$$I = \frac{q}{t}$$

Trong đó  $q$  là điện lượng dịch chuyển qua tiết diện thẳng của vật dẫn trong thời gian  $t$ .

Ghi chú:

a) Cường độ dòng điện không đổi được đo bằng ampe kế (hay miliampe kế, . . . ) mắc xen vào mạch điện (mắc nối tiếp).

b) Với bản chất dòng điện và định nghĩa của cường độ dòng điện như trên ta suy ra:

\* cường độ dòng điện có giá trị như nhau tại mọi điểm trên mạch không phân nhánh.

\* cường độ mạch chính bằng tổng cường độ các mạch rẽ.

### 2. Định luật Ôm với đoạn mạch chỉ có điện trở

1) Định luật

+ Cường độ dòng điện chạy qua đoạn mạch có có điện trở R:

- tỉ lệ thuận với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch.

- tỉ lệ nghịch với điện trở.

$$I = \frac{U}{R}$$



2) Đặc tuyến V - A (vôn - ampe)

- Đó là đồ thị biểu diễn I theo U còn gọi là đường đặc trưng vôn - ampe.
- Đối với vật dẫn kim loại (hay hợp kim) ở nhiệt độ nhất định đặc tuyến V-A là đoạn đường thẳng qua gốc các trục: R có giá trị không phụ thuộc U (vật dẫn tuân theo định luật Ohm).

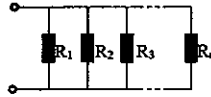
3) Mạch mắc nhiều điện trở

a) Điện trở mắc nối tiếp



$$\left. \begin{aligned} R_m &= R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \\ I_m &= I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n \\ U_m &= U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{R_m}$$

b) Điện trở mắc song



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_m} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \\ I_m &= I_1 + I_2 + \dots + I_n \\ U_m &= U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{R_m}$$

c) Điện trở của dây đồng chất tiết diện đều

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Trong đó:

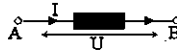
- $\rho$  là điện trở suất ( $\Omega m$ )
- $l$  chiều dài dây dẫn (m)
- $S$  tiết diện dây dẫn ( $m^2$ )

3. Điện năng và công suất điện. Định luật Jun-Lenxơ

3.1. Công và công suất của dòng điện chạy qua một đoạn mạch

a. Công

Công của dòng điện là công của lực điện thực hiện khi làm di chuyển các điện tích tự do trong đoạn mạch.



Công này chính là điện năng mà đoạn mạch tiêu thụ và được tính bởi:

$$A = U \cdot q = U \cdot I \cdot t$$

Trong đó

- $A$  : công (J)
- $U$  : hiệu điện thế (V)
- $I$  : cường độ dòng điện (A)
- $q$  : điện lượng (C)
- $t$  : thời gian (s)

**b. Công suất**

Công suất của dòng điện đặc trưng cho tốc độ thực hiện công của nó. Đây cũng chính là công suất điện tiêu thụ bởi đoạn mạch. Ta có:

$$P = \frac{A}{t} = UI \text{ (W)}$$

**c. Định luật Jun - Len-xơ**

Nếu đoạn mạch chỉ có điện trở thuần R, công của lực điện chỉ làm tăng nội năng của vật dẫn. Kết quả là vật dẫn nóng lên và toả nhiệt.

Kết hợp với định luật ôm ta có:

$$A = Q = RI^2t = \frac{U^2}{R}t \text{ (J)}$$

**d. Đo công suất điện và điện năng tiêu thụ bởi một đoạn mạch**

Ta dùng một ampe-kế để đo cường độ dòng điện và một vôn-kế để đo hiệu điện thế. Công suất tiêu thụ được tính bởi:  $P = U.I \text{ (W)}$

- Người ta chế tạo ra oát-kế cho biết P nhờ độ lệch của kim chỉ thị.

- Trong thực tế ta có công tơ điện (máy đếm điện năng) cho biết công dòng điện tức điện năng tiêu thụ tính ra kWh. (1kWh = 3,6.10<sup>6</sup> J)

**3.2. Công và công suất của nguồn điện**

**a. Công**

Công của nguồn điện là công của lực lạ khi làm di chuyển các điện tích giữa hai cực để duy trì hiệu điện thế nguồn. Đây cũng là điện năng sản ra trong toàn mạch. Ta có:

$$A = q\xi = \xi It \text{ (J)}$$

Trong đó:  $\xi$  là suất điện động (V); I là cường độ dòng điện (A); q là điện tích (C).

**b. Công suất**

Ta có:  $P = \frac{A}{t} = \xi I \text{ (W)}$

**3.3. Công và công suất của các dụng cụ tiêu thụ điện**

Hai loại dụng cụ tiêu thụ điện: *dụng cụ toả nhiệt và máy thu điện.*

**a. Công và công suất của dụng cụ toả nhiệt**

- Công (điện năng tiêu thụ):  $A = RI^2t = \frac{U^2}{R}t$  (định luật Jun - Len-xơ)

- Công suất:  $P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$

**b. Công và công suất của máy thu điện**

**Suất phản điện**

- Máy thu điện có công dụng chuyển hoá điện năng thành các dạng năng lượng khác không phải là nội năng (cơ năng, hoá năng,...).

Lượng điện năng này (A') tỉ lệ với điện lượng truyền qua máy thu điện.

$$A' = \xi_p q = \xi_p It$$

$\xi_p$ : đặc trưng cho khả năng biến đổi điện năng thành cơ năng, hoá năng,... của máy thu điện và gọi là suất phản điện.

- Ngoài ra cũng có một phần điện năng mà máy thu điện nhận từ dòng điện được chuyển thành nhiệt vì máy có điện trở trong  $r_p$ .

$$Q' = r_p I^2 t$$

- Vậy công mà dòng điện thực hiện cho máy thu điện tức là điện năng tiêu thụ bởi máy thu điện là:

$$A = A' + Q' = \xi_p It + r_p I^2 t$$

- Suy ra công suất của máy thu điện:

$$P = \frac{A}{t} = \xi_p \cdot I + r_p \cdot I^2$$

Trong đó  $\xi_p I$  là công suất có ích;  $r_p I^2$  là công suất hao phí (toả nhiệt)

Hiệu suất của máy thu điện

Tổng quát :

$$H = \frac{\text{Điện năng có ích}}{\text{Điện năng tiêu thụ}} = \frac{\text{Công suất có ích}}{\text{Công suất tiêu thụ}}$$

Với máy thu điện ta có:

$$H = \frac{\xi_p I t}{U I t} = \frac{\xi_p}{U} = 1 - \frac{r_p I}{U}$$

Ghi chú: Trên các dụng cụ tiêu thụ điện có ghi hai chỉ số: (Ví dụ: 100W - 220V) thì ta biết được

- $P_{dm} = 100 \text{ W}$ : công suất định mức.
- $U_{dm} = 220 \text{ V}$ : hiệu điện thế định mức.

### III. TỪ TRƯỜNG

#### 1. Từ trường

##### a. Tương tác từ

Tương tác giữa nam châm với nam châm, giữa dòng điện với nam châm và giữa dòng điện với dòng điện đều gọi là tương tác từ. Lực tương tác trong các trường hợp đó gọi là lực từ.

##### b. Từ trường

- *Khái niệm từ trường*: Xung quanh thanh nam châm hay xung quanh dòng điện có từ trường.

Tổng quát: Xung quanh điện tích chuyển động có từ trường.

- *Tính chất cơ bản của từ trường*: Gây ra lực từ tác dụng lên một nam châm hay một dòng điện đặt trong nó.

- *Cảm ứng từ*: Để đặc trưng cho từ trường về mặt gây ra lực từ, người ta đưa vào một đại lượng vectơ gọi là cảm ứng từ và kí hiệu là  $\vec{B}$ .

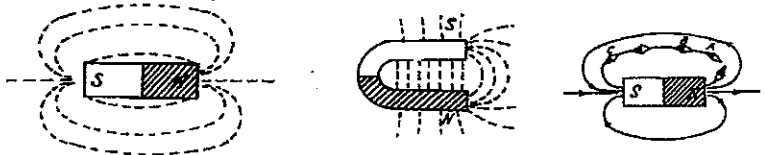
Phương của nam châm thử nằm cân bằng tại một điểm trong từ trường là phương của vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  của từ trường tại điểm đó. Ta quy ước lấy chiều từ cực Nam sang cực Bắc của nam châm thử là chiều của  $\vec{B}$ .

##### c. Đường sức từ

Đường sức từ là đường được vẽ sao cho hướng của tiếp tuyến tại bất kì điểm nào trên đường cũng trùng với hướng của vectơ cảm ứng từ tại điểm đó.

##### d. Các tính chất của đường sức từ:

- Tại mỗi điểm trong từ trường, có thể vẽ được một đường sức từ đi qua và chỉ một mà thôi.
- Các đường sức từ là những đường cong kín. Trong trường hợp nam châm, ở ngoài nam châm các đường sức từ đi ra từ cực Bắc, đi vào ở cực Nam của nam châm.



- Các đường sức từ không cắt nhau.
- Nơi nào cảm ứng từ lớn hơn thì các đường sức từ ở đó vẽ mau hơn (đầy hơn), nơi nào cảm ứng từ nhỏ

hơn thì các đường sức từ ở đó vẽ thưa hơn.

**e. Từ trường đều**

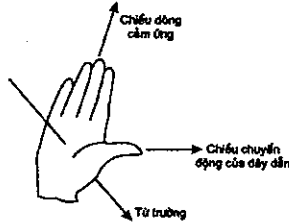
Một từ trường mà cảm ứng từ tại mọi điểm đều bằng nhau gọi là từ trường đều.

**2. Lực từ tác dụng lên dây dẫn mang dòng điện**

**a. Phương**

Lực từ tác dụng lên đoạn dòng điện có phương vuông góc với mặt phẳng chứa đoạn dòng điện và cảm ứng tại điểm khảo sát.

**b. Chiều lực từ**



**Quy tắc bàn tay trái:** Đặt bàn tay trái dưới thẳng để các đường cảm ứng từ xuyên vào lòng bàn tay và chiều từ cổ tay đến ngón tay trùng với chiều dòng điện. Khi đó ngón tay cái choãi ra 90° sẽ chỉ chiều của lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn.

**c. Độ lớn (Định luật Am-pe)**

Lực từ tác dụng lên đoạn dòng điện cường độ  $I$ , có chiều dài  $l$  hợp với từ trường đều  $\vec{B}$  một góc  $\alpha$

$$F = BIl \sin \alpha$$

Trong đó  $B$  là độ lớn của cảm ứng từ. Trong hệ SI, đơn vị của cảm ứng từ là tesla, kí hiệu là T.

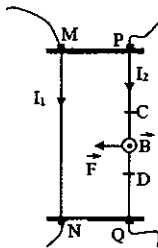
**3. Nguyên lí chồng chất từ trường**

Giả sử ta có hệ  $n$  nam châm (hay dòng điện). Tại điểm  $M$ , Từ trường chỉ của nam châm thứ nhất là  $\vec{B}_1$ , chỉ của nam châm thứ hai là  $\vec{B}_2, \dots$ , chỉ của nam châm thứ  $n$  là  $\vec{B}_n$ . Gọi  $\vec{B}$  là từ trường của hệ tại  $M$  thì:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n$$

**4. Tương tác giữa hai dòng điện thẳng song song. Lực Lorenxơ**

**a. Lực tương tác giữa hai dây dẫn song song mang dòng điện**



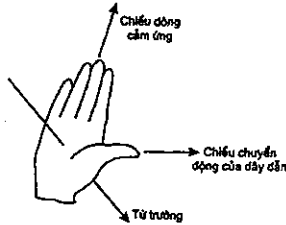
- Điểm đặt tại trung điểm của đoạn dây đang xét
- Phương nằm trong mặt phẳng hình vẽ và vuông góc với dây dẫn
- Chiều hướng vào nhau nếu 2 dòng điện cùng chiều, hướng ra xa nhau nếu hai dòng điện ngược chiều.
- Độ lớn:

$$F = 2.10^{-7} \frac{I_1 I_2 \ell}{r}$$

Trong đó  $l$  là chiều dài đoạn dây dẫn,  $r$  là khoảng cách giữa hai dây dẫn.

**b. Lực Lorenxơ**

- Điểm đặt tại điện tích chuyển động
- Phương vuông góc với mặt phẳng chứa vectơ vận tốc của hạt mang điện và vectơ cảm ứng từ tại điểm đang xét
- Chiều tuân theo quy tắc bàn tay trái:



Đặt bàn tay trái duỗi thẳng để các đường cảm ứng từ xuyên vào lòng bàn tay và chiều từ cổ tay đến ngón tay trùng với chiều dòng điện. Khi đó ngón tay cái choãi ra  $90^\circ$  sẽ chỉ chiều của lực Lo-ren-xơ nếu hạt mang điện dương và nếu hạt mang điện âm thì chiều ngược lại.

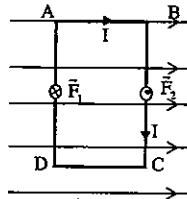
- Độ lớn của lực Lorenxơ

$$f = Bv |q| \sin \alpha$$

Trong đó  $\alpha$  là góc tạo bởi  $\vec{v}, \vec{B}$ .

**5. Khung dây mang dòng điện đặt trong từ trường**

**a. Trường hợp đường sức từ nằm trong mặt phẳng khung dây**



Xét một khung dây mang dòng điện đặt trong từ trường đều  $\vec{B}$  nằm trong mặt phẳng khung dây.

- Cạnh AB, DC song song với đường sức từ nên lên lực từ tác dụng lên chúng bằng không

- Gọi  $\vec{F}_1; \vec{F}_2$  là lực từ tác dụng lên các cạnh DA và BC.

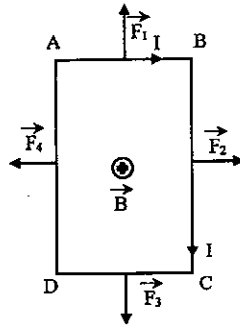
Theo công thức Ampe ta thấy  $\vec{F}_1; \vec{F}_2$  có

- Điểm đặt tại trung điểm của mỗi cạnh
- Phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ
- Chiều như hình vẽ (ngược chiều)
- Độ lớn  $F_1 = F_2$

Vậy: Khung dây chịu tác dụng của một ngẫu lực. Ngẫu lực này làm cho khung dây quay về vị trí cân bằng bên.

**b. Trường hợp đường sức từ vuông góc với mặt phẳng khung dây**

Xét một khung dây mang dòng điện đặt trong từ trường đều  $\vec{B}$  vuông góc với mặt phẳng khung dây.



Gọi  $\vec{F}_1$ ;  $\vec{F}_2$ ;  $\vec{F}_3$ ;  $\vec{F}_4$  là lực từ tác dụng lên các cạnh AB, BC, CD, DA. Theo công thức Ampe ta thấy

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_3; \vec{F}_2 = -\vec{F}_4$$

Vậy: Khung dây chịu tác dụng của các cặp lực cân bằng. Các lực này không làm quay khung.

c. Momen ngẫu lực từ tác dụng lên khung dây mang dòng điện.

Xét một khung dây mang dòng điện đặt trong từ trường đều  $\vec{B}$  nằm trong mặt phẳng khung dây. Momen ngẫu lực từ tác dụng lên khung dây là

$$M = IBS \sin \alpha$$

Trong đó

- $\alpha = (\vec{B}, \vec{n})$
- M : Momen ngẫu lực từ (Nm)
- I: Cường độ dòng điện (A)
- B: Từ trường (T)
- S: Diện tích khung dây ( $m^2$ )

## IV. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

### 1. Từ thông

Giả sử có một mặt phẳng có diện tích  $S$  được đặt trong từ trường đều. Từ thông qua diện tích  $S$  được xác định bởi

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

Trong đó

- $\Phi$ : từ thông. Đơn vị là Wb (vébe).
- $\alpha = (\vec{B}, \vec{n})$  là góc hợp bởi véc tơ pháp tuyến  $\vec{n}$  của diện tích  $S$  và từ trường đều  $\vec{B}$
- B: Từ trường (T)
- S: Diện tích ( $m^2$ )

### 2. Hiện tượng cảm ứng điện từ

#### a. Dòng điện cảm ứng

Dòng điện xuất hiện khi có sự biến đổi từ thông qua mạch điện kín gọi là dòng điện cảm ứng.

#### b. Suất điện động cảm ứng trong mạch điện kín

Suất điện động sinh ra dòng điện cảm ứng trong mạch điện kín là suất điện động cảm ứng.

Khi có sự biến đổi từ thông qua mặt giới hạn bởi một mạch kín thì trong mạch xuất hiện suất điện động cảm ứng.

**3. Chiều của dòng điện cảm ứng. Định luật Len-xơ**

Định luật Len-xơ: Dòng điện cảm ứng có chiều sao cho từ trường do nó sinh ra có tác dụng chống lại nguyên nhân đã sinh ra nó.

**4. Định luật Fa-ra-đây về cảm ứng điện từ**

Độ lớn của suất điện động cảm ứng trong mạch kín tỉ lệ với tốc độ biến thiên của từ thông qua mạch

$$e_c = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

**5. Suất điện động cảm ứng trong một đoạn dây dẫn chuyển động**

Độ lớn suất điện động cảm ứng trong một đoạn dây chuyển động:

$$\xi_c = Blv \sin \alpha \text{ (V)}$$

Trong đó

- $\alpha = (\vec{B}, \vec{v})$  là góc hợp bởi véctơ từ trường đều  $\vec{B}$  và chiều chuyển động của đoạn dây
- $B$  là cảm ứng từ (T)
- $l$  là chiều dài đoạn dòng điện (m)
- $v$  là độ lớn vận tốc chuyển động của đoạn dây (m/s)

**6. Hiện tượng tự cảm**

Hiện tượng cảm ứng điện từ trong một mạch điện do chính sự biến đổi của dòng điện trong mạch đó gây ra gọi là hiện tượng tự cảm.

Suất điện động tự cảm là suất điện động được sinh ra do hiện tượng tự cảm

$$\xi_c = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \text{ (V)}$$

Trong đó

- $L$  là hệ số tự cảm (H)
- $\Delta i$  là độ biến thiên cường độ dòng điện trong khoảng thời gian  $\Delta t$ .

**7. Năng lượng từ trường trong ống dây**

$$W = \frac{1}{2} Li^2 \text{ (J)}$$

Trong đó

- $L$  là hệ số tự cảm (H)
- $i$  là cường độ dòng điện chạy trong ống dây (A)

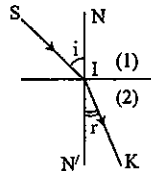
**V. KHÚC XẠ ÁNH SÁNG**

**1. Hiện tượng khúc xạ ánh sáng**

Hiện tượng khúc xạ ánh sáng là hiện tượng khi ánh sáng truyền qua mặt phân cách giữa hai môi trường trong suốt, tia sáng bị bẻ gãy khúc (đổi hướng đột ngột) ở mặt phân cách.

**2. Định luật khúc xạ ánh sáng**

- Tia khúc xạ nằm trong mặt phẳng tới và ở bên kia pháp tuyến so với tia tới



- Đối với một cặp môi trường trong suốt nhất, định thì tỉ số giữa sin của góc tới ( $\sin i$ ) với sin của góc khúc xạ ( $\sin r$ ) luôn luôn là một số không đổi. Số không đổi này phụ thuộc vào bản chất của hai môi trường và được gọi là chiết suất tỉ đối của môi trường chứa tia khúc xạ (môi trường 2) đối

với môi trường chứa tia tới (môi trường 1); kí hiệu là  $n_{21}$ .

Biểu thức:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}$$

- Nếu  $n_{21} > 1$  thì góc khúc xạ nhỏ hơn góc tới. Ta nói môi trường (2) chiết quang kém môi trường (1).
- Nếu  $n_{21} < 1$  thì góc khúc xạ lớn hơn góc tới. Ta nói môi trường (2) chiết quang hơn môi trường (1).
- Nếu  $i = 0$  thì  $r = 0$ : tia sáng chiếu vuông góc với mặt phân cách sẽ truyền thẳng.
- Nếu chiếu tia tới theo hướng KI thì tia khúc xạ sẽ đi theo hướng IS (theo nguyên lí về tính thuận nghịch của chiều truyền ánh sáng).

Do đó, ta có

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}}$$

### 3. Chiết suất tuyệt đối

- Chiết suất tuyệt đối của một môi trường là chiết suất của nó đối với chân không.
- Vì chiết suất của không khí xấp xỉ bằng 1, nên khi không cần độ chính xác cao, ta có thể coi chiết suất của một chất đối với không khí bằng chiết suất tuyệt đối của nó.
- Giữa chiết suất tỉ đối  $n_{21}$  của môi trường 2 đối với môi trường 1 và các chiết suất tuyệt đối  $n_2$  và  $n_1$  của chúng có hệ thức:  $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$
- Ngoài ra, người ta đã chứng minh được rằng:

Chiết suất tuyệt đối của các môi trường trong suốt tỉ lệ nghịch với vận tốc truyền ánh sáng trong các môi trường đó:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Nếu môi trường 1 là chân không thì ta có:  $n_1 = 1$  và  $v_1 = c = 3.10^8$  m/s

Kết quả là:  $n_2 = \frac{c}{v_2} \Leftrightarrow v_2 = \frac{c}{n_2}$

- Vì vận tốc truyền ánh sáng trong các môi trường đều nhỏ hơn vận tốc truyền ánh sáng trong chân không, nên chiết suất tuyệt đối của các môi trường luôn luôn lớn hơn 1.
- Ý nghĩa của chiết suất tuyệt đối

Chiết suất tuyệt đối của môi trường trong suốt cho biết vận tốc truyền ánh sáng trong môi trường đó nhỏ hơn vận tốc truyền ánh sáng trong chân không bao nhiêu lần.

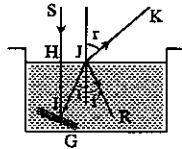
### 4. Hiện tượng phản xạ toàn phần

#### a. Hiện tượng phản xạ toàn phần

Hiện tượng phản xạ toàn phần là hiện tượng mà trong đó chỉ tồn tại tia phản xạ mà không có tia khúc xạ.

#### b. Điều kiện để có hiện tượng phản xạ toàn phần

- Tia sáng truyền theo chiều từ môi trường có chiết suất lớn sang môi trường có chiết suất nhỏ hơn.



- Góc tới lớn hơn hoặc bằng góc giới hạn phản xạ toàn phần ( $i_{gh}$ ).

#### c. Lăng kính phản xạ toàn phần

Lăng kính phản xạ toàn phần là một khối thủy tinh hình lăng trụ có tiết diện thẳng là một tam giác



vuông cân

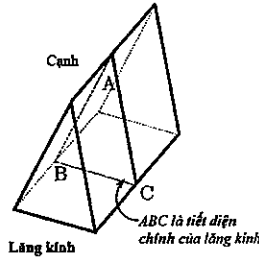
**Ứng dụng**

- Lăng kính phản xạ toàn phần được dùng thay gương phẳng trong một số dụng cụ quang học (như ống nhòm, kính tiềm vọng...).
- Có hai ưu điểm là tỉ lệ phần trăm ánh sáng phản xạ lớn và không cần có lớp mạ như ở gương phẳng.

**VI. LĂNG KÍNH**

**1. Định nghĩa**

- Lăng kính là một khối chất trong suốt hình lăng trụ đứng, có tiết diện thẳng là một hình tam giác.



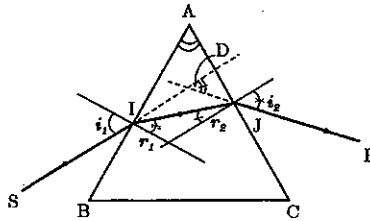
- Đường đi của tia sáng đơn sắc qua lăng kính

- Ta chỉ khảo sát đường đi của tia sáng trong tiết diện thẳng ABC của lăng kính.

- Nói chung, các tia sáng khi qua lăng kính bị khúc xạ và tia ló luôn bị lệch về phía đáy nhiều hơn so với tia tới.

- Góc lệch của tia sáng đơn sắc khi đi qua lăng kính

Góc lệch D giữa tia ló và tia tới là góc hợp bởi phương của tia tới và tia ló, (xác định theo góc nhỏ giữa hai đường thẳng).



**2. Các công thức lăng kính**

$$\begin{cases} \sin i_1 = n \sin r_1 \\ \sin i_2 = n \sin r_2 \\ A = r_1 + r_2 \\ D = i_1 + i_2 - A \end{cases}$$

Khi tia sáng có góc lệch cực tiểu:  $r_1 = r_2 = \frac{A}{2}$ ;  $i_1 = i_2 = \frac{D_{\min} + A}{2}$ ;  $\sin \frac{D_{\min} + A}{2} = n \sin \frac{A}{2}$

Khi góc lệch đạt cực tiểu thì tia ló và tia tới đối xứng nhau qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang.

## PHỤ LỤC 2: BỔ TRỢ KIẾN THỨC TOÁN

Có thể nói rằng, để học tốt môn Vật lí, ngoài việc hiểu hiện tượng, ta cần phải nắm chắc các kiến thức, kĩ năng giải toán. Đặc biệt là các kĩ năng về biến đổi đại số, kĩ năng giải hệ phương trình, và kĩ năng đánh giá (bất đẳng thức, tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất).

Dưới đây chúng ta nhắc lại một số kiến thức quan trọng, phục vụ cho việc học Vật lí 12.

Các em học sinh lớp 10 và lớp 11 muốn tự học Vật lí 12 thì phải xem các kiến thức phần này và bổ túc cho mình những kiến thức còn thiếu.

### PHẦN ĐẠI SỐ

- Tam thức bậc hai

Trình bày một số kiến thức quan trọng về tam thức bậc hai cần phải nhớ. Nó phục vụ cho các bài toán liên quan đến điện xoay chiều, các bài toán liên quan đến biên độ dao động cực đại trong tổng hợp dao động, các bài toán liên quan đến cực trị diện xoay chiều,...

- Bất đẳng thức

Trình bày một số tính chất cơ bản và quan trọng của bất đẳng thức, các bất đẳng thức hay dùng, phục vụ cho các bài toán cực trị (đặc biệt là diện xoay chiều)

- Phương trình, bất phương trình

Trình bày kiến thức về phương trình, bất phương trình phục vụ cho việc giải phương trình, bất phương trình. Đặc biệt là phần phương trình, bất phương trình Logarit sử dụng trong các bài toán liên quan đến sóng âm, các bài toán liên quan đến phóng xạ.

- Lũy thừa, logarit

Trình bày những kiến thức quan trọng về lũy thừa, logarit phục vụ cho các bài toán liên quan đến sóng âm, các bài toán liên quan đến phóng xạ.

- Lượng giác

Trình bày những kiến thức về lượng giác, giải phương trình lượng giác phục vụ cho các bài toán về dao động điều hòa.

- Đạo hàm, nguyên hàm, tích phân

Trình bày kiến thức liên quan đến đạo hàm, tích phân phục vụ cho chương dao động cơ.

Học sinh 10, 11 muốn học Vật lí 12 phải biết đạo hàm là gì, sử dụng như thế nào. Dưới đây chỉ nhắc lại một số công thức tính đạo hàm, nguyên hàm cơ bản để học sinh 12 nếu quên có thể xem lại. Học sinh 10, 11 nếu muốn học cụ thể chi tiết thì nên đọc trong SGK và làm bài tập cơ bản trong SGK.

### PHẦN HÌNH HỌC

- Hệ thức lượng trong tam giác

Nhắc lại các hệ thức lượng trong tam giác vuông, trong tam giác thường.

Phục vụ cho giải các bài toán liên quan đến sử dụng giản đồ vectơ, các bài toán liên quan đến giao thoa sóng, v.v...

- Các công thức tính diện tích

Nhắc lại các công thức tính diện tích của các hình, phục vụ cho việc giải các bài toán liên quan đến sử dụng giản đồ vectơ, bài toán liên quan đến giao thoa sóng, v.v...

Nhắc lại công thức tính diện tích mặt cầu phục vụ cho phần sóng âm (sóng cầu).

- Phương trình đường tròn, Hypebol, Parabol, Elip

Nhắc lại các phương trình đường tròn, Hypebol, Parabol, Elip phục vụ cho việc trả lời một số câu hỏi lí thuyết liên quan đến đồ thị (ví dụ, đồ thị của  $x$  phụ thuộc  $v$  là được gì?)

Phục vụ cho việc hiểu hiện tượng, hình ảnh trong giao thoa sóng.

## A. Đại số

### I. Tam thức bậc hai

Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0; \Delta = b^2 - 4ac$ ). Ta có

$$\begin{aligned} \bullet f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \\ \bullet f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Giả sử phương trình  $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$  thì theo định lí Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Nếu  $a > 0$ , hàm số  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất tại  $x = -\frac{b}{2a}$

Nếu  $a < 0$ , hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất tại  $x = -\frac{b}{2a}$

### II. Bất đẳng thức

Các tính chất của bất đẳng thức

$$\begin{aligned} \bullet \begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} &\Rightarrow a > c \\ \bullet a > b &\Leftrightarrow a + c > b + c \\ \bullet \begin{cases} c > 0 \\ a > b \end{cases} &\Rightarrow ac > bc \\ \bullet \begin{cases} c < 0 \\ a > b \end{cases} &\Rightarrow ac < bc \\ \bullet \begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} &\Rightarrow a + c > b + d \\ \bullet a + c > b &\Leftrightarrow a > b - c \\ \bullet \begin{cases} a > b \geq 0 \\ c > d \geq 0 \end{cases} &\Rightarrow ac > bd \\ \bullet \begin{cases} a > b \geq 0 \\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases} &\Rightarrow a^n > b^n \\ \bullet a > b \geq 0 &\Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b} \\ \bullet a > b &\Leftrightarrow \sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b} \end{aligned}$$

Bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối

$$\begin{aligned} -|a| \leq a \leq |a|, \forall a \in \mathbb{R} \\ |x| \leq a &\Leftrightarrow -a \leq x \leq a, (a > 0) \\ |x| > a &\Leftrightarrow \begin{cases} x < -a \\ x > a \end{cases} \\ |a| - |b| < |a + b| < |a| + |b|, (a, b \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

**Bất đẳng thức AM-GM (hay Cô-si)**

Với  $a, b, c$  là các số thực không âm, khi đó ta có

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$

Đẳng thức xảy ra khi các biến bằng nhau.

Hệ quả:

- Nếu tích các số không đổi thì tổng nhỏ nhất khi các số đó bằng nhau.
- Nếu tổng các số không đổi thì tích lớn nhất khi các số đó bằng nhau.

**Bất đẳng thức Cauchy-Schwarz (hay Bunhiacopxki)**

Với  $a, b, c, d$  là các số thực, khi đó ta có

$$(ab + cd)^2 \leq (a^2 + c^2)(b^2 + d^2)$$

Dẫn thức xảy ra khi và chỉ khi  $ab = cd$ .

**III. Phương trình, bất phương trình**

Phương trình, bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

- $|A| = |B| \Leftrightarrow A = \pm B$
- $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases}$
- $|A| < B \Leftrightarrow \begin{cases} A < B \\ A > -B \end{cases}$
- $|A| < |B| \Leftrightarrow A^2 < B^2$
- $|A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A > B \\ A < -B \end{cases}$

Phương trình, bất phương trình chứa căn

- $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} (B \geq 0)$
- $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$
- $\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases}$
- $\sqrt{A} < B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \\ A < B^2 \end{cases}$
- $\sqrt{A} > B \Leftrightarrow \begin{cases} B < 0 \\ A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases}$

Phương trình, bất phương trình Logarit

- $\begin{cases} a^x = b \\ a > 0, a \neq 1 \Rightarrow x = \log_a b \\ b > 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} \log_a x = b \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = a^b$
- $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \\ a = 1 \end{cases}$
- $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (a - 1)[f(x) - g(x)] = 0 \end{cases}$  (a thay đổi)
- $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (a - 1)[f(x) - g(x)] > 0 \end{cases}$  (a thay đổi)
- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \vee g(x) > 0 \end{cases}$

IV. Lũy thừa, Logarit

Lũy thừa	Logarit
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>a^\alpha \cdot a^\beta \cdot a^\gamma = a^{\alpha+\beta+\gamma}</math></li> <li>• <math>\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}</math></li> <li>• <math>(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}</math></li> <li>• <math>\sqrt[n]{a^\alpha} = a^{\frac{\alpha}{n}}</math></li> <li>• <math>\frac{a^\alpha}{b^\alpha} = \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha</math></li> <li>• <math>a^\alpha b^\alpha = (a \cdot b)^\alpha</math></li> <li>• <math>a^{-\alpha} = \frac{1}{a^\alpha}</math></li> <li>• <math>\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^k}} = \sqrt[n \cdot m]{a^k} = a^{\frac{k}{n \cdot m}}</math></li> </ul>	<p>Với <math>N_1, N_2, N &gt; 0</math> và <math>0 &lt; a, b \neq 1</math>, ta có</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\log_a N = M \Leftrightarrow N = a^M</math></li> <li>• <math>\log_a a^M = M</math></li> <li>• <math>a^{\log_a N} = N</math></li> <li>• <math>N_1^{\log_a N_2} = N_2^{\log_a N_1}</math></li> <li>• <math>\log_a (N_1 N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2</math></li> <li>• <math>\log_a \left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \log_a N_1 - \log_a N_2</math></li> <li>• <math>\log_a N^\alpha = \alpha \log_a N</math></li> <li>• <math>\log_{a^\alpha} N = \frac{1}{\alpha} \log_a N</math></li> <li>• <math>\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}</math></li> <li>• <math>\log_a b = \frac{1}{\log_b a}</math></li> </ul>

**V. Lượng giác**

**Công thức lượng giác**

**Hệ thức cơ bản**

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

**Cung liên kết**

Cung đối	Cung bù
$\cos(-x) = \cos x$ $\sin(-x) = -\sin x$ $\tan(-x) = -\tan x$ $\cot(-x) = -\cot x$	$\sin(\pi - x) = \sin x$ $\cos(\pi - x) = -\cos x$ $\tan(\pi - x) = -\tan x$ $\cot(\pi - x) = -\cot x$
Cung phụ (có tổng bằng $\pi/2$ )	Cung hơn kém nhau $\pi/2$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\tan x$

**Cung hơn kém  $\pi$**

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\cot(\pi + x) = \cot x$$

**Công thức cộng**

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

**Công thức nhân đôi**

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

Công thức nhân ba

$$\begin{aligned}\sin 3x &= 3 \sin x - 4 \sin^3 x \\ \cos 3x &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x \\ \tan 3x &= \frac{3 \tan x - \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x} \\ \cos^3 x &= \frac{3 \cos x + \cos 3x}{4} \\ \sin^3 x &= \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4}\end{aligned}$$

Công thức biểu diễn theo  $\sin x$ ,  $\cos x$  theo  $t = \tan \frac{x}{2}$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \\ \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ \tan x = \frac{2t}{1-t^2} \end{cases}$$

Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\begin{aligned}\cos x \cos y &= \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)] \\ \sin x \sin y &= \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)] \\ \sin x \cos y &= \frac{1}{2} [\sin(x-y) + \sin(x+y)]\end{aligned}$$

Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \cos x - \cos y &= -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \sin x - \sin y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \\ \tan x + \tan y &= \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y} \\ \tan x - \tan y &= \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} \\ \cot x + \cot y &= \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y} \\ \cot x - \cot y &= \frac{\sin(x-y)}{\sin x \sin y}\end{aligned}$$

Đặc biệt

$$\begin{aligned}\sin x + \cos x &= \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \\ \sin x - \cos x &= \sqrt{2} \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \\ 1 \pm \sin 2x &= (\sin x \pm \cos x)^2\end{aligned}$$

Phương trình lượng giác cơ bản

$$\bullet \sin x = \sin u \Leftrightarrow \begin{cases} x = u + k2\pi \\ x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\bullet \cos x = \cos u \Leftrightarrow \begin{cases} x = u + k2\pi \\ x = -u + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = +k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\bullet \tan x = \tan u \Leftrightarrow x = u + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x = \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\bullet \cot x = \cot u \Leftrightarrow x = u + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

VI. Đạo hàm, nguyên hàm, tích phân

Đạo hàm các hàm số thường gặp

Đạo hàm của hàm sơ cấp      Đạo hàm của hàm hợp  $u = f(x)$

$$\bullet (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$$

$$\bullet (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\bullet \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\bullet (\sin x)' = \cos x$$

$$\bullet (\cos x)' = -\sin x$$

$$\bullet (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\bullet (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\bullet (e^x)' = e^x$$

$$\bullet (a^x)' = a^x \ln a$$

$$\bullet (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\bullet (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$\bullet (u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$$

$$\bullet (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$\bullet \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\bullet (\sin u)' = u' \cos u$$

$$\bullet (\cos u)' = -u' \sin u$$

$$\bullet (\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$\bullet (\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$$

$$\bullet (e^u)' = u' e^u$$

$$\bullet (a^u)' = u' a^u \ln a$$

$$\bullet (\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$\bullet (\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$$



Nguyên hàm các hàm số thường gặp

$$\begin{aligned} \int dx &= x + C & \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C \\ \int x^\alpha dx &= \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1) & \int \cos x dx &= \sin x + C \\ \int \frac{dx}{x} &= \ln|x| + C & \int \sin x dx &= -\cos x + C \\ \int \frac{dx}{x^2} &= -\frac{1}{x} + C & \int \frac{dx}{\cos^2 x} &= \tan x + C \\ \int e^x dx &= e^x + C & \int \frac{dx}{\sin^2 x} &= -\cot x + C \end{aligned}$$

Tích phân

Nếu  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thì ta có công thức tính tích phân

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

## VII. Tích vô hướng của hai vectơ

Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được xác định bởi

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Công thức này rất quan trọng trong chương trình lớp 12 nên bạn đọc cần ghi nhớ!

## B. Hình học

### I. Hệ thức lượng trong tam giác

Cho tam giác ABC với  $AB = c, BC = a, CA = b$ . Gọi  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp,  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

**Định lí hàm số cosin**

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A & \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B & \cos B &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C & \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned}$$

**Định lí hàm số sin**

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

**Công thức tính độ dài đường trung tuyến**

$$\begin{cases} m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \\ m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \\ m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} \end{cases}$$

**Công thức độ dài đường phân giác trong**

$$\begin{cases} l_a = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} \\ l_b = \frac{2ac \cos \frac{B}{2}}{a+c} \\ l_c = \frac{2ab \cos \frac{C}{2}}{a+b} \end{cases}$$

**Công thức tính diện tích tam giác**

Gọi  $h_a, h_b, h_c$  lần lượt là là đường cao hạ từ đỉnh A, B, C.

Gọi  $p$  là nửa chu vi tam giác. Khi đó ta có

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ab.\sin C = \frac{1}{2}ac.\sin B$$

$$S = p.r = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

**II. Các công thức tính diện tích**

**Diện tích hình chữ nhật**

Hình chữ nhật có chiều dài  $a$ , chiều rộng  $b$  thì diện tích được xác định bởi

$$S = ab$$

**Diện tích hình vuông**

Hình vuông có cạnh là  $a$  thì diện tích được xác định bởi

$$S = a^2$$

**Diện tích tam giác**

Xét tam giác ABC, gọi  $h_a, h_b, h_c$  lần lượt là là đường cao hạ từ đỉnh A, B, C.

Gọi  $p$  là nửa chu vi tam giác. Khi đó ta có diện tích tam giác tính bởi

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ab.\sin C = \frac{1}{2}ac.\sin B$$

$$S = p.r = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

**Diện tích hình thang**

*Muốn tìm diện tích hình thang  
 Đáy lớn đáy bé ta đem cộng vào  
 Rồi đem nhân với chiều cao  
 Chia đôi lấy nửa thế nào cũng ra*

**Diện tích hình tròn**

Gọi bán kính hình tròn là  $R$  thì diện tích hình tròn xác định bởi

$$S = \pi R^2$$

**Diện tích, thể tích mặt cầu**

Giả sử hình cầu có bán kính  $R$ . Diện tích mặt cầu xác định bởi

$$S = 4\pi R^2$$

Thể tích hình cầu xác định bởi

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

### III. Các phương trình

#### 1. Phương trình đường tròn

Phương trình đường tròn có tâm  $I(a; b)$  và bán kính  $R$ :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

**Nhận xét:** Phương trình  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ , với  $a^2 + b^2 - c > 0$ , là phương trình đường tròn tâm  $I(-a; -b)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ .

#### 2. Phương trình đường Elip

**Định nghĩa**

Cho  $F_1, F_2$  cố định với  $F_1F_2 = 2c$  ( $c > 0$ ).

$$M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a \quad (a > c)$$

Trong đó  $F_1, F_2$  là các tiêu điểm,  $F_1F_2 = 2c$  là tiêu cự.

**Phương trình chính tắc của elip**

Phương trình chính tắc của elip có dạng

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$(a > b > 0, b^2 = a^2 - c^2)$$

- Tọa độ các tiêu điểm:  $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ .
- Với  $M(x; y) \in (E)$ ,  $MF_1, MF_2$  được gọi là các bán kính qua tiêu điểm của M.

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x, \quad MF_2 = a - \frac{c}{a}x$$

**Hình dạng của elip**

- (E) nhận các trục tọa độ làm các trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
- Tọa độ các đỉnh:  $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$
- Độ dài các trục: trục lớn:  $A_1A_2 = 2a$ , trục nhỏ:  $B_1B_2 = 2b$
- Tâm sai của (E):  $e = \frac{c}{a}$  ( $0 < e < 1$ )
- Hình chữ nhật cơ sở: tạo bởi các đường thẳng  $x = \pm a, y = \pm b$  (ngoại tiếp elip).

#### 3. Phương trình đường Hypebol

**Định nghĩa**

Cho  $F_1, F_2$  cố định với  $F_1F_2 = 2c$  ( $c > 0$ ).

$$M \in (H) \Leftrightarrow |MF_1 - MF_2| = 2a \quad (a < c)$$

Trong đó  $F_1, F_2$  là các tiêu điểm,  $F_1F_2 = 2c$  là tiêu cự.

**Phương trình chính tắc của hypebol**

Phương trình chính tắc của hypebol có dạng

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$(a, b > 0, b^2 = c^2 - a^2)$$

- Tọa độ các tiêu điểm:  $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$
- Với  $M(x; y) \in (H)$ ,  $MF_1, MF_2$  được gọi là các bán kính qua tiêu điểm của M.

$$MF_1 = \left| a + \frac{c}{a}x \right|, \quad MF_2 = \left| a - \frac{c}{a}x \right|$$

**Hình dạng của hypebol**

- (H) nhận các trục toạ độ làm các trục đối xứng và gốc toạ độ làm tâm đối xứng.
- Toạ độ các đỉnh:  $A_1(-a; 0)$ ,  $A_2(a; 0)$
- Độ dài các trục: trục thực:  $2a$ , trục ảo:  $2b$
- Tâm sai của (H):  $e = \frac{c}{a}$  ( $e > 1$ )
- Hình chữ nhật cơ sở: tạo bởi các đường thẳng  $x = \pm a$ ,  $y = \pm b$ .
- Phương trình các đường tiệm cận:  $y = \pm \frac{b}{a}x$ .

NỘI DUNG GIẢM TÀI MÔN VẬT LÝ 12 (SGK CƠ BẢN)  
 CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
 ÁP DỤNG TỪ NĂM 2011

STT	Chương	Bài	Trang	Nội dung điều chỉnh	Hướng dẫn thực hiện
1	I	Bài 3: Con lắc đơn	14	Mục III. Khảo sát dao động của con lắc đơn về mặt năng lượng. Bài tập 6 trang 17 SGK.	Chỉ cần khảo sát định tính.  Không yêu cầu HS phải làm.
2	II	Bài 8: Giao thoa sóng	41	Mục II. Cực đại và cực tiểu.	Chỉ cần nêu công thức (8.2), công thức (8.3) và kết luận.
3	III	Bài 12: Đại cương về dòng điện xoay chiều	62	Mục III. Giá trị hiệu dụng. Bài tập 3 và bài tập 10 trang 66 SGK.	Chỉ cần nêu công thức (12.9) và kết luận. Không yêu cầu HS phải làm.
4	III	Bài 13: Các mạch điện xoay chiều	67	Cả bài. Bài tập 5 và bài tập 6 trang 74 SGK.	Chỉ cần nêu các công thức liên quan đến các kết luận và các kết luận. Không yêu cầu HS phải làm.
5	III	Bài 15: Công suất điện tiêu thụ của mạch điện xoay chiều	81	Mục I.1. Biểu thức công suất.	Chỉ cần đưa ra công thức (15.1).
6	III	Bài 16: Truyền tải điện năng. Máy biến áp	86	Mục II.2. Khảo sát thực nghiệm một máy biến áp.	Chỉ cần nêu công thức(16.2), (16.3) và kết luận.
7	III	Bài 17: Máy phát điện xoay chiều	92	Mục II.2. Cách mắc mạch ba pha.	Không dạy vì đã học ở môn Công nghệ.
8	III	Bài 18: Động cơ không đồng bộ ba pha	95	Mục II. Động cơ không đồng bộ ba pha.	Không dạy vì đã học ở môn Công nghệ.
9	IV	Bài 21: Điện từ trường	108	Mục I.2.a. TỶ trường của mạch dao động và mục II.2. Thuyết điện từ Mắc - xoan.	Không dạy.
10	VI	Bài 32: Hiện tượng quang - phát quang	163	Bài tập 5 trang 165 SGK.	Không yêu cầu HS phải làm.
11	VI	Bài 34: Sơ lược về Laze	170	Mục I.2. Sự phát xạ cảm ứng và mục I.3. Cấu tạo của laze.	Không dạy.
12	VII	Bài 37: Phóng xạ	188	Mục II.2. Định luật phóng xạ.	Chỉ cần nêu công thức (37.6) và kết luận.
13	VII	Bài 39: Phản ứng nhiệt hạch	200	Mục III. Phản ứng nhiệt hạch trên Trái Đất.	Không dạy.
14	VIII	Bài 40: Các hạt sơ cấp	206	Cả bài.	Đọc thêm.
15	VIII	Bài 41: Cấu tạo vũ trụ	210	Cả bài.	Đọc thêm.

Điểm đáng chú ý là phần cách mắc mạch ba pha không phải học, do đó ta không cần quan tâm đến các bài tập liên quan đến mắc mạch ba pha (các bài tập về mắc hình sao, tam giác,...).

CHƯƠNG 0

# CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI VẬT LÝ

Chương này tác giả trình bày về ba phương pháp hay dùng (ngoài phương pháp đại số thông thường) trong giải bài tập Vật lí. Đó là

- Phương pháp số phức.
- Phương pháp giản đồ vectơ trong giải toán điện xoay chiều.
- Phương pháp chuẩn hóa.

Chương này coi như một phụ lục, có những kiến thức bạn đọc phải đọc từ các chương sau mới hiểu được. Do đó, tốt nhất bạn nên bắt đầu từ chương 1 của cuốn sách.

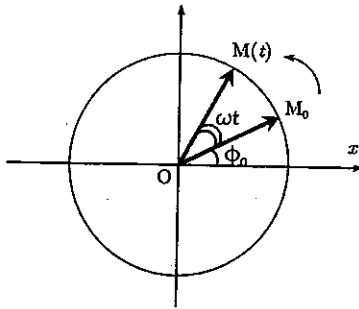
## A. PHƯƠNG PHÁP SỐ PHỨC

### I. Cơ sở phương pháp

Xét dao động điều hòa có phương trình

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Dao động này có thể biểu diễn bằng vectơ quay  $\vec{A} = \vec{OM}$  (xem chi tiết ở phần VI.1 chương I)



Hình chiếu của  $M(t)$  lên  $Ox$  biểu diễn dao động điều hòa

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Điểm  $M(t)$  có tọa độ  $(A \cos(\omega t + \varphi_0); A \sin(\omega t + \varphi_0))$  được biểu diễn bởi một số phức có dạng

$$\begin{aligned} z &= x_M + y_M \cdot i \\ &= A \cos(\omega t + \varphi_0) + A \sin(\omega t + \varphi_0) \cdot i \\ &= A [\cos(\omega t + \varphi_0) + \sin(\omega t + \varphi_0) \cdot i] \\ &= A e^{i(\omega t + \varphi_0)} \end{aligned}$$

Kí hiệu  $z = A \angle (\omega t + \varphi_0)$ .

Như vậy, một dao động điều hòa hay một đại lượng biến thiên điều hòa  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  có thể biểu diễn bằng số phức dạng lượng giác như sau

$$z = A e^{i(\omega t + \varphi_0)} = A \angle (\omega t + \varphi_0)$$

Xét hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Phương trình dao động tổng hợp là

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Hai dao động này được biểu diễn dưới dạng lượng giác của số phức là

$$\begin{cases} z_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \cdot i \\ z_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \cdot i \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} z &= z_1 + z_2 \\ &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \cdot i + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \cdot i \\ &= A \cos(\omega t + \varphi) + A \sin(\omega t + \varphi) \cdot i \\ &= A \angle(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Số phức này biểu diễn dao động điều hòa có phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ , là phương trình của dao động tổng hợp  $x_1$  và  $x_2$ .

Như vậy, việc tổng hợp dao động điều hòa cùng phương cùng tần số đồng nghĩa với việc cộng các số phức biểu diễn dao động đó.

Vì trong tổng hợp dao động, tần số góc bằng nhau nên ta chỉ quan tâm đến vấn đề tìm biên độ tổng hợp và pha ban đầu của dao động tổng hợp. Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ , ta có:

$$\begin{aligned} z_1 &= A_1 \cos(\varphi_1) + A_1 \sin(\varphi_1) \cdot i = A_1 e^{i\varphi_1} = A_1 \angle \varphi_1 \\ z_2 &= A_2 \cos(\varphi_2) + A_2 \sin(\varphi_2) \cdot i = A_2 e^{i\varphi_2} = A_2 \angle \varphi_2 \\ z &= A \cos(\varphi) + A \sin(\varphi) \cdot i = A e^{i\varphi} = A \angle \varphi \end{aligned}$$

Vì thế nên

$$z = z_1 + z_2 \Leftrightarrow A \angle \varphi = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2$$

Trong máy tính cầm tay,  $A \angle \varphi$  kí hiệu dưới dạng  $r \angle \theta$ .

## II. Sử dụng máy tính thực hiện phép toán về số phức

Máy tính ở đây tác giả dùng là CASIO fx - 570ES, các máy tính đời tương đương (VINACAL,...) làm tương tự. Dưới đây là các chế độ trong máy tính

Các bước chọn chế độ	Thao tác	Ý nghĩa - Kết quả
Cài đặt ban đầu (Reset all):	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>9</b> <b>3</b> <b>=</b> <b>=</b>	Reset all
Phép toán thông thường	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>1</b>	Màn hình xuất hiện Math.
Phép toán về số phức	Bấm: <b>MODE</b> <b>2</b>	Màn hình xuất hiện CMPLX
Dạng tọa độ cực: $r \angle \theta$ (ta hiểu: $A \angle \varphi$ )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> $\nabla$ <b>3</b> <b>2</b>	Hiện thị số phức kiểu $r \angle \theta$
Dạng tọa độ đề các: $a + bi$	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> $\nabla$ <b>3</b> <b>1</b>	Hiện thị số phức kiểu $a + bi$
Chọn đơn vị đo góc là độ (D)	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>3</b>	Màn hình hiển thị chữ D
Chọn đơn vị đo góc là rad (R)	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b>	Màn hình hiển thị chữ R
Để nhập kí hiệu góc $\angle$	Bấm <b>SHIFT</b> <b>(-)</b>	Màn hình hiển thị kí hiệu $\angle$

### III. Vận dụng phương pháp trong bài toán tổng hợp dao động

#### 1. Cách nhập vào máy tính

Xét phương trình  $x = 8 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right)$ . Dạng số phức của nó là  $8\angle 60^\circ$  hoặc  $8\angle \frac{\pi}{3}$ . Để biểu diễn trên máy tính, ta làm như sau

- Chọn chế độ tính toán với số phức

Bấm máy **[MODE]** **[2]** màn hình xuất hiện chữ **CMPLX**

- Chọn chế độ tính góc (là độ hay rad)

Nếu chọn đơn vị đo góc là độ (D) ta bấm: **[SHIFT]** **[MODE]** **[3]** trên màn hình hiển thị chữ **D**.

Nhập máy: **[8]** **[SHIFT]** **[(-)]** **[6]** **[0]** sẽ hiển thị là: **8∠60**

Nếu chọn đơn vị đo góc là Rad (R) ta bấm **[SHIFT]** **[MODE]** **[4]** trên màn hình hiển thị chữ **R**.

Nhập máy: **[8]** **[SHIFT]** **[(-)]** **[π]** **[3]** sẽ hiển thị là:  $8\angle \frac{1}{3}\pi$

Thy thuộc vào bài toán mà ta dùng chế độ tính góc theo độ hay rad. Cách chuyển từ rad sang độ

$$\varphi (\text{rad}) = \frac{\varphi(D)\pi}{180^\circ}$$

#### Chú ý:

Để chuyển từ dạng đại số của số phức  $a + bi$  sang dạng lượng giác  $A\angle\varphi$ , ta bấm

$$\text{[SHIFT] [2] [3] [=]}$$

Ví dụ : Nếu trên máy tính hiển thị:  $4 + 4\sqrt{3}i$  thì ta bấm phím **[SHIFT]** **[2]** **[3]** **[=]** sẽ thu được kết quả:

$$8\angle \frac{1}{3}\pi$$

Để chuyển từ dạng lượng giác  $A\angle\varphi$  sang dạng đại số  $a + bi$ , ta bấm

$$\text{[SHIFT] [2] [4] [=]}$$

Ví dụ : Nếu trên máy hiển thị:  $8\angle \frac{1}{3}\pi$  thì ta bấm phím **[SHIFT]** **[2]** **[4]** **[=]** sẽ thu được kết quả:

$$4 + 4\sqrt{3}i$$

#### 2. Bài tập vận dụng

Ví dụ 1: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình:  $x_1 = 5 \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{3} \right)$  (cm);  $x_2 = 5 \cos (\pi t)$  (cm). Dao động tổng hợp của vật có phương trình

A.  $x = 5\sqrt{3} \cos \left( \pi t - \frac{\pi}{4} \right)$  (cm).

B.  $x = 5\sqrt{3} \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{6} \right)$  (cm).

C.  $x = 5 \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{4} \right)$  (cm).

D.  $x = 5 \cos \left( \pi t - \frac{\pi}{3} \right)$  (cm).

#### Lời giải

##### Cách 1: Phương pháp truyền thống

Biên độ xác định bởi

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Pha ban đầu  $\varphi$  xác định thông qua:

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



Ở bài toán này  $\frac{\pi}{3} > \varphi > 0$ . Thay số vào ta tính được

$$A = \sqrt{5^2 + 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} = 5\sqrt{3}$$

$$\tan \varphi = \frac{5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + 5 \cdot \sin 0}{5 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 5 \cdot \cos 0} = \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{5 \cdot \frac{1}{2} + 5} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

Từ đó ta có  $x = 5\sqrt{3} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

**Cách 2: Phương pháp số phức**

- Bước 1: Chọn chế độ tính toán với số phức.
- Bước 2: Chọn chế độ tính góc là rad.
- Bước 3: Nhập vào máy tính

$$5 \angle \frac{\pi}{3} + 5 \angle 0$$

Ấn [=] sẽ hiển thị

$$\frac{15}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$$

Đây là dạng đại số, để chuyển sang dạng lượng giác ta bấm **SHIFT** **[2]** **[3]** [=]. Khi đó máy tính hiển thị

$$5\sqrt{3} \angle \frac{\pi}{6}$$

Vậy  $x = 5\sqrt{3} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm)

Chọn đáp án B.

**Ví dụ 2:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình:

$x_1 = \sqrt{3} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm,  $x_2 = \cos(\omega t + \pi)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp:

A.  $x = 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

B.  $x = 2 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

C.  $x = 2 \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.

D.  $x = 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

Lời giải

**Cách 1: Phương pháp đại số**

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 2 \text{ cm} \\ \tan \varphi &= \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{2} + 1 \cdot \sin \pi}{\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{2} + 1 \cdot \cos \pi} = -\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{2\pi}{3} \\ \varphi = \frac{-\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3} \end{aligned} \right.$$

Vậy  $x = 2 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

Chọn đáp án B.

**Cách 2: Phương pháp số phức**

- Bước 1: Chọn chế độ tính toán với số phức.
- Bước 2: Chọn chế độ tính góc là rad.
- Bước 3: Nhập vào máy tính:  $\sqrt{3} \angle \frac{\pi}{2} + 1 \angle \pi$ .

Ấn [=] sẽ hiển thị  $-1+\sqrt{3}i$ . Đây là dạng đại số, để chuyển sang dạng lượng giác ta bấm  $\boxed{SHIFT} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{=}$ .

Khi đó máy tính hiển thị

$$2\angle\frac{2\pi}{3}$$

Vậy  $x = 2 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$  (cm)

Chọn đáp án B.

**Ví dụ 3:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình  $x_1 = \sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm,  $x_2$ . Phương trình của dao động tổng hợp là  $x = 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Phương trình dao động  $x_2$  là?

A.  $x_2 = \cos(\omega t)$  cm.

B.  $x_2 = 2 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

C.  $x_2 = 2 \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.

D.  $x_2 = 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

Lời giải

Ta có  $x_1 + x_2 = x$  nên  $x_2 = x - x_1$ . Do đó nhập vào máy tính ta tính được

$$2\angle\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\angle\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 = 1\angle 0$$

Từ đó suy ra  $x_2 = \cos(\omega t)$  cm.

Đáp án A.

**Ví dụ 4:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương có phương trình dao động:

$$x_1 = 2\sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}, \quad x_2 = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}, \quad x_3 = 8 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

Giá trị vận tốc cực đại của vật và pha ban đầu của dao động lần lượt là:

A.  $12\pi$ cm/s và  $-\frac{\pi}{6}$ rad.

B.  $12\pi$ cm/s và  $\frac{\pi}{3}$ rad.

C.  $16\pi$ cm/s và  $\frac{\pi}{6}$ rad.

D.  $16\pi$ cm/s và  $-\frac{\pi}{6}$ rad.

Lời giải

**Cách 1:** Phương pháp đại số

Ta sẽ tổng hợp  $x_2 + x_3 = x_{23}$  rồi lại tổng hợp  $x_{23}$  với  $x_1$  sẽ được phương trình của dao động tổng hợp.

Từ đó suy ra vận tốc cực đại của vật và pha ban đầu của dao động tổng hợp.

Tổng hợp  $x_2$  và  $x_3$  ta có:

$$\tan \varphi_{23} = \frac{4 \sin \frac{\pi}{6} + 8 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{4 \cos \frac{\pi}{6} + 8 \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{23} = -\frac{\pi}{3}$$

$$A_{23} = \sqrt{4^2 + 8^2 + 2.4.8. \cos \Delta \varphi} = 4\sqrt{3}$$

Từ đó ta suy ra

$$x_{23} = 4\sqrt{3} \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Tổng hợp  $x_{23}$  và  $x_1$  ta có:

$$\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} + 4\sqrt{3} \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} + 4\sqrt{3} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$A = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} + 2.2\sqrt{3}.4\sqrt{3} \cos \Delta\varphi = 6$$

Từ đó suy ra phương trình của dao động tổng hợp là

$$x = 6 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

Vậy ta tính được  $v_{\max} = A\omega = 12\pi \text{ cm/s}$ ;  $\varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ .

**Cách 2: Sử dụng phương pháp số phức**

Sử dụng máy tính ta tính được luôn phương trình của dao động tổng hợp

$$2\sqrt{3}\angle\left(\frac{\pi}{3}\right) + 4\angle\left(\frac{\pi}{6}\right) + 8\angle\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 3\sqrt{3} - 3i = 6\angle\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

Từ đó suy ra phương trình của dao động tổng hợp là

$$x = 6 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

Vậy ta tính được  $v_{\max} = A\omega = 12\pi \text{ cm/s}$ ;  $\varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ .

**Đáp án A.**

### 3. Bài tập tự luyện

**Câu 1:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số  $x_1 = \cos(2\pi t + \pi) \text{ (cm)}$ ,  $x_2 = \sqrt{3} \cdot \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$ . Phương trình của dao động tổng hợp

- A.  $x = 2 \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .      B.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .  
 C.  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .      D.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{4\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .

**Câu 2:** Một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng dọc theo trục x'Ox có li độ

$$x = \frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)} + \frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

Biên độ và pha ban đầu của dao động là:

- A.  $4 \text{ cm}$ ;  $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ .      B.  $2 \text{ cm}$ ;  $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ .  
 C.  $4\sqrt{3} \text{ cm}$ ;  $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ .      D.  $\frac{8}{\sqrt{3}} \text{ cm}$ ;  $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ .

**Câu 3:** Ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là

$$x_1 = 4 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}, \quad x_2 = 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}, \quad x_3 = 2 \cos(\pi t) \text{ (cm)}$$

Dao động tổng hợp của 3 dao động này có biên độ và pha ban đầu là

- A.  $2\sqrt{2} \text{ cm}$ ;  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .      B.  $2\sqrt{3} \text{ cm}$ ;  $-\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .  
 C.  $12 \text{ cm}$ ;  $+\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .      D.  $8 \text{ cm}$ ;  $-\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

**Câu 4:** Dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số

$$x_1 = a \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}, \quad x_2 = a \cos(\pi t + \pi) \text{ (cm)}$$

có phương trình dao động tổng hợp là

- A.  $x = a\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ .      B.  $x = a \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ .  
 C.  $x = \frac{3a}{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ .      D.  $x = \frac{2a}{3} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ .

**Câu 5:** Cho hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số

$$x_1 = \sqrt{3} \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)} \quad \text{và} \quad x_2 = \sqrt{3} \cos\left(5\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động tổng hợp là

- A.  $x = 3 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .      B.  $x = 3 \cos\left(5\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .  
 C.  $x = 3 \cos\left(5\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .      D.  $x = 4 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .

Câu 6: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số theo các phương trình:

$$x_1 = 4 \cos(\pi t) \text{ (cm)}, \quad x_2 = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

Phương trình của dao động tổng hợp

- A.  $x = 4\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$ .      B.  $x = 8 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$ .  
 C.  $x = 8 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .      D.  $x = 8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$ .

Câu 7: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số theo các phương trình:  $x_1 = a \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$ ,  $x_2 = a\sqrt{3} \cos(\pi t) \text{ (cm)}$ .

Phương trình của dao động tổng hợp

- A.  $x = 2a \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$ .      B.  $x = 2a \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$ .  
 C.  $x = 2a \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .      D.  $x = 2a \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .

## ĐÁP ÁN

1 A      2 A      3 A      4 B      5 B      6 A      7 A

### IV. Vận dụng phương pháp giải bài toán điện xoay chiều

#### 1. Tổng trở phức. Định luật Ôm dạng phức

Xét mạch điện RLC mắc nối tiếp, điện trở thuần và cuộn cảm thuần.

Giả sử cường độ dòng điện trong mạch là  $i_t = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$  (ở đây ta kí hiệu biểu thức cường độ dòng điện là  $i_t$  để phân biệt với  $i$  trong số phức) và hiệu điện thế đặt giữa hai đầu đoạn mạch là  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$ .

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở, cuộn cảm và tụ điện lần lượt là

$$\begin{cases} u_R = U_{0R} \cos(\omega t + \varphi_i) \\ u_L = U_{0L} \cos\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \\ u_C = U_{0C} \cos\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Ta có giản đồ véc tơ sau đây Từ giản đồ, và dựa vào sự biểu diễn hình học của số phức, ta biểu diễn các đại lượng biến thiên điều hòa  $u, u_R, u_L, u_C$  dưới dạng đại số của số phức như sau:

$$\begin{cases} u_R = U_{0R} + 0i \\ u_L = 0 + U_{0L}i \\ u_C = 0 - U_{0C}i \\ u = U_0 \cos \varphi + (U_0 \sin \varphi) i \end{cases}$$

Vì  $u = u_R + u_L + u_C$  nên ta có

$$\begin{aligned} U_0 \cos \varphi + (U_0 \sin \varphi) i &= U_{0R} + 0i + 0 + U_{0L}i + 0 - U_{0C}i \\ \Leftrightarrow Z \cos \varphi + Z \sin \varphi \cdot i &= R + (Z_L - Z_C) i \end{aligned}$$

Mặt khác, ta có biến đổi sau:

$$\begin{aligned} u &= U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) = I_0 Z \cos(\omega t + \varphi_u) \\ &= I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) Z \frac{\cos(\omega t + \varphi_u)}{\cos(\omega t + \varphi_i)} \\ &= i_t \cdot Z \frac{\cos(\omega t + \varphi_u)}{\cos(\omega t + \varphi_i)} \end{aligned}$$

Dại lượng biến thiên điều hòa  $\cos(\omega t + \varphi)$  có thể biểu diễn dưới dạng số phức  $z = \cos(\omega t + \varphi) + \sin(\omega t + \varphi) \cdot i$ . Để cho gọn ta đặt  $X = \omega t + \varphi$ . Khi đó ta có

$$X_u - X_i = (\omega t + \varphi_u) - (\omega t + \varphi_i) = \varphi_u - \varphi_i = \varphi$$

Tiếp tục biến đổi biểu thức trên, ta có

$$\begin{aligned} u &= i_t \cdot Z \frac{\cos(\omega t + \varphi_u)}{\cos(\omega t + \varphi_i)} = i_t \cdot Z \frac{\cos(X_u)}{\cos(X_i)} \\ &= i_t \cdot Z \frac{\cos(X_u) + \sin(X_u) \cdot i}{\cos(X_i) + \sin(X_i) \cdot i} \\ &= i_t \cdot Z \frac{[\cos(X_u) + \sin(X_u) \cdot i][\cos(X_i) - \sin(X_i) \cdot i]}{[\cos(X_i) - \sin(X_i) \cdot i][\cos(X_i) - \sin(X_i) \cdot i]} \\ &= i_t \cdot Z \frac{\cos(X_u)\cos(X_i) - \sin(X_u)\sin(X_i) \cdot i^2 + [\cos(X_u)\sin(X_i) - \sin(X_u)\sin(X_i)] \cdot i}{\cos^2(X) - \sin^2(X) \cdot i^2} \\ &= i_t \cdot Z \frac{\cos(X_u - X_i) + \sin(X_u - X_i) \cdot i}{\cos^2(X) + \sin^2(X)} \\ &= i_t \cdot Z [\cos \varphi + \sin \varphi \cdot i] \\ &= i_t \cdot [R + (Z_L - Z_C) \cdot i] \end{aligned}$$

Đặt  $Z^* = R + (Z_L - Z_C) \cdot i$  gọi là tổng trở phức. Nếu trong mạch thiếu phần tử nào thì cho phần tử đó bằng 0. Khi đó ta có

$$u = i_t \cdot Z^*$$

Hay có thể viết dưới dạng

$$i_t = \frac{u}{Z^*}$$

Dạng này gọi là định luật Ôm dạng phức.

**Nhận xét:**

Từ biểu thức trên, ta suy ra một số hệ quả rất quan trọng sau:

- Nếu ta biết được biểu thức của  $u$ , biết được tổng trở phức thì ta sẽ viết được biểu thức  $i$ .
- Nếu ta biết được biểu thức của  $i$ , biết được tổng trở phức thì ta sẽ viết được biểu thức  $u$ .
- Nếu ta biết được biểu thức của  $u$  và  $i$ , ta sẽ suy ra được tổng trở phức, và từ đó biết được các giá trị  $R, Z_L, Z_C$  trong mạch.

## 2. Vận dụng

### 2.1. Viết biểu thức cường độ dòng điện và hiệu điện thế tức thời

Ví dụ 1. Cho mạch điện xoay chiều gồm ba phần tử mắc nối tiếp với nhau, điện trở thuần,  $R = 8(\Omega)$  cuộn thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = \frac{1}{80\pi}(H)$ , một tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{8\pi}(F)$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức  $u = 34\sqrt{2} \sin(2000\pi t)$  (V).

1. Tìm biểu thức cường độ dòng điện tức thời trong đoạn mạch.
2. Viết biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở, hai đầu cuộn cảm và hai đầu tụ điện.

#### Lời giải

Cách 1: Sử dụng phương pháp số phức.

1. Tìm biểu thức cường độ dòng điện tức thời trong đoạn mạch.

Các giá trị cảm kháng và dung kháng

$$\begin{aligned} Z_L &= L\omega = \frac{1}{80\pi} \cdot 2000\pi = 25(\Omega) \\ Z_C &= \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{\frac{10^{-4}}{8\pi} \cdot 2000\pi} = 40(\Omega) \end{aligned}$$

Tổng trở phức của đoạn mạch là

$$Z_{AB}^* = R + (Z_L - Z_C) i = 8 + (25 - 40) i = 8 - 15i$$

Định luật Ôm dạng phức

$$i = \frac{u}{Z_{AB}^*} = \frac{34\sqrt{2}\angle 0}{8 - 15i} = \frac{2\sqrt{2}}{17} (8 + 15i) = 2\sqrt{2}\angle 1,08$$

Từ đó suy ra phương trình cường độ dòng điện là

$$i = 2\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 1,08) \quad (A)$$

2. Viết biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở, hai đầu cuộn cảm và hai đầu tụ điện.

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở là

$$u_R = i \cdot R = 2\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 1,08) \cdot 8 = 16\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 1,08)$$

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu cuộn cảm là (dùng định luật Ôm dạng phức)

$$u_L = i \cdot Z_L^* = [2\sqrt{2}\angle(1,08)] \cdot (25i) = 50\sqrt{2}\angle 2,65$$

Có kết quả trên là ta nhập vào máy tính  $(2\sqrt{2}\angle(1,08)) \cdot (25i)$  (chú ý, nhập  $i$  bằng cách ấn **SHIFT ENG**) sau đó ấn nút  $\boxed{=}$ , được dạng đại số của số phức, sau đó chuyển sang dạng lượng giác của số phức, được  $50\sqrt{2}\angle 2,65$ .

Vậy phương trình  $u_L$  là

$$u_L = 50\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 2,65) \quad (V)$$

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu tụ điện là (dùng định luật Ôm dạng phức)

$$u_C = i \cdot Z_C^* = [2\sqrt{2}\angle(1,08)] \cdot (-40i) = 80\sqrt{2}\angle(-0,49)$$

Do đó phương trình  $u_C$  là

$$u_C = 80\sqrt{2} \cos(2000\pi t - 0,49) \quad (V)$$

Cách 2: Dùng phương pháp đại số thông thường

Tổng trở của mạch là

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{64 + (25 - 40)^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17(\Omega)$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{34}{17} = 2(A)$$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện là

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{-15}{8} \Rightarrow \varphi \approx -1,08 \text{ rad}$$

Suy ra cường độ dòng điện sớm pha hơn hiệu điện thế góc 1,08 rad. Phương trình cường độ dòng điện chạy trong mạch là

$$i = 2\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 1,08) \quad (A)$$

Vì  $u_R$  cùng pha với  $i$  nên ta có

$$u_R = i \cdot R = 2\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 1,08) \cdot 8 = 16\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 1,08)$$

Vì  $u_L$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện nên

$$u_L = 2\sqrt{2} \cos\left(2000\pi t + 1,08 + \frac{\pi}{2}\right) \cdot 25 = 50\sqrt{2} \cos(2000\pi t + 2,65) \text{ (V)}$$

Vì  $u_C$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện nên

$$u_C = 2\sqrt{2} \cos\left(2000\pi t + 1,08 - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 40 = 80\sqrt{2} \cos(2000\pi t - 0,49) \text{ (V)}$$

**Nhận xét:** So với phương pháp truyền thống, phương pháp sử dụng số phức cũng đưa cho ta kết quả nhanh gọn và chính xác.

**Ví dụ 2.** Một mạch điện gồm điện trở thuần  $R = 75(\Omega)$  mắc nối tiếp với cuộn cảm có độ tự cảm  $L = \frac{5}{4\pi}(H)$  và với một tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-3}}{5\pi}(F)$ . Dòng điện xoay chiều chạy trong mạch có biểu thức  $i = 2 \cos(100\pi t)$  (A).

- Viết biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở, giữa hai cuộn cảm, giữa hai đầu tụ điện.
- Viết biểu thức tức thời của hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch.

Lời giải

**Cách 1: Phương pháp số phức**

Cảm kháng, dung kháng của mạch là 
$$\begin{cases} Z_L = L\omega = \frac{5}{4\pi} \cdot 100\pi = 125(\Omega) \\ Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{\frac{10^{-3}}{5\pi} \cdot 100\pi} = 50(\Omega) \end{cases}$$

Áp dụng định luật Ôm dạng phức, ta có:  
Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu R là

$$u_R = i_t \cdot R = (2\angle 0) \cdot 75 = 150\angle 0 = 150 \cos(100\pi t)$$

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu cuộn cảm là

$$u_L = i_t Z_L = 2 \cdot 125i = 250i = 250 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$$

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu tụ điện là

$$u_C = i_t Z_C = 2 \cdot (-50i) = -100i = 100 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$$

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch  
Tổng trở phức là

$$Z_{AB}^* = R + (Z_L - Z_C)i = 75 + (125 - 50)i = 75 + 75i \text{ (}\Omega\text{)}$$

Định luật Ôm dạng phức

$$\begin{aligned} u_{AB} &= i_t Z_{AB}^* = (2\angle 0) \cdot (75 + 75i) \\ &= 150 + 150i \\ &= 150\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (V)} \end{aligned}$$

**Cách 2: Phương pháp đại số**

Cảm kháng, dung kháng của mạch là 
$$\begin{cases} Z_L = L\omega = \frac{5}{4\pi} \cdot 100\pi = 125(\Omega) \\ Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{\frac{10^{-3}}{5\pi} \cdot 100\pi} = 50(\Omega) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} U_{0R} = I_0 R = 2.75 = 150 \text{ V} \\ U_{0C} = I_0 Z_C = 2.20 = 100 \text{ V} \\ U_{0L} = I_0 Z_L = 2.125 = 250 \text{ V} \end{cases}$$

Vì hiệu điện thế giữa hai đầu R cùng pha cường độ dòng điện nên

$$u_R = 150 \cos(100\pi t)$$

Vì  $u_C$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện nên

$$u_C = 100 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$$

Vì  $u_L$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện nên

$$u_L = 250 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$$

Tổng trở của mạch

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{75^2 + (125 - 50)^2} = 75\sqrt{2}$$

Độ lệch pha của  $u_{AB}$  so với  $i$ :

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{125 - 75}{50} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Suy ra  $u_{AB}$  sớm pha  $\frac{\pi}{4}$  so với  $i$ . Ta có  $U_{0AB} = I_0 Z_{AB} = 2.75\sqrt{2} = 150\sqrt{2}$  suy ra biểu thức hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là

$$u_{AB} = 150\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (V)}$$

**2.2. Xác định các đại lượng trong mạch**

Ví dụ 1: Điện áp giữa hai đầu cuộn dây và cường độ dòng điện qua cuộn dây là:

$$u = 80 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{8}\right); \quad i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{8}\right).$$

Điện trở thuần R và độ tự cảm L của cuộn dây là:

- A. 40 Ω và 0,368 H.                      B. 40 Ω và 0,127 H.  
 C. 40  $\sqrt{2}$  Ω và 0,127 H.              D. 40 $\sqrt{2}$  Ω và 0,048 H.

Lời giải

Áp dụng định luật ôm dạng phức, ta có tổng trở phức của đoạn mạch là

$$Z^* = \frac{u}{i} = \frac{80\angle\frac{\pi}{8}}{\sqrt{2}\angle\left(-\frac{\pi}{8}\right)} = 40 + 40i = R + Z_L i$$

Từ đó suy ra R = 40 Ω; Z<sub>L</sub> = 40Ω. Có Z<sub>L</sub> = 40 Ω, suy ra L = 0,127 H.

Chọn đáp án B.

Ví dụ 2: Điện áp và cường độ dòng điện tức thời giữa hai đầu một đoạn mạch X chỉ gồm 2 trong 3 phần tử mắc nối tiếp (điện trở R, cuộn cảm thuần L, tụ điện có điện dung C) có phương trình

$$u = 80 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right); \quad i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{8}\right).$$

Hỏi trong mạch X có những phần tử nào, và giá trị của chúng là bao nhiêu?

- A. 40 Ω và 0,368 H.                      B. 40 Ω và 0,127 H.  
 C. 40  $\sqrt{2}$  Ω và 0,127 H.              D. 40 $\sqrt{2}$  Ω và 0,048 H.



Lời giải

Áp dụng định luật Ôm dạng phức, ta có tổng trở phức của đoạn mạch là

$$Z^* = \frac{u}{i_t} = \frac{80\angle -\frac{\pi}{4}}{\sqrt{2}\angle\left(\frac{\pi}{6}\right)} = 20(\sqrt{3}-1) - 20(\sqrt{3}+1)i$$

Vì mạch chỉ có 2 phần tử, mà tổng trở phức là  $20(\sqrt{3}-1) - 20(\sqrt{3}+1)i$  nên suy ra 2 phần tử của mạch phải là R và C, từ đó suy ra  $R = 20(\sqrt{3}-1) \Omega$ ;  $Z_C = 20(\sqrt{3}+1) \Omega$ .

**Chọn đáp án B.**

**Nhận xét:**

- Bài toán này cho ta thấy được ưu việt của phương pháp số phức: Dùng định luật Ôm dạng phức tính tổng trở phức, ta biết ngay được trong đoạn mạch X chứa những phần tử nào và giá trị của chúng là bao nhiêu.
- Dùng phương pháp thông thường (dựa vào độ lệch pha để suy ra đoạn mạch chứa gì, dùng công thức tính tổng trở và  $\tan \varphi$  tính được giá trị của các phần tử) ta cũng sẽ ra kết quả nhưng lâu hơn.

Ví dụ 3. Đặt một điện áp xoay chiều vào hai đầu một cuộn dây chỉ có độ tự cảm  $L = \frac{1}{2\pi}H$  thì cường độ dòng điện qua cuộn dây có biểu thức :  $i = 3\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A). Nếu đặt điện áp nói trên vào hai bản tụ của tụ điện có điện dung  $C = \frac{1}{\pi} \cdot 10^{-4}F$  thì biểu thức nào trong các biểu thức sau đúng với biểu thức dòng điện ?

- A.  $i = 1.5\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$  (A).      B.  $i = 1.5\cos\left(100\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$  (A).  
 C.  $i = 1.5\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{7\pi}{6}\right)$  (A).      D.  $i = 1.5\cos\left(100\pi t - \frac{7\pi}{6}\right)$  (A).

Lời giải

Theo bài ra ta có  $u_L = u_C$ ,  $Z_L = 50 \Omega$ ,  $Z_C = 100 \Omega$ .

Theo định luật Ôm dạng phức, ta có

$$\begin{cases} u_L = i_1 Z_L^* \\ i_2 = \frac{u_C}{Z_C} = \frac{u_L}{Z_C} \end{cases} \Rightarrow i_2 = \frac{i_1 Z_L^*}{Z_C} = \frac{3\sqrt{2}\angle\left(\frac{\pi}{6}\right) \times 50i}{-100i} = -\frac{3\sqrt{6}}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{4}i = \frac{3\sqrt{2}}{2}\angle\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

Vì pha ban đầu là  $-\frac{5\pi}{6}$  nên pha ban đầu cũng có thể viết  $\frac{7\pi}{6}$ . Từ đó ta có biểu thức của cường độ dòng điện lúc sau là

$$i = 1.5\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{7\pi}{6}\right) \text{ (A)}$$

**Đáp án A.**

Ví dụ 4. Một đoạn mạch gồm một tụ điện có dung kháng  $Z_C = 100 \Omega$  cuộn dây có cảm kháng  $Z_L = 200 \Omega$  mắc nối tiếp nhau. Điện áp tại hai đầu cuộn cảm có dạng  $u_L = 100\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) V$ . Biểu thức điện áp ở hai đầu tụ điện có dạng là

- A.  $u_C = 100\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) V$ .      B.  $u_C = 50\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) V$ .  
 C.  $u_C = 100\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) V$ .      D.  $u_C = 50\cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) V$ .

Lời giải

Cường độ dòng điện qua mạch là

$$i_t = \frac{u_L}{Z_L^*}$$

Điện áp ở hai đầu tụ điện là

$$u_C = i_t \times Z_C^* = \frac{u_L}{Z_L^*} \times Z_C^* = \frac{100\angle\frac{\pi}{6}}{200i} \times (-100i) = 50\angle\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

Từ đó suy ra

$$u_C = 50 \cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) V$$

Chọn đáp án D.

Ví dụ 5. Cho đoạn mạch gồm các phần tử nối tiếp: cuộn cảm thuần nối tiếp với đèn Đ nối tiếp với tụ điện. Gọi D là điểm nằm giữa đèn Đ và tụ C. Biết Đ: 100 V – 100 W;  $L = \frac{1}{\pi}$  H,  $C = \frac{50}{\pi} \mu F$ ,

$u_{AD} = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  V. Biểu thức  $u_{AB}$  có dạng

- A.  $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  V.      B.  $u_{AB} = 200 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  V.  
 C.  $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  V.      D.  $u_{AB} = 200 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  V.

Lời giải

Ta có  $R_D = 100 \Omega$ ;  $Z_L = 100 \Omega$ ;  $Z_C = 200 \Omega$ .

Tổng trở phức đoạn mạch AD là

$$Z_{AD}^* = 100 + 100i$$

Cường độ dòng điện qua mạch là

$$i_t = \frac{u_{AD}}{Z_{AD}^*} = \frac{200\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{6}}{100 + 100i} = 2\angle\left(-\frac{\pi}{12}\right)$$

Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là

$$u_{AB} = i_t Z_{AB}^* = 2\angle\left(-\frac{\pi}{12}\right) \times (100 + (100 - 200)i) = 200\sqrt{2}\angle\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

Vậy  $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  V.

Chọn đáp án C.

**V. Lời kết về phương pháp số phức**

Như vậy, chúng ta đã tìm hiểu xong phương pháp số phức. Và chúng ta cần rút ra được kinh nghiệm: *khi nào thì dùng phương pháp số phức?*

Câu trả lời là:

- Khi ta cần tổng hợp các đại lượng biến thiên điều hòa cùng tần số, cùng phương.
- Khi ta muốn viết biểu thức cường độ dòng điện, hiệu điện thế trong đoạn mạch RLC một cách nhanh chóng mà không cần phải tính tan φ.
- Khi ta muốn tìm các phần tử và các giá trị của nó trong hộp kín X khi biết biểu thức u và i.

Nắm vững bản chất Vật lí, biết cách áp dụng phương pháp sẽ khiến chúng ta giải các bài toán liệt kê bên trên trên một cách nhanh chóng.

## B. PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ VECTƠ

Trước tiên để nắm được phương pháp giản đồ vectơ, ta cần nắm vững các kiến thức toán liên quan đến hình học như: các tính chất về góc; công thức lượng giác trong tam giác vuông; các hệ thức lượng trong tam giác vuông; định lí hàm số cosin, định lí hàm số sin... (xem phần phụ lục)

### I. Cơ sở phương pháp

Xét một đoạn mạch AB gồm 3 phần tử mắc nối tiếp R, L, C. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều ổn định. Nếu cường độ dòng điện đó có biểu thức là:  $i = I_0 \cos \omega t$  (A) thì biểu thức hiệu điện thế giữa hai đầu L, R, C lần lượt là:

$$\begin{cases} u_L = U_L \sqrt{2} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) & (V) \\ u_R = U_R \sqrt{2} \cos \omega t & (V) \\ u_C = U_C \sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) & (V) \end{cases}$$

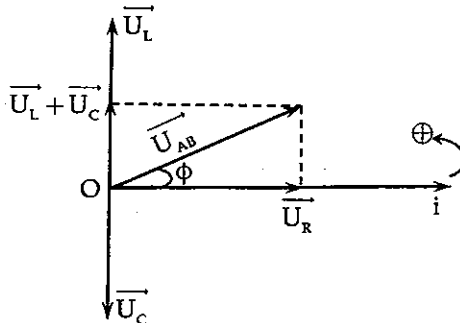
Hiệu điện thế tức thời ở hai đầu đoạn mạch là

$$u_{AB} = u_R + u_L + u_C$$

Như ta đã biết, đại lượng biến thiên điều hòa có thể biểu diễn bởi một vectơ quay. Do đó  $u$ ,  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$  và  $i$  có thể biểu diễn bởi các vectơ quay.

Ta biểu diễn:

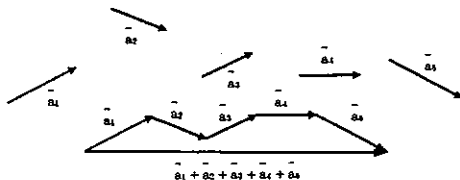
- Cường độ dòng điện bởi vectơ  $\vec{I}$ . Vì tại mọi thời điểm, cường độ dòng điện qua các phần tử đều như nhau nên ta chọn vectơ  $\vec{I}$  làm trục gốc, gốc tại điểm O, chiều quay là chiều quay lượng giác (chiều ngược chiều kim đồng hồ).
  - $u_R$  bởi vectơ  $\vec{U}_R$ . Vectơ này có gốc tại O, cùng hướng với  $\vec{I}$ , có độ lớn là  $U_R$
  - $u_L$  bởi vectơ  $\vec{U}_L$ . Vectơ này có gốc tại O, sớm pha hơn  $\vec{I}$  góc  $\frac{\pi}{2}$ , có độ lớn là  $U_L$
  - $u_C$  bởi vectơ  $\vec{U}_C$ . Vectơ này có gốc tại O, trễ pha  $\vec{I}$  góc  $\frac{\pi}{2}$ , có độ lớn là  $U_C$
  - $u$  bởi vectơ  $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$ . Vectơ này có gốc tại O, có độ lệch pha của  $u$  so với  $i$  là  $\varphi$
- Cách vẽ giản đồ vectơ chung gốc (tổng hợp vectơ bằng quy tắc hình bình hành)



Cách vẽ giản đồ véc tơ trượt (tổng hợp véc tơ bằng quy tắc đa giác)

**Quy tắc đa giác:** Giả sử ta cần tổng hợp  $n$  véc tơ  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$  thành véc tơ  $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \dots + \vec{a}_n$ . Từ véc tơ  $\vec{a}_1$  ta nối ngọn của véc tơ  $\vec{a}_1$  với gốc của véc tơ  $\vec{a}_2$ , từ ngọn của véc tơ  $\vec{a}_2$  ta nối với gốc của véc tơ  $\vec{a}_3$ , cứ như vậy đến  $\vec{a}_n$ . Nối điểm gốc của  $\vec{a}_1$  với điểm ngọn của véc tơ  $\vec{a}_n$  ta được véc tơ  $\vec{a}$ .

Ví dụ



**Bước 1:** Chọn trục nằm ngang là trục dòng điện, điểm đầu mạch làm gốc (đó là điểm A).

**Bước 2:** Biểu diễn lần lượt véc tơ hiệu điện thế qua mỗi phần bằng các véc tơ

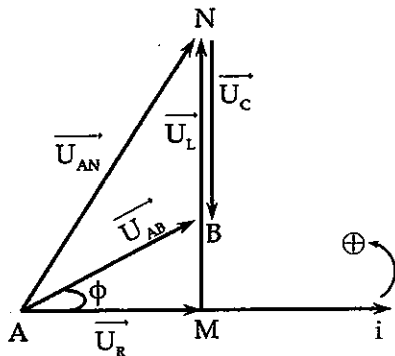
$\vec{U}_R = \vec{AM}$  có phương trùng với phương của  $\vec{I}$  vì cùng pha.

$\vec{U}_L = \vec{MN}$  có phương vuông góc với phương của  $\vec{I}$  và hướng lên vì sớm pha hơn  $\vec{I}$  góc  $\frac{\pi}{2}$ .

$\vec{U}_C = \vec{NB}$  có phương vuông góc với phương của  $\vec{I}$  và hướng xuống vì trễ pha hơn  $\vec{I}$  góc  $\frac{\pi}{2}$ .

Chú ý, ta có thể thay đổi thứ tự vẽ, chứ không nhất thiết phải vẽ theo thứ tự như trên.

**Bước 3:** Nối A với B thì véc tơ  $\vec{AB} = \vec{U}$  chính là biểu diễn  $u_{AB}$



**Nhận xét:**

- Các điện áp trên các phần tử được biểu diễn bởi các véc tơ mà độ lớn tỉ lệ với điện áp hiệu dụng của nó.

- Độ lệch pha giữa các hiệu điện thế là góc lượng giác hợp bởi giữa các véc tơ tương ứng biểu diễn chúng.

Ví dụ, ở hình vẽ ta có  $\vec{U}_{AN}$  sớm pha hơn  $\vec{U}_{AB}$  góc  $\widehat{NAB}$ .

- Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện là góc hợp bởi véc tơ biểu diễn nó với trục  $i$ .

- Giải bài toán là xác định các cạnh, góc của tam giác dựa vào các kiến thức Toán học đã nhắc bên trên

## II. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Mạch RL nối tiếp được mắc vào mạng điện xoay chiều có phương trình hiệu điện thế  $u = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  V, thì thấy trong mạch có dòng điện  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  A. Hãy xác định giá trị của R và  $Z_L$  ?

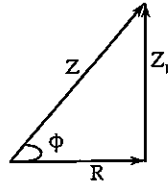
Lời giải

**Cách 1: Phương pháp đại số**

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{2} = 100 \Omega \\ \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \cos \varphi = \frac{R}{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{R}{100} \\ R^2 + Z_L^2 = 100^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 50\Omega \\ Z_L = 50\sqrt{3} \end{cases}$$

**Cách 2: Giải đồ vectơ**



Dựa vào giản đồ, ta có  $Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{2} = 100\Omega$

$R = Z \cdot \cos \varphi = 100 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50\Omega$

$Z_L = Z \cdot \sin \varphi = R \cdot \tan \varphi = 50 \cdot \tan \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{3}\Omega$

Đáp án A.

**Ví dụ 2:** Mạch RLC nối tiếp (trong đó cuộn dây thuần cảm có  $Z_L = 50\sqrt{3}\Omega$ ). Được mắc vào mạng điện xoay chiều có phương trình hiệu điện thế  $u = 100\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  V, thì thấy dòng điện trong mạch có phương trình  $i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A. Hãy xác định giá trị của R và  $Z_C$ .

Lời giải

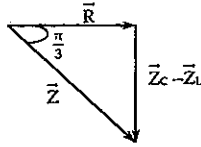
**Cách 1: Phương pháp đại số**

Theo bài ra ta có hệ sau

$$\begin{cases} Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{1} = 100 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ \varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} \\ \cos \varphi = \frac{R}{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R^2 + (50\sqrt{3} - Z_C)^2 = 100^2 \\ \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{R}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R = 50 \\ Z_C = 100\sqrt{3} \end{cases}$$

**Cách 2: Phương pháp giản đồ vectơ**

Từ phương trình của  $u$  và  $i$  ta thấy  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}$  nên  $u$  trễ pha hơn  $i$  góc. Vẽ giản đồ vectơ trượt, ta được



Ta có:  $Z = \frac{U}{I} = 100\Omega$ . Từ giản đồ ta có:  $R = Z \cos \varphi = 50\Omega$

$$Z_C - Z_L = R \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = 50\sqrt{3} \Rightarrow Z_C = 100\sqrt{3}$$

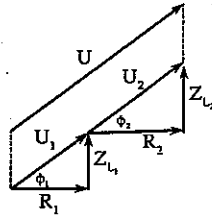
Đáp án A.

**Ví dụ 3:** Hai cuộn dây  $(R_1, L_1)$  và  $(R_2, L_2)$  mắc nối tiếp rồi mắc vào nguồn xoay chiều hiệu điện thế  $U$ . Gọi  $U_1$  và  $U_2$  là hiệu điện thế ở 2 đầu mỗi cuộn. Điều kiện để  $U = U_1 + U_2$  là:

- A.  $\frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2}$       B.  $\frac{L_1}{R_2} = \frac{L_2}{R_1}$   
 C.  $L_1 + L_2 = R_1 + R_2$       D.  $L_1 \cdot L_2 = R_1 R_2$

Lời giải

Ta có  $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$  nên  $U = U_1 + U_2$  thì hiệu điện thế hai đầu cuộn dây cùng pha. Vẽ giản đồ véc tơ trượt ta được.



Từ giản đồ ta có

$$\tan \varphi_1 = \tan \varphi_2 \Rightarrow \frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2}$$

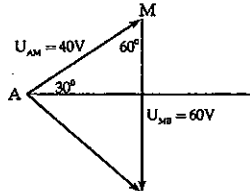
Đáp án A.

**Ví dụ 4:** Mạch điện AB gồm cuộn dây có điện trở trong  $r$  và độ tự cảm  $L$ , mắc nối tiếp với tụ điện  $C$ . Gọi  $U_{AM}$  là hiệu điện thế hai đầu cuộn dây và có giá trị  $U_{AM} = 40V, U_{NB} = 60V$  hiệu điện thế  $u_{AM}$  và dòng điện  $i$  lệch pha góc  $30^\circ$ . Hiệu điện thế hiệu dụng  $U_{AB}$  là:

- A. 122,3 V.      B. 87,6 V.      C. 52,9 V.      D. 43,8 V.

Lời giải

Vì đoạn AM chứa cuộn dây nên  $u_{AM}$  sớm pha hơn  $i$  góc  $30^\circ$ . Ta có giản đồ



Từ giản đồ véctor, sử dụng định lí hàm số cos trong tam giác ABM, ta được

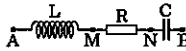
$$\begin{aligned} U_{AB}^2 &= U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - 2U_{AM} \cdot U_{MB} \cdot \cos(AMB) \\ &= 40^2 + 60^2 - 2 \cdot 40 \cdot 60 \cdot \cos(60^\circ) = 2800 \\ \Rightarrow U_{AB} &= 52,9V \end{aligned}$$

Hoặc ta có thể trình bày như sau: ta có

$$\begin{aligned} \vec{U}_{AB} &= \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB} \Leftrightarrow (\vec{U}_{AB})^2 = (\vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB})^2 \\ \Leftrightarrow U_{AB}^2 &= U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - 2\vec{U}_{AM}\vec{U}_{MB} \\ \Leftrightarrow U_{AB}^2 &= U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - 2U_{AM}U_{MB}\cos(AMB) \end{aligned}$$

Đáp án C.

Ví dụ 5: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.



Cuộn dây thuần cảm. Cho biết hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai điểm A, B là  $U_{AB} = 200$  (V), giữa hai điểm A, M là  $U_{AM} = 200\sqrt{2}$  (V) và giữa M, B là  $U_{MB} = 200$  (V). Tfnh hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu điện trở và hai đầu tụ điện.

Lời giải

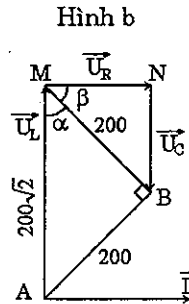
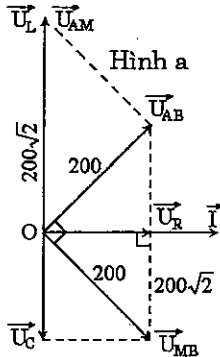
Cách 1: Phương pháp đại số

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} U_{AB} = 200 \\ U_{AM} = 200\sqrt{2} \\ U_{MB} = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = 200^2 \\ U_L = 200\sqrt{2} \\ U_R^2 + U_C^2 = 200^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_R = 100\sqrt{2} \\ U_C = 100\sqrt{2} \end{cases}$$

Cách 2: Phương pháp giản đồ

Cách 2.1: Giản đồ véctor chung gốc (xem hình a).



- Vẽ các véctor  $\vec{U}_R, \vec{U}_L, \vec{U}_C$  chung gốc.

- Vẽ  $\begin{cases} \vec{U}_{MB} = \vec{U}_R + \vec{U}_C \\ \vec{U} = \vec{U}_{MB} + \vec{U}_{AM} \end{cases}$  theo quy tắc hình bình hành.

Vì  $U_{AB} = U_{MB} = 200$  (V) nên tam giác  $OU_{AB}U_{MB}$  là tam giác cân tại O. Mà  $200^2 + 200^2 = (200\sqrt{2})^2$

nên tam giác đó là tam giác vuông cân tại O.

Suy ra tam giác  $OU_R U_{MB}$  cũng là tam giác vuông cân tại  $U_R \Rightarrow U_R = U_C = \frac{U_{MB}}{2} = 100\sqrt{2}$ .

Cách 2.2: Giải đồ vectơ trượt (quy tắc đa giác) (xem hình b).

Ta có  $200^2 + 200^2 = (200\sqrt{2})^2$  nên  $\Delta ABM$  vuông cân tại B, suy ra  $\alpha = 45^\circ$

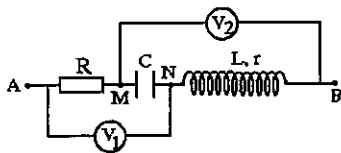
$\Rightarrow \beta = 45^\circ \Rightarrow \Delta MNB$  vuông cân tại N  $\Rightarrow U_R = U_C = \frac{MB}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2}$ .

Vậy  $U_R = U_C = 100\sqrt{2}$ .

**Nhận xét:**

Bằng phương pháp giản đồ vectơ, ta có thể suy ra kết quả bài toán một cách nhanh gọn, tuy nhiên kĩ năng giải tam giác, nhìn hình ta phải tốt. Còn phương pháp đại số tuy phải biến đổi nhiều nhưng tư tưởng dễ thực hiện.

Ví dụ 6: Cho mạch điện như hình vẽ bên.



Điện trở  $R = 80 \text{ } (\Omega)$ , các vôn kế có điện trở rất lớn. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế  $u_{AB} = 240\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$  thì dòng điện chạy trong mạch có giá trị hiệu dụng  $\sqrt{3} \text{ (A)}$ . Hiệu điện thế tức thời hai đầu các vôn kế lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ , còn số chỉ của vôn kế  $V_2$  là  $U_{V2} = 80\sqrt{3} \text{ (V)}$ . Xác định  $L, C, r$  và số chỉ của vôn kế  $V_1$ .

**Lời giải**

Cách 1: Phương pháp đại số

Vì hiệu điện thế tức thời hai đầu các vôn kế lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$  nên ta có:

$$\tan \varphi_{AN} \cdot \tan \varphi_{MB} = -1$$

Mặt khác, ta có

$$\begin{cases} Z_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{240}{\sqrt{3}} = 80\sqrt{3} \\ Z_{MB} = \frac{U_{V2}}{I} = \frac{80\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 80 \end{cases}$$

Từ đó ta có hệ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(80+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 80\sqrt{3} \\ \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 80 \\ \frac{-Z_C}{80} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 40 \text{ } (\Omega) \\ Z_L = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ } (\Omega) \\ Z_C = \frac{80}{\sqrt{3}} \text{ } (\Omega) \end{cases}$$

Vậy  $r = 40 \text{ } (\Omega)$ ,  $L = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \text{ (H)}$ ,  $C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{8\pi} \text{ (F)}$

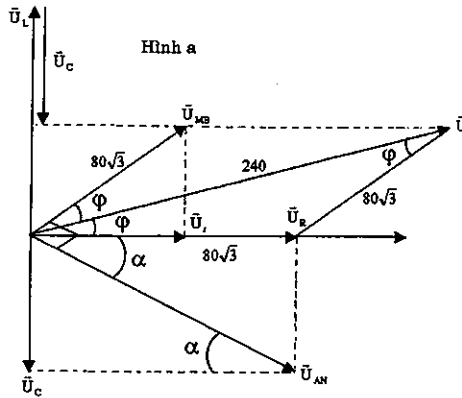
Số chỉ của  $V_1$  là

$$U_{V1} = I \cdot Z_{AN} = I \sqrt{R^2 + Z_C^2} = 160 \text{ (V)}$$

Dưới đây xin trình bày với bạn đọc 2 lời giải bằng giản đồ vectơ của thầy Chu Văn Biên.



Cách 2: Phương pháp giản đồ vectơ chung gốc.



- Vẽ các vectơ  $\vec{U}_R, \vec{U}_r, \vec{U}_L, \vec{U}_C$  chung gốc.
- Vẽ  $\begin{cases} \vec{U}_{MB} = \vec{U}_r + \vec{U}_L \\ \vec{U}_{AN} = \vec{U}_R + \vec{U}_C \end{cases}$  theo quy tắc hình bình hành.
- $\vec{U} = \vec{U}_{MB} + \vec{U}_{AN}$

Sử dụng định lí hàm số cosin ta có  

$$\cos \varphi = \frac{240^2 + (80\sqrt{3})^2 - (80\sqrt{3})^2}{2 \cdot 240 \cdot 80\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

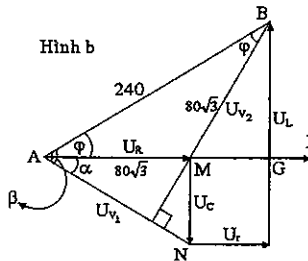
+  $U_C = U_R \tan \alpha = 80 \text{ (V)} \Rightarrow Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{80}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)}$ .

+  $U_L = U_C + 80\sqrt{3} \sin 60 = 200 \text{ (V)} \Rightarrow Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)}$

+ Số chỉ của Vôn kế V1:  $U_{V1} = U_{AN} = \frac{U_R}{\cos \alpha} = 160 \text{ (V)}$ .

Cách 3: Phương pháp giản đồ vectơ trượt.

Vẽ giản đồ véc tơ (xem hình b).



Gọi các góc như trên hình. Theo bài ra:  $U_R = I \cdot R = 80\sqrt{3} \text{ (V)}$ .

Sử dụng định lí hàm số cosin cho tam giác ABN:

$$\cos \phi = \frac{AB^2 + AM^2 - MB^2}{2 \cdot AB \cdot AM} = \frac{240^2}{2 \cdot 240 \cdot 80\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \phi = 30^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \angle ABM = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ - \phi = 30^\circ$$

$$+ \text{ Xét } \triangle AMN : \begin{cases} U_C = MN = AM \tan 30^\circ = 80 \text{ (V)}, \\ U_{V1} = AN = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = 160 \text{ (V)} \end{cases}$$

$$+ \text{ Xét } \triangle ABC : U_L = U_C + GB = U_C + AB \cdot \sin = 200 \text{ (V)}.$$

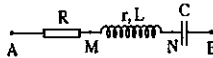
$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{200}{\frac{2}{\sqrt{3}}} \text{ (}\Omega\text{)} = 100\pi L \Rightarrow L = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \text{ (H)} \\ Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{80}{\frac{2}{\sqrt{3}}} \text{ (}\Omega\text{)} = \frac{1}{100\pi C} \Rightarrow C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{8\pi} \text{ (F)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow r = \frac{U_r}{I} = \frac{AG - AM}{I} = \frac{AB \cdot \cos \varphi - AM}{I} = 40 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

$$\text{Vậy } L = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \text{ (H)}, C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{8\pi} \text{ (F)}, r = 40 \text{ (}\Omega\text{)}, \text{ số chỉ vôn kế } V_1 \text{ là } 160 \text{ (V)}.$$

**Nhận xét:** Với lời giải bằng phương pháp giản đồ vectơ như trên, ta phải nắm rất chắc các kiến thức hình học và khả năng giải tam giác phải tốt. Còn lời giải bằng phương pháp đại số, chỉ cần từ dữ kiện bài toán, lập ra hệ phương trình liên hệ và giải hệ phương trình là xong (yêu cầu kĩ năng biến đổi đại số và giải hệ phương trình tốt).

Ví dụ 7: Cho mạch điện như hình vẽ bên.



Giá trị của các phần tử trong mạch  $L = \frac{1}{\pi}$  (H),  $C = \frac{50}{\pi}$  (F),  $R = 2r$ . Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V). Hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai điểm A, N và  $U_{AN} = 200$  (V) và hiệu điện thế tức thời giữa hai điểm MN lệch pha so với hiệu điện thế tức thời giữa hai điểm AB là  $\frac{\pi}{2}$ . Xác định các giá trị  $U_0, R, r$ . Viết biểu thức dòng điện trong mạch.

**Lời giải**

Cách 1: Phương pháp đại số.

$$\text{- Theo bài ra } \begin{cases} Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100 \text{ (}\Omega\text{)} \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\pi}} = 200 \text{ (}\Omega\text{)} \end{cases}$$

- Vì hiệu điện thế tức thời giữa hai điểm MN lệch pha so với hiệu điện thế tức thời giữa hai điểm AB là  $\frac{\pi}{2}$  nên ta có  $\tan \varphi_{MN} \tan \varphi_{AB} = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_L}{r} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = -1 \Leftrightarrow \frac{100}{r} \cdot \frac{100 - 200}{2r + r} = -1$$

$$\Rightarrow r = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)}, R = 2r = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)}$$

- Cường độ hiệu dụng:

$$I = \frac{U_{AN}}{Z_{AN}} = \frac{U_{AN}}{\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2}} = \frac{200}{\sqrt{(100\sqrt{3})^2 + 100^2}} = 1 \text{ (A)}$$

- Hiệu điện thế giữa hai đầu AB

$$U_{AB} = I \cdot Z_{AB} = I \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 200 \Rightarrow U_0 = 200\sqrt{2} \text{ (V)}$$

- Độ lệch pha  $u_{AB}$  so với dòng điện:

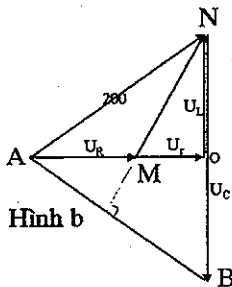
$$\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = \frac{100 - 200}{\frac{200}{\sqrt{3}} + \frac{100}{\sqrt{3}}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_{AB} = -\frac{\pi}{6} < 0$$

Từ đó suy ra  $u_{AB}$  trễ pha hơn với dòng điện, hay dòng điện sớm hơn  $u_{AB}$  một góc  $\frac{\pi}{6}$ .  
 Vậy biểu thức dòng điện trong mạch là

$$i = \sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (A)}$$

**Cách 2: Phương pháp giản đồ véc tơ trượt.**

- Vẽ giản đồ véc tơ (xem hình b).



- M là trực tâm của  $\Delta ABN$ .

- Vì  $Z_C = 2Z_L \Rightarrow U_C = 2U_L \Rightarrow NO = OB$ . Do đó, AO là đường trung tuyến của  $\Delta ABN$ .

Vì  $R = 2r \Rightarrow U_R = 2U_r \Rightarrow MO = \frac{1}{3}AO$ . Suy ra, M là trọng tâm của  $\Delta ABN$ .

- Vậy, M vừa là trọng tâm vừa là trực tâm của  $\Delta ABN$ , do đó  $\Delta ABN$  đều, tức là:  $AB = AN = NB = 200 \text{ (V)}$ .

- Ta có  $U_0 = U_{AB}\sqrt{2} = AB\sqrt{2} = 200\sqrt{2} \text{ (V)}$

- Cường độ hiệu dụng:  $I = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{NB}{Z_C} = \frac{200}{200} = 1 \text{ (A)}$

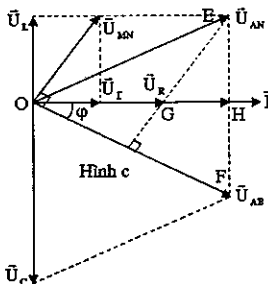
- Từ giản đồ tính được:

$$U_R = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot 200 \sin 60^\circ = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (V)} \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (\Omega)}, r = \frac{R}{2} = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ (\Omega)}$$

+ Từ giản đồ nhận thấy,  $i_{AB}$  sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\frac{\pi}{6}$ .

+ Vậy, biểu thức dòng điện:  $i = \sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (A)}$ .

**Cách 3: Phương pháp giản đồ véctơ chung gốc (xem hình c).**



+ Tương tự như cách 2, ta thấy tam giác OFE là tam giác đều vì G vừa là trọng tâm vừa là trực tâm, suy ra:  $U_{AB} = U_C = U_{AN} = 200 \text{ (V)}$ ,  $\varphi = 30^\circ$ .

+ Tính được:  $U_0 = U_{AB}\sqrt{2} = 200\sqrt{2} \text{ (V)}$

+ Cường độ hiệu dụng:  $I = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{200}{200} = 1 \text{ (A)}$

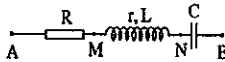
+  $U_R = \frac{2}{3}OH = \frac{2}{3}U_{AB} \cos \varphi = \frac{2}{3} \cdot 200 \cos 30^\circ = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (V)}$

$\Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)}, r = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)}.$

Từ giản đồ nhận thấy,  $i_{AB}$  sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\frac{\pi}{6}$ .

Vậy, biểu thức dòng điện:  $i = \sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (A)}$ .

Ví dụ 8: Cho mạch điện như hình vẽ bên.



Điện trở thuần  $R = 120\sqrt{3} \text{ (}\Omega\text{)}$ , cuộn dây có điện trở thuần  $r = 30\sqrt{3} \text{ (}\Omega\text{)}$ . Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có biểu thức:  $u_{AB} = U_0 \sin 100\pi t \text{ (V)}$ , hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai điểm A, N là  $U_{AN} = 300 \text{ (V)}$ , và giữa hai điểm M, B là  $U_{MB} = 60\sqrt{3} \text{ (V)}$ . Hiệu điện thế tức thời  $u_{AN}$  lệch pha so với  $u_{MB}$  là  $\frac{\pi}{2}$ . Xác định  $U_0$ , độ tự cảm của cuộn dây  $L$  và điện dung của tụ điện  $C$ . Viết biểu thức dòng điện trong mạch.

Lời giải

Cách 1: Phương pháp đại số.

Từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases} Z_{AN} = \frac{U_{AN}}{I} \\ Z_{MB} = \frac{U_{MB}}{I} \\ \tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{MB} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L)^2} = \frac{U_{AN}}{I} \\ \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U_{MB}}{I} \\ \frac{Z_L}{R+r} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L)^2}}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_{AN}}{U_{MB}} \\ \frac{Z_L}{R+r} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{(150\sqrt{3})^2 + (Z_L)^2}}{\sqrt{(30\sqrt{3})^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{300}{60\sqrt{3}} \\ \frac{Z_L}{150\sqrt{3}} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{30\sqrt{3}} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 150 \text{ (}\Omega\text{)} \\ Z_C = 240 \text{ (}\Omega\text{)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = \frac{U_{AN}}{Z_{AN}} = 1 \text{ (A)} \\ L = \frac{1,5}{\pi} \text{ (H)} \\ C = \frac{10^{-3}}{24\pi} \text{ (F)} \end{cases}$$

Từ đó

$$U_0 = I \cdot Z_{AB} \sqrt{2} = I \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(150\sqrt{3})^2 + (90)^2} = 60\sqrt{42} \text{ (V)}$$

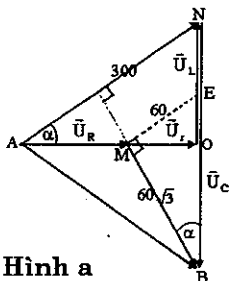
+ Độ lệch pha  $u_{AB}$  so với dòng điện:

$$\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R+r} = \frac{150 - 240}{120\sqrt{3} + 30\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \varphi_{AB} \approx -0,106\pi$$

+ Biểu thức dòng điện:

$$i = \sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,106\pi) \text{ (A)}$$

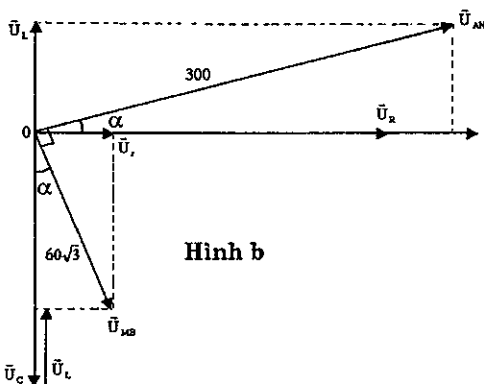
Cách 2: Phương pháp véc tơ trượt



Hình a

- + Kẻ  $ME // AN \Rightarrow ME = \frac{1}{4} AN = 60 (V)$
- + Vì  $R = 4r$  nên  $U_R = 4U_r \Rightarrow MO = \frac{1}{5} AO$
- + Xét  $\triangle MBE$ :  $\tan \alpha = \frac{ME}{MB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ .
- + Xét  $\triangle MOB$ :  $OB = MB \cos \alpha = 90(V)$
- + Xét  $\triangle AOB$ :  $\begin{cases} U_L = ON = AN \sin \alpha = 150 (V) \\ OA = AN \cos \alpha = 150\sqrt{3} (V) \end{cases}$
- $\Rightarrow U_r = \frac{OA}{5} = 30\sqrt{3} (V) \Rightarrow I = \frac{U_r}{r} = 1(A)$
- $U_L = 150 (V) \Rightarrow Z_L = \frac{U_L}{I} = 150 (\Omega) = 100\pi L \Rightarrow L = \frac{1,5}{H}$
- $U_C = OB + U_L = 240 (V) \Rightarrow Z_C = 240 (\Omega) \Rightarrow C = \frac{10^{-3}}{24\pi} (F)$
- +  $U_0 = U_{AB}\sqrt{2} = \sqrt{2}\sqrt{AO^2 + OB^2} = 60\sqrt{42} (V)$
- + Độ lệch pha  $\varphi_{AB}$  so với dòng điện:
- $\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = -\frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \varphi_{AB} \approx -0,106\pi$
- + Biểu thức dòng điện:  $i = \sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,106\pi) (A)$

Cách 3: Phương pháp véc tơ trượt.



Hình b

- + Xét tam giác vuông phía trên (chú ý  $U_R = 4U_r$ ):  $\cos \alpha = \frac{U_R + U_r}{300} = \frac{5U_r}{300} = \frac{U_r}{60}$

+ Xét tam giác vuông phía dưới:  $\sin \alpha = \frac{U_r}{60\sqrt{3}}$

+ Suy ra:  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

+ Từ đó tính ra:

$$\begin{cases} U_r = 60\sqrt{3} \sin \alpha = 30\sqrt{3} \text{ (V)} \Rightarrow I = \frac{U_r}{r} = 1 \text{ (A)} \\ U_L = 300 \sin \alpha = 150 \text{ (V)} \Rightarrow Z_L = \frac{U_L}{I} = 150 \text{ (\Omega)} \\ U_C = U_L + 60\sqrt{3} \cos \alpha = 240 \text{ (V)} \Rightarrow Z_C = 240 \text{ (\Omega)} \end{cases}$$

+  $U_0 = U_{AB}\sqrt{2} = I \cdot Z_{AB}\sqrt{2} = 60\sqrt{42} \text{ (V)}$ .

+ Độ lệch pha  $u_{AB}$  so với dòng điện:

$\tan \phi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = -\frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \phi_{AB} \approx -0,106\pi$

+ Biểu thức dòng điện:  $i = \sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,106\pi) \text{ (A)}$

### III. LỜI KẾT VỀ PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ VÉCTƠ

Qua các ví dụ trên, chúng ta thấy rằng có những bài tập dùng phương pháp giản đồ véctơ giải rất nhanh và suy ra được những hệ quả rất quan trọng (ví dụ như bài toán thay đổi C để  $U_{C_{max}}$  hoặc thay đổi L để  $U_{L_{max}}$ ).

Nhưng cũng có những bài toán dùng giản đồ véctơ giải thì nặng nề về các tính chất hình học trong tam giác, giải tam giác mà không phải học sinh nào cũng có thể nhận ra được.

Phương pháp nào cũng có điểm mạnh, điểm yếu, tuy nhiên bản thân tác giả thích phương pháp đại số hơn, vì nó dễ nghĩ và công việc của mình chỉ là lập hệ phương trình và giải hệ phương trình mà thôi.

Tóm lại, khi gặp 1 bài toán điện xoay chiều, tác giả thường:

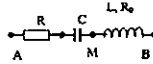
- Ưu tiên đầu tiên là giải bằng phương pháp đại số.
- Nếu gặp bài toán thay đổi C để  $U_{C_{max}}$  hoặc thay đổi L để  $U_{L_{max}}$  thì sẽ dùng giản đồ véctơ sẽ nhanh hơn.

Nói chung, mỗi người sẽ có một cách tiếp cận bài toán khác nhau. Người này thế mạnh ở phương pháp này, người này thế mạnh ở phương pháp kia. Không phương pháp nào là vạn năng, vậy nên hãy vận dụng linh hoạt các phương pháp để giải quyết bài toán một cách trọn vẹn.

Về phương pháp giản đồ véctơ, còn nhiều vấn đề tác giả muốn trình bày với bạn đọc, nhưng do thời gian và khuôn khổ có hạn nên hẹn bạn đọc ở những lần tái bản tiếp theo của cuốn sách.



Câu 9: Cho mạch điện RLC cuộn dây không thuần cảm điện trở trong  $R_0$  mắc theo thứ tự điện trở - tụ điện - cuộn dây không thuần cảm.



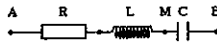
Gọi M là điểm giữa C và cuộn dây;  $R_0 = 50\sqrt{3}\Omega$ ;  $Z_L = Z_C = 50\Omega$ ;  $U_{AM}$  và  $U_{MB}$  lệch pha  $75^\circ$ . Điện trở R có giá trị là

- A.  $25\sqrt{3}\Omega$ .      B.  $50\Omega$ .      C.  $25\Omega$ .      D.  $50\sqrt{3}\Omega$ .

Câu 10: Cho mạch điện gồm điện trở  $R = 100\Omega$ , cuộn dây thuần cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H, tụ điện có  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  F. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có tần số là 50 Hz. Pha của hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch so với hiệu điện thế giữa hai bản tụ là

- A. Nhanh hơn  $\frac{\pi}{4}$ .      B. Nhanh hơn  $\frac{\pi}{2}$ .  
C. Nhanh hơn  $\frac{\pi}{3}$ .      D. Nhanh hơn  $\frac{3\pi}{4}$ .

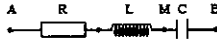
Câu 11: Ở mạch điện  $R=100\sqrt{3}\Omega$ ;  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  F. Khi đặt vào AB một điện áp xoay chiều có tần số  $f=50\text{Hz}$  thì  $u_{AB}$  và  $u_{AM}$  lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$ .



Giá trị L là:

- A.  $L = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$  H.      B.  $\frac{1}{\pi}$  H.      C.  $\frac{1}{L}$  H.      D.  $\frac{3}{\pi}$  H.

Câu 12: Ở mạch điện xoay chiều  $R = 80\Omega$ ;  $C = \frac{10^{-3}}{16\pi\sqrt{3}}$  F;  $u_{AM} = 120\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  V;  $u_{AM}$  lệch pha  $\frac{\pi}{3}$  so với i.



Biểu thức điện áp hai đầu mạch là:

- A.  $u_{AB} = 240\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  V.      B.  $u_{AB} = 120\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  V.  
C.  $u_{AB} = 240\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  V.      D.  $u_{AB} = 120\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$  V.

Câu 13: Có 2 cuộn dây mắc nối tiếp với nhau, cuộn 1 có độ tự cảm  $L_1$ , điện trở thuần  $R_1$ , cuộn 2 có độ tự cảm  $L_2$ , điện trở thuần  $R_2$ . Biết  $L_1R_2 = L_2R_1$ . Hiệu điện thế tức thời 2 đầu của 2 cuộn dây lệch pha nhau 1 góc:

- A.  $\frac{\pi}{3}$ .      B.  $\frac{\pi}{6}$ .      C.  $\frac{\pi}{4}$ .      D. 0.

Câu 14: Mạch điện AB gồm cuộn dây có điện trở trong r và độ tự cảm L, mắc nối tiếp với tụ điện C. Gọi  $U_{AM}$  là hiệu điện thế hai đầu cuộn dây và có giá trị  $U_{AM} = 40\text{V}$ ,  $U_{MB} = 60\text{V}$  hiệu điện thế  $u_{AM}$  và dòng điện i lệch pha góc  $30^\circ$ . Hiệu điện thế hiệu dụng  $U_{AB}$  là:

- A. 122,3V.      B. 87,6V.      C. 52,9V.      D. 43,8V.

Câu 15: Cho mạch RLC mắc nối tiếp với hai đầu AB, Gọi M là điểm giữa RC và L. Gọi  $U_{RC} = U_{AM} = U_{AB} = 100\text{V}$ ;  $u_{MB}$  và  $u_{AM}$  lệch pha  $120^\circ$ . Hiệu điện thế hiệu dụng  $U_{MB}$  là:

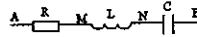
- A. 80V.      B. 100V.      C. 50V.      D. 120V.



Câu 16: Mạch điện AB gồm cuộn dây có điện trở trong  $r$  và độ tự cảm  $L$ , mắc nối tiếp với tụ điện  $C$ . Gọi  $U_{AM}$  là hiệu điện thế hai đầu cuộn dây và có giá trị  $U_{AM} = 75V, U_{MB} = 125V$  và  $U_{AB} = 100V$ . Độ lệch pha của điện áp  $u_{AM}$  so với dòng điện  $i$  là

- A.  $37^\circ$ .                      B.  $62^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $72^\circ$ .

Câu 17: Cho mạch gồm có ba phần tử là  $R, L, C$ .



Khi ta mắc  $R, C$  vào một điện áp xoay chiều  $u = 200\cos(\omega t) V$  thì thấy  $i$  sớm pha so với  $u$  là  $\frac{\pi}{4}$ , khi ta mắc  $R, L$  vào hiệu điện thế trên thì thấy hiệu điện thế chậm pha so với dòng điện là  $\frac{\pi}{4}$ . Hỏi khi ta mắc cả ba phần tử trên vào hiệu điện thế đó thì hiệu điện thế giữa hai đầu  $MB$  có giá trị là bao nhiêu?

- A. 200V.                      B. 0 V.                      C.  $50\sqrt{2} V$ .                      D.  $100\sqrt{2} V$ .

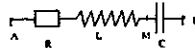
Câu 18: Cho một đoạn mạch RLC, đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế xoay chiều thì thấy hiệu điện thế hai đầu cuộn dây vuông pha với hiệu điện thế hai đầu mạch và khi đó hiệu điện thế giữa hai đầu  $R$  là 50V. Hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch là:

- A.  $U=75(V)$ .                      B.  $U=50(V)$ .  
C.  $U=100(V)$ .                      D.  $U=50\sqrt{2}(V)$ .

Câu 19: Biểu thức hiệu điện thế 2 đầu mạch và cường độ dòng điện qua mạch RLC mắc nối tiếp lần lượt là:  $u = 200\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) V, i = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) A$ . Điện trở thuần  $R$  của đoạn mạch là:

- A. 50  $\Omega$ .                      B. 60  $\Omega$ .                      C. 100  $\Omega$ .                      D. 200  $\Omega$ .

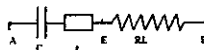
Câu 20: Cho mạch điện như hình vẽ



Biết  $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft) V$ . Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{3}{5\pi} H$ , tụ điện có  $C = \frac{10^{-3}}{24\pi} F$ . Hiệu điện thế  $u_{NB}$  và  $u_{AB}$  lệch pha nhau  $90^\circ$ . Tần số  $f$  của dòng điện xoay chiều có giá trị là

- A. 120Hz.                      B. 60Hz.                      C. 100Hz.                      D. 50Hz.

Câu 21: Một đoạn mạch điện xoay chiều có dạng như hình vẽ.



Biết hiệu điện thế  $u_{AE}$  và  $u_{EB}$  lệch pha nhau  $90^\circ$ . Tìm mối liên hệ giữa  $R, r, L, C$ .

- A.  $R = C.r.L$ .                      B.  $r = C.R.L$ .                      C.  $L = C.R.r$ .                      D.  $C = L.R.r$ .

Câu 22: Một đoạn mạch gồm một cuộn dây không thuần cảm có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $r$  mắc nối tiếp với một điện trở  $R = 40 \Omega$ . Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch có biểu thức  $u = 200\cos(100\pi t) (V)$ . Dòng điện trong mạch có cường độ hiệu dụng là 2A và lệch pha  $45^\circ$  so với hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch. Giá trị của  $r$  và  $L$  là:

- A. 10  $\Omega$  và 0,159H.                      B. 25  $\Omega$  và 0,159H.  
C. 10  $\Omega$  và 0,25H.                      D. 25  $\Omega$  và 0,25H.

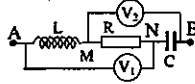
Câu 23: Mạch RLC nối tiếp có  $L$  là cuộn thuần cảm. Hiệu điện thế và dòng điện trong mạch có biểu thức  $u = U_0\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) (V)$  và  $i = I_0\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (A)$ . Ta sẽ có mối liên hệ:

- A.  $Z_L - Z_C = 1,73R$ .                      B.  $Z_C Z_L = 3R$ .  
C.  $Z_L - Z_C = R$ .                      D.  $Z_C Z_L = R$ .

Câu 24: Mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần  $R = 30 (\Omega)$  mắc nối tiếp với cuộn dây. Đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\sin(100\pi t) (V)$ . Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây là  $U_d = 60V$ . Dòng điện trong mạch lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với  $u$  và lệch pha  $\frac{\pi}{3}$  so với  $u_d$ . Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu mạch (U) có giá trị

- A.  $60\sqrt{3} (V)$ .
- B.  $120 (V)$ .
- C.  $90 (V)$ .
- D.  $60\sqrt{2} (V)$ .

Câu 25: Câu 1. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ, cuộn dây thuần cảm.



Số chỉ các vôn kế  $(V_1), (V_2)$  lần lượt là  $U_1 = 80V; U_2 = 60V$ . Biết hiệu điện thế tức thời  $u_{AN}$  biến thiên lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  với hiệu điện thế tức thời  $u_{MB}$ . Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu điện trở thuần R là

- A.  $96V$ .
- B.  $140V$ .
- C.  $48V$ .
- D.  $100V$ .

Câu 26: Một đoạn mạch điện xoay chiều mắc theo thứ tự gồm: Đoạn AM là cuộn cảm thuần, đoạn MN là điện trở, đoạn NB là tụ điện. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều thì đo được  $U_{AN} = 200 (V), U_{MB} = 150 (V)$  đồng thời  $u_{AN}$  lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_{MB}$ . Dòng điện chạy qua mạch là  $i = 2\cos(100\pi t) (A)$ . Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là

- A.  $100W$ .
- B.  $120W$ .
- C.  $120\sqrt{2}W$ .
- D.  $240(W)$ .

Câu 27: Cho mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp, biết  $R = 100\sqrt{3}\Omega$ ; điện áp xoay chiều giữa hai đầu đoạn mạch có dạng  $u = U\sqrt{2}\cos 100(\pi t) (V)$ , mạch có L biến đổi được. Khi  $L = \frac{1}{\pi} (H)$  thì

$U_{LC} = \frac{U}{2}$  và mạch có tính dung kháng. Để  $U_{LC} = 0$  thì độ tự cảm có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{2\pi} H$ .
- B.  $\frac{2}{\pi} H$ .
- C.  $\frac{3}{\pi} H$ .
- D.  $\frac{1}{3\pi} H$ .

Câu 28: Một đoạn mạch RLC mắc nối tiếp có tần số dòng điện 50 Hz,  $Z_L = 20 \Omega$ , C có thể thay đổi được. Cho C tăng lên 5 lần so với giá trị khi xảy ra cộng hưởng thì điện áp hai đầu đoạn mạch lệch pha  $\frac{\pi}{3}$  so với dòng điện trong mạch. Giá trị của R là:

- A.  $\frac{16}{3}\Omega$ .
- B.  $\frac{16}{\sqrt{3}}\Omega$ .
- C.  $\frac{4}{3}\Omega$ .
- D.  $\frac{80}{\sqrt{3}}\Omega$ .

Câu 29: Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm), điện trở thuần R thay đổi được. Điện áp hai đầu mạch có giá trị không đổi. Khi  $R = R_1$  thì,  $U_R = U\sqrt{3}, U_L = U, U_C = 2U$ . Khi  $R = R_2$  thì  $U_R = U\sqrt{2}$ , điện áp hiệu dụng hai đầu tụ C lúc này bằng

- A.  $U\sqrt{7}$ .
- B.  $U\sqrt{3}$ .
- C.  $U\sqrt{2}$ .
- D.  $2\sqrt{2}U$ .

Câu 30: Khi đặt vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây thuần cảm (cảm thuần) mắc nối tiếp với điện trở thuần một hiệu điện thế xoay chiều thì cảm kháng của cuộn dây bằng  $\sqrt{3}$  lần giá trị của điện trở thuần. Pha của dòng điện trong đoạn mạch so với pha hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là

- A. chậm hơn góc  $\frac{\pi}{3}$ .
- B. nhanh hơn góc  $\frac{\pi}{3}$ .
- C. nhanh hơn góc  $\frac{\pi}{6}$ .
- D. chậm hơn góc  $\frac{\pi}{6}$ .

Câu 31: Cho đoạn mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây mắc nối tiếp với tụ điện. Độ lệch pha của hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây so với cường độ dòng điện trong mạch là  $\frac{\pi}{3}$ . Hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện bằng  $\sqrt{3}$  lần hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây. Độ lệch pha của hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây so với hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch trên là

- A. 0.
- B.  $\frac{\pi}{2}$ .
- C.  $-\frac{\pi}{3}$ .
- D.  $\frac{2\pi}{3}$ .

**Câu 32:** Cho đoạn mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây có điện trở thuần  $R$ , mắc nối tiếp với tụ điện. Biết hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch. Mối liên hệ giữa điện trở thuần  $R$  với cảm kháng  $Z_L$  của cuộn dây và dung kháng  $Z_C$  của tụ điện là

- A.  $R^2 = Z_C(Z_L Z_C)$ .  
 B.  $R^2 = Z_C(Z_C Z_L)$ .  
 C.  $R^2 = Z_L(Z_C Z_L)$ .  
 D.  $R^2 = Z_L(Z_L Z_C)$ .

**Câu 33:** Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp theo thứ tự trên. Gọi  $U_L, U_R, U_C$  lần lượt là các điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mỗi phần tử. Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch NB (đoạn mạch NB gồm R và C). Hệ thức nào dưới đây là đúng?

- A.  $U^2 = U_R^2 + U_C^2 + U_L^2$ .  
 B.  $U_C^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2$ .  
 C.  $U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2$ .  
 D.  $U_R^2 = U^2 + U_L^2 + U_C^2$ .

## ĐÁP ÁN

1 D	5 A	9 B	13 D	17 B	21 C	25 C	29 D	33 C
2 C	6 A	10 A	14 C	18 B	22 A	26 C	30 A	
3 B	7 A	11 B	15 B	19 A	23 D	27 C	31 D	
4 D	8 C	12 B	16 A	20 B	24 C	28 B	32 C	

## C. PHƯƠNG PHÁP CHUẨN HÓA

### I. Lịch sử phương pháp

Thời điểm cách đây 4 năm trước khi cuốn sách này được ra mắt, tác giả đã giải một số bài tập điện xoay chiều sử dụng phương pháp này, cụ thể là một bài điện xoay chiều trong đề thi Đại học năm 2013 (được trình bày ở phần tiếp theo). Tuy nhiên trong thời gian đó, tác giả còn học ở trường Đại học, không có thời gian nghiên cứu sâu về vấn đề này nên tác giả không phát triển thêm và chỉ giữ những gì mình biết về phương pháp này làm kinh nghiệm dạy cho học sinh của tác giả mà thôi.

Ngày 16/08/2013, thành viên Diễn đàn Vật lí phổ thông ([vatliphothong.vn](http://vatliphothong.vn)) có tài khoản là hongmiu (tên thật là Nguyễn Thành Trung) đã đăng lên diễn đàn một tài liệu có tên "Kỹ thuật tự chọn lượng chất trong Vật lí" (bạn đọc có thể xem tại đây <https://vatliphothong.vn/t/5003/>). Tài liệu này đưa ra một số bài tập vận dụng phương pháp này, nhưng chưa ra bản chất cụ thể của phương pháp, mà mới chỉ dựa trên cảm nhận. Nguyễn Thành Trung có viết trong tài liệu: "Sau này, trong việc giải toán, dựa vào linh cảm của bản thân, các bạn có thể chọn bất kì đại lượng nào đó là một giá trị cụ thể để công việc tính toán bớt cực nhọc đi nhé".

Ngay sau khi tài liệu của Thành Trung được đăng lên, các thành viên đã tham gia sôi nổi và thảo luận (trong đó có tác giả) và đã đưa ra được bản chất của phương pháp. Tuy nhiên, sau đó không có thành viên nào tổng hợp lại thành một tài liệu hoàn chỉnh.

Năm 2015, chúng ta phải kể đến công lao rất lớn của tác giả Nguyễn Đình Yên, bằng niềm đam mê Vật lí và khả năng hiểu biết sâu sắc về phương pháp này, tác giả Nguyễn Đình Yên đã viết thành một chuyên đề riêng về phương pháp này với tên gọi "Phương pháp chuẩn hóa số liệu", chỉ ra rất nhiều ví dụ minh họa cụ thể cho phương pháp và đã xử lí được một số bài toán về tần số biến thiên một cách nhanh gọn. Có thể nói, tài liệu đó của tác giả Nguyễn Đình Yên đã đóng góp cho sự phát triển của phương pháp này rất nhiều.

Dưới đây, tác giả cuốn sách sẽ trình bày nội dung phương pháp theo ý hiểu của tác giả. Tác giả xin phép gọi tên phương pháp là "Phương pháp chuẩn hóa". Tất nhiên, trong quá trình viết, tác giả có sử dụng và tham khảo tài liệu của Nguyễn Thành Trung cũng như của tác giả Nguyễn Đình Yên, và tác giả tôn trọng sự đóng góp của Nguyễn Thành Trung và của tác giả Nguyễn Đình Yên.

### II. Cơ sở phương pháp

Bản chất của phương pháp là việc giải các phương trình đồng cấp (đồng bậc). Phương pháp này không có ý nghĩa Vật lí, chỉ là một thủ thuật tính toán để quá trình tính được gọn gàng, và đưa ra kết quả nhanh hơn mà thôi!

Ví dụ, trong một bài tập điện xoay chiều nào đó ta cần tính

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Muốn tính được, ta cần có 3 giá trị:  $Z_L$ ,  $Z_C$ ,  $R$ . Tuy nhiên, đề bài không cho ta giá trị cụ thể của 3 đại lượng trên, tức là không cho ta 3 phương trình ứng với 3 ẩn trên để giải.

Chẳng hạn, từ giả thiết của đề bài ta chỉ thiết lập được 2 phương trình

$$\begin{cases} Z_L = 2Z_C \\ R^2 + Z_L^2 = 9Z_C^2 \end{cases}$$

Rõ ràng, phương trình thứ nhất của hệ là đồng bậc, phương trình thứ hai của hệ cũng vậy. Ta có 2 phương trình đồng bậc, có 3 ẩn số, ta chỉ có thể biểu diễn 2 ẩn theo ẩn còn lại. Chẳng hạn, ta biểu

diễn  $Z_L, Z_C$  theo  $R$ . Ta có

$$\begin{cases} Z_L = 2Z_C \\ R^2 + Z_L^2 = 9Z_C^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = 2Z_C \\ R^2 + 4Z_C^2 = 9Z_C^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{R}{\sqrt{5}} \\ Z_L = \frac{2R}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

Khi đó, thay vào biểu thức cần tính, ta được

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{2R}{\sqrt{5}} - \frac{R}{\sqrt{5}}\right)^2}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

Như vậy, chỉ với 2 phương trình, ta vẫn tính được  $\cos \varphi$ . Vì sao lại vậy? Bởi vì  $\cos \varphi$  có tử và mẫu đồng bậc. Đây là mấu chốt quan trọng.

Tiếp theo, để ý rằng, khi thay  $Z_C = \frac{R}{\sqrt{5}}, Z_L = \frac{2R}{\sqrt{5}}$  vào biểu thức tính  $\cos \varphi$  thì do tính đồng bậc nên cả tử và mẫu đều triệt tiêu cho  $R$ . Như vậy, việc tính  $\cos \varphi$  lúc này không phụ thuộc vào  $R$  có giá trị bằng bao nhiêu (vì đẳng nào cũng bị triệt tiêu).

Do đó, để quá trình tính toán đơn giản, ta có thể giả sử  $R$  bằng một giá trị cụ thể nào đó mà không ảnh hưởng đến kết quả.

Quay trở lại ví dụ trên:

Chuẩn hóa  $R = 1$  (giả sử  $R = 1$ ), ta có

$$\begin{cases} Z_L = 2Z_C \\ 1 + Z_L^2 = 9Z_C^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = 2Z_C \\ 1 + 4Z_C^2 = 9Z_C^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ Z_L = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

Từ đó

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

**Nhận xét:** Từ ví dụ này, ta thấy rằng để tính được  $\cos \varphi$  thì ta cần tính 3 ẩn  $Z_L, Z_C, R$ . Tuy nhiên, dữ kiện đề bài chỉ cho ta thiết lập được 2 phương trình 3 ẩn. Do đó, từ hệ 2 phương trình 3 ẩn đó, và dựa vào tính đồng bậc, ta phải biểu diễn 2 ẩn theo ẩn còn lại, sau đó thay vào  $\cos \varphi$  sẽ tính được. Để tính nhanh, ta sẽ cho một ẩn có 1 giá trị bất kì (chuẩn hóa) vì đẳng nào sau khi thay 2 ẩn đã biểu diễn theo ẩn còn lại vào  $\cos \varphi$  thì ẩn còn lại đó cũng bị triệt tiêu.

Từ đó, ta có thể đưa ra một dấu hiệu để có thể dùng phương pháp chuẩn hóa, đó là

- Viết biểu thức cần tính, quan sát xem để tính được nó thì ta cần biết mấy ẩn số? Giả sử ta cần biết  $n$  ẩn số.
- Từ dữ kiện bài toán, nếu ta chỉ lập được hệ gồm  $n - 1$  phương trình đồng bậc thì để tính toán đơn giản, ta có thể chuẩn hóa 1 ẩn nào đó bằng 1 số bất kì.
- Sau khi chuẩn hóa, ta mất đi 1 ẩn, còn  $n - 1$  phương trình với  $n - 1$  ẩn, giải hệ này tìm được các ẩn còn lại, sau đó thay vào biểu thức cần tính là ta sẽ suy ra kết quả bài toán.

Ta sẽ đi vào các ví dụ cụ thể để hiểu rõ hơn.

### III. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Biết dung kháng của tụ điện bằng  $R\sqrt{3}$ . Điều chỉnh  $L$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại, khi đó

- A. điện áp giữa hai đầu tụ điện lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.
- B. điện áp giữa hai đầu cuộn cảm lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.
- C. trong mạch có cộng hưởng điện.
- D. điện áp giữa hai đầu điện trở lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

Lời giải

Ta xét biểu thức  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$ . Để tính được  $\tan \varphi$  thì ta cần biết được 3 ẩn  $Z_L, Z_C, R$ . Thế nhưng, đề bài chỉ cho ta 2 dữ kiện:

$$\begin{cases} Z_C = \sqrt{3}R \\ Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \end{cases}$$

(Phương trình thứ 2 có được vì  $L$  thay đổi để  $U_L$  đạt cực đại.)

Hệ này gồm 2 phương trình đồng bậc có 3 ẩn, do đó ta có thể chuẩn hóa 1 đại lượng. Ta chuẩn hóa  $Z_L$  hay  $Z_C$  hay  $R$  đều được, kết quả tính vẫn không thay đổi. Ở đây tác giả chuẩn hóa  $R = 1$  thì ta có ngay  $Z_C = \sqrt{3}$ . Từ đó suy ra

$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{1 + (\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

Do đó

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}}{1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

Từ đó suy ra hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch sớm pha  $\frac{\pi}{6}$  so với cường độ dòng điện trong mạch, mà cường độ dòng điện trong mạch cùng pha với điện áp giữa hai đầu điện trở, nên điện áp giữa hai đầu đoạn mạch sớm pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp giữa hai đầu điện trở.

**Đáp án D.**

**Nhận xét:** Cần nhắc mạnh lại 1 lần nữa là phương pháp chuẩn hóa chỉ giúp ta tính toán được gọn và nhanh hơn chứ không mang ý nghĩa Vật lí.

**Ví dụ 2:** Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Biết cảm kháng gấp đôi dung kháng. Dùng vôn kế xoay chiều (điện trở rất lớn) đo điện áp giữa hai đầu tụ điện và điện áp giữa hai đầu điện trở thì số chỉ của vôn kế như nhau. Độ lệch pha của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .
- B.  $-\frac{\pi}{3}$ .
- C.  $\frac{\pi}{6}$ .
- D.  $\frac{\pi}{3}$ .

Lời giải

Bài toán này rất cơ bản, từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} Z_L = 2Z_C \\ U_C = U_R \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 2Z_C = 2R \\ Z_C = R \\ \tan \varphi = \frac{2R - R}{R} = 1 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

**Đáp án A.**

Nếu tư duy theo phương pháp chuẩn hóa thì ta thấy để tính được  $\tan \varphi$  thì ta cần tính 3 ẩn, nhưng ta chỉ lập được hệ 2 phương trình đồng bậc 2 ẩn, nên ta chuẩn hóa 1 đại lượng bằng 1 (hoặc số nào đó). Chuẩn hóa  $R = 1$  ta có ngay  $Z_C = R = 1$  và  $Z_L = 2Z_C = 2$  do đó

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{2 - 1}{1} = 1.$$

Từ đó suy ra kết quả bài toán.

**Đáp án A.**

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Gọi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện, giữa hai đầu biến trở và hệ số công suất của đoạn mạch khi biến trở có giá trị  $R_1$  lần lượt là  $U_{C1}$ ,  $U_{R1}$  và  $\cos \varphi_1$ ; khi biến trở có giá trị  $R_2$  thì các giá trị tương ứng nói trên là  $U_{C2}$ ,  $U_{R2}$  và  $\cos \varphi_2$ . Biết  $U_{C1} = 2U_{C2}$ ,  $U_{R2} = 2U_{R1}$ . Giá trị của  $\cos \varphi_1$  và  $\cos \varphi_2$  là

A.  $\cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ,  $\cos \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .                      B.  $\cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\cos \varphi_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$ .

C.  $\cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ,  $\cos \varphi_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$ .                      D.  $\cos \varphi_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ,  $\cos \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Lời giải

Ta cần tính

$$\cos \varphi_1 = \frac{U_{R1}}{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{C1}^2}}, \quad \cos \varphi_2 = \frac{U_{R2}}{\sqrt{U_{R2}^2 + U_{C2}^2}}$$

Để tính được  $\cos \varphi_1$  thì ta cần tính 2 đại lượng  $U_{R1}$ ,  $U_{C1}$ . Ta sẽ quan sát xem từ dữ kiện bài toán ta lập được mấy phương trình đồng bậc của  $U_{R1}$ ,  $U_{C1}$ . Ta có:

Vì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch không đổi khi  $R$  thay đổi, nên

$$U^2 = U_{R1}^2 + U_{C1}^2 = U_{R2}^2 + U_{C2}^2$$

Mặt khác,  $U_{C1} = 2U_{C2}$ ,  $U_{R2} = 2U_{R1}$  nên

$$U_{R1}^2 + U_{C1}^2 = (2U_{R1})^2 + \left(\frac{U_{C1}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 4U_{R1}^2 = U_{C1}^2$$

Như vậy từ giả thiết ta thiết lập được 1 phương trình đồng bậc liên hệ giữa  $U_{R1}$ ,  $U_{C1}$ , do đó để dễ gọn tính toán ta chuẩn hóa  $U_{R1} = 1$ , thế thì  $U_{C1} = 2$ . Thay vào biểu thức tính  $\cos \varphi_1$  ta được

$$\cos \varphi_1 = \frac{U_{R1}}{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{C1}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Hoàn toàn tương tự tính được

$$\cos \varphi_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**Đáp án C.**

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2}$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V. Khi  $C = 3C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây :

A. 130 V.                      B. 64 V.                      C. 95 V.                      D. 75 V.

Lời giải

Đây là một bài toán phân loại trong đề tuyển sinh Đại học môn Vật lí năm 2013. Hiện nay có rất nhiều lời giải cho bài toán này. Dưới đây là lời giải của tác giả cho bài toán này năm đó, sử dụng chuẩn hóa.

Ta có

$$\frac{U_{d1}}{U_{d2}} = \frac{\frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C0})^2}}}{\frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - \frac{Z_{C0}}{3})^2}}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - \frac{Z_{C0}}{3})^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C0})^2}} = \frac{45}{135} = \frac{1}{3}$$

Từ đó

$$8R^2 + 9\left(Z_L - \frac{Z_{C0}}{3}\right)^2 = (Z_L - Z_{C0})^2 \quad (1).$$

Mặt khác

$$\tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{(Z_L - Z_{C0})\left(\frac{Z_{C0}}{3} - Z_L\right)}{R^2} = 1 \Leftrightarrow R^2 = (Z_L - Z_{C0})\left(\frac{Z_{C0}}{3} - Z_L\right) \quad (2).$$

Suy ra

$$8(Z_L - Z_{C0})\left(\frac{Z_{C0}}{3} - Z_L\right) + 9\left(Z_L - \frac{Z_{C0}}{3}\right)^2 = (Z_L - Z_{C0})^2.$$

Do tính thuần nhất, chuẩn hóa

$$Z_L - \frac{Z_{C0}}{3} = 1$$

khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} Z_L - \frac{Z_{C0}}{3} = 1 \\ -8(Z_L - Z_{C0}) + 9 = (Z_L - Z_{C0})^2 \\ \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C0}}{R} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L - \frac{Z_{C0}}{3} = 1 \\ Z_L - Z_{C0} = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = 6 \\ Z_{C0} = 15 \end{cases}$$

Từ  $8R^2 + 9\left(Z_L - \frac{Z_{C0}}{3}\right)^2 = (Z_L - Z_{C0})^2$  suy ra  $R = 3$ .

Từ đó

$$U_{d1} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C0})^2}} \Rightarrow U = \frac{45}{\sqrt{3^2 + 6^2}} \sqrt{3^2 + (15 - 6)^2} = 45\sqrt{2}.$$

Vậy  $U_0 = 90V$ . Gần đáp án C nhất.

Chọn C.

**Nhận xét:** Năm đó, tác giả đưa ra lời giải này và nhận được rất nhiều lời khen ngợi cho lời giải ngắn gọn về mặt tính toán, và nhận được rất nhiều câu hỏi: vì sao lại có:

Do tính thuần nhất, chuẩn hóa

$$Z_L - \frac{Z_{C0}}{3} = 1$$

Có lẽ, qua các ví dụ bên trên mà tác giả đã trình bày và phân tích, bạn đọc có thể hiểu được vì sao lại vậy.

Rõ ràng từ biểu thức  $U_{d1} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C0})^2}}$ , để tính được  $U$  thì ta cần tính được ba ẩn  $R, Z_L$  và



$Z_{C_0}$ . Thế nhưng từ dữ kiện đề bài, ta chỉ thiết lập được hệ hai phương trình đồng bậc (1) và (2). Do đó ta có thể chuẩn hóa một ẩn bằng 1 (hoặc số nào đó cũng được). Ta có thể chuẩn hóa  $R$  hay  $Z_L$  hay  $Z_{C_0}$  đều được. Chuẩn hóa xong ta còn 2 ẩn, giải hệ ta tìm được 2 ẩn đó, thay vào tính là xong. Tuy nhiên, nếu chuẩn hóa trực tiếp như vậy thì ta cũng còn phải tính toán khá phức tạp (bạn đọc thử cho  $R = 1$  rồi thay vào (1), (2) và giải hệ sẽ thấy). Ở đây, ta cần quan sát tinh ý là cả hai phương trình đều có  $Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3}$ , do đó ta chuẩn hóa luôn  $Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3} = 1$  cho gọn, và ta thu được lời giải bên trên.

**Ví dụ 5:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch xoay chiều  $R, C$  mắc nối tiếp một hiệu điện thế  $u_1 = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V) thì công suất của mạch là  $P = P_1$  và hệ số công suất là  $\cos\varphi = \frac{1}{2}$ . Nếu thay bằng một hiệu điện thế  $u_2 = U\cos(\sqrt{3}\omega t)$  (V) thì công suất của mạch là  $P = P_2$ . Hệ thức liên hệ nào giữa  $P_1$  và  $P_2$  dưới đây đúng?

A.  $P_1 = \frac{1}{2}P_2$ .

B.  $P_1 = P_2$ .

C.  $P_1 = \frac{3}{2}P_2$ .

D.  $P_1 = 2P_2$ .

**Lời giải**

Bạn đọc hãy tự lập luận vì sao chúng ta có thể chuẩn hóa được trong ví dụ này!

Công suất của mạch  $P = I^2R = \frac{U^2}{R^2 + Z_C^2}R$

Cách 1. Chuẩn hóa  $R = 1$ . Lúc đầu  $\cos\varphi = \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + Z_C^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow Z_C = \sqrt{3}$ .

Tần số góc	Hiệu điện thế hiệu dụng	$Z_C$
$\omega$	$U$	$\sqrt{3}$
$\sqrt{3}\omega$	$U/\sqrt{2}$	1

Ta có

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(U)^2}{1^2 + (\sqrt{3})^2} \cdot \frac{1^2 + 1^2}{(U/\sqrt{2})^2} = 1.$$

Cách 2. Chuẩn hóa  $Z_C = 1$ . Lúc đầu  $\cos\varphi = \frac{1}{2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 1^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Tần số góc	Hiệu điện thế hiệu dụng	$Z_C$
$\omega$	$U$	1
$\sqrt{3}\omega$	$U/\sqrt{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ta có

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(U)^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1^2} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{U}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1.$$

**Đáp án B.**

### IV. Chuẩn hóa trong bài toán tần số (hoặc tần số góc) biến thiên

Một ứng dụng quan trọng của chuẩn hóa đó là ứng dụng trong việc giải nhanh các bài toán liên quan đến tần số góc  $\omega$  hay tần số  $f$  biến thiên. Ở phần bài toán  $f$  biến thiên trong chương điện xoay chiều, chúng ta có các kết quả sau đây.

**Bài toán:** Cho mạch điện xoay chiều gồm 3 phần tử mắc nối tiếp RLC với  $\frac{L}{C} > \frac{R^2}{2}$  có tần số thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_L$  thì  $U_{Lmax}$ , khi  $\omega = \omega_R$  thì  $U_{Rmax}$ , khi  $\omega = \omega_C$  thì  $U_{Cmax}$ .

• Khi  $\omega = \omega_L$  để  $U_{Lmax}$  thì ta có các kết quả sau

$$\begin{cases} \omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \\ \left(\frac{U}{U_{Lmax}}\right)^2 + \left(\frac{f_C}{f_L}\right)^2 = 1 \end{cases}$$

Giả sử ta có  $n = \frac{f_L}{f_C} = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\frac{1}{C} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}}{\frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L Z_C}}$  và nếu ta muốn tính

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}, \quad \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

thì ta sẽ tính như nào ?

Rõ ràng muốn tính được thì ta cần tính được 3 đại lượng  $Z_L, Z_C, R$ . Giả thiết chỉ cho ta hai phương trình đồng bậc

$$\begin{cases} Z_C = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \\ n = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L Z_C}} \end{cases}$$

nên ta sẽ sử dụng chuẩn hóa. Chuẩn hóa  $Z_C = 1$  thì ta có

$$\begin{cases} 1 = Z_L - \frac{R^2}{2} \\ n = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L}} \end{cases} \Rightarrow n = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L}} = \frac{1}{\frac{Z_L - Z_L + 1}{Z_L}} \Rightarrow n = Z_L \Rightarrow R = \sqrt{2n - 2}$$

Khi đó

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{n - 1}{\sqrt{2n - 2}} = \sqrt{\frac{n - 1}{2}} \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{2}{n + 1}} \end{cases}$$

Tóm lại:

- Nếu  $\omega = \omega_L$  để  $U_{L\max}$  và  $n = \frac{f_L}{f_C} = \frac{\omega_L}{\omega_C}$  thì ta có

$$\begin{cases} Z_C = 1, Z_L = n, R = \sqrt{2n-2} \\ \tan \varphi = \sqrt{\frac{n-1}{2}} \\ \cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \\ \left(\frac{U}{U_{L\max}}\right)^2 + \frac{1}{n^2} = 1 \end{cases}$$

Hoàn toàn tương tự, ta có:

- Nếu  $\omega = \omega_C$  để  $U_{C\max}$  và  $n = \frac{f_L}{f_C} = \frac{\omega_L}{\omega_C}$  thì ta có

$$\begin{cases} Z_L = 1, Z_C = n, R = \sqrt{2n-2} \\ \tan \varphi = -\sqrt{\frac{n-1}{2}} \\ \cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \\ \left(\frac{U}{U_{C\max}}\right)^2 + \frac{1}{n^2} = 1 \end{cases}$$

Ta qua những ví dụ để vận dụng.

Ví dụ 1: Cho mạch điện xoay chiều RLC có  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$ , trong đó  $U$  không đổi,  $\omega$  biến thiên. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu của tụ điện cực đại. Khi đó  $U_{C\max} = \frac{41U}{40}$ . Tính hệ số công suất của mạch khi đó?

A. 0,6.

B. 0,8.

C. 0,49.

D. 0,27.

Lời giải

Sử dụng kết quả phần trên, ta có

$$\left(\frac{U}{U_{C\max}}\right)^2 + \frac{1}{n^2} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{40}{41}\right)^2 + \frac{1}{n^2} = 1 \Rightarrow n = \frac{41}{9}$$

Khi  $\omega = \omega_C$  thì  $Z_C = n = \frac{41}{9}$ ,  $Z_L = 1$ ,  $R = \sqrt{2n-2} = \frac{8}{3}$ . Do đó

$$\cos \varphi = \frac{\frac{8}{3}}{\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{41}{9} - 1\right)^2}} = 0,6.$$

Hoặc có thể thay trực tiếp vào công thức

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{n+1}} = \sqrt{\frac{2}{\frac{41}{9} + 1}} = 0,6$$

Đáp án A.

Ví dụ 2: Cho mạch điện xoay chiều RLC có  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$ , trong đó  $U$  không đổi,  $\omega$  biến thiên. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu của cuộn cảm cực đại. Khi đó  $U_C = \frac{8U}{15}$ . Tính hệ số công suất của mạch khi đó.

- A. 0,6.                      B. 0,8.                      C. 0,49.                      D. 0,27.

Lời giải

Khi  $\omega = \omega_L$  thì  $Z_L = n$ ,  $Z_C = 1$ ,  $R = \sqrt{2n - 2} \Rightarrow Z = \sqrt{n^2 - 1}$ . Từ đó ta có

$$\frac{U_C}{U} = \frac{8}{15} = \frac{Z_C}{Z} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \Rightarrow n = \frac{17}{8}$$

Do đó  $R = 1,5$  và  $Z = \frac{15}{8}$ . Vậy

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{1,5}{\frac{15}{8}} = 0,8$$

Đáp án B.

Ví dụ 3: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  (V), với  $f$  thay đổi được, vào đoạn mạch không phân nhánh RLC (cuộn dây thuần cảm), biết  $L = nR^2C$  với  $n > 0,5$ . Thay đổi  $f$  để điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cực đại, khi đó dòng điện trong mạch trễ pha hơn điện áp  $u$  là  $\varphi$  (với  $\tan \varphi = 0,5$ ). Tính  $n$ .

- A. 1.                      B. 1,5.                      C. 2.                      D. 2,5.

Lời giải

Ta có

$$L = nR^2C \Rightarrow \frac{R^2}{Z_L Z_C} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{\omega L}{\omega C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L Z_C}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2n}} = k (*)$$

Do đó khi  $\omega = \omega_L$  để  $U_{L_{max}}$  thì  $Z_L = k$ ,  $Z_C = 1$ ,  $R = \sqrt{2k - 2}$ .

Ta có

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{k - 1}{\sqrt{2k - 2}} = 0,5 \Rightarrow k = 1,5$$

Thay vào (\*) ta tính được  $n = 1,5$ .

Đáp án B.

Ví dụ 4: Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại. Khi  $f = f_2 = f_1\sqrt{2}$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở đạt cực đại. Khi  $f = f_3$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại  $U_{L_{max}}$ . Giá trị của  $U_{L_{max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 85V.                      B. 145V.                      C. 57V.                      D. 173V.

Lời giải

Cách giải thông thường

Ta có  $\left(\frac{U}{U_{L_{max}}}\right)^2 + \left(\frac{f_1}{f_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_{L_{max}} = 80\sqrt{3}$  (V) nên để tính  $U_{L_{max}}$  thì ta tính được  $f_3$  và  $f_1$  là xong. Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} f_2 = f_1\sqrt{2} \\ f_2^2 = f_1 f_3 \end{cases} \Rightarrow (f_1\sqrt{2})^2 = f_1 f_3 \Rightarrow 2f_1 = f_3$$

Từ đó

$$\left(\frac{U}{U_{L_{max}}}\right)^2 + \left(\frac{f_1}{f_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_{L_{max}} = 80\sqrt{3}$$
 (V)

Cách giải chuẩn hóa

Ta có  $\left(\frac{U}{U_{L\max}}\right)^2 + \left(\frac{f_1}{f_3}\right)^2 = 1$ . Do đó ta cần tính tỉ số  $\frac{f_1}{f_3}$  là xong. Ta chuẩn hóa  $f_1$  một giá trị bất kì, từ giá trị đó tính  $f_3$  thì tỉ số  $\frac{f_1}{f_3}$  không bị ảnh hưởng.

Chuẩn hóa  $f_1 = 1$  thì theo bài ra ta có

- $f_2 = f_1\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 1 \\ f_2 = \sqrt{2} \end{cases}$
- $f_1 \cdot f_3 = f_2^2 \Rightarrow f_3 = \frac{f_2^2}{f_1} = 2$
- $\left(\frac{U}{U_{L\max}}\right)^2 + \left(\frac{f_1}{f_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_{L\max} = 80\sqrt{3} \text{ (V)}$ .

Đáp án B.

Ví dụ 5: Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos(2\pi f) \text{ V}$  ( $f$  thay đổi được,  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Biết  $2L > R^2C$ . Khi  $f = 60\text{Hz}$  hoặc  $f = 90\text{Hz}$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi  $f = 30\text{Hz}$  hoặc  $f = 120\text{Hz}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi  $f = f_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch MB lệch pha một góc  $135^\circ$  so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của  $f_1$  bằng bao nhiêu?

- A. 80Hz.                      B. 120Hz.                      C. 60Hz.                      D. 50Hz.

Lời giải

Ta chọn  $f$  nhỏ nhất để chuẩn hóa. Khi  $f = 30 \text{ Hz}$ , chuẩn hóa  $Z_L = 1$  và đặt  $x = Z_C$  cho gọn.

Ta có bảng sau

$f$	$U$	$Z_L$	$Z_C$
60	2	2	$\frac{x}{2}$
90	3	3	$\frac{x}{3}$
30	1	1	$x$
120	4	4	$\frac{x}{4}$

Khi  $f = 30\text{Hz}$  hoặc  $f = 120\text{Hz}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị nên ta có

$$\frac{1 \cdot x}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = \frac{4 \cdot \frac{x}{4}}{\sqrt{R^2 + \left(4 - \frac{x}{4}\right)^2}} \Rightarrow 1-x = \frac{x}{4} - 4 \Rightarrow x = 4.$$

Khi  $f = 60\text{Hz}$  hoặc  $f = 90\text{Hz}$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị nên ta có

$$\frac{2}{\sqrt{R^2 + (2-2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{R^2 + \left(3 - \frac{4}{3}\right)^2}} \Rightarrow R^2 = \frac{20}{9} \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{5}}{3}.$$

Điện áp MB lệch  $135^\circ$  với điện áp AM nên

$$Z_{C_1} = R = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \frac{Z_{C_1}}{Z_{C_{30}}} = \frac{f_{30}}{f_1} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{30}{f_1} \Rightarrow f_1 = 36\sqrt{5} \text{ (Hz)}.$$

Đáp án A.

## V. Chuẩn hóa trong truyền tải điện năng

Bài toán này được trình bày rất kĩ trong phần bài tập truyền tải điện năng thuộc chương điện xoay chiều. Dưới đây trình bày ứng dụng của chuẩn hóa trong việc giải bài toán truyền tải điện năng.

Chú ý: Mục đích để bạn đọc hiểu rõ hơn về chuẩn hóa.

Câu 1: Điện năng ở một trạm phát điện được truyền đi dưới điện áp 2kV, hiệu suất trong quá trình truyền tải là  $H = 80\%$ . Giả sử công suất truyền không đổi, muốn hiệu suất trong quá trình truyền tải tăng đến 95% thì ta phải

A. tăng điện áp lên đến 4kV.	B. tăng điện áp lên đến 8kV.
C. giảm điện áp xuống còn 1kV.	D. giảm điện xuống còn 0,5kV.

### Lời giải

Cách giải truyền thống:

Lúc đầu  $H_1 = 80\%$  nên công suất tiêu thụ bằng 80% công suất truyền:  $P_{t1} = 80\%P_1$  và công suất hao phí bằng 20% công suất truyền  $\Delta P_1 = 20\%P_1$ .

Lúc sau  $H_1 = 95\%$  nên công suất tiêu thụ bằng 95% công suất truyền:  $P_{t2} = 95\%P_2$  và công suất hao phí bằng 5% công suất truyền  $\Delta P_2 = 5\%P_2$ .

Ta có  $\Delta P = I^2 R = \frac{P^2}{(U \cos \varphi)^2} R$ , vì P không đổi nên  $\Delta P$  tỉ lệ nghịch với  $U^2$ .

Khi đó ta có

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} \Rightarrow U_2 = U_1 \sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} = 2 \sqrt{\frac{0,2P_1}{0,05P_1}} = 4kV$$

Đáp án A.

**Nhận xét:** Trong quá trình tính toán,  $P_1$  bị triệt tiêu nên để cho gọn ta có thể cho nó một giá trị bất kì. Tức là ta có thể "chuẩn hóa" cho nó một giá trị mà không ảnh hưởng đến kết quả tính.

Rõ ràng việc "chuẩn hóa" này không có bản chất giống như "chuẩn hóa" ở phần trên ta xét, nhưng nó giống ở đặc điểm là không ảnh hưởng đến kết quả tính toán. Do đó, ta vẫn gọi nó là "chuẩn hóa".

Cách giải chuẩn hóa:

Vì công suất truyền không đổi nên  $P_1 = P_2$ . Chuẩn hóa  $P_1 = P_2 = 1$ , ta có bảng sau

Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
1	20% = 0,2	80% = 0,8
1	5% = 0,05	95% = 0,95

Ta có  $\Delta P = I^2 R = \frac{P^2}{(U \cos \varphi)^2} R$ , vì P không đổi nên  $\Delta P$  tỉ lệ nghịch với  $U^2$ . Nên

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} \Rightarrow U_2 = U_1 \sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} = 2 \sqrt{\frac{0,2}{0,05}} = 4kV$$

Đáp án A.

**Nhận xét:** Ta có thể thấy rằng, cách giải truyền thống và cách giải chuẩn hóa không khác nhau là bao nhiêu đối với bài toán này. Nhưng có một số ví dụ tiếp theo ta sẽ thấy sự thuận lợi của "chuẩn hóa" trong việc tính toán hơn.

**Bài toán tổng quát:** Ta giả sử hiệu suất truyền lúc đầu là  $H_1$ , hiệu suất truyền lúc sau là  $H_2$ , công suất truyền không thay đổi là P. Chuẩn hóa  $P = 1$ , ta có bảng sau:

Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
1	$1 - H_1$	$H_1$
1	$1 - H_2$	$H_2$

Từ đó ta có

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1 - H_1}{1 - H_2}}$$

Bạn đọc không nên nhớ công thức, hãy nhớ phương pháp và đường đi ra công thức đó! Nhưng nếu bạn tự tin rằng mình có một trí nhớ thật tốt, thì bạn có thể nhớ công thức này.

**Câu 2:** Điện năng từ một nhà máy được đưa đến nơi tiêu thụ nhờ các dây dẫn, tại nơi tiêu thụ cần một công suất không đổi, ban đầu hiệu suất tải điện là 90%. Muốn hiệu suất tải điện là 96% cần giảm cường độ dòng điện trên dây tải đi?  
 A. 40,2%.                      B. 36,8%.                      C. 42,2%.                      D. 38,8%.

Lời giải

Đầu tiên, bạn đọc hãy giải bài này theo cách thông thường (có thể tìm thấy lời giải cho bài toán này ở phần bài tập truyền tải điện năng, chương điện xoay chiều của cuốn sách). Và bạn hãy so sánh với lời giải sử dụng chuẩn hóa sau đây:

Do công suất tại nơi tiêu thụ *không đổi* nên ta chuẩn hóa  $P_{tt} = 1$ . Ta có

Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
1/0,9	1/0,9 - 1	1
1/0,96	1/0,96 - 1	1

Vì công suất hao phí  $\Delta P = I^2 R$  nên  $\Delta P$  tỉ lệ thuận với  $I^2$ . Từ đó ta có

$$\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{0,96} - 1}{\frac{1}{0,9} - 1}} = \sqrt{\frac{3}{8}} \Rightarrow 1 - \frac{I_2}{I_1} = 1 - \sqrt{\frac{3}{8}} \Rightarrow \frac{I_2 - I_1}{I_1} \approx 38,8\%$$

**Đáp án D.**

*Nhận xét:* Ta thấy bằng việc chuẩn hóa, ta đã giảm được lượng tính toán đi rất nhiều!

Qua hai ví dụ trên, ta rút ra một kinh nghiệm, để bài cho công suất tại đâu không đổi thì ta chuẩn hóa nó bằng 1.

**Câu 3:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, ở cuối nguồn không dùng máy hạ thế. Cần phải tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây 100 lần nhưng vẫn đảm bảo công suất nơi tiêu thụ nhận được là không đổi biết rằng ban đầu độ giảm điện áp trên đường dây bằng 10% điện áp của tải tiêu thụ  
 A. 9,1.                      B. 3,14.                      C. 10,0.                      D. 9,78.

Lời giải

Ban đầu  $\Delta U_1 = 10\% U_{tt}$  nên  $\Delta P_1 = 10\% P_{tt}$ . Theo bài ra  $P_{tt}$  không đổi nên ta chuẩn hóa  $P_{tt} = 1$ , ta có

P	$\Delta P$	$P_{tt}$
1 + 0,1 = 1,1	0,1	1
1 + 0,001 = 1,001	0,1/100 = 0,001	1

Ta có  $\Delta P = \frac{P^2}{(U \cos \varphi)^2} R$  nên  $\Delta P$  tỉ lệ thuận với  $\frac{P^2}{U^2}$ . Nên

$$\sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} = \frac{P_1}{U_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1 P_2}{\Delta P_2 P_1}}$$

Thay số ta được

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{100} \frac{1,001}{1,1} = 9,1.$$

Đáp án A.

**Công thức tổng quát.** Giả sử ban đầu độ giảm điện áp là  $\Delta U_1 = aU_H$  và công suất hao phí giảm  $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = x$  lần, công suất tiêu thụ không đổi. Chuẩn hóa  $P_H = 1$ , ta có

P	$\Delta P$	$P_H$
$1+a$	$a$	1
$1+\frac{a}{x}$	$\frac{a}{x}$	1

Ta có

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} \frac{P_2}{P_1}} = \sqrt{x} \cdot \frac{1+\frac{a}{x}}{1+a} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{x+a}{\sqrt{x}+a\sqrt{x}}$$

**Câu 4:** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 80%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 25%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 10% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó.

- A. 77,2% .      B. 89,2% .      C. 92,8% .      D. 85,8% .

**Lời giải**

Công suất hao phí  $\Delta P = \frac{P^2}{(U \cdot \cos \varphi)^2} R$  nên khi  $U$  không đổi thì công suất hao phí  $\Delta P$  tỉ lệ thuận với công suất truyền đi  $P^2$ .

Giả sử công suất truyền lúc sau gấp  $n$  lần công suất truyền ban đầu.

Cách 1. Chuẩn hóa  $P_1 = 1$

Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
1	0,2	0,8
$n$	$0,2n^2$	$1,10,8 = 0,88$

Hiệu suất lúc sau là

$$H_2 = \frac{P_{H2}}{P_2} = \frac{0,88}{n}$$

Ta có

$$n = 0,2n^2 + 0,88 \Leftrightarrow \begin{cases} n \approx 3,86 \Rightarrow H_2 \approx 22,8\% \\ n \approx 1,14 \Rightarrow H_2 \approx 77,2\% \end{cases}$$

Vì công suất hao phí không vượt quá 25% nên  $H_2 = 77,2\%$ .

Cách 2. Chuẩn hóa  $P_{H1} = 1$

Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
$1/0,8 = 1,25$	$1,25 - 1 = 0,25$	1
$1,25n$	$0,25n^2$	$1,1$

Hiệu suất lúc sau là  $H_2 = \frac{P_{H2}}{P_2} = \frac{1,1}{1,25n} = \frac{0,88}{n}$ .

Ta có phương trình

$$1,25n = 0,25n^2 + 1,1 \Rightarrow \begin{cases} n \approx 3,86 \Rightarrow H_2 \approx 22,8\% \\ n \approx 1,14 \Rightarrow H_2 \approx 77,2\% \end{cases}$$



Vì công suất hao phí không vượt quá 25% nên  $H_2 \approx 77,2\%$ .

Cách 3. Chuẩn hóa  $\Delta P_1 = 1$

Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
$1/0,2 = 5$	1	$5 - 1 = 4$
$5n$	$n^2$	$1,14 = 4,4$

Hiệu suất lúc sau là

$$H_2 = \frac{P_{H2}}{P_2} = \frac{4,4}{5n} = \frac{0,88}{n}$$

Ta có phương trình

$$5n = n^2 + 4,4 \Rightarrow \begin{cases} n \approx 3,86 \Rightarrow H_2 \approx 22,8\% \\ n \approx 1,14 \Rightarrow H_2 \approx 77,2\% \end{cases}$$

Vì công suất hao phí không vượt quá 25% nên  $H_2 = 77,2\%$ .

Đáp án A.

**Câu 5:** Người ta truyền tải điện năng đến một nơi tiêu thụ bằng đường dây một pha có điện trở R. Nếu điện áp hiệu dụng đưa lên hai đầu đường dây là  $U = \sqrt{14}kV$  thì hiệu suất truyền tải điện năng là 72%. Để hiệu suất truyền tải tăng đến 90% mà công suất truyền đến nơi tiêu thụ vẫn không thay đổi thì điện áp hiệu dụng đưa lên hai đầu đường dây bằng bao nhiêu?

- A. 10,02 kV.      B. 5,86 kV.      C. 5,6 kV.      D. 1,31 kV.

Lời giải

Ta có  $\Delta P = \frac{P^2}{(U \cos \varphi)^2} R$  nên  $\Delta P$  tỉ lệ thuận với  $\frac{P^2}{U^2}$ . Nên

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1 P_2}{\Delta P_2 P_1}}$$

Do công suất truyền đến nơi tiêu thụ không đổi nên ta chuẩn hóa  $P_H = 1$ , ta có

Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
$1/0,72 = 25/18$	$25/18 - 1 = 7/18$	1
$1/0,9 = 10/9$	$10/9 - 1 = 1/9$	1

Từ đó ta có

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1 P_2}{\Delta P_2 P_1}} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{7}{1} \frac{10}{18} \frac{9}{25}} = \frac{2\sqrt{14}}{5} \Rightarrow U_2 = U_1 \frac{2\sqrt{14}}{5} = 5,6 \text{ kV}$$

Đáp án C.

**Câu 6:** Bằng đường dây truyền tải một pha, điện năng từ một nhà máy phát điện nhỏ được đưa đến một khu tái định cư. Các kỹ sư tính toán được rằng: nếu tăng điện áp truyền đi từ U lên 2U thì số hộ dân được nhà máy cung cấp đủ điện năng tăng từ 36 lên 144. Biết rằng chỉ có hao phí trên đường dây là đáng kể; các hộ dân tiêu thụ điện năng như nhau. Điện áp truyền đi là 3U, nhà máy này cung cấp đủ điện năng cho

- A. 164 hộ dân.      B. 324 hộ dân.      C. 252 hộ dân.      D. 180 hộ dân.

Lời giải

Vì công suất tiêu thụ của các hộ dân là như nhau nên ta chuẩn hóa công suất tiêu thụ của một hộ dân là 1. Ta có bảng sau

Điện áp truyền	Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
$U$	$P$	$\Delta P$	36
$2U$	$P$	$\Delta P/4$	144
$3U$	$P$	$\Delta P/9$	$x$

**Giải thích bảng:** Khi công suất  $P$  truyền đi không đổi thì  $\Delta P$  tỉ lệ nghịch với  $U^2$ . Khi đó ta có  
 - Ban đầu điện áp truyền là  $U$  thì công suất hao phí là  $\Delta P$  và công suất tiêu thụ của khu dân cư là  $36.1 = 36$ .

- Khi điện áp truyền là  $2U$ , tức là tăng lên 2 lần thì công suất hao phí giảm 4 lần, tức là bằng  $\Delta P/4$ . Công suất tiêu thụ của khu dân cư là  $144.1 = 144$

- Khi điện áp truyền là  $3U$ , tức là tăng lên 3 lần thì công suất hao phí giảm 9 lần, tức là bằng  $\Delta P/9$ . Công suất tiêu thụ của khu dân cư là  $x.1 = x$  trong đó  $x$  là số hộ tiêu thụ lúc này.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} P - \Delta P = 36 \\ P - \frac{\Delta P}{4} = 144 \\ P - \frac{\Delta P}{9} = x \end{cases}$$

Giải hai phương trình đầu bằng máy tính, ta tính được  $P = 180, \Delta P = 144$ . Thay vào phương trình thứ 3 tính được  $x = 164$ .

**Đáp án A.**

**Câu 7:** Điện năng từ một trạm phát điện được đưa đến một khu tái định cư bằng đường dây truyền tải một pha. Cho biết, nếu điện áp tại đầu truyền đi tăng từ  $U$  lên  $2U$  thì số hộ dân được trạm cung cấp đủ điện năng tăng từ 120 lên 144. Cho rằng chỉ tính đến hao phí trên đường dây, công suất tiêu thụ điện của các hộ dân đều như nhau, công suất của trạm phát không đổi và hệ số công suất trong các trường hợp đều bằng nhau. Nếu điện áp truyền đi là  $4U$  thì trạm phát này cung cấp đủ điện năng cho.

- A. 192 hộ dân.      B. 504 hộ dân.      C. 168 hộ dân.      D. 150 hộ dân.

**Lời giải**

Vì công suất tiêu thụ của các hộ dân là như nhau nên ta chuẩn hóa công suất tiêu thụ của một hộ dân là 1. Ta có bảng sau

Điện áp truyền	Công suất truyền	Công suất hao phí	Công suất tiêu thụ
$U$	$P$	$\Delta P$	120
$2U$	$P$	$\Delta P/4$	144
$4U$	$P$	$\Delta P/16$	$x$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} P - \Delta P = 120 \\ P - \frac{\Delta P}{4} = 144 \\ P - \frac{\Delta P}{16} = x \end{cases}$$

Giải hai phương trình đầu bằng máy tính, ta tính được  $P = 152, \Delta P = 32$ . Thay vào phương trình thứ 3 tính được  $x = 150$ .

Đáp án D.

Câu 8: Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, ở cuối nguồn không dùng máy hạ thế. Cần phải tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây 100 lần nhưng vẫn đảm bảo công suất nơi tiêu thụ nhận được là không đổi biết rằng ban đầu công suất hao phí trên đường dây bằng 20% công suất của trạm phát điện

- A. 10.                      B. 9.                      C. 8,02.                      D. 8.

Lời giải

Vì công suất tại nơi tiêu thụ không đổi nên chuẩn hóa công suất tại nơi tiêu thụ  $P_H = 1$ .

Ban đầu

$$\Delta P_1 = 0,2P_1 \Rightarrow P_{H1} = 0,8P_1 \Rightarrow P_1 = 1/0,8 = 1,25.$$

Ta có bảng sau

Công suất truyền $P$	Công suất hao phí $\Delta P$	Công suất nơi tiêu thụ $P_H$
$1/0,8 = 1,25$	$1,25 - 1 = 0,25$	1
$0,0025 + 1 = 1,0025$	$0,25/100 = 0,0025$	1

Ta có  $\Delta P = \frac{P^2}{(U \cos \varphi)^2} R$  nên  $\Delta P$  tỉ lệ thuận với  $\frac{P^2}{U^2}$ . Nên ta có

$$\sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} \cdot \frac{P_2}{P_1}$$

Thay số ta được  $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{100} \cdot \frac{1,0025}{1,25} = 8,02$ .

Đáp án A.

## VI. Chuẩn hóa trong bài toán liên quan đến máy phát điện xoay chiều một pha

Trong máy phát điện xoay chiều một pha thì cần chú ý là suất điện động hiệu dụng của máy tỉ lệ thuận với  $\omega$ , vì

$$E = \frac{\omega NBS}{\sqrt{2}} (V).$$

Khi nối hai cực của máy phát điện xoay chiều một pha vào đoạn mạch nào đó thì  $E$  chính là hiệu điện thế hiệu dụng  $U$  của đoạn mạch đó.

**Câu 1:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là  $1A$ . Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là  $\sqrt{3}A$ . Nếu roto của máy quay đều với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì cảm kháng của đoạn mạch AB là

- A.  $\frac{R}{\sqrt{3}}$ .
- B.  $R\sqrt{3}$ .
- C.  $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ .
- D.  $2R\sqrt{3}$ .

### Lời giải

**Cách giải thông thường**

Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $n$  vòng/phút thì ta có

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = 1$$

Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì ta có

$$I_2 = \frac{3U}{\sqrt{R^2 + (3Z_L)^2}} = \sqrt{3}$$

Từ đó ta có

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{3U}{\sqrt{R^2 + (3Z_L)^2}}}{\frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = 3 \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + 9Z_L^2}} \Leftrightarrow R^2 + 9Z_L^2 = 3R^2 + 3Z_L^2 \Leftrightarrow Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}} (*)$$

Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì ta có cảm kháng là  $Z_{L2} = 2Z_L = 2 \frac{R}{\sqrt{3}}$ .

**Nhận xét:**

Nếu ban đầu ta chuẩn hóa  $R = 1$  thì ta sẽ tính được  $Z_L = \frac{1}{\sqrt{3}}$  và suy ra được

$$Z_{L2} = 2Z_L = 2 \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 1 = 2 \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot R = 2 \frac{R}{\sqrt{3}}$$

Hoặc nếu ta chuẩn hóa  $Z_L = 1$  thì ta có

Tốc độ của roto	U	Z <sub>L</sub>
n	U	1
3n	3U	3
2n	2U	2

Khi  $n_1 = n$  và  $n_2 = 3n$  thì

$$I_2 = \sqrt{3} \cdot I_1 \Leftrightarrow \frac{3U}{\sqrt{R^2 + 3^2}} = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Leftrightarrow R = \sqrt{3}.$$

Khi  $n_3 = 2n$  thì  $Z_{L_3} = 2 \Rightarrow \frac{Z_{L_3}}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow Z_{L_3} = \frac{2}{\sqrt{3}}R$

Đáp án C.

**Câu 2:** Một máy phát điện xoay chiều một pha có điện trở trong không đáng kể. Nối hai cực của máy phát điện với cuộn dây có điện trở thuần  $R$ , hệ số tự cảm  $L$ . Khi roto quay đều với tốc độ  $n$  vòng/s thì cường độ dòng điện hiệu dụng trên đoạn mạch là  $1(A)$ . Khi roto quay đều với tốc độ  $2n$  vòng/s thì cường độ dòng điện hiệu dụng trên đoạn mạch là  $2\sqrt{0,4}(A)$ . Khi roto quay đều với tốc độ  $3n$  vòng/s thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua cuộn dây là bao nhiêu

- A.  $\frac{3\sqrt{2}}{5}(A)$ .      B.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}(A)$ .      C.  $\frac{3\sqrt{3}}{5}(A)$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{5}(A)$ .

Lời giải

Cách giải thông thường

Khi  $n_1 = n$  và  $n_2 = 2n$  thì ta có

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{2U}{\sqrt{R^2 + (2Z_L)^2}}}{\frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{0,4}}{1} = 2\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + 4Z_L^2}} (*)$$

Khi  $n_3 = 3n$  thì ta có

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{\frac{3U}{\sqrt{R^2 + (3Z_L)^2}}}{\frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}} \Leftrightarrow \frac{I_3}{1} = 3\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + 9Z_L^2}} \Leftrightarrow I_3 = 3\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + 9Z_L^2}}$$

Rõ ràng, để tính được  $I_3$  thì ta cần tính được  $R$  và  $Z_L$ . Thế nhưng, dữ kiện bài toán chỉ cho ta một phương trình đồng bậc (\*) chứa hai ẩn  $R$  và  $Z_L$ . Do đó, để tính được thì ta sẽ từ (\*) rút một ẩn theo một ẩn còn lại, chẳng hạn rút  $R$  theo  $Z_L$ , sau đó thay vào  $I_3$  tính sẽ thấy triệt tiêu mất  $Z_L$  đi và thu được kết quả bài toán. Tức là  $Z_L$  không ảnh hưởng đến quá trình tính toán. Vậy ta sẽ chuẩn hóa cho nó bằng 1 số nào đó, để đơn giản ta chuẩn hóa  $Z_L = 1$ .

Thay  $Z_L = 1$  vào (\*) sẽ tính được  $R = 1$ . Sau đó thay vào  $I_3$  ta tính được

$$I_3 = 3\sqrt{\frac{1+1}{1+9}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Ta có thể trình bày gọn như sau: Khi tốc độ quay của roto là  $n$  thì ta chuẩn hóa  $Z_{L_1} = 1$  ta có

Tốc độ của roto	U	$Z_L$
n	U	1
2n	2U	2
3n	3U	3

Khi  $n_1 = n$  và  $n_2 = 2n$  thì

$$I_2 = 2\sqrt{0,4} \cdot I_1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{R^2 + 2^2}} = 2\sqrt{0,4} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R = 1.$$

Khi  $n_3 = 3n$  thì

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{3}{\sqrt{1^2 + 3^2}} \cdot \frac{\sqrt{1^2 + 1^2}}{1} = 0,6\sqrt{5} \Rightarrow I_3 = 0,6\sqrt{5}I_1 = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Đáp án B.

**Câu 3:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đoạn mạch gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi roto của máy quay đều với tốc độ n vòng/giây thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là I. Khi roto quay với tốc độ 2n vòng/phút thì cường độ là  $\frac{8}{\sqrt{7}}I$ . Khi roto của máy quay đều với tốc độ 3n vòng/s thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua tụ bằng bao nhiêu?

- A. I.                      B.  $2\sqrt{3}I$ .                      C. 3I.                      D.  $3\sqrt{3}I$ .

Lời giải

Cường độ dòng điện trong mạch  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$ .

Chú ý các đại lượng tỉ lệ thuận với nhau  $n \sim f \sim \frac{1}{Z_C} \sim U$ .

Khi tốc độ quay của roto là n thì ta chuẩn hóa  $Z_{C1} = 1$  ta có

Tốc độ của roto	U	$Z_C$
n	U	1
2n	2U	$\frac{1}{2}$
3n	3U	$\frac{1}{3}$

Khi  $n_1 = n$  và  $n_2 = 2n$  thì

$$I_2 = \frac{8}{\sqrt{7}}I_1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{8}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Khi  $n_3 = 3n$  thì

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{3}{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1^2}}{1} = 3\sqrt{3}$$

Đáp án D.

**Câu 4:** Nối hai cực máy phát điện xoay chiều một pha chỉ có R và cuộn dây thuần cảm. Bỏ qua điện trở các dây nối. Khi roto quay với tốc độ n vòng/phút thì cường độ dòng điện qua máy bằng I. Khi roto quay với tốc độ 2n vòng/phút thì cường độ bằng  $I\sqrt{2}$ . Khi roto quay với tốc độ 3n vòng/phút thì hệ số công suất của mạch bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{22}}{11}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{2}{11}$ .

Lời giải

Cường độ dòng điện trong mạch  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$ .

Cần chú ý các đại lượng tỉ lệ thuận với nhau  $n \sim f \sim Z_L \sim U$ .

Khi tốc độ quay của roto là  $n$  thì ta chuẩn hóa  $Z_{L_1} = 1$  ta có

Tốc độ của roto	U	$Z_L$
$n$	U	1
$2n$	2U	2
$3n$	3U	3

Khi  $n_1 = n$  và  $n_2 = 2n$  thì

$$I_2 = \sqrt{2} I_1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{R^2 + 2^2}} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R = \sqrt{2}.$$

Khi  $n_3 = 3n$  thì

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{2}}{11}.$$

Đáp án B.

### VII. Một số bài tập vận dụng và nâng cao có đáp án

Dưới đây tác giả xin trích dẫn một số bài toán của tác giả Nguyễn Đình Yên, bạn đọc tham khảo.

**Câu 1:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Các giá trị của điện trở R, độ tự cảm L và điện dung C thỏa điều kiện  $4L = C.R^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định, tần số của dòng điện thay đổi được. Khi tần số  $f_1 = 60 \text{ Hz}$  thì hệ số công suất của mạch điện là  $k_1$ . Khi tần số  $f_2 = 120 \text{ Hz}$  thì hệ số công suất của mạch điện là  $k_2 = \frac{5}{4} k_1$ . Khi tần số  $f_3 = 240 \text{ Hz}$  thì hệ số công suất của mạch là  $k_3$ . Giá trị của  $k_3$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 0,45.                      B. 0,60.                      C. 0,75.                      D. 0,90.

Lời giải

Ta có bảng chuẩn hóa sau

f	$Z_L$	$Z_C$
$f_1$	1	A
$f_2 = 2f_1$	2	$\frac{a}{2}$
$f_3 = 4f_1$	4	$\frac{a}{4}$

Vì  $4L = C.R^2$  nên  $R^2 = 4Z_L.Z_C = 4a$ .

Hệ số công suất của mạch  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ .

Ta có  $k_2 = \frac{5}{4} k_1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{4a + (2 - \frac{a}{2})^2}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{4a + (1 - a)^2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{(2 + \frac{a}{2})^2}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 + a)^2}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{a}{2}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{1 + a}$

$\Rightarrow a = 4 \Rightarrow R = \sqrt{4a} = 4 \Rightarrow k_3 = \frac{4}{\sqrt{4^2 + (4 - 1)^2}} = 0,8$

Đáp án C.

**Câu 2:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cdot \cos(\omega t) \text{ V}$  (trong đó U tỉ lệ với  $\omega$ ) vào hai đầu đoạn mạch gồm RLC mắc nối tiếp. Khi tần số góc là  $\omega_1$  và  $\omega_2 = 2\omega_1$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch tương ứng là  $\frac{5}{2} I_1 = I_2 = \frac{15}{2} A$ . Khi tần số góc là  $\omega_3 = 1,5\omega_1$  thì  $I_3 = \frac{18}{25} I_2$ . Khi tần số góc là  $\omega_4 = \frac{\omega_2}{\sqrt{2}}$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch là  $I_4$ . Giá trị của  $I_4$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 1,2.                      B. 3,5.                      C. 4,7.                      D. 5,6.

Lời giải

Ta có bảng chuẩn hóa sau đây:

$\omega$	U	$Z_L$	$Z_C$
$\omega_1$	1	1	X
$\omega_2 = 2\omega_1$	2	2	$\frac{x}{2}$
$\omega_3 = 1,5\omega_1$	1,5	1,5	$\frac{2x}{3}$
$\omega_4 = \frac{\omega_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\omega_1$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\frac{x}{\sqrt{2}}$

Cường độ dòng điện hiệu dụng  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ .

•  $\frac{5}{2}I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = \frac{2}{\sqrt{R^2 + (2-\frac{x}{2})^2}} \Rightarrow 9R^2 = -84 + 18x + \frac{39}{4}x^2$  (1).

•  $I_3 = \frac{18}{25}I_2 \Rightarrow \frac{1,5}{\sqrt{R^2 + (1,5-\frac{2x}{3})^2}} = \frac{18}{25} \cdot \frac{2}{\sqrt{R^2 + (2-\frac{x}{2})^2}} \Rightarrow 49R^2 = -1204 + 98x + \frac{399}{4}x^2$  (2).

Từ (1) và (2) ta có  $x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ . Thay vào (1) ta được  $R^2 = 16$ .

• Ta có  $\frac{I_4}{I_2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{16 + (\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2}} \cdot \frac{\sqrt{16 + (2-2)^2}}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow I_4 = \frac{2}{3}I_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{2} = 5A$

Đáp án C.

**Câu 3:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  V (trong đó U tỉ lệ với  $\omega$ ) vào hai đầu đoạn mạch gồm RLC mắc nối tiếp. Khi tần số góc là  $\omega_1, \omega_2 = 3\omega_1, \omega_3 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch tương ứng là  $I_1 = 2A, I_2 = \frac{54}{11}A, I_3 = \frac{6}{5}A$ . Khi tần số góc là  $\omega_4 = 2\omega_1$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 3.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 6.

Lời giải

Ta có bảng chuẩn hóa sau

$\omega$	U	$Z_L$	$Z_C$
$\omega_1$	1	1	X
$\omega_2 = 3\omega_1$	3	3	$\frac{x}{3}$
$\omega_3 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}x$
$\omega_4 = 2\omega_1$	2	2	$\frac{x}{2}$

Cường độ dòng điện hiệu dụng  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ .

•  $I_1 \cdot \frac{54}{11} = I_2 \cdot 2 \Rightarrow \frac{54}{11} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{R^2 + (3-\frac{x}{3})^2}} \Rightarrow 5R^2 = 76 + 10x - 14x^2$  (1).

•  $I_1 \cdot \frac{6}{5} = I_2 \cdot 2 \Rightarrow \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = 2 \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}x)^2}} \Rightarrow 7R^2 = -16 + 14x + 11x^2$  (2).

• Từ (1) và (2) ta có  $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ . Thay vào (1) ta được  $R^2 = 8$ .



• Ta có  $\frac{I_4}{I_1} = \frac{2}{\sqrt{8+(2-1)^2}} \cdot \frac{\sqrt{8+(1-2)^2}}{1} = 2 \Rightarrow I_4 = 2 \cdot I_1 = 4A$

Đáp án B.

**Câu 4:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  V (trong đó U tỉ lệ thuận với  $\omega$ ) vào hai đầu đoạn mạch gồm R và C mắc nối tiếp. Khi tần số góc là  $\omega_1$  và  $\omega_2 = 3\omega_1$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch tương ứng là  $I_1 = \frac{I_2}{4} = \sqrt{191}A$ . Khi tần số góc là  $\omega_3 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch gần giá trị nào nhất sau đây?  
 A. 6.                      B. 7.                      C. 8.                      D. 9.

Lời giải

Cường độ dòng điện hiệu dụng  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$ . Nhờ rằng  $\omega$  tỉ lệ thuận với U và tỉ lệ nghịch với  $Z_C$ .

$\omega$	U	$Z_C$
$\omega_1$	1	1
$\omega_2 = 3\omega_1$	3	$\frac{1}{3}$
$\omega_3 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$

•  $I_2 = 4I_1 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{3})^2}} = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R^2 = \frac{65}{63} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{65}{63}}$

•  $\frac{I_3}{I_1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{65}{63} + (\sqrt{2})^2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{65}{63} + 1}}{1} = \sqrt{\frac{64}{191}} \Rightarrow I_3 = I_1 \cdot \sqrt{\frac{64}{191}} = \sqrt{191} \cdot \sqrt{\frac{64}{191}} = 8A$

Đáp án C.

**Câu 5:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Các giá trị điện trở R, độ tự cảm L và điện dung C thỏa điều kiện  $L = kCR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện một điện áp xoay chiều ổn định, có tần số của dòng điện thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2 = 4\omega_1$  thì mật độ công cùng hệ số công suất là 0,8. Giá trị của k là?  
 A. 4.                      B. 0,25.                      C. 2.                      D. 0,5.

Lời giải

Ta có bảng chuẩn hóa

$\omega$	$Z_L$	$Z_C$
$\omega_1$	1	X
$\omega_2 = 4\omega_1$	4	$\frac{x}{4}$

Theo bài ra  $L = kC.R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{Z_L.Z_C}{k} = \frac{x}{k}$

Hệ số công suất của mạch  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Ta có  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (4 - \frac{x}{4})^2}} \Rightarrow 1-x = \frac{x}{4} - 4 \Rightarrow x = 4$

Mặt khác,  $\cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-4)^2}} = 0,8 \Rightarrow R^2 = 16 = \frac{4}{k} \Rightarrow k = 0,25$ . Đáp án B.

**Câu 6:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos(2\pi f) V$  ( $f$  thay đổi được,  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Biết  $2L > R^2C$ . Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $f = 60\text{Hz}$  có giá trị bằng  $2\sqrt{2}$  lần khi  $f = 30\text{Hz}$ . Khi  $f = 30\text{Hz}$  hoặc  $f = 120\text{Hz}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi  $f = f_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch MB lệch pha một góc  $120^\circ$  so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của  $f_1$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 55.                      B. 60.                      C. 65.                      D. 70.

Lời giải

Ta có bảng chuẩn hóa

$f$	$U$	$Z_L$	$Z_C$
30	1	1	$x$
60	2	2	$\frac{x}{2}$
120	4	4	$\frac{x}{4}$

Khi  $f = 30\text{Hz}$  hoặc  $f = 120\text{Hz}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị nên

$$\frac{1 \cdot x}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = \frac{4 \cdot \frac{x}{4}}{\sqrt{R^2 + (4 - \frac{x}{4})^2}} \Rightarrow 1 - x = \frac{x}{4} - 4 \Rightarrow x = 4.$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $f = 60\text{Hz}$  có giá trị bằng  $2\sqrt{2}$  lần khi  $f = 30\text{Hz}$  nên

$$\frac{2}{\sqrt{R^2 + (2-2)^2}} = 2\sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-4)^2}} \Rightarrow R = 3.$$

Điện áp MB lệch  $120^\circ$  với điện áp AM nên

$$Z_C = \tan 30^\circ \cdot R = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{30}{f_1} \Rightarrow f_1 = 40\sqrt{3}\text{Hz}.$$

Đáp án D.

**Câu 7:** Cho mạch điện xoay chiều gồm RLC mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  và  $4f_1$  thì hệ số công suất trong mạch như nhau và bằng 80% hệ số công suất cực đại mà mạch có thể đạt được. Khi  $f = 3f_1$  thì hệ số công suất gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $\frac{9}{13}$ .                      B.  $\frac{10}{13}$ .                      C.  $\frac{11}{13}$ .                      D.  $\frac{12}{13}$ .

Lời giải

Ta có bảng chuẩn hóa sau

$f$	$Z_L$	$Z_C$
$f_1$	1	$x$
$f_2 = 4f_1$	4	$\frac{x}{4}$
$f_3 = 3f_1$	3	$\frac{x}{3}$

Ta có

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(4 - \frac{x}{4}\right)^2}} \Rightarrow 1-x = \frac{x}{4} - 4 \Rightarrow x = 4.$$

Mặt khác

$$\cos \varphi_1 = 80\%(\cos \varphi)_{\max} = 0,8 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-4)^2}} = 0,8 \Rightarrow R = 4.$$

Từ đó tính được

$$\cos \varphi_3 = \frac{4}{\sqrt{4^2 + \left(3 - \frac{4}{3}\right)^2}} = \frac{12}{13}.$$

Đáp án D.

**Câu 8:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Biết rằng  $3.C.R^2 = 2.L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện xoay chiều ổn định, mạch có cùng hệ số công suất với hai giá trị của tần số góc  $\omega_1 = 50\pi$  (rad/s) và  $\omega_2 = 100\pi$  (rad/s). Hệ số công suất này bằng bao nhiêu?  
 A. 0,832.                      B. 0,866.                      C. 0,732.                      D. 0,756.

Lời giải

Ta có bảng chuẩn hóa sau

$\omega$	$Z_L$	$Z_C$
$\omega_1$	1	$x$
$\omega_2 = 2\omega_1$	2	$\frac{x}{2}$

Hệ số công suất của mạch  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ .

Theo bài ra, ta có

$$3.C.R^2 = 2.L \Rightarrow R^2 = \frac{2}{3}Z_L.Z_C = \frac{2}{3}.x$$

Mặt khác,

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(2 - \frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow 1-x = \frac{x}{2} - 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{4}{3}}.$$

Do đó

$$\cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{\frac{4}{3}}}{\sqrt{\frac{4}{3} + (1-2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{7}}.$$

Đáp án D.

**Câu 9:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $L = R^2C$ . Khi  $f = f_0$  thì  $U_{C_{\max}}$  và khi  $f = f_0 + 50\sqrt{2}$  Hz thì  $U_{L_{\max}}$ . Tìm  $f_0$ .  
 A. 50 Hz.                      B.  $50\sqrt{2}$  Hz.  
 C. 75 Hz.                      D.  $25\sqrt{5}$  Hz.

Lời giải

Ta có

$$\frac{f_L}{f_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}}$$

Kết hợp với  $L = R^2 C$  ta suy ra  $\frac{L}{C} = R^2 = 1 \Rightarrow \frac{f_L}{f_C} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$ .

Từ đó ta có  $\frac{f_0 + 50\sqrt{2}}{f_0} = 2 \Rightarrow f_0 = 50\sqrt{2} \text{ Hz}$ .

Đáp án B.

**VIII. Lời kết về phương pháp chuẩn hóa**

Phương pháp chuẩn hóa thực chất chỉ là một kĩ thuật tính toán. Nó giúp ta tính nhanh hơn trong một số bài toán điển hình đã được trình bày ở các phần trên. Chúng ta không nên thấy cái lợi tính nhanh của nó mà áp đặt tư duy chuẩn hóa vào mỗi bài tập.

Không phương pháp nào là vạn năng, ta cần vận dụng linh hoạt các phương pháp để làm được bài tập trong đề thi một cách nhanh nhất và chính xác nhất!

## CHƯƠNG 1

# DAO ĐỘNG CƠ

### A. LÝ THUYẾT

#### I. Dao động

Dao động là chuyển động qua lại quanh một vị trí cân bằng của vật.

Quả lắc của đồng hồ treo tường đung đưa sang trái, sang phải quanh một vị trí cân bằng (là vị trí thấp nhất của quả lắc) nên ta nói quả lắc đồng hồ đang *dao động*.

Trên mặt hồ gợn sóng, mấu gỗ nhỏ bồng bênh, nhấp nhô tại vị trí của nó trên mặt hồ. Ta nói mấu gỗ nhỏ đang *dao động*.

#### II. Dao động tuần hoàn

Dao động tuần hoàn là dao động mà trạng thái chuyển động của vật được lặp lại như cũ sau những khoảng thời gian bằng nhau xác định.

Ví dụ: Xét một con lắc đơn trong môi trường chân không. Ta kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng của nó sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha > 10^\circ$  nào đó rồi thả nhẹ. Ta sẽ quan sát thấy con lắc chuyển động qua lại quanh vị trí cân bằng (vị trí thấp nhất của con lắc) của nó mãi. Và sau khi thả, ta thấy cứ sau một khoảng thời gian bằng nhau và bằng  $T$  nào đó, con lắc lại trở lại vị trí ban đầu. Ta nói con lắc đang *dao động tuần hoàn*.

#### III. Dao động điều hòa

##### 1. Định nghĩa

Xét một vật dao động trên trục  $Ox$  xung quanh vị trí cân bằng của vật tại  $O$ . Trong quá trình vật chuyển động, vị trí của vật được xác định bởi tọa độ  $x$  gọi là li độ.

Dao động điều hòa là dao động mà li độ của vật là một hàm cosin (hay sin) của thời gian nhân với một hằng số.

Dao động điều hòa là một trường hợp riêng của dao động tuần hoàn, dao động tuần hoàn có thể không điều hòa.

##### 2. Phương trình dao động

Một vật dao động điều hòa thì có phương trình dao động là

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

##### 3. Các đại lượng đặc trưng của dao động điều hòa

- $x$  là li độ của vật (li độ là tọa độ  $x$  của vật trên trục tọa độ  $Ox$ ). Đơn vị chuẩn là mét (m), thường dùng là centimet (cm).
- $A$  là biên độ, là giá trị cực đại của li độ  $x$  ứng với lúc  $\cos(\omega t + \varphi) = 1$ . Biên độ luôn dương, và có đơn vị của li độ.
- $(\omega t + \varphi)$  được gọi là pha của dao động tại thời điểm  $t$ . Pha chính là đối số của hàm cosin và là một góc. Đơn vị là độ hoặc rad.
- $\varphi$  là pha ban đầu của dao động, tức là pha dao động tại thời điểm  $t = 0$ .
- $\omega$  gọi là tần số góc của dao động. Là tốc độ biến đổi của góc pha, có đơn vị là rad/s hoặc độ/s.

- Chu kì  $T$  là thời gian mà vật thực hiện được một dao động toàn phần.  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Chu kì có đơn vị là giây (s).
- Tần số  $f$  là số dao động vật thực hiện được trong một đơn vị thời gian. Đơn vị là Héc (Hz) hay  $\frac{1}{s}$ .

$$f = \frac{\text{Số dao động thực hiện được trong khoảng thời gian } t}{\text{Thời gian } t \text{ thực hiện số dao động đó}} = \frac{1}{T}$$

Ví dụ: Một vật dao động điều hòa, người ta thấy trong 5s vật thực hiện được 10 dao động. Khi đó tần số  $f$  của vật là  $\frac{10}{5} = 2$  Hz.

#### 4. Phương trình vận tốc

Vận tốc bằng đạo hàm của li độ theo thời gian.

$$\begin{aligned} v &= x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ &= \omega A \sin(\omega t + \varphi + \pi) \\ &= \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \pi - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

##### Nhận xét

- Vận tốc biến đổi điều hòa, và cùng tần số góc (cùng chu kì, tần số) với li độ của vật.
- Vận tốc có chiều là chiều chuyển động của vật.  
Vận tốc mang dấu dương (+) khi vật chuyển động theo chiều dương của trục tọa độ  $Ox$ .  
Vận tốc mang dấu âm (-) khi vật chuyển động theo chiều âm của trục tọa độ  $Ox$
- Xét độ lệch pha giữa vận tốc và li độ, tức xét hiệu số pha giữa pha của vận tốc và pha của li độ:

$$\Delta\phi_{vx} = \varphi_v - \varphi_x = \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) - (\omega t + \varphi) = \frac{\pi}{2} > 0$$

Từ đó ta có  $\varphi_v > \varphi_x$  và  $\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$  nên ta nói rằng: vận tốc **sớm pha** hơn li độ và sớm pha hơn một góc là  $\frac{\pi}{2}$ .  
Ngược lại, nếu ta xét độ lệch pha giữa li độ và vận tốc, thì ta có

$$\Delta\phi_{xv} = -\frac{\pi}{2} < 0$$

hay  $\varphi_x < \varphi_v$  và  $\varphi_x = \varphi_v - \frac{\pi}{2}$  nên ta nói rằng: li độ **trễ pha** so với vận tốc một góc bằng  $\frac{\pi}{2}$ .  
Ngoài ra, nếu không xét đến đại lượng nào sớm hay trễ hơn so với đại lượng còn lại, thì ta nói  $x$  **vuông pha** với  $v$  hoặc  $v$  **vuông pha** với  $x$ .

- Chú ý rằng theo Toán học, ta có

$$-1 \leq \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \leq 1$$

nên do đó

$$-\omega A \leq v \leq \omega A.$$

##### Vận tốc cực đại

Ta có  $v = \omega A$  khi  $\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} = k2\pi \Leftrightarrow \omega t + \varphi = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  (khi đó  $x = 0, v > 0$ , tức là khi vật đang đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương) nên vận tốc cực đại

của vật là  $v_{max} = \omega A$  khi vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

**Vận tốc cực tiểu**

Ta có  $v = -\omega A$  khi  $\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = -1 \Leftrightarrow \omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow \omega t + \varphi = +\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  (khi đó  $x = 0, v < 0$ , tức là khi vật đang đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm) nên vận tốc cực tiểu của vật là  $v_{min} = -\omega A$  khi vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm.

**Chú ý**

Chúng ta cần phân biệt giữa vận tốc và tốc độ. Tốc độ là độ lớn của vận tốc, là  $|v|$ . Do đó:

$$0 \leq |v| \leq \omega A.$$

- Tốc độ cực đại bằng  $\omega A$  khi

$$|\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})| = 1 \Leftrightarrow \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = 0 \Leftrightarrow \omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} = k\pi \Leftrightarrow \omega t + \varphi = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow x = 0.$$

Khi đó, vật đi qua vị trí cân bằng (không kể chiều).

- Tốc độ cực tiểu bằng 0, khi

$$\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = 0 \Leftrightarrow \omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \omega t + \varphi = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow x = \pm A.$$

Khi đó, vật ở một trong hai vị trí biên.

### 5. Phương trình gia tốc

Gia tốc  $a$  của vật dao động điều hòa bằng đạo hàm của vận tốc theo thời gian, hay là đạo hàm hạng 2 của li độ  $x$  theo thời gian.

$$a = v'(t) = x''(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = \omega^2 A \cos(\omega t + \varphi + \pi) = -\omega^2 x.$$

**Nhận xét**

- Gia tốc biến đổi điều hòa cùng tần số góc (cùng chu kì, tần số) với vận tốc và li độ của vật.
- Gia tốc có chiều ngược với chiều chuyển động của vật  $a = -\omega^2 x$  và luôn có chiều hướng về vị trí cân bằng.
- Xét độ lệch pha giữa gia tốc và vận tốc, gia tốc và li độ ta thấy:  
 Gia tốc sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với vận tốc, hay vận tốc trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với gia tốc.  
 Gia tốc sớm pha  $\pi$  so với li độ, hay nói cách khác, gia tốc ngược pha so với li độ.
- Vì  $-A \leq a \leq A$  nên ta có

$$-\omega^2 A \leq a \leq \omega^2 A.$$

**Gia tốc cực đại**

Khi  $x = -A$  (vật ở biên âm) thì  $a = \omega^2 A$  nên gia tốc cực đại là  $a_{max} = \omega^2 A$ .

**Gia tốc cực tiểu**

Khi  $x = +A$  (vật ở biên dương) thì  $a = -\omega^2 A$  nên gia tốc cực tiểu là  $a_{min} = -\omega^2 A$ .

#### IV. Các phương trình độc lập thời gian

Phương trình độc lập thời gian là phương trình liên hệ giữa các đại lượng như li độ  $x$ , vận tốc  $v$  và gia tốc  $a$  mà không phụ thuộc vào thời gian  $t$ .

##### 1. Phương trình độc lập thời gian giữa $v$ và $x$

Ta có

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Mặt khác, trong toán học, ta luôn có  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$  nên

$$\begin{cases} \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x}{A} \\ \sin(\omega t + \varphi) = -\frac{v}{\omega A} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(-\frac{v}{\omega A}\right)^2 = \cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi) = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$$

**Nhận xét:**

- Phương trình trên cho phép ta tính được một trong bốn đại lượng  $x, v, A, \omega$  khi biết ba đại lượng còn lại.

- Nếu  $A$  và  $\omega$  cho trước thì đồ thị  $(v, x)$  là đường Elip

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{(\omega A)^2} = 1.$$

- Nhận thấy rằng vì  $x$  và  $v$  vuông pha nên ta có thể sử dụng được đẳng thức lượng giác

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Tổng quát lên, với hai đại lượng biến thiên điều hòa  $m$  và  $n$  vuông pha với nhau thì ta luôn có

$$\left(\frac{m}{m_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{n}{n_{\max}}\right)^2 = 1.$$

Biểu thức này sử dụng khá nhiều và rất quan trọng nên bạn đọc nên ghi nhớ.

##### 2. Phương trình độc lập thời gian giữa $a$ và $v$

Vì gia tốc  $a$  và vận tốc  $v$  vuông pha với nhau, nên ta có

$$\left(\frac{a}{\omega^2 A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2.$$

Ngoài cách sử dụng tính chất vuông pha để suy ra biểu thức trên, ta có thể làm cách sau: thay  $x = \frac{-a}{\omega^2}$  vào phương trình độc lập thời gian giữa  $x$  và  $v$  ta được

$$\left(\frac{a}{\omega^2 A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{a^2}{\omega^4 A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1.$$

**Nhận xét:**

- Phương trình độc lập thời gian giữa  $a$  và  $v$  cho phép ta tính được một trong bốn đại lượng  $a, v, \omega, A$  khi biết ba đại lượng còn lại.

- Nếu  $A$  và  $\omega$  cho trước thì đồ thị  $(v, a)$  là đường Elip

$$\frac{a^2}{\omega^4 A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1.$$

##### 3. Phương trình độc lập thời gian giữa $x$ và $a$

Phương trình độc lập thời gian giữa  $x$  và  $a$  là

$$a = -\omega^2 x.$$



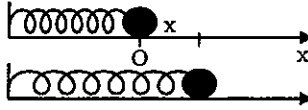
## V. Con lắc lò xo

Con lắc lò xo gồm một lò xo có độ cứng  $k$ , khối lượng không đáng kể, một đầu gắn cố định, đầu kia gắn với vật nặng khối lượng  $m$  được đặt theo phương ngang hoặc treo thẳng đứng.

### 1. Con lắc lò xo nằm ngang

Xét chuyển động của vật nặng trong con lắc lò xo nằm ngang. Vật chuyển động trên một mặt phẳng ngang không có ma sát.

Chọn gốc tọa độ  $O$  tại vị trí lò xo không biến dạng. Chiều  $Ox$  hướng từ trái sang phải (hình vẽ).



Khi vật ở vị trí có li độ  $x$  thì các lực tác dụng lên vật gồm

- Trọng lực  $\vec{P}$ .
- Phản lực  $\vec{N}$  do mặt phẳng tác dụng lên vật.
- Lực đàn hồi của lò xo  $\vec{F}_{dh}$

Xét giá trị đại số của các véc tơ trên trục  $Ox$ . Ta có

- Trọng lực  $\vec{P}$  có phương vuông góc với  $Ox$  nên giá trị đại số trên trục  $Ox$  bằng không.
- Phản lực  $\vec{N}$  do mặt phẳng tác dụng lên vật cũng có phương vuông góc với  $Ox$  nên giá trị đại số trên trục  $Ox$  bằng không.
- Lực đàn hồi của lò xo  $\vec{F}_{dh}$  có giá trị đại số là  $F_{dh} = -k \cdot \Delta l = -kx$ .

Trong đó,  $\Delta l = l - l_0$  là độ biến dạng đại số của lò xo.  $\Delta l > 0$  thì lò xo dãn,  $\Delta l < 0$  thì lò xo nén.

Trong trường hợp con lắc lò xo nằm ngang, độ biến dạng này chính bằng li độ  $x$ .

Dấu trừ biểu thị lực đàn hồi luôn có chiều ngược với chiều biến dạng của lò xo.

Bây giờ, theo định luật II Newton thì tổng tất cả các lực tác dụng lên vật sẽ bằng  $m\vec{a}$ , nhưng theo phương  $Ox$  thì trọng lực bằng không, phản lực bằng không, gia tốc  $\vec{a}$  có giá trị đại số là  $a = x''$  nên ta có

$$F_{dh} = ma \Leftrightarrow -kx = mx'' \Leftrightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0.$$

Đặt  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ , khi đó phương trình có dạng

$$x'' + \omega^2 x = 0.$$

Đây là phương trình vi phân, và hoàn toàn có thể giải được. Nhưng chúng ta không đề cập đến cách giải phương trình này ở đây (lên Đại học chúng ta sẽ được học trong Toán cao cấp) mà chúng ta chỉ cần biết nó giải được, và nó có nghiệm là

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

(Nếu không tin đó là nghiệm, thì bạn đọc có thể thay ngược trở lại phương trình để kiểm chứng).

Như vậy, con lắc lò xo nằm ngang ta đang xét dao động điều hòa, với tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

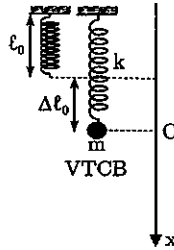
Chu kì và tần số dao động lần lượt là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

2. Con lắc lò xo thẳng đứng

Xét chuyển động của vật nặng trong con lắc lò xo đặt thẳng đứng. Bỏ qua lực cản của không khí. Chọn gốc tọa độ  $O$  tại vị trí cân bằng của vật. Chiều dương  $Ox$  hướng từ trên xuống dưới (hình vẽ).



Vật chịu tác dụng của các lực

- Trọng lực  $\vec{P}$ .
- Lực đàn hồi của lò xo  $\vec{F}_{dh}$

Ban đầu, khi chưa kích thích cho vật dao động thì vật cân bằng, nên  $\vec{P} + \vec{F}_{dh} = 0$ , do đó độ lớn  $P = F_{dh}$ , tức là

$$mg = k\Delta l_0.$$

Ở đây  $k$  là độ cứng của lò xo,  $\Delta l_0$  là độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng.

Lúc sau, kích thích cho vật dao động. Khi vật ở vị trí có li độ  $x$  thì các lực tác dụng lên vật gồm

- Trọng lực  $\vec{P}$ .
- Lực đàn hồi của lò xo  $\vec{F}_{dh}$ .

Theo định luật II Newton ta có (dạng véc-tơ)

$$\vec{P} + \vec{F}_{dh} = m\vec{a}$$

Viết dưới dạng đại số, ta có

$$mg - k\Delta l = mx''$$

Trong đó  $\Delta l = \Delta l_0 + x$  là độ dãn đạt số của lò xo,  $k$  là độ cứng của lò xo. Khi đó ta có

$$mg - k(\Delta l_0 + x) = mx'' \Leftrightarrow mx'' + kx = (mg - k\Delta l_0) = 0 \Leftrightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0.$$

Đặt  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ , khi đó phương trình có dạng

$$x'' + \omega^2 x = 0.$$

Phương trình này giống như phương trình thu được ở con lắc lò xo nằm ngang nên phương trình này cũng có nghiệm là

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Như vậy, con lắc lò xo thẳng đứng cũng dao động điều hòa, với tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Chu kì và tần số dao động lần lượt là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

### 3. Năng lượng của con lắc lò xo

Xét con lắc lò xo dao động với phương trình

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của con lắc.

Vận tốc của con lắc là

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi).$$

#### 3.1. Động năng

Động năng của vật dao động điều hòa được xác định bởi

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m[-\omega A \sin(\omega t + \varphi)]^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

Vì  $0 \leq \sin^2(\omega t + \varphi) \leq 1$  nên  $0 \leq W_d \leq \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ . Do đó

- Giá trị lớn nhất của động năng là  $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$  khi  $\sin^2(\omega t + \varphi) = 1 \Leftrightarrow \cos^2(\omega t + \varphi) = 0 \Rightarrow x = 0$  tức là khi vật ở vị trí cân bằng.
- Giá trị nhỏ nhất của động năng là 0 khi  $\sin^2(\omega t + \varphi) = 0 \Rightarrow \omega t + \varphi = k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \pm A$  tức là khi vật ở một trong hai vị trí biên.

Ngoài ra, khi sử dụng công thức hạ bậc, ta có

$$W_d = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{4}m\omega^2 A^2 [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

Do đó, động năng biến thiên tuần hoàn với tần số góc  $\omega' = 2\omega$ .

#### 3.2. Thế năng

Thế năng của con lắc bao gồm thế năng đàn hồi và thế năng trọng trường.

Chọn mốc tính thế năng đàn hồi và mốc tính thế năng trọng trường tại vị trí cân bằng của con lắc, thì:

- Trong trường hợp con lắc lò xo nằm ngang, thế năng của con lắc chỉ có thế năng đàn hồi là  $W_t = \frac{1}{2}kx^2$  (thế năng trọng trường bằng 0).
- Trong trường hợp con lắc lò xo thẳng đứng, thế năng của con lắc bao gồm thế năng trọng trường và thế năng đàn hồi, tổng lại vẫn bằng  $W_t = \frac{1}{2}kx^2$  (ta hoàn toàn có thể chứng minh điều này).

Như vậy, thế năng của con lắc lò xo trong cả 2 trường hợp đều được xác định bởi

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k[A \cos(\omega t + \varphi)]^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

Vì  $0 \leq \cos^2(\omega t + \varphi) \leq 1$  nên  $0 \leq W_t \leq \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ . Do đó

- Giá trị lớn nhất của thế năng là  $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$  khi  $\cos^2(\omega t + \varphi) = 1 \Leftrightarrow \sin^2(\omega t + \varphi) = 0 \Rightarrow x = \pm A$  tức là khi vật ở một trong hai vị trí biên.
- Giá trị nhỏ nhất của thế năng là 0 khi  $\cos^2(\omega t + \varphi) = 0 \Rightarrow x = 0$  tức là khi vật ở vị trí cân bằng.

Ngoài ra, sử dụng công thức hạ bậc, ta có

$$W_t = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{4}kA^2 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

Do đó, thế năng biến thiên tuần hoàn với tần số góc  $\omega' = 2\omega$ .

**Chú ý:** Trong chương trình Vật lý phổ thông, nếu đề bài không nói gì về mốc thế năng, thì ta hiểu là ta đã chọn mốc thế năng đàn hồi và mốc thế năng trọng trường tại vị trí cân bằng của con lắc. Do đó, thế năng của con lắc trong trường hợp con lắc lò xo nằm ngang cũng như thẳng đứng đều là

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2.$$

3.3. Cơ năng

Cơ năng của con lắc lò xo là tổng của động năng và thế năng

$$\begin{aligned}
 W &= W_d + W_t = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\
 &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\
 &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] \\
 &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \\
 &= \frac{1}{2}kA^2
 \end{aligned}$$

Nhận xét:

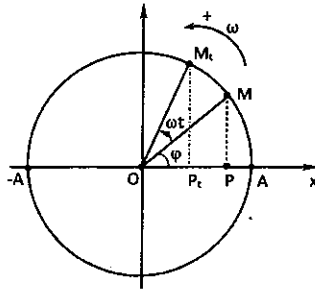
- Cơ năng của vật luôn luôn không đổi và tỉ lệ với bình phương biên độ.
- Cơ năng của vật bằng động năng của vật khi vật ở vị trí cân bằng.
- Cơ năng của vật bằng thế năng của vật khi vật ở một trong hai vị trí biên.
- Cơ năng của vật bằng động năng cực đại và cũng bằng thế năng cực đại của vật.

VI. Tổng hợp dao động

1. Mối quan hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hòa

Một chất điểm chuyển động tròn đều với tốc độ góc  $\omega$  thì hình chiếu của nó trên đường kính dao động điều hòa với tần số góc  $\omega$ .

Xét một chất điểm  $M$  chuyển động tròn đều trên một đường tròn lượng giác có bán kính là  $A$ .



Điểm  $M$  chuyển động với tốc độ góc (tốc độ quay của  $\vec{OM}$  trên đường tròn) là  $\omega$  (rad/s).

Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ ,  $\vec{OM}$  hợp với  $Ox$  một góc  $\varphi$ .

Quy ước chiều chuyển động của  $M$  là chiều ngược chiều kim đồng hồ.

Tại thời điểm  $t$  bất kì, góc tạo bởi  $\vec{OM}_t$  và  $Ox$  là  $\omega t + \varphi$ .

Hình chiếu của điểm  $M_t$  trên trục  $Ox$  là điểm  $P_t$  với

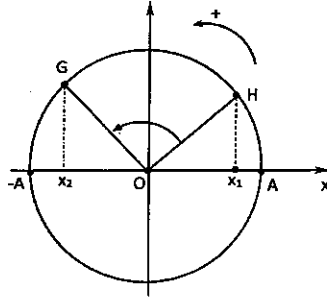
$$\vec{OP}_t = x_{P_t} = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Từ đây, ta có nhận xét sau

Nhận xét:

- Điểm  $P$  dao động điều hòa.
- Thời gian để  $M$  quay hết một vòng ( $2\pi$ ) là  $\frac{2\pi}{\omega}$ , khi đó  $P$  dao động được một chu kì  $T$  hay  $P$  thực hiện được một dao động toàn phần.

- Giả sử ở thời điểm  $t_1$ , điểm  $P$  có li độ là  $x_1$ , ứng với điểm  $H$  trên đường tròn; thời điểm  $t_2$ , điểm  $P$  có li độ là  $x_2$ , ứng với điểm  $G$  trên đường tròn thì: *thời gian  $P$  đi từ  $x_1$  đến  $x_2$  bằng thời gian  $M$  chuyển động tròn đều từ  $H$  đến  $G$ .*



Nhận xét này rất quan trọng giúp ta có thể giải bài toán tính thời gian trong dao động điều hòa một cách dễ dàng.

## 2. Tổng hợp dao động bằng phương pháp véc tơ quay

Xét hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Khi đó phương trình dao động tổng hợp là

$$x = x_1 + x_2$$

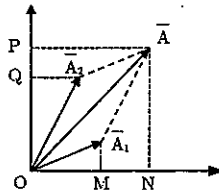
Để tổng hợp, ta có thể làm một trong các cách sau đây:

Nếu hai vật có cùng biên độ dao động,  $A_1 = A_2 = A$  thì ta sẽ tổng hợp bằng cách sử dụng công thức cộng lượng giác  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$

$$\begin{aligned} x = x_1 + x_2 &= A [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)] \\ &= 2A \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right). \end{aligned}$$

Nếu hai vật biên độ khác nhau nhau, ta dùng phương pháp véc tơ quay như sau:

- Vẽ các véc tơ  $\vec{A}_1, \vec{A}_2$  tỉ lệ với các độ lớn của biên độ  $A_1, A_2$ . Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ , các véc tơ này hợp với  $Ox$  các góc lần lượt  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ .
- Vẽ véc tơ  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  thì tại thời điểm ban đầu véc tơ tổng hợp tạo với trục tọa độ một góc đúng bằng pha ban đầu của dao động tổng hợp  $\varphi$ .
- Cho các véc tơ  $\vec{A}_1, \vec{A}_2$  quay đều với tốc độ góc  $\omega$  theo chiều dương quy ước (chiều ngược chiều kim đồng hồ). Khi đó véc tơ  $\vec{A}$  có độ lớn không đổi và quay theo với tốc độ góc đúng bằng  $\omega$ .



Từ hình vẽ, ta có biên độ của dao động tổng hợp là

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi$$

Pha ban đầu  $\varphi$  xác định bởi

$$\tan \varphi = \frac{AN}{ON} = \frac{PQ + QO}{OM + MN} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Sau khi xác định biên độ  $A$  và pha ban đầu  $\varphi$  thì ta sẽ có phương trình của dao động tổng hợp

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

**Nhận xét:** Ngoài cách tổng hợp dao động bằng phương pháp đại số như trên, ta còn một phương pháp nữa để tổng hợp dao động, đó là phương pháp số phức (sẽ được trình bày trong phần bài tập).

## VII. Con lắc đơn

### 1. Cấu tạo

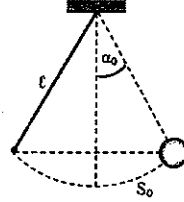
Con lắc đơn gồm sợi dây nhẹ không dãn có chiều dài  $l$ , đầu trên được treo cố định đầu dưới được gắn với vật nặng có khối lượng  $m$ .

Vật  $m$  có kích thước không đáng kể so với chiều dài của sợi dây, còn sợi dây có khối lượng không đáng kể so với khối lượng của vật nặng  $m$ .

Con lắc đơn chỉ được coi là dao động điều hòa nếu có biên độ góc  $\alpha_0 \leq 10^\circ$  hay  $\alpha_0 \leq 0,1745$  rad.

### 2. Thí nghiệm

Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_0$  ( $\alpha_0 \leq 10^\circ$ ) rồi buông tay không vận tốc đầu, trong môi trường không có ma sát (mọi lực cản không đáng kể) thì con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$ .



### 3. Phương trình dao động của con lắc đơn

Con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình li độ dài hoặc li độ góc

$$\begin{cases} s = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ \alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Với  $s = l\alpha$ . Trong đó

- $s$  là li độ dài (cm, m, ...).
- $S_0$  là biên độ dài (cm, m, ...).
- $\alpha$  là li độ góc (rad).
- $\alpha_0$  là biên độ góc (rad).
- $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$  (rad/s)
  - $g$  là gia tốc trọng trường  $m/s^2$ .
  - $l$  là chiều dài dây treo (m).
- $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  (s) là chu kì của con lắc đơn.
- $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$  (Hz) là tần số của con lắc đơn.

### 4. Phương trình vận tốc trong dao động điều hòa của con lắc đơn

Tương tự như trong dao động điều hòa, vận tốc của con lắc đơn

$$v = s = -\omega S_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Các nhận xét tương tự như nhận xét đối với vận tốc trong dao động điều hòa.

### 5. Phương trình gia tốc trong dao động điều hòa của con lắc đơn

$$a = v' = s'' = -\omega^2 S_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s$$

Các nhận xét tương tự như nhận xét đối với gia tốc trong dao động điều hòa.

## 6. Các phương trình độc lập thời gian

Ta có các phương trình độc lập thời gian giống như phần dao động điều hòa đã trình bày. Ở đây li độ dài  $s$  giống với  $x$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} S_0^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} \quad s = a\ell \\ a = -\omega^2 s \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} a_0^2 = a^2 + \frac{v^2}{\ell^2 \omega^2} = \frac{a^2}{\ell^2 \omega^4} + \frac{v^2}{\ell^2 \omega^2} \\ \frac{a}{\ell} = -\omega^2 \alpha \end{array} \right.$$

## 7. Năng lượng của con lắc đơn

### 7.1. Động năng của con lắc đơn

Động năng của con lắc đơn là động năng của vật (coi là chất điểm)

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

### 7.2. Thế năng của con lắc đơn

Thế năng của con lắc đơn là thế năng trọng trường của vật. Nếu chọn mốc tính thế năng là vị trí cân bằng thì thế năng của con lắc đơn ở li độ góc  $\alpha$  là

$$W_t = mg\ell(1 - \cos \alpha)$$

### 7.3. Cơ năng của con lắc đơn

Nếu bỏ qua mọi ma sát thì cơ năng của con lắc đơn được bảo toàn

$$W = W_d + W_t = \frac{1}{2}mv^2 + mg\ell(1 - \cos \alpha) = \text{const}$$

## VIII. Các loại dao động

### 1. Dao động tự do

Dao động tự do là dao động mà chu kì của hệ chỉ phụ thuộc vào đặc tính bên trong của hệ mà không phụ thuộc vào các yếu tố bên ngoài.

Ví dụ, con lắc lò xo dao động với chu kì  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  chỉ phụ thuộc vào đặc tính riêng của hệ là  $m$  và  $k$ .

Con lắc đơn có chu kì  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  chỉ phụ thuộc vào đặc tính riêng của hệ là  $\ell$  và  $g$ .

### 2. Dao động tắt dần

#### 2.1. Định nghĩa

Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.

#### 2.2. Nguyên nhân

Dao động tắt dần nguyên nhân là do ma sát, lực cản (độ nhớt) của môi trường.

#### 2.3. Đặc điểm

Dao động tắt dần càng nhanh khi ma sát càng lớn.

Khi ma sát nhỏ, dao động tắt dần có thể coi gần đúng là tuần hoàn với tần số góc bằng tần số góc của dao động điều hòa khi không có ma sát.

#### 2.4. Ứng dụng

Dao động tắt dần được ứng dụng trong các thiết bị đóng cửa tự động, giảm xóc ô tô,...

### 3. Dao động duy trì

#### 3.1. Định nghĩa

Dao động duy trì là dao động tắt dần được cung cấp năng lượng đúng bằng phần năng lượng bị tiêu hao do ma sát sau mỗi chu kì, hay nói cách khác, dao động được duy trì bằng cách giữ cho biên độ không đổi mà không làm thay đổi chu kì dao động riêng gọi là dao động duy trì.



3.2. Ứng dụng

Chế tạo đồng hồ quả lắc.

4. Dao động cưỡng bức. Sự cộng hưởng

4.1. Định nghĩa

Dao động cưỡng bức là dao động của một vật chịu sự tác dụng của ngoại lực cưỡng bức biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

$$F = F_0 \cos(\Omega t + \varphi).$$

4.2. Đặc điểm

Khác với dao động tắt dần, dao động cưỡng bức có các đặc điểm sau đây

- Biên độ không đổi.
- Tần số bằng tần số của lực cưỡng bức  $f = f_0$ .
- Biên độ của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào
  - Biên độ của lực cưỡng bức  $F_0$ .
  - Độ chênh lệch giữa tần số của lực cưỡng bức và tần số riêng của hệ  $|f - f_0|$ .  
Độ chênh lệch này càng nhỏ thì biên độ của dao động cưỡng bức càng lớn.
  - Lực cản môi trường. Lực cản môi trường càng lớn thì biên độ của dao động cưỡng bức càng nhỏ và ngược lại.

4.3. Hiện tượng cộng hưởng

Hiện tượng cộng hưởng là hiện tượng biên độ dao động cưỡng bức tăng đến giá trị cực đại khi tần số  $f$  của lực cưỡng bức bằng tần số dao động riêng của hệ  $f_0$ .

$$f = f_0.$$

5. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một vật dao động tắt dần có các đại lượng giảm liên tục theo thời gian là

A. biên độ và gia tốc.	B. li độ và tốc độ.
C. biên độ và năng lượng.	D. biên độ và tốc độ.

Lời giải

Theo định nghĩa về dao động tắt dần thì biên độ và năng lượng giảm liên tục theo thời gian.

Đáp án C.

Ví dụ 2: Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về dao động cơ học?

- A. Hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) xảy ra khi tần số của ngoại lực điều hoà bằng tần số dao động riêng của hệ.
- B. Biên độ dao động cưỡng bức của một hệ cơ học khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) không phụ thuộc vào lực cản của môi trường.
- C. Tần số dao động cưỡng bức của một hệ cơ học bằng tần số của ngoại lực điều hoà tác dụng lên hệ ấy.
- D. Tần số dao động tự do của một hệ cơ học là tần số dao động riêng của hệ ấy.

Lời giải

A. Đúng. Khi tần số của ngoại lực điều hoà bằng tần số dao động riêng của hệ thì hiện tượng cộng hưởng xảy ra

B. Sai. Biên độ dao động cưỡng bức của một hệ cơ học khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) phụ thuộc vào lực cản của môi trường.

C. Đúng. Trong dao động cưỡng bức thì tần số dao động cưỡng bức của một hệ cơ học bằng tần số của ngoại lực điều hoà tác dụng lên hệ ấy.

D. Đúng. Trong dao động tự do thì tần số của dao động tự do chính là tần số riêng của hệ đó.

Đáp án B.

Ví dụ 3: Khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng cơ thì vật tiếp tục dao động

- A. với tần số bằng tần số dao động riêng.
- B. mà không chịu ngoại lực tác dụng.
- C. với tần số lớn hơn tần số dao động riêng.
- D. với tần số nhỏ hơn tần số dao động riêng.

**Lời giải**

Khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng cơ thì mặc dù vật dao động với biên độ cực đại nhưng nó vẫn dao động với tần số bằng tần số dao động riêng.

Đáp án A.

Ví dụ 4: Khi nói về một hệ dao động cưỡng bức ở giai đoạn ổn định, phát biểu nào dưới đây là sai?

- A. Tần số của hệ dao động cưỡng bức bằng tần số của ngoại lực cưỡng bức.
- B. Tần số của hệ dao động cưỡng bức luôn bằng tần số dao động riêng của hệ.
- C. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào tần số của ngoại lực cưỡng bức.
- D. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc biên độ của ngoại lực cưỡng bức.

**Lời giải**

B sai vì tần số của hệ dao động cưỡng bức chỉ bằng tần số dao động riêng của hệ khi hiện tượng cộng hưởng xảy ra.

Đáp án B.

Ví dụ 5: Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về dao động tắt dần?

- A. Dao động tắt dần có biên độ giảm dần theo thời gian.
- B. Cơ năng của vật dao động tắt dần không đổi theo thời gian.
- C. Lực cản môi trường tác dụng lên vật luôn sinh công dương.
- D. Dao động tắt dần là dao động chỉ chịu tác dụng của nội lực.

**Lời giải**

- A. Đúng. Theo định nghĩa: Dao động tắt dần có biên độ và năng lượng giảm dần theo thời gian.
- B. Sai, vì biên độ giảm dần theo thời gian nên cơ năng của vật dao động cũng giảm dần theo thời gian.
- C. Sai, vì lực cản môi trường tác dụng lên vật luôn sinh công âm.
- D. Sai, vì dao động tắt dần là dao động chịu tác dụng của ngoại lực như ma sát, lực cản môi trường.

Đáp án A.

Ví dụ 6: Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức.
- B. Biên độ của dao động cưỡng bức là biên độ của lực cưỡng bức.
- C. Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.
- D. Dao động cưỡng bức có tần số nhỏ hơn tần số của lực cưỡng bức.

**Lời giải**

- A. Đúng, vì dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức.
- B. Sai, vì biên độ của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào tần số ngoại lực tỉ lệ với biên độ của ngoại lực.
- C. Sai, vì dao động cưỡng bức có biên độ thay đổi và đạt cực đại khi tần số lực cưỡng bức bằng tần số riêng. Về sau thì đúng, dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.

D. Sai, vì dao động cưỡng bức có tần số chính là tần số của lực cưỡng bức.

Đáp án A.

Ví dụ 7: Một tấm ván có tần số riêng là 2Hz. Hỏi trong một 1 phút một người đi qua tấm ván phải đi bao nhiêu bước để tấm ván rung mạnh nhất:

- A. 60 bước. B. 30 bước. C. 80 bước. D. 120 bước.

Lời giải

Để tấm ván rung mạnh nhất thì hiện tượng cộng hưởng xảy ra, khi đó tần số riêng của tấm ván bằng tần số của dao động cưỡng bức do người tạo ra trên tấm ván  $f_0 = f = 2$  Hz.

Gọi số bước của người đó là  $x$  thì ta có  $\frac{x}{60} = 2$  suy ra  $x = 120$ .

Đáp án D.

Ví dụ 8: Một con lắc lò xo có  $k = 100$  N/m, vật có khối lượng 1 kg, treo lò xo lên tàu biết mỗi thanh ray cách nhau 12,5m. Tính vận tốc của con tàu để vật dao động mạnh nhất.

- A. 19,89 m/s. B. 22 m/s. C. 22 km/h. D. 19,89 km/s.

Lời giải

Để vật trên con tàu dao động mạnh nhất thì xảy ra hiện tượng cộng hưởng, tần số riêng của con lắc phải bằng tần số dao động của con tàu. Khi đó ta có

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 1,59$$

Từ đó  $T = 0,63$  s và  $T = \frac{L}{v}$  nên  $v = 19,89$  m/s.

Đáp án A.

Ví dụ 9: Một con lắc lò xo độ cứng  $k = 400$  N/m;  $m = 0,1$  kg được kích thích bởi 2 ngoại lực sau  
 - Nếu chỉ kích thích bởi ngoại lực 1 có phương trình  $f_1 = F \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm thì biên độ dao động là  $A_1$   
 - Nếu chỉ kích thích bởi ngoại lực 2 có phương trình  $f_2 = F \cos(6\pi t + \pi)$  cm thì biên độ dao động là  $A_2$ .  
 Tìm nhận xét đúng.

- A.  $A_1 = A_2$ . B.  $A_1 > A_2$ .  
 C.  $A_1 < A_2$ . D. A và B đều đúng.

Lời giải

Biên độ dao động không phụ thuộc vào pha ban đầu của ngoại lực, vậy để so sánh  $A_1$  và  $A_2$  ta sẽ so sánh tần số của  $f_1$  và  $f_2$ .

Vì biên độ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào độ chênh lệch  $|f - f_0|$ , mà  $f$  tỉ lệ thuận với  $\omega$  nên biên độ dao động cưỡng bức cũng phụ thuộc vào  $|\omega - \omega_0|$ .

Ta có

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{0,1}} = 20\pi \\ |\omega - \omega_1| = |20\pi - 8\pi| = 12\pi \Rightarrow |\omega - \omega_1| < |\omega - \omega_2| \\ |\omega - \omega_2| = |20\pi - 6\pi| = 14\pi \end{cases}$$

Từ đó suy ra  $A_1 > A_2$  (vì độ chênh lệch càng nhỏ thì biên độ càng lớn).

Đáp án B.

**6. Trắc nghiệm tự luyện**

**Câu 1:** Nhận định nào sau đây là sai khi nói về hiện tượng cộng hưởng trong một hệ cơ học.

- A. Tần số dao động của hệ bằng với tần số của ngoại lực.
- B. Khi có cộng hưởng thì dao động của hệ không phải là điều hòa.
- C. Biên độ dao động lớn khi lực cản môi trường nhỏ.
- D. Khi có cộng hưởng thì dao động của hệ là dao động điều hòa.

**Câu 2:** Nhận xét nào sau đây về dao động tắt dần là đúng?

- A. Có tần số và biên độ giảm dần theo thời gian.
- B. Môi trường càng nhớt thì dao động tắt dần càng nhanh.
- C. Có năng lượng dao động luôn không đổi theo thời gian.
- D. Biên độ không đổi nhưng tốc độ dao động thì giảm dần.

**Câu 3:** Chọn phát biểu sai về dao động duy trì.

- A. Có chu kỳ bằng chu kỳ dao động riêng của hệ.
- B. Năng lượng cung cấp cho hệ đúng bằng phần năng lượng mất đi trong mỗi chu kỳ.
- C. Có tần số dao động không phụ thuộc năng lượng cung cấp cho hệ.
- D. Có biên độ phụ thuộc vào năng lượng cung cấp cho hệ trong mỗi chu kỳ.

**Câu 4:** Phát biểu nào dưới đây sai?

- A. Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.
- B. Dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số của ngoại lực.
- C. Dao động duy trì có tần số phụ thuộc vào năng lượng cung cấp cho hệ dao động.
- D. Cộng hưởng có biên độ phụ thuộc vào lực cản của môi trường.

**Câu 5:** Hiện tượng cộng hưởng thể hiện càng rõ nét khi

- A. Biên độ của lực cưỡng bức nhỏ.
- B. Độ nhớt của môi trường càng lớn.
- C. Tần số của lực cưỡng bức lớn.
- D. Lực cản, ma sát của môi trường nhỏ.

**Câu 6:** Để duy trì dao động cho một cơ hệ ta phải

- A. làm nhẵn, bôi trơn để giảm ma sát.
- B. Tác dụng vào nó một lực không đổi theo thời gian.
- C. Tác dụng lên hệ một ngoại lực tuần hoàn .
- D. Cho hệ dao động với biên độ nhỏ để giảm ma sát.

**Câu 7:** Chọn sai khi nói về dao động cưỡng bức

- A. Tần số dao động bằng tần số của ngoại lực .
- B. Biên độ dao động phụ thuộc vào tần số của ngoại lực.
- C. Dao động theo quy luật hàm sin của thời gian .
- D. Tần số ngoại lực tăng thì biên độ dao động tăng.

**Câu 8:** Để duy trì dao động cho một cơ hệ mà không làm thay đổi chu kì riêng của nó, ta phải

- A. tác dụng vào vật dao động một ngoại lực không thay đổi theo thời gian.
- B. tác dụng vào vật dao động một ngoại lực biến thiên tuần hoàn theo thời gian.
- C. làm nhẵn, bôi trơn để giảm ma sát.
- D. tác dụng ngoại lực vào vật dao động cùng chiều với chuyển động trong một phần của từng chu

ki.

**Câu 9:** Sau khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng nếu

- A. Tăng độ lớn lực ma sát thì biên độ tăng .
- B. Tăng độ lớn lực ma sát thì biên độ giảm.
- C. Giảm độ lớn lực ma sát thì chu kì tăng .

D. Giảm độ lớn lực ma sát thì tần số tăng.

**Câu 10:** Chọn nhận định sai

- A. Trong sự tự dao động, hệ tự điều khiển sự bù đắp năng lượng từ từ cho con lắc.
- B. Trong sự tự dao động, dao động duy trì theo tần số riêng của hệ.
- C. Trong dao động cưỡng bức, biên độ phụ thuộc vào hiệu số tần số cưỡng bức và tần số riêng.
- D. Biên độ dao động cưỡng bức không phụ thuộc cường độ của ngoại lực.

**Câu 11:** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dao động duy trì là dao động tắt dần mà người ta đã kích thích lại dao động sau khi dao động bị tắt hẳn.
- B. Dao động duy trì là dao động tắt dần mà người ta đã làm mất lực cản của môi trường đối với vật dao động.
- C. Dao động duy trì là dao động tắt dần mà người ta đã tác dụng ngoại lực vào vật dao động cùng chiều với chiều chuyển động trong một phần của từng chu kỳ.
- D. Dao động duy trì là dao động tắt dần mà người ta đã tác dụng ngoại lực biến đổi điều hoà theo thời gian vào vật dao động.

**Câu 12:** Chọn phát biểu sai:

- A. Hai dao động điều hoà cùng tần số, ngược pha thì li độ của chúng luôn luôn đối nhau.
- B. Khi vật nặng của con lắc lò xo đi từ vị trí biên đến vị trí cân bằng thì vectơ vận tốc và vectơ gia tốc luôn luôn cùng chiều.
- C. Trong dao động điều hoà, khi độ lớn của gia tốc tăng thì độ lớn của vận tốc giảm.
- D. Dao động tự do là dao động có tần số chỉ phụ thuộc đặc tính của hệ, không phụ thuộc các yếu tố bên ngoài.

**Câu 13:** Chọn nói sai khi nói về dao động:

- A. Dao động của cây khi có gió thổi là dao động cưỡng bức.
- B. Dao động của đồng hồ quả lắc là dao động duy trì.
- C. Dao động của pittông trong xilanh của xe máy khi động cơ hoạt động là dao động điều hoà.
- D. Dao động của con lắc đơn khi bỏ qua ma sát và lực cản môi trường luôn là dao động điều hoà.

**Câu 14:** Nhận xét nào sau đây là không đúng?

- A. Dao động duy trì có chu kì bằng chu kì dao động riêng của con lắc.
- B. Dao động tắt dần càng nhanh nếu lực cản của môi trường càng lớn.
- C. Biên độ dao động cưỡng bức không phụ thuộc vào tần số lực cưỡng bức.
- D. Dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.

**Câu 15:** Một vật dao động riêng với tần số là  $f = 10$  Hz. Nếu tác dụng vào vật ngoại lực có tần số  $f_1 = 5$  Hz thì biên độ là  $A_1$ . Nếu tác dụng vào vật ngoại lực có tần số biến đổi là  $f_2 = 8$  Hz và cùng giá trị biên độ với ngoại lực thứ nhất thì vật dao động với biên độ  $A_2$  (mọi điều kiện khác không đổi). Tìm phát biểu đúng?

- A. Biên độ thứ hai bằng biên độ thứ nhất .
- B. Biên độ thứ hai lớn hơn biên độ thứ nhất.
- C. Biên độ dao động thứ nhất lớn hơn.
- D. Không kết luận được.

**Câu 16:** Một tấm ván có tần số riêng là 2Hz. Hỏi trong một 1 phút một người đi qua tấm ván phải đi bao nhiêu bước để tấm ván rung mạnh nhất:

- A. 60 bước.
- B. 30 bước .
- C. 80 bước .
- D. 120 bước.

Câu 17: Một con lắc đơn có  $l = 1\text{m}$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$  được treo trên một xe ôtô, khi xe đi qua phần đường mấp mả, cứ 12m lại có một chỗ gồnh, tính vận tốc của vật để con lắc dao động mạnh nhất.

- A. 6m/s .                      B. 6 km/h.                      C. 60 km/h.                      D. 36 km/s.

Câu 18: Một con lắc lò xo có  $K = 100\text{N/m}$ , vật có khối lượng 1kg, treo lò xo lên tàu biết mỗi thanh ray cách nhau 12,5m. Tính vận tốc của con tàu để vật dao động mạnh nhất.

- A. 19,89m/s .                      B. 22m/s .                      C. 22km/h .                      D. 19,89km/s.

Câu 19: Một con lắc lò xo có  $K = 50\text{N/m}$ . Tính khối lượng của vật treo vào lò xo biết rằng mỗi thanh ray dài 12,5m và khi vật chuyển động với  $v = 36\text{km/h}$  thì con lắc dao động mạnh nhất.

- A. 1,95kg .                      B. 1,90 kg.                      C. 15,9kg .                      D. Đáp án khác.

Câu 20: Một con lắc lò xo độ cứng  $k = 400\text{N/m}$ ;  $m = 0,1\text{kg}$  được kích thích bởi 2 ngoại lực sau  
 - Nếu chỉ kích thích bởi ngoại lực 1 có phương trình  $f_1 = F \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm thì biên độ dao động là  $A_1$   
 - Nếu chỉ kích thích bởi ngoại lực 2 có phương trình  $f_2 = F \cos(6\pi t + \pi)$  cm thì biên độ dao động là  $A_2$ .  
 Tìm nhận xét đúng.

- A.  $A_1 = A_2$ .                      B.  $A_1 > A_2$ .  
 C.  $A_1 < A_2$ .                      D. A và B đều đúng.

Câu 21: Một con lắc lò xo, nếu chịu tác dụng của hai ngoại lực  $f_1 = 6\text{ Hz}$  và  $f_2 = 10\text{ Hz}$  có cùng độ lớn biên độ thì thấy biên độ dao động cưỡng bức là như nhau. Hỏi nếu dùng ngoại lực  $f_3 = 8\text{ Hz}$  có biên độ như ngoại lực 1 và 2 thì biên độ dao động cưỡng bức sẽ là  $A_2$ . Tìm nhận xét sai?

- A.  $A_1 = A_2$ .                      B.  $A_1 > A_2$ .  
 C.  $A_1 < A_2$ .                      D. Không thể kết luận.

Câu 22: Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 100\text{ N/m}$  và vật nặng  $m = 0,1\text{kg}$ . Hãy tìm nhận xét đúng

- A. Khi tần số ngoại lực  $< 10\text{ Hz}$  thì khi tăng tần số biên độ dao động cưỡng bức tăng lên .  
 B. Khi tần số ngoại lực  $< 5\text{ Hz}$  thì khi tăng tần số biên độ dao động cưỡng bức tăng lên.  
 C. Khi tần số ngoại lực  $> 5\text{ Hz}$  thì khi tăng tần số biên độ dao động cưỡng bức tăng lên .  
 D. Khi tần số ngoại lực  $> 10\text{ Hz}$  thì khi tăng tần số biên độ dao động cưỡng bức tăng lên.

Câu 23: Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về dao động cơ học?

- A. Hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) xảy ra khi tần số của ngoại lực điều hoà bằng tần số dao động riêng của hệ.  
 B. Biên độ dao động cưỡng bức của một hệ cơ học khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) không phụ thuộc vào lực cản của môi trường.  
 C. Tần số dao động cưỡng bức của một hệ cơ học bằng tần số của ngoại lực điều hoà tác dụng lên hệ ấy.  
 D. Tần số dao động tự do của một hệ cơ học là tần số dao động riêng của hệ ấy.

Câu 24: Khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng cơ thì vật tiếp tục dao động

- A. với tần số bằng tần số dao động riêng.  
 B. mà không chịu ngoại lực tác dụng.  
 C. với tần số lớn hơn tần số dao động riêng.  
 D. với tần số nhỏ hơn tần số dao động riêng.

Câu 25: Nhận định nào sau đây sai khi nói về dao động cơ học tắt dần?

- A. Dao động tắt dần có động năng giảm dần còn thế năng biến thiên điều hòa.  
 B. Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.  
 C. lực ma sát càng lớn thì dao động tắt càng nhanh.  
 D. Trong dao động tắt dần, cơ năng giảm dần theo thời gian.

Câu 26: Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ khối lượng  $m$  và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $10 \text{ N/m}$ . Con lắc dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn có tần số góc  $\omega_F$ . Biết biên độ của ngoại lực tuần hoàn không thay đổi. Khi thay đổi  $\omega_F$  thì biên độ dao động của viên bi thay đổi và khi  $\omega_F = 10 \text{ rad/s}$  thì biên độ dao động của viên bi đạt giá trị cực đại. Khối lượng  $m$  của viên bi bằng

- A. 40 gam. B. 10 gam. C. 120 gam. D. 100 gam.

Câu 27: Khi nói về một hệ dao động cưỡng bức ở giai đoạn ổn định. Phát biểu nào dưới đây là sai?

- A. Tần số của hệ dao động cưỡng bức bằng tần số của ngoại lực cưỡng bức.  
 B. Tần số của hệ dao động cưỡng bức luôn bằng tần số dao động riêng của hệ.  
 C. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào tần số của ngoại lực cưỡng bức.  
 D. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc biên độ của ngoại lực cưỡng bức.

Câu 28: Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về dao động tắt dần?

- A. Dao động tắt dần có biên độ giảm dần theo thời gian.  
 B. Cơ năng của vật dao động tắt dần không đổi theo thời gian.  
 C. Lực cản môi trường tác dụng lên vật luôn sinh công dương.  
 D. Dao động tắt dần là dao động chỉ chịu tác dụng của nội lực.

Câu 29: Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức.  
 B. Biên độ của dao động cưỡng bức là biên độ của lực cưỡng bức.  
 C. Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.  
 D. Dao động cưỡng bức có tần số nhỏ hơn tần số của lực cưỡng bức.

Câu 30: Khi một vật dao động điều hòa thì

- A. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.  
 B. gia tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.  
 C. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn tỉ lệ với bình phương biên độ.  
 D. vận tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.

Câu 31: Một vật dao động tắt dần có các đại lượng giảm liên tục theo thời gian là

- A. biên độ và gia tốc. B. li độ và tốc độ.  
 C. biên độ và năng lượng. D. biên độ và tốc độ.

## ĐÁP ÁN

1 B	5 D	9 B	13 D	17 A	21 C	25 A	29 C
2 B	6 C	10 D	14 C	18 A	22 B	26 D	30 D
3 D	7 D	11 C	15 B	19 A	23 B	27 B	
4 C	8 D	12 A	16 D	20 B	24 A	28 A	31 C

## B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### I. TRẮC NGHIỆM LÝ THUYẾT

Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc dao động  $v$  vào li độ  $x$  có dạng nào

- A. Đường tròn.      B. Đường thẳng.      C. Elip.      D. Parabol.

Lời giải

Ta có phương trình độc lập thời gian phụ thuộc giữa  $v$  và  $x$  là

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = 1$$

Có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  nên đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc dao động vào li độ có dạng elip (nếu không nhớ định nghĩa Elip, ta nên xem lại PHỤ LỤC 2).

**Nhận xét:** Hai đại lượng vuông pha với nhau thì đồ thị sự phụ thuộc của đại lượng này vào đại lượng kia có dạng Elip.

Đáp án C.

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà, li độ  $x$ , gia tốc  $a$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ  $x$  và gia tốc  $a$  có dạng nào?

- A. Đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ.      B. Đường thẳng không qua gốc tọa độ.  
C. Đường tròn.      D. Đường hypebol.

Lời giải

Biểu thức độc lập thời gian phụ thuộc giữa  $x$  và  $a$  là  $a = -\omega^2 x$ ,  $-A \leq x \leq A$  (có dạng  $y = ax$ ) nên đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ  $x$  và gia tốc  $a$  có dạng đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ.

Đáp án A.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa, khi vật đi từ vị trí cân bằng ra điểm giới hạn thì

- A. Chuyển động của vật là chậm dần đều.  
B. thế năng của vật giảm dần.  
C. Vận tốc của vật giảm dần.  
D. lực hồi phục có độ lớn tăng dần.

Lời giải

Khi vật đi từ cân bằng ra điểm giới hạn thì độ lớn li độ  $|x|$  tăng dần, khi đó:

A. Sai. Chuyển động của vật là chậm dần (chứ không phải chậm dần đều vì gia tốc của dao động điều hòa không phải là một hằng số mà nó biến thiên).

B. Sai. Thế năng của vật tỉ lệ với bình phương li độ, nên thế năng tăng dần.

C. Sai. Vì nếu vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều âm (vận tốc min bằng  $-\omega A$ ) đến biên âm (vận tốc bằng 0) thì vận tốc của vật tăng dần.

D. Đúng. Vì độ lớn lực hồi phục là  $F = k|x|$  tỉ lệ với độ lớn li độ.

Đáp án D.



Ví dụ 4: Tìm phát biểu đúng về dao động điều hòa?

- A. Trong quá trình dao động của vật gia tốc luôn cùng pha với li độ.
- B. Trong quá trình dao động của vật gia tốc luôn ngược pha với vận tốc.
- C. Trong quá trình dao động của vật gia tốc luôn cùng pha với vận tốc.
- D. không có phát biểu đúng.

Lời giải

- A. Sai vì gia tốc luôn ngược pha với li độ.
- B, C. Sai vì gia tốc sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với vận tốc.

Đáp án D.

Ví dụ 5: Cơ năng của một vật dao động điều hòa

- A. biến thiên tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ bằng một nửa chu kỳ dao động của vật.
- B. tăng gấp đôi khi biên độ dao động của vật tăng gấp đôi.
- C. bằng động năng của vật khi vật tới vị trí cân bằng.
- D. biến thiên tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ bằng chu kỳ dao động của vật.

Lời giải

- A. Sai, cơ năng luôn không đổi, không biến thiên
- B. Sai, cơ năng tỉ lệ thuận với bình phương biên độ nên khi biên độ tăng gấp đôi thì cơ năng tăng gấp 4 lần.
- C. Đúng, khi vật ở vị trí cân bằng thì tốc độ lớn nhất nên động năng cực đại, động năng cực đại bằng cơ năng.
- D. Sai, cơ năng luôn không đổi, không biến thiên. **Đáp án C.**

Ví dụ 6: Khi nói về năng lượng của một vật dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Cứ mỗi chu kì dao động của vật, có bốn thời điểm thế năng bằng động năng.
- B. Thế năng của vật đạt cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
- C. Động năng của vật đạt cực đại khi vật ở vị trí biên.
- D. Thế năng và động năng của vật biến thiên cùng tần số với tần số của li độ.

Lời giải

- A. Đúng, vì ta có 
$$\begin{cases} W_d = W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow W_t = 2W \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$
 Có 2 vị trí cho động năng bằng thế năng, trong một chu kì, vật sẽ đi qua mỗi vị trí đó 2 lần nên có 4 thời điểm thế năng bằng động năng.
- B. Sai, khi ở vị trí cân bằng thì li độ bằng 0, nên thế năng bằng 0.
- C. Sai, khi ở vị trí biên thì tốc độ bằng 0, nên động năng bằng 0.
- D. Sai, thế năng và động năng của vật biến thiên với tần số gấp 2 lần tần số của li độ (xem phần lí thuyết đã chứng minh).

Đáp án A.

Ví dụ 7: Một vật dao động điều hòa theo một trục cố định (mốc thế năng ở vị trí cân bằng) thì

- A. động năng của vật cực đại khi gia tốc của vật có độ lớn cực đại.
- B. khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, vận tốc và gia tốc của vật luôn cùng dấu.
- C. khi ở vị trí cân bằng, thế năng của vật bằng cơ năng.
- D. thế năng của vật cực đại khi vật ở vị trí biên.

Lời giải

- A. Sai, vì động năng của vật cực đại tại vị trí cân bằng mà tại vị trí cân bằng thì gia tốc của vật có độ

lớn bằng 0.

B. Sai, vì khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên thì vận tốc có hướng theo chiều chuyển động của vật nên có chiều từ VTGB ra biên mà gia tốc luôn hướng về VTGB nên gia tốc và vận tốc của vật luôn ngược dấu.

C. Sai, vì khi ở vị trí cân bằng, động năng của vật cực đại bằng cơ năng.

D. Đúng, vì thế năng của vật cực đại khi vật ở vị trí biên.

**Đáp án D.**

**Ví dụ 8:** Khi một vật dao động điều hòa thì

- A. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
- B. gia tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
- C. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn tỉ lệ với bình phương biên độ.
- D. vận tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.

Lời giải

Lực kéo về  $F = -kx$  có độ lớn  $|F| = k|x|$

- A. Sai, vì lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí biên.
- B. Sai, vì gia tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí biên.
- C. Sai, vì lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn tỉ lệ với độ lớn li độ.
- D. Đúng, vì vận tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.

**Đáp án D.**

**Ví dụ 9:** Lực kéo về tác dụng lên một chất điểm dao động điều hòa có độ lớn

- A. tỉ lệ với độ lớn của li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.
- B. tỉ lệ với bình phương biên độ.
- C. không đổi nhưng hướng thay đổi.
- D. và hướng không đổi.

Lời giải

Lực kéo về  $F = -kx$  có độ lớn  $|F| = k|x|$

- A. Đúng vì lực kéo về  $F = -kx$  luôn ngược chiều li độ, tức là luôn hướng về vị trí cân bằng. Có độ lớn  $|F| = k|x|$  tỉ lệ với độ lớn của li độ.
- B. Sai, vì độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ.
- C. Sai, vì lực kéo về có độ lớn và hướng thay đổi theo thời gian.
- D. Sai, vì lực kéo về có hướng về vị trí cân bằng, nên khi qua vị trí cân bằng thì lực kéo về đổi hướng.

**Đáp án A.**

**Ví dụ 10:** Hình chiếu của một chất điểm chuyển động tròn đều lên một đường kính quỹ đạo có chuyển động là dao động điều hòa. Phát biểu nào sau đây sai ?

- A. Tần số góc của dao động điều hòa bằng tốc độ góc của chuyển động tròn đều.
- B. Biên độ của dao động điều hòa bằng bán kính của chuyển động tròn đều.
- C. Lực kéo về trong dao động điều hòa có độ lớn bằng độ lớn lực hướng tâm trong chuyển động tròn đều.
- D. Tốc độ cực đại của dao động điều hòa bằng tốc độ dài của chuyển động tròn đều.

Lời giải

- A. Đúng, tần số góc của dao động điều hòa bằng tốc độ góc của chuyển động tròn đều.
- B. Đúng, biên độ của dao động điều hòa bằng bán kính của chuyển động tròn đều
- C. Sai, lực kéo về trong dao động điều hòa có độ lớn  $|F| = k|x| = m\omega^2 x$  còn lực hướng tâm trong chuyển

động tròn đều có độ lớn  $F_{ht} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R = m\omega^2 A = F_{hp}^{max}$  tức là bằng độ lớn cực đại của lực hồi phục trong dao động điều hòa.

D. Đúng, vì tốc độ cực đại của dao động điều hòa là  $\omega A$  và tốc độ dài của chuyển động tròn đều là  $\omega R = \omega A$

Đáp án C.

Ví dụ 11: Khi nói về dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Dao động của con lắc lò xo luôn là dao động điều hòa.
- B. Cơ năng của vật dao động điều hòa không phụ thuộc vào biên độ dao động.
- C. Hợp lực tác dụng lên vật dao động điều hòa luôn hướng về vị trí cân bằng.
- D. Dao động của con lắc đơn luôn là dao động điều hòa.

Lời giải

Sai, vì dao động của con lắc lò xo chỉ là dao động điều hòa khi bỏ qua lực cản của môi trường và con lắc phải dao động trong giới hạn đàn hồi của lò xo.

B. Sai, vì cơ năng của vật dao động điều hòa tỉ lệ với bình phương biên độ dao động.

C. Đúng, vì hợp lực tác dụng lên vật dao động điều hòa chính là lực kéo về mà lực kéo về luôn hướng về vị trí cân bằng.

D. Sai. Vì dao động của con lắc đơn chỉ là dao động điều hòa khi bỏ qua lực cản của môi trường và biên độ góc dao động phải nhỏ.

Đáp án C.

Ví dụ 12: Khi nói về một vật dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây sai?

- A. Lực kéo về tác dụng lên vật biến thiên điều hòa theo thời gian.
- B. Động năng của vật biến thiên tuần hoàn theo thời gian.
- C. Vận tốc của vật biến thiên điều hòa theo thời gian.
- D. Cơ năng của vật biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

Lời giải

A. Đúng, lực kéo về  $F = -kx = -kA \cos(\omega t + \varphi)$  biến thiên điều hòa theo thời gian.

B. Đúng, động năng của vật biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

C. Đúng, vận tốc của vật biến thiên điều hòa theo thời gian.

D. Sai, vì cơ năng luôn không đổi và không biến thiên

Đáp án D.

Ví dụ 13: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Vectơ gia tốc của chất điểm có

- A. độ lớn cực đại ở vị trí biên, chiều luôn hướng ra biên.
- B. độ lớn cực tiểu khi qua vị trí cân bằng luôn cùng chiều với vectơ vận tốc.
- C. độ lớn không đổi, chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.
- D. độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ, chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.

Lời giải

A. Sai, vì vectơ gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại ở vị trí biên nhưng chiều luôn hướng vị trí cân bằng.

B. Sai, vì vectơ gia tốc của chất điểm có độ lớn cực tiểu khi qua vị trí cân bằng và chỉ cùng chiều với vectơ vận tốc khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng.

C. Sai, vì vectơ gia tốc của chất điểm dao động điều hòa nên biến đổi theo quy luật hình sin nên độ lớn thay đổi, chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.

D. Đúng, vì  $a = -\omega^2 x$  nên gia tốc có độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ và có chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.

Đáp án D.

**Ví dụ 14:** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa theo phương ngang. Khi vật nặng của con lắc đi qua vị trí cân bằng thì nó va chạm và dính vào một vật nhỏ đang đứng yên. Sau đó:

- A. Biên độ dao động của con lắc tăng.
- B. Năng lượng dao động của con lắc tăng.
- C. Chu kì dao động của con lắc giảm.
- D. Tần số dao động của con lắc giảm.

Lời giải

Do  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Khi khối lượng tăng thì tần số giảm.  
 Chọn D.

**Ví dụ 15:** Có 2 vật dao động điều hoà, biết gia tốc vật 1 cùng pha với li độ của vật 2. Khi vật 1 qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì vật 2

- A. Qua vị trí cân bằng theo chiều âm.
- B. Qua vị trí cân bằng theo chiều dương.
- C. Qua vị trí biên có li độ âm.
- D. Qua vị trí biên có li độ dương.

Lời giải

Gia tốc vật 1 ngược pha so với li độ vật 1. Mà gia tốc vật 1 lại cùng pha với li độ vật 2 nên li độ vật 1 ngược pha với li độ vật 2. Khi vật 1 qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì dựa vào đường tròn ta thấy vật 2 đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm.

Đáp án A.

**Ví dụ 16:** Trong dao động điều hoà, đại lượng không phụ thuộc vào điều kiện kích thích ban đầu là

- A. Biên độ.
- B. Pha ban đầu.
- C. Chu kì.
- D. Năng lượng.

Lời giải

Chu kì chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ, không phụ thuộc vào điều kiện kích thích.

Đáp án C.

**Trắc nghiệm tự luyện**

**Câu 1:** Tìm phát biểu đúng về dao động điều hòa?

- A. Trong quá trình dao động của vật gia tốc luôn cùng pha với li độ.
- B. Trong quá trình dao động của vật gia tốc luôn ngược pha với vận tốc.
- C. Trong quá trình dao động của vật gia tốc luôn cùng pha với vận tốc.
- D. không có phát biểu đúng.

**Câu 2:** Gia tốc của chất điểm dao động điều hòa bằng không khi

- A. li độ cực đại .
- B. li độ cực tiểu.
- C. vận tốc cực đại hoặc cực tiểu .
- D. vận tốc bằng 0.

**Câu 3:** Một vật dao động điều hòa, khi vật đi từ vị trí cân bằng ra điểm giới hạn thì

- A. Chuyển động của vật là chậm dần đều.
- B. thế năng của vật giảm dần.
- C. Vận tốc của vật giảm dần.
- D. lực hồi phục có độ lớn tăng dần.

**Câu 4:** Trong dao động điều hoà, vận tốc biến đổi điều hoà

- A. Cùng pha so với li độ.
- B. Ngược pha so với li độ.
- C. Sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với li độ.
- D. Trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với li độ.

**Câu 5:** Biết pha ban đầu của một vật dao động điều hòa, ta xác định được:

- A. Quỹ đạo dao động.
- B. Cách kích thích dao động.
- C. Chu kỳ và trạng thái dao động.
- D. Chiều chuyển động của vật lúc ban đầu.

**Câu 6:** Dao động điều hoà là

- A. Chuyển động có giới hạn được lặp đi lặp lại nhiều lần quanh một vị trí cân bằng.
- B. Dao động mà trạng thái chuyển động của vật được lặp lại như cũ sau những khoảng thời gian bằng nhau.
- C. Dao động điều hoà là dao động được mô tả bằng định luật hình sin hoặc cosin theo thời gian.
- D. Dao động tuân theo định luật hình tan hoặc cotan.

**Câu 7:** Trong dao động điều hoà, gia tốc biến đổi

- A. Trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với li độ.
- B. Cùng pha với so với li độ.
- C. Ngược pha với vận tốc.
- D. Sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với vận tốc.

**Câu 8:** Vận tốc của vật dao động điều hoà có độ lớn cực đại khi

- A. Vật ở vị trí có pha dao động cực đại.
- B. Vật ở vị trí có li độ cực đại.
- C. Gia tốc của vật đạt cực đại.
- D. Vật ở vị trí có li độ bằng không.

**Câu 9:** Một vật dao động điều hoà khi đi qua vị trí cân bằng:

- A. Vận tốc có độ lớn cực đại, gia tốc có độ lớn bằng 0.
- B. Vận tốc và gia tốc có độ lớn bằng 0.
- C. Vận tốc có độ lớn bằng 0, gia tốc có độ lớn cực đại .
- D. Vận tốc và gia tốc có độ lớn cực đại.

**Câu 10:** Một vật dao động trên trục Ox với phương trình động lực học có dạng  $8x + 5\ddot{x} = 0$ . Kết luận đúng là

- A. Dao động của vật là điều hòa với tần số góc  $\omega = 2,19 \text{ rad/s}$ .
- B. Dao động của vật là điều hòa với tần số góc  $\omega = 1,265 \text{ rad/s}$ .
- C. Dao động của vật là tuần hoàn với tần số góc  $\omega = 1,265 \text{ rad/s}$ .
- D. Dao động của vật là điều hòa với tần số góc  $\omega = 2\sqrt{2} \text{ rad/s}$ .

Câu 11: Trong các phương trình sau, phương trình nào không biểu thị cho dao động điều hòa?

- A.  $x = 3t \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ .
- B.  $x = 3 \sin 5\pi t + 3 \cos 5\pi t$ .
- C.  $x = 5 \cos \pi t$ .
- D.  $x = 2 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ .

Câu 12: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc dao động  $v$  vào li độ  $x$  có dạng nào

- A. Đường tròn.
- B. Đường thẳng.
- C. Elip.
- D. Parabol.

Câu 13: Một vật dao động điều hoà, li độ  $x$ , gia tốc  $a$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ  $x$  và gia tốc  $a$  có dạng nào?

- A. Đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ.
- B. Đường thẳng không qua gốc tọa độ.
- C. Đường tròn.
- D. Đường hypebol.

Câu 14: Lực kéo về tác dụng lên một chất điểm dao động điều hòa có độ lớn

- A. tỉ lệ với độ lớn của li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.
- B. tỉ lệ với bình phương biên độ.
- C. không đổi nhưng hướng thay đổi.
- D. và hướng không đổi.

## ĐÁP ÁN

- |     |     |     |     |      |      |      |
|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 1 D | 3 D | 5 D | 7 D | 9 A  | 11 A | 13 A |
| 2 C | 4 C | 6 C | 8 D | 10 B | 12 C | 14 A |

## II. BÀI TẬP VỀ CON LẮC Lò XO

### 1. Bài toán đại cương về dao động điều hòa và con lắc lò xo

Dưới đây là những bài toán hết sức cơ bản về con lắc lò xo và dao động điều hòa, mức độ nhận biết và là kiến thức nền tảng, vậy nên bạn đọc không được chủ quan mà phải nắm chắc kiến thức phần này.

#### 1.1. Phương pháp

Chúng ta cần nhớ lại các kiến thức ở phần lí thuyết đã học, các điểm cần lưu ý là:

- Giả sử con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Tần số góc của con lắc lò xo là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  (rad/s).

- Đối với trường hợp con lắc lò xo thẳng đứng, ta luôn có

$$mg = k\Delta l_0$$

Trong đó  $\Delta l_0$  là độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Từ đó ngoài cách tính tần số góc khi biết khối lượng  $m$  của vật và độ cứng  $k$  của lò xo thì ta còn có thể tính được tần số góc khi biết độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng bởi công thức

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ mg = k\Delta l_0 \end{cases} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$$

- Chu kì của con lắc lò xo tỉ lệ với căn bậc 2 của khối lượng  $m$  tỉ lệ nghịch với căn bậc 2 của  $k$ , chỉ phụ thuộc vào  $m$  và  $k$ .

#### 1.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Một vật nhỏ dao động theo phương trình  $x = 5 \cos(\omega t + 0,5\pi)$  (cm). Pha ban đầu của dao động là

- A.  $\pi$ .                      B.  $0,5\pi$ .                      C.  $0,25\pi$ .                      D.  $1,5\pi$ .

Lời giải

Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  thì  $\varphi$  là pha ban đầu của dao động.

Đáp án B.

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là  $m$  dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình  $x = A \cos \omega t$ . Mốc tính thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của con lắc là

- A.  $m\omega A^2$ .                      B.  $\frac{1}{2}m\omega A^2$ .                      C.  $m\omega^2 A^2$ .                      D.  $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ .

Lời giải

Cơ năng của con lắc là  $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ .

Đáp án D.

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$ . Con lắc dao động điều hòa với tần số góc là

- A.  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ .                      B.  $2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ .                      C.  $\sqrt{\frac{m}{k}}$ .                      D.  $\sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Lời giải

Con lắc dao động điều hòa với tần số góc là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Đáp án D.

Ví dụ 4: Hai dao động có phương trình lần lượt là:  $x_1 = 5 \cos(2\pi t + 0,75\pi)$  (cm) và  $x_2 = 10 \cos(2\pi t + 0,5\pi)$  (cm). Độ lệch pha của hai dao động này có độ lớn bằng  
 A. 0,25 $\pi$ .      B. 1,25 $\pi$ .      C. 0,50 $\pi$ .      D. 0,75 $\pi$ .

Lời giải

Độ lệch pha của hai dao động được xác định bằng hiệu số pha của hai dao động, có độ lớn là

$$|\Delta\varphi| = |(2\pi t + 0,75\pi) - (2\pi t + 0,5\pi)| = 0,25\pi.$$

Đáp án A.

Ví dụ 5: Một chất điểm dao động theo phương trình  $x = 6 \cos \omega t$  (cm). Dao động của chất điểm có biên độ là  
 A. 2 cm.      B. 6 cm.      C. 3 cm.      D. 12 cm.

Lời giải

Dao động  $x = 6 \cos \omega t$  của chất điểm có biên độ là 6 cm.

Đáp án B.

Ví dụ 6: Một vật nhỏ khối lượng 100 g dao động theo phương trình  $x = 8 \cos 10t$  ( $x$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng s). Động năng cực đại của vật bằng  
 A. 32 mJ.      B. 64 mJ.      C. 16 mJ.      D. 128 mJ.

Lời giải

Động năng cực đại của vật chính là cơ năng trong dao động, ta có

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{0,1 \cdot 10^2 \cdot 0,08^2}{2} = 32 \text{ mJ}.$$

Đáp án A.

Ví dụ 7: Một vật dao động với phương trình  $x = 5 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{6})$ . Tại thời điểm  $t = 1$  s hãy xác định li độ của dao động.  
 A. 2,5 cm.      B. 5 cm.  
 C.  $2,5\sqrt{3}$  cm.      D.  $2,5\sqrt{2}$  cm.

Lời giải

Tại thời điểm  $t = 1$  s ta có

$$x = 5 \cos\left(4\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{6}\right) = 2,5\sqrt{3}$$

Đáp án C.

Ví dụ 8: Khi gắn quả nặng  $m_1$  vào một lò xo, nó dao động với chu kì  $T_1 = 1,2$  s. Khi gắn quả nặng  $m_2$  vào lò xo, nó dao động với chu kì  $T_2 = 1,6$  s. Hỏi khi gắn đồng thời  $m_1$  và  $m_2$  vào lò xo đó, chúng dao động với chu kì bao nhiêu?  
 A. 2 s.      B. 3 s.      C. 8 s.      D. 5 s.

Lời giải

Chỉ cần nhận xét đơn giản là chu kì tỉ lệ thuận với  $\sqrt{m}$  nên khối lượng  $m$  tỉ lệ thuận với  $T^2$ . Từ đây, khi



gắn đồng thời  $m_1$  và  $m_2$  vào thì chu kì lúc này được xác định bởi

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2.$$

Nếu không quen với cách giải thích này ta có thể làm như sau:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \end{cases} \Rightarrow T^2 = (2\pi)^2 \left( \frac{m_1}{k} + \frac{m_2}{k} \right) = T_1^2 + T_2^2$$

Thay số ta được  $T = 2$  s.

**Đáp án A.**

**Nhân xét:** Nếu đề bài hỏi khi treo vật có khối lượng  $m_1 - m_2$  với  $m_1 > m_2$  thì lập luận tương tự ta có chu kì lúc đó được xác định bởi

$$T^2 = T_1^2 - T_2^2.$$

**Ví dụ 9:** Viên bi  $m_1$  gắn vào lò xo có độ cứng  $k$  thì hệ dao động với chu kỳ  $T_1 = 0,3$  s. Viên bi  $m_2$  gắn vào lò xo có độ cứng  $k$  thì hệ dao động với chu kỳ  $T_2 = 0,4$  s. Hỏi nếu vật có khối lượng  $m = 4m_1 + 3m_2$  vào lò xo có độ cứng  $k$  thì hệ có chu kỳ dao động là bao nhiêu?  
 A. 0,4 s.                      B. 0,916 s.                      C. 0,6 s.                      D. 0,7 s.

**Lời giải**

Vi khối lượng  $m$  tỉ lệ thuận với  $T^2$  nên ta có khi treo vật có khối lượng  $m = 4m_1 + 3m_2$  vào lò xo  $k$  thì hệ có chu kỳ dao động được xác định bởi

$$T^2 = 4T_1^2 + 3T_2^2.$$

Thay số vào ta tính được  $T = 0,916$  s.

**Đáp án B.**

**Ví dụ 10:** Một vật dao động điều hòa với tần số góc  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ , khi vật có li độ là 3 cm thì tốc độ là 40 cm/s. Hãy xác định biên độ của dao động?  
 A. 4 cm.                      B. 5 cm.                      C. 6 cm.                      D. 3 cm.

**Lời giải**

Đề cho li độ và vận tốc nên ta nhớ đến công thức độc lập thời gian giữa  $x$  và  $v$ . Ta có:

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{3^2 + \frac{40^2}{10^2}} = 5 \text{ cm.}$$

**Đáp án B.**

**Ví dụ 11:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 5$  cm, khi vật có li độ 2,5 cm thì tốc độ của vật là  $5\sqrt{3}$  cm/s. Hãy xác định vận tốc cực đại của dao động?  
 A. 10 m/s.                      B. 8 m/s.                      C. 10 cm/s.                      D. 8 cm/s.

**Lời giải**

Vi  $x$  và  $v$  vuông pha với nhau nên ta có công thức độc lập

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = 1$$

Từ đó suy ra  $v_{max} = 10 \text{ cm/s}$

Đáp án C.

Ví dụ 12: Một vật dao động điều hoà với gia tốc cực đại là  $200 \text{ cm/s}^2$  và tốc độ cực đại là  $20 \text{ cm/s}$ . Hỏi khi vật có gia tốc là  $100 \text{ cm/s}^2$  thì tốc độ dao động của vật lúc đó là:

- A.  $10 \text{ cm/s}$ .  
 B.  $10\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .  
 C.  $5\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .  
 D.  $10\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .

**Lời giải**

Để bài cho gia tốc hỏi vận tốc nên ta nhớ ngay đến công thức độc lập thời gian giữa  $a$  và  $v$  là

$$\left(\frac{a}{a_{max}}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 = 1.$$

Thay số vào ta tính được  $|v| = 10\sqrt{3}$ .

Đáp án D.

Ví dụ 13: Có ba lò xo giống nhau được đặt trên mặt phẳng ngang, lò xo thứ nhất gắn vật nặng  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ ; vật nặng  $m_2 = 300 \text{ g}$  được gắn vào lò xo thứ 2; vật nặng  $m_3 = 0,4 \text{ kg}$  gắn vào lò xo 3. Cả ba vật đều có thể dao động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Ban đầu kéo cả 3 vật ra một đoạn bằng nhau rồi buông tay không vận tốc đầu cùng một lúc. Hỏi vật nặng nào về vị trí cân bằng đầu tiên?

- A. vật 1.  
 B. vật 2.  
 C. vật 3.  
 D. 3 vật về cùng một lúc.

**Lời giải**

Vì ban đầu kéo cả 3 vật ra một đoạn bằng nhau nên muốn biết vật nào về vị trí cân bằng đầu tiên thì ta phải so sánh chu kì của 3 vật. Vật nào có chu kì càng nhỏ thì dao động càng nhanh và ngược lại.

Khi độ cứng của lò xo giống nhau thì chu kì tỉ lệ thuận với căn bậc hai của khối lượng, mà  $m_1 < m_2 < m_3$  nên  $T_1 < T_2 < T_3$ , do đó vật 1 sẽ về vị trí cân bằng trước vật 2 và vật 3.

Đáp án A.

Ví dụ 14: Ba con lắc lò xo, có độ cứng lần lượt là  $k; 2k; 3k$ . Được đặt trên mặt phẳng ngang và song song với nhau. Con lắc 1 gắn vào điểm A; con lắc 2 gắn vào điểm B; con lắc 3 gắn vào điểm C. Biết  $AB = BC$ , lò xo 1 gắn vật  $m_1 = m$ ; lò xo 2 gắn vật  $m_2 = 2m$ , lò xo 3 gắn vật  $m_3$ . Ban đầu kéo lò xo 1 một đoạn là  $a$ ; lò xo 2 một đoạn là  $2a$ ; lò xo 3 một đoạn là  $A_3$ , rồi buông tay cùng một lúc. Hỏi ban đầu phải kéo vật 3 ra một đoạn là bao nhiêu; và khối lượng  $m_3$  là bao nhiêu để trong quá trình dao động thì 3 vật luôn thẳng hàng.

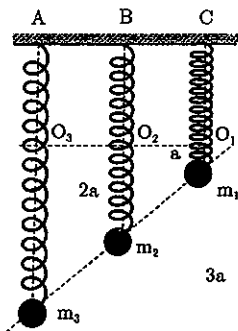
- A.  $3m; 3a$ .  
 B.  $3m; 6a$ .  
 C.  $6m; 6a$ .  
 D.  $9m; 9a$ .

**Lời giải**

Trước hết, để trong quá trình dao động 3 vật luôn thẳng hàng thì tần số góc của 3 vật phải bằng nhau. Ta có

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \sqrt{\frac{3k}{m_3}} \Rightarrow m_3 = 3m$$

Tiếp theo, vì  $AB = BC$  và trong quá trình dao động, 3 vật luôn thẳng hàng nên ta có  $O_2m_2$  chính là đường trung bình của hình thang  $O_1O_3m_3m_1$ .



Từ đó ta có

$$2a = \frac{a + A_3}{2} \Rightarrow A_3 = 3a$$

Đáp án A.

**Ví dụ 15:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ khối lượng  $m$ . Con lắc dao động điều hòa theo phương ngang với chu kì  $T$ . Biết ở thời điểm  $t$  vật có li độ 5 cm, ở thời điểm  $t + \frac{T}{4}$  vật có tốc độ 50 cm/s. Giá trị của  $m$  bằng

A. 0,5 kg.                      B. 1,2 kg.                      C. 0,8 kg.                      D. 1,0 kg.

Lời giải

Đề bài cho liên quan đến li độ và tốc độ, ta nhớ ngay đến biểu thức độc lập thời gian giữa  $v$  và  $x$ . Ta có  $v_2$  vậy ta sẽ tìm  $x_2$  rồi dùng  $x_2 + \left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = A^2$ .

Tuy nhiên nhìn biểu thức này ta vẫn thiếu biên độ  $A$  để có thể suy ra được  $\omega$  rồi suy ra khối lượng. Phải chăng ta tìm được  $A^2 - x_2^2$  thì giải quyết xong?

Vì  $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$  nên nếu ta giả sử  $x_1 = A \cos(\omega t_1)$  thì

$$x_2 = A \cos\left(\omega\left(t_1 + \frac{T}{4}\right)\right) = A \cos\left(\omega t_1 + \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right) = A \cos\left(\omega t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = -A \sin(\omega t_1)$$

Từ đó ta có

$$\sin^2(\omega t_1) + \cos^2(\omega t_1) = \frac{x_1^2}{A^2} + \frac{x_2^2}{A^2} = 1 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = A^2 \Leftrightarrow x_1^2 = A^2 - x_2^2$$

Hoặc ta có thể nhận xét nhanh là vì  $x_1$  và  $x_2$  lệch nhau về góc là  $\frac{\pi}{2}$  nên ta có luôn  $\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{x_2^2}{A^2} = 1$ . Vậy là ta đã tính xong  $A^2 - x_2^2$ , thay vào biểu thức độc lập thời gian ta có ngay

$$\left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = A^2 - x_2^2 = x_1^2 \Rightarrow v_2 = \omega x_1 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} x_1$$

Thay số ta có  $m = 1$  kg.

Đáp án D.

1.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Gọi  $k$  là độ cứng của lò xo,  $m$  là khối lượng của vật nặng. Bỏ qua ma sát khối lượng của lò xo và kích thước vật nặng. Công thức tính chu kỳ của dao động?

- A.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$       B.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$       C.  $T = 2\pi\sqrt{km}$       D.  $T = 2\pi\frac{m}{k}$

Câu 2: Hãy tìm nhận xét đúng về con lắc lò xo.

- A. Con lắc lò xo có chu kỳ tăng lên khi biên độ dao động tăng lên.  
 B. Con lắc lò xo có chu kỳ không phụ thuộc vào gia tốc trọng trường.  
 C. Con lắc lò xo có chu kỳ giảm xuống khi khối lượng vật nặng tăng lên.  
 D. Con lắc lò xo có chu kỳ phụ thuộc vào việc kéo vật nhẹ hay mạnh trước khi buông tay cho vật dao động.

Câu 3: Gọi  $k$  là độ cứng của lò xo,  $m$  là khối lượng của vật nặng. Bỏ qua ma sát khối lượng của lò xo và kích thước vật nặng. Nếu độ cứng của lò xo tăng gấp đôi, khối lượng vật dao động không thay đổi thì chu kỳ dao động thay đổi như thế nào?

- A. Tăng 2 lần.      B. Tăng  $\sqrt{2}$  lần.      C. Giảm 2 lần.      D. Giảm  $\sqrt{2}$  lần.

Câu 4: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động với biên độ 10 cm, chu kỳ 1s. Khối lượng của quả nặng 400g, lấy  $\pi^2 = 10$ , cho  $g = 10\text{m/s}^2$ . độ cứng của lò xo là bao nhiêu?

- A. 16N/m.      B. 20N/m.      C. 32N/m.      D. 40N/m.

Câu 5: Một con lắc lò xo dao động với chu kỳ  $T = 0,4$  s. Nếu tăng biên độ dao động của con lắc lên 4 lần thì chu kỳ dao động của vật có thay đổi như thế nào?

- A. Tăng lên 2 lần.      B. Giảm 2 lần.      C. Không đổi.      D. đáp án khác.

Câu 6: Con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $T = 0,4\text{s}$ , độ cứng của lò xo là 100 N/m, tìm khối lượng của vật?

- A. 0,2kg.      B. 0,4kg.      C. 0,4g.      D. đáp án khác.

Câu 7: Một con lắc lò xo dao động với chu kỳ  $T = 0,4\text{s}$ . Nếu tăng khối lượng của vật lên 4 lần thì  $T$  thay đổi như thế nào?

- A. Tăng lên 2 lần.      B. Giảm 2 lần.      C. Không đổi.      D. đáp án khác.

Câu 8: Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ có khối lượng  $m$  và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k$ , dao động điều hòa theo phương thẳng đứng tại nơi có gia tốc rơi tự do là  $g$ . Khi viên bi ở vị trí cân bằng, lò xo dãn một đoạn  $\Delta\ell$ . Công thức tính chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là?

- A.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta\ell}{g}}$       B.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$       C.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\ell}}$       D.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$

Câu 9: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$ , dao động điều hòa. Nếu tăng độ cứng  $k$  lên 2 lần và giảm khối lượng  $m$  đi 8 lần thì tần số dao động của vật sẽ?

- A. Tăng 2 lần.      B. Tăng 4 lần.      C. Tăng  $\sqrt{2}$  lần.      D. Giảm 2 lần.

Câu 10: Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$  không đổi, dao động điều hòa. Nếu khối lượng  $m = 400\text{g}$  thì chu kỳ dao động của con lắc là 2s. Để chu kỳ con lắc là 1s thì khối lượng  $m$  bằng

- A. 200g.      B. 0,1kg.      C. 0,3kg.      D. 400g.

Câu 11: Một vật treo vào lò xo có khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên  $\ell_0$ , độ cứng  $k$ , treo thẳng đứng vào vật  $m_1 = 100\text{g}$  vào lò xo thì chiều dài của nó là 31 cm. Treo thêm vật  $m_2 = 100$  g vào lò xo thì chiều dài của lò xo là 32 cm. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , độ cứng của lò xo là:

- A. 10 N/m.      B. 0,10 N/m.      C. 1000 N/m.      D. 100 N/m.

Câu 12: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, tại nơi có gia tốc rơi tự do bằng  $g$ . Ở vị trí cân bằng lò xo giãn ra một đoạn  $\Delta\ell$ . Tần số dao động của con lắc được xác định theo công thức:

- A.  $2\pi\sqrt{\frac{\Delta\ell}{g}}$  .      B.  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta\ell}{g}}$  .      C.  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$  .      D.  $2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$  .

Câu 13: Một vật treo vào lò xo làm nó giãn ra 4cm. Lấy  $\pi^2 = 10$  , cho  $g = 10m/s^2$ . Tần số dao động của vật là

- A. 2,5 Hz.      B. 5,0 Hz.      C. 4,5 Hz.      D. 2,0 Hz.

Câu 14: Viên bi  $m_1$  gắn vào lò xo  $k$  thì hệ dao động với chu kỳ  $T_1 = 0,3$  s. viên bi  $m_2$  gắn vào lò xo  $K$  thì hệ dao động với chu kỳ  $T_2 = 0,4$  s. Hỏi nếu vật có khối lượng  $m = 4m_1 + 3m_2$  vào lò xo  $k$  thì hệ có chu kỳ dao động là bao nhiêu?

- A. 0,4 s.      B. 0,916 s.      C. 0,6 s.      D. 0,7 s.

Câu 15: Có ba lò xo giống nhau được đặt trên mặt phẳng ngang, lò xo thứ nhất gắn vật nặng  $m_1 = 0,1$  kg; vật nặng  $m_2 = 300$  g được gắn vào lò xo thứ 2; vật nặng  $m_3 = 0,4$  kg gắn vào lò xo 3. Cả ba vật đều có thể dao động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Ban đầu kéo cả 3 vật ra một đoạn bằng nhau rồi buông tay không vận tốc đầu cùng một lúc. Hỏi vật nặng nào về vị trí cân bằng đầu tiên?

- A. vật 1.      B. vật 2.  
C. vật 3.      D. 3 vật về cùng một lúc.

Câu 16: Ba con lắc lò xo, có độ cứng lần lượt là  $k; 2k; 3k$ . Được đặt trên mặt phẳng ngang và song song với nhau. Con lắc 1 gắn vào điểm A; con lắc 2 gắn vào điểm B; con lắc 3 gắn vào điểm C. Biết  $AB = BC$ , lò xo 1 gắn vật  $m_1 = m$ ; lò xo 2 gắn vật  $m_2 = 2m$ , lò xo 3 gắn vật  $m_3$ . Ban đầu kéo lò xo 1 một đoạn là  $a$ ; lò xo 2 một đoạn là  $2a$ ; lò xo 3 một đoạn là  $A_3$ , rồi buông tay cùng một lúc. Hỏi ban đầu phải kéo vật 3 ra một đoạn là bao nhiêu; và khối lượng  $m_3$  là bao nhiêu để trong quá trình dao động thì 3 vật luôn thẳng hàng.

- A.  $3m; 3a$ .      B.  $3m; 6a$ .      C.  $6m; 6a$ .      D.  $9m; 9a$ .

Câu 17: Gọi  $k$  là độ cứng của lò xo,  $m$  là khối lượng của vật nặng. Bỏ qua ma sát khối lượng của lò xo và kích thước vật nặng. Nếu độ cứng của lò xo tăng gấp đôi, khối lượng vật dao động tăng gấp ba thì chu kỳ dao động tăng gấp:

- A. 6 lần .      B.  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  lần .      C.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  lần .      D.  $\frac{3}{2}$  lần .

Câu 18: Khi gắn quả nặng  $m_1$  vào lò xo, nó dao động điều hòa với chu kỳ  $T_1 = 1,2s$  . Khi gắn quả nặng  $m_2$  vào lò xo trên nó dao động với chu kỳ 1,6s. Khi gắn đồng thời hai vật  $m_1$  và  $m_2$  thì chu kỳ dao động của chúng là

- A. 1,4 s.      B. 2,0 s.      C. 2,8 s.      D. 4,0 s.

Câu 19: Trong dao động điều hoà của con lắc lò xo. Nếu muốn số dao động trong 1 giây tăng lên 2 lần thì độ cứng của lò xo phải:

- A. Tăng 2 lần.      B. Giảm 4 lần.      C. Giảm 2 lần.      D. Tăng 4 lần.

Câu 20: Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$  không đổi, dao động điều hòa. Nếu khối lượng  $m = 200g$  thì chu kỳ dao động của con lắc là 2s. để chu kỳ con lắc là 1s thì khối lượng  $m$  bằng

- A. 200g .      B. 100g .      C. 50g .      D. tăng 2 lần .

Câu 21: Khi gắn một vật có khối lượng  $m = 4kg$  vào một lò xo có khối lượng không đáng kể, nó dao động với chu kỳ  $T_1 = 1s$ , khi gắn một vật khác khối lượng  $m_2$  vào lò xo trên nó dao động với chu kỳ  $T_2 = 0,5s$ . Khối lượng  $m_2$  bằng

- A. 0,5kg .      B. 2kg .      C. 1kg .      D. 3kg .

Câu 22: Viên bi  $m_1$  gắn vào lò xo K thì hệ dao động với chu kỳ  $T_1 = 0,6s$ . Viên bi  $m_2$  gắn vào lò xo K thì hệ dao động với chu kỳ  $T_2 = 0,8s$ . Hỏi nếu gắn cả 2 viên bi  $m_1$  và  $m_2$  với nhau và gắn vào lò xo K thì hệ có chu kỳ dao động là

- A.  $0,6s$  .                      B.  $0,8s$  .                      C.  $1s$  .                      D.  $0,7s$  .

Câu 23: Lần lượt treo vật  $m_1$  , vật  $m_2$  vào một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 40N/m$  và kích thích chúng dao động trong cùng một khoảng thời gian nhất định,  $m_1$  thực hiện 20 dao động và  $m_2$  thực hiện được 10 dao động. Nếu cùng treo cả hai vật đó vào lò xo thì chu kỳ dao động của hệ bằng  $\frac{\pi}{2}$  . Khối lượng  $m_1$ ,  $m_2$  là?

- A.  $0,5kg; 2kg$  .                      B.  $2kg; 0,5kg$  .                      C.  $50g; 200g$  .                      D.  $200g; 50g$  .

Câu 24: Con lắc lò xo gồm một vật nặng khối lượng  $m = 1kg$ , một lò xo có khối lượng không đáng kể và độ cứng  $k = 100N/m$  thực hiện dao động điều hòa. Tại thời điểm  $t = 2s$ , li độ và vận tốc của vật lần lượt bằng  $x = 6cm$  và  $v = 80 cm/s$ . Biên độ dao động của vật là?

- A.  $6 cm$ .                      B.  $7 cm$ .                      C.  $8 cm$ .                      D.  $10 cm$ .

Câu 25: Nếu gắn vật  $m_1 = 0,3 kg$  vào lò xo  $k$  thì trong khoảng thời gian  $t$  vật thực hiện được 6 dao động, gắn thêm gia trọng  $\Delta m$  vào lò xo  $k$  thì cũng khoảng thời gian  $t$  vật thực hiện được 3 dao động, tìm  $\Delta m$ ?

- A.  $0,3 kg$ .                      B.  $0,6 kg$ .                      C.  $0,9 kg$ .                      D.  $1,2 kg$ .

Câu 26: Gắn vật  $m = 400g$  vào lò xo K thì trong khoảng thời gian  $t$  lò xo thực hiện được 4 dao động, nếu bỏ bớt khối lượng của m đi khoảng  $\Delta m$  thì cũng trong khoảng thời gian trên lò xo thực hiện 8 dao động, tìm khối lượng đã được bỏ đi?

- A.  $100g$  .                      B.  $200g$  .                      C.  $300g$  .                      D.  $400g$  .

Câu 27: Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng  $30N/m$  và viên bi có khối lượng  $0,3kg$  dao động điều hòa. Tại thời điểm  $t$ , vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là  $20 cm/s$  và  $200 cm/s^2$ . Biên độ dao động của viên bi?

- A.  $2 cm$ .                      B.  $4 cm$ .                      C.  $2\sqrt{2} cm$ .                      D.  $3 cm$ .

Câu 28: Con lắc lò xo gồm một vật nặng khối lượng  $m = 1kg$ . một lò xo có khối lượng không đáng kể và độ cứng  $k = 100N/m$  thực hiện dao động điều hòa. Tại thời điểm  $t = 1s$ , li độ và vận tốc của vật lần lượt là bằng  $x = 3cm$  và  $v = 0,4m/s$ . Biên độ dao động của vật là

- A.  $3 cm$ .                      B.  $4 cm$ .                      C.  $5 cm$ .                      D.  $6 cm$ .

Câu 29: Một phút vật nặng gắn vào đầu một lò xo thực hiện đúng 120 chu kỳ dao động. Với biên độ  $8cm$ , giá trị lớn nhất của gia tốc là?

- A.  $1263m/s^2$ .                      B.  $12,63m/s^2$  .                      C.  $1,28m/s^2$  .                      D.  $0,128m/s^2$  .

Câu 30: Con lắc lò xo có độ cứng  $K = 100N/m$  được gắn vật có khối lượng  $m = 0,1 kg$ , kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $5 cm$  rồi buông tay cho vật dao động. Tính  $V_{max}$  vật có thể đạt được.

- A.  $50\pi m/s$  .                      B.  $500\pi cm/s$  .                      C.  $25\pi cm/s$  .                      D.  $0,5\pi m/s$  .

Câu 31: Một vật khối lượng  $m = 0,5kg$  được gắn vào một lò xo có độ cứng  $k = 200 N/m$  và dao động điều hòa với biên độ  $A = 0,1m$ . Vận tốc của vật khi xuất hiện ở li độ  $0,05m$  là?

- A.  $17,32cm/s$  .                      B.  $17,33m/s$  .                      C.  $173,2cm/s$  .                      D.  $5 m/s$  .

Câu 32: Con lắc lò xo có độ cứng  $K = 50 N/m$  gắn thêm vật có khối lượng  $m = 0,5 kg$  rồi kích thích cho vật dao động, Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ cực đại đến vị trí cân bằng

- A.  $\frac{\pi}{5} s$  .                      B.  $\frac{\pi}{4} s$  .                      C.  $\frac{\pi}{20} s$  .                      D.  $\frac{\pi}{15} s$  .

Câu 33: Con lắc lò xo gồm hòn bi có  $m = 400 g$  và lò xo có  $k = 80 N/m$  dao động điều hòa trên một đoạn thẳng dài  $10 cm$ . Tốc độ của hòn bi khi qua vị trí cân bằng là

- A.  $1,41 m/s$  .                      B.  $2,00 m/s$  .                      C.  $0,25 m/s$  .                      D.  $0,71 m/s$  .

Câu 34: Một con lắc lò xo, gồm lò xo nhẹ có độ cứng 50 N/m, vật có khối lượng 2 kg, dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Tại thời điểm vật có gia tốc  $75 \text{ cm/s}^2$  thì nó có vận tốc  $15\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Biên độ dao động là

- A. 5 cm .                      B. 6 cm .                      C. 9 cm .                      D. 10 cm .

Câu 35: Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng 20 N/m và viên bi có khối lượng 0,2 kg dao động điều hoà. Tại thời điểm t, vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là  $20 \text{ cm/s}$  và  $2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$ . Biên độ dao động của viên bi là

- A. 4 cm .                      B. 2 cm .                      C.  $4\sqrt{3} \text{ cm}$  .                      D.  $10\sqrt{3} \text{ cm}$  .

Câu 36: Con lắc lò xo gồm một vật nặng khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$ , một lò xo có khối lượng không đáng kể và độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  thực hiện dao động điều hoà. Tại thời điểm  $t = 2 \text{ s}$ , li độ và vận tốc của vật lần lượt bằng  $x = 6 \text{ cm}$  và  $v = 80 \text{ cm/s}$ . Biên độ dao động của vật là?

- A. 4 cm .                      B. 6 cm .                      C. 5 cm .                      D. 10m .

Câu 37: Cho các dao động điều hoà sau  $x = 10 \cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$ . Tại thời điểm  $t = 1 \text{ s}$  thì li độ của vật là bao nhiêu?

- A.  $5\sqrt{2} \text{ cm}$  .                      B.  $-5\sqrt{2} \text{ cm}$  .                      C. 5 cm .                      D. 10 cm .

Câu 38: Cho dao động điều hoà sau  $x = 3 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$ . Hãy xác định vận tốc cực đại của dao động?

- A.  $12 \text{ cm/s}$  .                      B.  $12\pi \text{ cm/s}$  .  
C.  $12\pi + 3 \text{ cm/s}$  .                      D. Đáp án khác.

Câu 39: Cho dao động điều hoà sau  $x = \cos(8\pi t + \pi) \text{ cm}$ . Xác định tốc độ của vật khi vật qua vị trí cân bằng.

- A.  $8\pi \text{ cm/s}$  .                      B.  $16\pi \text{ cm/s}$  .                      C.  $4\pi \text{ cm/s}$  .                      D.  $20 \text{ cm/s}$ .

Câu 40: Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình  $x = 3 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$ , pha dao động của chất điểm tại thời điểm  $t = 1 \text{ s}$  là

- A. 0 cm .                      B.  $1,5 \text{ s}$  .                      C.  $1,5\pi \text{ (rad)}$  .                      D.  $0,5 \text{ (Hz)}$  .

Câu 41: Một vật dao động nằm ngang trên quỹ đạo dài 10 cm, tìm biên độ dao động.

- A. 10 cm .                      B. 5 cm .                      C. 8 cm .                      D. 4 cm .

Câu 42: Một vật dao động theo phương trình  $x = 0,04 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (m)}$ . Tính tốc độ cực đại và gia tốc cực đại của vật.

- A.  $4\pi \text{ m/s}$ ;  $40 \text{ m/s}^2$  .                      B.  $0,4\pi \text{ m/s}$ ;  $40 \text{ m/s}^2$  .  
C.  $40\pi \text{ m/s}$ ;  $4 \text{ m/s}^2$  .                      D.  $0,4\pi \text{ m/s}$ ;  $4\text{m/s}^2$  .

Câu 43: Một vật dao động điều hoà có phương trình dao động  $x = 5 \cos(2\pi t) \text{ cm}$ . Xác định gia tốc của vật khi  $x = 3 \text{ cm}$ . Biết  $\pi^2 = 10$ .

- A.  $-12 \text{ m/s}^2$  .                      B.  $-120 \text{ cm/s}^2$  .  
C.  $1,2 \text{ m/s}^2$  .                      D.  $-60 \text{ m/s}^2$  .

Câu 44: Vật dao động điều hoà trên trục Ox quanh vị trí cân bằng là gốc tọa độ. Gia tốc của vật có phương trình:  $a = -400\pi^2 x$ . Số dao động toàn phần vật thực hiện được trong mỗi giây là

- A. 20 .                      B. 10 .                      C. 40 .                      D. 5 .

Câu 45: Một vật dao động điều hoà với biên độ bằng 0,05m, tần số 2,5 Hz. Gia tốc cực đại của vật bằng

- A.  $12,3 \text{ m/s}^2$  .                      B.  $6,1 \text{ m/s}^2$  .                      C.  $3,1 \text{ m/s}^2$  .                      D.  $1,2 \text{ m/s}^2$  .

Câu 46: Vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 20 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$ . Gia tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{1}{2} \text{ s}$  là

- A.  $-4 \text{ m/s}^2$ .      B.  $2 \text{ m/s}^2$ .      C.  $9,8 \text{ m/s}^2$ .      D.  $10 \text{ m/s}^2$ .

Câu 47: Một vật dao động điều hoà, khi vật có li độ  $x_1 = 4 \text{ cm}$  thì vận tốc  $v_1 = 40\sqrt{3}\pi \text{ cm/s}$ ; khi vật có li độ  $x_2 = 4\sqrt{2} \text{ cm}$  thì vận tốc  $v_2 = 40\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$ . Chu kỳ dao động của vật là?

- A. 0,1s.      B. 0,8s.      C. 0,2s.      D. 0,4s.

Câu 48: Một vật dao động điều hoà, khi vật có li độ  $x_1 = 4\text{cm}$  thì vận tốc  $v_1 = 40\sqrt{3}\pi \text{ (cm/s)}$ ; khi vật có li độ  $x_2 = 4\sqrt{3} \text{ cm}$  thì vận tốc  $v_2 = 40\pi \text{ (cm/s)}$ . Độ lớn tốc độ góc?

- A.  $5\pi \text{ rad/s}$ .      B.  $20\pi \text{ rad/s}$ .      C.  $10\pi \text{ rad/s}$ .      D.  $4\pi \text{ rad/s}$ .

Câu 49: Một vật dao động điều hoà, tại thời điểm  $t_1$  thì vật có li độ  $x_1 = 2,5\text{cm}$ , tốc độ  $v_1 = 50\sqrt{3}\text{cm/s}$ . Tại thời điểm  $t_2$  thì vật có độ lớn li độ là  $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$  thì tốc độ là  $v_2 = 50\text{cm/s}$ . Hãy xác định độ lớn biên độ A

- A. 10 cm.      B. 5 cm.      C. 4 cm.      D.  $5\sqrt{2} \text{ cm}$ .

Câu 50: Một vật dao động điều hoà có phương trình của li độ  $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ . Biểu thức gia tốc của vật là

- A.  $a = -\omega^2 x$ .      B.  $a = -\omega^2 v$ .      C.  $a = -\omega^2 x \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ .      D.  $a = -\omega^2 A$ .

Câu 51: Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T = 3,14\text{s}$ . Xác định pha dao động của vật khi nó qua vị trí  $x = 2\text{cm}$  với vận tốc  $v = 0,04\text{m/s}$ .

- A.  $\frac{\pi}{2}$ .      B.  $\frac{\pi}{4}$ .  
C.  $\frac{\pi}{6}$ .      D.  $-\frac{\pi}{4}$ .

Câu 52: Một chất điểm dao động điều hòa. Khi đi qua vị trí cân bằng, tốc độ của chất điểm là  $40\text{cm/s}$ , tại vị trí biên gia tốc có độ lớn  $200\text{cm/s}^2$ . Biên độ dao động của chất điểm là

- A. 0,1 m.      B. 8 cm.      C. 5 cm.      D. 0,8 m.

Câu 53: Một vật dao động điều hoà, khi vật có li độ  $4\text{cm}$  thì tốc độ là  $30\pi \text{ (cm/s)}$ , còn khi vật có li độ  $3\text{cm}$  thì vận tốc là  $40\pi \text{ (cm/s)}$ . Biên độ và tần số của dao động là:

- A.  $A = 5\text{cm}$ ,  $f = 5\text{Hz}$ .      B.  $A = 12\text{cm}$ ,  $f = 12\text{Hz}$ .  
C.  $A = 12\text{cm}$ ,  $f = 10\text{Hz}$ .      D.  $A = 10\text{cm}$ ,  $f = 10\text{Hz}$ .

Câu 54: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $x$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng s. Chu kỳ dao động của vật là

- A.  $\frac{1}{8} \text{ s}$ .      B. 4s.  
C.  $\frac{1}{4} \text{ s}$ .      D.  $\frac{1}{2} \text{ s}$ .

Câu 55: Một vật dao động điều hoà trên đoạn thẳng dài  $10\text{cm}$ . Khi pha dao động bằng  $\frac{\pi}{3}$  thì vật có vận tốc  $v = -5\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Khi qua vị trí cân bằng vật có vận tốc là:

- A.  $5\pi \text{ cm/s}$ .      B.  $10\pi \text{ cm/s}$ .      C.  $20\pi \text{ cm/s}$ .      D.  $15\pi \text{ cm/s}$ .

Câu 56: Li độ, vận tốc, gia tốc của dao động điều hòa phụ thuộc thời gian theo quy luật của một hàm sin có

- A. cùng pha.      B. cùng biên độ.      C. cùng pha ban đầu.      D. cùng tần số.

Câu 57: Một vật thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$ . Biên độ, tần số và li độ tại thời điểm  $t = 0,25\text{s}$  của dao động.

- A.  $A = 5 \text{ cm}$ ,  $f = 1\text{Hz}$ ,  $x = 4,33\text{cm}$ .      B.  $A = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ ,  $f = 2\text{Hz}$ ,  $x = 2,33 \text{ cm}$ .  
C.  $A = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ ,  $f = 1 \text{ Hz}$ ,  $x = 6,35 \text{ cm}$ .      D.  $A = 5\text{cm}$ ,  $f = 2 \text{ Hz}$ ,  $x = -4,33 \text{ cm}$ .

Câu 58: Một vật dao động điều hòa với biên độ  $8 \text{ cm}$ , tìm pha dao động ứng với  $x = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ .

- A.  $\pm \frac{\pi}{6}$ .      B.  $\frac{\pi}{2}$ .



C.  $\frac{\pi}{4}$ .

D.  $\frac{\pi}{3}$ .

Câu 59: Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 8$  cm, tìm pha dao động ứng với li độ  $x = 4$  cm

A.  $\frac{2\pi}{3}$ .

B.  $\pm \frac{\pi}{3}$ .

C.  $\frac{\pi}{6}$ .

D.  $\frac{5\pi}{6}$ .

Câu 60: Một vật dao động điều hòa có chu kỳ  $T = 3,14$ s và biên độ là 1m. tại thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng, tốc độ của vật lúc đó là bao nhiêu?

A. 5 m/s.

B. 1m/s.

C. 2m/s.

D. 3m/s.

Câu 61: Một vật dao động điều hoà với biên độ dao động là A. Tại thời điểm vật có vận tốc bằng  $\frac{1}{2}$  vận tốc cực đại thì vật có li độ là

A.  $\pm A \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ .

C.  $\frac{A}{\sqrt{3}}$ .

D.  $A\sqrt{2}$ .

Câu 62: Một vật dao động điều hoà với gia tốc cực đại là  $a_{max}$ ; hỏi khi có li độ là  $x = -\frac{A}{2}$  thì gia tốc dao động của vật là?

A.  $a = a_{max}$ .

B.  $a = -\frac{a_{max}}{2}$ .

C.  $a = \frac{a_{max}}{2}$ .

D.  $a = 0$ .

Câu 63: Một vật dao động điều hoà với gia tốc cực đại là 200  $\text{cm/s}^2$  và tốc độ cực đại là 20  $\text{cm/s}$ . Hỏi khi vật có tốc độ là  $v = 10$   $\text{cm/s}$  thì độ lớn gia tốc của vật là?

A. 100  $\text{cm/s}^2$ .

B.  $100\sqrt{2}$   $\text{cm/s}^2$ .

C.  $50\sqrt{3}$   $\text{cm/s}^2$ .

D.  $100\sqrt{3}$   $\text{cm/s}^2$ .

Câu 64: Một vật dao động điều hoà với gia tốc cực đại là 200  $\text{cm/s}^2$  và tốc độ cực đại là 20  $\text{cm/s}$ . Hỏi khi vật có tốc độ là  $v = 10\sqrt{3}$   $\text{cm/s}$  thì độ lớn gia tốc của vật là?

A. 100  $\text{cm/s}^2$ .

B.  $100\sqrt{2}$   $\text{cm/s}^2$ .

C.  $50\sqrt{3}$   $\text{cm/s}^2$ .

D.  $100\sqrt{3}$   $\text{cm/s}^2$ .

Câu 65: Một vật dao động điều hoà với gia tốc cực đại là 200  $\text{cm/s}^2$  và tốc độ cực đại là 20  $\text{cm/s}$ . Hỏi khi vật có gia tốc là 100  $\text{cm/s}^2$  thì tốc độ dao động của vật lúc đó là:

A. 10  $\text{cm/s}$ .

B.  $10\sqrt{2}$   $\text{cm/s}$ .

C.  $5\sqrt{3}$   $\text{cm/s}$ .

D.  $10\sqrt{3}$   $\text{cm/s}$ .

Câu 66: Một chất điểm dao động điều hòa có phương trình vận tốc là  $v = 4\pi \cos 2\pi t$  ( $\text{cm/s}$ ). Góc tọa độ ở vị trí cân bằng. Mốc thời gian được chọn vào lúc chất điểm có li độ và vận tốc là:

A.  $x = 2$  cm,  $v = 0$ .

B.  $x = 0$ ,  $v = 4\pi$   $\text{cm/s}$ .

C.  $x = -2$  cm,  $v = 0$ .

D.  $x = 0$ ,  $v = -4\pi$   $\text{cm/s}$ .

Câu 67: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = 8\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (x tính bằng cm, t tính bằng s) thì

A. lúc  $t = 0$  chất điểm chuyển động theo chiều (-) của trục Ox.

B. chất điểm chuyển động trên đoạn thẳng dài 8 cm.

C. chu kì dao động là 4s.

D. vận tốc của chất điểm tại vị trí cân bằng là 8  $\text{cm/s}$ .

Câu 68: Một vật dao động điều hòa có độ lớn vận tốc cực đại là 31,4  $\text{cm/s}$ . Lấy  $\pi = 3,14$ . Tốc độ trung bình của vật trong một chu kì dao động là

A. 20  $\text{cm/s}$ .

B. 10  $\text{cm/s}$ .

C. 0.

D. 15  $\text{cm/s}$ .

Câu 69: Một vật dao động điều hòa có phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Gọi  $v$  và  $a$  lần lượt là vận tốc và gia tốc của vật. Hệ thức đúng là:

A.  $\frac{v^2}{\omega^4} + \frac{a^2}{\omega^2} = A^2$ .

B.  $\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^2} = A^2$ .

C.  $\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4} = A^2$ .

D.  $\frac{v^2}{v^4} + \frac{a^2}{\omega^4} = A^2$ .

Câu 70: Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox. Khi chất điểm đi qua vị trí cân bằng thì tốc độ của nó là 20 cm/s. Khi chất điểm có tốc độ là 10 cm/s thì gia tốc của nó có độ lớn là  $40\sqrt{3}\text{cm/s}^2$ .

Biên độ dao động của chất điểm là

A. 4 cm.

B. 5 cm.

C. 8 cm.

D. 10 cm.

### ĐÁP ÁN

1 B	8 A	15 A	22 C	29 B	36 D	43 B	50 A	57 D	64 A
2 B	9 B	16 A	23 A	30 D	37 B	44 B	51 D	58 A	65 D
3 D	10 B	17 B	24 D	31 C	38 B	45 A	52 B	59 B	66 B
4 A	11 D	18 B	25 C	32 C	39 A	46 A	53 A	60 C	67 A
5 C	12 C	19 D	26 C	33 D	40 C	47 C	54 D	61 A	68 A
6 B	13 A	20 C	27 C	34 B	41 B	48 C	55 B	62 C	69 C
7 A	14 B	21 C	28 C	35 A	42 B	49 B	56 D	63 D	70 B

2. Bài toán về cắt ghép lò xo

2.1. Phương pháp

Ta cần chú ý một số kiến thức sau

Cắt lò xo

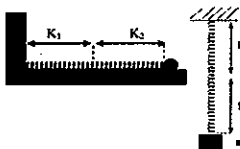
Giả sử ta có một lò xo có chiều dài  $l_0$ , có độ cứng  $k_0$ . Cắt lò xo này thành  $n$  đoạn có chiều dài và độ cứng lần lượt là  $l_1, l_2, \dots, l_n$  và  $k_1, k_2, \dots, k_n$ . Khi đó ta luôn có

$$k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n = ES$$

**Nhận xét:** Lò xo có chiều dài tăng bao nhiêu lần thì độ cứng giảm đi bấy nhiêu lần và ngược lại.

Ghép lò xo

a) Trường hợp ghép nối tiếp



2 lò xo ghép nối tiếp thì độ cứng của hệ lò xo (độ cứng tương đương):

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Chứng minh:

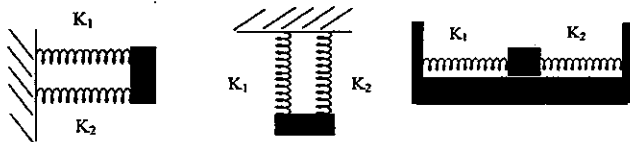
Xét khi vật ở vị trí cách vị trí cân bằng (lò xo không biến dạng) một đoạn  $x$ . Độ biến dạng và lực đàn hồi của các lò xo thành phần là  $x_1, x_2, F_1, F_2$ . Tại điểm nối giữa hai lò xo, lực đàn hồi do lò xo 1 tác dụng lên lò xo 2 tại điểm nối bằng với lực đàn hồi do lò xo 2 tác dụng lên lò xo 1 tại điểm nối, tức là ta có

$$F_1 = F_2.$$

Gọi độ biến dạng và lực đàn hồi của lò xo tương đương là  $x, F$ . Ta có

$$\begin{cases} F = F_1 = F_2 \\ x = x_1 + x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = -kx = -k_1 x_1 = -k_2 x_2 \\ x = x_1 + x_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{-k} = \frac{F}{-k_1} + \frac{F}{-k_2} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

b) Trường hợp ghép song song



Khi 2 lò xo có độ cứng  $k_1, k_2$  ghép song song thì độ cứng của hệ lò xo (độ cứng tương đương) được xác định bởi

$$k = k_1 + k_2.$$

Chứng minh:

Xét khi vật ở vị trí cách vị trí cân bằng (vị trí cân bằng chọn là vị trí lò xo không biến dạng) một đoạn  $x$ . Độ biến dạng và lực đàn hồi của các lò xo thành phần là  $x_1, x_2, F_1, F_2$ .

Độ biến dạng và lực đàn hồi của lò xo tương đương là  $x, F$ . Ta có

$$\begin{cases} F = F_1 + F_2 \\ x = x_1 = x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -kx = -kx_1 - kx_2 \\ x = x_1 = x_2 \end{cases} \Rightarrow k = k_1 + k_2$$

2.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Một lò xo có độ dài  $l = 50$  cm, độ cứng  $k = 50$  N/m. Cắt lò xo làm 2 phần có chiều dài lần lượt là  $l_1 = 20$  cm,  $l_2 = 30$  cm. Tìm độ cứng của mỗi đoạn

A. 150 N/m; 83,3 N/m.                      B. 125 N/m; 133,3 N/m.  
 C. 150 N/m; 135,3 N/m.                      D. 125 N/m; 83,33 N/m.

Lời giải

Ta có

$$k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{k_0 l_0}{l_1} = \frac{50 \cdot 50}{20} = 125 \text{ N/m} \\ k_2 = \frac{k_0 l_0}{l_2} = \frac{50 \cdot 50}{30} = 83,33 \text{ N/m} \end{cases}$$

**Đáp án D.**

**Ví dụ 2:** Một vật có khối lượng  $m$  gắn vào lò xo 1 có độ cứng  $k_1$  thì vật dao động điều hòa với chu kỳ  $T_1$ , gắn vật đó vào lò xo 2 có độ cứng  $k_2$  thì vật dao động điều hòa với chu kỳ  $T_2$ . Khi gắn vật  $m$  vào 2 lò xo trên ghép *nối tiếp* thì chu kỳ, tần số dao động của vật được xác định bởi biểu thức nào?

Lời giải

Vì hệ lò xo ghép nối tiếp nên độ cứng tương đương là

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (1)$$

Mặt khác, ta có

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot T^2$$

Tức là  $\frac{1}{k}$  tỉ lệ thuận với  $T^2$ , nên kết hợp với (1) ta được

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2$$

Suy ra tần số dao động được xác định bởi biểu thức

$$\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$$

**Ví dụ 3:** Một vật có khối lượng  $m$  gắn vào lò xo 1 có độ cứng  $k_1$  thì vật dao động điều hòa với chu kỳ  $T_1$ , gắn vật đó vào lò xo 2 có độ cứng  $k_2$  thì vật dao động điều hòa với chu kỳ  $T_2$ . Khi gắn vật  $m$  vào 2 lò xo trên ghép *song song* thì chu kỳ, tần số dao động của vật được xác định bởi biểu thức nào?

Lời giải

Vì hệ lò xo ghép song song nên độ cứng tương đương là

$$k = k_1 + k_2 \quad (2)$$

Mặt khác, ta có

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = 4\pi^2 m \cdot \frac{1}{T^2}$$

Tức là  $k$  tỉ lệ thuận với  $\frac{1}{T^2}$ , nên kết hợp với (2) ta được

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$$

Suy ra tần số dao động được xác định bởi biểu thức

$$f^2 = f_1^2 + f_2^2$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo khi gắn vật m với lò xo  $K_1$  thì chu kỳ là  $T_1 = 3s$ . Nếu gắn vật m đó vào lò xo  $K_2$  thì dao động với chu kỳ  $T_2 = 4s$ . Tìm chu kỳ của con lắc lò xo ứng với các trường hợp ghép nối tiếp và song song hai lò xo với nhau.

A. 5 s; 1 s.

B. 6s; 4s.

C. 5s; 2,4s.

D. 10s; 7s.

Lời giải

- Khi hai lò xo mắc nối tiếp ta có:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

- Khi hai lò xo ghép song song ta có:

$$T = \frac{T_1 \cdot T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = \frac{3 \cdot 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2,4$$

**Đáp án C.**

**Ví dụ 5:** Một lò xo có chiều dài  $\ell_0$ , độ cứng  $k_0 = 100 \text{ N/m}$ . Cắt lò xo làm 3 đoạn tỉ lệ 1 : 2 : 3. Xác định độ cứng của mỗi đoạn.

A. 200; 400; 600 N/m.

B. 100; 300; 500 N/m.

C. 200; 300; 400 N/m.

D. 200; 300; 600 N/m.

Lời giải

Ta có khi cắt lò xo thì tích của độ cứng và chiều dài là không đổi

$$k_0 \cdot \ell_0 = k_1 \cdot \ell_1 = k_2 \cdot \ell_2 = k_3 \cdot \ell_3$$

Vì ta cắt lò xo làm 3 đoạn có tỉ lệ 1 : 2 : 3 nên ta có

$$\frac{\ell_1}{1} = \frac{\ell_2}{2} = \frac{\ell_3}{3} \Rightarrow \frac{\ell_1}{1} = \frac{\ell_2}{2} = \frac{\ell_3}{3} = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3}{1 + 2 + 3} = \frac{\ell_0}{6} \Rightarrow \begin{cases} \ell_1 = \frac{\ell_0}{6} \\ \ell_2 = \frac{\ell_0}{3} \\ \ell_3 = \frac{\ell_0}{2} \end{cases}$$

Như vậy độ cứng của lò xo thứ nhất là

$$\begin{cases} k_1 = \frac{k_0 \ell_0}{\ell_1} \\ \ell_1 = \frac{\ell_0}{6} \\ k_0 = 100 \frac{N}{m} \end{cases} \Rightarrow k_1 = 100 \cdot 6 = 600$$

Tương tự ta tính được  $k_2 = 300 \text{ N/m}$  và  $k_3 = 200 \text{ N/m}$ .

**Đáp án D.**

**Ví dụ 6:** Lò xo thứ nhất có độ cứng  $K_1 = 400 \text{ N/m}$ , lò xo thứ hai có độ cứng là  $K_2 = 600 \text{ N/m}$ . Hỏi nếu ghép song song hai lò xo trên thì độ cứng là bao nhiêu?

A. 600 N/m.

B. 500 N/m.

C. 1000 N/m.

D. 2400N/m.

Lời giải

Vì hai lò xo ghép song song nên có độ cứng tương đương là

$$\Rightarrow k = k_1 + k_2 = 40 + 60 = 100 \text{ N/m}$$

Đáp án C.

**Ví dụ 7:** Lò xo 1 có độ cứng  $k_1 = 400 \text{ N/m}$ , lò xo 2 có độ cứng là  $k_2 = 600 \text{ N/m}$ . Hỏi nếu ghép nối tiếp 2 lò xo thì độ cứng của hệ là bao nhiêu?

- A. 600 N/m.      B. 500 N/m.      C. 1000 N/m.      D. 240 N/m.

**Lời giải**

Vì 2 lò xo mắc nối tiếp nên ta có độ cứng tương đương là

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{400 \cdot 600}{400 + 600} = 240 \text{ (N/m)}$$

Đáp án D.

**Ví dụ 8:** (Trích đề thi THPT Quốc gia môn Vật lí 2015)

Một lò xo đồng chất, tiết diện đều được cắt thành ba lò xo có chiều dài tự nhiên là  $l$  (cm),  $(l - 10)$  (cm) và  $(l - 20)$  (cm). Lần lượt gắn mỗi lò xo này (theo thứ tự trên) với vật nhỏ khối lượng  $m$  thì được ba con lắc có chu kì dao động riêng tương ứng là: 2 s;  $\sqrt{3}$  s và  $T$ . Biết độ cứng của các lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên của nó. Giá trị của  $T$  là

- A. 1,00 s.      B. 1,28 s.      C. 1,41 s.      D. 1,50 s.

**Lời giải**

Vì độ cứng lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên, nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{l}{l-10}} \\ \frac{2}{T} = \sqrt{\frac{l}{l-20}} \end{cases} \\ \frac{T_1}{T_3} = \sqrt{\frac{l_1}{l_3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l = 40 \\ T = \frac{2}{\sqrt{\frac{l}{l-20}}} \end{cases} \Rightarrow T = \sqrt{2} \text{ (s)}.$$

Đáp án C.

### 2.3. Bài tập tự luyện

**Câu 1:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng  $m$  treo dưới lò xo dài. Chu kỳ dao động là  $T$ . Chu kỳ dao động là bao nhiêu nếu giảm độ dài lò xo xuống 2 lần:

- A.  $T' = \frac{T}{2}$ .      B.  $T' = 2T$ .  
C.  $T' = T\sqrt{2}$ .      D.  $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 2:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng  $m$  treo dưới lò xo dài. Chu kỳ dao động là  $T$ . Chu kỳ dao động là bao nhiêu nếu tăng độ dài lò xo lên 2 lần:

- A.  $T' = \frac{T}{2}$ .      B.  $T' = 2T$ .  
C.  $T' = T\sqrt{2}$ .      D.  $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 3:** Có  $n$  lò xo khi treo cùng một vật nặng vào mỗi lò xo thì dao động tương ứng của mỗi lò xo là  $T_1, T_2, \dots, T_n$  nếu mắc nối tiếp  $n$  lò xo trên rồi treo cùng một vật nặng thì chu kỳ hệ là:

- A.  $T^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2$ .      B.  $T = T_1 + T_2 + \dots + T_n$ .  
C.  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2}$ .      D.  $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n}$ .

**Câu 4:** Có  $n$  lò xo khi treo cùng một vật nặng vào mỗi lò xo thì dao động tương ứng của mỗi lò xo là  $T_1, T_2, \dots, T_n$  nếu ghép song song  $n$  lò xo trên rồi treo cùng một vật nặng thì chu kỳ hệ là:

- A.  $T^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2$ .      B.  $T = T_1 + T_2 + \dots + T_n$ .  
C.  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2}$ .      D.  $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n}$ .

Câu 5: Một con lắc lò xo có độ dài tự nhiên  $l_0$ , độ cứng  $K_0 = 50 \text{ N/m}$ . Nếu cắt lò xo làm 4 đoạn với tỉ lệ 1:2:3:4 thì độ cứng của mỗi đoạn là bao nhiêu?

- A. 500; 400; 300; 200 .  
 B. 500; 250; 166,67; 125 .  
 C. 500; 166,7; 125; 250 .  
 D. 500; 250; 450; 230.

Câu 6: Có hai lò xo  $K_1 = 50 \text{ N/m}$  và  $K_2 = 60 \text{ N/m}$ . Gắn nối tiếp hai lò xo trên vào vật  $m = 0,4 \text{ kg}$ . Tìm chu kỳ dao động của hệ?

- A. 0,760 s .  
 B. 0,789 s .  
 C. 0,350 s .  
 D. 0,379 s .

Câu 7: Gắn vật m vào lò xo  $K_1$  thì vật dao động với tần số  $f_1$ ; gắn vật m vào lò xo  $K_2$  thì nó dao động với tần số  $f_2$ . Hỏi nếu gắn vật m vào lò xo có độ cứng  $K = 2K_1 + 3K_2$  thì tần số sẽ là bao nhiêu?

- A.  $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ .  
 B.  $f = 2f_1 + 3f_2$ .  
 C.  $f = \sqrt{2f_1^2 + 3f_2^2}$ .  
 D.  $f = 6f_1 \cdot f_2$ .

Câu 8: Gắn vật m vào lò xo  $K_1$  thì vật dao động với chu kỳ  $T_1 = 0,3\text{s}$ , gắn vật m vào lò xo  $K_2$  thì nó dao động với chu kỳ  $T_2 = 0,4\text{s}$ . Hỏi nếu gắn vật m vào lò xo  $K_1$  song song  $K_2$  chu kỳ của hệ là?

- A. 0,20 s .  
 B. 0,17 s .  
 C. 0,50 s .  
 D. 0,24 s .

Câu 9: Hai lò xo có độ cứng là  $K_1, K_2$  và một vật nặng  $m = 1\text{kg}$ . Khi mắc hai lò xo song song thì tạo ra một con lắc dao động điều hoà với  $\omega_1 = 10\sqrt{5}\text{rad/s}$ , khi mắc nối tiếp hai lò xo thì con lắc dao động với  $\omega_2 = 2\sqrt{30}\text{rad/s}$ . Giá trị của  $K_1, K_2$  là

- A. 200; 300.  
 B. 250; 250 .  
 C. 300; 250.  
 D. 250; 350.

Câu 10: Hai lò xo  $\ell_1$  và  $\ell_2$  có cùng độ dài. Khi treo vật m vào lò xo  $\ell_1$  thì chu kỳ dao động của vật là  $T_1 = 0,6\text{s}$ , khi treo vật vào lò xo  $\ell_2$  thì chu kỳ dao động của vật là  $0,8\text{s}$ . Nối hai lò xo với nhau ở cả hai đầu để được một lò xo cùng độ dài rồi treo vật vào hệ hai lò xo thì chu kỳ dao động của vật là

- A. 1,000 s .  
 B. 0,240 s .  
 C. 0,692 s .  
 D. 0,480 s .

Câu 11: Khi mắc vật m vào lò xo  $K_1$  thì vật dao động điều hoà với chu kỳ  $T_1 = 0,6\text{s}$ , khi mắc vật m vào lò xo  $K_2$  thì vật dao động điều hoà với chu kỳ  $T_2 = 0,8\text{s}$ . Khi mắc m vào hệ hai lò xo  $K_1, K_2$  như trên thì chu kỳ dao động của m là?

- A. 1,000 s .  
 B. 0,240 s .  
 C. 0,693 s .  
 D. 0,480 s .

Câu 12: Treo quả nặng m vào lò xo thứ nhất, thì con lắc tương ứng dao động với chu kì 0,24s. Nếu treo quả nặng đó vào lò xo thứ 2 thì con lắc tương ứng dao động với chu kì 0,32s. Nếu mắc song song 2 lò xo rồi gắn quả nặng m thì con lắc tương ứng dao động với chu kì?

- A. 0,400 s .  
 B. 0,370 s .  
 C. 0,137 s .  
 D. 0,192 s .

Câu 13: Có hai lò xo giống hệt nhau độ cứng  $k = 2\text{N/m}$ . Nối hai lò xo song song rồi treo quả nặng 200g vào và cho vật dao động tự do. Chu kỳ dao động của vật là?

- A. 2,80 s .  
 B. 1,99 s .  
 C. 2,50 s .  
 D. 1,40 s .

Câu 14: Cho một hệ lò xo như hình vẽ,  $m = 100\text{g}$ ,  $K_1 = 100\text{N/m}$ ,  $K_2 = 150\text{N/m}$ . Khi vật ở vị trí cân bằng tổng độ giãn của hai lò xo là 5cm. Kéo vật tới vị trí lò xo  $\ell$  có chiều dài tự nhiên, sau đó thả vật dao động điều hoà. Biên độ và tần số góc của dao động là (bỏ qua mọi ma sát).



- A. 25cm; 50 rad/s .  
 B. 3cm; 30rad/s .  
 C. 3cm; 50 rad/s .  
 D. 5cm; 30rad/s .

Câu 15: Hai lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là  $K_1 = 1 \text{ N/cm}$ ,  $K_2 = 150\text{N/m}$  được treo nối tiếp thẳng đứng. Độ cứng của hệ hai lò xo trên là?

- A. 151 N .  
 B. 0,96 N .  
 C. 60 N .  
 D. 250 N .

**Câu 16:** Hệ hai lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là  $K_1 = 60\text{N/m}$ ,  $K_2 = 40\text{N/m}$  đặt nằm ngang nối tiếp, bỏ qua mọi ma sát. Vật nặng có khối lượng  $m = 600\text{g}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của hệ là?

- A. 4,00 Hz.                      B. 1,00 Hz.                      C. 3,00 Hz.                      D. 2,05 Hz.

**Câu 17:** Một vật có khối lượng  $m$  khi treo vào lò xo có độ cứng  $K_1$  thì dao động với chu kỳ  $T_1 = 0,64\text{s}$ . Nếu mắc vật  $m$  trên vào lò xo có độ cứng  $K_2$  thì nó dao động với chu kỳ là  $T_2 = 0,36\text{s}$ . Mắc hệ nối tiếp 2 lò xo thì chu kỳ dao động của hệ là bao nhiêu?

- A. 0,3100 s.                      B. 0,7340 s.                      C. 0,5392 s.                      D. Đáp án khác.

**Câu 18:** Một vật có khối lượng  $m$  khi treo vào lò xo có độ cứng  $K_1$  thì dao động với chu kỳ  $T_1 = 0,64\text{s}$ . Nếu mắc vật  $m$  trên vào lò xo có độ cứng  $K_2$  thì nó dao động với chu kỳ là  $T_2 = 0,36\text{s}$ . Mắc hệ song song 2 lò xo thì chu kỳ dao động của hệ là bao nhiêu?

- A. 0,3100 s.                      B. 0,7340 s.                      C. 0,5392 s.                      D. Đáp án khác.

**Câu 19:** Một lò xo có chiều dài tự nhiên  $\ell_0 = 40\text{cm}$ , độ cứng  $k = 20\text{N/m}$ , được cắt thành hai lò xo có chiều dài  $\ell_1 = 10\text{cm}$ ,  $\ell_2 = 30\text{cm}$ . Độ cứng  $K_1, K_2$  của hai lò xo  $\ell_1, \ell_2$  lần lượt là:

- A. 80 N/m; 26,7 N/m.                      B. 5 N/m; 15 N/m.  
C. 26 N/m, 7 N/m.                      D. Đáp án khác.

**Câu 20:** Một lò xo có độ dài  $\ell$ , độ cứng  $K = 100\text{N/m}$ . Cắt lò xo làm 3 phần với tỉ lệ 1:2:3 tính độ cứng của mỗi đoạn:

- A. 600, 300, 200(N/m).                      B. 200, 300, 500(N/m).  
C. 300, 400, 600(N/m).                      D. 600, 400, 200(N/m).

**Câu 21:** Một lò xo có độ cứng  $K = 50\text{N/m}$ , cắt lò xo làm hai phần với tỉ lệ 2:3. Tìm độ cứng của mỗi đoạn

- A.  $K_1 = 125\text{N/m}$ ,  $K_2 = 83,33\text{N/m}$ .                      B.  $K_1 = 125\text{N/m}$ ,  $K_2 = 250\text{N/m}$ .  
C.  $K_1 = 250\text{N/m}$ ,  $K_2 = 83,33\text{N/m}$ .                      D.  $K_1 = 150\text{N/m}$ ,  $K_2 = 100\text{N/m}$ .

**Câu 22:** Một lò xo có  $k = 1\text{N/cm}$ , dài  $\ell_0 = 1\text{m}$ . Cắt lò xo thành 3 phần tỉ lệ 1:2:2. Tìm độ cứng của mỗi đoạn?

- A. 500, 200; 200.                      B. 500; 250; 200.                      C. 500; 250; 250.                      D. 500; 200; 250.

**Câu 23:** Hai lò xo có độ cứng  $K_1 = 20\text{N/m}$ ;  $K_2 = 60\text{N/m}$ . Độ cứng của lò xo tương đương khi 2 lò xo mắc song song là:

- A. 15 N/m.                      B. 40 N/m.                      C. 80 N/m.                      D. 1200 N/m.

**Câu 24:** Hai lò xo giống nhau có cùng độ cứng  $10\text{N/m}$ . Mắc hai lò xo song song nhau rồi treo vật nặng khối lượng  $m = 200\text{g}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Chu kỳ dao động tự do của hệ là:

- A. 1 s.                      B. 2 s.                      C.  $\frac{\pi}{5}$  s.                      D.  $\frac{2\pi}{5}$  s.

**Câu 25:** Hai lò xo giống nhau có cùng độ cứng  $K_1 = K_2 = 30\text{N/m}$ . Mắc hai lò xo nối tiếp nhau rồi treo vật nặng khối lượng  $m = 150\text{g}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Chu kỳ dao động tự do của hệ là:

- A.  $2\pi$  s.                      B. s.                      C.  $\frac{\pi}{5}$  s.                      D.  $\frac{2\pi}{5}$  s.

**Câu 26:** Một hệ gồm 2 lò xo  $\ell_1, \ell_2$  có độ cứng  $K_1 = 60\text{N/m}$ ,  $K_2 = 40\text{N/m}$  một đầu gắn cố định, đầu còn lại gắn vào vật  $m$  có thể dao động điều hoà theo phương ngang. Khi ở trạng thái cân bằng lò xo 1 bị nén 2cm. lực đàn hồi tác dụng vào  $m$  khi vật có li độ 1cm là?

- A. 4,0 N.                      B. 1,5 N.                      C. 2,0 N.                      D. 1,0 N.

**Câu 27:** Cho một lò xo có độ dài  $\ell_0 = 45\text{cm}$ ,  $K_0 = 12\text{N/m}$  Khối lượng không đáng kể, được cắt thành hai lò xo có độ cứng lần lượt  $K_1 = 30\text{N/m}$ ,  $K_2 = 20\text{N/m}$ . Gọi  $\ell_1, \ell_2$  là chiều dài mỗi lò xo khi cắt. Tìm  $\ell_1, \ell_2$ .



A.  $\ell_1 = 27\text{cm}$ ;  $\ell_2 = 18\text{cm}$ .

B.  $\ell_1 = 18\text{ cm}$ ;  $\ell_2 = 27\text{cm}$ .

C.  $\ell_1 = 30\text{cm}$ ;  $\ell_2 = 15\text{cm}$ .

D.  $\ell_1 = 15\text{cm}$ ;  $\ell_2 = 30\text{cm}$ .

**Câu 28:** Hai lò xo giống hệt nhau có  $k = 100\text{N/m}$  mắc nối tiếp với nhau. Gắn với vật  $m = 2\text{kg}$ . Dao động điều hòa. Tại thời điểm vật có gia tốc  $75\text{cm/s}^2$  thì nó có vận tốc  $15\sqrt{3}\text{cm/s}$ . Xác định biên độ?

A. 6,00 cm.

B. 4,00 cm.

C. 5,00 cm.

D. 3,97 cm.

## ĐÁP ÁN

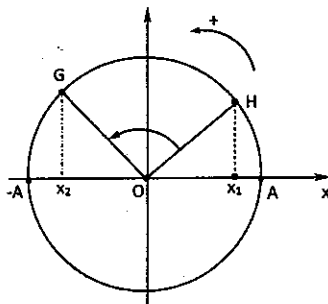
1 D	4 C	7 C	10 D	13 D	16 B	19 A	22 C	25 C	28 D
2 C	5 B	8 D	11 A	14 C	17 B	20 A	23 C	26 D	
3 A	6 A	9 A	12 D	15 C	18 A	21 A	24 C	27 B	

**3. Bài toán thời gian**

Đây là một bài toán có thể nói là quan trọng bậc nhất trong chương trình Vật lí phổ thông. Thấu hiểu cách làm và thấu hiểu phương pháp đường tròn đối với dao động điều hòa dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  sẽ giúp chúng ta làm tốt các bài toán không chỉ ở chương dao động cơ, mà còn ở các chương khác như sóng cơ, dao động điện từ, điện xoay chiều. Vậy nên, bạn đọc hãy đọc kĩ phần này!

**3.1. Phương pháp**

Ta sẽ dùng phương pháp đường tròn (sử dụng mối quan hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hòa) để giải các bài toán về tính thời gian trong dao động điều hòa.



Ví dụ, để tính được *thời gian ngắn nhất* khi vật đi từ vị trí  $x_1$  theo chiều âm đến  $x_2$  theo chiều âm như hình vẽ, ta cần xác định được góc mà vectơ  $\vec{A}$  quét được trên đường tròn, tức là cần tính được góc  $\widehat{HOG}$  (rad). Khi đó thời gian là

$$\widehat{HOG} = \omega t \Rightarrow t = \frac{\widehat{HOG}}{\omega}$$

**Nhận xét:** Bạn đọc hãy để ý đến những chữ nghiêng ở ví dụ trên. Khi ta thay đổi một trong các chữ nghiêng đó, tính chất bài toán sẽ khác đi.

- Ví dụ, vì sao ta lại nói đến *thời gian ngắn nhất*? Vì nó cụ thể, do đó nó hay xuất hiện trong các câu hỏi. Nếu chỉ nói *thời gian* vật đi từ vị trí  $x_1$  theo chiều âm đến  $x_2$  theo chiều âm thì ta có thể hiểu thời gian cần tính là: thời gian đi từ  $x_1$  theo chiều âm đến  $x_1$  theo chiều lần thứ  $k$  (hết thời gian  $kT$ ) rồi cộng với thời gian từ  $x_1$  theo chiều âm đến  $x_2$  theo chiều âm. Tức là nó hơn *thời gian ngắn nhất* một khoảng thời gian là  $kT$  với  $k = 0, 1, 2, \dots$  ( $k = 0$  chính là trường hợp *thời gian ngắn nhất*).
- Ví dụ tiếp, nếu ta thay "đến  $x_2$  theo chiều âm" bằng "đến  $x_2$  theo chiều dương" thì kết quả là vectơ  $\vec{A}$  khi đó quét được góc  $\widehat{HOG'}$  trong đó  $G'$  đối xứng với  $G$  qua  $Ox$ .

Như vậy, rõ ràng với bài toán thời gian, ta cần biết vị trí, chiều chuyển động cụ thể của vật để có thể tính toán một cách chính xác hơn. Do đó, để tính được thời gian khi vật đi từ vị trí  $x_1$  đến vị trí  $x_2$  thì phương pháp chung là

- Xác định tại vị trí  $x_1$  vật đang đi theo chiều nào (vận tốc dương hay âm. Nếu vận tốc dương thì vật đi theo chiều dương, vận tốc âm thì vật đi theo chiều âm). Khi đó ứng với chất điểm trên đường tròn là điểm nào?
- Xác định tại vị trí  $x_2$  vật đang đi theo chiều nào (vận tốc dương hay âm). Khi đó ứng với chất điểm trên đường tròn là điểm nào?
- Tính góc  $\alpha$  mà  $\vec{A}$  quét được khi vật đi từ  $x_1$  đến  $x_2$ ?
- Tính thời gian vật đi từ  $x_1$  đến  $x_2$  bởi

$$\alpha = \omega t \Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega} \cdot T$$

**Chú ý:** Khi sử dụng phương pháp đường tròn, để kết quả chính xác, nếu đề bài cho phương trình dao động dạng sin thì ta phải đổi về phương trình dạng cos.

Ta qua các ví dụ để hiểu rõ hơn.

**3.2. Ví dụ minh họa**

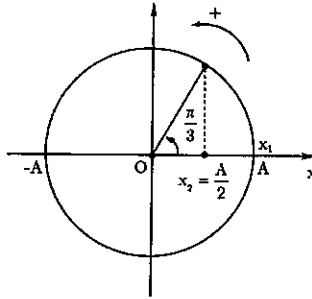
**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ  $A$ . Hãy tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ:

1.  $x_1 = A$  đến  $x_2 = \frac{A}{2}$ .
2.  $x_1 = \frac{A}{2}$  đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ .
3.  $x_1 = -\frac{A}{2}$  đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ .
4.  $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến  $x_2 = -\frac{A}{2}$ .

**Lời giải**

1. Tại  $x_1, x_2$  vật đi theo chiều nào?

Tại  $x_1 = A$  vật đang có xu hướng đi theo chiều âm. Để đến  $x_2 = \frac{A}{2}$  hết thời gian ngắn nhất thì ở  $x_2 = \frac{A}{2}$  vật phải đi theo chiều âm.



**Xác định góc quét?**

Dựa vào đường tròn, ta có góc quét là  $\alpha = \arccos\left(\frac{\frac{A}{2}}{A}\right) = \frac{\pi}{3}$ , suy ra thời gian là  $t = \frac{\pi}{2\pi}T = \frac{T}{6}$ .

2. Có các khả năng sau xảy ra:

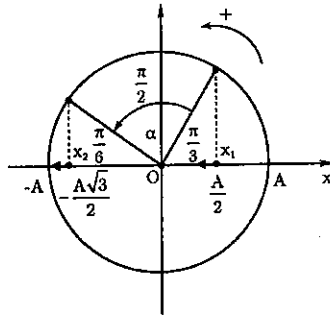
Đi từ  $x_1 = \frac{A}{2}$  theo chiều âm đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm.

Đi từ  $x_1 = \frac{A}{2}$  theo chiều âm đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều dương.

Đi từ  $x_1 = \frac{A}{2}$  theo chiều dương đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm.

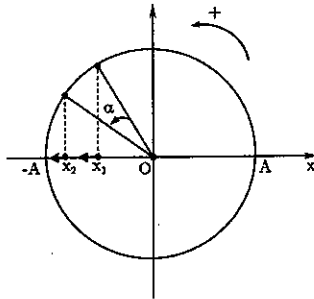
Đi từ  $x_1 = \frac{A}{2}$  theo chiều dương đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều dương.

Tuy nhiên, trong 4 trường hợp trên thì **thời gian ngắn nhất** ứng với trường hợp đi từ  $x_1 = \frac{A}{2}$  theo chiều âm đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm. Chúng ta xem đường tròn bên dưới để hiểu rõ hơn.



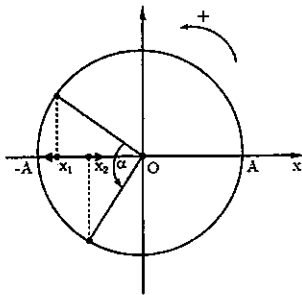
Dựa vào đường tròn, ta có  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  nên thời gian là  $t = \frac{T}{4}$ .

3. Thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp vật đi từ  $x_1 = -\frac{A}{2}$  theo chiều âm đến  $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm.



Dựa vào đường tròn, ta có góc quét được là  $\alpha = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ , suy ra thời gian là  $t = \frac{T}{12}$ .

4. Thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm đến  $x_2 = -\frac{A}{2}$  theo chiều dương (xem hình vẽ)



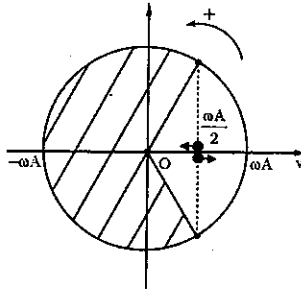
Dựa vào đường tròn, ta có góc quét được là  $\alpha = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ , suy ra thời gian là  $t = \frac{T}{4}$ .

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ  $A$ . Trong một chu kì, khoảng thời gian để

1. Vận tốc có giá trị nhỏ hơn  $\frac{v_{\max}}{2}$  là bao nhiêu?
2. Vận tốc có giá trị lớn hơn  $\frac{v_{\max}}{2}$  là bao nhiêu?
3. Tốc độ có giá trị nhỏ hơn  $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$  là bao nhiêu?
4. Tốc độ có giá trị lớn hơn  $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$  là bao nhiêu?
5. Gia tốc có giá trị nhỏ hơn  $\frac{a_{\max}}{2}$  là bao nhiêu?

Lời giải

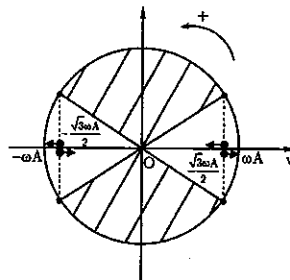
1. Ta sẽ dùng đường tròn của li độ  $x$  hoặc cũng có thể dùng đường tròn của vận tốc  $v$  để làm, bởi vì chu kì của  $x$ ,  $v$  là như nhau. Không đại gì mà dùng đường tròn của  $x$  vì ta lại mất thời gian chuyển từ điều kiện  $v$  sang điều kiện  $x$ . Ta sẽ dùng đường tròn của vận tốc. Ta có trong một chu kì,  $v < \frac{v_{\max}}{2}$  ứng với phần gạch chéo ở hình vẽ.



Góc quét được là  $\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ , suy ra trong một chu kì, thời gian để  $v < \frac{v_{\max}}{2}$  là

$$t = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\pi} T = \frac{2T}{3}$$

2. Trong một chu kì, thời gian để vận tốc  $v > \frac{v_{\max}}{2}$  ứng với phần không gạch chéo ở hình trên. Góc quét được là  $\frac{2\pi}{3}$  nên thời gian cần tìm là  $\frac{T}{3}$ .
3. Ta có  $|v| < \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow -\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} < v < \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$ . Do đó trong một chu kì, khoảng thời gian để tốc độ có giá trị nhỏ hơn  $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$  là khoảng thời gian vectơ quay quét được phần gạch chéo như hình vẽ



Góc quét được là  $\alpha = \left(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) + \left(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\pi}{3}$  từ đó suy ra thời gian cần tìm là

$$t = \frac{4\pi}{2\pi} T = \frac{2T}{3}$$

4. Ta có  $|v| > \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} v > \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \\ v < -\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \end{cases}$  do đó trong một chu kì, khoảng thời gian để tốc độ có giá trị

$\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$  là khoảng thời gian vectơ quay quét được phần không gạch chéo ở hình vẽ câu 3.

Góc quét được là  $\alpha = \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) + \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3}$  nên suy ra thời gian  $t = \frac{2\pi}{2\pi} T = \frac{T}{3}$

5. Ta dùng đường tròn của gia tốc  $a$ , làm tương tự các bài trên, ta thu được kết quả giống câu hỏi 1. Thời gian cần tính là  $\frac{2T}{3}$ .

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ  $A$ . Trong một chu kì, khoảng thời gian để

1. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc cùng chiều?
2. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc ngược chiều?
3. Vật chuyển động nhanh dần?
4. Vật chuyển động chậm dần?
5. Lực hồi phục ngược chiều với vectơ vận tốc?
6. Lực hồi phục cùng chiều với vectơ vận tốc?

Lời giải

Chú ý rằng, trong quá trình dao động của vật thì vectơ vận tốc  $\vec{v}$  luôn cùng chiều chuyển động, còn vectơ gia tốc  $\vec{a}$  luôn hướng về vị trí cân bằng. Lực hồi phục  $\vec{F} = -k\vec{x}$  nên lực hồi phục ngược chiều li độ, mà li độ ngược chiều gia tốc  $\vec{a}$  nên lực hồi phục  $\vec{F}$  cùng chiều gia tốc  $\vec{a}$

Dựa vào đường tròn:

- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ nhất (đi từ biên dương  $A$  đến vị trí cân bằng  $O$ ) thì:  $\vec{v}$  ngược chiều  $Ox$ ,  $\vec{a}$  hướng về vị trí cân bằng tức là cùng ngược chiều  $Ox$ , do đó trong góc phần tư thứ nhất,  $\vec{v}$  và  $\vec{a}$  cùng chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ hai (đi từ vị trí cân bằng  $O$  đến biên âm) thì:  $\vec{v}$  ngược chiều  $Ox$ ,  $\vec{a}$  hướng về vị trí cân bằng tức là cùng chiều  $Ox$ , do đó trong góc phần tư thứ hai,  $\vec{v}$  và  $\vec{a}$  ngược chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ ba (đi từ vị trí biên âm đến vị trí cân bằng) thì:  $\vec{v}$  cùng chiều  $Ox$ ,  $\vec{a}$  hướng về vị trí cân bằng tức là cùng chiều  $Ox$ , do đó trong góc phần tư thứ ba,  $\vec{v}$  và  $\vec{a}$  cùng chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ tư (đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên dương) thì:  $\vec{v}$  cùng chiều  $Ox$ ,  $\vec{a}$  hướng về vị trí cân bằng tức là ngược chiều  $Ox$ , do đó trong góc phần tư thứ tư,  $\vec{v}$  và  $\vec{a}$  ngược chiều.

Tóm lại, ta có

$$\begin{aligned} (II) \xrightarrow{0 \rightarrow -A} & \begin{cases} \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \downarrow \vec{v} \end{cases} & (I) \xrightarrow{+A \rightarrow 0} & \begin{cases} \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \uparrow \vec{v} \end{cases} \\ (III) \xrightarrow{-A \rightarrow 0} & \begin{cases} \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \uparrow \vec{v} \end{cases} & (IV) \xrightarrow{0 \rightarrow +A} & \begin{cases} \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \downarrow \vec{v} \end{cases} \end{aligned}$$

Vật chuyển động *nhanh dần* khi  $\vec{a}$  và  $\vec{v}$  cùng chiều, tức là khi vật chuyển động thuộc góc phần tư thứ I và thứ III. Lúc này vật đi từ biên về vị trí cân bằng.

Vật chuyển động *chậm dần* khi  $\vec{a}$  và  $\vec{v}$  ngược chiều, tức là khi vật chuyển động thuộc góc phần tư thứ II

và thứ IV. Lúc này vật đi từ vị trí cân bằng đến biên.

**Chú ý:** Có thể nhớ nhanh như sau: vì ở một trong 2 vị trí biên thì tốc độ bằng 0, ở vị trí cân bằng thì tốc độ cực đại, nên chuyển động nhanh dần khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, chuyển động chậm dần khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên.

Quay trở lại bài toán.

1. **Véc tơ vận tốc và véc tơ gia tốc cùng chiều?**

Trong một chu kì, véc tơ vận tốc và véc tơ gia tốc cùng chiều khi véc tơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn. Tổng góc quét là  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , suy ra thời gian cần tìm là  $\frac{T}{2}$ .

2. **Véc tơ vận tốc và véc tơ gia tốc ngược chiều?**

Trong một chu kì, véc tơ vận tốc và véc tơ gia tốc ngược chiều khi véc tơ quay quét góc phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , suy ra thời gian cần tìm là  $\frac{T}{2}$ .

3. **Vật chuyển động nhanh dần?**

Trong một chu kì, vật chuyển động nhanh dần khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, véc tơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn. Tổng góc quét là  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , suy ra thời gian cần tìm là  $\frac{T}{2}$ .

4. **Vật chuyển động chậm dần?**

Trong một chu kì, vật chuyển động chậm dần khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, véc tơ quay quét góc phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , suy ra thời gian cần tìm là  $\frac{T}{2}$ .

5. **Lực hồi phục ngược chiều với véc tơ vận tốc?**

Trong một chu kì, lực hồi phục ngược chiều với véc tơ vận tốc khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, véc tơ quay quét góc phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , suy ra thời gian cần tìm là  $\frac{T}{2}$ .

6. **Lực hồi phục cùng chiều với véc tơ vận tốc?**

Trong một chu kì, lực hồi phục cùng chiều với véc tơ vận tốc khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, véc tơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn. Tổng góc quét là  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , suy ra thời gian cần tìm là  $\frac{T}{2}$ .

**Ví dụ 4:** Khi một vật dao động điều hòa thì véc tơ vận tốc

- A. luôn đổi chiều khi đi qua gốc tọa độ.
- B. luôn cùng chiều với véc tơ gia tốc.
- C. luôn đổi chiều khi vật chuyển động đến vị trí biên.
- D. luôn ngược chiều với véc tơ gia tốc.

**Lời giải**

- A. Sai, vì khi qua gốc tọa độ vật chưa đổi chiều chuyển động nên véc tơ vận tốc chưa đổi chiều.
  - B. Sai, vì chỉ cùng chiều với véc tơ gia tốc khi vật chuyển động nhanh dần, tức là khi vật đi về vị trí cân bằng.
  - C. Đúng vì khi đến vị trí biên thì vật đổi chiều chuyển động nên véc tơ vận tốc cũng thay đổi theo.
  - D. Sai, vì chỉ ngược chiều với véc tơ gia tốc khi vật chuyển động chậm dần, tức là khi vật đi ra biên.
- Đáp án C.**

Ví dụ 5: Chọn phát biểu đúng khi vật dao động điều hòa

- A. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$ , vectơ gia tốc  $\vec{a}$  của vật là các vectơ không đổi.
- B. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$ , vectơ gia tốc  $\vec{a}$  đối chiều khi qua vị trí cân bằng.
- C. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$ , vectơ gia tốc  $\vec{a}$  cùng chiều chuyển động của vật.
- D. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$  hướng cùng chiều chuyển động, vectơ gia tốc  $\vec{a}$  hướng về vị trí cân bằng.

**Lời giải**

- A. Sai vì vận tốc và gia tốc biến thiên điều hòa theo thời gian nên vectơ vận tốc  $\vec{v}$ , vectơ gia tốc  $\vec{a}$  của vật là các vectơ thay đổi.
- B. Sai vì khi đi qua vị trí cân bằng thì vật chưa đổi chiều nên véc tơ vận tốc cũng chưa đổi chiều.
- C. Sai vì vectơ vận tốc  $\vec{v}$ , vectơ gia tốc  $\vec{a}$  cùng chiều chuyển động của vật chỉ khi vật chuyển động từ biên về vị trí cân bằng.
- D. Đúng.

Đáp án D.

Ví dụ 6: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Trong một chu kì kể từ thời điểm ban đầu, tìm khoảng thời gian để vận tốc có giá trị dương và vật chuyển động chậm dần?

- A.  $\frac{7}{24}s < \Delta t < \frac{5}{12}s$ .
- B.  $\frac{5}{24}s < \Delta t < \frac{1}{12}s$ .
- C.  $\frac{5}{24}s < \Delta t < \frac{1}{2}s$ .
- D.  $\frac{1}{2}s < \Delta t < \frac{6}{5}s$ .

**Lời giải**

Vận tốc dương khi vật chuyển động theo chiều dương (đi từ  $-A$  đến  $A$ ) và vật chuyển động chậm dần khi từ vị trí cân bằng ra biên. Do đó, trong một chu kì kể từ thời điểm ban đầu, khoảng thời gian để vận tốc có giá trị dương và vật chuyển động chậm dần ứng với vật chuyển động từ vị trí cân bằng ra biên dương, ứng với vectơ quay của vật nằm trong góc phần tư thứ IV. Tức là pha của vật nằm trong góc phần tư thứ IV. Khi đó ta có

$$\frac{3\pi}{2} < 4\pi t + \frac{\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow \frac{7}{24} s < t < \frac{5}{12} s.$$

Đáp án A.

Ví dụ 7: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  cm. Các thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ  $x = -5$  cm theo chiều dương của trục Ox là:

- A.  $t = \frac{3}{2} + 2k$  (s) ( $k \in N^*$ ).
- B.  $t = \frac{3}{2} + 2k$  (s) ( $k \in N^*$ ).
- C.  $t = 1 + 2k$  (s) ( $k \in N$ ).
- D.  $t = \frac{-1}{2} + 2k$  (s) ( $k \in N^*$ ).

**Lời giải**

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Vật đi qua vị trí  $x = -5$  cm và chuyển động theo chiều dương ( $v > 0$ ) nên ta có hệ

$$\begin{cases} x = 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -5 \\ v = -\pi 5\sqrt{2} \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \pi t - \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \pi t - \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Vì  $t > 0$  nên  $k > 0,25$  mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in N^*$ .

Đáp án D.



Cách 2: Giải theo đường tròn

Thời gian cần tính gồm 2 phần:

+ thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí ban đầu (vị trí ứng với  $t = 0$ ,  $x_0 = 5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương) đến lúc vật đi qua vị trí  $x = -5$  cm theo chiều dương lần thứ nhất. Dựa vào đường tròn, dễ dàng tính được góc quét là  $\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$  suy ra thời gian  $t_0 = \frac{3T}{4} = \frac{3}{2}$  s.  
 + thời gian vật đi qua  $x = -5$  cm theo chiều dương  $k$  lần tiếp theo. Thời gian này chính bằng  $k$  lần chu kì, vì khi vật đang ở  $x = -5$  cm theo chiều dương thì sau  $k$  chu kì, vật vẫn đi qua  $x = -5$  cm theo chiều dương.

Vậy  $t = \frac{3}{2} + kT = \frac{3}{2} + 2k$  với  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ , tương đương với  $t = -\frac{1}{2} + 2k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$  (không chọn đáp án A vì ở đáp án A  $k \in \mathbb{N}^*$  thiếu mất  $k = 0$ ).

Đáp án D.

**Nhận xét:** Đối với những bài đi qua vị trí có li độ  $x$  biết rõ chiều (âm hay dương), ta nên giải bằng phương pháp đại số để đỡ nhầm lẫn và dễ hình dung hơn.

Ngoài ra, với kết quả bài toán là  $t = -\frac{1}{2} + 2k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$  thì:

$k = 1$  ứng với thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ  $x = -5$  cm theo chiều dương của trục Ox lần thứ nhất.

$k = 2$  ứng với thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ  $x = -5$  cm theo chiều dương của trục Ox lần thứ hai.

...

Người ra đề có thể không hỏi tổng quát mà hỏi với giá trị cụ thể của  $k$ , nên ta cần lưu ý điều này.

**Ví dụ 8:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Xác định thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 2$  cm lần thứ 2011

A.  $\frac{12061}{24}$  s.      B.  $\frac{12049}{24}$  s.      C.  $\frac{12025}{24}$  s.      D. Đáp án khác.

Lời giải

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 2$  cm (không kể chiều nào nên ta không cần phương trình vận tốc âm hay dương) được xác định theo phương trình

$$x = 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4\pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4\pi t + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2}, k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{8} + \frac{m}{2}, m \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

$k = 0$  ta có  $t_0 = \frac{1}{24}$ , đi qua  $x = 2$  cm lần thứ nhất ( $k = \frac{1-1}{2}$ ).

$m = 1$  ta có  $t_1 = \frac{3}{8} > t_0$ , đi qua  $x = 2$  cm lần thứ hai ( $m = \frac{2}{2}$ ).

$k = 1$  ta có  $t_2 = \frac{13}{24} > t_1$ , đi qua  $x = 2$  cm lần thứ ba ( $k = \frac{3-1}{2}$ ).

$m = 2$  ta có  $t_3 = \frac{7}{8} > t_2$ , đi qua  $x = 2$  cm lần thứ tư ( $m = \frac{4}{2}$ ).

...

Tổng quát với  $n$  là số lần đi qua vị trí  $x = 2$  cm thì ứng với

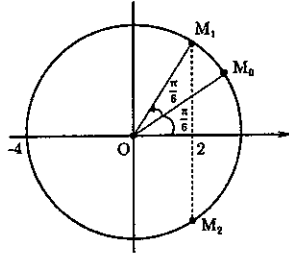
$$k = \frac{n-1}{2}; m = \frac{n}{2}$$

Ở đây  $k \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$ .

Như vậy đi qua 2011 lần thì ứng với  $k = \frac{2011-1}{2} = 1005$ , vào thời điểm  $t = \frac{1}{24} + \frac{1005}{2} = \frac{12061}{24}$  s.

Cách 2: Sử dụng đường tròn

Vị trí ban đầu của vật với pha ban đầu là  $\frac{\pi}{6}$  ứng với chất điểm chuyển động tròn đều trên đường tròn là điểm  $M_0$ .



Vì chỉ tính vật qua vị trí  $x = 2$  cm mà không xét đến chiều chuyển động nên cứ mỗi vòng quay của vectơ quay, vật qua vị trí  $x = 2$  cm hai lần tương ứng với chất điểm trên đường tròn là các điểm  $M_1$  và  $M_2$ . Lần thứ nhất đi qua  $x = 2$  cm ứng với chất điểm trên đường tròn đi từ  $M_0$  đến  $M_1$ , vectơ quét được góc  $\frac{\pi}{6}$ . Muốn có lần thứ 2011, vật cần phải đi qua 2010 lần nữa, vậy vectơ quay phải quay thêm được 1005 vòng nữa.

Vậy tổng góc quét là:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} + 1005 \cdot 2\pi = \frac{12061\pi}{6}$$

Từ đó ta tính được thời điểm qua  $x = 2$  cm lần thứ 2011 là:

$$\Delta t = \frac{\frac{12061\pi}{6}}{4\pi} = \frac{12061}{24} \text{ s.}$$

**Đáp án A.**

**Nhận xét:** Rõ ràng là cách 2 sử dụng đường tròn ưu thế hơn và dễ hình dung hơn cách 1 đại số trong trường hợp đi qua vị trí có li độ  $x$  khi không biết rõ chiều.

**Ví dụ 9:** Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm. Trong thời gian  $\frac{6053}{3}$  giây đầu tiên kể từ thời điểm ban đầu

1. Chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm bao nhiêu lần?
2. Chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = \frac{A}{2}$  bao nhiêu lần?

**Lời giải**

1. Đề bài nói rõ chiều nên ta sẽ dùng phương pháp đại số sẽ nhanh hơn

Chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm ( $v < 0$ ) nên ta có hệ

$$\begin{cases} x = A \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{A}{2} \\ v = -2\pi A \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi t + \frac{\pi}{4} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = \frac{1}{24} + k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Ta có  $0 \leq t = \frac{1}{24} + k \leq \frac{6053}{3} \Leftrightarrow -0,0416 \leq k \leq 2017,625$  do đó  $k \in [0; 2017]$  và  $k$  là số tự nhiên nên có 2018 giá trị của  $k$ , suy ra chất điểm đi qua  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm 2018 lần.

Nếu ta giải theo đường tròn thì thế nào?

Ta sẽ giải theo quy trình như sau:

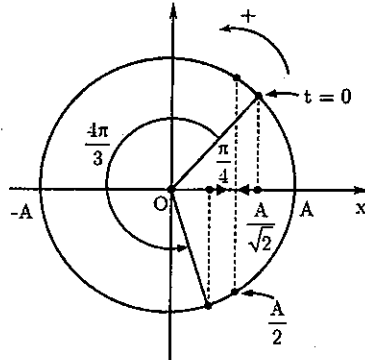
**Bước 1:** Kiểm tra xem thời điểm  $t_1$  vật đang ở đâu và đi theo chiều nào?

**Bước 2:** Tính xem trong khoảng thời gian  $\Delta t$  của đề bài thì vectơ quay quét được một góc bao nhiêu, tách góc đó theo  $k.2\pi + x$  với  $0 < x < 2\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

(Tách như vậy là bởi vì cứ véc tơ quay quét được 1 vòng  $2\pi$  thì vật luôn đi qua vị trí có li độ  $x$  bất kì hai lần (không kể chiều); đi qua vị trí có li độ  $x$  bất một lần (kể chiều âm hay dương).)

**Bước 3:** Dùng đường tròn suy ra kết quả bài toán.

Ta có:



+ Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  vật có pha là  $\frac{\pi}{4}$  tức là đang ở vị trí có li độ  $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$  và đang đi theo chiều âm.

+ Ta có góc vectơ quay quét được trong  $\frac{6053}{3}$  giây đầu là

$$\frac{6053}{3} \cdot 2\pi = 2017 \cdot 2\pi + \frac{2}{3} \cdot 2\pi = 2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$$

+ Vì sau khi quét góc  $2017 \cdot 2\pi$  thì vật đi qua  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm  $2017$  lần, và đang ở vị trí ban đầu, vẫn có pha là  $\frac{\pi}{4}$  tức là vẫn đang ở vị trí có li độ  $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  và đang đi theo chiều âm.

Ta xét xem khi vectơ quay quét thêm góc  $\frac{4\pi}{3}$  thì vật có qua  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm lần nào nữa không?

Thì dựa vào đường tròn, ta thấy sau khi quét thêm góc  $\frac{4\pi}{3}$  để cho đủ  $2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$  thì vật đi qua vị trí  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm thêm một lần nữa.

Vậy chất điểm đi qua  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm  $2018$  lần.

2. Tương tự như trên, nhưng sau khi quét góc  $2017 \cdot 2\pi$  thì vật đi qua  $x = \frac{A}{2}$   $2017 \cdot 2 = 4034$  lần và sau khi quét tiếp góc  $\frac{4\pi}{3}$  để cho đủ  $2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$  thì vật đi qua vị trí  $x = \frac{A}{2}$  thêm một lần nữa.

Vậy chất điểm đi qua  $x = \frac{A}{2}$  tổng cộng  $4035$  lần.

Ví dụ 10: (Trích đề thi Đại học môn Vật lí 2014) Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ khối lượng 100g đang dao động điều hòa theo phương ngang, mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng. Từ thời điểm  $t_1 = 0$  đến  $t_2 = \frac{\pi}{48}$  s, động năng của con lắc tăng từ 0,096 J đến giá trị cực đại rồi giảm về 0,064 J. Ở thời điểm  $t_2$ , thế năng của con lắc bằng 0,064 J. Biên độ dao động của con lắc là

A. 5,7 cm.                      B. 7,0 cm.                      C. 8,0 cm.                      D. 3,6 cm.

Lời giải

- Ở thời điểm  $t_2$  ta thấy, con lắc có động năng là 0,064 J và thế năng là 0,064 J. Suy ra cơ năng của con lắc là :  $0,064 \text{ J} + 0,064 \text{ J} = 0,128 \text{ J}$ .

- Có cơ năng tức là có  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = 0,128 \text{ J}$  (1), mà đề bài cho khối lượng, như vậy để tính biên độ ta cần tính được  $\omega$ .

- Đề bài cho từ thời điểm  $t_1 = 0$  đến  $t_2 = \frac{\pi}{48}$  s, động năng của con lắc tăng từ 0,096 J đến giá trị cực đại rồi giảm về 0,064 J nên ta sẽ tìm xem thời gian  $t_2 - t_1$  bằng bao nhiêu lần chu kì, từ đó suy ra  $\omega$ .

Muốn tính được, ta cần biết tại  $t_1$  và  $t_2$ , chất điểm ở đâu ( $x = ?$ ) và đi theo chiều nào? Thật vậy, ta có:

- Tại thời điểm  $t_1 = 0$  ta có  $W_d = 0,096 \text{ J}$  nên suy ra thế năng  $W_t = 0,128 - 0,096 = 0,032 \text{ J}$ , mà  $\frac{W_t}{W} = \left(\frac{x}{A}\right)^2$ , hay  $x = \pm A \cdot \sqrt{\frac{W_t}{W}}$ , nên li độ tại thời điểm này là :

$$x_1 = \pm \frac{A}{2}$$

- Tương tự, tại thời điểm  $t_2$  ta có  $W_t = 0,064 \text{ J}$  nên li độ tại thời điểm này là

$$x_2 = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

- Theo bài ra, từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$ , động năng của con lắc tăng đến giá trị cực đại rồi giảm, tức là thế năng của con lắc giảm đến 0 rồi tăng, tương ứng với vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = +\frac{A}{2}$ , qua vị

trí cân bằng, rồi đến  $x_2 = -\frac{A}{\sqrt{2}}$  hoặc ngược lại. Cả hai trường hợp đều cho ta góc quét được trên đường

tròn là  $\frac{5\pi}{12}$ , ứng với thời gian  $\frac{5T}{24}$ . Vậy ta có

$$\frac{\pi}{48} = \frac{5T}{24} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s.}$$

- Thay  $\omega = 20 \text{ rad/s}$  vào (1) ta tính được  $A = 8 \text{ cm}$ .

Đáp án C.

3.3. Bài tập tự luyện

Bài toán xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí A đến vị trí B

Câu 1: Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$

- A.  $\frac{T}{8}$ .      B.  $\frac{T}{4}$ .      C.  $\frac{T}{6}$ .      D.  $\frac{T}{12}$ .

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ  $\frac{A}{2}$  đến  $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$

- A.  $\frac{T}{8}$ .      B.  $\frac{T}{4}$ .      C.  $\frac{T}{6}$ .      D.  $\frac{T}{12}$ .

Câu 3: Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ  $\frac{A}{2}$  theo chiều âm đến vị trí cân bằng theo chiều dương.

- A.  $\frac{T}{2}$ .      B.  $\frac{3T}{4}$ .      C.  $\frac{7T}{12}$ .      D.  $\frac{5T}{6}$ .

Câu 4: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Xác định thời gian để vật đi từ vị trí 2,5 cm đến -2,5 cm.

- A.  $\frac{1}{12}$  s.      B.  $\frac{1}{10}$  s.      C.  $\frac{1}{20}$  s.      D.  $\frac{1}{6}$  s.

Câu 5: Một vật dao động điều hòa với phương trình là  $x = 4 \cos(2\pi t)$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi qua vị trí cân bằng kể từ thời điểm ban đầu là:

- A.  $t = 0,25$  s.      B.  $t = 0,75$  s.      C.  $t = 0,5$  s.      D.  $t = 1,25$  s.

Câu 6: Thời gian ngắn nhất để một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm đi từ vị trí cân bằng đến về vị trí biên

- A. 2,00 s.      B. 1,00 s.      C. 0,50 s.      D. 0,25 s.

Câu 7: Một vật dao động điều hòa từ A đến B với chu kỳ  $T$ , vị trí cân bằng O. Trung điểm OA, OB là M, N. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ M đến N là  $\frac{1}{30}$  s. Hãy xác định chu kỳ dao động của vật.

- A.  $\frac{1}{4}$  s.      B.  $\frac{1}{5}$  s.      C.  $\frac{1}{10}$  s.      D.  $\frac{1}{6}$  s.

Câu 8: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Xác định thời điểm đầu tiên vật đi đến vị trí có gia tốc là  $2m/s^2$  và vật đang tiến về vị trí cân bằng

- A.  $\frac{\pi}{12}$  s.      B.  $\frac{\pi}{60}$  s.      C.  $\frac{1}{10}$  s.      D.  $\frac{1}{30}$  s.

Câu 9: Một vật dao động điều hòa, với biên độ  $A = 10$  cm, tốc độ góc  $10\pi$  rad/s. Xác định thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có vận tốc cực đại đến vị trí có gia tốc  $a = -50$  m/s<sup>2</sup>.

- A.  $\frac{1}{60}$  s.      B.  $\frac{1}{45}$  s.      C.  $\frac{1}{30}$  s.      D.  $\frac{1}{32}$  s.

Bài toán trong một chu kì thời gian để vật thỏa mãn điều kiện cho trước?

Câu 10: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos(10t)$  cm. Trong một chu kỳ thời gian vật có vận tốc nhỏ hơn 25 cm/s là:

- A.  $\frac{\pi}{15}$  s.      B.  $\frac{4\pi}{30}$  s.  
C.  $\frac{1}{30}$  s.      D.  $\frac{1}{60}$  s.

Câu 11: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos(10t)$  cm. Trong một chu kỳ thời gian vật có tốc độ nhỏ hơn 25 cm/s là:

- A.  $\frac{\pi}{15}$  s.      B.  $\frac{\pi}{30}$  s.  
C.  $\frac{1}{30}$  s.      D.  $\frac{1}{60}$  s.

Câu 12: Một vật dao động điều hoà với tần số góc là 10 rad/s và biên độ 2cm. Thời gian mà vật có độ lớn vận tốc nhỏ hơn  $10\sqrt{3}$ cm/s trong mỗi chu kỳ là

- A.  $\frac{2\pi}{15}$ s.      B.  $\frac{\pi}{15}$ s.      C.  $\frac{\pi}{30}$ s.      D.  $\frac{4\pi}{15}$ s.

Câu 13: Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ . Biết quãng đường vật đi được trong thời gian 1(s) là 2A và  $\frac{2}{3}$ s đầu tiên là 9cm. Giá trị của A và  $\omega$  là

- A. 9cm và  $\pi$  rad/s.      B. 12 cm và  $2\pi$  rad/s.  
C. 6cm và  $\pi$  rad/s.      D. 12cm và  $\pi$  rad/s.

Câu 14: Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $\frac{T}{3}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$

. Tần số dao động của vật là

- A. 4 Hz.      B. 3 Hz.      C. 2 Hz.      D. 1 Hz.

**Bài toán xác định thời điểm vật qua vị trí cho trước**

Câu 15: Vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng là:

- A.  $t = \frac{2}{3} + 2k$  (s)  $k \in N$ .      B.  $t = -\frac{1}{3} + 2k$  (s)  $k \in N$ .  
C.  $t = \frac{2}{3} + k$  (s)  $k \in N$ .      D.  $t = \frac{1}{3} + k$  (s)  $k \in N$ .

Câu 16: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  cm. Các thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ  $x = -5$  cm theo chiều dương của trục Ox là:

- A.  $t = \frac{3}{4} + 2k$  (s) ( $k \in N$ ) .      B.  $t = \frac{3}{2} + 2k$  (s) ( $k \in N^*$ ).  
C.  $t = 1 + 2k$  (s) ( $k \in N$ ).      D.  $t = -\frac{1}{2} + 2k$  (s) ( $k \in N^*$ ).

Câu 17: Vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm là:

- A.  $t = -\frac{1}{12} + k$  (s) ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) .      B.  $t = \frac{5}{12} + k$ (s) ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ).  
C.  $t = -\frac{1}{12} + \frac{k}{2}$  (s) ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) .      D.  $t = \frac{1}{15} + k$ (s) ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ).

Câu 18: Vật dao động điều hòa trên phương trình  $x = 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm . Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ  $x = 2$ cm theo chiều dương là:

- A.  $t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2}$  (s) ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) .      B.  $t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2}$  (s) ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ).  
C.  $t = \frac{k}{2}$  (s) ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) .      D.  $t = -\frac{1}{6} + \frac{k}{2}$  (s) ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ).

Câu 19: Một vật dao động điều hoà có vận tốc thay đổi theo qui luật:  $v = 10\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm/s. Thời điểm vật đi qua vị trí  $x = -5$ cm là:

- A.  $\frac{3}{4}$ s.      B.  $\frac{2}{3}$ s.      C.  $\frac{1}{3}$ s.      D.  $\frac{1}{6}$ s.

Câu 20: Vật dao động với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm . Tìm thời điểm vật đi qua điểm có tọa độ  $x = 2,5$  theo chiều dương lần thứ nhất

- A.  $\frac{3}{8}$  s.      B.  $\frac{4}{8}$ s.      C.  $\frac{6}{8}$ s.      D. 0,38s.

Câu 21: Vật dao động với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Tìm thời điểm vật đi qua vị trí biên dương lần thứ 4 kể từ thời điểm ban đầu.

- A. 1,69 s .      B. 1,82 s .      C. 2,00 s .      D. 1,96 s .

Câu 22: Vật dao động với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Tìm thời điểm vật qua vị trí cân bằng lần thứ 4 kể từ thời điểm ban đầu.

- A.  $\frac{6}{5}$  s.                      B.  $\frac{4}{6}$  s.                      C.  $\frac{5}{6}$  s.                      D. Không đáp án .

Câu 23: Một vật dao động điều hòa trên trục x'ox với phương trình  $x = 10 \cos(\pi t)$  cm. Thời điểm để vật qua  $x = +5$ cm theo chiều âm lần thứ hai kể từ  $t = 0$  là:

- A.  $\frac{1}{3}$  s.                      B.  $\frac{13}{3}$  s.                      C.  $\frac{7}{3}$  s.                      D. 1 s.

Câu 24: Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động  $x = 2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm. thời điểm để vật đi qua li độ  $x = \sqrt{3}$  cm theo chiều âm lần đầu tiên kể từ thời điểm  $t = 2$ s là:

- A.  $\frac{27}{12}$  s.                      B.  $\frac{4}{3}$  s.                      C.  $\frac{7}{3}$  s.                      D.  $\frac{10}{3}$  s.

Câu 25: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2011?

- A. 2011.T.                      B.  $2010T + \frac{T}{12}$ .  
C. 2010T.                      D.  $2010T + \frac{7T}{12}$ .

Câu 26: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2012?

- A. 2011.T.                      B.  $2011T + \frac{T}{12}$ .  
C. 2011T.                      D.  $2011T + \frac{7T}{12}$ .

Câu 27: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos(\omega t)$ , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng lần thứ 2012?

- A. 1006.T.                      B.  $1006T - \frac{T}{4}$ .  
C.  $1005T + \frac{T}{2}$ .                      D.  $1005T + \frac{3T}{2}$ .

Câu 28: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí các vị trí cân bằng  $\frac{A}{2}$  lần thứ 2001?

- A. 500T.                      B.  $200T + \frac{T}{12}$ .  
C.  $500T + \frac{T}{12}$ .                      D. 200T.

**Xác định số lần vật đi qua vị trí x trong khoảng thời gian t**

Câu 29: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Xác định số lần vật đi qua vị trí  $x = 2,5$ cm trong một giây đầu tiên?

- A. 1 lần .                      B. 2 lần .                      C. 3 lần .                      D. 4 lần .

Câu 30: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Xác định số lần vật đi qua vị trí  $x = -2,5$ cm theo chiều dương trong một giây đầu tiên?

- A. 1 lần .                      B. 2 lần .                      C. 3 lần .                      D. 4 lần .

Câu 31: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Xác định số lần vật đi qua vị trí  $x = 2,5$  cm trong một giây đầu tiên?

- A. 1 lần.                      B. 2 lần.                      C. 3 lần.                      D. 4 lần.

Câu 32: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Xác định số lần vật đi qua vị trí  $x = 2,5$  cm trong một giây đầu tiên?

- A. 5 lần.                      B. 2 lần.                      C. 3 lần.                      D. 4 lần.

Câu 33: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Xác định số lần vật đi qua vị trí  $x = 2,5$  cm theo chiều âm kể từ thời điểm  $t = 2$  s đến  $t = 3,25$  s?

- A. 2 lần.                      B. 3 lần.                      C. 4 lần.                      D. 5 lần.

Câu 34: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Xác định số lần vật đi qua vị trí  $x = 2,5$  cm kể từ thời điểm  $t = 1,675$  s đến  $t = 3,415$  s?

- A. 10 lần.                      B. 11 lần.                      C. 12 lần.                      D. 5 lần.

### ĐÁP ÁN

1 A	5 A	9 A	13 C	17 B	21 D	25 A	29 B	33 C
2 B	6 C	10 B	14 D	18 A	22 C	26 B	30 A	34 B
3 C	7 B	11 A	15 C	19 B	23 C	27 B	31 D	
4 A	8 A	12 A	16 D	20 A	24 C	28 C	32 A	



4. Bài toán quãng đường

4.1. Phương pháp

Phương pháp truyền thống

**Bài toán:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$ ?

Lời giải

Chú ý rằng trong dao động điều hòa:

+ Trong một chu kì, vật luôn đi được quãng đường là  $4A$ .

+ Trong nửa chu kì, vật luôn đi được quãng đường  $2A$ .

+ Thế nhưng, trong một phần tư chu kì chẳng hạn, vật chưa chắc đi được quãng đường là  $A$  (câu trả lời vì sao dành cho bạn đọc, và bạn đọc nên chú ý điều này kéo nhâm lần)!!!

Quay trở lại bài toán, ta sẽ sử dụng đường tròn để giải.

Trước khi dùng đường tròn, hãy luôn ghi nhớ là nếu đề bài cho phương trình dạng sin thì ta phải chuyển về phương trình dạng cos để giải.

**Bước 1:** Xác định xem tại thời điểm  $t_1$  vật đang ở đâu ( $x_1$  bằng bao nhiêu?) và đang đi theo chiều nào ( $v_1$  âm hay dương?). Biểu diễn chất điểm tương ứng trên đường tròn.

**Bước 2:** Xác định góc quét được trong khoảng thời gian  $t_1$  đến  $t_2$ . Góc quét được là

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = (\omega t_2 + \varphi) - (\omega t_1 + \varphi) \Rightarrow \Delta\phi = \omega(t_2 - t_1).$$

**Bước 3:** Phân tích  $\Delta\phi = k \cdot 2\pi + \alpha$  với  $k$  nguyên và  $\alpha$  gọi là góc dư.

**Bước 4:** Quãng đường đi được  $s = k \cdot 4A + S_0$  trong đó  $S_0$  là quãng đường vật đi được ứng với góc dư  $\alpha$ ,  $S_0$  được xác định dựa trên đường tròn.

Ta qua ví dụ cụ thể để hiểu rõ hơn.

**Biểu thức tổng quát tính quãng đường**

**Bài toán:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$ ?

Lời giải

Xét trong khoảng thời gian rất nhỏ  $dt$ , ta có thể coi tốc độ của vật là không đổi. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $dt$  là

$$\begin{aligned} ds &= |dx| \\ &= |v|dt \\ &= |-\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt \\ &= |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt \end{aligned}$$

Lấy tích phân hai vế ta được quãng đường  $S$  vật đi được từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$  là:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt$$

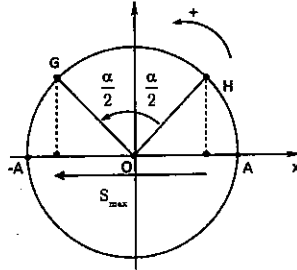
Tích phân này tính khá phức tạp. Ta có thể sử dụng máy tính cầm tay Casio hoặc Vinacal tính tích phân này. Tuy nhiên, việc tính toán sẽ rất lâu (tầm hơn 1 phút thậm chí hơn 2 phút, tùy thuộc vào các đời máy). Vậy nên, phương pháp này không khuyến khích học sinh sử dụng mặc dù ta chỉ phải tính quãng đường nhờ đúng một phép tính!

Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong một khoảng thời gian nào đó

Xét khoảng thời gian  $t < \frac{T}{2}$ .

*Quãng đường lớn nhất.*

Để đi được quãng đường lớn nhất thì thứ nhất vật phải đi qua nơi có tốc độ lớn nhất (vị trí cân bằng), thứ hai là vị trí đầu và vị trí cuối đối xứng qua vị trí cân bằng (ta có thể hoàn toàn chứng minh được điều này).



Dựa vào hình vẽ, ta thấy quãng đường lớn nhất vật đi được là

$$s = A \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) + A \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = 2A \sin \frac{\alpha}{2}$$

Trong đó  $\alpha$  là góc mà vật quét được trong khoảng thời gian  $t$ .

Tóm lại, cách tính quãng đường lớn nhất là:

- Xác định góc quét  $\alpha$

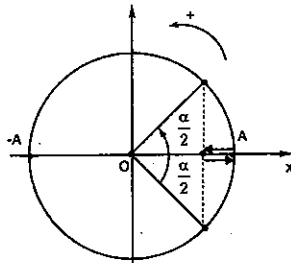
$$\alpha = \omega t.$$

- Xác định quãng đường lớn nhất thông qua biểu thức

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\alpha}{2}$$

*Quãng đường nhỏ nhất.*

Để đi được quãng đường nhỏ nhất thì thứ nhất vật phải đi qua nơi có tốc độ nhỏ nhất (một trong hai vị trí biên), thứ hai là vị trí đầu và vị trí cuối cách đều vị trí biên (ta có thể hoàn toàn chứng minh được điều này).



Dựa vào hình vẽ, ta thấy quãng đường nhỏ nhất vật đi được là

$$s = \left(A - A \cos \frac{\alpha}{2}\right) + \left(A - A \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

Trong đó  $\alpha$  là góc mà vật quét được trong khoảng thời gian  $t$ .

Tóm lại, cách tính quãng đường nhỏ nhất là:

- Xác định góc quét  $\alpha$

$$\alpha = \omega t.$$

- Xác định quãng đường nhỏ nhất thông qua biểu thức

$$S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right).$$

Xét khoảng thời gian  $t > \frac{T}{2}$

- Tách  $t = k\frac{T}{2} + t'$ , trong đó  $k \in \mathbb{N}^*$ ;  $0 < t' < \frac{T}{2}$

- Trong thời gian  $k\frac{T}{2}$  quãng đường vật đi được luôn là  $k2A$ .

- Trong thời gian  $0 < t' < \frac{T}{2}$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như phần trên. Do đó quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất của chất điểm dao động điều hòa đi được trong thời gian  $t > \frac{T}{2}$  là

$$S_{\max} = k2A + 2A \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{\min} = k2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

#### 4.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $t_1 = 1,5$  s đến  $t_2 = \frac{14}{3}$  s là:

- A.  $55 + 5\sqrt{3}$  cm.    B.  $40 + 5\sqrt{3}$  cm.    C.  $50 + 5\sqrt{2}$  cm.    D.  $60 - 5\sqrt{3}$  cm.

#### Lời giải

Cách 1: Truyền thống

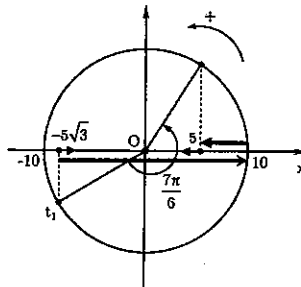
+ Tại thời điểm  $t_1$  ta có  $x_1 = 10 \cos\left(\pi \cdot 1,5 - \frac{\pi}{3}\right) = -5\sqrt{3}$  và có  $v_1 = -10\pi \sin\left(\pi \cdot 1,5 - \frac{\pi}{3}\right) > 0$  nên vật đang đi qua  $x_1 = -5\sqrt{3}$  theo chiều dương.

+ Góc quét

$$\Delta\phi = \omega(t_2 - t_1) = \pi\left(\frac{14}{3} - 1,5\right) = \frac{19\pi}{6} = 2\pi + \frac{7\pi}{6}.$$

+ Dựa vào đường tròn, quãng đường đi được khi quét thêm  $\frac{7\pi}{6}$  là

$$S_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2} + A + \frac{A}{2} = 5\sqrt{3} + 10 + 5 = 15 + 5\sqrt{3} \text{ cm.}$$



+ Vậy tổng quãng đường đi được là  $s = 4A + S_0 = 4 \cdot 10 + 15 + 5\sqrt{3} = 55 + 5\sqrt{3}$  cm.

**Đáp án A.**

**Cách 2:** Sử dụng máy tính

Sử dụng máy tính để tính tích phân sau đây ta cũng thu được kết quả tương tự.

$$\int_{1,5}^{\frac{14}{3}} \left| 10\pi \sin \left( \pi t - \frac{\pi}{3} \right) \right| \approx 63,66 = 55 + 5\sqrt{3}$$

**Đáp án A.**

**Ví dụ 2:** Vật dao động điều hòa với biên độ  $A$  và chu kì  $T$ . Tính

1. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{T}{4}$
2. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{5T}{6}$

Lời giải

1. Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{T}{4}$

- Góc quét

$$\alpha = \frac{T}{4} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$$

- Quãng đường lớn nhất

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\alpha}{2} = 2A \sin \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = A\sqrt{2}$$

Quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{T}{4}$

- Góc quét

$$\alpha = \frac{T}{4} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$$

- Quãng đường nhỏ nhất

$$S_{\min} = 2A \left( 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 2A \left( 1 - \cos \frac{\frac{\pi}{2}}{2} \right) = 2A - A\sqrt{2}$$

2. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{5T}{6}$

Ta có  $\frac{5T}{6} = \frac{T}{3} + \frac{T}{2}$ . Trong khoảng thời gian  $\frac{T}{3}$  ta có góc quét

$$\alpha = \frac{T}{3} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$$

Do đó, quãng đường lớn nhất và quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{5T}{6}$  lần lượt là

$$\begin{cases} S_{\max} = 2A + 2A \sin \frac{2\pi}{3} = (2 + \sqrt{3}) A \\ S_{\min} = 2A + 2A \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{3} \right) = 3A \end{cases}$$

**Nhận xét:** Đó là những bài toán xuôi về quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất. Ta chuyển sang ví dụ tiếp theo: bài toán ngược về quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hoà với  $A = 4$  cm, xét trong khoảng thời gian 3,2 s thấy quãng đường dài nhất là 18 cm. Nếu xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì quãng đường ngắn nhất vật đi được là bao nhiêu?

A. 10,83 cm.

B. 9,2 cm.

C. 12,8 cm.

D. 16 cm.

Lời giải

Xét trong khoảng thời gian 3,2 s thì quãng đường lớn nhất là

$$S_{\max} = 18 = 2 \cdot 2A + 2$$

Do đó  $3,2 = 2 \cdot \frac{T}{2} + t$ , trong đó quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $t$  là 2 cm. Góc quét  $\alpha = \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot t$  nên

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow 2 = 2 \cdot 4 \cdot \sin \frac{\pi t}{T} \Leftrightarrow \frac{\pi t}{T} = 0,253 \Leftrightarrow t = 0,08T$$

Từ đó ta có  $3,2 = 2 \cdot \frac{T}{2} + 0,08T$  suy ra  $T = 2,962$  s.

Nếu xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì ta có  $2,3 = \frac{T}{2} + 0,819$  nên do đó

$$\begin{aligned} S_{\min} &= k2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi \cdot 0,819}{2,962}\right) \\ &= 10,83 \end{aligned}$$

Đáp án A.

Ví dụ 4: Một vật dao động điều hòa với biên độ 6 cm. Quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong một giây là 18 cm. Hỏi ở thời điểm kết thúc quãng đường đó thì tốc độ của vật là bao nhiêu?

A. 20,20 cm/s.

B. 25,20 cm/s.

C. 27,20 cm/s.

D. 28,20 cm/s.

Lời giải

Muốn tính tốc độ tại thời điểm kết thúc quãng đường thì ta phải tính được tại thời điểm đó vật có li độ là bao nhiêu, và phải tính được  $\omega$  để sử dụng công thức độc lập thời gian.

Ta có  $18 = 2A + 6$  nên  $1s = \frac{T}{2} + t$  trong đó quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong thời gian  $t$  là 6 cm.

Ta có

$$6 = 2A \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \Leftrightarrow 6 = 2 \cdot 6 \left(1 - \cos \frac{\pi t}{T}\right) \Leftrightarrow t = \frac{T}{3}$$

Từ đó  $1s = \frac{T}{2} + \frac{T}{3}$  suy ra  $T = 1,2$  s.

Vật kết thúc quãng đường tại vị trí

$$x = A \cos \alpha = A \cos \frac{\pi t}{T} = \frac{A}{2} = 3$$

Từ đó tốc độ của vật khi đó là

$$|v| = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{1,2} \sqrt{6^2 - 3^2} = 27,2$$

Đáp án C.

**Ví dụ 5:** Cho vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm). Cho  $\pi^2 = 10$ . Tìm vận tốc sau khi vật đi được quãng đường 74,5 cm kể từ thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ) ?

A.  $v = -\pi\sqrt{7}$  cm/s.                                      B.  $v = -2\pi\sqrt{2}$  cm/s.  
 C.  $v = 2\pi\sqrt{7}$  cm/s.                                         D.  $v = \pi\sqrt{7}$  cm/s.

Lời giải

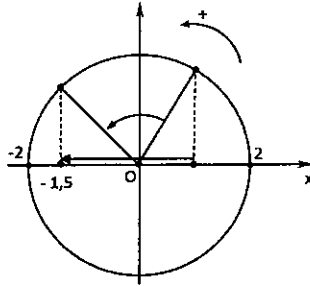
Muốn tìm được vận tốc của vật, ta phải tìm được vị trí và chiều của vật (dựa vào biểu thức độc lập thời gian giữa  $v$  và  $x$ ).

Để tìm được vị trí của vật sau khi đi được quãng đường 74,5, ta sẽ dùng đường tròn. Ta có:

$$74,5 = 9 \cdot 4 \cdot 2 + 2,5 = 9 \cdot 4A + 2,5$$

Tức là từ thời điểm ban đầu, để đi được 74,5 cm thì vật đi hết 9 chu kì (vị trí lúc này của vật là vị trí ban đầu) và đi thêm 2,5 cm.

Dựa vào đường tròn, ta có vị trí của vật sau khi đi được 74,5 cm là  $x = -1,5$  cm (hình vẽ).



Lúc này vật đang đi theo chiều âm nên  $v < 0$ , ta có vận tốc của vật là

$$v = -\omega\sqrt{A^2 - x^2} = -2\pi\sqrt{2^2 - 1,5^2} = -\pi\sqrt{7}$$

Đáp án A.

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A$ , ban đầu vật đứng tại vị trí có li độ  $x = -5$  cm. Sau khoảng thời gian  $t_1$  vật về đến vị trí  $x = 5$  cm nhưng chưa đổi chiều chuyển động. Tiếp tục chuyển động thêm 18 cm nữa vật về đến vị trí ban đầu và đủ một chu kỳ. Hãy xác định biên độ dao động của vật?

A. 7 cm.                                      B. 10 cm.                                      C. 5 cm.                                      D. 6 cm.

Lời giải

Sau khoảng thời gian  $t_1$  vật về đến vị trí  $x = 5$  cm nhưng chưa đổi chiều chuyển động tức là vật đi từ  $x = -5$  cm đến  $x = 5$  cm chưa đổi chiều. Giả sử vật đi theo chiều dương thì quãng đường đi từ  $x = -5$  cm đến  $x = 5$  cm là 10 cm.

Tiếp theo, vật từ  $x = 5$  cm đi theo chiều dương, đến biên dương. Từ biên dương về biên âm rồi từ biên âm về  $x = -5$  cm theo chiều dương thì đủ một chu kì kể từ lúc bắt đầu xuất phát. Mà theo bài ra quãng đường này bằng 18 cm nên quãng đường vật đi được trong một chu kì là

$$4A = 10 + 18.$$

Từ đó suy ra biên độ  $A = 7$  cm.

Đáp án A.

4.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 6 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Tính quãng đường vật đi được sau 1 s kể từ thời điểm ban đầu.

- A. 24 cm.                      B. 60 cm.                      C. 48 cm.                      D. 64 cm.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 6 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Tính quãng đường vật đi được sau 2,125 s kể từ thời điểm ban đầu?

- A. 104,00 cm.                      B. 104,78 cm.                      C. 104,20 cm.                      D. 100,00 cm.

Câu 3: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 6 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 2,125$  s đến  $t = 3$  s?

- A. 38,42 cm.                      B. 39,99 cm.                      C. 39,80 cm.                      D. Đáp án khác.

Câu 4: Vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ  $t_1 = \frac{3}{2}$  s  $\rightarrow$   $t_2 = \frac{13}{3}$  s là:

- A.  $50 + 5\sqrt{3}$  cm.                      B.  $40 + 5\sqrt{3}$  cm.                      C.  $50 + 5\sqrt{2}$  cm.                      D.  $60 - 5\sqrt{3}$  cm.

Câu 5: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Xác định quãng đường vật đi được sau  $\frac{7T}{12}$  s kể từ thời điểm ban đầu?

- A. 12,0 cm.                      B. 10,0 cm.                      C. 20,0 cm.                      D. 12,5 cm.

Câu 6: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  tính quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian  $\frac{T}{8}$  kể từ thời điểm ban đầu?

- A.  $A \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{A}{2}$ .                      C.  $A \frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $A \sqrt{2}$ .

Câu 7: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  tính quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian  $\frac{T}{4}$  kể từ thời điểm ban đầu?

- A.  $A \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{A}{2}$ .                      C.  $A \frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $A \sqrt{2}$ .

Câu 8: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ . Sau một phần tư chu kỳ kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường là bao nhiêu?

- A.  $\frac{A}{2} + \frac{A\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{A}{2} + \frac{A\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{A}{2} + A$ .                      D.  $\frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2}$ .

Câu 9: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{T}{6}$

- A. 5.                      B.  $5\sqrt{2}$ .                      C.  $5\sqrt{3}$ .                      D. 10.

Câu 10: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{T}{4}$

- A. 5.                      B.  $5\sqrt{2}$ .                      C.  $5\sqrt{3}$ .                      D. 10.

Câu 11: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{T}{3}$

- A. 5.                      B.  $5\sqrt{2}$ .                      C.  $5\sqrt{3}$ .                      D. 10.

Câu 12: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm. Sau  $\frac{T}{4}$  s kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường là 10 cm. Tìm biên độ dao động của vật?

- A. 5 cm.                      B.  $4\sqrt{2}$ cm.                      C.  $5\sqrt{2}$ cm.                      D. 8 cm.

Câu 13: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cmsau  $\frac{7T}{12}$  vật đi được 10cm. Tính biên độ dao động của vật.

- A. 5 cm.                      B. 4 cm.                      C. 3 cm.                      D. 6 cm.

Câu 14: Một vật dao động điều hòa với biên độ A. Tìm quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{2T}{3}$ .

- A. 2A.                      B. 3A.                      C. 3,5A.                      D. 4A.

Câu 15: Một vật dao động điều hòa với biên độ A. Tìm quãng đường nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{2T}{3}$ .

- A. 2A.                      B. 3A.                      C. 3,5A.                      D.  $(4-\sqrt{3})A$ .

Câu 16: Li độ của một vật dao động điều hòa có biểu thức  $x = 8 \cos(2\pi t - \pi)$  cm. Độ dài quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{8}{3}$  s tính từ thời điểm ban đầu là:

- A. 80 cm.                      B. 82 cm.  
C. 84 cm.                      D.  $80 + 2\sqrt{3}$ cm..

Câu 17: Chất điểm có phương trình dao động  $x = 8 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Quãng đường mà chất điểm đó đi được từ  $t_0 = 0 \rightarrow t_1 = 1,5$  s là:

- A. 0,48 m.                      B. 32 cm.                      C. 40 cm.                      D. 0,56 m.

Câu 18: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 10 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 1,55s tính từ lúc xét dao động là:

- A.  $140 + 5\sqrt{2}$ cm.                      B.  $150\sqrt{2}$  cm.  
C.  $160 - 5\sqrt{2}$  cm.                      D.  $160 + 5\sqrt{2}$  cm.

Câu 19: Vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Quãng đường vật đi được trong 1,1s đầu tiên là:

- A.  $S = 40\sqrt{2}$  cm.                      B.  $S = 44$  cm.  
C.  $S = 40$  cm.                      D.  $40 + \sqrt{3}$  cm.

Câu 20: Quả cầu của con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Quãng đường quả cầu đi được trong 2,25s đầu tiên là:

- A.  $S = 16 + \sqrt{2}$  cm.                      B.  $S = 18$  cm.  
C.  $S = 16 + 2\sqrt{2}$  cm.                      D.  $S = 16 + 2\sqrt{3}$  cm.

Câu 21: Một con lắc lò xo dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O giữa hai vị trí biên A và B. Độ cứng của lò xo là  $k = 250$  N/m, vật  $m = 100$ g, biên độ dao động 12 cm. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng. Gốc thời gian là lúc vật tại vị trí A. Quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{\pi}{12}$  s đầu tiên là:

- A. 97,6 cm.                      B. 1,6 cm.                      C. 94,4 cm.                      D. 49,6cm..

Câu 22: Một vật dao động điều hòa với chu kỳ 2s, biên độ A = 5 cm. Xác định quãng đường lớn nhất vật đi được trong  $\frac{1}{3}$  s.

- A. 5 cm.                      B. 10 cm.  
C.  $5\sqrt{3}$ cm.                      D. 2,5 cm.



Câu 23: Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A$ , ban đầu vật đứng tại vị trí có li độ  $x = -5$  cm. Sau khoảng thời gian  $t_1$  vật về đến vị trí  $x = 5$  cm nhưng chưa đổi chiều chuyển động. Tiếp tục chuyển động thêm 18 cm nữa vật về đến vị trí ban đầu và đủ một chu kỳ. Hãy xác định biên độ dao động của vật?

A. 7 cm.

B. 10 cm.

C. 5 cm.

D. 6 cm.

## ĐÁP ÁN

1 C	4 A	7 D	10 B	13 B	16 C	19 B	22 A
2 C	5 D	8 A	11 C	14 B	17 A	20 C	
3 C	6 A	9 A	12 C	15 D	18 C	21 A	23 A

**5. Bài toán vận tốc, tốc độ**

**5.1. Phương pháp**

**Vận tốc trung bình**

Vận tốc trung bình được định nghĩa là thương số giữa độ dời và thời gian thực hiện độ dời. Giả sử tại thời điểm  $t_1$  vật có li độ  $x_1$ , tại thời điểm  $t_2$  vật có li độ  $x_2$  thì vận tốc trung bình được xác định bởi

$$\text{Vận tốc trung bình} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

**Nhận xét:**

- Vận tốc trung bình trong 1 chu kì bằng không.
- Vận tốc trung bình có thể âm hoặc dương.

**Tốc độ trung bình**

Tốc độ trung bình được định nghĩa là thương số giữa quãng đường đi được và thời gian đi quãng đường đó.

$$\text{Tốc độ trung bình} = \frac{\text{Quãng đường đi được từ } t_1 \text{ đến } t_2}{t_2 - t_1}$$

**Nhận xét:**

- Tốc độ trung bình trong một chu kì là

$$\frac{4A}{T} = \frac{2\omega A}{\pi} = \frac{2v_{max}}{\pi}$$

- Tốc độ trung bình luôn dương.

**Chú ý:**

- Để tính được tốc độ trung bình trong một khoảng thời gian nào đó, ta chỉ cần tính được quãng đường đi trong khoảng thời gian đó (đã học kĩ ở phần trước), sau đó chia cho thời gian là xong.
- Nếu đề bài hỏi tính tốc độ trung bình lớn nhất hoặc nhỏ nhất trong khoảng thời gian nào đó, thì ta tìm quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian đó, sau đó chia cho thời gian là xong.

**5.2. Ví dụ minh họa**

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa có độ lớn vận tốc cực đại là 31,4 cm/s. Lấy  $\pi = 3,14$ . Tốc độ trung bình của vật trong một chu kì dao động là

- A. 20 cm/s.                      B. 12 cm/s.                      C. 10 cm/s.                      D. 15 cm/s.

Lời giải

Trong một chu kì dao động vật luôn đi được quãng đường  $4A$ . Do đó tốc độ trung bình trong một chu kì là:

$$v_{tb} = \frac{4A}{T} = \frac{4A}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{4A\omega}{2\pi} = \frac{4v_{max}}{2\pi} = 20\text{cm/s}$$

Đáp án A.

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa trong một phút thực hiện được 50 dao động và đi được quãng đường là 16 m. Tính tốc độ trung bình bé nhất mà vật có thể đạt được trong khoảng thời gian dao động bằng 1,6 s

- A. 35 cm/s.                      B. 10,0 cm/s.                      C. 25,0 cm/s.                      D. 20 cm/s.

Lời giải

Trong một phút vật thực hiện được 50 dao động nên chu kì là

$$T = \frac{60}{50} = 1,2 \text{ s.}$$

Và quãng đường đi được là  $50 \cdot 4A = 1600$  từ đó suy ra biên độ  $A = 8$  cm.

Ta có thời gian

$$1,6 = 2 \cdot 0,6 + 0,4 = 2 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{3}$$

Do đó quãng đường nhỏ nhất vật đi được là

$$\begin{aligned} S_{\min} &= k \cdot 2A + 2A \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 2 \cdot 2A + 2A \left(1 - \sin \frac{\omega t}{2}\right) \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 8 + 2 \cdot 8 \cdot \left(1 - \sin \frac{2\pi \cdot \frac{T}{3}}{2}\right) \\ &= 56 \text{ cm} \end{aligned}$$

Tốc độ trung bình bé nhất là

$$v_{tb} = \frac{56}{1,6} = 35 \text{ cm/s}$$

**Đáp án A.**

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A$ , chu kỳ  $T$ . Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong  $\frac{T}{3}$  ?

A.  $\frac{4\sqrt{2}A}{T}$   
C.  $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$

B.  $\frac{3A}{T}$   
D.  $\frac{5A}{T}$

Lời giải

Trong khoảng thời gian cố định thì tốc độ trung bình tỉ lệ thuận với quãng đường đi được. Tốc độ trung bình lớn nhất khi quãng đường đi được lớn nhất.

Ta có trong khoảng thời gian  $\frac{T}{3}$ , góc quét  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$  thì quãng đường lớn nhất vật đi được là

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\alpha}{2} = 2A \sin \frac{2\pi}{3} = A\sqrt{3}$$

Tốc độ trung bình lớn nhất là

$$v_{tb}^{\max} = \frac{A\sqrt{3}}{\frac{T}{3}} = \frac{3\sqrt{3}A}{T}$$

**Đáp án C.**

Ví dụ 4: Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo thẳng dài 14 cm với chu kì 1 s. Từ thời điểm vật qua vị trí có li độ 3,5 cm theo chiều dương đến khi gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu lần thứ hai, vật có tốc độ trung bình là

A. 27,3 cm/s.

B. 28,0 cm/s.

C. 27,0 cm/s.

D. 26,7 cm/s.

Lời giải

- Để tính được tốc độ trung bình của vật, ta cần tính tổng quãng đường vật đi được, và thời gian đi hết quãng đường đó.

- Chiều dài quỹ đạo của vật là 14 cm, nên biên độ dao động là  $A = 7$  cm.

- Gia tốc của vật  $a = -\omega^2 x$ , mà  $-A \leq x \leq +A$ , suy ra  $-\omega^2 A \leq a \leq \omega^2 A$ , nên gia tốc đạt giá trị cực tiểu khi  $x = A$ , (rất nhiều học sinh nhầm rằng gia tốc đạt giá trị cực tiểu là bằng 0, điều này sai, nhưng nếu nói ĐỘ LỚN của gia tốc đạt giá trị cực tiểu là bằng 0 thì đúng).

- Từ đó ta hình dung được quỹ đạo đường đi của vật như sau : thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li

độ 3,5 cm theo chiều dương, đến biên dương lần thứ nhất (gia tốc cực tiểu lần thứ nhất), đi tiếp 1 chu kì sẽ đến biên dương lần thứ hai (gia tốc cực tiểu lần thứ hai). Dựa vào đường tròn, ta thấy

- Tổng quãng đường vật đi được là :  $3,5 + 4 \cdot 7 = 31,5 \text{ cm}$ .
- Tổng thời gian vật đi quãng đường đó là :  $\frac{T}{6} + T = \frac{7T}{6} = \frac{7}{6} \text{ s}$ .
- Tốc độ trung bình là :

$$v_{tb} = \frac{31,5}{\frac{7}{6}} = 27 \text{ cm/s}$$

Đáp án C.

**Ví dụ 5:** (ĐH 2011) Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kì 2 s. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng 1/3 lần thế năng là

A. 26,12 cm/s.      B. 7,32 cm/s.      C. 14,64 cm/s.      D. 21,96 cm/s.

Lời giải

Muốn tính tốc độ trung bình ta cần tìm quãng đường vật đi được khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng 1/3 lần thế năng.

Nhớ lại cách xác định quãng đường, ta cần xác định li độ và chiều chuyển động của vật khi ở vị trí có động năng bằng 3 và ở vị trí có động năng bằng 1/3 thế năng. Ta có

$$\begin{cases} W_d = nW_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow W_t = (n+1)W \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$$

Từ đó ta có

$$\begin{cases} x_1 = \pm \frac{A}{\sqrt{3+1}} = \pm \frac{A}{2} \\ x_2 = \pm \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{3}+1}} = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Dựa vào đường tròn, thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ  $x_1$  đến  $x_2$  là thời gian đi từ  $\begin{cases} -\frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow -\frac{A}{2} \\ \frac{A}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

theo chiều dương hoặc  $\begin{cases} \frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{A}{2} \\ -\frac{A}{2} \rightarrow -\frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$  theo chiều âm. Lúc này vật đi được quãng đường là

$$S = \frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2} = 5\sqrt{3} - 5$$

Và thời gian là  $\Delta t = \frac{T}{12} = \frac{1}{6}$ , suy ra tốc độ trung bình là

$$v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{5\sqrt{3} - 5}{\frac{1}{6}} = 30\sqrt{3} - 30 = 21,96 \text{ cm/s}$$

Đáp án D.

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng 100 g và một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ . Kéo vật xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn 4 cm rồi truyền cho nó một vận tốc  $40\pi \text{ (cm/s)}$  theo phương thẳng đứng hướng xuống. Chọn chiều dương hướng xuống. Coi vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Tốc độ trung bình khi vật chuyển động từ vị trí thấp nhất đến vị trí lò xo bị nén 1,5 cm lần thứ 2 là:

A. 93,75 cm/s.

B. - 93,75 cm/s.

C. 56,25 cm/s.

D. - 56,25 cm/s.

Lời giải

- Chọn chiều dương hướng xuống.

- Tần số góc của dao động của con lắc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\sqrt{10} = 10\pi \text{ rad/s}$ .

- Trước tiên ta phải tìm được vị trí lò xo nén 1,5 cm là vị trí có li độ bao nhiêu? Sau đó, dựa vào đường tròn xác định quãng đường và thời gian, suy ra tốc độ trung bình.

Muốn tìm được vị trí đó ta phải có độ giãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Ta có độ giãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng

$$\Delta \ell_0 = \frac{mg}{k} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

Khi vật ở M lò xo bị nén 1,5 cm tọa độ của vật lúc đó là  $x = -(1 + 1,5) = -2,5 \text{ cm}$

- Tiếp theo, ta cần tính biên độ của vật là bao nhiêu?

Rất nhiều học sinh đọc đoạn "kéo vật xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn 4 cm rồi truyền vận tốc..." là cho luôn  $x = 4$  rồi dùng công thức độc lập thời gian để suy ra biên độ. Như thế là sai, vì 4 cm là đoạn lò xo giãn chứ không phải li độ.

Li độ của vật khi lò xo giãn 4 cm là

$$x_0 = 4 - \Delta \ell_0 = 4 - 1 = 3 \text{ cm}$$

Biên độ dao động của vật được xác định bởi

$$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = 0,03^2 + \frac{0,4^2 \pi^2}{100\pi^2} = 0,05^2 \Rightarrow A = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

- Tiếp theo, ta tính quãng đường và thời gian.

Dựa vào đường tròn, quãng đường vật đi từ vị trí thấp nhất ( $x = A$ ) đến điểm M lần thứ hai là

$$S = 2A + \frac{A}{2} = 2,5A = 12,5 \text{ cm.}$$

Thời gian vật đi từ A đến M lần thứ hai

$$t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} = \frac{2,2\pi}{3 \cdot \omega} = \frac{2}{15}$$

- Tốc độ trung bình cần tìm là

$$v_{TB} = \frac{S}{t} = \frac{12,5}{\frac{2}{15}} = 93,75 \text{ cm/s.}$$

Đáp án A.

Ví dụ 7: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi  $v_{TB}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì,  $v$  là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB}$  là

A.  $\frac{T}{6}$ .

B.  $\frac{2T}{3}$ .

C.  $\frac{T}{3}$ .

D.  $\frac{T}{2}$ .

Lời giải

Muốn tính được thời gian để  $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB}$  thì ta sẽ dùng đường tròn của vận tốc, để dùng được đường tròn thì ta cần biết được  $v_{TB}$  bằng bao nhiêu lần  $v_{max}$ .

Ta có

$$v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2}{\pi} \omega A = \frac{2}{\pi} v_{max} \Rightarrow v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB} \Leftrightarrow v \geq \frac{1}{2} v_{max}$$

Dựa vào đường tròn, trong một chu kì, thời gian để  $v \geq \frac{1}{2} v_{max}$  là thời gian vận tốc từ  $\frac{1}{2} v_{max}$  tăng lên đến  $v_{max}$  rồi từ  $v_{max}$  giảm đến  $\frac{1}{2} v_{max}$ .

Dựa vào đường tròn ta có góc quét là  $\frac{2\pi}{3}$  nên thời gian là  $\Delta t = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{T}{3}$

Đến đây chọn đáp án C là sai lầm. Chú ý rằng đề bài cho  $v$  là tốc độ tức thời chứ không phải vận tốc tức thời, nên nếu gọi  $v_t$  là vận tốc tức thời thì ta sẽ có

$$|v_t| \geq \frac{1}{2} v_{max} \Leftrightarrow \begin{cases} v_t \geq \frac{1}{2} v_{max} \\ v_t \leq -\frac{1}{2} v_{max} \end{cases}$$

Đến lúc này ta sử dụng đường tròn ta có ta có thời gian để  $v_t \geq \frac{1}{2} v_{max}$  là thời gian đi từ  $\left(\frac{1}{2} v_{max}\right)^{(-)}$  →

$v_{max} \rightarrow \left(\frac{1}{2} v_{max}\right)^{(+)}$  và thời gian  $\left(-\frac{1}{2} v_{max}\right)^{(-)} \rightarrow -v_{max} \rightarrow \left(-\frac{1}{2} v_{max}\right)^{(+)}$

Dựa vào đường tròn ta có góc quét là  $\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$  nên thời gian là

$$\Delta t = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{2T}{3}$$

Đáp án B.

**5.3. Bài tập tự luyện**

Câu 1: Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm. Tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ  $t = 2$  s đến  $t = 4,875$  s là:

- A. 7,45 m/s.      B. 8,14 cm/s.      C. 7,16 cm/s.      D. 7,86 cm/s.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  cm. Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương đến vị trí cân bằng theo chiều âm

- A. 0,36 m/s.      B. 3,6 m/s.      C. 0 cm/s.      D. Đáp án khác.

Câu 3: Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  cm. Tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ  $t_1 = 1,000$  s đến  $t_2 = 4,625$  s là:

- A. 15,5 cm/s.      B. 17,4 cm/s.      C. 12,8 cm/s.      D. 19,7 cm/s.

Câu 4: Một vật dao động điều hòa với biên độ A, chu kỳ T. Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong  $\frac{T}{3}$  ?

- A.  $\frac{4\sqrt{2}A}{T}$ .      B.  $\frac{3A}{T}$ .      C.  $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$ .      D.  $\frac{5A}{T}$ .

Câu 5: Một vật dao động điều hòa với biên độ A, chu kỳ T. Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong  $\frac{T}{4}$  ?

- A.  $\frac{4\sqrt{2}A}{T}$ .      B.  $\frac{3A}{T}$ .      C.  $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$ .      D.  $\frac{6A}{T}$ .

Câu 6: Một vật dao động điều hòa với biên độ A, chu kỳ T. Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của vật có thể đạt được trong  $\frac{T}{6}$  ?

A.  $\frac{4\sqrt{2}A}{T}$       B.  $\frac{3A}{T}$       C.  $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$       D.  $\frac{6A}{T}$

Câu 7: Một vật dao động với biên độ A, chu kỳ T. Hãy tính tốc độ nhỏ nhất của vật trong  $\frac{T}{3}$

A.  $\frac{4\sqrt{2}A}{T}$       B.  $\frac{3A}{T}$       C.  $\frac{3\sqrt{3}A}{T}$       D.  $\frac{6A}{T}$

Câu 8: Một vật dao động với biên độ A, chu kỳ T. Hãy tính tốc độ nhỏ nhất của vật trong  $\frac{T}{4}$

A.  $\frac{4(2A - A\sqrt{2})}{T}$       B.  $\frac{4(2A + A\sqrt{2})}{T}$       C.  $\frac{(2A - A\sqrt{2})}{T}$       D.  $\frac{3(2A - A\sqrt{2})}{T}$

Câu 9: Một vật dao động với biên độ A, chu kỳ T. Hãy tính tốc độ nhỏ nhất của vật trong  $\frac{T}{6}$

A.  $\frac{4(2A - A\sqrt{3})}{T}$       B.  $\frac{6(A - A\sqrt{3})}{T}$       C.  $\frac{6(2A - A\sqrt{3})}{T}$       D.  $\frac{6(2A - 2A\sqrt{3})}{T}$

Câu 10: Một vật dao động với biên độ A, chu kỳ T. Tính tốc độ trung bình lớn nhất vật có thể đạt được trong  $\frac{2T}{3}$  ?

A.  $\frac{4A}{T}$       B.  $\frac{2A}{T}$       C.  $\frac{9A}{2T}$       D.  $\frac{9A}{4T}$

Câu 11: Một vật dao động với biên độ A, chu kỳ T. Tính tốc độ trung bình nhỏ nhất vật có thể đạt được trong  $\frac{2T}{3}$  ?

A.  $\frac{(12A - 3A\sqrt{3})}{2T}$       B.  $\frac{(9A - 3A\sqrt{3})}{2T}$       C.  $\frac{(12A - 3A\sqrt{3})}{T}$       D.  $\frac{(12A - A\sqrt{3})}{2T}$

Câu 12: Một vật dao động với biên độ A, chu kỳ T. Tính tốc độ trung bình nhỏ nhất vật có thể đạt được trong  $\frac{3T}{4}$  ?

A.  $\frac{4(2A - A\sqrt{2})}{3T}$       B.  $\frac{4(4A - A\sqrt{2})}{T}$       C.  $\frac{4(4A - A\sqrt{2})}{3T}$       D.  $\frac{4(4A - 2A\sqrt{2})}{3T}$

## ĐÁP ÁN

1 B	3 D	5 A	7 B	9 C	11 A
2 B	4 C	6 D	8 A	10 C	12 C

**6. Bài toán lực đàn hồi, lực hồi phục**

**6.1. Phương pháp**

**Lực đàn hồi**

• **Định nghĩa**

Lực đàn hồi là lực của lò xo tác dụng vào các vật gắn vào hai đầu của lò xo.

Nếu xét con lắc lò xo thì lực đàn hồi là lực tác dụng vào đầu cố định (điểm treo) và tác dụng vào vật.

• **Phương**

Lực đàn hồi có phương trùng với trục của lò xo.

• **Chiều**

Lực đàn hồi có chiều ngược với chiều biến dạng của lò xo. Nếu lò xo dãn ra, lực đàn hồi có chiều ngược lại chiều dãn của lò xo. Nếu lò xo bị nén, lực đàn hồi có chiều dãn ra.

• **Độ lớn**

Độ lớn của lực đàn hồi bằng tích của độ cứng và độ biến dạng của lò xo so với chiều dài tự nhiên.

$$F_{đh} = k|\Delta\ell| = k|(\ell - \ell_0)|.$$

Trong đó  $k$  là độ cứng của lò xo ( $N/m$ ),  $\ell$  là chiều dài của lò xo ở vị trí đang xét ( $m$ ),  $\ell_0$  là chiều dài tự nhiên của lò xo ( $m$ ).

• **Biểu thức dạng đại số**

Dạng đại số của lực đàn hồi là

$$F_{đh} = -k\Delta\ell = -k(\ell - \ell_0).$$

Dấu trừ biểu thị lực đàn hồi luôn có chiều ngược với chiều biến dạng của lò xo.

**Lực hồi phục**

• **Định nghĩa**

Lực hồi phục trong con lắc lò xo là hợp lực tác dụng vào vật (không tác dụng vào điểm treo).

• **Phương**

Lực hồi phục có phương trùng với trục của lò xo.

• **Chiều**

Lực hồi phục có chiều ngược với chiều li độ của vật, tức là có chiều luôn hướng về vị trí cân bằng của vật.

• **Độ lớn**

Độ lớn của lực hồi phục bằng tích của độ cứng và li độ của vật.

$$F_{hp} = k|x|.$$

Trong đó  $k$  là độ cứng của lò xo ( $N/m$ ),  $x$  là li độ của vật ( $m$ ).

• **Biểu thức dạng đại số**

Dạng đại số của lực hồi phục là

$$F_{hp} = -kx.$$

Dấu trừ biểu thị lực hồi phục luôn có chiều ngược với chiều li độ. Hay lực hồi phục ngược pha với li độ.

**Trường hợp lò xo nằm ngang**

Trong trường hợp lò xo nằm ngang thì độ biến dạng của lò xo chính bằng độ lớn li độ  $x$  của vật. Như vậy, trong trường hợp này thì lực đàn hồi và lực hồi phục có độ lớn bằng nhau, và bằng  $k|x|$ .

Độ lớn cực đại của lực đàn hồi cũng như lực hồi phục là  $kA$ .



Độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi cũng như lực hồi phục là 0.

Về giá trị, vì  $-A \leq x \leq A$  nên

$$-kA \leq F_{hp} = -kx = -k\Delta\ell \leq kA$$

Suy ra:

Lực hồi phục (cũng như lực đàn hồi) cực đại là  $kA$  khi vật ở biên âm.

Lực hồi phục (cũng như lực đàn hồi) cực tiểu là  $-kA$  khi vật ở biên dương.

**Trường hợp lò xo thẳng đứng**

**1. Chiều dài lò xo**

Gọi  $\ell_0$  là chiều dài tự nhiên của lò xo,  $\ell_{cb}$  là chiều dài khi con lắc ở vị trí cân bằng và  $\Delta\ell_0$  là độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng thì ta có

$$\ell_{cb} = \ell_0 + \Delta\ell_0$$

Gọi  $A$  là biên độ của con lắc khi dao động.

Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống dưới.

Chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí có li độ  $x$  bất kì là

$$\ell = \ell_0 + \Delta\ell_0 + x.$$

Vì  $-A \leq x \leq A$  nên ta có

$$\begin{cases} \ell_{\max} = \ell_0 + \Delta\ell_0 + A \\ \ell_{\min} = \ell_0 + \Delta\ell_0 - A \end{cases}$$

Từ đây ra rút ra biểu thức quen thuộc

$$\ell_{\max} - \ell_{\min} = 2A.$$

**2. Lực đàn hồi**

Độ lớn lực đàn hồi khi vật ở vị trí có li độ  $x$  trong con lắc lò xo thẳng đứng xác định bởi công thức

$$F_{dh} = k|\ell - \ell_0| = k|\Delta\ell_0 + x|$$

• **Độ lớn cực đại của lực đàn hồi**

Vì  $x \leq A$  nên lực đàn hồi có độ lớn cực đại là

$$F_{dh}^{\max} = k|\Delta\ell_0 + A| = k(\Delta\ell_0 + A).$$

• **Độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi**

Nếu  $\Delta\ell_0 > A$  thì độ biến dạng nhỏ nhất của lò xo là  $(\Delta\ell_0 - A)$ , suy ra độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi là

$$F_{dh}^{\min} = k|\Delta\ell_0 - A| = k(\Delta\ell_0 - A).$$

Trong trường hợp này, lò xo luôn luôn dãn, lực đàn hồi là lực kéo.

Nếu  $\Delta\ell_0 \leq A$  thì độ biến dạng nhỏ nhất của lò xo là 0, do đó độ lớn cực tiểu của lực đàn hồi là

$$F_{dh}^{\min} = 0.$$

Trong trường hợp này, lò xo có lúc nén, có lúc dãn.

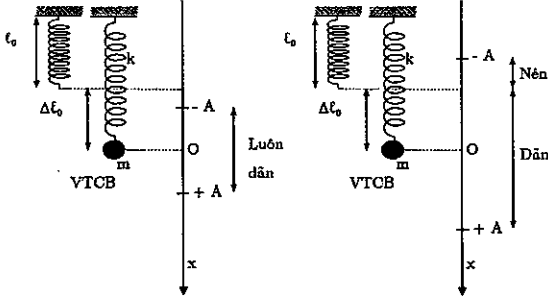
– Lực nén xuất hiện khi vật ở vị trí thỏa mãn  $|x| > \Delta\ell$  (xem hình vẽ), có độ lớn xác định bởi

$$F_{nén} = k(|x| - \Delta\ell).$$

– Lực nén cực đại

$$F_{nén}^{\max} = k(A - \Delta\ell).$$

Hình vẽ



Hình bên trái ứng với trường hợp  $\Delta l_0 > A$ , hình bên phải ứng với trường hợp  $\Delta l_0 < A$ .

Bài toán hay gặp đó là bài toán tìm thời gian lò xo bị nén, giãn trong một chu kỳ.

Lò xo nén khi vật đi từ vị trí  $x = -\Delta l_0$  theo chiều âm đến vị trí  $x = -\Delta l_0$  theo chiều dương. Gọi  $\varphi_{nén}$  là góc quét được trên đường tròn khi lò xo nén. Dựa vào đường tròn, ta có

$$\varphi_{nén} = 2\alpha$$

Trong đó:

$$\cos \alpha = \frac{\Delta l_0}{A}$$

Thời gian lò xo nén trong một chu kì là

$$t_{nén} = \frac{\varphi_{nén}}{\omega}$$

Thời gian lò xo dãn trong một chu kì là

$$t_{dãn} = \frac{\varphi_{dãn}}{\omega} = \frac{2\pi - \varphi_{nén}}{\omega} = T - t_{nén}$$

### 6.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Trong quá trình dao động, chiều dài của con lắc lò xo treo thẳng đứng biến thiên từ 30 cm đến 50 cm. Khi lò xo có chiều dài 40 cm thì

- A. tốc độ của vật cực đại.
- B. gia tốc của vật cực đại.
- C. lực phục hồi tác dụng vào vật bằng với lực đàn hồi.
- D. pha dao động của vật bằng 0.

#### Lời giải

Ta có

$$l_{max} - l_{min} = 2A \Rightarrow A = 10 \text{ cm.}$$

Mặt khác,

$$l_{max} = l_0 + \Delta l_0 + A \Rightarrow l_0 + \Delta l_0 = l_{max} - A = 40 \text{ cm.}$$

Chiều dài của lò xo tại vị trí có li độ  $x$  là

$$l_x = l_0 + \Delta l_0 + x.$$

Khi  $l_x = 40$  thì

$$x = l_x - (l_0 + \Delta l_0) = 40 - 40 = 0.$$

Suy ra vật đang ở vị trí cân bằng, tốc độ cực đại.

Chọn A.

Ví dụ 2: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có khối lượng không đáng kể. Hòn bi đang ở vị trí cân bằng thì được kéo xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn 3 cm rồi thả nhẹ cho nó dao động. Hòn bi thực hiện 50 dao động mất 20 s. Cho  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Tỷ số độ lớn lực đàn hồi cực đại và cực tiểu của lò xo khi dao động là

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

- Hòn bi đang ở vị trí cân bằng thì được kéo xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn 3 cm rồi thả nên biên độ  $A = 3 \text{ cm}$ .

- Hòn bi thực hiện 50 dao động mất 20 s nên tần số  $f = \frac{N}{t} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 5\pi \text{ (rad/s)}$

- Độ biến dạng của lò xo khi vật nằm ở vị trí cân bằng

$$\Delta \ell_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(5\pi)^2} = \frac{10}{250} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

- Vì  $A < \Delta \ell_0$  nên trong quá trình giao động lò xo luôn dãn

- Lực đàn hồi có độ lớn cực đại khi vật xuống thấp nhất

$$F_{dh}^{\max} = k(\Delta \ell_0 + A)$$

- Lực đàn hồi có độ lớn cực tiểu khi vật lên cao nhất

$$F_{dh}^{\min} = k(\Delta \ell_0 - A)$$

Vậy tỉ số cần tìm là

$$\frac{F_{dh}^{\max}}{F_{dh}^{\min}} = \frac{k(\Delta \ell_0 + A)}{k(\Delta \ell_0 - A)} = \frac{(\Delta \ell_0 + A)}{(\Delta \ell_0 - A)} = \frac{4 + 3}{4 - 3} = 7.$$

Đáp án A.

Ví dụ 3: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật nặng treo ở phía dưới lò xo dao động với biên độ  $A = 12 \text{ cm}$ . Biết tỉ số giữa lực cực đại và lực cực tiểu của lò xo tác động lên vật là 4. Độ giãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là

A. 10 cm.

B. 12 cm.

C. 15 cm.

D. 20 cm.

Lời giải

Vì theo bài ra ta có  $\frac{F_{dh}^{\max}}{F_{dh}^{\min}} = 4 \neq \infty \Rightarrow F_{dh}^{\min} \neq 0$  tức là lò xo luôn bị dãn khi vật dao động.

Khi vật xuống thấp nhất, độ biến dạng của lò xo lúc đó là lớn nhất nên

$$F_{dh}^{\max} = k|\Delta \ell_0 + A|$$

Khi vật lên cao nhất, độ biến dạng của lò xo lúc đó là nhỏ nhất nên

$$F_{dh}^{\min} = k|\Delta \ell_0 - A|$$

Theo bài ra

$$\frac{F_{dh}^{\max}}{F_{dh}^{\min}} = \frac{k(\Delta \ell_0 + A)}{k(\Delta \ell_0 - A)} = 4 \Rightarrow \Delta \ell_0 = \frac{5A}{3} = 20 \text{ cm}$$

Đáp án D.

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho vật dao động (được móc ở phía dưới của lò xo) dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 0,4 s và biên độ 8 cm. Chọn x'x thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Thời gian ngắn nhất kể từ thời điểm ban đầu đến lúc đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

- A.  $\frac{7}{30}$  s.                                    B.  $\frac{1}{30}$  s.  
 C.  $\frac{3}{10}$  s.                                        D.  $\frac{4}{15}$  s.

Lời giải

Nhớ lại cách tính thời gian, ta cần xác định vị trí đầu và vị trí cuối của chuyển động. Vị trí ban đầu thì rõ rồi, vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Vị trí lúc sau là vị trí lực đàn hồi có độ lớn cực tiểu, ta cần phải biết được  $\Delta\ell_0$  lớn hơn hay nhỏ hơn A. Ta có

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{0,4^2 \cdot 10}{4 \cdot 10} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} = \frac{A}{2}$$

Do đó  $\Delta\ell_0 < A$  nên ngoài bị dãn còn bị nén. Vậy lực đàn hồi cực tiểu của lò xo ứng với lúc lò xo không bị biến dạng, khi đó vật ở vị trí  $x = -\Delta\ell_0 = -\frac{A}{2}$ .

Thời gian cần tìm là thời gian vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương, đến biên dương rồi từ biên dương đến vị trí  $-\frac{A}{2}$  theo chiều âm.

Dựa vào đường tròn, ta tính được góc quét lúc này là  $\frac{7\pi}{6}$  nên thời gian là

$$\Delta t = \frac{7}{30} \text{ s.}$$

**Đáp án A.**

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 1,2 s. Trong một chu kì, nếu tỉ số của thời gian lò xo giãn với thời gian lò xo nén bằng 2 thì thời gian mà lực đàn hồi ngược chiều lực kéo về là

- A. 0,2 s.                                    B. 0,1 s.                                    C. 0,3 s.                                    D. 0,4 s.

Lời giải

- Chọn chiều dương hướng xuống.
- Trong quá trình dao động của vật, lò xo có nén nên  $\Delta l < A$ .
- Theo bài ra, ta có

$$\frac{t_{\text{dãn}}}{t_{\text{nén}}} = \frac{T - t_{\text{nén}}}{t_{\text{nén}}} = 2 \Rightarrow t_{\text{nén}} = \frac{T}{3}$$

- Trong khoảng thời gian  $\frac{T}{3}$ , lò xo bị nén khi vật chuyển động từ vị trí có li độ  $x = -\Delta l$  theo chiều âm, đến biên âm, rồi từ biên âm trở về vị trí  $x = -\Delta l$  theo chiều dương. Góc quét được của chất điểm tương ứng trên đường tròn là  $\frac{2\pi}{3}$ . Sử dụng đường tròn để dàng suy ra  $\Delta l = \frac{A}{2}$ .
- Lực kéo về luôn hướng về VTCB, lực đàn hồi là lực đẩy nếu lò xo nén, lực kéo nếu lò xo dãn.
- Từ đó, ta có nhận xét: trong 1 chu kì, thời gian lực đàn hồi ngược chiều với lực kéo về gồm :  
 + Thời gian vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều âm đến vị trí có li độ  $x = -\Delta l = -\frac{A}{2}$  theo chiều âm  
 + Thời gian vật đi từ vị trí có li độ  $x = -\Delta l = -\frac{A}{2}$  theo chiều dương đến vị trí cân bằng theo chiều dương
- Vậy thời gian cần tính là  $\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,2 \text{ s.}$

Nếu ta không biết vì sao có nhận xét trên, thì ta có thể giải thích như sau. Vì lực đàn hồi ngược chiều lực hồi phục nên tích giá trị đại số của chúng là một số âm. Ta có

$$\begin{cases} F_{hp} = -kx \\ F_{dh} = -k(\Delta\ell + x) \end{cases} \Rightarrow F_{hp} \cdot F_{dh} < 0 \Leftrightarrow kx \cdot k(\Delta\ell + x) < 0 \Leftrightarrow -\Delta\ell < x < 0$$

Đáp án A.

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng xuôi, vật nhỏ  $m = 100$  gam và lò xo có khối lượng không đáng kể. Chọn gốc tọa độ ở VTCB, chiều dương của hệ trục hướng lên. Biết vật dao động theo phương trình  $x = 4 \cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right)$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tìm độ lớn lực đàn hồi và lực phục hồi tác dụng vào vật tại thời điểm vật đã đi được quãng đường  $S = 3$  cm kể từ lúc bắt đầu dao động.

- A. 0,1 N và 0,9 N.    B. 0,9 N và 0,1 N.    C. 0,2 N và 0,8 N.    D. 0,8 N và 0,2 N.

Lời giải

Vì lực đàn hồi có độ lớn  $|F_{dh}| = k\Delta\ell$  và  $|F_{ph}| = k|x|$  nên để tính chúng, ta cần tìm  $k$  và phải biết được sau khi vật đi được 3 cm thì vật đến điểm nào để từ đó biết nó cách vị trí cân bằng bao nhiêu (độ lớn li độ bằng bao nhiêu) và lúc đó lò xo dãn bao nhiêu (độ dãn của lò xo so với chiều dài tự nhiên)

Độ cứng  $k = m\omega^2 = 0,1 \cdot 10^2 = 10 \text{ N/m}$

Độ dãn của lò xo khi vật ở VTCB:

$$\Delta\ell_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(10)^2} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Dựa vào đường tròn thấy ngay thời điểm ban đầu vật có li độ  $x = -2$  cm và đang đi theo chiều dương.

Hoặc ta có thể thay  $t = 0$  vào phương trình  $x$ ,  $v$  ta có ngay trạng thái ban đầu  $\begin{cases} x_0 = -2 \text{ cm} \\ v_0 > 0 \end{cases}$

Dựa vào đường tròn, sau khi đi được quãng đường  $S = 3$  cm thì vật đến tọa độ  $x = 1$  cm, lúc đó lò xo bị dãn một đoạn

$$\Delta\ell = \Delta\ell_0 - |x| = 10 - 1 = 9 \text{ cm}$$

Vậy lực phục hồi và lực đàn hồi có độ lớn là

$$\begin{cases} F_{hp} = k \cdot x = 10 \cdot 0,01 = 0,1 \text{ (N)} \\ F_{dh} = k \cdot \Delta\ell = 10 \cdot 0,09 = 0,9 \text{ (N)} \end{cases}$$

Đáp án A.

6.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Trong một dao động điều hòa của con lắc lò xo thì:

- A. Lực đàn hồi luôn khác 0 .
- B. Lực hồi phục cũng là lực đàn hồi.
- C. Lực đàn hồi bằng 0 khi vật qua VTCB .
- D. Lực phục hồi bằng 0 khi vật qua VTCB.

Câu 2: Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo, lực gây nên dao động của vật là:

- A. Lực đàn hồi.
- B. Có hướng là chiều chuyển động của vật.
- C. Có độ lớn không đổi.
- D. Biến thiên điều hòa cùng tần số với tần số dao động riêng của hệ dao động và luôn hướng về vị trí cân bằng.

Câu 3: Tìm phát biểu đúng khi nói về con lắc lò xo?

- A. Lực đàn hồi cực tiểu của con lắc lò xo khi vật qua vị trí cân bằng.
- B. Lực đàn hồi của lò xo và lực phục hồi là một.
- C. Khi qua vị trí cân bằng lực phục hồi đạt cực đại.
- D. Khi đến vị trí biên độ lớn lực phục hồi đạt cực đại.

Câu 4: Tìm phát biểu sai? Trong con lắc lò xo, ta luôn có

- A.  $F_{dh}^{min} = k(\Delta\ell_0 - A)$  (N).
- B.  $|F_{dh}| = k \cdot |\Delta\ell|$  (N).
- C.  $F_{dh}^{max} = k(\Delta\ell_0 + A)$  (N).
- D.  $F_{hp} = ma$  (N).

Câu 5: Tìm phát biểu đúng?

- A. Lực kéo về chính là lực đàn hồi.
- B. Lực kéo về là lực nén của lò xo.
- C. Con lắc lò xo nằm ngang, lực kéo về là lực kéo.
- D. Trong con lắc lò xo, lực kéo về là tổng hợp của tất cả các lực tác dụng lên vật.

Câu 6: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, đồ thị mô tả mối quan hệ giữa li độ của dao động và lực đàn hồi có dạng

- A. Đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ .
- B. Đường tròn.
- C. Đoạn thẳng không qua gốc tọa độ .
- D. Đường thẳng không qua gốc tọa độ.

Câu 7: Con lắc lò xo dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Con lắc lò xo nằm ngang, có lực đàn hồi khác lực phục hồi .
- B. Độ lớn lực đàn hồi cực đại khi vật ở vị trí biên.
- C. Con lắc lò xo nằm ngang, độ lớn lực đàn hồi bằng với độ lớn lực phục hồi.
- D. Ở vị trí cân bằng lực đàn hồi và lực phục hồi là một.

Câu 8: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m = 100g$ , treo vào lò xo có độ cứng  $k = 20N/m$ . Vật dao động theo phương thẳng đứng trên quỹ đạo dài 10 cm, chọn chiều dương hướng xuống. Cho biết chiều dài ban đầu của lò xo là 40cm. Xác định chiều dài cực đại, cực tiểu của lò xo?

- A. 45; 50 cm .
- B. 50; 45 cm .
- C. 55; 50 cm .
- D. 50; 40cm.

Câu 9: Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m = 100g$ , treo vào lò xo có độ cứng  $k = 20N/m$ . Vật dao động theo phương thẳng đứng trên quỹ đạo dài 10 cm, chọn chiều dương hướng xuống. Cho biết chiều dài ban đầu của lò xo là 40cm. Hãy xác định độ lớn lực đàn hồi cực đại, cực tiểu của lò?

- A. 2; 1 N .
- B. 2; 0N .
- C. 3; 2N .
- D. 4; 2N.

**Câu 10:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm một vật  $m = 1000\text{g}$ , lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ . Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng  $x = +2\text{ cm}$  và truyền vận tốc  $v = +20\sqrt{3}\text{ cm/s}$  theo phương lò xo. Cho  $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$ , lực đàn hồi cực đại và cực tiểu của lò xo có độ lớn là bao nhiêu?

- A. 1,4N; 0,6N .      B. 14N; 6N .      C. 14 N; 0N .      D. không đáp án.

**Câu 11:** Vật nhỏ treo dưới lò xo nhẹ, khi vật cân bằng thì lò xo giãn 5cm. Cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ  $A$  thì lò xo luôn giãn và lực đàn hồi cực đại của lò xo có giá trị gấp 3 lần giá trị cực tiểu. Khi này  $A$  có giá trị là bao nhiêu?

- A. 2,5 cm.      B. 5 cm.      C. 10 cm.      D. 15 cm.

**Câu 12:** Một quả cầu có khối lượng  $m = 200\text{g}$  treo vào đầu dưới của một lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 35\text{cm}$ , độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ , đầu trên cố định. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chiều dài lò xo khi vật dao động qua vị trí có vận tốc cực đại?

- A. 33 cm.      B. 39 cm.      C. 35 cm.      D. 37 cm.

**Câu 13:** Một quả cầu có khối lượng  $m = 200\text{g}$  treo vào đầu dưới của một lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 35\text{cm}$ , độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ , đầu trên cố định. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chiều dài lò xo khi vật dao động qua vị trí có độ lớn lực đàn hồi cực tiểu? Biết biên độ dao động của vật là 5 cm.

- A. 33 cm.      B. 35 cm.      C. 39 cm.      D. 37 cm.

**Câu 14:** Một con lắc lò xo gồm vật khối lượng  $m = 200\text{g}$  treo vào lò xo có độ cứng  $k = 40\text{N/m}$ . Vật dao động theo phương thẳng đứng trên quỹ đạo dài 10cm. Chọn chiều dương hướng xuống. Cho biết chiều dài tự nhiên là 42cm. Khi vật dao động thì chiều dài lò xo biến thiên trong khoảng nào? Biết  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- A. 42; 52cm .      B. 37; 45cm .      C. 40; 50cm .      D. 42; 50cm.

**Câu 15:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật  $m = 150\text{g}$ , lò xo có  $k = 10\text{ N/m}$ . lực căng cực tiểu tác dụng lên vật là 0,5N. Cho  $g = 10\text{m/s}^2$  thì biên độ dao động của vật là bao nhiêu?

- A. 20 cm.      B. 15 cm.      C. 10 cm.      D. 5 cm.

**Câu 16:** Một lò xo có  $k = 100\text{N/m}$  treo thẳng đứng. Treo vào lò xo một vật có khối lượng  $m = 250\text{g}$ . Từ vị trí cân bằng nâng vật lên một đoạn 5cm rồi buông nhẹ. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chiều dương hướng xuống. Tìm lực nén cực đại của lò xo?

- A. 7,5N.      B. 0 .      C. 5N.      D. 2,5N.

**Câu 17:** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, đầu trên cố định, đầu dưới treo vật có khối lượng 80g. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số 2 Hz. Trong quá trình dao động, độ dài ngắn nhất của lò xo là 40cm và dài nhất là 56cm. Lấy  $g = \pi^2 = 9,8\text{m/s}^2$ . Độ dài tự nhiên của lò xo là?

- A. 40,75cm .      B. 41,75cm .      C. 42, 75cm .      D. 40.

**Câu 18:** Một vật treo vào lò xo làm nó giãn ra 4cm. Biết lực đàn hồi cực đại, cực tiểu lần lượt là 10N, 6N. Chiều dài tự nhiên của lò xo 20cm. Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo khi dao động là?

- A. 24; 36cm .      B. 25; 24cm .      C. 25; 23cm .      D. 25; 15cm.

**Câu 19:** Một vật treo vào lò xo làm nó giãn 4cm. Biết lực đàn hồi cực đại của lò xo là 10N, độ cứng lò xo là 100N/m. Tìm lực nén cực đại của lò xo?

- A. 0 N.      B. 1 N.      C. 4 N.      D. 2 N.

**Câu 20:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng dọc theo trục xuyên tâm của lò xo. Đưa vật từ vị trí cân bằng đến vị trí của lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa với chu kỳ  $T = 0, 1\pi$  (s). Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ . Xác định tỉ số giữa lực đàn hồi của lò xo tác dụng vào vật khi nó ở vị trí cân bằng và ở vị trí cách vị trí cân bằng +1cm? Chọn trục tọa độ có chiều dương hướng xuống

- A.  $\frac{5}{7}$  .      B.  $\frac{7}{5}$  .      C.  $\frac{3}{7}$  .      D.  $\frac{7}{3}$  .

**Câu 21:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng khi cân bằng lò xo giãn 3cm. Bỏ qua mọi lực cản. Kích thích cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng thì thấy thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ là  $\frac{T}{3}$  (T là chu kỳ dao động của vật). Biên độ dao động của vật bằng?

- A. 5 cm.                      B. 3 cm.                      C. 5 cm.                      D. 6 cm.

**Câu 22:** Một lò xo có  $k = 10 \text{ N/m}$  treo thẳng đứng. Treo vào lò xo một vật có khối lượng  $m = 250\text{g}$ . Từ vị trí cân bằng nâng vật lên một đoạn 50cm rồi buông nhẹ. Lấy  $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$ . Tìm thời gian lò xo bị nén trong một chu kì?

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C. 1s.                      D. không đáp án.

**Câu 23:** Một con lắc lò xo có  $K = 1 \text{ N/cm}$ , treo vật có khối lượng 1000g, kích thích cho vật dao động với biên độ  $10\sqrt{2} \text{ cm}$ . Tìm thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ?

- A.  $\frac{\pi}{2} \text{ s}$ .                      B.  $\frac{\pi}{5} \text{ s}$ .                      C.  $\frac{\pi}{10} \text{ s}$ .                      D.  $\frac{\pi}{20} \text{ s}$ .

**Câu 24:** Một con lắc lò xo có  $K = 1 \text{ N/cm}$ , treo vật có khối lượng 1000g, kích thích cho vật dao động với biên độ  $10\sqrt{2} \text{ cm}$ . Tìm tỉ lệ thời gian lò xo bị nén và bị giãn trong một chu kỳ?

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{1}$ .

**Câu 25:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, dao động điều hòa với biên độ  $A = 8 \text{ cm}$ . Trong một chu kỳ tỉ số giữa thời gian lò xo dãn và nén là 2. Xác định tốc độ cực đại của vật?

- A.  $0,4\pi \text{ m/s}$ .                      B.  $0,2\pi \text{ cm/s}$ .                      C.  $\frac{\pi}{2} \text{ m/s}$ .                      D.  $20 \text{ cm/s}$ .

**Câu 26:** Một con lắc lò xo có  $K = 10\text{N/m}$ , treo vật nặng có khối lượng  $m = 0,1\text{kg}$ . Kích thích cho vật dao động với biên độ 20cm. Hãy tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí lò xo có độ lớn lực đàn hồi cực đại đến vị trí có độ lớn lực đàn hồi cực tiểu? Biết  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- A.  $\frac{\pi}{15} \text{ s}$ .                      B.  $\frac{\pi}{10} \text{ s}$ .                      C.  $\frac{\pi}{5} \text{ s}$ .                      D.  $\frac{\pi}{25} \text{ s}$ .

**Câu 27:** Một con lắc lò xo nằm ngang, độ cứng  $K = 100\text{N/m}$  dao động với biên độ 2 cm. Trong một chu kỳ hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật chịu tác dụng của lực đàn hồi có độ lớn nhỏ hơn 1N.

- A.  $\frac{T}{3}$ .                      B.  $\frac{T}{4}$ .                      C.  $\frac{T}{6}$ .                      D.  $\frac{2T}{3}$ .

**Câu 28:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có độ cứng  $K = 100 \text{ N/m}$ , vật nặng  $m = 1\text{kg}$ . Kéo vật xuống dưới sao cho lò xo chịu tác dụng của lực kéo có độ lớn 12N rồi buông tay không vận tốc đầu. Hãy xác định biên độ dao động?

- A. 4 cm.                      B. 12 cm.                      C. 2 cm.                      D. 10 cm.

**Câu 29:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có độ cứng  $K = 100 \text{ N/m}$ , vật nặng  $m = 1\text{kg}$ . Dùng một lực có độ lớn 20N để nâng vật đến khi vật đứng yên thì buông tay để vật dao động điều hòa. Xác định biên độ dao động?

- A. 4 cm.                      B. 12 cm.                      C. 2 cm.                      D. 20 cm.

**Câu 30:** Một con lắc lò xo nằm ngang, có độ cứng là  $100 \text{ N/m}$ , biên độ  $A = 2 \text{ cm}$ . Xác định thời gian trong một chu kỳ mà lực đàn hồi có độ lớn lớn hơn 1N.

- A.  $\frac{2T}{3}$ .                      B.  $\frac{T}{3}$ .                      C.  $\frac{T}{2}$ .                      D.  $\frac{T}{4}$ .

**Câu 31:** Một con lắc lò xo nằm ngang, có độ cứng là  $100 \text{ N/m}$ , biên độ  $A = 2 \text{ cm}$ . Xác định thời gian trong một chu kỳ mà lực đàn hồi có độ lớn lớn nhỏ hơn  $\sqrt{3} \text{ N}$ .

- A.  $\frac{2T}{3}$ .                      B.  $\frac{T}{3}$ .                      C.  $\frac{T}{2}$ .                      D.  $\frac{T}{4}$ .

**Câu 32:** Một con lắc lò xo nằm ngang, có độ cứng là  $100 \text{ N/m}$ , biên độ  $A = 2 \text{ cm}$ . Xác định thời gian trong một chu kỳ mà lực kéo có độ lớn nhỏ hơn 1N.

- A.  $\frac{T}{6}$ .                      B.  $\frac{T}{3}$ .                      C.  $\frac{T}{2}$ .                      D.  $\frac{T}{4}$ .



Câu 33: Cho 3 lò xo chiều dài bằng nhau, lò xo 1 có độ cứng là  $k$ , lò xo 2 có độ cứng là  $2k$ , lò xo 3 có độ cứng là  $k_3$ . Treo 3 lò xo vào thanh nằm ngang, trên thanh có 3 điểm A, B, C sao cho  $AB = BC$ . Sau đó treo vật 1 có khối lượng  $m_1 = m$  vào lò xo 1, vật  $m_2 = 2m$  vào lò xo 2 và vật  $m_3$  vào lò xo 3. Tại vị trí cân bằng của 3 vật ta kéo vật 1 xuống một đoạn là A, vật 2 một đoạn  $2A$ , vật 3 một đoạn  $\Delta l_3$  rồi cùng buông tay không vận tốc đầu. Trong quá trình 3 vật dao động thấy chúng luôn thẳng hàng nhau. Hãy xác định khối lượng của vật  $m_3$  và ban đầu đã kéo vật  $m_3$  xuống dưới một đoạn là bao nhiêu?

- A.  $m$ ;  $3A$  .                      B.  $3m$ ;  $3A$  .                      C.  $4m$ ;  $4A$  .                      D.  $4m$ ;  $3A$  .

Câu 34: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là  $0,4$  s và  $8$  cm. Chọn trục  $x'x$  thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian  $t = 0$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do  $g = 10m/s^2$  và  $\pi^2 = 10$  . Thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

- A.  $\frac{4}{15}$  s .                      B.  $\frac{7}{30}$  s .                      C.  $\frac{3}{10}$  s .                      D.  $\frac{1}{30}$  s .

Câu 35: Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật nhỏ. Khi vật ở trạng thái cân bằng, lò xo giãn đoạn  $2,5$  cm. Cho con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Trong quá trình con lắc dao động, chiều dài của lò xo thay đổi trong khoảng từ  $25$  cm đến  $30$  cm. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Vận tốc cực đại của vật trong quá trình dao động là

- A.  $100$  cm/s.                      B.  $50$  cm/s.                      C.  $5$  cm/s.                      D.  $10$  cm/s.

## ĐÁP ÁN

1 D	5 D	9 B	13 B	17 B	21 D	25 A	29 D	33 B
2 D	6 A	10 B	14 A	18 C	22 B	26 A	30 A	34 B
3 D	7 C	11 A	15 C	19 D	23 D	27 A	31 A	
4 A	8 D	12 D	16 D	20 A	24 B	28 C	32 B	35 B

**7. Bài toán năng lượng trong dao động điều hòa**

**7.1. Phương pháp**

Sử dụng các kiến thức về năng lượng trong dao động điều hòa đã được nhắc đến trong phần lí thuyết.

**7.2. Ví dụ minh họa**

Ví dụ 1: Trong dao động điều hòa của một vật thì tập hợp ba đại lượng sau đây là không thay đổi theo thời gian

- A. Vận tốc, lực, năng lượng toàn phần.
- B. Biên độ, tần số, gia tốc.
- C. Biên độ, tần số, năng lượng toàn phần.
- D. Gia tốc, chu kỳ, lực.

Lời giải

Năng lượng được bảo toàn nên không đổi, biên độ và tần số không đổi

Đáp án C.

Ví dụ 2: Trong dao động điều hòa

- A. Khi gia tốc cực đại thì động năng cực tiểu.
- B. Khi lực kéo về cực tiểu thì thế năng cực đại.
- C. Khi động năng cực đại thì thế năng cũng cực đại.
- D. Khi vận tốc cực đại thì pha dao động cũng cực đại.

Lời giải

Gia tốc cực đại khi vật ở biên âm. Ở biên thì vận tốc bằng 0 nên động năng cũng bằng 0.

Đáp án A.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hoà với chu kỳ T, động năng của vật biến đổi theo thời gian

- A. Tuần hoàn với chu kỳ T.
- B. Tuần hoàn với chu kỳ 2T.
- C. Với một hàm sin hoặc cosin.
- D. Tuần hoàn với chu kỳ T/2.

Lời giải

Động năng của vật biến đổi tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ T/2 (xem lại phần lí thuyết)

Đáp án D.

Ví dụ 4: Phát biểu nào sau đây về động năng và thế năng trong dao động điều hoà là sai?

- A. Thế năng đạt giá trị cực tiểu khi gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu.
- B. Động năng đạt giá trị cực đại khi vật chuyển động qua vị trí cân bằng.
- C. Thế năng đạt giá trị cực đại khi tốc độ của vật đạt giá trị cực đại.
- D. Động năng đạt giá trị cực tiểu khi vật ở một trong hai vị trí biên.

Lời giải

C sai. Tốc độ của vật đạt giá trị cực đại khi vật ở vị trí cân bằng. Ở vị trí cân bằng, thế năng bằng 0.

Đáp án C.

Ví dụ 5: Một vật có khối lượng m dao động điều hòa với biên độ A. Khi chu kì tăng 3 lần thì năng lượng của vật sẽ

- A. Tăng 3 lần.
- B. Giảm 9 lần.
- C. Tăng 9 lần.
- D. Giảm 3 lần.

Lời giải

Năng lượng của vật là

$$W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A^2$$

Do đó, khi chu kì tăng 3 lần thì năng lượng giảm  $3^2 = 9$  lần

Đáp án B.

Ví dụ 6: Trong dao động điều hòa, ở vị trí nào thì động năng của con lắc có giá trị gấp  $n$  lần thế năng?

A.  $x = \frac{A}{n}$ .

B.  $x = \frac{A}{n+1}$ .

C.  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$ .

D.  $x = \pm \frac{A}{n+1}$ .

Lời giải

Muốn tìm li độ ta cần biết thế năng, do đó từ giả thiết  $W_d = nW_t$  ta sẽ thay vào biểu thức bảo toàn cơ năng  $W_d + W_t = W$  để rút  $W_t$  theo  $W$  từ đó tính được  $x$  theo  $A$ . Thật vậy, ta có

$$\begin{cases} W_d + W_t = W \\ W_d = nW_t \end{cases} \Rightarrow nW_t + W_t = W \Rightarrow W_t = \frac{1}{n+1}W \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$$

Đáp án C.

*Nhận xét:* Đây là một biểu thức rất quan trọng và ta cần ghi nhớ để làm bài tập.

Ví dụ 7: Một chất điểm dao động điều hòa không ma sát. Khi vừa ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $S$  động năng của chất điểm là 1,8 J. Đi tiếp một đoạn  $S$  nữa thì động năng chỉ còn 1,5 J và nếu đi thêm một đoạn  $S$  nữa thì động năng bấy giờ là? Biết rằng vật chưa đổi chiều chuyển động.

A. 0,9 J.

B. 1,0 J.

C. 0,8 J.

D. 1,2 J.

Lời giải

Muốn tính động năng tại vị trí đó thì ta cần tính thế năng tại vị trí đó và cơ năng.

Vì vật chưa đổi chiều chuyển động và thế năng tỉ lệ thuận với bình phương li độ nên nên

$$\begin{cases} |x_1| = S \\ |x_2| = 2S \\ |x_3| = 3S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W_{t_2} = 4W_{t_1} \\ W_{t_3} = 9W_{t_1} \end{cases}$$

Bảo toàn năng lượng ta có

$$\begin{cases} W_{t_1} + W_{d_1} = W_{t_2} + W_{d_2} = W \\ W_{t_2} + W_{d_2} = W_{t_3} + W_{d_3} = W \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} W_{t_1} + 1,8 = 4W_{t_1} + 1,5 \\ 4W_{t_1} + 1,5 = 9W_{t_1} + W_{d_3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} W_{t_1} = 0,1 \\ W_{d_3} = 1 \end{cases}$$

Đáp án B.

7.3. Bài tập tự luyện

**ĐÁP ÁN**

## 8. Bài toán viết phương trình dao động

### 8.1. Phương pháp

Phương trình dao động điều hòa của con lắc lò xo có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Như vậy, để viết được phương trình dao động, ta cần tìm được 3 đại lượng: tần số góc  $\omega$ , biên độ  $A$ , và pha ban đầu  $\varphi$ .

Trước khi tìm 3 đại lượng này, ta cần chọn hệ trục tọa độ.

- Nếu đề bài chọn trục rồi thì ta theo bài toán đã chọn.

- Nếu chưa chọn hệ trục thì ta chọn gốc tọa độ tại VTCB, chiều dương tùy ý.

▷ **Tìm tần số góc?**

Ta có thể tìm  $\omega$  nếu biết chu kì hoặc tần số của vật.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Ta có thể tìm  $\omega$  nếu biết khối lượng của vật và độ cứng của lò xo

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ta có thể tìm  $\omega$  nếu biết độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng (con lắc lò xo thẳng đứng). Thật vậy, khi vật ở VTCB thì  $mg = k\Delta l_0$ , khi đó

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \\ mg = k\Delta l_0 \end{cases}$$

Ta có thể tìm  $\omega$  nếu biết vận tốc cực đại (hoặc tốc độ cực đại) của vật  $v_{\max}$  và biên độ  $A$

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow \omega = \frac{v_{\max}}{A}$$

Ta có thể tìm  $\omega$  nếu biết gia tốc cực đại của vật  $a_{\max}$  và biên độ  $A$

$$a_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}}$$

▷ **Tìm biên độ  $A$  của vật?**

Ta có thể tìm được biên độ  $A$  khi biết chiều dài quỹ đạo  $L$  của vật

$$L = 2A \Leftrightarrow A = \frac{L}{2}$$

Ta có thể tìm được biên độ  $A$  khi biết chiều dài lớn nhất  $l_{\max}$  và chiều dài nhỏ nhất  $l_{\min}$  của lò xo trong quá trình vật dao động (trong trường hợp con lắc lò xo thẳng đứng)

$$\begin{cases} l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A \\ l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A \end{cases} \Rightarrow l_{\max} - l_{\min} = 2A \Rightarrow A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$$

Ta có thể tìm được biên độ  $A$  khi biết  $\omega$  và  $v_{\max}$  hoặc  $a_{\max}$

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{a_{\max}}{\omega^2}$$

Ta có thể tìm được biên độ  $A$  khi biết  $\omega$ , vị trí li độ  $x$  và vận tốc  $v$  của vật tại vị trí đó hoặc gia tốc  $a$  của vật thông qua hệ thức độc lập thời gian

$$\begin{cases} A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \\ A = \sqrt{\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}} \end{cases}$$

Ta có thể tìm được biên độ  $A$  khi biết cơ năng  $W$  của vật và độ cứng  $k$  của lò xo

$$W = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$$

Ta có thể tìm được biên độ  $A$  khi biết lực hồi phục cực đại tác dụng lên vật

$$F_{\max} = kA \Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{k}$$

▷ Tìm pha ban đầu  $\varphi$ ?

**Cách 1:** Tìm  $\varphi$  dựa vào điều kiện ban đầu  $t = 0$ , giải hệ phương trình đại số liên quan đến li độ, vận tốc, gia tốc.

**Cách 2 (là cách hay dùng):** Tìm  $\varphi$  dựa vào phương pháp đường tròn.

Chúng ta qua các ví dụ cụ thể để hiểu rõ hơn

### 8.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 3 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ , trong đó  $x$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng giây. Gốc thời gian đã được chọn lúc vật có trạng thái chuyển động như thế nào?

- A. Đi qua Vị trí có li độ  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương trục  $Ox$ .
- B. Đi qua vị trí có li độ  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều âm của trục  $Ox$ .
- C. Đi qua vị trí có li độ  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương trục  $Ox$ .
- D. Đi qua vị trí có li độ  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều âm trục  $Ox$ .

#### Lời giải

**Cách 1: Phương pháp đại số.**

Trạng thái gồm vị trí và chiều chuyển động. Muốn xác định vị trí thì ta tìm li độ tại thời điểm đó (thời điểm ban đầu) là bao nhiêu, muốn tìm chiều chuyển động thì ta tìm xem vận tốc tại thời điểm đó âm hay dương. Ta có

$$\begin{cases} x = 3 \cos\left(2\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3}\right) = 1,5 \\ v_0 = x'(0) = -6\pi \sin\left(2\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}\pi > 0 \end{cases}$$

Vậy thời điểm ban đầu  $t = 0$  vật đang ở vị trí có li độ  $1,5$  cm và đang đi theo chiều dương.

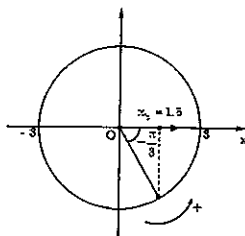
**Cách 2: Sử dụng đường tròn**

Để ý rằng  $2\pi t - \frac{\pi}{3}$  là pha của dao động, do đó tại thời điểm ban đầu thì pha ban đầu của dao động là  $-\frac{\pi}{3}$ . Dựa vào đường tròn ta thấy ngay vật ở vị trí có li độ  $1,5$  cm và đang đi theo chiều dương. Cụ thể

+ Xác định vị trí chất điểm trên đường tròn dựa vào pha của dao động.

+ Từ chất điểm trên đường tròn, hạ hình chiếu vuông góc xuống  $Ox$  được vị trí của vật

+ Từ chiều của chất điểm trên đường tròn (luôn là chiều ngược chiều kim đồng hồ) suy ra chiều chuyển động của vật



Đáp án C.

**Nhận xét:**

Như vậy, nếu biết pha của vật tại một thời điểm nào đó thì dựa vào đường tròn, ta sẽ xác định được vật đang ở vị trí nào, đi theo chiều nào.

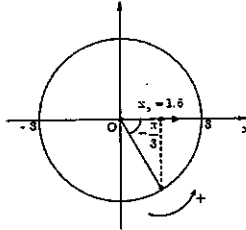
Ngược lại, nếu biết vị trí và chiều chuyển động của vật, ta cũng hoàn toàn có thể xác định pha của vật.

Cụ thể, cách làm như sau:

**Bước 1:** Xác định vị trí chất điểm trên đường tròn dựa vào vị trí và chiều chuyển động của vật: dựng đường vuông góc đi qua vật, đường này cắt đường tròn tại hai vị trí. Ta lấy vị trí sao cho phù hợp với chiều của chất điểm trên đường tròn.

**Bước 2:** Xác định pha ban đầu của vật.

Để dễ hình dung, ta xét ví dụ sau: Một vật dao động điều hòa với biên độ 3 cm. Biết thời điểm ban đầu  $t = 0$  vật đang ở vị trí có li độ 1,5 cm và đang đi theo chiều dương. Tìm pha ban đầu của dao động?



**Bước 1:** Từ hình vẽ, vì vật đi theo chiều dương nên ta sẽ dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn dưới tại điểm M (ta dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn dưới vì nó phù hợp với vật đi theo chiều dương và điểm M chuyển động đúng theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Nối OM được vectơ quay  $\vec{OM}$ .

Tóm lại:

Vật chuyển động theo chiều dương thì dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn dưới.

Vật chuyển động theo chiều âm thì dựng đường vuông góc cắt nửa đường tròn trên.

**Bước 2:** Từ hình vẽ, ta tính được độ lớn góc hợp bởi  $(\vec{OM}, \vec{Ox})$  là  $\frac{\pi}{3}$ .

Về mặt pha (góc lượng giác) thì có giá trị là  $-\frac{\pi}{3}$  hoặc  $(2\pi - \frac{\pi}{3}) = +\frac{5\pi}{3}$ .

Thông thường người ta sẽ lấy  $-\frac{\pi}{3}$  (chú ý là lấy  $+\frac{5\pi}{3}$  vẫn đúng!).

Giải thích dài dòng là vậy, nhưng khi thực hiện chỉ mất vài giây.

Bạn đọc hãy tự luyện với một số trường hợp sau:

Một vật dao động điều hòa với biên độ A cm. Tìm pha ban đầu của dao động biết:

a. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Đáp số  $\begin{bmatrix} -\frac{\pi}{2} \\ +\frac{3\pi}{2} \end{bmatrix}$

b. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Đáp số  $\begin{bmatrix} +\frac{\pi}{2} \\ -\frac{3\pi}{2} \end{bmatrix}$

c. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ  $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều dương. Đáp số  $\begin{bmatrix} -\frac{5\pi}{6} \\ +\frac{7\pi}{6} \end{bmatrix}$

d. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ  $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm. Đáp số  $\begin{bmatrix} +\frac{5\pi}{6} \\ -\frac{7\pi}{6} \end{bmatrix}$

e. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ  $x = -\frac{A}{2}$  theo chiều dương. Đáp số

$$\begin{bmatrix} -\frac{2\pi}{3} \\ \frac{4\pi}{3} \\ +\frac{4\pi}{3} \end{bmatrix}$$

f. Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ  $x = -\frac{A}{2}$  theo chiều âm. Đáp số

$$\begin{bmatrix} +\frac{2\pi}{3} \\ \frac{4\pi}{3} \\ -\frac{4\pi}{3} \end{bmatrix}$$

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 4\text{cm}$  và  $T = 2\text{s}$ . Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

B.  $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

C.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

D.  $x = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

Lời giải

- Tần số góc của dao động:  $\omega = 2\pi f = \pi$ .

- Đề bài đã cho biên độ, vậy ta xác định pha của dao động. Dựa trên đường tròn thấy ngay khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì pha ban đầu là  $-\frac{\pi}{2}$ .

Vậy phương trình dao động có dạng  $x = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$

Ngoài việc tính pha ban đầu dựa trên đường tròn, nếu bạn đọc không quen có thể giải hệ phương trình sau

$$\text{Tại } t = 0 : x_0 = 0, v_0 > 0 \text{ nên } \begin{cases} 0 = \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Đáp án A.

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa trên đoạn thẳng dài 4cm với  $f = 10\text{Hz}$ . Lúc  $t = 0$  vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 2 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

B.  $x = 2 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

C.  $x = 4 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

D.  $x = 4 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

Lời giải

- Tần số góc  $\omega = 2\pi f = \pi$

- Biên độ  $A = \frac{MN}{2} = 2\text{cm}$

- Pha ban đầu: dựa vào đường tròn thấy ngay  $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ , hoặc

$$\text{Tại } t = 0 : x_0 = 0, v_0 < 0 : \begin{cases} 0 = \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$$

- Phương trình dao động là  $x = 2 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

Đáp án A.

**Ví dụ 4:** Một lò xo dãn trên cố định, đầu dưới treo vật m. Vật dao động theo phương thẳng đứng với tần số góc  $\omega = 10\pi \text{ (rad/s)}$ . Trong quá trình dao động độ dài lò xo thay đổi từ 18cm đến 22cm. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng. Chiều dương hướng xuống, gốc thời gian lúc lò xo có độ dài nhỏ nhất. Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 2 \cos(10\pi t + \pi) \text{ cm.}$

B.  $x = 2 \cos(0, 4\pi t) \text{ cm.}$

C.  $x = 4 \cos(10\pi t - \pi) \text{ cm.}$

D.  $x = 4 \cos(10\pi t + \pi) \text{ cm.}$

Lời giải

+ Tần số góc  $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$

+ Biên độ  $A = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{2} = 2 \text{ cm}$ .

+ Pha ban đầu: Vì chiều dương hướng xuống nên lò xo có độ dài nhỏ nhất khi vật ở biên âm  $x_0 = -A = -2 \text{ cm}$ . Dựa vào đường tròn thấy ngay pha ban đầu là  $\pi$ , hoặc không thì

Tại  $t = 0$ :  $x_0 = -2 \text{ cm}$ ,  $v_0 = 0$ :  $\begin{cases} -2 = 2 \cos \varphi \\ 0 = \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi < 0 \\ \varphi = 0; \pi \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi$

Vậy phương trình dao động là  $x = 2 \cos(10\pi t + \pi) \text{ cm}$

Đáp án A.

**Ví dụ 5:** Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ , lò xo có độ cứng  $k = 40 \text{ N/m}$ . Thời điểm ban đầu kéo vật lệch ra khỏi vị trí cân bằng theo chiều âm một đoạn  $10 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Viết phương trình dao động của vật?

- A.  $x = 10 \cos\left(20t + \frac{2\pi}{3}\right)$ .      B.  $x = 10 \cos(20t - \pi)$ .  
 C.  $x = 10 \cos(20t + \pi)$ .      D.  $x = 10 \cos\left(20t - \frac{\pi}{6}\right)$ .

Lời giải

Tần số góc dao động của vật là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20 \text{ rad/s}$

Thời điểm ban đầu kéo vật lệch ra khỏi vị trí cân bằng theo chiều âm một đoạn  $10 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ nên ta có

$$\begin{cases} x_0 = -10 \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = |x_0| = 10.$$

Vậy ban đầu vật ở biên âm. Dựa vào đường tròn, ta xác định được pha ban đầu là  $\varphi = \pi$

Phương trình dao động của vật là  $x = 10 \cos(20t + \pi) \text{ cm}$ .

Đáp án C.

**Nhận xét:** Thời điểm ban đầu, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nào đó rồi thả nhẹ, thì đoạn kéo ra (đoạn cách vị trí cân bằng) chính là biên độ.

**Ví dụ 6:** Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  treo vào lò xo có độ cứng  $k = 90 \text{ N/m}$ . Thời điểm ban đầu, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng theo chiều âm đoạn  $10 \text{ cm}$  rồi truyền cho vật vận tốc ban đầu là  $3\sqrt{3} \text{ m/s}$  theo chiều dương. Viết phương trình dao động của vật.

- A.  $x = 20 \cos\left(30t - \frac{2\pi}{3}\right)$ .      B.  $x = 20 \cos\left(30t + \frac{2\pi}{3}\right)$ .  
 C.  $x = 20 \cos\left(30t - \frac{\pi}{3}\right)$ .      D.  $x = 20 \cos\left(30t + \frac{\pi}{3}\right)$ .

Lời giải

Tần số góc dao động của vật là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 30 \text{ rad/s}$

Thời điểm ban đầu ta có

$$\begin{cases} x_0 = -10 \text{ cm} \\ v_0 = 3\sqrt{3} \text{ m/s} = 300\sqrt{3} \text{ cm/s} \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{(-10)^2 + \left(\frac{300\sqrt{3}}{30}\right)^2} = 20 \text{ cm}$$

Dựa vào đường tròn, tại thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí  $x_0 = -10 \text{ cm} = -\frac{A}{2}$  theo chiều dương nên pha ban đầu là  $\varphi = -\frac{2\pi}{3}$

Vậy phương trình dao động của vật là  $x = 20 \cos\left(30t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}$

Đáp án A.



8.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Một vật dao động điều hòa trên quỹ đạo dài 20 cm. Sau  $\frac{1}{12}$ (s) kể từ thời điểm ban đầu vật đi được 10 cm mà chưa đổi chiều chuyển động và vật đến vị trí có li độ 5 cm theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = 10 \cos\left(6\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.                      B.  $x = 10 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.  
 C.  $x = 10 \cos\left(6\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.                      D.  $x = 10 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với tốc độ cực đại là 10π cm/s. Ban đầu vật đứng ở vị trí có vận tốc là 5π cm/s và thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí trên đến vị trí có vận tốc  $v = 0$  là 0,1 s. Phương trình dao động của vật có thể là

- A.  $x = 1,2 \cos\left(\frac{25\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.                      B.  $x = 1,2 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.  
 C.  $x = 2,4 \cos\left(\frac{10\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm.                      D.  $x = 2,4 \cos\left(\frac{10\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

Câu 3: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kỳ và biên độ dao động của con lắc lần lượt là 0,4s và 8cm. chọn trục x'x thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian  $t = 0$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Hãy viết phương trình dao động của vật.

- A.  $x = 8\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      B.  $x = 4\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.  
 C.  $x = 4\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      D.  $x = 8\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

Câu 4: Một con lắc lò xo dao động thẳng đứng có độ cứng  $k = 10\text{N/m}$ . Quả nặng có khối lượng 0,4kg. Từ vị trí cân bằng người ta cấp cho quả lắc một vận tốc ban đầu  $v_0 = 1,5\text{m/s}$  theo phương thẳng đứng và hướng lên trên. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương cùng chiều với chiều vận tốc  $v_0$  và gốc thời gian là lúc bắt đầu chuyển động. Phương trình dao động có dạng?

- A.  $x = 3\cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      B.  $x = 30\cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.  
 C.  $x = 30\cos\left(5t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      D.  $x = 3\cos\left(5t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

Câu 5: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Thời gian vật đi từ vị trí thấp nhất đến vị trí cao nhất cách nhau 20 cm là 0,75 s. Gốc thời gian được chọn là lúc vật đang chuyển động chậm dần theo chiều dương với vận tốc là  $\frac{\pi}{15}$  m/s. Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = 10\cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm.                      B.  $x = 10\cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.  
 C.  $x = 10\cos\left(\frac{3\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm.                      D.  $x = 10\cos\left(\frac{3\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

**ĐÁP ÁN**

- 1 B      2 A      3 D      4 C      5 A

9. Bài toán tổng hợp dao động

9.1. Phương pháp

Sử dụng kiến thức tổng hợp dao động đã trình bày ở phần lí thuyết (phương pháp vectơ quay Fresnel) và phương pháp số phức đã trình bày trong Chương 0 của cuốn sách.

9.2. Ví dụ minh họa

Câu 1: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình  $x_1 = 5 \sin \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} \right)$  cm và  $x_2 = 5 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$  cm. Viết phương trình dao động tổng hợp?

A.  $x = 5\sqrt{3} \cos \left( 10\pi t - \frac{2\pi}{3} \right)$  cm.      B.  $x = 5\sqrt{3} \cos \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} \right)$  cm.  
 C.  $x = 5\sqrt{3} \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$  cm.      D.  $x = 5 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$  cm.

Lời giải

Trước tiên đổi  $x_1, x_2$  về dạng cos ta có:

$$x_1 = 5 \sin \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} \right) = 5 \cos \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{6} \right) \\ x_2 = 5 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

Biên độ dao động tổng hợp xác định bởi

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi = 5^2 + 5^2 + 2 \cdot 5^2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 75 \Rightarrow A = 5\sqrt{3}$$

Pha ban đầu của dao động tổng hợp xác định bởi

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{5 \sin \frac{\pi}{6} + 5 \sin \frac{\pi}{2}}{5 \cos \frac{\pi}{6} + 5 \cos \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 1}{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \cdot 0} = \frac{5 \cdot \frac{3}{2}}{5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

Trong tổng hợp dao động bằng phương pháp vecto quay thì góc  $\varphi$  phải nằm kẹp giữa góc  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ . Vậy ta chọn nghiệm  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .

Phương trình dao động tổng hợp là  $x = 5\sqrt{3} \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$  (cm).

Ngoài ra, sử dụng phương pháp số phức ta có thể bấm máy tính ra ngay kết giống như trên.

Đáp án C.

Câu 2: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương có dạng  $x_1 = 6 \cos \left( 20t - \frac{\pi}{6} \right)$  cm và  $x_2 = A_2 \cos \left( 20t + \frac{\pi}{2} \right)$  (cm). Biết dao động tổng hợp có vận tốc cực đại  $v_{\max} = 1,2\sqrt{3}$  (m/s). Tính biên độ  $A_2$

A.  $A_2 = 20$  cm.      B.  $A_2 = 12$  cm.  
 C.  $A_2 = 6$  cm.      D.  $A_2 = -6$  cm.

Lời giải

Ta có  $v_{\max} = A\omega \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{1,2\sqrt{3}}{20} = 0,06\sqrt{3} \text{ m} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$

Công thức biên độ của dao động tổng hợp

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi = 6^2 + A_2^2 + 2 \cdot 6 \cdot A_2 \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{3} \right) = (6\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow A_2^2 + 6A_2 - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A_2 = -6 \text{ (cm)} \\ A_2 = 12 \text{ (cm)} \end{cases}$$

Đáp án B.

**Câu 3:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động cùng phương với phương trình  $x_1 = 10 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm và  $x_2 = A_2 \cos(10\pi t + \varphi_2)$  cm. Phương trình tổng hợp dao động là  $x = 5\sqrt{3} \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$  cm. Viết phương trình dao động  $x_2$

A.  $x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{5\pi}{12}\right)$ .                      B.  $x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{7\pi}{12}\right)$ .

C.  $x_2 = 5\sqrt{3} \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ .                      D.  $x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ .

Lời giải

Ta có  $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1$

Sử dụng phương pháp số phức, ta được

$$x_2 = 5\sqrt{3} \angle \frac{\pi}{12} - 10 \angle \frac{\pi}{4} = \frac{5\sqrt{6} - 5\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{6} + 5\sqrt{2}}{4} \cdot i = 5 \angle -\frac{5\pi}{12}$$

Vậy phương trình dao động

$$x_2 = 5 \cos\left(10\pi t - \frac{5\pi}{12}\right)$$

Đáp án A.

**Câu 4:** Cho hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng trục tọa độ với phương trình  $x_1 = A \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm) và  $x_2 = A\sqrt{2} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$  (cm). Tính từ thời điểm  $t_1 = \frac{1}{12}$  s đến thời điểm  $t_2 = \frac{2}{3}$  s thì thời gian mà khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox không nhỏ hơn  $\frac{A\sqrt{3}}{2}$  (cm) là bao nhiêu?

A.  $\frac{1}{12}$  (s).                      B.  $\frac{1}{4}$  (s).                      C.  $\frac{1}{6}$  (s).                      D.  $\frac{1}{8}$  (s).

Lời giải

Ta xét  $x = x_1 - x_2$  là khoảng cách đại số giữa hai chất điểm trên trục Ox.

Dùng phương pháp số phức ta được

$$x = x_1 - x_2 = A \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

Khoảng cách đại số giữa hai chất điểm là một hàm biến thiên điều hòa với chu kì  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1$  s.

Khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox không nhỏ hơn  $\frac{A\sqrt{3}}{2}$  tức là

$$d = |x| \geq \frac{A\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ x \leq -\frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Tại  $t_1$  thì  $x = -A$ , góc mà vectơ quay quét được từ  $t_1$  đến  $t_2$  là  $(t_2 - t_1)\omega = \frac{7\pi}{6}$ . Dựa vào đường tròn,

ta thấy thời gian để  $|x| \geq \frac{A\sqrt{3}}{2}$  là

$$t_{-A \rightarrow -\frac{A\sqrt{3}}{2}} (+) + t_{\frac{A\sqrt{3}}{2} (+) \rightarrow A} + t_{A \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} (-) = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{1}{4} \text{ (s)}$$

Đáp án B.

**Câu 5:** Một chất điểm tham gia đồng thời 3 dao động cùng phương với phương trình tương ứng là  $x_1, x_2, x_3$ . Biết rằng tổng hợp của hai trong ba dao động trên có phương trình tương ứng là  $x_{12} = 8 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right)$  (cm);  $x_{13} = 8\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right)$  (cm);  $x_{23} = 8 \cos\left(\omega t - \frac{7\pi}{12}\right)$  (cm). Hỏi khi dao động thứ nhất qua vị trí có tọa độ  $x_1 = 2\sqrt{3}$  (cm) theo chiều âm thì dao động thứ hai có:

- A.  $x_2 = -2\sqrt{3}$  (cm) theo chiều dương.
- B.  $x_2 = -2\sqrt{3}$  (cm) theo chiều âm.
- C.  $x_2 = 2$  (cm) theo chiều âm.
- D.  $x_2 = 2$  (cm) theo chiều dương.

Lời giải

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 = 8 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right) \text{ (cm)} \\ x_{13} = x_1 + x_3 = 8\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right) \text{ (cm)} \\ x_{23} = x_2 + x_3 = 8 \cos\left(\omega t - \frac{7\pi}{12}\right) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp số phức, ta tính được

$$\begin{cases} x_1 = \frac{x_{12} + x_{13} - x_{23}}{2} = 4\sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) \\ x_2 = \frac{x_{12} + x_{23} - x_{13}}{2} = 4 \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{12}\right) \end{cases}$$

Như vậy dao động  $x_2$  nhanh pha hơn dao động  $x_1$  một góc  $\frac{\pi}{2}$ . Dùng đường tròn lượng giác ta suy ra khi dao động thứ nhất qua vị trí có tọa độ  $x_1 = 2\sqrt{3}$  (cm) theo chiều âm thì dao động thứ hai đang qua vị trí có  $x_2 = -2\sqrt{3}$  (cm) theo chiều âm.

Đáp án B.

**Câu 6:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình  $x_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$ . Dao động tổng hợp có phương trình  $x = 9 \cos(\omega t + \varphi)$ . Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $A_1$  có giá trị

- A.  $15\sqrt{3}$  cm.
- B. 7 cm.
- C.  $9\sqrt{3}$  cm.
- D.  $18\sqrt{3}$  cm.

Lời giải

Ta có

$$81 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow A_1^2 - \sqrt{3}A_2A_1 + A_2^2 - 81 = 0$$

Coi đây là phương trình bậc 2 ẩn  $A_1$ , ta có phương trình này có nghiệm khi

$$\Delta = \left(-\sqrt{3}A_2\right)^2 - 4(A_2^2 - 81) \geq 0 \Leftrightarrow A_2^2 \leq 324 \Leftrightarrow A_2 \leq 18$$

Suy ra  $A_2$  lớn nhất là 18 cm, khi  $A_1 = 9\sqrt{3}$ .

Ngoài cách giải trên, ta còn có thể sử dụng phương pháp vẽ giản đồ vectơ quay rồi áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác cũng thu được kết quả tương tự.

Chọn C.

**Câu 7:** Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + 0,35)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - 1,57)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là  $x = 20 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Giá trị cực đại của  $(A_1 + A_2)$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 25 cm.
- B. 20 cm.
- C. 40 cm.
- D. 35 cm.

Lời giải

- Biên độ tổng hợp :  $20^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(0,35 + 1,57)$ . Sử dụng bất đẳng thức quen thuộc  $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$ , ta có :

$$\begin{aligned}20^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(0,35 + 1,57) \\ &= (A_1 + A_2)^2 - 2,68A_1A_2 \\ &\geq (A_1 + A_2)^2 - 2,68 \cdot \frac{(A_1 + A_2)^2}{4} \\ &= 0,329 \cdot (A_1 + A_2)^2.\end{aligned}$$

- Từ đó suy ra  $(A_1 + A_2) \leq 34,87$  cm. Vậy giá trị cực đại của  $(A_1 + A_2)$  là 34,87 cm.  
Đáp án D.

10. Bài toán hai vật dao động

10.1. Phương pháp

Xét bài toán dao động điều hòa của hai vật trên cùng 1 trục tọa độ hoặc trên hai trục tọa độ song song với nhau. Nếu chọn gốc tọa độ của 2 vật trùng nhau hoặc gốc tọa độ của 2 vật nằm trên 1 đường thẳng vuông góc với quỹ đạo của hai vật thì trong quá trình dao động, hai vật sẽ có lúc gặp nhau. Ta quan tâm đến hai vật gặp nhau khi nào, khoảng cách giữa hai vật ra sao? Xét hai trường hợp:

- Trường hợp 1: Hai vật dao động cùng tần số
- Trường hợp 2: Hai vật dao động khác tần số

Chúng ta sẽ qua những ví dụ cụ thể để hiểu phương pháp.

10.2. Ví dụ minh họa

Trường hợp 1: Hai vật dao động cùng tần số.

Câu 1: Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 400 g, độ cứng lò xo  $10\pi^2$  N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng của hai vật cùng nằm trên đường thẳng vuông góc với quỹ đạo chuyển động của hai vật). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật gặp nhau liên tiếp là

A. 0,3s.                      B. 0,2s.                      C. 0,4s.                      D. 0,1s.

**Lời giải**

Bài toán này có thể làm bằng đường tròn, tuy nhiên giải thích bằng đường tròn sẽ khó hiểu hơn giải thích bằng đại số.

Vì hai con lắc lò xo giống hệt nhau nên hai vật dao động có cùng tần số. Giả sử phương trình dao động của hai vật là

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = 2A_2 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Ta có nhận xét sau:

- Hai vật gặp nhau khi li độ của chúng bằng nhau
- Hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau khi pha của chúng đối nhau (khi đó vận tốc sẽ trái dấu nhau)

Do đó nếu giả sử tại thời điểm  $t$ , hai vật gặp nhau thì ta có

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ (\omega t + \varphi_1) = -(\omega t + \varphi_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2A_2 \cos(\omega t + \varphi_1) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \\ (\omega t + \varphi_1) = -(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Từ đó suy ra

$$2 \cos[-(\omega t + \varphi_2)] = \cos(\omega t + \varphi_2) \Rightarrow \cos(\omega t + \varphi_2) = 0 \Leftrightarrow \omega t + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Do đó thời điểm hai vật gặp nhau và chuyển động ngược chiều nhau là

$$t = \frac{(\frac{\pi}{2} - \varphi_2)}{\omega} + \frac{k\pi}{\omega} = \frac{(\frac{\pi}{2} - \varphi_2)}{\omega} + \frac{kT}{2}$$

Thời gian giữa hai lần liên tiếp hai vật gặp nhau và chuyển động ngược chiều nhau là

$$\Delta t = t_{k+1} - t_k = \left[ \frac{(\frac{\pi}{2} - \varphi_2)}{\omega} + \frac{(k+1)T}{2} \right] - \left[ \frac{(\frac{\pi}{2} - \varphi_2)}{\omega} + \frac{kT}{2} \right] = \frac{T}{2}$$

Thay số tính được  $\Delta t = 0,4$  s.

**Đáp án C.**

**Nhận xét:**

- Giả sử ở thời điểm  $t_0$ , hai con lắc dao động có chu kì bằng nhau ở li độ  $x$  và chuyển động ngược chiều, sau nửa chu kì thì li độ của chúng đều đổi dấu, tức là sẽ gặp nhau ở li độ  $-x$ .
- Khoảng thời gian hai lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là  $\frac{T}{2}$ .
- Khoảng thời gian  $n$  lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là  $\Delta t = (n - 1)\frac{T}{2}$

**Câu 2:** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là:  $x_1 = 3\cos(5\pi t - \frac{\pi}{3})$  và  $x_2 = \sqrt{3}\cos(5\pi t - \frac{\pi}{6})$  (x tính bằng cm; t tính bằng s). Trong khoảng thời gian 1s đầu tiên thì hai vật gặp nhau mấy lần?  
 A. 3 lần.                      B. 4 lần.                      C. 5 lần.                      D. 6 lần.

Lời giải

Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  ta có

$$\begin{cases} x_1 = 3\cos(-\frac{\pi}{3}) = \frac{3}{2} \\ x_2 = \sqrt{3}\cos(-\frac{\pi}{6}) = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$$

Như vậy, tại thời điểm ban đầu, hai vật gặp nhau. Chu kì  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4$ . Khoảng thời gian  $n$  lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là

$$\Delta t = (n - 1)\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow n = 6$$

Đáp án D.

**Câu 3:** Hai vật dao động điều hòa với phương trình  $x_1 = 3\cos(5\pi t - \frac{\pi}{3})$  cm và  $x_2 = \sqrt{3}\cos(5\pi t - \frac{\pi}{6})$  cm dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau (vị trí cân bằng của hai vật đều ở gốc tọa độ). Kể từ thời điểm 0,21s trở đi, trong 1s hai vật gặp nhau bao nhiêu lần?  
 A. 6 lần.                      B. 5 lần.                      C. 4 lần.                      D. 3 lần.

Lời giải

Khi gặp nhau thì chúng cùng li độ  $x_1 = x_2$ . Từ đó ta có

$$3\cos(5\pi t - \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}\cos(5\pi t - \frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos(5\pi t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}) = \cos(5\pi t - \frac{\pi}{6})$$

Để cho gọn, ta đặt  $(5\pi t - \frac{\pi}{6}) = a$  phương trình trở thành:

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\cos(a - \frac{\pi}{6}) &= \cos a \Leftrightarrow \sqrt{3}[\cos a \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin a \cdot \sin \frac{\pi}{6}] = \cos a \\ &\Leftrightarrow \sqrt{3}\left[\cos a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin a \cdot \frac{1}{2}\right] = \cos a \\ &\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin a = -\cos a \\ &\Rightarrow \tan a = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{aligned}$$

Do đó  $(5\pi t - \frac{\pi}{6}) = -\frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow 5\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{5}$ . Theo bài ra ta có:

$$0,21 \leq t \leq 1,21 \Rightarrow 0,21 \leq \frac{k}{5} \leq 1,21 \Rightarrow 1,05 \leq k \leq 6,05$$

Có 5 giá trị nguyên của  $k$  nên hai vật sẽ gặp nhau 5 lần.

Đáp án B.

**Câu 4:** Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là  $x_1 = A \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  và  $x_2 = A \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (x tính bằng cm; t tính bằng s). Tìm thời điểm lần thứ 2013 hai chất điểm đó gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó.

- A.  $t = 1223/3$  (s) và  $\frac{v_1}{v_2} = -2$ .                      B.  $t = 12076/3$ s và  $\frac{v_1}{v_2} = -1$ .  
 C.  $t = 1235/7$  (s) và  $\frac{v_1}{v_2} = 2$ .                                      D.  $t = 1225,3$ s và  $\frac{v_1}{v_2} = 1$ .

Lời giải

Hai chất điểm gặp nhau khi

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 &\Leftrightarrow A \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \\ \left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = -\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = k2\pi \\ &\Rightarrow t = -\frac{2}{3} + 2k \Rightarrow t = -\frac{2}{3} + 2k \end{aligned}$$

Lần thứ 2013 ứng với  $k = 2013$  nên  $t_{2013} = -\frac{2}{3} + 2.2013 = \frac{12076}{3}$  s.

Tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 là:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_2)} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin[k2\pi - (\omega t + \varphi_1)]} = -1$$

Đáp án B.

**Câu 5:** Dao động của một chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là  $x_1 = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$  và  $x_2 = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$ . Tại các thời điểm  $x_1 = x_2$  và gia tốc của chúng đều âm thì li độ của dao động tổng hợp là:

- A. -4,8 cm.                      B. 5,19 cm.                      C. 4,8 cm.                      D. -5,19 cm.

Lời giải

Dùng phương pháp số phức ta sẽ tính được phương trình tổng hợp của dao động là

$$x = 5 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{53\pi}{180}\right)$$

Khi gia tốc  $a_1, a_2$  âm thì  $x_1; x_2$  dương nên khi đó li độ của dao động tổng hợp dương.

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 &\Leftrightarrow 4 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) \\ &\Leftrightarrow 4 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right) = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) \\ &\Leftrightarrow \tan\left(\frac{2\pi}{3}t\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{3}t = 0,644 + k\pi \end{aligned}$$

Thay vào phương trình dao động tổng hợp ta được

$$\begin{cases} x = 5 \cos\left(0,644 - \frac{53\pi}{180} + k\pi\right) \approx \pm 4,8 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x = 4,8 \text{ cm.}$$

Đáp án C.



Câu 6: Hai chất điểm dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng biên độ và tần số. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng. Biết rằng khi đi ngang qua nhau, hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau và đều có độ lớn li độ bằng một nửa biên độ. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây

- A.  $\frac{\pi}{2}$ . B.  $\frac{\pi}{3}$ .  
 C.  $\pi$ . D.  $\frac{2\pi}{3}$ .

Lời giải

Giả sử một chất điểm đi qua vị trí  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều dương thì dựa vào đường tròn, ta có pha lúc đó là  $\frac{\pi}{3}$ . Vì chất điểm còn lại chuyển động ngược chiều nên đi qua vị trí  $x = \frac{A}{2}$  theo chiều âm. Dựa vào đường tròn, ta có pha lúc đó là  $-\frac{\pi}{3}$ .

Vậy hiệu pha của hai dao động có thể là  $\frac{2\pi}{3}$ .

Đáp án D.

Câu 7: Hai chất điểm dao động điều hòa theo hai đường thẳng cùng song song với trục Ox, cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là  $\frac{A}{\sqrt{3}}$  còn của chất điểm thứ hai là A. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ  $+\frac{A}{2}$ , chúng chuyển động ngược chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể nhận giá trị nào sau đây

- A.  $\frac{\pi}{2}$ . B.  $\frac{\pi}{3}$ .  
 C.  $\pi$ . D.  $\frac{2\pi}{3}$ .

Lời giải

Cách 1: Theo phương pháp đại số

Theo bài ra ta có:

$$+) \text{ (I)} : \begin{cases} x_1 = \frac{A}{\sqrt{3}} \cos(\omega t + \varphi_1) = \frac{A}{2} \\ v_1 = -\frac{\omega A}{\sqrt{3}} \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = -\frac{\pi}{6}$$

$$+) \text{ (II)} : \begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t + \varphi_2) = \frac{A}{2} \\ v_2 = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = \frac{\pi}{3}$$

Từ (I) và (II) ta có:

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Cách 2: Dùng đường tròn

Lập luận tương tự ví dụ bên trên dựa vào đường tròn lượng giác ta có ngay:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Đáp án A.

Câu 8: Hai vật có cùng khối lượng gắn vào 2 lò xo và dao động điều hòa với cùng tần số, cùng phương nhưng ngược pha nhau, có biên độ lần lượt là  $A_1$ ;  $A_2$  biết  $A_1 = 2A_2$ . Khi dao động 1 có động năng  $W_1 = 0,56J$  thì dao động 2 có thể năng  $W_2 = 0,08J$ . Hỏi khi dao động 1 có động năng  $W_1 = 0,08J$  thì dao động 2 có thể năng là bao nhiêu?

- A. 0,22J. B. 0,20J. C. 0,56J. D. 0,48J.

Lời giải

Vì hai vật dao động ngược pha nhau nên ta có

$$\frac{x_1}{x_2} = -\frac{A_1}{A_2} = -2$$

Từ đó ta có  $W_{t_1} = 4W_{t_2}$ .

Khi vật 2 có thế năng là 0,08 J thì thế năng của vật 1 là:  $W_{t_1} = 4 \cdot 0,08 = 0,32$  J.

Cơ năng của vật 1 là:  $W = 0,56 + 0,32 = 0,88$  J. Khi động năng vật 1 là 0,88 J thì thế năng vật 1 là  $0,88 - 0,08 = 0,8$  J nên thế năng vật 2 là:  $\frac{0,8}{4} = 0,2$  J.

Đáp án B.

**Câu 9:** Hai vật có khối lượng bằng nhau được gắn vào hai lò xo giống nhau đặt nằm ngang dao động trên hai đường thẳng song song cạnh nhau có vị trí cân bằng nằm trên đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng trên. Ban đầu hai vật được kéo ra ở cùng một vị trí, người ta thả nhẹ cho vật 1 chuyển động, khi vật 1 đi qua vị trí cân bằng thì người ta bắt đầu thả nhẹ vật 2. Hai vật dao động điều hòa với cơ năng là  $4\sqrt{3}$  J. Khi vật 1 có động năng là  $\sqrt{3}$  J thì thế năng của vật 2 bằng

A.  $\sqrt{3}$  J.                      B.  $3\sqrt{3}$  J.                      C. 2 J.                      D.  $2\sqrt{3}$  J.

Lời giải

Theo bài ra ta có: Ban đầu hai vật được kéo ra ở cùng một vị trí, người ta thả nhẹ cho vật 1 chuyển động, khi vật 1 đi qua vị trí cân bằng thì người ta bắt đầu thả nhẹ vật 2 nên hai vật có biên độ bằng nhau, và dựa vào đường tròn, ta thấy vật 1 nhanh pha hơn vật 2 góc  $\frac{\pi}{2}$ .

Gọi phương trình dao động của 2 vật là

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t \\ x_2 = A \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = A \sin \omega t \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = A^2 \Rightarrow W_{t_1} + W_{t_2} = W (*)$$

Khi vật 1 có động năng là  $\sqrt{3}$  J thì thế năng của vật 1 là

$$W_{t_1} = W - W_{d_1} = 4\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

Từ (\*) ta có thế năng của vật 2 là

$$W_{t_2} = W - W_{t_1} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

Đáp án A.

**Câu 10:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song với trục Ox, có vị trí cân bằng cùng nằm trên đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng và đi qua O. Hai chất điểm dao động theo phương trình:  $x_1 = 4 \cos \left( 4t + \frac{\pi}{3} \right)$  cm và  $x_2 = 4\sqrt{2} \cos \left( 4t + \frac{\pi}{12} \right)$  cm. Hỏi trong quá trình dao động khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa hai chất điểm theo phương Ox là bao nhiêu?

A. 0; 4 cm.                      B. 2 cm; 8 cm.  
C. 0;  $4 + 4\sqrt{2}$  cm.                      D. 2 cm;  $4 + 4\sqrt{2}$  cm.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai chất điểm theo phương Ox

$$d = |x_2 - x_1| = \left| 4\sqrt{2} \cos \left( 4t + \frac{\pi}{12} \right) - 4 \cos \left( 4t + \frac{\pi}{3} \right) \right| = 4 \left| \cos \left( 4t - \frac{\pi}{6} \right) \right|$$

(Ở đây ta tính  $x_2 - x_1$  bằng phương pháp số phức cho nhanh).

Vì  $0 \leq \left| \cos \left( 4t - \frac{\pi}{6} \right) \right| \leq 1$  nên ta có

$$0 \leq d \leq 4$$

Suy ra khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa hai chất điểm theo phương Ox lần lượt là 0 và 4 cm.

Đáp án A.

Ta xét bài toán tổng quát

**Câu 11:** Hai chất điểm thực hiện dao động trên hai đường thẳng song song, nằm ngang, có gốc tọa độ nằm trên cùng đường thẳng có phương thẳng đứng. Phương trình dao động của mỗi vật tương ứng là :

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ cm}, \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \text{ cm}.$$

Góc thời gian là lúc hai vật bắt đầu chuyển động, khoảng cách theo phương ngang giữa hai vật có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Khoảng cách theo phương ngang giữa hai vật là

$$\begin{aligned} d &= |x_2 - x_1| \\ &= |A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) - A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)| \\ &= |A_2 (\cos \omega t \cdot \cos \varphi_2 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_2) - A_1 (\cos \omega t \cdot \cos \varphi_1 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_1)| \\ &= |(A_2 \cos \varphi_2 - A_1 \cos \varphi_1) \cdot \cos \omega t + (A_1 \sin \varphi_1 - A_2 \sin \varphi_2) \cdot \sin \omega t| \end{aligned}$$

Sử dụng bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, ta có

$$\begin{aligned} d &\leq \sqrt{(A_2 \cos \varphi_2 - A_1 \cos \varphi_1)^2 + (A_1 \sin \varphi_1 - A_2 \sin \varphi_2)^2} \cdot \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 (\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2)} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\tan \omega t = \frac{A_1 \sin \varphi_1 - A_2 \sin \varphi_2}{A_2 \cos \varphi_2 - A_1 \cos \varphi_1}$  nên giá trị lớn nhất của  $d$  là

$$d_{max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Bài toán được giải quyết xong ■

**Câu 12:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng trục tọa độ Ox với phương trình lần lượt là:  $x_1 = 4 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm;  $x_2 = A_2 \cos\left(5t + \frac{\pi}{12}\right)$  cm. Coi rằng trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm là 4cm. Hãy tìm biên độ  $A_2$  ?

- A. 4 cm.                      B. 2 cm.                      C. 8 cm.                      D.  $4\sqrt{2}$  cm.

Lời giải

Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Thay số ta được

$$4^2 = 4^2 + A_2^2 - 2 \cdot 4 \cdot A_2 \cos\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow A_2 = 4\sqrt{2}$$

Đáp án D.

**Câu 13:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox theo các phương trình lần lượt  $x_1 = 4 \cos(4\pi t)$  cm và  $x_2 = 4\sqrt{3} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Thời điểm đầu tiên hai chất điểm gặp nhau là

- A.  $\frac{1}{16}$  s.  
C.  $\frac{5}{24}$  s.

- B.  $\frac{1}{4}$  s.  
D. 2,12 s.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox là

$$d = |x_2 - x_1| = \left| 4\sqrt{3} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 4 \cos(4\pi t) \right| = 8 \left| \cos\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \right|$$

Hai vật gặp nhau khi:

$$d = 0 \Leftrightarrow 8 \left| \cos\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \right| = 0 \Rightarrow 4\pi t + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow t = -\frac{1}{24} + \frac{k}{4}$$

( $k = 1; 2; 3; \dots$ )

Vậy thời điểm đầu tiên ứng với  $k = 1$ , do đó  $t_1 = -\frac{1}{24} + \frac{1}{4} = \frac{5}{24}$  s

Đáp án C.

**Câu 14:** Hai vật dao động điều hòa với phương trình  $x_1 = A_1 \cos 20\pi t$  (cm),  $x_2 = A_2 \cos 20\pi t$  (cm).

Tính từ thời điểm ban đầu, thì cứ sau 0,125 s thì khoảng cách 2 vật lại bằng  $A_1$ . Biên độ  $A_2$  là

- A.  $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} A_1$ .      B.  $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} A_1$ .      C.  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2} A_1$ .      D.  $\frac{2 + \sqrt{2}}{2} A_1$ .

Lời giải

Điều kiện để khoảng cách giữa hai vật là  $A_1$  là  $A_2 > A_1$ , lúc đó khoảng cách giữa hai vật là

$$d = |x_2 - x_1| = (A_2 - A_1) |\cos 20\pi t|$$

Giải sử thời điểm  $t = t_1$  thì khoảng cách giữa hai vật là bằng  $A_1$

$$d_1 = (A_2 - A_1) |\cos 20\pi t_1| = A_1 \Rightarrow |\cos 20\pi t_1| = \frac{A_1}{A_2 - A_1}$$

Ở thời điểm  $t = t_1 + 0,125$  s ta cũng có khoảng cách hai vật là  $A_1$  nên

$$\begin{aligned} d_2 &= (A_2 - A_1) |\cos 20[\pi(t_1 + 0,125)]| = A_1 \\ &\Leftrightarrow (A_2 - A_1) |\cos(20\pi t_1 + 2,5\pi)| = A_1 \\ &\Leftrightarrow (A_2 - A_1) |(-\sin 20\pi t_1)| = A_1 \\ &\Leftrightarrow |\sin 20\pi t_1| = \frac{A_1}{A_2 - A_1} \end{aligned}$$

Vì  $(|\cos 20\pi t_1|)^2 + (|\sin 20\pi t_1|)^2 = 1$  nên ta có

$$\left(\frac{A_1}{A_2 - A_1}\right)^2 + \left(\frac{A_1}{A_2 - A_1}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}A_1}{A_2 - A_1} = 1 \Rightarrow A_2 = (\sqrt{2} + 1) A_1$$

Đáp án B.

**Câu 15:** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và N đều trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của M và N đều là 6 cm. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 6 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng 3 lần thế năng, tỉ số động năng của M và thế năng của N là

- A.  $\frac{3}{4}$  hoặc 3.
- C.  $\frac{4}{3}$  hoặc  $\frac{1}{6}$ .

- B.  $\frac{1}{2}$  hoặc 2.
- D.  $\frac{2}{3}$  hoặc 2.

Lời giải

Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Thay  $d_{max} = 6$  cm,  $A_1 = A_2 = 6$  cm vào biểu thức trên ta tính được

$$\cos \Delta\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3}$$

Vị trí có động năng bằng 3 thế năng là  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm \frac{A}{2}$ . Giả sử tại thời điểm  $t$ ,  $x_M = \frac{A}{2}$  và đang đi theo chiều âm. Dựa vào đường tròn với chú ý độ lệch pha giữa M và N là  $|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3}$  thì ta có

$$\begin{cases} x_N = A \\ x_N = -\frac{A}{2} \end{cases}$$

Khi đó tỉ số động năng của M và thế năng của N là

$$\frac{W_{dM}}{W_{tN}} = \frac{W - W_{tM}}{W_{tN}} = \frac{A^2 - x_M^2}{x_N^2} = \begin{cases} \frac{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2}{A^2} \\ \frac{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2}{\left(-\frac{A}{2}\right)^2} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{3} \end{bmatrix}$$

**Đáp án A.**

**Câu 16:** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

A.  $\frac{4}{3}$ .

B.  $\frac{3}{4}$ .

C.  $\frac{9}{16}$ .

D.  $\frac{16}{9}$ .

Lời giải

Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Thay số được

$$10^2 = 6^2 + 8^2 - 2.6.8. \cos \Delta\varphi \Rightarrow \cos \Delta\varphi = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Suy ra hai dao động thành phần vuông pha nhau. Ở thời điểm mà chất điểm thứ nhất có động năng bằng thế năng thì  $x_1 = \pm 3\sqrt{2}$  cm. Mà hai dao động vuông pha nên ta có

$$\left(\frac{3\sqrt{2}}{6}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{8}\right)^2 = 1 \Rightarrow x_2 = \pm 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

Suy ra chất điểm thứ hai cũng xảy ra động năng bằng thế năng.

Vậy tỉ số động năng giữa chúng là:

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{\frac{1}{2}W_M}{\frac{1}{2}W_N} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

**Đáp án C.**

**Câu 17:** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng cùng song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên cùng một đường thẳng đi qua O và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của chúng lần lượt là 140,0mm và 480,0mm. Biết hai chất điểm đi qua nhau ở vị trí có li độ  $x = 134,4\text{mm}$ , khi chúng đang chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm đó theo phương Ox là

- A. 620,0mm.      B. 485,6mm.      C. 500,0mm.      D. 474,4mm.

Lời giải

Dựa vào đường tròn, ta xác định được độ lớn pha của hai chất điểm 1 và 2 khi đi ngang qua nhau là

$$\begin{cases} \cos|\varphi_2| = \frac{x_2}{A_2} = \frac{134,4}{480} \Rightarrow |\varphi_2| = 73,74^\circ \\ \cos|\varphi_1| = \frac{x_1}{A_1} = \frac{134,4}{140} \Rightarrow |\varphi_1| = 16,26^\circ \end{cases} \Rightarrow |\varphi_2| + |\varphi_1| = 90^\circ$$

Suy ra góc hợp bởi giữa hai véc tơ quay là  $\frac{\pi}{2}$  hay chúng vuông pha nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm trong quá trình dao động là

$$d_{max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = \sqrt{140^2 + 480^2 - 2 \cdot 140 \cdot 480 \cdot \cos \frac{\pi}{2}} = 500$$

**Đáp án C.**

**Câu 18:** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là  $x_1 = 10 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm và  $x_2 = 10\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$  cm. Hai chất điểm cách nhau 5 cm ở thời điểm đầu tiên và lần thứ 2014 kể từ lúc  $t = 0$  lần lượt là

- A.  $\frac{11}{24}$ s và  $\frac{2015}{8}$  s.      B.  $\frac{1}{3}$ s và  $\frac{6041}{24}$  s.  
 C.  $\frac{24}{3}$ s và  $\frac{6041}{24}$  s.      D.  $\frac{8}{3}$ s và  $\frac{2015}{8}$  s.

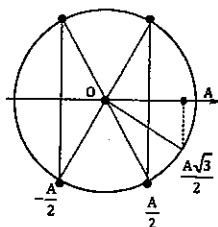
Lời giải

Theo bài ra ta có:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5$  s.

Khoảng cách

$$d = |x_2 - x_1| = \left|10\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right) - 10 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right| = 10 \left|\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\right|.$$

Hai chất điểm cách nhau 5 cm thì  $d = 5$  cm. Đến đây ta sử dụng đường tròn để dàng tìm thời gian tương ứng theo yêu cầu bài toán:



Từ hình vẽ ta có thời điểm đầu tiên  $d = 5$  là  $t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{1}{8}s$ .

Trong 1 chu kì thì có 4 lần khoảng cách là 5 cm. Do đó lần thứ 2014 ứng với thời điểm

$$t_{2014} = 503T + t_{\frac{A\sqrt{3}}{2} (+) \rightarrow A \rightarrow -\frac{A}{2} (-)} = 503T + t_2 = 503.0,5 + \frac{5}{24} = \frac{6041}{24}$$

Đáp án B.

**Câu 19:** Hai chất điểm dao động điều hoà trên hai trục tọa độ Ox và Oy vuông góc với nhau (O là vị trí cân bằng của cả hai chất điểm). Biết phương trình dao động của hai chất điểm là:  $x = 2 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm và  $y = 4 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm. Khi chất điểm thứ nhất có li độ  $x = -\sqrt{3}$  cm và đang đi theo chiều âm thì khoảng cách giữa hai chất điểm là

- A.  $3\sqrt{3}$  cm.      B.  $\sqrt{7}$  cm.      C.  $2\sqrt{3}$  cm.      D.  $\sqrt{15}$  cm.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai chất điểm ở thời điểm bất kì là

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Tại  $t = 0$  ta thấy chất điểm qua VTGB theo chiều âm, khi đi đến  $x = -\sqrt{3}$  cm và đang đi theo chiều âm thì dựa vào đường tròn, góc quét được là  $\frac{\pi}{3}$ . Vì hai vật dao động cùng tần số nên khi vectơ quay của  $x$  quét được  $\frac{\pi}{3}$  thì vectơ quay của  $y$  cũng quét được  $\frac{\pi}{3}$ .

Tại thời điểm ban đầu, chất điểm trên Oy đi qua  $y = 2\sqrt{3}$  theo chiều dương. Sau khi quét thêm  $\frac{\pi}{3}$  thì dựa vào đường tròn ta có chất điểm trên Oy đi qua  $y = 2\sqrt{3}$  theo chiều âm. Khi đó khoảng cách giữa hai chất điểm là

$$d = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{15}$$

Đáp án D.

**Câu 20:** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục Ox song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos \omega t$  (cm) và  $x_2 = A_2 \sin \omega t$  (cm). Biết  $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$  (cm<sup>2</sup>). Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi qua vị trí có li độ  $x_1 = 3$  cm với vận tốc  $v_1 = -18$  cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

- A.  $24\sqrt{3}$  cm/s.      B. 24 cm/s.  
C. 8 cm/s.      D.  $8\sqrt{3}$  cm/s.

Lời giải

Theo bài ra cho phương trình

$$64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$$

Ta thay  $x_1 = 3$  cm vào phương trình dễ dàng tìm được  $x_2 = \pm 4\sqrt{3}$  cm.

Lấy đạo hàm hai vế phương trình ấy đạo hàm hai vế phương trình (\*) theo thời gian, với chú ý  $x_1' = v_1$

và  $x_2' = v_2$  ta có

$$128x_1v_1 + 72x_2v_2 = 0$$

Thế  $x_1 = 3 \text{ cm}$ ,  $x_2 = \pm 4\sqrt{3} \text{ cm}$  và  $v_1 = -18 \text{ cm/s}$  vào ta được:  $v_2 = \pm 8\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .

Đáp án D.

**Câu 21:** Trên trục Ox, cho hai chất điểm dao động điều hòa cùng phương có phương trình li độ lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos 10t \text{ (cm)}$ ,  $x_2 = A_2 \cos (10t + \varphi) \text{ (cm)}$ . Biết rằng  $400x_1^2 + 225x_2^2 = 144 \text{ (cm}^2\text{)}$ . Một chất điểm khác dao động điều hòa với phương trình  $x = x_1 + x_2$  thì có tốc độ cực đại là  
 A. 10 cm/s.      B. 12 cm/s.      C. 12,9 cm/s.      D. 12,5 cm/s.

Lời giải

Từ giả thiết  $144 = 400x_1^2 + 225x_2^2$  ta có

$$\begin{cases} 144 \geq 400x_1^2 \\ 144 \geq 225x_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 \leq 0,6 \\ x_2 \leq 0,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 0,6 \text{ (cm)} \\ A_2 = 0,8 \text{ (cm)} \end{cases}$$

Cũng từ giả thiết ta có khi  $x_1 = 0$  thì  $|x_2|$  đạt cực đại nên  $x_1$  và  $x_2$  vuông pha nhau. Suy ra biên độ dao động tổng hợp là

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 1$$

Tốc độ cực đại của  $x$  là:  $v_{max} = \omega A = 10.1 = 10 \text{ (cm/s)}$ .

Đáp án A.

**Câu 22:** Cho 2 vật dao động điều hòa cùng tốc độ góc  $\omega$ , biên độ lần lượt là  $A_1, A_2$ . Biết  $A_1 + A_2 = 8 \text{ cm}$ . Tại một thời điểm, vật 1 có li độ và vận tốc  $x_1, v_1$ , vật 2 có li độ và vận tốc  $x_2, v_2$  thỏa mãn  $x_1v_2 + x_2v_1 = 8 \text{ (cm}^2\text{/s)}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\omega$ .  
 A. 0,5 rad/s.      B. 1 rad/s.      C. 2 rad/s.      D. Đáp án khác.

Lời giải

Ta có:

$$A_1 = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}}, A_2 = \sqrt{x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2}}$$

Sử dụng bất đẳng thức AM-GM và Cauchy-Schwarz, ta có

$$16 = \frac{(A_1 + A_2)^2}{4} \geq A_1 A_2 = \sqrt{\left(x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}\right) \left(x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2}\right)} \geq \left| \frac{x_1 v_2}{\omega} + \frac{x_2 v_1}{\omega} \right| = \frac{8}{\omega} \Rightarrow \omega = 0,5$$

Đáp án A.

Trường hợp 2: Hai vật dao động khác tần số.

**Câu 1:** Xét hai vật dao động điều hòa cùng biên độ  $A$  với tần số 3 Hz và 6 Hz. Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng li độ là?  
 A. 1/12 s.      B. 1/36 s.      C. 1/27 s.      D. 1/40 s.

Lời giải

Để thời gian ngắn nhất thì ban đầu hai vật chuyển động theo cùng chiều, và theo chiều dương. Vì tần số vật 2 lớn hơn nên vật 2 chuyển động nhanh hơn, nên sẽ ra đến biên trước rồi quay trở lại gặp vật 1. Khi gặp nhau thì pha của hai vật đối nhau.

Vì cả hai vật đều xuất phát từ  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$  và đi theo chiều dương nên ta có phương trình dao động của từng



vật là

$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) \\ x_2 = A \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

Theo lập luận bên trên, hai vật có cùng li độ khi

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 &\Leftrightarrow A \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = A \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) \\ &\Leftrightarrow \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = -\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) + k2\pi \quad (\text{vì pha đối nhau}) \\ &\Leftrightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ &\Leftrightarrow t = \frac{\frac{\pi}{2} + k2\pi}{(\omega_1 + \omega_2)} \end{aligned}$$

Thời gian ngắn nhất ứng với  $k = 0$ , thay số ta được

$$t_{\min} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi(f_1 + f_2)} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi(3 + 6)} = \frac{1}{36}$$

Đáp án B.

**Câu 2:** Xét hai vật dao động điều hòa cùng biên độ  $A$  với tần số 3 Hz và 6 Hz. Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$  và đang chuyển động theo chiều âm của trục tọa độ. Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng li độ là?

A. 1/12 s.

B. 1/36 s.

C. 1/27 s.

D. 1/40 s.

Lời giải

Vì tần số vật 2 lớn hơn nên vật 2 chuyển động nhanh hơn, nên sẽ ra đến biên âm trước rồi quay trở lại gặp vật 1. Khi gặp nhau thì pha của hai vật đối nhau.

Vì cả hai vật đều xuất phát từ  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$  và đi theo chiều âm nên ta có phương trình dao động của từng vật là

$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) \\ x_2 = A \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

Theo lập luận bên trên, hai vật có cùng li độ khi

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 &\Leftrightarrow A \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) = A \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &\Leftrightarrow \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) = -\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right) + k2\pi \quad (\text{vì pha đối nhau}) \\ &\Leftrightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ &\Leftrightarrow t = \frac{-\frac{\pi}{2} + k2\pi}{(\omega_1 + \omega_2)} \end{aligned}$$

Thời gian ngắn nhất ứng với  $k = 1$ , thay số ta được

$$t_{\min} = \frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi}{2\pi(f_1 + f_2)} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{2\pi(3 + 6)} = \frac{1}{12}$$

Đáp án A.

**11. Các bài toán tổng hợp**

**Câu 1:** Một vật dao động điều hòa có phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm. tính tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương lần thứ nhất.

- A. 25,71 cm/s.      B. 42,86 cm/s.      C. 6 cm/s.      D. 8,57 cm/s.

**Câu 2:** Một vật dao động điều hòa với tần số bằng 5Hz. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = -0,5A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = +0,5A$  là

- A.  $\frac{1}{10}$  s.      B.  $\frac{1}{20}$  s.      C.  $\frac{1}{30}$  s.      D. 1 s.

**Câu 3:** Một vật dao động điều hòa trên trục Ox, khi vật đi từ điểm M có  $x_1 = \frac{A}{2}$  theo chiều âm đến điểm N có li độ  $x_2 = \frac{-A}{2}$  lần thứ nhất mất  $\frac{1}{30}$  s. Tần số dao động của vật là

- A. 5 Hz.      B. 10 Hz.      C.  $5\pi$  Hz.      D.  $10\pi$  Hz.

**Câu 4:** Con lắc lò xo dao động với biên độ A. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến điểm M có li độ  $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  là 0,25(s). Chu kỳ của con lắc:

- A. 1,0 s.      B. 1,5 s.      C. 0,5 s.      D. 2,0 s.

**Câu 5:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 4cm, cứ sau một khoảng thời gian  $\frac{1}{4}$  giây thì động năng lại bằng thế năng. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian  $\frac{1}{6}$  giây là

- A. 8 cm.      B. 6 cm.      C. 2 cm.      D. 4 cm.

**Câu 6:** Vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh VTCB O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian  $\frac{T}{3}$ , quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được là

- A.  $(\sqrt{3}-1)A$ .      B. 1A.  
C.  $A\sqrt{3}$ .      D.  $A(2-\sqrt{2})$ .

**Câu 7:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A và tần số f. Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường có độ dài A là

- A.  $\frac{1}{6f}$ .      B.  $\frac{1}{4f}$ .      C.  $\frac{1}{3f}$ .      D.  $\frac{4}{f}$ .

**Câu 8:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A và chu kỳ T. Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường có độ dài  $A\sqrt{2}$  là:

- A.  $\frac{T}{8}$ .      B.  $\frac{T}{4}$ .      C.  $\frac{T}{6}$ .      D.  $\frac{T}{12}$ .

**Câu 9:** Một con lắc lò xo dao động với biên độ A, thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ  $x_1 = -A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = \frac{A}{2}$  là 1s. Chu kì dao động của con lắc là:

- A. 6 (s).      B.  $\frac{1}{3}$  (s).      C. 2 (s).      D. 3 (s).

**Câu 10:** Một vật dao động theo phương trình  $x = 2 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + 1$  (cm). Trong giây đầu tiên kể từ lúc vật bắt đầu dao động vật đi qua vị trí có li độ  $x = 2$ cm theo chiều dương được mấy lần?

- A. 3 lần.      B. 2 lần.      C. 4 lần.      D. 5 lần.

**Câu 11:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Tính quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t = \frac{1}{6}$  (s).

- A.  $\sqrt{3}$ cm.      B.  $3\sqrt{3}$ cm.      C.  $2\sqrt{3}$ cm.      D.  $4\sqrt{3}$ cm.

**Câu 12:** Một chất điểm đang dao động với phương trình:  $x = 6 \cos(10\pi t)$  cm. Tính tốc độ trung bình của chất điểm sau  $\frac{1}{4}$  chu kì tính từ khi bắt đầu dao động và tốc độ trung bình sau nhiều chu kỳ dao động

- A. 1,2m/s và 0.      B. 2m/s và 1,2m/s.      C. 1,2m/s và 1,2m/s.      D. 2m/s và 0.

Câu 13: Cho một vật dao động điều hòa có phương trình chuyển động  $x = 10 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ . Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên vào thời điểm:

- A.  $\frac{1}{3}$  (s).      B.  $\frac{1}{6}$  (s).      C.  $\frac{2}{3}$  (s).      D.  $\frac{1}{12}$ .

Câu 14: Một chất điểm M chuyển động với tốc độ 0,75 m/s trên đường tròn có đường kính bằng 0,5 m. Hình chiếu M' của điểm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hòa. Tại  $t = 0$  s, M' đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Khi  $t = 8$  s hình chiếu M' qua li độ:

- A. - 10,17 cm theo chiều dương.      B. - 10,17 cm theo chiều âm.  
C. 22,64 cm theo chiều dương.      D. 22,64 cm theo chiều âm.

Câu 15: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Tốc độ trung bình của chất điểm tương ứng với khoảng thời gian thế năng không vượt quá ba lần động năng trong một nửa chu kỳ là  $300\sqrt{3}$  cm/s. Tốc độ cực đại của dao động là

- A. 400 cm/s.      B. 200 cm/s.      C. 2π m/s.      D. 4π m/s.

Câu 16: Một chất điểm dao động điều hòa có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là  $t_1 = 2,2$  (s) và  $t_2 = 2,9$  (s). Tính từ thời điểm ban đầu ( $t_0 = 0$  s) đến thời điểm  $t_2$  chất điểm đã đi qua vị trí cân bằng

- A. 6 lần.      B. 5 lần.      C. 4 lần.      D. 3 lần.

Câu 17: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có vận tốc bằng 0 tại hai thời điểm liên tiếp  $t_1 = 1,75$  s và  $t_2 = 2,5$  s, tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó là 16cm/s. Toạ độ chất điểm tại thời điểm  $t = 0$  là

- A. -8 cm.      B. -4 cm.      C. 0 cm.      D. -3 cm.

Câu 18: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 6 \cos(2\pi t - \pi)$  cm. Tại thời điểm pha của dao động bằng  $\frac{1}{6}$  lần độ biến thiên pha trong một chu kỳ, tốc độ của vật bằng

- A. 6 π cm/s.      B.  $12\sqrt{3}$  π cm/s.  
C.  $6\sqrt{3}$  π cm/s.      D. 12 π cm/s.

Câu 19: Vật dao động điều hòa có vận tốc cực đại bằng 3m/s và gia tốc cực đại bằng  $30\pi$  (m/s<sup>2</sup>). Thời điểm ban đầu vật có vận tốc 1,5m/s và thế năng đang tăng. Hỏi vào thời điểm nào sau đây vật có gia tốc bằng  $15\pi$  (m/s<sup>2</sup>):

- A. 0,10 s.      B. 0,15 s.      C. 0,20 s.      D. 0,05 s.

Câu 20: Hai chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T, lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$  với biên độ lần lượt là A và 2A, trên hai trục tọa độ song song cùng chiều, gốc tọa độ nằm trên đường vuông góc chung. Khoảng thời gian nhỏ nhất giữa hai lần chúng ngang nhau là:

- A.  $\frac{T}{2}$ .      B. T.      C.  $\frac{T}{3}$ .      D.  $\frac{T}{4}$ .

Câu 21: Một vật dao động điều hòa trong 1 chu kỳ T của dao động thì thời gian độ lớn vận tốc tức thời không nhỏ hơn  $\frac{\pi}{4}$  lần tốc độ trung bình trong 1 chu kỳ là

- A.  $\frac{T}{3}$ .      B.  $\frac{T}{2}$ .      C.  $\frac{2T}{3}$ .      D.  $\frac{T}{4}$ .

Câu 22: Có hai vật dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng song song và gần nhau với cùng biên độ A, tần số 3 Hz và 6 Hz. Lúc đầu hai vật xuất phát từ vị trí có li độ  $\frac{A}{2}$ . Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng li độ là?

- A.  $\frac{1}{4}$  s.      B.  $\frac{1}{18}$  s.      C.  $\frac{1}{26}$  s.      D.  $\frac{1}{27}$  s.

Câu 23: Một vật dao động điều hòa với chu kì T. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng, vận tốc của vật bằng 0 lần đầu tiên ở thời điểm

A.  $\frac{T}{2}$ .

B.  $\frac{T}{8}$ .

C.  $\frac{T}{6}$ .

D.  $\frac{T}{4}$ .

Câu 24: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Trong khoảng thời gian ngắn nhất khi đi từ vị trí biên có li độ  $x = A$  đến vị trí  $x = -\frac{A}{2}$ , chất điểm có tốc độ trung bình là

A.  $\frac{6A}{T}$ .

B.  $\frac{9A}{2T}$ .

C.  $\frac{3A}{2T}$ .

D.  $\frac{4A}{T}$ .

Câu 25: Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$  (x tính bằng cm; t tính bằng s). Kể từ  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -2$  cm lần thứ 2011 tại thời điểm

A. 3016 s.

B. 3015 s.

C. 6030 s.

D. 6031 s.

### ĐÁP ÁN

- |     |     |     |      |      |      |      |      |      |
|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|
| 1 B | 4 D | 7 A | 10 D | 13 A | 16 C | 19 B | 22 D | 25 A |
| 2 C | 5 D | 8 B | 11 D | 14 D | 17 D | 20 A | 23 D |      |
| 3 A | 6 B | 9 D | 12 C | 15 C | 18 C | 21 C | 24 B |      |

### III. BÀI TẬP VỀ CON LẮC ĐƠN

#### 1. Bài toán đại cương về con lắc đơn

##### 1.1. Phương pháp

Kiến thức cần nắm vững đã được hệ thống ở phần lí thuyết.

Đối với bài toán viết phương trình dao động của con lắc đơn, cần chú ý một số điểm sau đây

- Điều kiện để con lắc đơn dao động điều hòa là biên độ góc  $\alpha_0 \leq 10^\circ$
- Để viết phương trình li độ góc  $\alpha$  của con lắc đơn, thì ta viết phương trình li độ dài  $s$  sau đó dùng biểu thức  $s = \ell \alpha$  để suy ra  $\alpha = \frac{s}{\ell}$

##### 1.2. Ví dụ minh họa

**Câu 1:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 1$  m, được gắn vật  $m = 0,1$  kg. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha = 10^\circ$  rồi buông tay không vận tốc đầu cho vật dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g = 10 = \pi^2$  ( $m/s^2$ ).

1. Chu kỳ dao động của con lắc đơn là?

- A. 1 s.                      B. 2 s.                      C. 3 s.                      D. 4 s.

2. Biết tại thời điểm  $t = 0$  vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Hãy viết phương trình dao động của vật.

- A.  $\alpha = 10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  rad.                      B.  $\alpha = \frac{\pi}{18} \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  rad.  
 C.  $\alpha = \frac{\pi}{18} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  rad.                      D.  $\alpha = \frac{1}{10} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  rad.

##### Lời giải

1. Ta có:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2$ (s).

**Đáp án B.**

2. Phương trình dao động của con lắc đơn có dạng:  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Trong đó:  $\alpha_0 = 10^\circ = \frac{\pi}{18}$  (rad) và  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{1}} = \pi$  rad

Tại  $t = 0$  s vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương  $\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$  (rad).

Vậy phương trình dao động của vật là:  $\alpha = \frac{\pi}{18} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

**Đáp án C.**

**Câu 2:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$  được kích thích dao động tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g$  và con lắc dao động với chu kỳ  $T$ . Hỏi nếu giảm chiều dài dây treo đi một nửa thì chu kỳ của con lắc sẽ thay đổi như thế nào?

- A. Không đổi.                      B. tăng  $\sqrt{2}$  lần.  
 C. Giảm  $\sqrt{2}$  lần.                      D. Giảm 2 lần.

##### Lời giải

Ban đầu chu kì dao động của con lắc đơn là  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ;

Lúc sau, chu kì dao động của con lắc đơn là  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}} = \frac{T}{\sqrt{2}}$

**Đáp án C.**

**Câu 3:** Trong các phát biểu sau phát biểu nào không đúng về con lắc đơn dao động điều hòa?

- A. Chu kỳ của con lắc đơn phụ thuộc vào chiều dài dây treo.
- B. Chu kỳ của con lắc đơn không phụ thuộc vào khối lượng của vật nặng.
- C. Chu kỳ của con lắc đơn phụ thuộc vào biên độ của dao động.
- D. Chu kỳ của con lắc đơn phụ thuộc vào vị trí thực hiện thí nghiệm.

**Lời giải**

Ta có  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$   $\neq m$  mà chỉ phụ thuộc vào chiều dài dây và gia tốc trọng trường.

Đáp án C.

**Câu 4:** Tại cùng một địa điểm thực hiện thí nghiệm với con lắc đơn có chiều dài  $l_1$  thì dao động với chu kỳ  $T_1$ , con lắc đơn  $l_2$  thì dao động với chu kỳ  $T_2$ . Hỏi nếu thực hiện thí nghiệm với con lắc đơn có chiều dài  $l = l_1 + l_2$  thì con lắc đơn dao động với chu kỳ  $T$  là bao nhiêu?

- A.  $T = T_1^2 \cdot T_2^2$ .
- B.  $T^2 = \frac{T_1^2 \cdot T_2^2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$ .
- C.  $T^2 = T_1^2 + T_2^2$ .
- D.  $T = T_1^{-2} + T_2^{-2}$ .

**Lời giải**

Gọi  $T_1$  là chu kỳ của con lắc có chiều dài  $l_1 \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow T_1^2 = 4\pi^2 \frac{l_1}{g}$

Gọi  $T_2$  là chu kỳ của con lắc có chiều dài  $l_2 \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{g}$

Gọi  $T$  là chu kỳ của con lắc có chiều dài  $l = l_1 + l_2$

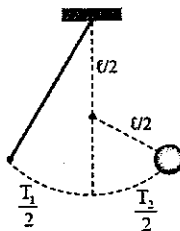
$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{l_1 + l_2}{g} = 4\pi^2 \frac{l_1}{g} + 4\pi^2 \frac{l_2}{g} = T_1^2 + T_2^2$$

Đáp án C.

**Câu 5:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 1m$  dao động điều hòa với chu kỳ  $T$  tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g = \pi^2 = 10m/s^2$ . Nhưng khi dao động khi đi qua vị trí cân bằng dây treo bị vướng đinh tại vị trí  $\frac{l}{2}$  và con lắc tiếp tục dao động. Xác định chu kỳ của con lắc đơn khi này?

- A. 2s.
- B.  $\sqrt{2}$  s.
- C.  $2 + \sqrt{2}$  s.
- D.  $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$  s.

**Lời giải**



- Gọi  $T_1$  là chu kỳ dao động ban đầu của con lắc đơn  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2s$

- Trong quá trình thực hiện dao động của vật nó sẽ gồm hai phần:

+ Phần 1 thực hiện một nửa chu kỳ của  $T_1$

+ Phần 2 thực hiện một nửa chu kỳ của  $T_2$

Trong đó  $T_2 = \frac{T_1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}s$

⇒ T là chu kỳ của con lắc bị vướng đinh lúc này là:  $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}s$

Đáp án D.

**Câu 6:** Tại một nơi trên mặt đất, một con lắc đơn dao động điều hòa. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , con lắc thực hiện được 60 dao động toàn phần, thay đổi chiều dài con lắc một đoạn 44cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ấy, nó thực hiện 50 dao động toàn phần. Chiều dài ban đầu của con lắc là

- A. 144cm.      B. 60cm.      C. 80cm.      D. 100cm.

Lời giải

Gọi T là chu kỳ dao động của con lắc đơn ban đầu:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{\Delta t}{60}$  (1)

Gọi  $T_1$  là chu kỳ dao động của con lắc khi bị thay đổi.

Ta thấy  $T_1 = \frac{\Delta t}{50} > \frac{\Delta t}{60} = T$  nên dây treo của con lắc bị điều chỉnh tăng lên. Ta có

$$\ell_1 = \ell + 44 \Rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell + 44}{g}} = \frac{\Delta t}{50} \quad (2)$$

Lập tỉ số về theo về của (1) và (2) ta có:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell}{\ell + 44}} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} \Rightarrow \ell = 1 \text{ (m)}$$

Đáp án D.

**Câu 7:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $\ell = 20\text{cm}$  treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc bằng  $0,1 \text{ rad}$  về phía bên phải, rồi truyền cho nó vận tốc bằng  $14\text{cm/s}$  theo phương vuông góc với sợi dây về phía vị trí cân bằng thì con lắc sẽ dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ vị trí cân bằng sang phía bên phải, gốc thời gian là lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng lần thứ nhất. Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là:

- A.  $s = 2\sqrt{2} \cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$ .      B.  $s = 2\sqrt{2} \cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$ .  
 C.  $s = 3 \cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$ .      D.  $s = 3 \cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$ .

Lời giải

Tần số góc dao động của con lắc đơn là

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{9,8}{0,2}} = 7 \text{ rad/s}$$

Li độ dài của con lắc là

$$S_0 = \sqrt{s^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(\alpha\ell)^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(0,1 \cdot 20)^2 + \frac{14^2}{7^2}} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

Ban đầu kéo con lắc về phía bên phải, rồi truyền vận tốc về phía VTGB (về phía bên trái) nên lúc đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên là lúc đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Do đó pha ban đầu của dao động là  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . Vậy phương trình dao động của vật là

$$s = 2\sqrt{2} \cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

Đáp án B.

1.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Công thức tính chu kỳ của con lắc đơn?

- A.  $T = \sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$  s .  
 B.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$  s.  
 C.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  s.  
 D.  $T = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$  s.

Câu 2: Công thức tính tần số của con lắc đơn?

- A.  $f = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$  Hz.  
 B.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$  Hz.  
 C.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  Hz.  
 D.  $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$  s.

Câu 3: Tìm công thức sai về con lắc dao động điều hòa?

- A.  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$ .  
 B.  $S^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$ .  
 C.  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$ .  
 D.  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{\omega^2\ell^2}$ .

Câu 4: Tìm công thức đúng về con lắc đơn dao động điều hòa?

- A.  $s = S \cos(\omega t + \varphi)$  cm .  
 B.  $\alpha_0 = \alpha \cos(\omega t + \varphi)$ .  
 C.  $S = s \cos(\omega t + \varphi)$  cm.  
 D.  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$  cm.

Câu 5: Con lắc đơn có  $\ell_1$  thì dao động với chu kì  $T_1$  ; chiều dài  $\ell_2$  thì dao động với chu kì  $T_2$  , nếu con lắc đơn có chiều dài  $l = \ell_1 + \ell_2$  thì chu kỳ dao động của con lắc là gì?

- A.  $T^2 = T_1^2 - T_2^2$ .  
 B.  $T = T_1 - T_2$  .  
 C.  $T = T_1 + T_2$  .  
 D.  $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$ .

Câu 6: Con lắc đơn có  $\ell_1$  thì dao động với chu kì  $T_1$  ; chiều dài  $\ell_2$  thì dao động với chu kì  $T_2$  , nếu con lắc đơn có chiều dài  $l = a.\ell_1 + b.\ell_2$  thì chu kỳ dao động của con lắc là gì?

- A.  $T_2 = a.T_1^2 + b.T_2^2$  .  
 B.  $T = T_1 - T_2$  .  
 C.  $T = T_1 + T_2$  .  
 D.  $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$  .

Câu 7: Con lắc đơn có  $\ell_1$  thì dao động với chu kì  $T_1$  ; chiều dài  $\ell_2$  thì dao động với chu kì  $T_2$  , nếu con lắc đơn có chiều dài  $l = |\ell_1 - \ell_2|$  thì chu kỳ dao động của con lắc là gì?

- A.  $T_2 = |T_1^2 - T_2^2|$ .  
 B.  $T = T_1 - T_2$  .  
 C.  $T = T_1 + T_2$  .  
 D.  $T = T_1^2 + T_2^2$ .

Câu 8: Tại cùng một nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là  $\ell_1$  và  $\ell_2$ , có chu kỳ dao động riêng lần lượt là  $T_1, T_2$ . Chu kì dao động riêng của con lắc thứ ba có chiều dài bằng tích của hai con lắc trên là:

- A.  $\frac{T_1}{T_2}$ .  
 B.  $\frac{T_1\sqrt{g}}{2\pi T_2}$ .  
 C.  $\frac{T_1 T_2 \sqrt{g}}{2\pi}$ .  
 D.  $T_1 T_2$ .

Câu 9: Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ T. Biết con lắc có chiều dài l, khi dao động qua vị trí cân bằng nó bị mắc phải đinh tại vị trí  $\ell_1 = \frac{1}{2}l$ , con lắc tiếp tục dao động. Chu kỳ của con lắc?

- A. T .  
 B.  $T + \frac{T}{2}$ .  
 C.  $T + \frac{T}{\sqrt{2}}$ .  
 D.  $\frac{T + \frac{\sqrt{2}}{2}T}{2}$ .

Câu 10: Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ T. Nếu tăng chiều dài dây lên 2 hai lần thì chu kỳ của con lắc sẽ như thế nào?

- A. Không thay đổi .  
 B. Giảm  $\sqrt{2}$  lần .  
 C. Tăng  $\sqrt{2}$  lần .  
 D. Không đáp án.



Câu 11: Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ  $T$ . Nếu giảm chiều dài dây xuống 2 hai lần và tăng khối lượng của vật nặng lên 4 lần thì chu kỳ của con lắc sẽ như thế nào?

- A. Không thay đổi .  
 B. Giảm  $\sqrt{2}$  lần .  
 C. Tăng  $\sqrt{2}$  lần .  
 D. Không đáp án .

Câu 12: Chọn phát biểu đúng về chu kỳ con lắc đơn

- A. Chu kì con lắc đơn không phụ thuộc vào độ cao .  
 B. Chu kỳ con lắc đơn phụ thuộc vào khối lượng.  
 C. Chu kỳ con lắc phụ thuộc vào chiều dài dây .  
 D. Không có đáp án đúng.

Câu 13: Một con lắc đơn có độ dài  $\ell_0$  thì dao động với chu kỳ  $T_0$ . Hỏi cũng tại nơi đó nếu tăng gấp đôi chiều dài dây treo và giảm khối lượng đi một nửa thì chu kì sẽ thay đổi như thế nào?

- A. Không đổi .  
 B. Tăng lên  $\sqrt{2}$  lần .  
 C. Giảm  $\sqrt{2}$  lần .  
 D. Tăng 2 lần .

Câu 14: Một con lắc đơn có biên độ góc  $\alpha_0$  thì dao động với chu kỳ  $T_1$ . Hỏi nếu con lắc dao động với biên độ góc  $\alpha_0$  thì chu kỳ của con lắc sẽ thay đổi như thế nào?

- A. Không đổi .  
 B. Tăng lên 2 lần .  
 C. Giảm đi 2 lần .  
 D. Tất cả đều sai .

Câu 15: Tại một nơi xác định. Chu kì dao động điều hòa của con lắc đơn tỉ lệ thuận với

- A. Chiều dài con lắc .  
 B. Căn bậc hai chiều dài con lắc.  
 C. Căn bậc hai gia tốc trọng trường .  
 D. Gia tốc trọng trường .

Câu 16: Phát biểu nào trong các phát biểu dưới đây là đúng nhất khi nói về dao động của con lắc đơn.

- A. Đối với các dao động nhỏ thì chu kì dao động của con lắc đơn không phụ thuộc vào biên độ dao động.  
 B. Chu kì dao động của con lắc đơn phụ thuộc vào độ lớn của gia tốc trọng trường.  
 C. Khi gia tốc trọng trường không đổi thì dao động nhỏ của con lắc đơn cũng được coi là dao động tự do..  
 D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 17: Một con lắc đơn dao động với biên độ góc  $\alpha_0 = 5^\circ$ . Chu kỳ dao động là 1 s. Tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng về vị trí có li độ góc  $\alpha = 2,5^\circ$

- A.  $\frac{1}{12}$  s .  
 B.  $\frac{1}{8}$  s .  
 C.  $\frac{1}{4}$  s .  
 D.  $\frac{1}{6}$  s .

Câu 18: Một vật nặng  $m = 1\text{kg}$  gắn vào con lắc đơn  $\ell_1$  thì dao động với chu kỳ  $T_1$ . Hỏi nếu gắn vật  $m_2 = 2m_1$  vào con lắc trên thì chu kỳ dao động là:

- A. Tăng lên  $\sqrt{2}$  .  
 B. Giảm  $\sqrt{2}$  .  
 C. Không đổi .  
 D. Tất cả đều sai .

Câu 19: Con lắc đơn có tần số dao động là  $f$ , nếu tăng chiều dài dây lên 4 lần thì tần số sẽ

- A. Giảm 2 lần .  
 B. Tăng 2 lần .  
 C. Không đổi .  
 D. Giảm 2 lần .

Câu 20: Tìm phát biểu sai về con lắc đơn dao động điều hòa.

- A. Tần số không phụ thuộc vào điều kiện kích thích ban đầu.  
 B. Chu kỳ không phụ thuộc vào khối lượng của vật.  
 C. Chu kỳ phụ thuộc vào độ dài dây treo.  
 D. Tần số không phụ thuộc vào chiều dài dây treo.

Câu 21: Tìm phát biểu không đúng về con lắc đơn dao động điều hòa.

- A.  $\alpha_0 = \frac{S_0}{\ell}$  .  
 B.  $\alpha = \frac{S}{\ell}$  .  
 C.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta\ell}{g}}$  .  
 D.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  .

Câu 22: Tìm phát biểu sai về con lắc đơn dao động điều hòa.

- A. Nếu tăng chiều dài dây lên 2 lần thì chu kì tăng  $\sqrt{2}$ .
- B. Nếu giảm chiều dài dây 2 lần thì  $f$  tăng  $\sqrt{2}$  lần.
- C. Nếu tăng khối lượng của vật nặng lên 2 lần thì chu kỳ không đổi.
- D. Công thức độc lập thời gian:  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$ .

Câu 23: Tìm phát biểu không đúng về con lắc đơn dao động điều hòa.

- A. Trong quá trình dao động, Biên độ dao động không ảnh hưởng đến chu kỳ dao động.
- B. Trong quá trình dao động vận tốc nhỏ nhất khi qua vị trí cân bằng.
- C. Trong quá trình dao động, gia tốc lớn nhất khi ở vị trí biên.
- D. Nếu treo một khối chì và một khối đồng có cùng thể tích vào cùng một con lắc thì chu kỳ giống nhau.

Câu 24: Con lắc đơn có độ dài dây treo tăng lên  $n$  lần thì chu kỳ sẽ thay đổi:

- A. Tăng lên  $n$  lần .
- B. Tăng lên  $\sqrt{n}$  lần .
- C. Giảm  $n$  lần .
- D. Giảm  $\sqrt{n}$  lần.

Câu 25: Con lắc đơn có  $l = 1\text{m}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ . Kích thích cho con lắc dao động điều hòa. Tính  $T$  của con lắc?

- A. 0,5s .
- B. 1s .
- C. 4s .
- D. 2s.

Câu 26: Con lắc đơn dao động điều hòa có chu kỳ  $T = 2\text{s}$ , biết  $g = \pi^2$ . Tính chiều dài  $l$  của con lắc?

- A. 0,4m .
- B. 1 m .
- C. 0,04m .
- D. 2m.

Câu 27: Con lắc đơn dao động điều hòa có chu kỳ  $T = 2\text{s}$ , chiều dài con lắc  $l = 2\text{m}$ . Tìm gia tốc trọng trường tại nơi thực hiện thí nghiệm?

- A.  $20\text{m/s}^2$ .
- B.  $19\text{m/s}^2$ .
- C.  $10\text{m/s}^2$ .
- D.  $9\text{m/s}^2$ .

Câu 28: Con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ  $S = 5\text{cm}$ , biên độ góc  $\alpha_0 = 0,1 \text{ rad/s}$ . Tìm chu kỳ của con lắc đơn này? Biết  $g = 10 = \pi^2 (\text{m/s}^2)$ .

- A. 2s .
- B. 1s .
- C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
- D.  $\sqrt{2}$  s.

Câu 29: Một con lắc đơn chiều dài  $l$  m, dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của của con lắc này là:

- A. 0,5Hz .
- B. 2Hz .
- C. 0,4Hz .
- D. 20Hz.

Câu 30: Một con lắc đơn có chu kì dao động với biên độ nhỏ là 1s dao động tại nơi có  $g = \pi^2\text{m/s}^2$ . Chiều dài của dây treo con lắc là:

- A. 15cm .
- B. 20cm .
- C. 25cm .
- D. 30cm.

Câu 31: Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8\text{m/s}^2$ , một con lắc đơn và một con lắc lò xo có nằm ngang dao động điều hòa với cùng tần số. Biết con lắc đơn có chiều dài 49 cm và lò xo có độ cứng  $10\text{N/m}$ . Khối lượng vật nhỏ của con lắc lò xo là:

- A. 0,125kg .
- B. 0,75kg .
- C. 0,5kg .
- D. 0,25kg.

Câu 32: Hai con lắc đơn có chu kì  $T_1 = 2\text{s}$ ;  $T_2 = 2,5\text{s}$ . Chu kì của con lắc đơn có dây treo dài bằng tuyệt đối hiệu chiều dài dây treo của hai con lắc trên là:

- A. 2,25s .
- B. 1,5s .
- C. 1s .
- D. 0,5s.

Câu 33: Một con lắc đơn có chu kì dao động  $T = 4\text{s}$ . Thời gian để con lắc đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ cực đại là:

- A.  $t = 0,5\text{s}$  .
- B.  $t = 1\text{s}$  .
- C.  $t = 1,5\text{s}$  .
- D.  $t = 2\text{s}$ .

Câu 34: Một con lắc đơn có độ dài 1m dao động với chu kì 2s. Tại cùng một vị trí thì con lắc đơn có độ dài 3m sẽ dao động với chu kì là?

- A. 6s .                      B. 4,24s .                      C. 3,46s .                      D. 1,5s.

Câu 35: Một con lắc đơn dao động điều hoà, nếu tăng chiều dài 25% thì chu kỳ dao động của nó

- A. tăng 25% .                      B. giảm 25% .                      C. tăng 11,80% .                      D. giảm 11,80%.

Câu 36: Một con lắc đơn dao động nhỏ ở nơi có  $g = 10m/s^2$  với chu kì  $T = 2s$  trên quỹ đạo dài 24cm. Tần số góc và biên độ góc có giá trị bằng:

- A.  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$ ;  $\alpha_0 = 0,24\text{rad}$  .                      B.  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$ ;  $\alpha_0 = 0,12\text{rad}$  .  
C.  $\omega = \pi \text{ rad/s}$ ;  $\alpha_0 = 0,24\text{rad}$  .                      D.  $\omega = \pi \text{ rad/s}$ ;  $\alpha_0 = 0,12\text{rad}$  .

Câu 37: Con lắc đơn đơn có chiều dài  $l = 2m$ , dao động với biên độ góc  $\alpha_0 = 0,1\text{rad}$ , tính biên độ  $S_0$

- A. 2cm.                      B. 0,2dm .                      C. 0,2cm .                      D. 20cm.

Câu 38: Một con lắc đơn có chu kì dao động là 3s. Thời gian để con lắc đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ  $x = \frac{A}{2}$  là:

- A.  $t = 0,25s$  .                      B.  $t = 0,375s$  .                      C.  $t = 0,75s$  .                      D.  $t = 1,5s$ .

Câu 39: Hai con lắc đơn chiều dài  $l_1 = 64\text{cm}$ ,  $l_2 = 81\text{cm}$ , dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và cùng chiều lúc  $t = 0$ . Sau thời gian  $t$ , hai con lắc lại cùng qua vị trí cân bằng và cùng chiều một lần nữa. Lấy  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Chọn kết quả đúng về thời gian  $t$  trong các kết quả dưới đây.

- A. 20s .                      B. 12s .                      C. 8s .                      D. 14,4s.

Câu 40: Một con lắc đơn có dây treo dài 20 cm. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha = 0,1\text{rad}$  rồi cung cấp cho nó vận tốc  $10\sqrt{2} \text{ cm/s}$  hướng theo phương vuông góc với sợi dây. Bỏ qua ma sát, lấy  $g = 10m/s^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Biên độ dài của con lắc bằng:

- A. 2 cm .                      B.  $2\sqrt{2} \text{ cm}$  .                      C. 4 cm .                      D.  $4\sqrt{2} \text{ cm}$  .

Câu 41: Một con lắc đơn dao động điều hòa. Biết rằng khi vật có li độ dài 4 cm thì vận tốc của nó là  $12\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Còn khi vật có li độ dài  $-4\sqrt{2} \text{ cm}$  thì vận tốc của vật là  $12\sqrt{2} \text{ cm/s}$ . Tần số góc và biên độ dài của con lắc đơn là:

- A.  $\omega = 3 \text{ rad/s}$ ;  $S = 8\text{cm}$  .                      B.  $\omega = 3 \text{ rad/s}$ ;  $S = 6\text{cm}$  .  
C.  $\omega = 4 \text{ rad/s}$ ;  $S = 8\text{cm}$  .                      D.  $\omega = 4 \text{ rad/s}$ ;  $S = 6\text{cm}$  .

Câu 42: Một con lắc đơn gồm một hòn bi nhỏ khối lượng  $m$ , treo vào một sợi dây không giãn, khối lượng sợi dây không đáng kể. Khi con lắc đơn này dao động điều hòa với chu kì 3s thì hòn bi chuyển động trên một cung tròn dài 4 cm. Thời gian để hòn bi được 2 cm kể từ vị trí cân bằng là:

- A. 0,25 s .                      B. 0,5 s .                      C. 1,5 s .                      D. 0,75s.

Câu 43: Trong hai phút con lắc đơn có chiều dài  $l$  thực hiện được 120 dao động. Nếu chiều dài của con lắc chỉ còn  $\frac{l}{4}$  chiều dài ban đầu thì chu kì của con lắc bấy giờ là bao nhiêu?

- A. 0,25s .                      B. 0,5s .                      C. 1s .                      D. 2s.

Câu 44: Tại một nơi trên mặt đất, một con lắc đơn dao động điều hòa. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , con lắc thực hiện được 60 dao động toàn phần, thay đổi chiều dài con lắc một đoạn 44cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ấy, nó thực hiện 50 dao động toàn phần. Chiều dài ban đầu của con lắc là

- A. 144cm.                      B. 60cm .                      C. 80cm .                      D. 100cm.

Câu 45: Tại một nơi, chu kì dao động điều hòa của một con lắc đơn là 2s. Sau khi tăng chiều dài của con lắc thêm 21 cm thì chu kì dao động điều hòa của nó là 2,2s. Chiều dài ban đầu của con lắc là:

- A. 101cm .                      B. 99cm .                      C. 100cm .                      D. 98cm.

**Câu 46:** Một con lắc đơn có chiều dài  $\ell$ . Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện được 12 dao động. Khi giảm chiều dài đi 32cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nói trên, con lắc thực hiện được 20 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc là:

- A. 30cm .                      B. 40cm .                      C. 50cm .                      D. 60cm .

**Câu 47:** Hai con lắc đơn có độ dài khác nhau 22cm dao động ở cùng một nơi. Sau cùng một khoảng thời gian con lắc thứ nhất thực hiện được 30 dao động, con lắc thứ hai thực hiện được 36 dao động. Độ dài các con lắc là:

- A.  $\ell_1 = 88; \ell_2 = 110$  cm .                      B.  $\ell_1 = 78\text{cm}; \ell_2 = 110$  cm .  
C.  $\ell_1 = 72\text{cm}; \ell_2 = 50\text{cm}$ .                      D.  $\ell_1 = 50\text{cm}; \ell_2 = 72\text{cm}$ .

**Câu 48:** Một con lắc đơn có độ dài  $\ell$ . Trong khoảng thời gian  $t$  nó thực hiện được 6 dao động. Người ta giảm bớt chiều dài của nó 16cm thì trong cùng khoảng thời gian  $t$  như trước nó thực hiện được 10 dao động. Cho  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Độ dài ban đầu và tần số ban đầu của con lắc có thể có giá trị nào sau đây

- A. 50cm, 2Hz .                      B. 25cm, 1Hz .                      C. 35cm; 1,2Hz .                      D. Một giá trị khác.

**Câu 49:** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện được 12 dao động. Khi giảm độ dài của nó bớt 16 cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 20 dao động. Tính độ dài ban đầu của con lắc

- A. 60 cm.                      B. 50 cm.                      C. 40 cm.                      D. 25 cm.

**Câu 50:** Con lắc đơn dao động điều hòa có  $S = 4\text{cm}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Biết chiều dài của dây là  $\ell = 1\text{m}$ . Hãy viết phương trình dao động biết lúc  $t = 0$  vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương?

- A.  $s = 4 \cos \left( 10\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$  cm .                      B.  $s = 4 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$  cm.  
C.  $s = 4 \cos \left( \pi t - \frac{\pi}{2} \right)$  cm .                      D.  $s = 4 \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{2} \right)$  cm.

**Câu 51:** Một con lắc đơn dao động với biên độ góc  $\alpha = 0,1$  rad có chu kì dao động  $T = 1\text{s}$ . Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của con lắc là:

- A.  $\alpha = 0,1 \cos(2\pi t)$  rad .  
B.  $\alpha = 0,1 \cos(2\pi t + \pi)$  rad.  
C.  $\alpha = 0,1 \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$  rad .  
D.  $\alpha = 0,1 \cos \left( 2\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$  rad.

**Câu 52:** Con lắc đơn có chiều dài  $\ell = 20$  cm. Tại thời điểm  $t = 0$ , từ vị trí cân bằng con lắc được truyền vận tốc 14 cm/s theo chiều dương của trục tọa độ. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là:

- A.  $s = 2 \cos \left( 7t - \frac{\pi}{2} \right)$  cm.                      B.  $s = 2 \cos(7t)$  cm.  
C.  $s = 10 \cos \left( 7t - \frac{\pi}{2} \right)$  cm.                      D.  $s = 2 \cos \left( 7t + \frac{\pi}{2} \right)$  cm.

**Câu 53:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì  $T = \frac{\pi}{5}$  s. Biết rằng ở thời điểm ban đầu con lắc ở vị trí có biên độ góc  $\alpha_0$  với  $\cos \alpha_0 = 0,98$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là:

- A.  $\alpha = 0,2 \cos(10t)$  rad .                      B.  $\alpha = 0,2 \cos \left( 10t + \frac{\pi}{2} \right)$  rad .  
C.  $\alpha = 0,1 \cos(10t)$  rad.                      D.  $\alpha = 0,1 \cos \left( 10t - \frac{\pi}{2} \right)$  rad .

**Câu 54:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $\ell = 20\text{cm}$  treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc bằng 0,1 rad về phía bên phải, rồi truyền cho nó vận tốc bằng 14cm/s theo phương vuông góc với sợi dây về phía vị trí cân bằng thì con lắc sẽ dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ vị trí cân bằng sang phía bên phải, gốc thời gian là lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng lần thứ nhất. Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là:

A.  $s = 2\sqrt{2} \cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

B.  $s = 2\sqrt{2} \cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

C.  $s = 3 \cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

D.  $s = 3 \cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.}$

Câu 55: Tại một nơi, chu kì dao động điều hoà của một con lắc đơn là 2,0 s. Sau khi tăng chiều dài của con lắc thêm 21 cm thì chu kì dao động điều hoà của nó là 2,2 s. Chiều dài ban đầu của con lắc này là

- A. 101 cm.      B. 99 cm.      C. 98 cm.      D. 100 cm.

Câu 56: Tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn và một con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với cùng tần số. Biết con lắc đơn có chiều dài 49 cm và lò xo có độ cứng 10 N/m. Khối lượng vật nhỏ của con lắc lò xo là

- A. 0,125 kg.      B. 0,750 kg.      C. 0,500 kg.      D. 0,250 kg.

Câu 57: Tại một nơi trên mặt đất, một con lắc đơn dao động điều hòa. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , con lắc thực hiện 60 dao động toàn phần; thay đổi chiều dài con lắc một đoạn 44 cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ấy, nó thực hiện 50 dao động toàn phần. Chiều dài ban đầu của con lắc là

- A. 144 cm.      B. 60 cm.      C. 80 cm.      D. 100 cm.

Câu 58: Tại một nơi trên mặt đất, con lắc đơn có chiều dài  $l$  đang dao động điều hòa với chu kì 2 s. Khi tăng chiều dài của con lắc thêm 21 cm thì chu kì dao động điều hòa của nó là 2,2 s. Chiều dài  $l$  bằng

- A. 2,0 m.      B. 1,0 m.      C. 2,5 m.      D. 1,5 m.

## ĐÁP ÁN

1 C	7 A	13 B	19 A	25 D	31 C	37 D	43 B	49 D	55 D
2 D	8 C	14 A	20 D	26 B	32 B	38 A	44 D	50 C	
3 C	9 D	15 B	21 C	27 A	33 B	39 D	45 C	51 D	56 C
4 A	10 C	16 D	22 D	28 D	34 C	40 B	46 C	52 A	57 D
5 D	11 B	17 A	23 B	29 A	35 C	41 A	47 C	53 A	
6 A	12 C	18 C	24 B	30 C	36 D	42 D	48 B	54 B	58 B

2. Bài toán năng lượng, vận tốc, gia tốc, lực căng dây của con lắc đơn

2.1. Phương pháp

Xét con lắc đơn có chiều dài  $l$ , vật nặng có khối lượng  $m$ . Kéo vật tới vị trí có độ cao  $h_0$ , khi đó li độ góc là  $\alpha_0$  rồi thả nhẹ cho con lắc dao động tự do. Bài toán đặt ra là khảo sát năng lượng của vật. Tìm vận tốc của vật, lực căng của sợi dây, gia tốc của vật khi vật có li độ góc  $\alpha$  bất kì. Bỏ qua mọi ma sát.

Lời giải

• **Năng lượng của con lắc đơn**

– Động năng của con lắc đơn

Khi con lắc dao động, động năng của vật nặng được xác định bởi

$$W_d = \frac{mv^2}{2}$$

– Thế năng của con lắc đơn

Chọn mốc tính thế năng ở vị trí cân bằng, thế năng của con lắc khi con lắc ở vị trí có li độ góc  $\alpha$  bất kì là

$$W_t = mgl(1 - \cos \alpha)$$

Nếu con lắc đơn dao động điều hòa thì  $1 - \cos \alpha = 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx 2\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{\alpha^2}{2}$ , khi đó thế năng là

$$W_t = \frac{mgl\alpha^2}{2}$$

– Cơ năng của con lắc đơn

Cơ năng của con lắc đơn là tổng động năng và thế năng của con lắc. Khi động năng bằng 0 thì thế năng cực đại và ngược lại, khi thế năng bằng 0 thì động năng cực đại. Do đó, cơ năng bằng động năng cực đại và cũng bằng thế năng cực đại.

$$W = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$$

• **Vận tốc của vật khi vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha$ .**

Chọn mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng của con lắc.

Cơ năng tại vị trí ban đầu chỉ gồm thế năng trọng trường

$$W_1 = mgh_0 = mg(l - l \cos \alpha_0) = mgl(1 - \cos \alpha_0)$$

Cơ năng tại vị trí con lắc có li độ góc  $\alpha$  gồm động năng và thế năng trọng trường

$$W_2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \alpha)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho vị trí ban đầu và vị trí vật có li độ góc  $\alpha$ , ta có

$$mgl(1 - \cos \alpha_0) = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \alpha)$$

Từ đó suy ra biểu thức tính vận tốc của con lắc khi ở li độ góc  $\alpha$  là

$$v = \pm \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$$

– **Vận tốc và tốc độ cực đại, cực tiểu**

Vì  $\cos \alpha \leq 1$  nên vận tốc cực đại là

$$v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$$

Khi đó vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha = 0$ , tức là vật đang đi qua vị trí cân bằng, và đang đi theo chiều dương.

Cũng vì  $\cos \alpha \leq 1$  nên vận tốc cực tiểu là

$$v_{\min} = -\sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$$

Khi đó vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha = \pi$ , tức là vật đang đi qua vị trí cân bằng, và đang đi theo chiều âm.

Cũng vì  $\cos \alpha \leq 1$  nên tốc độ cực đại là

$$|v|_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$$

Khi đó vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha = 0$ , tức là vật đang đi qua vị trí cân bằng (không kể chiều).

$$|v|_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$$

- Vận tốc của con lắc đơn khi dao động điều hòa

Trong trường hợp góc  $\alpha$  và  $\alpha_0$  là các góc nhỏ (nhỏ hơn hoặc bằng 10 độ) thì dao động của con lắc đơn là dao động điều hòa. Khi đó ta có

$$\begin{cases} \cos \alpha = 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx 1 - 2 \cdot \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \frac{\alpha^2}{2} \\ \cos \alpha_0 = 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \approx 1 - 2 \cdot \left(\frac{\alpha_0}{2}\right)^2 = 1 - \frac{\alpha_0^2}{2} \end{cases}$$

Thay vào biểu thức tính vận tốc, ta được

$$v = \pm \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$$

Vận tốc cực đại, cực tiểu lúc này là

$$\begin{cases} v_{\max} = \sqrt{gl\alpha_0^2} = \alpha_0 \sqrt{gl} = \alpha_0 \omega = S_0 \omega \\ v_{\min} = -\sqrt{gl\alpha_0^2} = -\alpha_0 \sqrt{gl} = -\alpha_0 \omega = -S_0 \omega \end{cases}$$

Ở đây  $S_0 = \alpha_0 \ell$  là biên độ dài của con lắc đơn.

• Lực căng dây khi vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha$

Khi vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha$ , các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực  $\vec{P} = m\vec{g}$  và lực căng  $\vec{T}$  của sợi dây. Hợp của hai lực này chính là lực hướng tâm (bạn đọc nào không nhớ xem lại lí thuyết phần Vật lí 10), vật chuyển động trên quỹ đạo tròn có bán kính  $R = \ell$ . Ta có

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{F}_{ht}$$

Chiếu các lực này lên phương của sợi dây, ta được

$$-P \cos \alpha + T = ma_{ht} = m \frac{v^2}{\ell} \Rightarrow T = mg \cos \alpha + m \frac{v^2}{\ell}$$

thay biểu thức vận tốc vào, ta được

$$T = mg \cos \alpha + m \frac{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}{\ell} = mg \cos \alpha + 2mg(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

Rút gọn lại, ta có biểu thức lực căng dây là

$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$$

- Lực căng dây cực đại

Vì  $\cos \alpha \leq 1$  nên ta có

$$T \leq mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\cos \alpha = 1$ , tức là  $\alpha = 0$  hay khi vật đi qua vị trí cân bằng. Khi đó lực căng dây cực đại là

$$T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$$

- Lực căng dây cực tiểu

Vì  $0 < \alpha \leq \alpha_0 < 90^\circ$  nên ta có  $\cos \alpha \geq \cos \alpha_0$ . Từ đó

$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) \geq mg(3 \cos \alpha_0 - 2 \cos \alpha_0) = mg \cos \alpha_0.$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\alpha = \alpha_0$ , tức là khi con lắc ở biên. Khi đó lực căng dây cực tiểu là

$$T_{\min} = mg \cos \alpha_0$$

• Gia tốc của con lắc đơn khi vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha$

Trong quá trình dao động, gia tốc của con lắc đơn gồm:

- Gia tốc tiếp tuyến

$$a_t = \frac{F_t}{m} = \frac{P \sin \alpha}{m} \Rightarrow a_t = g \sin \alpha$$

Vì  $0 < \alpha \leq \alpha_0 < 90^\circ$  nên  $0 \leq \sin \alpha \leq \sin \alpha_0$  do đó

$$0 \leq a_t \leq g \sin \alpha_0$$

\* Gia tốc tiếp tuyến cực đại tại vị trí biên  $\alpha = \alpha_0$

$$a_{t\max} = g \sin \alpha_0$$

\* Gia tốc tiếp tuyến cực tiểu tại vị trí cân bằng  $\alpha = 0$

$$a_{t\min} = 0$$

- Gia tốc hướng tâm (gia tốc pháp tuyến)

$$a_n = \frac{v^2}{\ell} = \frac{2g\ell}{\ell} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

Vì  $0 < \alpha \leq \alpha_0 < 90^\circ$  nên ta có  $1 \geq \cos \alpha \geq \cos \alpha_0$ . Từ đó

$$0 \leq a_n \leq 2g(1 - \cos \alpha_0)$$

\* Gia tốc hướng tâm cực đại tại vị trí tại vị trí cân bằng  $\alpha = 0$

$$a_{n\max} = 2g(1 - \cos \alpha_0)$$

\* Gia tốc hướng tâm cực tiểu tại vị trí biên  $\alpha = \alpha_0$

$$a_{n\min} = 0$$

- Gia tốc toàn phần

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$$

Độ lớn của gia tốc toàn phần là

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Có được biểu thức này là do gia tốc hướng tâm luôn vuông góc với gia tốc tiếp tuyến.

Chúng ta qua các ví dụ minh họa để vận dụng.



2.2. Ví dụ minh họa

**Câu 1:** Hai con lắc đơn làm bằng hai hòn bi có bán kính bằng nhau, treo trên hai sợi dây có cùng độ dài. Hai hòn bi có khối lượng khác nhau. Hai con lắc dao động trong một môi trường với li độ góc ban đầu như nhau và vận tốc ban đầu đều bằng 0. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Biên độ của con lắc nhẹ giảm chậm hơn biên độ con lắc nặng.
- B. Con lắc nặng tắt dần nhanh hơn.
- C. Biên độ của hai con lắc giảm theo thời gian với tốc độ như nhau.
- D. Con lắc nhẹ tắt dần nhanh hơn.

Lời giải

Cơ năng của con lắc đơn bằng thế năng cực đại của con lắc

$$W = \frac{mgl\alpha_0^2}{2}$$

Như vậy, với cùng điều kiện như nhau, khối lượng khác nhau thì con lắc nào nặng hơn sẽ có năng lượng lớn hơn. Con lắc có năng lượng ít hơn sẽ tắt nhanh hơn.

Chọn D.

**Câu 2:** Hai con lắc đơn dao động điều hòa tại cùng một nơi trên Trái Đất với cùng một cơ năng. Khối lượng quả nặng thứ nhất gấp ba lần khối lượng quả nặng thứ hai ( $m_1 = 3m_2$ ). Chiều dài dây treo của con lắc thứ nhất bằng một nửa chiều dài dây treo của con lắc thứ hai ( $l_1 = \frac{l_2}{2}$ ). Quan hệ giữa biên độ góc của hai con lắc là:

- A.  $\alpha_1 = \frac{2}{3}\alpha_2$ .
- B.  $\alpha_1 = 1,5\alpha_2$ .
- C.  $\alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha_2$ .
- D.  $\alpha_1 = \sqrt{1,5}\alpha_2$ .

Lời giải

Vì hai con lắc đơn dao động tại cùng 1 nơi trên trái đất, cơ năng bằng nhau nên:

$$m_1gl_1\frac{\alpha_1^2}{2} = m_2gl_2\frac{\alpha_2^2}{2}$$

Theo dữ kiện đề bài, ( $m_1 = 3m_2$ ) và ( $l_1 = \frac{l_2}{2}$ ) nên suy ra  $\alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha_2$ .

Chọn C.

**Câu 3:** Con lắc đơn có chiều dài dây treo là 75cm, vật có khối lượng 100g dao động ở nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8m/s^2$ , biên độ góc  $20^\circ$ . Khi đi qua li độ góc  $10^\circ$  thì tốc độ của vật và lực căng sợi dây là:

- A. 0,81 m/s; 1,50N.
- B. 0,18 m/s; 1,50N.
- C. 0,81 m/s; 1,05N.
- D. 0,18 m/s; 1,05N.

Lời giải

Tốc độ của vật xác định bởi

$$|v| = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,75 \cdot (\cos 10^\circ - \cos 20^\circ)} \approx 0,81 (m/s)$$

Lực căng dây

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = 0,1 \cdot 9,8 \cdot (3\cos 10^\circ - 2\cos 20^\circ) \approx 1,05 (N)$$

Đáp án C.

**Câu 4:** Con lắc đơn có chiều dài dây là  $l = 80$  cm dao động điều hoà. Khi lực căng dây lớn gấp hai lần trọng lực của vật thì vận tốc của vật là 2,84 m/s. Li độ góc của vật khi đó gần giá trị nào nhất trong các giá trị:

- A.  $7^\circ$ .
- B.  $6^\circ$ .
- C.  $8^\circ$ .
- D.  $10^\circ$ .

Lời giải

Lực căng dây có độ lớn gấp 2 lần trọng lực nên ta có

$$T = 2P \Leftrightarrow mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) = 2mg \Rightarrow 3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0 = 2 \quad (1)$$

Vận tốc của vật khi đó là

$$v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} = 2,84 \Rightarrow \cos \alpha - \cos \alpha_0 = 0,5041 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$\cos \alpha = 0,9918 \Rightarrow \alpha \approx 7,34^\circ$$

Đáp án A.

**Câu 5:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là 100 cm, kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha_0$  với  $\cos \alpha_0 = 0,892$  rồi truyền cho nó vận tốc  $v = 30 \text{ cm/s}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vận tốc cực đại của vật là?

- A. 1,0 m/s.      B. 1,2 m/s.      C. 1,5 m/s.      D. 1,8 m/s.

Lời giải

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có: động năng cực đại của vật bằng tổng thế năng và động năng của vật khi vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha_0$ . Ta có

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl(1 - \cos \alpha_0) + \frac{mv^2}{2}$$

Từ đó suy ra vận tốc cực đại của vật là

$$v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0) + v^2} = 1,5 \text{ (m/s)}$$

Đáp án D.

Chú ý: Bài toán cho li độ và vận tốc tại một thời điểm nhưng ta không thể áp dụng hệ thức độc lập với thời gian:  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$  để tìm biên độ góc được, vì biểu thức này chỉ đúng khi con lắc đơn dao động điều hòa.

**Câu 6:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là 100 cm, kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha_0$  với  $\cos \alpha_0 = 0,892$  rồi truyền cho nó vận tốc  $v = 30 \text{ cm/s}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Cho khối lượng của vật là  $m = 100 \text{ g}$ . Lực căng dây của vật ở li độ góc  $\alpha$  với  $\cos \alpha \approx 0,9$  là:

- A. 0,916N.      B. 0,945N.      C. 0,975N.      D. 0,925N.

Lời giải

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có: động năng cực đại của vật bằng tổng thế năng và động năng của vật khi vật ở vị trí có li độ góc  $\alpha_0$ . Ta có

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl(1 - \cos \alpha_0) + \frac{mv^2}{2}$$

Từ đó suy ra vận tốc cực đại của vật là

$$v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0) + v^2} = 1,5 \text{ (m/s)}$$

Gọi  $\alpha_{\max}$  là biên độ góc của con lắc. Ta có:

$$v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \Rightarrow \cos \alpha_{\max} = 1 - \frac{v_0^2}{2gl} = 0,8875$$

Lực căng dây của vật ở li độ góc  $\alpha$  là:

$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_{\max}) = 0,1 \cdot 10 \cdot (3 \cdot 0,9 - 2 \cdot 0,8875) = 0,925 \text{ (N)}$$

Đáp án D.

Câu 7: Một con lắc đơn có dây treo dài  $l = 90$  cm, vật nặng có khối lượng  $m = 100$  g. Con lắc dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi con lắc đi qua vị trí cân bằng, lực căng dây treo bằng 3N. Vận tốc của vật nặng khi đi qua vị trí này có độ lớn là:

- A.  $3\sqrt{3}$  m/s.      B.  $3\sqrt{3}$  m/s.      C. 3 m/s.      D.  $2\sqrt{3}$  m/s.

Lời giải

Khi con lắc qua vị trí cân bằng, ta có

$$T = mg(3 - 2 \cos \alpha_0) \Rightarrow \cos \alpha_0 = \frac{3}{2} - \frac{R}{2mg} = \frac{3}{2} - \frac{3}{2 \cdot 0,1 \cdot 10} = 0$$

Vận tốc của vật nặng có độ lớn là

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,9 \cdot (1 - 0)} = 3\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

Đáp án B.

Câu 8: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $l = 1$  m đang dao động điều hoà tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Cho biết lực căng dây nhỏ nhất bằng 0,97 lần lực căng dây lớn nhất. Vận tốc cực đại của con lắc đơn trong quá trình dao động là:

- A. 0,452 m/s.      B. 0,358 m/s.      C. 0,648 m/s.      D. 0,854 m/s.

Lời giải

Lực căng dây nhỏ nhất xác định bởi

$$T_{\min} = mg \cos \alpha_0$$

Lực căng dây lớn nhất xác định bởi

$$T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$$

Theo bài ra ta có

$$T_{\min} = 0,97 T_{\max} \Leftrightarrow mg \cos \alpha_0 = 0,97 mg(3 - 2 \cos \alpha_0) \Leftrightarrow \cos \alpha_0 = \frac{97}{98}$$

Vận tốc cực đại của con lắc trong quá trình dao động là

$$v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1 \cdot \left(1 - \frac{97}{98}\right)} = \frac{\sqrt{10}}{7} \approx 0,452$$

Đáp án A.

Câu 9: Một con lắc đơn dao động với biên độ  $\alpha_0 < \frac{\pi}{2}$ , có mốc thế năng được chọn tại vị trí cân bằng của vật nặng. Gọi độ lớn vận tốc của vật nặng khi động năng bằng thế năng là  $v_1$ , khi độ lớn của lực căng dây treo bằng trọng lực tác dụng lên vật là  $v_2$ . Tỉ số  $\frac{v_1}{v_2}$  có giá trị nào sau đây?

- A.  $\frac{2}{3}$ .      B.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ .  
 C.  $\sqrt{\frac{3}{2}}$ .      D.  $\frac{3}{2}$ .

Lời giải

Khi động năng bằng thế năng, ta có

$$W_d = W_t \Rightarrow W_d = \frac{W}{2} \Leftrightarrow \frac{mv_1^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{mv_0^2}{2} \Leftrightarrow v_1 = \frac{v_0\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

Khi độ lớn của lực căng dây treo bằng trọng lực, ta có

$$mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) = mg \Leftrightarrow 3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0 = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1 + 2 \cos \alpha_0}{3}$$

Khi đó vận tốc là

$$v_2 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2gl \left( \frac{1 + 2 \cos \alpha_0}{3} - \cos \alpha_0 \right)} = \sqrt{\frac{2gl}{3}(1 - \cos \alpha_0)} \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra tỉ số  $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

Đáp án B.

**Câu 10:** Cho con lắc đơn với vật nặng khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ . Con lắc đang dao động điều hoà với cơ năng  $8 \text{ mJ}$ . Tính tốc độ trung bình của con lắc trong một chu kì:

- A. 25,5 cm/s.      B. 23 cm/s.      C. 17,8 cm/s.      D. 15 cm/s.

Lời giải

Tốc độ trung bình của con lắc trong một chu kì là

$$v_{tb} = \frac{4s_0}{T} = \frac{4s_0}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{4s_0\omega}{2\pi} = \frac{2v_0}{\pi} \quad (*)$$

Với  $v_0$  tốc độ cực đại của vật. Mặt khác, động năng cực đại bằng cơ năng, nên ta có

$$W = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{0,1}} = 0,4 \text{ (m/s)} = 40 \text{ (cm/s)}$$

Thế vào (\*)  $\Rightarrow v_{tb} = \frac{2 \cdot 40}{\pi} \approx 25,5 \text{ cm/s}$ .

Đáp án A.

**Câu 11:** Treo một vật nhỏ có trọng lượng  $10 \text{ N}$  vào đầu một sợi dây nhẹ, không co giãn rồi kéo vật ra một đoạn sao cho dây treo lệch so với phương thẳng đứng một góc  $\alpha_0$  và thả nhẹ cho vật dao động. Bỏ qua mọi lực cản môi trường. Biết dây treo chỉ chịu được lực căng lớn nhất là  $20 \text{ N}$ . Giá trị lớn nhất của  $\alpha_0$  để dây treo không bị đứt là:

- A.  $45^\circ$ .      B.  $28,34^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

Lời giải

Để dây treo không bị đứt thì lực căng dây cực đại phải nhỏ hơn hoặc bằng giá trị giới hạn

$$T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0) \leq 20 \text{ (N)} \Leftrightarrow 10(3 - 2 \cos \alpha_0) \leq 20 \Leftrightarrow \cos \alpha_0 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha_0 \leq 60^\circ$$

Đáp án C.



Tại vị trí biên  $\alpha = \alpha_0$  nên ta có

$$\begin{cases} a_{t_1} = g \sin \alpha_0 \approx g\alpha_0 \\ a_{n_1} = 2g(\cos \alpha_0 - \cos \alpha_0) = 0 \end{cases}$$

Gia tốc toàn phần là

$$a_2 = \sqrt{a_{t_2}^2 + a_{n_2}^2} = g\alpha_0$$

Vậy ta có tỉ số độ lớn gia tốc của vật tại vị trí cân bằng và độ lớn gia tốc tại vị trí biên là

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{g\alpha_0^2}{g\alpha_0} = \alpha_0$$

**Đáp án A.**

**Chú ý:** Kết quả này chỉ được áp dụng khi con lắc dao động với biên độ góc  $\alpha_0$  coi là nhỏ, hay con lắc dao động điều hoà.

**Câu 15:** Con lắc đơn gồm vật nhỏ có khối lượng  $m = 200$  g, chiều dài  $l = 100$  cm đang thực hiện dao động điều hoà. Biết gia tốc của vật nhỏ ở vị trí biên có độ lớn gấp 10 lần độ lớn gia tốc của nó khi qua vị trí cân bằng. Biên độ dao động của con lắc có giá trị là:

- A. 10cm.      B. 5cm.      C.  $5\sqrt{2}$  cm.      D.  $10\sqrt{2}$  cm.

**Lời giải**

Theo kết quả bài trên, khi con lắc đơn dao động điều hòa thì ta có

$$\frac{a_b}{a_{cb}} = \frac{1}{\alpha_0} = 10 \Rightarrow \alpha_0 = 0,1 \text{ rad}$$

Biên độ dao động của con lắc có giá trị là:

$$s_0 = \alpha_0 \cdot l = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ (cm)}$$

**Đáp án A.**

**Câu 16:** Một con lắc đơn khối lượng  $m$ , dây mảnh có chiều dài  $l$ . Từ vị trí cân bằng kéo vật sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha_0 = 60^\circ$  rồi thả nhẹ, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ , bỏ qua mọi lực cản. Độ lớn gia tốc có giá trị cực tiểu trong quá trình chuyển động là:

- A.  $a = 10\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ m/s}^2$ .      B.  $a = 0\text{m/s}^2$ .  
 C.  $a = 10\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ m/s}^2$ .      D.  $a = \frac{10\sqrt{5}}{3} \text{ m/s}^2$ .

**Lời giải**

Để tìm gia tốc có giá trị cực tiểu khi nào thì ta sẽ biểu diễn gia tốc toàn phần của con lắc theo li độ góc  $\alpha$  rồi khảo sát.

Gia tốc tiếp tuyến của con lắc là

$$a_t = g \sin \alpha = 10 \sin \alpha \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Gia tốc pháp tuyến của con lắc là

$$a_n = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = 20 \left( \cos \alpha - \frac{1}{2} \right) = 20 \cos \alpha - 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Gia tốc toàn phần là

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(10 \sin \alpha)^2 + (20 \cos \alpha - 10)^2} \\ &= \sqrt{100 \sin^2 \alpha + 400 \cos^2 \alpha - 400 \cos \alpha + 100} \\ &= 10 \sqrt{3 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 2} \\ &= 10 \sqrt{3 \left( \cos \alpha - \frac{2}{3} \right)^2 + \frac{2}{3}} \\ &\geq 10 \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ (m/s}^2\text{)} \end{aligned}$$

Vậy  $a_{\min} = 10 \sqrt{\frac{2}{3}}$  khi  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$  hay  $\alpha \approx 48^\circ < \alpha_0$  (thỏa mãn).

Đáp án A.

### 2.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Một con lắc đơn dao động điều hòa có chiều dài dây  $\ell$  tại nơi có gia tốc trọng trường, biết biên độ góc là  $\alpha_0$ . Biểu thức tính vận tốc của con lắc đơn là?

- A.  $v = \sqrt{2g\ell(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)}$ .                      B.  $v = \sqrt{4g\ell(2 \cos \alpha - \cos \alpha_0)}$ .  
 C.  $v = \sqrt{2g\ell(2 \cos \alpha - 3 \cos \alpha_0)}$ .                      D.  $v = \pm \sqrt{2g\ell(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$ .

Câu 2: Một con lắc đơn dao động điều hòa có chiều dài dây  $\ell$  tại nơi có gia tốc trọng trường, biết biên độ góc là  $\alpha_0$ . Biểu thức tính vận tốc cực đại của con lắc đơn là?

- A.  $v_{\max} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha_0)}$ .                      B.  $v_{\max} = \sqrt{3g\ell(1 - \cos \alpha_0)}$ .  
 C.  $v_{\max} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha)}$ .                      D.  $v_{\max} = \sqrt{3g\ell(1 - \cos \alpha)}$ .

Câu 3: Biểu thức tính lực căng dây của con lắc đơn?

- A.  $T = mg(2 \cos \alpha - 3 \cos \alpha_0)$ .                      B.  $T = mg(3 \cos \alpha + 2 \cos \alpha_0)$ .  
 C.  $T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$ .                      D.  $T = 2mg(3 \cos \alpha + 2 \cos \alpha_0)$ .

Câu 4: Một con lắc đơn dao động điều hòa có chiều dài dây  $\ell$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , biết biên độ góc  $\alpha_0$ . Quả nặng có khối lượng  $m$ . Công thức tính động năng, thế năng của con lắc tại vị trí li độ góc  $\alpha$ ?

- A.  $W_d = \frac{1}{2}mv^2$ ;  $W_t = 3mgl(1 - \cos \alpha)$ .  
 B.  $W_d = \frac{1}{2}mv^2$ ;  $W_t = 3mgl(\cos \alpha_0 - \cos \alpha)$ .  
 C.  $W_d = \frac{1}{2}mv^2$ ;  $W_t = mgl(1 - \cos \alpha_0)$ .  
 D.  $W_d = \frac{1}{2}mv^2$ ;  $W_t = mgl(1 - \cos \alpha)$ .

Câu 5: Công thức thế năng theo góc nhỏ?

- A.  $mgl$ .                      B.  $2mgl$ .                      C.  $mgl$ .                      D.  $3mgl$ .

Câu 6: Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì 2s. Tính chu kỳ của động năng?

- A. 2s.                      B. Không biến thiên.                      C. 4s.                      D. 1s.

Câu 7: Một con lắc đơn dao động điều hòa với tần số 4Hz. Tính tần số của thế năng?

- A. 4Hz.                      B. không biến thiên.                      C. 6Hz.                      D. 8Hz.

Câu 8: Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì 2s. Tính chu kỳ của cơ năng?

- A. 2s.                      B. Không biến thiên.                      C. 4s.                      D. 1s.

Câu 9: Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ  $T$ . Thời gian để động năng và thế năng bằng nhau liên tiếp là 0,5s. Tính chiều dài con lắc đơn, lấy  $g = \pi^2$ .

- A. 10 cm.                      B. 20 cm.                      C. 50 cm.                      D. 100 cm.

Câu 10: Một con lắc đơn có chiều dài  $\ell = 1\text{m}$  dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tính thời gian để động năng và thế bằng nhau liên tiếp.

- A. 0,4 s.                      B. 0,5 s.                      C. 0,6 s.                      D. 0,7 s.

Câu 11: Một con lắc đơn có độ dài dây là 2m, treo quả nặng 1 kg, kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $60^\circ$  rồi buông tay. Tính thế năng cực đại của con lắc đơn?

- A. 1J.                              B. 5J.                              C. 10J.                              D. 15J.

Câu 12: Một con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng  $m = 200\text{g}$ ,  $\ell = 100\text{cm}$ . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng  $\alpha = 60^\circ$  so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tính năng lượng của con lắc.

- A. 0,5J.                              B. 1J.                              C. 0,27J.                              D. 0,13J.

Câu 13: Một con lắc đơn có khối lượng vật là  $m = 200\text{g}$ , chiều dài  $\ell = 50\text{cm}$ . Từ vị trí cân bằng truyền cho vật vận tốc  $v = 1\text{m/s}$  theo phương ngang. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Lực căng dây khi vật qua vị trí cân bằng là:

- A. 2,4N.                              B. 3N.                              C. 4N.                              D. 6N.

Câu 14: Một con lắc đơn có độ dài dây là 1m, treo quả nặng 1 kg, kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $60^\circ$  rồi buông tay. Tính vận tốc cực đại của con lắc đơn?

- A.  $\pi \text{ m/s}$ .                              B.  $0,1\pi \text{ m/s}$ .                              C.  $10\text{m/s}$ .                              D.  $1\text{m/s}$ .

Câu 15: Một quả nặng 0,1kg, treo vào sợi dây dài 1m, kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha = 0,1$  rad rồi buông tay không vận tốc đầu. Tính cơ năng của con lắc? Biết  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- A. 5 J.                              B. 50 mJ.                              C. 5 mJ.                              D. 0,5 J.

Câu 16: Một quả nặng 0,1kg, treo vào sợi dây dài 1m, kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha = 0,1$  rad rồi buông tay không vận tốc đầu. Tính động năng của con lắc tại vị trí  $\alpha = 0,05$  rad? Biết  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- A. 37,5mJ.                              B. 3,75J.                              C. 37,5J.                              D. 3,75mJ.

Câu 17: Một con lắc đơn dao động điều hòa có cơ năng 1J,  $m = 0,5\text{kg}$ . Tính vận tốc của con lắc đơn khi nó đi qua vị trí cân bằng?

- A. 20 cm/s.                              B. 5cm/s.                              C. 2m/s.                              D. 200mm/s.

Câu 18: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $\ell = 40\text{cm}$  dao động với biên độ góc  $\alpha = 0,1$  rad tại nơi có  $g = 10\text{m/s}^2$ . Vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng là:

- A. 10cm/s.                              B. 20cm/s.                              C. 30cm/s.                              D. 40cm/s.

Câu 19: Hai con lắc đơn có cùng vật nặng, chiều dài dây lần lượt là  $\ell_1 = 81\text{cm}$ ;  $\ell_2 = 64\text{cm}$  dao động với biên độ góc nhỏ tại cùng một nơi với cùng năng lượng dao động với biên độ con lắc thứ nhất là  $\alpha = 50$ , biên độ con lắc thứ hai là:

- A.  $5,625^\circ$ .                              B.  $4,445^\circ$ .                              C.  $6,328^\circ$ .                              D.  $3,915^\circ$ .

Câu 20: Một con lắc đơn có dây dài 100cm vật nặng có khối lượng 1000g, dao động với biên độ  $\alpha = 0,1\text{rad}$ , tại nơi có gia tốc  $g = 10\text{m/s}^2$ . Cơ năng toàn phần của con lắc là:

- A. 0,1J.                              B. 0,5J.                              C. 0,01J.                              D. 0,05J.

Câu 21: Một con lắc đơn có dây treo dài 50cm vật nặng có khối lượng 25g. Từ vị trí cân bằng kéo dây treo đến vị trí nằm ngang rồi thả cho dao động. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Vận tốc của vật khi qua vị trí cân bằng là:

- A.  $\pm 0,1\text{m/s}^2$ .                              B.  $\pm \sqrt{10}\text{m/s}^2$ .  
C.  $\pm 0,5\text{m/s}^2$ .                              D.  $\pm 0,25\text{m/s}^2$ .

Câu 22: Một con lắc đơn có chiều dài  $\ell = 1\text{m}$ . Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 10^\circ$ . Vận tốc của vật tại vị trí động năng bằng thế năng là:

- A. 0,39m/s.                              B. 0,55m/s.                              C. 1,25 m/s.                              D. 0,77m/s.



**Câu 23:** Một con lắc đơn dao động với  $\ell = 1\text{m}$ , vật nặng có khối lượng  $m = 1\text{kg}$ , biên độ  $S = 10\text{cm}$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Cơ năng toàn phần của con lắc là:

- A. 0,05J .                      B. 0,5J .                      C. 1J .                      D. 0,1J.

**Câu 24:** Một con lắc đơn có  $\ell = 1\text{m}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ , chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng. Con lắc dao động với biên độ  $\alpha = 9^\circ$ . Vận tốc của vật tại vị trí động năng bằng thế năng?

- A.  $4,5\sqrt{2}$  .                      B.  $9\sqrt{5}$  m/s .                      C. 9,88m/s .                      D. 0,35m/s.

**Câu 25:** Một con lắc đơn  $\ell = 1\text{m}$ , kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 10^\circ$  rồi thả không vận tốc đầu. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Vận tốc khi vật qua vị trí cân bằng

- A. 0,5m/s .                      B. 0,55m/s .                      C. 1,25m/s .                      D. 0,77m/s.

**Câu 26:** Một con lắc đơn có dây treo dài  $\ell = 0,4\text{m}$ ,  $m = 200\text{g}$ , lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua ma sát, kéo dây treo để con lắc lệch góc  $\alpha = 60^\circ$  so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ. Lực căng dây là 4N thì vận tốc của vật có độ lớn là bao nhiêu?

- A. 2m/s .                      B.  $2\sqrt{2}$  m/s .                      C. 5m/s .                      D.  $\sqrt{2}$  m/s.

**Câu 27:** Con lắc đơn chiều dài 1(m), khối lượng 200(g), dao động với biên độ góc 0,15(rad) tại nơi có  $g = 10(\text{m/s}^2)$ . Ở li độ góc bằng  $\frac{2}{3}$  biên độ, con lắc có động năng:

- A.  $625 \cdot 10^{-3}$  (J) .                      B.  $625 \cdot 10^{-4}$  (J) .  
C.  $125 \cdot 10^{-3}$  (J) .                      D.  $125 \cdot 10^{-4}$  (J).

**Câu 28:** Hai con lắc đơn dao động điều hòa tại cùng một nơi trên mặt đất, có năng lượng như nhau. Quả nặng của chúng có cùng khối lượng, chiều dài dây treo con lắc thứ nhất dài gấp đôi chiều dài dây treo con lắc thứ hai. Quan hệ về biên độ góc của hai con lắc là

- A.  $\alpha_1 = 2\alpha_2$ .                      B.  $\alpha_1 = \frac{1}{2}\alpha_2$ .  
C.  $\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha_2$ .                      D.  $\alpha_1 = \sqrt{2}\alpha_2$  .

**Câu 29:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0 = 5^\circ$ . Với li độ góc  $\alpha$  bằng bao nhiêu thì động năng của con lắc gấp hai lần thế năng?

- A.  $\alpha = 2,89^\circ$ .                      B.  $\alpha = \pm 2,89^\circ$  .  
C.  $\alpha = \pm 4,35^\circ$  .                      D.  $\alpha = \pm 3,35^\circ$  .

**Câu 30:** Con lắc đơn có chiều dài  $\ell = 98\text{cm}$ , khối lượng vật nặng là  $m = 90\text{g}$  dao động với biên độ góc  $\alpha_0 = 6^\circ$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Cơ năng dao động điều hoà của con lắc có giá trị bằng:

- A.  $E = 0,09 \text{ J}$ .                      B.  $E = 1,58\text{J}$ .                      C.  $E = 1,62 \text{ J}$  .                      D.  $E = 0,0047 \text{ J}$ .

**Câu 31:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là  $\ell = 40\text{cm}$  dao động với biên độ góc  $\alpha_0 = 0,1\text{rad}$  tại nơi có  $g = 10\text{m/s}^2$ . Vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng là:

- A. 10cm/s .                      B. 20cm/s .                      C. 30cm/s .                      D. 40cm/s.

**Câu 32:** Trong dao động điều hòa của con lắc đơn, cơ năng của con lắc bằng giá trị nào trong những giá trị được nêu dưới đây:

- A. Thế năng của nó ở vị trí biên .  
B. Động năng của nó khi đi qua vị trí cân bằng.  
C. Tổng động năng và thế năng ở vị trí bất kì .  
D. Cả A, B, C .

**Câu 33:** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha$ . Biết khối lượng vật nhỏ của lắc là  $m$ , chiều dài của dây treo là  $\ell$  mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Cơ năng của con lắc là:

- A.  $\frac{1}{2}mg\ell\alpha^2$ .                      B.  $mg\ell\alpha^2$ .                      C.  $\frac{1}{4}mg\ell\alpha^2$ .                      D.  $2mg\ell\alpha^2$ .

Câu 34: Tại nơi có gia tốc trọng trường là  $9,8\text{m/s}^2$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $6^\circ$ . Biết khối lượng vật nhỏ của con lắc là  $90\text{g}$  và chiều dài dây treo là  $1\text{m}$ . Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, cơ năng của con lắc xấp xỉ bằng

- A.  $6,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . B.  $3,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .
C.  $5,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . D.  $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .

Câu 35: Một vật dao động điều hòa dọc trục tọa độ nằm ngang Ox với Chu kỳ T, vị trí cân bằng và mốc thế năng ở gốc tọa độ. Tính từ lúc vật có li độ dương lớn nhất, thời điểm đầu tiên mà động năng bằng thế năng của vật bằng nhau là:

- A. T/4. B. T/8. C. T/12. D. T/6.

Câu 36: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là l = 100cm, vật nặng có khối lượng m = 1kg. Con lắc dao động điều hòa với biên độ alpha\_0 = 0,1 rad tại nơi có g = 10m/s^2. Cơ năng toàn phần của con lắc là:

- A. 0,01 J. B. 0,05 J. C. 0,1 J. D. 0,5 J.

Câu 37: Một con lắc đơn gồm quả cầu nặng khối lượng m = 500g treo vào một sợi dây mảnh dài 60cm. Khi con lắc đang ở vị trí cân bằng thì cung cấp chỉ một năng lượng 0,015J, khi đó con lắc sẽ thực hiện dao động điều hòa. Biên độ dao động của con lắc là:

- A. 0,06 rad. B. 0,1 rad. C. 0,15 rad. D. 0,18 rad.

Câu 38: Con lắc đơn dao động điều hòa theo phương trình s = 16 cos(2,5t + pi/3) cm. Những thời điểm nào mà ở đó động năng của vật bằng ba lần thế năng?

- A. t = kpi/2,5, k in N. B. t = -2pi/7,5 + kpi/2,5, k in N.
C. t = 2pi/3 + kpi/2,5, k in N. D. A và B.

Câu 39: Cho con lắc đơn dao động điều hòa tại nơi có g = 10m/s^2. Biết rằng trong khoảng thời gian 12s thì nó thực hiện được 24 dao động, vận tốc cực đại của con lắc là 6pi cm/s. Lấy pi^2 = 10. Giá trị góc lệch của dây treo ở vị trí mà ở đó thế năng của con lắc bằng động năng là:

- A. 0,04 rad. B. 0,08 rad. C. 0,1 rad. D. 0,12 rad.

Câu 40: Cho con lắc đơn có chiều dài dây là l\_1 dao động điều hòa với biên độ góc alpha. Khi qua vị trí cân bằng dây treo bị mắc đinh tại vị trí l\_2 và dao động với biên độ góc beta. Mỗi quan hệ giữa alpha và beta.

- A. beta = alpha \* sqrt(l/g). B. beta = alpha \* sqrt(2l\_2/l\_1).
C. beta = alpha \* sqrt(l\_1^2 + l\_2^2). D. beta = alpha \* sqrt(l\_1/l\_2).

Câu 41: Hai con lắc đơn thực hiện dao động điều hòa tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Hai con lắc có cùng khối lượng quả nặng dao động với cùng năng lượng, con lắc thứ nhất có chiều dài là 1m và biên độ góc là alpha\_01 con lắc thứ hai có chiều dài dây treo là 1,44m và biên độ góc là alpha\_02. Tỷ số biên độ góc của 2 con lắc là:

- A. 1,2. B. 1,44. C. 0,69. D. 0,84.

Câu 42: Một con lắc đơn có chiều dài 2m dao động với biên độ 6^0. Tỷ số giữa lực căng dây và trọng lực tác dụng lên vật ở vị trí cao nhất là:

- A. 0,953. B. 0,99. C. 0,9945. D. 1,052.

Câu 43: Một con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình s = 2\*sqrt(2)\*sin(7t + pi)cm. Cho g = 9,8 m/s^2. Tỷ số giữa lực căng dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí thấp nhất của con lắc là:

- A. 1,0004. B. 0,95. C. 0,995. D. 1,02.

Câu 44: Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào sợi dây không giãn. Con lắc đang dao động với biên độ A và khi đi qua vị trí cân bằng thì điểm giữa của sợi dây bị giữ lại. Tìm biên độ sau đó.

A.  $A\sqrt{2}$ .

B.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ .

C. A.

D.  $\frac{A}{2}$ .

Câu 45: Tại nơi có gia tốc trọng trường là  $9,8 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $6^\circ$ . Biết khối lượng vật nhỏ của con lắc là  $90 \text{ g}$  và chiều dài dây treo là  $1 \text{ m}$ . Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, cơ năng của con lắc xấp xỉ bằng

A.  $6,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .

B.  $3,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .

C.  $5,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .

D.  $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .

Câu 46: Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

A.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$ .

B.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ .

C.  $-\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ .

D.  $-\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$ .

Câu 47: Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g$ . Biết lực căng dây lớn nhất bằng  $1,02$  lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của  $\alpha_0$  là

A.  $6,6^\circ$ .

B.  $3,3^\circ$ .

C.  $9,6^\circ$ .

D.  $5,6^\circ$ .

## ĐÁP ÁN

1 D	6 D	11 C	16 D	21 B	26 A	31 B	36 B	41 A	46 C
2 A	7 D	12 B	17 C	22 A	27 D	32 D	37 B	42 C	47 A
3 C	8 B	13 A	18 B	23 A	28 C	33 C	38 D	43 D	
4 D	9 D	14 A	19 A	24 D	29 B	34 D	39 B	44 B	
5 C	10 B	15 C	20 D	25 B	30 D	35 B	40 D	45 D	

### 3. Con lắc chịu tác dụng của lực ngoài

#### 3.1. Phương pháp

Ngoài trọng lực  $\vec{P}$  con lắc còn chịu thêm tác dụng của những lực  $\vec{F}$  không đổi thì coi như con lắc chịu tác dụng của trọng lực hiệu dụng  $\vec{P}_{hd}$  với  $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$ . Trọng lực hiệu dụng  $\vec{P}_{hd}$  gây ra gia tốc hiệu dụng  $\vec{g}$ . Tức là nếu con lắc đơn đang ở VTCEB, ta cắt dây thì vật sẽ rơi với gia tốc  $\vec{g}$  này).

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}_{hd}}{m}$$

Chu kỳ mới của con lắc được xác định bởi:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

#### 3.2. Lực ngoài là lực đẩy Acsimet.

Câu 48: So sánh chu kỳ của con lắc đơn trong không khí với chu kỳ của nó trong chân không. Biết vật nặng có khối lượng riêng  $D$ , không khí có khối lượng riêng là  $d$ .

#### Lời giải

Trong chân không, chu kì dao động của con lắc đơn là

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Trong không khí, con lắc đơn chịu thêm tác dụng của lực đẩy Acsimet hướng thẳng đứng lên trên. Trọng lực hiệu dụng lúc này là

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_a$$

Khi ở vị trí cân bằng, ta có

$$P_{hd} = P - F_c \Rightarrow g' = g - \frac{dVg}{DV} = g - \frac{d}{D}g$$

Từ đó chu kì mới của con lắc là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \left(1 - \frac{d}{D}\right)}}$$

Do đó ta có

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{d}{D}}}$$

### 3.3. Lực ngoài là lực điện

**Câu 49:** Con lắc đơn có chiều dài  $l$ , vật nặng  $m$  tích điện  $q$  đặt trong điện trường đều có cường độ  $\vec{E}$  ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$  có chu kỳ dao động như thế nào?

Lời giải

Lực điện tác dụng lên điện tích  $q$  đặt trong điện trường xác định bởi  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Từ đó ta thấy

$$\begin{cases} q > 0 : \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E} \\ q < 0 : \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E} \end{cases}$$

Xét các trường hợp sau:

**TH1:** Khi điện trường hướng thẳng đứng xuống dưới

Trọng lực hiệu dụng lúc này là

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$$

Ta có

- Nếu  $q > 0$  thì  $\vec{F}$  hướng xuống. Khi ở vị trí cân bằng ta có

$$P_{hd} = P + F$$

Từ đó suy ra gia tốc hiệu dụng

$$g' = g + \frac{F}{m} = g + \frac{|q|E}{m}$$

Chu kì dao động của con lắc đơn lúc này là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{|q|E}{m}}}$$

- Nếu  $q < 0$  thì  $\vec{F}$  hướng lên. Khi ở vị trí cân bằng ta có

$$P_{hd} = P - F$$

Từ đó suy ra gia tốc hiệu dụng

$$g' = g - \frac{F}{m} = g - \frac{|q|E}{m}$$

Chu kì dao động của con lắc đơn lúc này là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{|q|E}{m}}}$$

TH2: Khi điện trường hướng thẳng đứng lên trên

Trọng lực hiệu dụng lúc này là

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$$

Ta có

- Nếu  $q > 0$  thì  $\vec{F}$  hướng lên. Khi ở vị trí cân bằng ta có

$$P_{hd} = P - F$$

Từ đó suy ra gia tốc hiệu dụng

$$g' = g - \frac{F}{m} = g - \frac{|q|E}{m}$$

Chu kì dao động của con lắc đơn lúc này là

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \frac{|q|E}{m}}}$$

- Nếu  $q < 0$  thì  $\vec{F}$  hướng xuống. Khi ở vị trí cân bằng ta có

$$P_{hd} = P + F$$

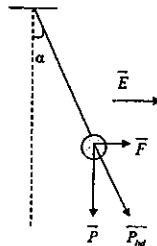
Từ đó suy ra gia tốc hiệu dụng

$$g' = g + \frac{F}{m} = g + \frac{|q|E}{m}$$

Chu kì dao động của con lắc đơn lúc này là

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{|q|E}{m}}}$$

TH3: Khi cường độ điện trường hướng theo phương ngang



Vị trí cân bằng được xác định bởi góc  $\alpha$  với

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{|q|E}{mg}$$

Trọng lực hiệu dụng lúc này là

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$$

Vì  $\vec{F}$  luôn vuông góc với  $\vec{P}$  thì dù vật nặng tích điện âm hay dương, điện trường phương ngang hướng sang phải hay trái, thì ta luôn có

$$P_{hd} = \sqrt{P^2 + (qE)^2}$$

Từ đây suy ra gia tốc hiệu dụng xác định bởi

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$$

Chu kì của con lắc đơn lúc này là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}}}$$

### 3.4. Lực ngoài là lực quán tính

Khi con lắc đặt trong thang máy hoặc trên xe chuyển động có gia tốc  $a$  thì ngoài trọng lực, còn lắc còn chịu tác dụng của lực quán tính

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$$

Nếu xe chuyển động nhanh dần đều thì  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$ .

Nếu xe chuyển động chậm dần đều thì  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$ .

- Nếu con lắc đơn đặt trong thang máy thì ta có trọng lực hiệu dụng

$$\vec{F}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_{qt} = \vec{P} - m\vec{a} \Rightarrow \vec{g}' = \vec{g} - \vec{a} \Rightarrow g' = \vec{g} + \vec{a}'$$

Trong đó  $\vec{a}' = -\vec{a}$  và  $|\vec{a}'| = |-\vec{a}| \Rightarrow a' = a$ . Ở vị trí cân bằng ta có

$$g' = g \pm a$$

Dấu  $\pm$  được xác định như sau: chẳng hạn, con lắc đơn đặt trong thang máy chuyển động *nhanh dần đều* đi lên. Vì thang máy chuyển động đi lên nên vận tốc hướng lên, mà chuyển động nhanh dần đều nên  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$ , suy ra  $\vec{a}$  hướng lên. Từ đó suy ra  $\vec{a}'$  hướng xuống, do đó

$$g' = g + a' = g + a$$

- Nếu con lắc đơn đặt trong ô tô chuyển động theo phương ngang với gia tốc  $a$  thì ta luôn có

$$\begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + a^2} \\ \tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{a}{g} \end{cases}$$

Trong đó  $\alpha$  là góc lệch của dây treo con lắc so với phương thẳng đứng khi con lắc ở vị trí cân bằng mới (khi xe đang chuyển động)

### 3.5. Ví dụ minh họa

**Câu 1:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = +5.10^{-6}C$  được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hòa trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E = 10^4V/m$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10m/s^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là:

- A. 0,58 s.      B. 1,40 s.      C. 1,15 s.      D. 1,99 s.

#### Lời giải

Vì  $q > 0$  nên ta có lực điện trường  $\vec{F}$  cùng hướng với  $\vec{E}$ . Theo bài ra  $\vec{E}$  hướng xuống  $\Rightarrow \vec{F}$  hướng xuống, cùng chiều với trọng lực. Từ đó ta có

$$g' = g + \frac{F}{m} = 10 + \frac{5.10^{-6}.10^4}{0,01} = 15$$

Chu kì dao động của con lắc là

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2,3,14 \cdot \sqrt{\frac{0,5}{15}} = 1,15$$

Đáp án C.

**Câu 2:** Một con lắc đơn mang điện tích dương khi không có điện trường nó dao động điều hòa với chu kỳ T. Khi có điện trường hướng thẳng đứng xuống dưới thì chu kỳ dao động của con lắc là  $T_1$ . Khi có điện trường hướng thẳng đứng đứng lên thì chu kỳ dao động của con lắc là  $T_2$ . Khi không có điện trường thì con lắc dao động với chu kỳ T là:

- A.  $T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$
- B.  $T = \frac{2T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$
- C.  $T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{2\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}}$
- D.  $T = \frac{\sqrt{2} T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$

**Lời giải**

Gọi E là cường độ điện trường. Con lắc mang điện tích dương nên: Khi có điện trường hướng thẳng đứng xuống thì gia tốc hiệu dụng

$$g_1 = g + \frac{qE}{m}$$

Khi có điện trường hướng thẳng đứng đứng lên thì gia tốc hiệu dụng

$$g_2 = g - \frac{qE}{m}$$

Khi không có điện trường

$$g_3 = g$$

Từ đó ta có

$$g_1 + g_2 = 2g_3$$

Mặt khác  $g \sim \frac{1}{T^2}$  nên ta có

$$\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{2}{T^2} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$$

Đáp án C.

**Câu 3:** Hai con lắc đơn cùng chiều dài và cùng khối lượng, các vật nặng coi như chất điểm, chúng được đặt ở cùng một nơi và trong điện trường đều  $\vec{E}$  có phương thẳng đứng hướng xuống dưới. Gọi  $T_0$  là chu kỳ khi chưa tích điện của mỗi con lắc, các vật nặng được tích điện là  $q_1$  và  $q_2$  thì chu kỳ trong điện trường tương ứng là  $T_1$  và  $T_2$ . Biết  $T_1 = 0,8T_0$ ;  $T_2 = 1,2T_0$ . Tỷ số  $\frac{q_1}{q_2}$  là:

- A. 44/81.
- B. -81/44.
- C. -44/81.
- D. 81/44.

**Lời giải**

Trong trường hợp con lắc đơn đặt trong điện trường có phương thẳng đứng hướng xuống, ta có gia tốc hiệu dụng là

$$g' = g \pm \frac{|q|E}{m}$$

hay có thể viết dưới dạng tổng quát là

$$g' = g + \frac{qE}{m}$$

Trong đó  $q$  là điện tích của con lắc, có thể âm hoặc dương. Nếu  $q > 0$  thì ứng với trường hợp lực điện hướng xuống,  $q < 0$  ứng với trường hợp lực điện hướng lên. Ta có

$$g_1 = g + \frac{q_1 E}{m}; g_2 = g + \frac{q_2 E}{m}$$

Từ đó

$$\begin{cases} \frac{T_0}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g}} \Rightarrow \frac{1}{0,8} = \sqrt{1 + \frac{q_1 E}{mg}} \Rightarrow \frac{q_1 E}{mg} = \frac{g}{16} \\ \frac{T_0}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g}} \Rightarrow \frac{1}{1,2} = \sqrt{1 + \frac{q_2 E}{mg}} \Rightarrow \frac{q_2 E}{mg} = -\frac{11}{36} \end{cases} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{\frac{9}{16}}{-\frac{11}{36}} = -\frac{81}{44}$$

Đáp án B.

**Câu 4:** Một con lắc đơn có khối lượng vật nhỏ  $m=10$  g đang dao động điều hòa. Đặt trên con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi. Biết lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là 0,02 N. Lấy  $g=10$  m/s<sup>2</sup>. Chu kỳ dao động của con lắc tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm so với lúc ban đầu?

- A. Tăng 8,7%.      B. Giảm 11,8%.      C. Giảm 8,7%.      D. Tăng 11,8%.

Lời giải

Vì nam châm đặt bên trên con lắc và vị trí cân bằng của con lắc không thay đổi, lực tác dụng của nam châm là lực hút, nên lực hút  $\vec{F}$  của nam châm hướng lên trên. Gia tốc hiệu dụng lúc này là

$$g' = g - \frac{F}{m} = 10 - \frac{0,02}{10 \cdot 10^{-3}} = 8$$

Từ đó suy ra

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{10}{8}} = 1,118 = 111,8\% > 100\%$$

Vậy chu kì con lắc đã tăng 11,8%

Đáp án D.

**Câu 5:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì 0,5T<sub>0</sub>. Khi thang máy đi xuống thẳng đứng, nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kỳ T' bằng:

- A.  $\frac{T_0}{\sqrt{2}}$       B.  $T_0 \sqrt{2}$       C.  $T_0 \sqrt{\frac{2}{3}}$       D.  $\frac{T_0}{2\sqrt{2}}$

Lời giải

Thang máy đi xuống thẳng đứng, nhanh dần với gia tốc  $a = \frac{g}{2}$

⇒ Gia tốc  $a$  của thang máy hướng xuống.

⇒ Gia tốc quán tính  $a' = a$  của con lắc hướng lên.

Từ đó ta có

$$g' = g - a = g - \frac{g}{2} = \frac{g}{2} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{0,5T_0} = \sqrt{2} \Rightarrow T' = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$$

Đáp án B.



**Câu 6:** Một con lắc đơn được treo trên trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn a thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc có cùng độ lớn a thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 3s. Khi thang máy đứng yên thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là

A. 2,35s.                      B. 1,29s.                      C. 4,60s.                      D. 2,67s.

**Lời giải**

• Thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều  
 ⇒ Gia tốc thang máy hướng lên ⇒ Gia tốc quán tính của con lắc hướng xuống  
 Gia tốc hiệu dụng khi đó:

$$g_1 = g + a$$

• Thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều  
 ⇒ Gia tốc thang máy hướng xuống ⇒ Gia tốc quán tính của con lắc hướng lên  
 Gia tốc hiệu dụng khi đó:

$$g_2 = g - a$$

• Khi thang máy đứng yên, con lắc chỉ chịu tác dụng của trọng lực nên gia tốc là g. Ta thấy:  $g_1 + g_2 = 2g$ .  
 Vì  $g \sim \frac{1}{T^2}$  nên ta có

$$\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{2}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{2} \cdot \frac{2.3}{\sqrt{2^2 + 3^2}} \approx 2,35$$

Đáp án A.

**Câu 7:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8m/s^2$  với năng lượng dao động là 150mJ, góc thế năng ở vị trí cân bằng của quả nặng. Đúng lúc vận tốc của con lắc bằng 0 thì thang máy chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc  $2,5m/s^2$ . Con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng dao động

A. 1500 mJ.                      B. 129,5 mJ.                      C. 111,7 mJ.                      D. 188,3 mJ.

**Lời giải**

Khi vận tốc của con lắc bằng 0 thì con lắc ở vị trí biên. Ngoại lực tác dụng lúc này không làm thay đổi biên độ góc của con lắc, hay không làm thay đổi biên độ. Từ đó ta có

$$\frac{W'}{W} = \frac{mg'l(1 - \cos \alpha_0)}{mg(1 - \cos \alpha_0)} = \frac{g'}{g} \Rightarrow W' = \frac{g'}{g} \cdot W$$

Vì thang máy chuyển động nhanh dần đều đi lên ⇒ gia tốc quán tính tác dụng lên con lắc hướng xuống. Khi đó ta có

$$g' = g + a = 9,8 + 2,5 = 12,3$$

Năng lượng lúc sau là

$$\Rightarrow W' = \frac{12,3}{9,8} \cdot 150 = 188,3 \text{ (mJ)}$$

Đáp án D.

**Câu 8:** Treo con lắc đơn vào trần một ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 m/s^2$ . Khi ô tô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2s. Nếu ô tô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc 2 m/s thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng:

A. 2,02s.                      B. 1,82s.                      C. 1,98s.                      D. 2,00s.

Lời giải

Ô tô chuyển động đều theo phương ngang với gia tốc  $a$  nên gia tốc trọng trường hiệu dụng là

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{9,8^2 + 2^2} = 10$$

Từ đó ta có

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow T' = \sqrt{\frac{g'}{g}} \cdot T = \sqrt{\frac{10}{9,8}} \cdot 2 = 1,98 \text{ s}$$

Đáp án C.

**Câu 9:** Một con lắc đơn treo trên trần của một toa xe đang chuyển động theo phương ngang. Gọi  $T$  là chu kì dao động của con lắc khi toa xe chuyển động thẳng đều và  $T'$  là chu kì dao động của con lắc khi toa xe chuyển động với gia tốc  $a \neq 0$ . Với góc  $\alpha$  được tính theo công thức  $\tan \alpha = \frac{a}{g}$  hệ thức liên hệ giữa  $T'$  và  $T$  là

A.  $T' = \frac{T}{\cos \alpha}$       B.  $T' = T\sqrt{\cos \alpha}$       C.  $T' = T \cos \alpha$       D.  $T' = \frac{T}{\sqrt{\cos \alpha}}$

Lời giải

Xét con lắc ở vị trí cân bằng mới, ta có

$$\cos \alpha = \frac{P}{P'} = \frac{g}{g'} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\cos \alpha} \Rightarrow T' = T\sqrt{\cos \alpha}$$

Đáp án B.

**Câu 10:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng  $m = 250\text{g}$  mang điện tích  $q = 10^{-7}\text{C}$  được treo bằng một sợi dây không đàn cách điện, khối lượng không đáng kể, chiều dài  $90\text{cm}$  trong điện trường đều có  $E = 2 \cdot 10^6\text{V/m}$  ( $\vec{E}$  có phương nằm ngang). Ban đầu quả cầu đứng yên ở vị trí cân bằng. Người ta đột ngột đổi chiều đường sức điện trường nhưng vẫn giữ nguyên độ lớn của  $E$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chu kì và biên độ dao động của quả cầu là

- A. 1,878s; 14,4 cm.      B. 1,877s; 7,2 cm.  
C. 1,883s; 7,2 cm.      D. 1,881s; 14,4 cm.

Lời giải

Ban đầu, khi con lắc cân bằng trong điện trường đều có phương nằm ngang, vị trí A của con lắc có dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$  với

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{qE}{mg} = 0,08 \Rightarrow \alpha \approx 0,08 \text{ rad}$$

Khi đột ngột đổi chiều điện trường nhưng giữ nguyên cường độ thì vị trí cân bằng mới của con lắc là điểm B đối xứng với điểm A qua vị trí dây thẳng đứng. Khi đột ngột đổi chiều điện trường, con lắc bắt đầu dao động với vận tốc ban đầu bằng 0. Từ đó suy ra biên độ góc của con lắc lúc này là  $2\alpha$ .

Con lắc dao động trong trọng trường hiệu dụng có gia tốc

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} = 10,03$$

Chu kỳ của con lắc là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 1,8819$$

Biên độ của con lắc

$$S_0 = \ell \cdot 2\alpha = 90 \cdot 2 \cdot 0,08 = 14,4 \text{ (cm)}$$

Đáp án D.

**Câu 11:** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 45 cm với vật nhỏ có khối lượng 102g, mang điện tích  $2\mu C$ . Khi con lắc đang đứng cân bằng thì đặt một điện trường đều có vectơ cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $3,5 \cdot 10^4 V/m$  trong quãng thời gian 0,336s rồi tắt điện trường. Lấy  $g = 9,81 m/s^2, \pi = 3,14$ . Tốc độ cực đại của vật nhỏ trong quá trình dao động sau đó xấp xỉ là  
 A. 18,25 cm/s.      B. 12,85 cm/s.      C. 20,78 cm/s.      D. 20,51 cm/s.

**Lời giải**

Khi đặt điện trường theo phương ngang thì vị trí cân bằng mới của con lắc hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$  với

$$\tan \alpha = \frac{qE}{mg} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,5 \cdot 10^4}{0,102 \cdot 9,81} = 0,07 \Rightarrow \alpha \approx 0,07$$

Vì khi con lắc đang đứng ở cân bằng cũ thì đặt một điện trường hướng theo phương ngang nên coi như con lắc chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0 về VTCB mới, tức là biên độ góc của con lắc khi đó chính là  $\alpha$ .

Ta có gia tốc hiệu dụng

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} = \sqrt{9,81^2 + \left(\frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,5 \cdot 10^4}{0,102}\right)^2} = 9,834 m/s^2$$

Chu kì của con lắc là:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,45}{9,834}} = 1,343 s$ .

Ta có điện trường bật trong thời gian  $t = 0,336 = \frac{T'}{4}$ . Trong thời gian này, dựa vào đường tròn ta có góc quét là  $\frac{\pi}{2}$ , con lắc đi từ biên ( $t = 0$ ) đến vị trí cân bằng mới và đang ở vị trí cân bằng mới, vận tốc của nó có độ lớn cực đại là  $v = \omega' S_0 = \omega' \alpha l$ .

Tắt điện trường, vị trí cân bằng mới mất đi và vị trí cân bằng cũ thiết lập lại. Lúc này, so với vị trí cân bằng cũ thì con lắc đang có li độ góc là  $\alpha$  và vận tốc lúc này đang là  $v = \omega' \alpha l$

Biên độ góc mới của con lắc là:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{v}{\omega l}\right)^2} = \sqrt{\alpha^2 + \frac{\omega'^2 \alpha^2 l^2}{\omega^2 l^2}} = \alpha \sqrt{1 + \frac{g'}{g}} \\ &= \alpha \sqrt{1 + \frac{9,834}{9,81}} = 0,099 \text{ rad} \end{aligned}$$

Tốc độ cực đại của vật trong quá trình dao động sau đó là

$$v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,45(1 - \cos 0,099)} = 0,2079 m/s = 20,79 \text{ cm/s.}$$

Đáp án C.

**Câu 12:** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1m và vật nhỏ có khối lượng 100g mang điện tích  $2 \cdot 10^{-5} C$ . Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vectơ cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $5 \cdot 10^4 V/m$ . Trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo song song với vectơ cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vectơ cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vectơ gia tốc trọng trường một góc  $54^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 m/s^2$ . Trong quá trình dao động, tốc độ cực đại của vật nhỏ là  
 A. 0,59 m/s.      B. 3,41 m/s.      C. 2,87 m/s.      D. 0,50 m/s.

**Lời giải**

Vị trí cân bằng mới của con lắc lệch góc  $\alpha$  so với vị trí cân bằng cũ

$$\tan \alpha = \frac{qE}{P} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^4}{0,1 \cdot 10} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Kéo vật nhỏ lệch  $54^0$  so với vị trí ban đầu (cùng phía với VTCB mới)  $\Rightarrow$  vật nhỏ lệch  $9^0$  so với vị trí cân bằng mới  $\Rightarrow$  biên độ dao động góc là  $9^0$ .

Tốc độ cực đại của vật nhỏ là:

$$v_{max} = \sqrt{2g'\ell(1 - \cos\alpha_0)}$$

Với

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

Từ đó ta có  $v_{max} \approx 0,59 \text{ m/s}$ .

Đáp án A.

**Câu 13:** Quả cầu kim loại con lắc đơn có khối lượng  $m = 0,1 \text{ kg}$  tích điện  $q = 10^{-7} \text{ C}$  được treo bằng một sợi dây mảnh không dẫn, cách điện, chiều dài  $\ell$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  và được đặt trong một điện trường nằm ngang có cường độ  $E = 2.10^6 \text{ V/m}$ . Ban đầu người ta giữ quả cầu để sợi dây có phương thẳng đứng vuông góc với phương của điện trường rồi buông nhẹ với vận tốc ban đầu bằng 0. Lực căng của sợi dây khi quả cầu qua vị trí cân bằng là

- A. 1,02N.                      B. 1,04N.                      C. 1,36N.                      D. 1,39N.

Lời giải

Khi con lắc ở VTCB mới dây treo còn lắc hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha_0$  với

$$\tan\alpha_0 = \frac{F}{P} = \frac{qE}{mg} = \frac{2.10^6.10^{-7}}{0,1.9,8} = 0,204 \Rightarrow \alpha_0 \approx 0,2012 \text{ rad}$$

Gia tốc hiệu dụng

$$g' = \sqrt{g^2 + \left[\frac{qE}{m}\right]^2} = \sqrt{9,8^2 + \left(\frac{2.10^6.10^{-7}}{0,1}\right)^2} = 10,002 \text{ m/s}^2$$

Lực căng dây khi quả cầu qua VTCB là:

$$T = mg(3 - 2\cos\alpha_0) = 0,1.10,002.(3 - 2\cos 0,2012) = 1,04\text{N}$$

Đáp án B.

**3.6. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là  $l$ . Cho quả cầu của con lắc tích điện dương  $q$  và dao động nhỏ trong điện trường có đường sức hướng thẳng đứng đứng lên trên. Tần số góc của con lắc là:

- A.  $\omega = \sqrt{\frac{l}{g^2 - \left(\frac{|q|E}{m}\right)^2}}$                       B.  $\omega = \sqrt{\frac{g - \frac{|q|E}{m}}{l}}$   
 C.  $\omega = \sqrt{\frac{g^2 - \left(\frac{|q|E}{m}\right)^2}{l}}$                       D.  $\omega = \sqrt{\frac{g + \frac{|q|E}{m}}{l}}$

**Câu 2:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là  $l$  và vật nặng có khối lượng  $m$ , khối lượng riêng là  $D$ . Đặt con lắc dao động trong chân không thì chu kì dao động của nó là  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ . Nếu đặt con lắc trong không khí có khối lượng riêng  $D_0$  thì chu kì dao động của con lắc là:

- A.  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\left(1 - \frac{D_0}{D}\right)}}$                       B.  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\left(1 + \frac{D_0}{D}\right)}}$

$$C. T' = 2\pi \sqrt{\frac{gl}{1 - \frac{D_0}{D}}}$$

$$D. T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \left[ 1 - \left( \frac{D_0}{D} \right)^2 \right]}}$$

Câu 3: Đặt một con lắc đơn trong một chiếc xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a$  trên một đoạn đường nằm ngang tại nơi có gia tốc  $g$ . Chu kì dao động  $T'$  mới của con lắc được xác định bằng biểu thức nào sau đây?

$$A. T' = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$$

$$B. T' = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{\sqrt{g^2 - a^2}}}$$

$$C. T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$$

$$D. T' = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{\sqrt{g^2 - a^2}}}$$

Câu 4: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = 5 \cdot 10^{-6}$  C, được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hòa trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E = 10^4$  V/m và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là

A. 0,58 s.

B. 1,99 s.

C. 1,40 s.

D. 1,15 s.

Câu 5: Treo con lắc đơn vào trần một ôtô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ôtô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Nếu ôtô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với gia tốc 2  $\text{m/s}^2$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

A. 2,02 s.

B. 1,82 s.

C. 1,98 s.

D. 2,00 s.

Câu 6: Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một ô tô đang chuyển động thẳng trên mặt phẳng nằm ngang

A. Khi ô tô chuyển động đều, chu kì tăng.

B. Khi ô tô chuyển động nhanh dần chu kì giảm.

C. Khi ô tô chuyển động đều chu kì giảm.

D. Khi ô tô chuyển động nhanh dần chu kì tăng.

Câu 7: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là  $l$ , quả nặng  $m$  và mang điện tích  $q$ . Khi không có điện con lắc dao động với chu kì  $T_0$ . Nếu con lắc dao động điều hòa trong điện trường giữa 2 bản tụ phẳng có vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  nằm ngang, với  $qE \ll mg$  thì chu kỳ

$$A. T = T_0 \left( 1 + \frac{qE}{mg} \right)$$

$$B. T = T_0 \left( 1 + \frac{qE}{2mg} \right)$$

$$C. T = T_0 \left( 1 - \frac{qE}{2mg} \right)$$

$$D. T = T_0 \left( 1 - \frac{qE}{mg} \right)$$

Câu 8: Cho một con lắc có dây treo cách điện, quả cầu  $m$  tích điện  $q$ . Khi con lắc đặt trong không khí nó dao động với chu kì  $T$ . Khi nó đặt vào trong một điện trường đều nằm ngang thì chu kì dao động sẽ:

A. Không đổi.

B. Giảm xuống.

C. Tăng lên.

D. Tăng hoặc giảm.

Câu 9: Khi đưa con lắc lên cao thì tần số của con lắc đơn:

A. Tăng lên do  $g$  giảm.

B. Giảm do  $g$  giảm.

C. Tăng do  $g$  tăng.

D. Giảm do  $g$  tăng.

Câu 10: Một con lắc đơn có chiều dài dây là  $l$  được đặt trong thang máy, khi thang máy đứng yên con lắc dao động với chu kỳ  $T$ . Hồi khi thang máy đi lên nhanh dần thì chu kỳ sẽ như thế nào?

A. Chu kì tăng.

B. Chu kì giảm.

C. Không đổi.

D. Không kết luận được.

Câu 11: Trong thang máy có một con lắc đơn và một con lắc lò xo đang dao động điều hòa. Nếu thang máy đi lên thẳng đều với vận tốc 2  $\text{m/s}$  thì:

A. Chu kỳ hai con lắc không đổi.

- B. Chu kỳ con lắc lò xo tăng, con lắc đơn giảm.
- C. Chu kỳ con lắc đơn tăng, con lắc lò xo giảm.
- D. Cả hai con lắc đều có chu kỳ tăng lên.

**Câu 12:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa trong thang máy thì thang máy bị đứt dây và rơi tự do. Chu kỳ của con lắc là bao nhiêu biết khi thang máy đứng yên con lắc dao động với chu kỳ T.

- A. Vẫn là T.
- B. Bằng 0.
- C. Tăng lên thành 2 T.
- D. Vô cùng lớn.

**Câu 13:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với chu kỳ T trong thang máy chuyển động đều, khi thang máy chuyển động lên trên chậm dần đều với gia tốc bằng một nửa gia tốc trọng trường thì con lắc dao động với chu kỳ

- A. 2T.
- B.  $T\sqrt{2}$ .
- C.  $\frac{T}{2}$ .
- D. 0.

**Câu 14:** Một con lắc đơn dao động với chu kỳ 1 s tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Hỏi tại nơi gia tốc bằng  $g'$  thì con lắc dao động với chu kỳ là:

- A.  $\frac{g'}{g}$ .
- B.  $\frac{g}{g'}$ .
- C.  $\sqrt{\frac{g'}{g}}$ .
- D.  $\sqrt{\frac{g}{g'}}$ .

**Câu 15:** Để tăng chu kỳ con lắc đơn lên 5% thì phải tăng chiều dài của nó thêm.

- A. 2,25%.
- B. 5,75%.
- C. 10,25%.
- D. 25%.

**Câu 16:** Một con lắc đơn có dây treo tăng 20% thì chu kỳ con lắc đơn thay đổi như thế nào?

- A. Giảm 9,54%.
- B. Tăng 20%.
- C. Tăng 9,54%.
- D. Giảm 20%.

**Câu 17:** Một con lắc đơn dao động với chu kỳ 2s, đem con lắc lên Mặt Trăng mà không thay đổi chiều dài thì chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng.

- A. 4,865s.
- B. 4,866s.
- C. 4,867s.
- D. 4,864s.

**Câu 18:** Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,819\text{m/s}^2$  chu kỳ dao động là 2s. Dưa con lắc đơn đến nơi khác có  $g = 9,793\text{m/s}^2$  mà không thay đổi chiều dài thì chu kỳ dao động là bao nhiêu?

- A. 2,002s.
- B. 2,003s.
- C. 2,004s.
- D. 2,005s.

**Câu 19:** Người ta đưa một con lắc đơn từ mặt đất lên một nơi có độ cao 5 km. Hỏi độ dài của nó phải thay đổi như thế nào để chu kỳ dao động không thay đổi (R = 6400Km)

- A. l' = 0,9971.
- B. l' = 0,9981.
- C. l' = 0,9961.
- D. l' = 0,9951.

**Câu 20:** Cho  $T_1 = 2,00\text{s}$ ,  $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$ ,  $\Delta t = 10^0\text{C}$ . Chu kỳ dao động của con lắc ở nhiệt độ  $T_2$  là bao nhiêu?

- A. 1,9998s.
- B. 2,0001s.
- C. 2,0002s.
- D. Giá trị khác.

**Câu 21:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5m, quả cầu có khối lượng  $m = 10\text{g}$ . Cho con lắc dao động với li độ góc nhỏ trong không gian với lực F có hướng thẳng đứng từ trên xuống có độ lớn 0,04 N. lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Xác định chu kỳ dao động nhỏ?

- A. 1,1959s.
- B. 1,1960s.
- C. 1,1961s.
- D. 1,1962s.

**Câu 22:** Một con lắc đơn gồm một sợi dây nhẹ không giãn, cách điện và quả cầu khối lượng  $m = 100\text{g}$ . Tích điện cho quả cầu một điện lượng  $q = 10^{-5} \text{C}$  và cho con lắc dao động trong điện trường đều hướng thẳng đứng lên trên và cường độ  $E = 5 \cdot 10^4 \text{V/m}$ . lấy gia tốc trọng trường là  $g = 9,8 \text{m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Tính chu kỳ dao động của con lắc. Biết chu kỳ dao động của con lắc khi không có điện trường là  $T_0 = 1,5\text{s}$

- A. 2,14s.
- B. 2,15s.
- C. 2,16s.
- D. 2,17s.

**Câu 23:** Một con lắc đơn tạo bởi một quả cầu kim loại tích điện dương khối lượng  $m = 1\text{kg}$  buộc vào một sợi dây mảnh cách điện dài  $1,4\text{m}$ . Con lắc được đặt trong một điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng với cường độ điện trường  $E = 10^4\text{ V/m}$ . Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch  $30^\circ$  so với phương thẳng đứng. Cho  $g = 9,8\text{m/s}^2$ , bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Xác định điện tích của quả cầu và chu kì dao động bé của con lắc đơn.

- A.  $q = 5,658 \cdot 10^{-7}\text{ C}$ ;  $T = 2,55\text{s}$ .  
 B.  $q = 5,658 \cdot 10^{-4}\text{ C}$ ;  $T = 2,21\text{s}$ .  
 C.  $q = 5,658 \cdot 10^{-7}\text{ C}$ ;  $T = 2,22\text{s}$ .  
 D.  $q = 5,658 \cdot 10^{-7}\text{ C}$ ;  $T = 2,22\text{s}$ .

**Câu 24:** Một con lắc đơn có chu kì  $T = 1\text{s}$  trong vùng không có điện trường, quả lắc có khối lượng  $m = 10\text{g}$  bằng kim loại mang điện  $q = 10^{-5}\text{ C}$ . Con lắc được đem treo trong điện trường đều giữa hai bản kim loại phẳng song song mang điện tích trái dấu, đặt thẳng đứng, hiệu điện thế giữa hai bản tụ bằng  $400\text{V}$ . Kích thước các bản kim loại rất lớn so với khoảng cách  $d = 10\text{ cm}$  giữa chúng. Tìm chu kì con lắc khi dao động trong điện trường giữa hai bản kim loại.

- A.  $0,96\text{s}$ .  
 B.  $0,918\text{s}$ .  
 C.  $0,613\text{s}$ .  
 D.  $0,58\text{s}$ .

**Câu 25:** Một con lắc đơn có chu kì  $T = 2\text{s}$  khi đặt trong chân không. Quả lắc làm bằng một hợp kim khối lượng riêng  $D = 8,67\text{g/cm}^3$ . Tính chu kì  $T'$  của con lắc khi đặt trong không khí, sức cản của không khí xem như không đáng kể, quả lắc chịu tác dụng của lực đẩy Acsimet, khối lượng riêng của không khí là  $d = 1,3\text{g/l}$

- A.  $T' = 2,00024\text{s}$ .  
 B.  $2,00015\text{s}$ .  
 C.  $2,00012\text{s}$ .  
 D.  $2,00013\text{s}$ .

**Câu 26:** Một con lắc đơn treo vào trần một thang máy, cho  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Khi thang máy đứng yên chu kỳ dao động của con lắc là  $T = 2\text{s}$ . Khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $0,1\text{m/s}^2$  thì chu kỳ dao động của con lắc là:

- A.  $T' = 2,1\text{s}$ .  
 B.  $T = 2,02\text{s}$ .  
 C.  $T' = 2,01\text{s}$ .  
 D.  $T' = 1,99\text{s}$ .

**Câu 27:** Một con lắc đơn chiều dài  $l = 1\text{m}$ , được treo vào trần một oto đang chuyển động theo phương ngang với gia tốc  $a$ , khi ở vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha = 30^\circ$ . Gia tốc của xe là:

- A.  $a = \frac{g}{\sqrt{3}}$ .  
 B.  $a = \frac{\sqrt{3}}{3}g$ .  
 C.  $a = \frac{\sqrt{3}}{2}g$ .  
 D.  $a = 2\sqrt{3}g$ .

**Câu 28:** Con lắc đơn  $m = 100\text{g}$  mang điện  $q = 4 \cdot 10^{-4}\text{ C}$ ,  $l = 1\text{m}$ ,  $g = 10\text{ m/s}^2$  đặt trong điện trường đều  $E = 2,5 \cdot 10^6\text{ V/m}$ . Để chu kì dao động của con lắc là  $2\text{s}$  thì vectơ  $\vec{E}$  hợp với mặt phẳng dao động của con lắc đơn góc:

- A.  $120^\circ$ .  
 B.  $90^\circ$ .  
 C.  $60^\circ$ .  
 D.  $30^\circ$ .

**Câu 29:** Một con lắc đơn được treo trong thang máy, dao động điều hòa với chu kì  $T$  khi thang máy đứng yên. Nếu thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc  $\frac{g}{10}$  ( $g$  là gia tốc rơi tự do) thì chu kì dao động của con lắc là:

- A.  $T\sqrt{\frac{10}{9}}$ .  
 B.  $T\sqrt{\frac{10}{11}}$ .  
 C.  $T\sqrt{\frac{11}{10}}$ .  
 D.  $T\sqrt{\frac{9}{10}}$ .

**Câu 30:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong điện trường đều, có vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  hướng thẳng xuống. Khi treo vật chưa tích điện thì chu kì dao động là  $T_0 = 2\text{s}$ , khi vật treo lần lượt tích điện  $q_1, q_2$  thì chu kì dao động tương ứng là:  $T_1 = 2,4\text{s}$ ;  $T_2 = 1,6\text{s}$ . Tỉ số  $\frac{q_1}{q_2}$  là:

- A.  $-\frac{57}{24}$ .  
 B.  $-\frac{81}{44}$ .  
 C.  $-\frac{24}{57}$ .  
 D.  $-\frac{44}{81}$ .

**Câu 31:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T'$  bằng

- A.  $2T$ .  
 B.  $T\sqrt{2}$ .  
 C.  $\frac{T}{2}$ .  
 D.  $\frac{T}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 32:** Treo con lắc đơn vào trần một ôtô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ôtô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Nếu ôtô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với gia tốc  $2 \text{ m/s}^2$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

- A. 2,02 s.                      B. 1,82 s.                      C. 1,98 s.                      D. 2,00 s.

**Câu 33:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = +5.10^{-6} \text{ C}$  được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hoà trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E = 10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Chu kì dao động điều hoà của con lắc là

- A. 0,58 s.                      B. 1,40 s.                      C. 1,15 s.                      D. 1,99 s.

**Câu 34:** Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hoà của con lắc là 2,52 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hoà của con lắc là 3,15 s. Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hoà của con lắc là

- A. 2,84 s.                      B. 2,96 s.                      C. 2,61 s.                      D. 2,78 s.

### ĐÁP ÁN

1 B	6 B	11 A	16 C	21 B	26 D	31 B
2 A	7 C	12 D	17 A	22 A	27 A	32 C
3 C	8 B	13 B	18 B	23 B	28 B	33 C
4 D	9 B	14 C	19 B	24 A	29 A	34 D
5 C	10 B	15 C	20 C	25 B	30 D	



## CHƯƠNG 2

# SÓNG CƠ

### A. LÝ THUYẾT

#### I. Sóng cơ học và các đặc trưng

##### 1. Định nghĩa

- Sóng cơ là những dao động lan truyền trong một môi trường.

Ví dụ: Sóng trên mặt nước là sóng truyền từ một điểm dao động trên mặt nước (bằng cần rung tạo dao động chẳng hạn) đến các phần tử khác thông qua môi trường là nước.

- Khi sóng cơ truyền đi, các phần tử vật chất không truyền đi theo sóng, mà dao động xung quanh một vị trí cân bằng xác định.

##### 2. Phân loại

- Sóng cơ chia làm 2 loại: sóng ngang và sóng dọc.

+ *Sóng ngang* là sóng trong đó các phần tử của môi trường dao động theo phương vuông góc với phương truyền sóng.

Ví dụ: sóng trên mặt nước là sóng ngang.

Trừ trường hợp sóng mặt nước, sóng ngang chỉ truyền trong chất rắn.

+ *Sóng dọc* là sóng trong đó các phần tử của môi trường dao động theo phương trùng với phương truyền sóng.

Ví dụ: sóng âm là sóng dọc, phần tử môi trường là khí.

- Sóng dọc truyền được cả trong chất khí, chất lỏng và chất rắn.

- Sóng cơ không truyền được trong chân không.

##### 3. Các đặc trưng của một sóng hình sin

###### 3.1. Biên độ của sóng

- Biên độ  $A$  của sóng là biên độ dao động của một phần tử của môi trường có sóng truyền qua.

- Đơn vị: m, thông thường là cm.

###### 3.2. Chu kì, tần số của sóng

- Chu kì  $T$  của sóng là chu kì dao động của một phần tử của môi trường có sóng truyền qua. Đơn vị: giây.

- Tần số  $f$  của sóng là số dao động của một phần tử môi trường có sóng truyền qua trong một khoảng thời gian. Đơn vị: Héc (Hz).

$$f = \frac{1}{T} = \frac{N}{\Delta t}$$

$N$ : số dao động thực hiện được trong khoảng thời gian  $\Delta t$ .

###### 3.3. Tốc độ truyền sóng

- Tốc độ truyền sóng  $v$  là tốc độ lan truyền dao động trong một môi trường.

- Đối với mỗi môi trường, tốc độ truyền sóng  $v$  có một giá trị không đổi.

- Tốc độ truyền sóng phụ thuộc vào:

+ Bản chất của môi trường (mật độ, tính đàn hồi của môi trường,...)

+ Nhiệt độ

- Tốc độ truyền sóng giảm theo thứ tự: rắn, lỏng, khí.  $v_r > v_l > v_k$ .

**3.4. Bước sóng**

- Bước sóng là quãng đường mà sóng truyền được trong một chu kì, hay là khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm trên cùng phương truyền sóng mà tại đó dao động cùng pha.

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

**3.5. Năng lượng sóng**

- Năng lượng sóng là năng lượng dao động của các phần tử môi trường có sóng truyền qua.

**3.6. Chú ý**

- Khoảng cách giữa hai ngọn (đỉnh) sóng liên tiếp là một bước sóng.
- Khoảng cách giữa  $n$  ngọn (đỉnh) sóng liên tiếp là  $(n - 1)$  bước sóng.
- Khi sóng truyền đi, tần số sóng không thay đổi.

**II. Phương trình sóng**

**1. Phương trình sóng**

- Xét một sóng hình sin lan truyền trong một môi trường, sóng này phát ra từ một nguồn điểm  $O$ . Giả sử phương trình dao động tại  $O$  có dạng

$$u_O = a \cos(\omega t + \varphi_0)$$

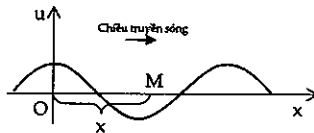
Trong đó:

- $u_0$  là li độ tại  $O$  tại thời điểm  $t$  (m)
  - $a$  là biên độ (m)
  - $\omega$  là tần số góc của sóng (rad/s)
  - $\varphi_0$  là pha ban đầu (rad)
- Xét một điểm  $M$  nằm trên phương truyền sóng, cách  $O$  một khoảng  $d = OM$ . Nếu bỏ qua mất mất năng lượng, thì biên độ của  $M$  bằng biên độ của nguồn  $O$ , dao động tại  $M$  sẽ trễ pha hơn dao động tại nguồn  $O$  một góc  $\frac{2\pi d}{\lambda}$ . Phương trình dao động tại  $M$  có dạng

$$u_M = a \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

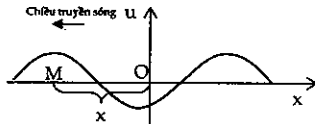
- Nếu sóng truyền theo chiều dương  $Ox$  ( $x > 0$ ). Khi đó  $d = |x| = x$ . Phương trình sóng tại  $M$  có dạng

$$u_M = a \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = a \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$



- Nếu sóng truyền theo chiều âm  $Ox$  ( $x < 0$ ). Khi đó  $d = |x| = -x$ . Phương trình sóng tại  $M$  có dạng

$$u_M = a \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = a \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$



## 2. Một số tính chất của sóng suy ra từ phương trình sóng

- Xét phương trình sóng tại một điểm M bất kì, cách nguồn cố định O có phương trình  $u_O = a \cos(\omega t + \varphi_0)$  một khoảng là  $d$ , tại thời điểm  $t$ . Phương trình sóng tại M có dạng:

$$u_M = a \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

- Từ phương trình trên, ta thấy rằng:

+ Nếu giữ nguyên  $d$ , thì  $u_M$  chỉ phụ thuộc vào biến  $t$ , ta nói rằng  $u_M$  tuần hoàn theo thời gian với chu kì  $T$ . Bởi vì

$$\begin{aligned} u_M(t+T) &= a \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot (t+T) + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \\ &= a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + 2\pi + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \\ &= a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \\ &= u_M(t). \end{aligned}$$

+ Nếu giữ nguyên  $t$ , thì  $u_M$  chỉ phụ thuộc vào biến  $d$ , ta nói rằng  $u_M$  tuần hoàn theo không gian với chu kì  $\lambda$  (tức là cứ sau mỗi khoảng có độ dài bằng một bước sóng, sóng lại có hình dạng lặp lại như cũ). Bởi vì

$$\begin{aligned} u_M(d+\lambda) &= a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 - \frac{2\pi(d+\lambda)}{\lambda}\right) \\ &= a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda} - 2\pi\right) \\ &= a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \\ &= u_M(d). \end{aligned}$$

Vậy, sóng có tính chất tuần hoàn theo không gian và thời gian.

## III. Giao thoa sóng

### 1. Định nghĩa

- Hai nguồn kết hợp là hai nguồn dao động có cùng tần số và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.
- Hiện tượng giao thoa của sóng là hiện tượng hai sóng kết hợp dao động cùng phương gặp nhau, giao thoa với nhau. Trên miền giao thoa có các điểm dao động với biên độ cực đại (sóng từ hai nguồn truyền tới điểm đó tăng cường nhau) và có các điểm dao động với biên độ cực tiểu (sóng từ hai nguồn truyền tới điểm đó làm yếu nhau) tạo thành hình ảnh giao thoa.

### 2. Điều kiện để có giao thoa sóng

Điều kiện để có hiện tượng giao thoa sóng là hai nguồn dao động là hai nguồn kết hợp và dao động cùng phương, tức là hai nguồn có:

- Cùng tần số
- Cùng phương dao động
- Có độ lệch pha không đổi theo thời gian

### 3. Phương trình dao động của một điểm trên vùng giao thoa

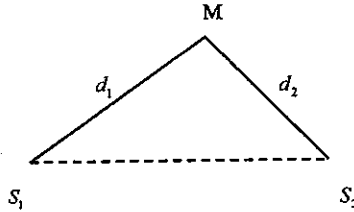
Trong chương trình Vật lí 12 của Bộ giáo dục, chỉ xét hai nguồn kết hợp cùng pha; ngược pha. Nhưng để có cái nhìn tổng quát, ta xét hai nguồn  $S_1, S_2$  lệch pha nhau bất kì, rồi sau đó mới xét các trường hợp cùng pha, ngược pha, vuông pha,...

Xét hai nguồn kết hợp  $S_1, S_2$  có phương trình dao động lần lượt là

$$u_{S_1} = a \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_{S_2} = a \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Gọi M là một điểm nằm trong vùng giao thoa giữa hai nguồn, cách nguồn  $S_1$  một khoảng  $d_1$ , cách nguồn  $S_2$  một khoảng  $d_2$ .



Phương trình sóng tại M do  $S_1$  truyền tới là

$$u_{M_1} = a \cos \left( \omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) \quad (1)$$

Phương trình sóng tại M do  $S_2$  truyền tới là

$$u_{M_2} = a \cos \left( \omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \quad (2)$$

Phương trình sóng tổng hợp tại M là

$$u_M = u_{M_1} + u_{M_2} = a \cos \left( \omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) + a \cos \left( \omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \quad (3)$$

Ta có thể thấy, đây chính là tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số.

Để biết được phương trình dao động tổng hợp, ta có thể dùng công thức lượng giác để biến đổi tổng thành tích cho (3), hoặc có thể tính trực tiếp công thức biên độ tổng hợp và công thức xác định pha ban đầu trong phần tổng hợp dao động ở phần dao động cơ đã được học. Ở đây ta sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$ . Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} u_M &= a \cos \left( \omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) + a \cos \left( \omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \\ &= 2a \cos \frac{\left( \omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) + \left( \omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right)}{2} \cos \frac{\left( \omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) - \left( \omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right)}{2} \\ &= 2a \cos \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right) \cdot \cos \left( \omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda} \right). \end{aligned}$$

Vậy, dao động của phần tử tại M là dao động điều hòa, cùng tần số với hai nguồn và có biên độ dao động là

$$A_M = 2a \left| \cos \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right) \right| \quad (4)$$

Trường hợp hay gặp nhất là hai nguồn cùng pha, tức là  $\varphi_1 = \varphi_2$  khi đó

$$A_M = 2a \left| \cos \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right|.$$

Chú ý:

- Nếu hai nguồn  $S_1, S_2$  có biên độ khác nhau, thì ta không thể áp dụng công thức lượng giác biến tổng thành tích cho (3), mà khi đó ta sẽ dùng công thức tính biên độ tổng hợp của dao động.

$$\text{Cụ thể, giả sử } \begin{cases} u_{s_1} = a \cos(\omega t + \varphi_1) \\ u_{s_2} = b \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases} \text{ thì } \begin{cases} u_{M_1} = a \cos\left(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{M_2} = b \cos\left(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$$

Biên độ của dao động tổng hợp tại M được xác định bởi

$$A_M = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos\left(\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{2\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\right)}$$

- Trong phòng thí, ta không nên nhớ công thức như trên rồi áp dụng, vì nó rất dài và khó nhớ. Có thể bạn đọc nhớ được trong thời gian học phần này, nhưng đến lúc cuối ôn thi bạn sẽ quên! Vậy nên chúng ta hãy học theo bản chất vì sao lại có công thức đó? Bản chất của nó chính là việc tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số, và bài toán về tổng hợp dao động ta đã xem xét kĩ ở phần trước rồi!!!

Tiếp theo, ta sẽ xét xem khi nào thì một điểm trên vùng giao thoa dao động với biên độ cực đại? Khi nào dao động với biên độ cực tiểu?

#### 4. Vị trí cực đại và cực tiểu giao thoa

Để hiểu một cách tổng quát, trước hết, ta xét trường hợp hai nguồn lệch pha nhau bất kì, sau đó xét các trường hợp hay gặp là cùng pha, ngược pha.

##### 4.1. Trường hợp hai nguồn lệch pha nhau bất kì

- Vị trí cực đại giao thoa là vị trí mà phần tử tại đó dao động với biên độ cực đại.
- Vị trí cực tiểu giao thoa là vị trí mà phần tử tại đó dao động với biên độ cực tiểu (bằng 0).
- Để xác định vị trí cực đại và cực tiểu giao thoa, ta có hai cách xác định:

**Cách thứ nhất: Sử dụng công thức biên độ sóng tại một điểm bất kì, tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biên độ**

Vị trí cực tiểu giao thoa

Ta có

$$A_M = 2a \left| \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\right) \right| \geq 0$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z}$$

Như vậy, vị trí cực tiểu giao thoa được xác định thông qua

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z}$$

Vị trí cực đại giao thoa

Ta có

$$A_M = 2a \left| \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\right) \right| \leq 2a$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{aligned} \left| \cos \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right) \right| = 1 &\Leftrightarrow \cos^2 \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right) = 1 \\ &\Leftrightarrow 1 - \cos^2 \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sin^2 \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Như vậy, vị trí cực đại giao thoa được xác định thông qua

$$d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z}$$

**Cách thứ hai: Xét độ lệch pha của hai sóng từ nguồn truyền tới điểm M**

Điểm M bất kì dao động với biên độ cực đại khi sóng tới từ 2 nguồn đến điểm M ( $u_{M_1}$  và  $u_{M_2}$ ) dao động cùng pha; dao động với biên độ cực tiểu khi sóng tới từ 2 nguồn đến điểm M dao động ngược pha.

Độ lệch pha giữa hai sóng tới tại M ( $u_{M_1}$  và  $u_{M_2}$ ) là

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 + \frac{2\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}$$

**Vị trí cực tiểu giao thoa**

Để M là một cực tiểu giao thoa, thì sóng tới từ 2 nguồn đến điểm M ( $u_{M_1}$  và  $u_{M_2}$ ) dao động ngược pha.

Để  $u_{M_1}$  và  $u_{M_2}$  dao động ngược pha thì  $\Delta\varphi = \pi + k2\pi$ , tương đương

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{2\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

tức là

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z}$$

**Vị trí cực đại giao thoa**

Để M là một cực đại giao thoa, thì sóng tới từ 2 nguồn đến điểm M ( $u_{M_1}$  và  $u_{M_2}$ ) dao động cùng pha.

Để  $u_{M_1}$  và  $u_{M_2}$  dao động cùng pha thì  $\Delta\varphi = k2\pi$ , tương đương  $\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{2\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ,

tức là

$$d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z}$$

**Chú ý:**

Hai nguồn cố định và hai nguồn cách nhau một khoảng không đổi. Mặt khác, vị trí cực đại giao thoa thỏa mãn

$$d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z}$$

và vị trí cực tiểu giao thoa thỏa mãn

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra, ứng với một giá trị  $k$ , ta sẽ có  $d_2 - d_1$  không đổi.

Như vậy, theo định nghĩa đường Hypebol, tập hợp các điểm M thỏa mãn  $d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda$  hoặc

$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda$  đều là đường Hypebol.

Các đường Hypebol này nhận  $S_1, S_2$  làm tiêu điểm.

**Hypebol cực đại**

Hypebol ứng với  $d_2 - d_1 = k\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda$  gọi là Hypebol cực đại. Các đường nét liền là các đường Hypebol cực đại.

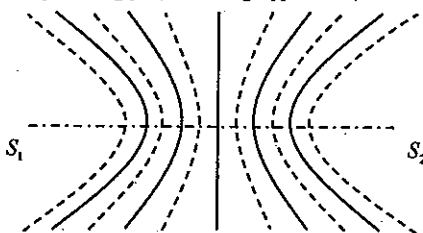
- $k = 0$  là cực đại bậc 0 (cực đại trung tâm).
- $k = \pm 1$  là cực đại bậc 1.
- $k = \pm 2$  là cực đại bậc 2.
- ...
- $k = \pm n$  là cực đại bậc  $n$ .

**Hypebol cực tiểu**

Hypebol ứng với  $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}\lambda$  gọi là Hypebol cực tiểu. Các đường nét đứt là các đường Hypebol cực tiểu.

- $k = 0; -1$  là cực tiểu thứ nhất.
- $k = 1; -2$  là cực tiểu thứ hai.
- $k = 2; -3$  là cực tiểu thứ ba.
- ...
- $k = (n - 1); -n$  là cực tiểu thứ  $n$ .

Ví dụ, trong trường hợp hai nguồn cùng pha, các đường Hypebol được mô tả bằng hình vẽ dưới đây:



**4.2. Trường hợp hai nguồn cùng pha**

Trường hợp hai nguồn cùng pha chính là trường hợp tổng quát bên trên khi thay  $\varphi_2 - \varphi_1 = m2\pi$ , với  $m$  nguyên.

Vị trí cực tiểu giao thoa

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda + m\lambda = \left(k + m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$d_2 - d_1 = \left(k' + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad k' \in \mathbb{Z}$$

Tức là tại những điểm có hiệu  $d_2 - d_1$  bằng số bán nguyên lần bước sóng.

Vị trí cực đại giao thoa

$$d_2 - d_1 = k\lambda + m\lambda = (k + m)\lambda$$

$$d_2 - d_1 = k'\lambda, \quad k' \in \mathbb{Z}$$

Tức là tại những điểm có hiệu  $d_2 - d_1$  bằng số nguyên lần bước sóng.

**4.3. Trường hợp hai nguồn ngược pha**

Trường hợp hai nguồn cùng pha chính là trường hợp tổng quát bên trên khi thay  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi + m2\pi$ , với  $m$  nguyên.

Vị trí cực tiểu giao thoa

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda + \frac{\pi + m2\pi}{2\pi} \lambda = (k + m + 1) \lambda$$

$$d_2 - d_1 = k' \lambda, k' \in \mathbb{Z}$$

Tức là tại những điểm có hiệu  $d_2 - d_1$  bằng số nguyên lần bước sóng.

Vị trí cực đại giao thoa

$$d_2 - d_1 = k \lambda + \frac{\pi + m2\pi}{2\pi} \lambda = \left(k + m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$d_2 - d_1 = \left(k' + \frac{1}{2}\right) \lambda, k' \in \mathbb{Z}$$

Tức là tại những điểm có hiệu  $d_2 - d_1$  bằng số bán nguyên lần bước sóng.

## IV. Sóng dừng

### 1. Khái niệm sóng phản xạ

Sóng do nguồn phát ra lan truyền trong môi trường khi gặp vật cản thì bị phản xạ và truyền ngược trở lại theo phương cũ. Sóng truyền ngược lại sau khi gặp vật cản gọi là sóng phản xạ.

### 2. Đặc điểm của sóng phản xạ

- Sóng phản xạ có cùng biên độ, tần số với sóng tới.
- Sóng phản xạ có dấu ngược với sóng tới (ngược pha với sóng tới) ở điểm phản xạ nếu đầu phản xạ cố định.
- Sóng phản xạ cùng dấu với sóng tới (cùng pha với sóng tới) ở điểm phản xạ nếu đầu phản xạ tự do.

### 3. Khái niệm về sóng dừng

- Sóng dừng là trường hợp đặc biệt của giao thoa sóng, trong đó có sự giao thoa giữa sóng tới và sóng phản xạ.
- Những điểm tăng cường lẫn nhau gọi là *bụng sóng* (những điểm có biên độ dao động cực đại), những điểm triệt tiêu lẫn nhau gọi là *nút sóng* (những điểm có biên độ dao động cực tiểu - không dao động).

### 4. Phương trình sóng dừng

#### 4.1. Trường hợp 1 đầu dao động nhỏ, 1 đầu cố định

Xét sóng dừng trên một sợi dây. Đầu  $P$  của dây được kích thích dao động nhỏ (được coi là nút), đầu còn lại  $Q$  được gắn cố định. Cho đầu  $P$  của dây dao động liên tục thì sóng tới và sóng phản xạ liên tục gặp nhau, và giao thoa với nhau vì chúng là các sóng kết hợp.

Gọi  $d$  là khoảng cách giữa một điểm  $M$  bất kì trên dây và điểm cố định  $Q$ .

Bây giờ, ta sẽ xét khi đầu  $P$  dao động thì phương trình dao động của điểm  $M$  được xác định bởi biểu thức nào?

Để biết được phương trình dao động của  $M$ , ta cần biết được các phương trình sóng truyền tới  $M$ , sau đó tổng hợp lại là được phương trình sóng tại điểm  $M$ .

Bình thường, với lối suy nghĩ tự nhiên ta sẽ giả sử phương trình sóng tại đầu dao động  $P$  là  $u = a \cos(\omega t)$ . Sóng này truyền tới điểm  $M$  trên dây, và truyền tới đầu cố định  $Q$ . Tại đầu cố định  $Q$ , sóng bị phản xạ ngược trở lại và sóng phản xạ truyền đến  $M$ . Tại  $M$  là sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ, nên ta sẽ viết được phương trình sóng tại  $M$ .

Giả sử khoảng cách giữa  $PQ$  là  $l$ . Phương trình sóng tại  $M$  do nguồn  $P$  truyền đến là

$$u_{PM} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi PM}{\lambda}\right) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi(l-d)}{\lambda}\right)$$



Phương trình sóng tại  $Q$  do nguồn  $P$  truyền đến là

$$u_{PQ} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng phản xạ tại  $Q$  là

$$u'_{Q} = -a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right) = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} + \pi \right)$$

Phương trình sóng phản xạ truyền tới  $M$  là

$$u'_{QM} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} + \pi - \frac{2\pi QM}{\lambda} \right) = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} + \pi - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng tại  $M$  là

$$\begin{aligned} u_M &= u_{PM} + u'_{QM} \\ &= a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi(l-d)}{\lambda} \right) + a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} + \pi - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \\ &= a \left[ \cos \left( \omega t - \frac{2\pi(l-d)}{\lambda} \right) + \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} + \pi - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \right] \\ &= 2a \cos \left( \frac{\omega t}{2} - \frac{\pi(l-d)}{\lambda} - \frac{\omega t}{2} + \frac{\pi l}{\lambda} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi d}{\lambda} \right) \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(l-d)}{\lambda} - \frac{\pi l}{\lambda} - \frac{\pi d}{\lambda} \right) \\ &= 2a \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi l}{\lambda} \right) \\ &= 2a \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi l}{\lambda} \right). \end{aligned}$$

Từ phương trình sóng tại  $M$  ta suy ra một số kết quả quan trọng sau đây.

**Biên độ của điểm  $M$  trên dây cách đầu cố định  $Q$  một khoảng  $d$**

$$A_M = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

**Điều kiện để có sóng dừng trên dây**

Vì đầu  $P$  dao động nhỏ, được coi là nút, nên tại đầu  $P$  có  $A = 0$ . Cho  $M$  trùng với  $P$  thì ta có  $d = l$  và khi đó do biên độ bằng 0 nên

$$0 = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 2a \left| \sin \frac{2\pi l}{\lambda} \right| \Rightarrow \sin \frac{2\pi l}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi l}{\lambda} = k\pi \Rightarrow l = k \frac{\lambda}{2}$$

Trong đó  $k = 1, 2, 3, \dots$  Vậy điều kiện để có sóng dừng trên dây với hai đầu cố định là chiều dài dây phải bằng số nguyên lần nửa bước sóng.

**Vị trí điểm bụng**

Ta có  $A_M = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| \leq 2a$  nên điểm  $M$  dao động với biên độ cực đại khi đẳng thức xảy ra, tức là

$$\begin{aligned} \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 1 &\Rightarrow \cos \frac{2\pi d}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \Rightarrow d_{\text{bụng}} &= \frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2} = \left( k + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

Trong đó  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  Lúc này, các điểm bụng cách đầu cố định một khoảng bằng số bán nguyên lần nửa bước sóng.

Vị trí điểm nút

Ta có  $A_M = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| \geq 0$  nên điểm  $M$  dao động với biên độ cực tiểu khi đẳng thức xảy ra, tức là

$$\left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 0 \Rightarrow \sin \frac{2\pi d}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = k\pi \Rightarrow d_{\text{nút}} = k \frac{\lambda}{2}$$

Trong đó  $k = 1, 2, 3, \dots$  Lúc này, các điểm nút cách đầu cố định một khoảng bằng số nguyên lần nửa bước sóng.

4.2. Trường hợp 1 đầu dao động nhỏ, 1 đầu tự do

Thực nghiệm chứng tỏ đầu tự do là bụng sóng. Sóng phản xạ tại đầu tự do cùng pha với sóng tới.

Giả sử khoảng cách giữa  $PQ$  là  $l$ . Phương trình sóng tại  $M$  do nguồn  $P$  truyền đến là

$$u_{PM} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi PM}{\lambda} \right) = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi (l-d)}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng tại  $Q$  do nguồn  $P$  truyền đến là

$$u_{PQ} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng phản xạ tại  $Q$  là

$$u'_{Q} = u_{PQ} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng phản xạ truyền tới  $M$  là

$$u'_{QM} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} - \frac{2\pi QM}{\lambda} \right) = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng tại  $M$  là

$$\begin{aligned} u_M &= u_{PM} + u'_{QM} \\ &= a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi (l-d)}{\lambda} \right) + a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \\ &= a \left[ \cos \left( \omega t - \frac{2\pi (l-d)}{\lambda} \right) + \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \right] \\ &= 2a \cos \left( \frac{\omega t}{2} - \frac{\pi (l-d)}{\lambda} - \frac{\omega t}{2} + \frac{\pi l}{\lambda} + \frac{\pi d}{\lambda} \right) \cos \left( \omega t - \frac{\pi (l-d)}{\lambda} - \frac{\pi l}{\lambda} - \frac{\pi d}{\lambda} \right) \\ &= 2a \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right) \end{aligned}$$

Từ phương trình sóng tại  $M$  ta suy ra một số kết quả quan trọng sau đây.

Biên độ của điểm  $M$  trên dây cách đầu tự do  $Q$  một khoảng  $d$

$$A_M = 2a \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

Điều kiện để có sóng dừng trên dây

Vì đầu  $P$  dao động nhỏ, được coi là nút, nên tại đầu  $P$  có  $A = 0$ . Cho  $M$  trùng với  $P$  thì ta có  $d = l$  và khi đó do biên độ bằng 0 nên

$$0 = 2a \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 2a \left| \cos \frac{2\pi l}{\lambda} \right| \Rightarrow \cos \frac{2\pi l}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow l = \frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2}$$

Trong đó  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  Ta có thể viết lại dưới dạng

$$l = \frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{4} = m \frac{\lambda}{4}$$

với  $m$  là số lẻ.

Vậy điều kiện là dài dây phải bằng số lẻ lần một phần tư bước sóng.

**Vị trí điểm bụng**

Ta có  $A_M = 2a \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right| \leq 2a$  nên điểm  $M$  dao động với biên độ cực đại khi đẳng thức xảy ra, tức là

$$\left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 1 \Rightarrow \sin \frac{2\pi d}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = k\pi \Rightarrow d_{\text{bụng}} = k \frac{\lambda}{2}$$

Trong đó  $k = 1, 2, 3, \dots$  Lúc này, các điểm bụng cách đầu tự do một khoảng bằng số nguyên lần nửa bước sóng.

**Vị trí điểm nút**

Ta có  $A_M = 2a \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right| \geq 0$  nên điểm  $M$  dao động với biên độ cực tiểu khi đẳng thức xảy ra, tức là

$$\left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 0 \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow d_{\text{nút}} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$$

Trong đó  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  Lúc này, các điểm nút cách đầu cố định một khoảng bằng số bán nguyên lần nửa bước sóng.

**4.3. Nhận xét quan trọng**

Dưới đây là các nhận xét rất quan trọng để trả lời các câu hỏi lí thuyết cũng như làm các bài tập liên quan đến sóng dừng, bạn đọc nên lưu ý kĩ!

Khi có sóng dừng trên dây, ta có các nhận xét sau đây.

**Nhận xét về khoảng cách giữa bụng và nút**

- Khoảng cách giữa hai bụng hoặc hai nút liên kế là  $\frac{\lambda}{2}$ . Điều này có thể giải thích đơn giản bằng cách thay  $k$  của các biểu thức  $d$  bởi  $m$  và  $m + 1$  rồi lấy  $d(m + 1) - d(m)$  thì ta luôn có kết quả  $\frac{\lambda}{2}$ .
- Khoảng cách giữa nút và bụng liên kế là  $\frac{\lambda}{4}$ .
- Khoảng cách giữa nút và bụng bất kì trên dây là  $k \frac{\lambda}{4}$ .
- Khoảng cách giữa hai bụng bất kì hoặc giữa hai nút bất kì trên dây là  $k \frac{\lambda}{2}$ .

**Nhận xét về biên độ của các điểm trên dây**

◦ Trường hợp 2 đầu cố định

Biên độ của điểm  $M$  trên dây cách đầu cố định  $Q$  một khoảng  $d$  được xác định bởi

$$A_M = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

Vì khoảng cách giữa các nút bất kì trên dây là  $k \frac{\lambda}{2}$  nên ta có  $d = k \frac{\lambda}{2} + x$  trong đó  $x$  là khoảng cách từ nút đến điểm  $M$ . Khi đó ta có

$$\begin{aligned} A_M &= 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 2a \left| \sin \frac{2\pi \left(k \frac{\lambda}{2} + x\right)}{\lambda} \right| = 2a \left| \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda} + k\pi \right) \right| = 2a \left| (-1)^k \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right| \\ &\Rightarrow A_M = 2a \left| \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right| \end{aligned}$$

Từ đó suy ra, biên độ của điểm  $M$  trên dây trong trường hợp hai đầu cố định có thể tính được khi biết khoảng cách  $x$  giữa một nút bất kì và điểm  $M$ .

◦ Trường hợp 1 đầu cố định 1 đầu tự do

Biên độ của điểm  $M$  trên dây cách đầu tự do  $Q$  một khoảng  $d$  được xác định bởi

$$A_M = 2a \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

Vì khoảng cách giữa các bụng bất kì trên dây là  $k\frac{\lambda}{2}$  nên ta có  $d = k\frac{\lambda}{2} + x$  trong đó  $x$  là khoảng cách từ bụng đến điểm  $M$ . Khi đó ta có

$$A_M = 2a \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = 2a \left| \cos \frac{2\pi \left(k\frac{\lambda}{2} + x\right)}{\lambda} \right| = 2a \left| \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} + k\pi\right) \right| = 2a \left| (-1)^k \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \right|$$

$$\Rightarrow A_M = 2a \left| \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \right|$$

Từ đó suy ra, biên độ của điểm  $M$  trên dây trong trường hợp 1 đầu cố định, 1 đầu tự do có thể tính được khi biết khoảng cách  $x$  giữa một bụng bất kì và điểm  $M$ .

Ngoài ra, từ biểu thức biên độ, ta còn có các nhận xét sau đây:

- Biên độ của bụng là  $2a$ .
- Bề rộng của bụng là  $4a$ .

**Nhận xét về pha của các điểm trên dây**

- Các điểm nằm trong cùng một bó sóng thì luôn dao động cùng pha.

Chứng minh

Xét trường hợp hai đầu cố định.

Xét tất cả các điểm thuộc một bó sóng cách đầu cố định một khoảng  $d$  với

$$n\frac{\lambda}{2} < d < (n+1)\frac{\lambda}{2}$$

Ở đây  $n = 0, 1, 2, \dots$  ( $n = 0$  là ứng với bó sóng thứ nhất tính từ đầu cố định,  $n = 1$  là bó sóng thứ hai, ...). Với mỗi điểm cách đầu cố định một khoảng  $d$ ,  $n\frac{\lambda}{2} < d < (n+1)\frac{\lambda}{2}$  thì có phương trình dao động là

$$u = 2a \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi l}{\lambda} \right)$$

Nếu  $n$  chẵn thì với mọi  $n\frac{\lambda}{2} < d < (n+1)\frac{\lambda}{2}$ , ta có

$$n\pi < \frac{2\pi d}{\lambda} < (n+1)\pi$$

Vì  $n$  chẵn nên dựa vào đường tròn lượng giác trong Toán học, ta có góc  $\frac{2\pi d}{\lambda}$  thuộc góc phần tư thứ nhất và thứ hai, khi đó  $\sin \frac{2\pi d}{\lambda} > 0$ . Tức là với mọi điểm thuộc bó sóng đều có  $\sin \frac{2\pi d}{\lambda} > 0$ , có nghĩa là pha của các điểm đó đều là  $\left( \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi l}{\lambda} \right)$ , suy ra chúng luôn cùng pha.

Nếu  $n$  lẻ thì ta có góc  $\frac{2\pi d}{\lambda}$  thuộc góc phần tư thứ ba và thứ tư, khi đó  $\sin \frac{2\pi d}{\lambda} < 0$ . Tức là với mọi điểm thuộc bó sóng đều có  $\sin \frac{2\pi d}{\lambda} < 0$ , có nghĩa là pha của các điểm đó đều là  $\left( \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi l}{\lambda} + \pi \right)$ , suy ra chúng luôn cùng pha.

Trong trường hợp 1 đầu là nút, 1 đầu là bụng, ta lập luận và chứng minh tương tự như trên, xin dành cho bạn đọc.

Như vậy, ta đã có điều phải chứng minh. ■

Với tư tưởng như trên, ta hoàn toàn có thể chứng minh được các nhận xét tiếp theo dưới đây.

- Các điểm nằm trong 2 bó liên kế luôn dao động ngược pha.
- Các điểm đối xứng nhau qua bụng thì luôn cùng pha. Tức là nếu sóng dừng trên dây có  $n$  bó sóng, ta đánh số 1, 2, 3, ...,  $n$  cho các bó sóng thì các bó có số chẵn sẽ cùng pha với nhau, các bó có số lẻ sẽ cùng pha với nhau.
- Các điểm đối xứng nhau qua một nút thì luôn dao động ngược pha. Ví dụ, các điểm thuộc 2 bó sóng liên kế sẽ dao động ngược pha với nhau.

**Nhận xét về vấn đề dây dẫn thẳng**

Dây dẫn thẳng khi tất cả các điểm trên dây có li độ dao động  $u = 0$ .

Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp sợi dây dẫn thẳng là khoảng thời gian vật đi từ  $u = 0$  đến biên rồi trở về  $u = 0$ , hết thời gian  $\frac{T}{2}$ .

Khoảng thời gian giữa  $n$  lần liên tiếp sợi dây dẫn thẳng là

$$(n - 1) \frac{T}{2}$$

**Nhận xét về tốc độ truyền âm và vận tốc dao động**

Cần phân biệt giữa khái niệm tốc độ truyền sóng và vận tốc dao động của một phần tử trên dây.

Tốc độ truyền sóng được xác định bởi  $v = \frac{\lambda}{T}$  còn vận tốc dao động của một phần tử trên dây là đạo hàm của li độ dao động của phần tử đó.

## V. Sóng âm

### 1. Khái niệm

- *Sóng âm* là những sóng cơ học lan truyền trong môi trường rắn, lỏng, khí,...

- Một vật dao động phát ra âm gọi là *nguồn âm*. Tần số của âm phát ra bằng tần số dao động của nguồn âm.

- *Âm nghe được* là những âm có tác dụng làm cho màng nhĩ trong tai ta dao động, gây ra cảm giác âm. Người ta còn dùng thuật ngữ *âm thanh* để chỉ âm mà ta nghe được.

- Trong chất khí và chất lỏng, sóng âm là sóng dọc vì trong các chất này lực đàn hồi chỉ xuất hiện khi có biến dạng nén, dãn.

- Trong chất rắn, sóng âm gồm cả sóng ngang và sóng dọc, vì lực đàn hồi xuất hiện cả khi có biến dạng lệch và biến dạng nén, dãn.

- Sóng âm không truyền được trong chân không.

### 2. Những đặc trưng vật lí của âm

#### 2.1. Tần số âm

Tần số âm là tần số dao động của âm mà tai người bình thường có giới hạn trong khoảng từ 16 Hz đến 20 000 Hz.

#### 2.2. Tốc độ truyền âm

Tốc độ truyền âm phụ thuộc vào tính đàn hồi, mật độ phần tử và nhiệt độ của môi trường.

Tốc độ truyền âm giảm dần trong các môi trường rắn, lỏng, khí.

#### 2.3. Năng lượng âm

Sóng âm mang theo năng lượng tỉ lệ với bình phương biên độ.

#### 2.4. Cường độ âm

Cường độ âm  $I$  tại một điểm là đại lượng đo bằng lượng năng lượng mà sóng âm tải qua một đơn vị diện tích đặt tại điểm đó, vuông góc với phương truyền sóng trong một đơn vị thời gian.

$$I = \frac{P}{S}$$

Đơn vị cường độ âm là  $W/m^2$  hoặc  $J/(s.m^2)$

#### 2.5. Mức cường độ âm

Là đại lượng Vật lí xác định bởi

$$L = \lg \frac{I}{I_0}$$

Đơn vị: Ben (B). 1 B = 10 dB (đề xi ben).

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} \text{ (dB)}$$

$I_0$  là cường độ âm chuẩn,  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ .

### 3. Những đặc trưng sinh lí của âm

#### 3.1. Độ cao

Độ cao của âm là đặc trưng sinh lí phụ thuộc vào tần số của âm, âm có tần số càng lớn nghe càng cao, âm có tần số càng nhỏ nghe càng trầm.

#### 3.2. Độ to

- Độ to của âm là một khái niệm nói về đặc trưng sinh lí của âm gắn liền với với đặc trưng vật lí mức cường độ âm.
- Tuy nhiên ta không thể lấy mức cường độ âm làm số đo độ to của âm được.
- Độ to của âm phụ thuộc vào cường độ âm, mức cường độ âm và tần số của âm.

#### 3.3. Âm sắc

- Các nhạc cụ khác nhau phát ra các âm có cùng một độ cao nhưng tai ta có thể phân biệt được âm của từng nhạc cụ, đó là vì chúng có âm sắc khác nhau.
- Âm có cùng một độ cao do các nhạc cụ khác nhau phát ra có cùng một chu kì nhưng đồ thị dao động của chúng có dạng khác nhau.
- Vậy, âm sắc là một đặc trưng sinh lí của âm, giúp ta phân biệt âm do các nguồn khác nhau phát ra. Âm sắc có liên quan mật thiết với đồ thị dao động âm.

## B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Kiến thức về sóng cơ đã được trình bày rất chi tiết và cụ thể ở trong phần lí thuyết. Dưới đây là các ví dụ cụ thể minh họa, được phân theo dạng. Mỗi dạng sẽ có phương pháp làm cụ thể.

### 1. Bài tập đại cương sóng cơ

**Ví dụ 1:** Một sóng ngang có biểu thức truyền sóng trên phương  $x$  là  $u = 3 \cos(100\pi t - x)$  (cm), trong đó  $x$  tính bằng mét,  $t$  tính bằng giây. Tỷ số giữa tốc độ truyền sóng và tốc độ cực đại của phần tử vật chất môi trường là:

- A. 3.                      B.  $(3\pi)^{-1}$ .                      C.  $3^{-1}$ .                      D.  $2\pi$ .

Lời giải

Biểu thức tổng quát của sóng truyền trên trục  $Ox$  là

$$u = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Đối chiếu với biểu thức sóng ở đề bài  $u = 3 \cos(100\pi t - x)$  ta có

$$\begin{cases} \frac{2\pi x}{\lambda} = x \\ \omega = 100\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 2\pi \\ f = 50 \end{cases}$$

Vận tốc truyền sóng  $v = \lambda f = 100\pi$  (cm/s).

Tốc độ cực đại của phần tử vật chất của môi trường là  $u'_{\max} = 300\pi$  (cm/s)

Suy ra tỉ số giữa tốc độ truyền sóng và tốc độ cực đại của phần tử vật chất môi trường là

$$\frac{v}{u'_{\max}} = \frac{100\pi}{300\pi} = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

Chọn đáp án C.

**Ví dụ 2:** Sóng dọc trên một sợi dây dài lí tưởng với tần số 50Hz, vận tốc sóng là 200cm/s, biên độ sóng là 4cm. Tìm khoảng cách lớn nhất giữa 2 điểm A, B. Biết A, B nằm trên sợi dây, khi chưa có sóng lần lượt cách nguồn một khoảng là 20 cm và 42 cm.

- A. 32 cm.                      B. 14 cm.                      C. 30 cm.                      D. 22 cm.                      C

Lời giải



Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 4$  cm. Độ lệch pha giữa hai phần tử A và B là  $\Delta\varphi_{A,B} = 2\pi \frac{AB}{\lambda} = 11\pi$ .

Vậy  $u_A, u_B$  dao động ngược pha.

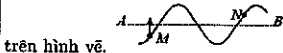
Do đó, khoảng cách AB lớn nhất khi A ở biên âm và B ở biên dương,  $d_{\max} = 22 + 2a = 30$  cm.

Đáp án C.

### 1. Bài toán sự truyền sóng

Để hiểu phương pháp làm bài toán sự truyền sóng, ta xét ví dụ cụ thể sau đây.

**Ví dụ 3:** Một sóng truyền theo phương AB. Tại một thời điểm nào đó, hình dạng sóng được biểu diễn



trên hình vẽ.

Biết rằng điểm M đang di lên vì trị cân bằng. Khi đó điểm N đang chuyển động như thế nào?

- A. Đang đi lên.                      B. Đang nằm yên.  
C. Không đủ điều kiện để xác định.                      D. Đang đi xuống.

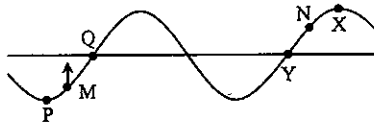
Lời giải

Phương pháp chung

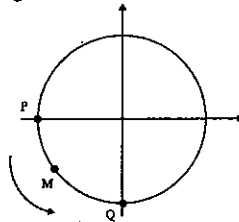
- Muốn biết được điểm N đang đi lên hay đi xuống, ta phải biết được chiều truyền sóng. Sau đó dựa vào *điểm bụng* và *điểm cân bằng gần N nhất* và *đường tròn*, ta sẽ xác định được điểm N đang đi lên hay đi xuống.
- Để xác định được chiều truyền sóng thì từ dữ kiện điểm M đang đi lên vị trí cân bằng và hình vẽ, ta dùng đường tròn xác định *điểm bụng* và *điểm cân bằng gần M nhất* xem điểm nào sớm pha hơn, từ đó suy ra chiều truyền sóng.

Cụ thể, ta có lời giải sau:

Tìm chiều truyền sóng

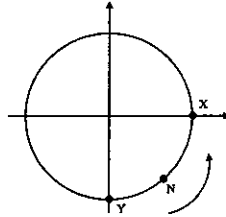


- Dựa vào hình vẽ, ta thấy điểm M đang ở vị trí có li độ âm và đang đi về vị trí cân bằng, do đó điểm M thuộc góc phần tư thứ 3 trên đường tròn.



- Từ đường tròn và dựa vào chiều dương của đường tròn (chiều dương là chiều ngược chiều kim đồng hồ) ta suy ra Q sớm pha hơn P (Q quét trước nên Q sớm pha hơn), tức là sóng truyền từ B đến A.

Xác định điểm N đang đi lên hay đi xuống?



Vì sóng truyền từ B đến A nên điểm biên gần N nhất là điểm X sẽ sớm pha hơn điểm cân bằng gần N nhất là điểm Y. Do đó, dựa theo chiều dương lượng giác của đường tròn thì điểm N phải thuộc góc phần tư thứ tư. Do vậy, điểm N đang đi lên.

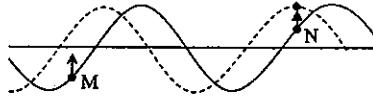
Chọn đáp án A.

**Nhận xét:** Để xác định chiều truyền sóng thì ta làm theo phương pháp như trên.

Sau khi xác định được chiều truyền sóng, để xác định xem một điểm đang đi lên hay đi xuống, thì ngoài cách đã trình bày bên trên, ta có cách khác nhanh hơn sau:

Vì sóng truyền từ B sang A nên hình ảnh sóng dịch sang trái như hình vẽ.





Từ hình vẽ ta thấy ngay điểm N đang đi lên.

**2. Bài toán liên quan đến độ lệch pha của hai phần tử môi trường**

**Ví dụ 4:** Cho nguồn phát sóng cơ học dao động điều hòa với phương trình  $u = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Xét hai điểm M và N nằm trên cùng một phương truyền sóng. Gọi điểm M cách nguồn một đoạn  $d_M$ , điểm N cách nguồn một đoạn  $d_N$ . Xác định độ lệch pha giữa hai điểm M và N.

Lời giải

Phương trình sóng tại điểm M và N cách nguồn những khoảng  $d_M$  và  $d_N$  là

$$u_M = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi d_M}{\lambda}\right)$$

$$u_N = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi d_N}{\lambda}\right)$$

Độ lệch pha giữa hai điểm M và N là

$$\Delta\varphi_{MN} = \left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi d_M}{\lambda}\right) - \left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi d_N}{\lambda}\right) = \frac{2\pi(d_N - d_M)}{\lambda}$$

Độ lớn lệch pha giữa hai điểm M và N là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta d}{\lambda}$$

Trong đó  $\Delta d$  là khoảng cách giữa hai điểm M và N.

**Ví dụ 5:** Một sóng cơ học lan truyền trên mặt thoáng chất lỏng nằm ngang với tần số 10Hz, tốc độ truyền sóng 1,2 m/s. Hai điểm M, N thuộc mặt thoáng, trên cùng một phương truyền sóng, cách nhau 26 cm (M nằm gần nguồn sóng hơn). Tại thời điểm t, điểm N hạ xuống thấp nhất. Khoảng thời gian ngắn nhất sau điểm M hạ xuống thấp nhất là:

- A.  $\frac{11}{120}$  (s).      B.  $\frac{1}{60}$  (s).      C.  $\frac{1}{120}$  (s).      D.  $\frac{1}{12}$  (s).

Lời giải

Để làm những bài toán dạng này, phương pháp chung là

- Xác định độ lệch pha giữa điểm M và điểm N. Xác định xem điểm nào sớm pha hơn.
- Từ đường tròn suy ra kết quả bài toán.

Quay trở lại bài toán, ta có:

Xác định độ lệch pha giữa M và N.

- Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$ . Độ lớn lệch pha giữa hai điểm M và N là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta d}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 26}{12} = 4\pi + \frac{\pi}{3}$$

Vì M nằm gần nguồn sóng hơn, nên điểm M dao động sớm pha hơn điểm N góc  $\frac{\pi}{3}$ .

Dùng đường tròn suy ra kết quả bài toán.

- Tại thời điểm t, điểm N hạ xuống thấp nhất tức là đang ở biên âm. Vì M sớm pha hơn N góc  $\frac{\pi}{3}$  nên

dựa vào đường tròn ta suy ra tại thời điểm t điểm M đi qua vị trí  $u = -\frac{A}{2}$  theo chiều âm.

- Dựa vào đường tròn, sau thời điểm  $t$  để  $M$  hạ xuống thấp nhất (ở biên âm) thì góc quét được trên đường tròn ứng với thời gian ngắn nhất  $M$  đi từ  $u = -\frac{A}{2}$  theo chiều âm đến biên âm là

$$\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{6} = \frac{5}{6f} = \frac{1}{12} \text{ s}$$

Chọn đáp án D.

**Ví dụ 6:** Một dao động lan truyền trong môi trường liên tục từ điểm  $M$  đến điểm  $N$  cách  $M$  một đoạn  $\frac{7\lambda}{3}$  (cm). Sóng truyền với biên độ  $A$  không đổi. Biết phương trình sóng tại  $M$  có dạng  $u_M = 3\cos 2\pi t$  ( $u_M$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng giây). Vào thời điểm  $t_1$  tốc độ dao động của phần tử  $M$  là  $6\pi$  (cm/s) thì tốc độ dao động của phần tử  $N$  là

A.  $3\pi$  (cm/s).      B.  $0,5\pi$  (cm/s).      C.  $4\pi$  (cm/s).      D.  $6\pi$  (cm/s).

**Lời giải**

Ta sẽ giải bài toán này theo phương pháp đã trình bày ở ví dụ trước.

Xác định độ lệch pha giữa  $M$  và  $N$ .

Độ lớn góc lệch pha giữa  $M$  và  $N$  là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta d}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \frac{7\lambda}{3}}{\lambda} = 4\pi + \frac{2\pi}{3}$$

Vì sóng truyền từ  $M$  đến  $N$  nên  $M$  sớm pha hơn  $N$  góc  $\frac{2\pi}{3}$ .

Dùng đường tròn suy ra kết quả bài toán.

Bài toán hỏi liên quan đến vận tốc nên ta sẽ dùng đường tròn của vật tốc. Biên độ vận tốc là  $v_0 = 3 \cdot 2\pi = 6\pi$  cm/s.

Dựa vào đường tròn, ta có tại thời điểm  $t_1$  thì  $v_M$  đang ở biên. Giả sử ở biên dương.

Vì  $M$  sớm pha hơn  $N$  góc  $\frac{2\pi}{3}$  nên từ đường tròn ta có  $v_N = -\frac{1}{2}v_0 = 3\pi$  và đang tăng. Do đó tốc độ lúc này là  $3\pi$  cm/s.

Cách 2:

Phương trình sóng tại  $N$ :

$$u_N = 3\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{7\lambda}{3}\right) = 3\cos\left(2\pi t - \frac{14\pi}{3}\right) = 3\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Vận tốc của phần tử  $M, N$  là

$$v_M = u'_M = -6\pi \sin 2\pi t$$

$$v_N = u'_N = -6\pi \sin\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = -6\left(\sin 2\pi t \cdot \cos \frac{2\pi}{3} - \cos 2\pi t \cdot \sin \frac{2\pi}{3}\right) = 3\pi \sin 2\pi t$$

Khi tốc độ của  $M$ :  $|v_M| = 6\pi$  (cm/s) thì  $|\sin(2\pi t)| = 1$

Khi đó tốc độ của  $N$ :  $|v_N| = 3\pi |\sin(2\pi t)| = 3\pi$  (cm/s).

Chọn đáp án A.



Trên đoạn  $MH$  ta có

$$OH \leq d \leq OM \Rightarrow 6,66\lambda \leq \frac{(2k+1)}{2}\lambda \leq 8\lambda \Rightarrow 6,16 \leq k \leq 7,5.$$

Vậy trên  $MH$  có 1 điểm thỏa mãn.

Trên đoạn  $NH$  ta có

$$OH \leq d \leq ON \Rightarrow 6,66\lambda \leq \frac{(2k+1)}{2}\lambda \leq 12\lambda \Rightarrow 6,16 \leq k \leq 11,5.$$

Vậy trên đoạn  $NH$  có 5 điểm thỏa mãn.

Tổng cộng có 6 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Chọn B.**

**Chú ý:** Bài này học sinh hay làm nhầm bằng việc cho P chạy trong đoạn MN rồi suy ra khoảng chạy của  $d$ . Tức là

$$OM \leq d \leq ON$$

Nếu dùng biểu thức trên thì ta chỉ tìm được 4 điểm. Sai lầm, bởi vì  $OM$  không phải là giá trị nhỏ nhất của  $d$ , mà đoạn hình chiếu vuông góc  $OH$  mới là giá trị nhỏ nhất của  $d$ .

## II. Bài tập giao thoa

### 1. Bài toán đại cương giao thoa sóng

#### 1.1. Phương pháp

Đối với những bài toán đại cương về giao thoa sóng, ta cần nhớ và nắm chắc những lí thuyết đã được trình bày rất chi tiết ở mục lí thuyết. Sau đây ta đi vào những ví dụ cụ thể.

#### 1.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Hai nguồn kết hợp A và B dao động trên mặt nước theo các phương trình:  $u_1 = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (cm);  $u_2 = 2\cos 100\pi t$ (cm). Khi đó trên mặt nước, tạo ra một hệ thống vân giao thoa. Quan sát cho thấy, vân bậc k đi qua điểm P có hiệu số  $PA - PB = 5$  (cm) và vân bậc  $(k + 1)$  (cùng loại với vân bậc k) đi qua điểm P' có hiệu số  $P'A - P'B = 9$  (cm). Tìm tốc độ truyền sóng trên mặt nước? Các vân nói trên là vân cực đại hay cực tiểu?

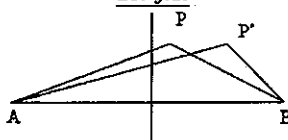
A. 150 cm/s, cực tiểu.

B. 180 cm/s, cực tiểu.

C. 250 cm/s, cực đại.

D. 200 cm/s, cực đại.

Lời giải



Đặt  $PA = d_1; PB = d_2, P'A = d_1'; P'B = d_2'$

Phương trình sóng truyền từ  $S_1$  và  $S_2$  truyền tới P

$$\begin{cases} u_{1M} = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = 2\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$$

Độ lệch pha của  $u_{1M}$  và  $u_{2M}$  là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d_2}{\lambda} = \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} - \frac{\pi}{2}$$

Điểm P dao động với biên độ cực tiểu nếu  $\Delta\varphi = \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} - \frac{\pi}{2} = (2k + 1)\pi$  (với k nguyên)

$$\Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k + \frac{3}{4}\right)\lambda = 5\text{cm} \quad (1)$$

$$\Rightarrow d_1' - d_2' = \left(k + 1 + \frac{3}{4}\right)\lambda = 9\text{cm} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $\lambda = 4\text{cm}$

Khi đó:  $k = 0, 5 \Rightarrow P$  không thể là điểm cực tiểu.

Điểm P dao động với biên độ cực đại khi  $\Delta\varphi = \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} - \frac{\pi}{2} = 2k\pi$  (với k nguyên)

$$\Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda = 5\text{cm} \quad (1)$$

$$\Rightarrow d_1' - d_2' = \left(k + 1 + \frac{1}{4}\right)\lambda = 9\text{cm} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) nên  $\lambda = 4\text{cm}$

Khi đó:  $k = 1 \Rightarrow P$  là điểm cực đại, suy ra  $P'$  cũng là điểm cực đại.

Tốc độ truyền sóng là  $v = \lambda.f = 200\text{cm/s}$ .

Chọn đáp án D.

Ví dụ 2: Hai nguồn kết hợp A, B cách nhau 45mm ở trên mặt thoáng chất lỏng dao động theo phương trình  $u_1 = u_2 = 2 \cos 100\pi t$  (mm). Trên mặt thoáng chất lỏng có hai điểm M và M' ở cùng một phía của đường trung trực của AB thỏa mãn:  $MA - MB = 15\text{mm}$  và  $M'A - M'B = 35\text{mm}$ . Hai điểm đó đều nằm trên các vân giao thoa cùng loại và giữa chúng chỉ có một vân loại đó. Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là:

- A. 0,5 cm/s.      B. 0,5 m/s.      C. 1,5 m/s.      D. 0,25 m/s.

Lời giải

Giả sử M và M' thuộc vân cực đại. Nếu M là vân cực đại bậc k thì M' sẽ là vân cực đại bậc k + 2 vì giữa M và M' có một vân cùng loại, tức là có một vân cực đại. Khi đó:

$$\begin{cases} MA - MB = 15\text{mm} = k\lambda \\ MA' - MB' = 35\text{mm} = (k + 2)\lambda \end{cases} \Rightarrow \frac{(k + 2)\lambda}{k\lambda} = \frac{35}{15} \Leftrightarrow k = 1,5$$

Vì k không phải số nguyên nên M và M' không phải là cực đại.

Giả sử M, M' thuộc vân cực tiểu. Khi đó

$$\begin{cases} MA - MB = 15\text{mm} = \frac{(2k + 1)\lambda}{2} \\ MA - MB = 35\text{mm} = \frac{[2(k + 2) + 1]\lambda}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2k + 5}{2k + 1} = \frac{7}{3} \Rightarrow k = 1.$$

Vậy M, M' thuộc vân cực tiểu thứ 2 và thứ 4. (Nếu bạn đọc không rõ, đọc lại phần lí thuyết).

Ta suy ra:

$$MA - MB = 15\text{mm} = \frac{(2k + 1)\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 10\text{mm} \Rightarrow v = \lambda f = 500\text{mm/s} = 0,5\text{m/s}$$

Đáp án B.

Ví dụ 3: Hai nguồn sóng kết hợp trên mặt thoáng chất lỏng dao động theo phương trình  $u_A = u_B = 4 \cos 10\pi t$  mm. Coi biên độ sóng không đổi, tốc độ truyền sóng  $v = 15\text{cm/s}$ . Hai điểm M1, M2 cùng nằm trên một elip nhận A, B làm tiêu điểm có  $AM_1 - BM_1 = 1\text{cm}$ ;  $AM_2 - BM_2 = 3,5\text{cm}$ . Tại thời điểm li độ của M1 là 3 mm thì li độ của M2 tại thời điểm đó là

- A. 3 mm.      B. - 3 mm.      C.  $-\sqrt{3}$  mm.      D.  $-3\sqrt{3}$  m.

Lời giải

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{15}{5} = 3\text{cm}$ .

Phương trình dao động tại 1 điểm nằm trên mặt nước cách 2 nguồn khoảng  $d_1, d_2$  là

$$u = 2a \cos \pi \left( \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \right) \cos \left( \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right)$$

Từ đó ta có phương trình sóng tại M1 là

$$\begin{aligned} u_{M_1} &= 2a \cos \pi \left( \frac{AM_1 - BM_1}{\lambda} \right) \cos \left( \omega t - \pi \frac{AM_1 + BM_1}{\lambda} \right) \\ &= 2a \cos \pi \left( \frac{1}{3} \right) \cos \left( \omega t - \pi \frac{AM_1 + BM_1}{\lambda} \right) \\ &= a \cos \left( \omega t - \pi \frac{AM_1 + BM_1}{\lambda} \right) \end{aligned}$$







**2. Bài toán điểm dao động với biên độ cực đại (cực tiểu) hoặc biên độ bất kì**

**2.1. Phương pháp**

Phương pháp chung giải bài toán tìm số điểm dao động trên một đoạn MN bất kì là *phương pháp chặn k*. Phương pháp này như sau:

**TH1: Với hai điểm M và N nằm cùng phía so với đường thẳng nối hai nguồn**

- Giả sử 1 điểm P bất kì thuộc MN thỏa mãn yêu cầu bài toán (là điểm cực đại hoặc cực tiểu), cách hai nguồn đoạn  $d_1$  và  $d_2$ .
- Tính hiệu khoảng cách từ hai nguồn đến điểm đó.  
 Tính bằng cách: Tính độ lệch pha của hai sóng truyền từ hai nguồn đến điểm đó. Điểm đó dao động với biên độ cực đại khi độ lệch pha là  $k2\pi$ , dao động với biên độ cực tiểu khi độ lệch pha là  $\pi + k2\pi$  với  $k \in \mathbb{Z}$ . Từ đó suy ra được hiệu khoảng cách  $d_2 - d_1$  theo  $k$ .
- Cho P chạy trong MN ta sẽ tìm được  $d_2 - d_1$  chạy trong khoảng nào, từ đó suy ra  $k$  chạy trong khoảng nào. Số giá trị của  $k$  chính là số điểm dao động với biên độ cực đại hoặc cực tiểu cần tính.

**TH2: Với hai điểm M và N nằm khác phía so với đường thẳng nối hai nguồn**

Lúc này, MN sẽ cắt đường thẳng nối hai nguồn. Giả sử MN cắt đường thẳng nối hai nguồn tại Q. Ta sẽ tìm số điểm dao động cực đại hoặc cực tiểu trên từng đoạn MQ, QN theo trường hợp 1, sau đó cộng lại. **Chú ý:** Nếu đoạn MN có điểm M hoặc điểm N hoặc cả hai điểm là nguồn, thì khi cho P chạy để tìm khoảng của  $k$ , ta không lấy dấu bằng khi điểm đó là nguồn.

Ta qua các ví dụ cụ thể để hiểu rõ phương pháp hơn.

**2.2. Ví dụ minh họa**

Ví dụ 1: Trên mặt nước có hai nguồn sóng nước giống nhau cách nhau  $AB = 8$  (cm). Sóng truyền trên mặt nước có bước sóng 1,2 (cm). Số đường cực đại đi qua đoạn thẳng nối hai nguồn là:

A. 11.                      B. 12.                      C. 13.                      D. 14.

Lời giải

Bài toán này là một bài toán rất cơ bản. Do A, B dao động cùng pha nên số đường cực đại đi qua AB thỏa mãn:

$$\frac{-AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$$

Đối với học sinh khá thì biểu thức trên rất dễ dàng. Nhưng bạn đang cầm cuốn sách này trên tay dành cho mọi đối tượng học sinh, vậy nên mình sẽ đi từ bản chất, theo phương pháp bên trên để suy ra công thức đó. Chứ không để bạn đọc nhớ công thức 1 cách máy móc!

Để tìm số đường dao động với biên độ cực đại đi qua AB thì ta sẽ tìm số điểm dao động với biên độ cực đại trên AB, vì ứng với 1 điểm dao động với biên độ cực đại sẽ có 1 đường cực đại đi qua.

Giả sử điểm P nằm trên AB dao động với biên độ cực đại, cách nguồn A đoạn  $d_1$  và cách nguồn B đoạn  $d_2$ . Vì hai nguồn cùng pha nên ta giả sử phương trình hai nguồn là

$$u_A = u_B = a \cos(\omega t).$$

Phương trình sóng tại P do hai nguồn truyền tới là

$$\begin{cases} u_{AP} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{BP} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = \left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) - \left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}$$

Vì P dao động với biên độ cực đại nên ta có

$$\Delta\varphi = k2\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$$

Bây giờ cho P chạy trong đoạn AB, chú ý không lấy nút bằng.

- Khi P tiến đến A thì  $d_1 = 0$  và  $d_2 = AB$ . Khi đó  $d_2 - d_1 = AB$ .
- Khi P tiến đến B thì  $d_2 = 0$  và  $d_1 = AB$ . Khi đó  $d_2 - d_1 = -AB$ .

Từ đó ta có  $-AB < d_2 - d_1 < AB$ , kết hợp với  $d_2 - d_1 = k\lambda$  ta được

$$\frac{-AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$$

Thay số ta có  $\frac{-8}{1,2} < k < \frac{8}{1,2} \Leftrightarrow -6,67 < k < 6,67$ . Số giá trị  $k$  có thể là  $\pm 6, \pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$

Vậy có 13 đường cực đại đi qua đoạn thẳng nối hai nguồn.

**Đáp án C.**

**Nhận xét:**

Từ lời giải bản chất vận dụng phương pháp bên trên, ta có thể làm cho bài toán hai nguồn lệch pha nhau bất kì.

Trong chương trình THPT, trường hợp hay gặp nhất là hai nguồn cùng pha và hai nguồn ngược pha. Sử dụng cách làm trên, ta hoàn toàn có thể suy ra các kết quả sau:

- Nếu hai nguồn cùng pha thì

- Số đường dao động cực đại đi qua đoạn thẳng nối hai nguồn là số giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn

$$\frac{-AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$$

- Số đường dao động cực tiểu đi qua đoạn thẳng nối hai nguồn là số giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn

$$\frac{-AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

- Nếu hai nguồn ngược pha thì

- Số đường dao động cực đại đi qua đoạn thẳng nối hai nguồn là số giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn

$$\frac{-AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

- Số đường dao động cực tiểu đi qua đoạn thẳng nối hai nguồn là số giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn

$$\frac{-AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$$

Ví dụ 2: Tại hai điểm A, B trên mặt chất lỏng cách nhau 10(cm) có hai nguồn phát sóng theo phương thẳng đứng với các phương trình :  $u_1 = 0,2 \cos(50\pi t) \text{cm}$  và  $u_2 = 0,2 \cos(50\pi t + \pi) \text{cm}$ . Vận tốc truyền sóng là 0,5 (m/s). Coi biên độ sóng không đổi. Xác định số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn thẳng AB ?

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

**Lời giải**

Nhìn vào phương trình ta thấy A, B là hai nguồn dao động ngược pha nên số điểm dao động cực đại là số giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn:

$$\frac{-AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

Ta có  $\lambda = 2 \text{cm}$ . Từ đó

$$\frac{-10}{2} - \frac{1}{2} < k < \frac{10}{2} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow -5,5 < k < 4,5.$$

Vậy có 10 điểm dao động với biên độ cực đại.

**Đáp án C.**

Ví dụ 3: Hai nguồn sóng cơ AB cách nhau dao động chậm nhẹ trên mặt chất lỏng, cùng tần số 100Hz, cùng pha theo phương vuông góc với mặt chất lỏng. Vận tốc truyền sóng 20m/s. Số điểm không dao động trên đoạn AB=1m là :

- A. 11 điểm . C. 10 điểm . D. 15 điểm .

Lời giải

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{100} = 0,2m$

Gọi số điểm không dao động trên đoạn AB là số giá trị của k, ta có:  $-\frac{1}{0,2} - \frac{1}{2} < k < \frac{1}{0,2} - \frac{1}{2}$

Suy ra  $-5,5 < k < 4,5$  vậy:  $k = -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$

Vậy có 10 điểm.

Đáp án C.

Ví dụ 4: Hai nguồn sóng cơ dao động cùng tần số, cùng pha. Quan sát hiện tượng giao thoa thấy trên đoạn AB có 5 điểm dao động với biên độ cực đại (kể cả A và B). Số điểm không dao động trên đoạn AB là:

- A. 6. C. 5. D. 2.

Lời giải

Trong hiện tượng giao thoa sóng trên mặt chất lỏng, hai nguồn dao động cùng pha thì trên đoạn AB, số điểm dao động với biên độ cực đại sẽ hơn số điểm không dao động là 1.

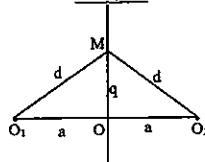
Do đó số điểm không dao động là 4 điểm.

Đáp án B.

Ví dụ 5: Trên mặt một chất lỏng, có hai nguồn sóng kết hợp  $O_1, O_2$  cách nhau  $l = 24cm$ , dao động theo cùng một phương với phương trình  $u_{O_1} = u_{O_2} = A \cos \omega t$  (t tính bằng s, A tính bằng mm). Khoảng cách ngắn nhất từ trung điểm O của  $O_1O_2$  đến các điểm nằm trên đường trung trực của  $O_1O_2$  dao động cùng pha với O bằng  $q = 9 cm$ . Số điểm dao động với biên độ bằng biên độ của O trên đoạn  $O_1O_2$  là:

- A. 18. B. 16. C. 20. D. 14.

Lời giải



Vì hai nguồn cùng pha nên các điểm thuộc trung trực dao động với biên độ cực đại (điểm O dao động với biên độ cực đại) nên để tìm số điểm dao động với biên độ bằng biên độ của O trên  $O_1O_2$  ta sẽ tìm số điểm dao động với biên độ cực đại trên  $O_1O_2$  (không kể O).

Phương trình dao động tại một điểm khi có giao thoa:  $u = 2A \cos \left( \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \right) \cos \left( \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right)$

Phương trình dao động tại O:  $u = 2A \cos \left( \omega t - \frac{2\pi a}{\lambda} \right)$  (với  $l = 2a$ )

Phương trình dao động tại M:  $u = 2A \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$

Độ lệch pha của M so với O:  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (d - a)$

M dao động cùng pha với O nên:  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (d - a) = 2k\pi \Rightarrow d - a = k\lambda$

Điểm M gần O nhất thì:  $k = 1 \Rightarrow \lambda = d - a = \sqrt{a^2 + q^2} - a = \sqrt{12^2 + 9^2} - 12 = 3$

Số cực đại trên  $O_1O_2$  :  $-\frac{l}{\lambda} \leq k \leq \frac{l}{\lambda} \Rightarrow -8 \leq k \leq 8$  : có 17 cực đại trên  $O_1O_2$  (kể cả O).

Vậy có 16 điểm dao động với biên độ bằng biên độ của điểm O .

Chọn đáp án B.

**Ví dụ 6:** Ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình  $u_A = 2 \cos 40\pi t$  và  $u_B = 2 \cos(40\pi t + \pi)$  ( $u_A$  và  $u_B$  tính bằng mm, t tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét hình vuông AMNB thuộc mặt thoáng chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn BN là:

- A. 7.                      B. 19.                      C. 12.                      D. 17.

Lời giải

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{30}{20} = 1,5$  cm.

Xét điểm C trên BN:  $AC = d_1$ ;  $BC = d_2$ . Vì hai nguồn ngược pha nên nếu giả sử điểm C dao động với biên độ cực đại, thì ta có

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + k\lambda = 0,75 + 1,5k$$

Cho C chạy trên NB.

- Khi C trùng N thì ta có

$$d_2 - d_1 = NB - AN = 20 - 20\sqrt{2}$$

- Khi C tiến đến B (không trùng B, vì B là nguồn) thì ta có

$$d_2 - d_1 = -AB = -20$$

Từ đó ta có

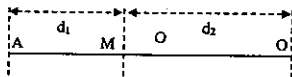
$$-20 < d_2 - d_1 \leq 20 - 20\sqrt{2} \Leftrightarrow -20 < 0,75 + 1,5k \leq 20 - 20\sqrt{2} \Leftrightarrow -13,89 < k \leq -6,02$$

Từ đó suy ra  $k = -13; -12; -11; -10; -9; -8; -7$ .

Vậy trên BN có 7 điểm dao động cực đại.

Chọn đáp án A.

**Ví dụ 7:** Trong thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn AB cách nhau 14,5 cm dao động ngược pha. Điểm M trên AB gần trung điểm O của AB nhất, cách O một đoạn 0,5 cm luôn dao động cực đại.



Số điểm dao động cực đại trên đường elip thuộc mặt nước nhận A, B làm tiêu điểm là:

- A. 26.                      B. 28.                      C. 18.                      D. 14.

Lời giải

Giả sử biểu thức của sóng tại A, B lần lượt là  $u_A = a \cos(\omega t)$ ;  $u_B = a \cos(\omega t + \pi)$

Xét điểm M trên AB với  $AM = d_1$ ;  $BM = d_2$ . Vì hai nguồn dao động ngược pha nên điểm M dao động với biên độ cực đại khi

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Điểm M gần O nhất ứng với  $d_1 = 6,75$  cm,  $d_2 = 7,75$  cm và với  $k = 0 \Rightarrow \lambda = 2$  cm

Vì mỗi đường cực đại cắt Elip tại hai điểm nên để tìm số điểm cực đại trên Elip thì ta sẽ đi tìm số đường

cực đại, hay đi tìm số điểm dao động với biên độ cực đại trên AB. Vì hai nguồn ngược pha nên số điểm dao động với biên độ cực đại trên AB là số giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn

$$-\frac{1}{2} - \frac{AB}{\lambda} < k < -\frac{1}{2} + \frac{AB}{\lambda} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} - \frac{14,5}{2} < k < -\frac{1}{2} + \frac{14,5}{2} \Leftrightarrow -7,75 < k < 6,75$$

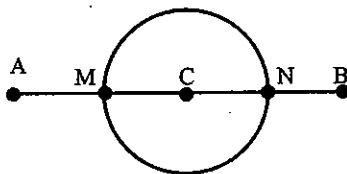
Có 14 giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn nên trên AB có 14 điểm dao động với biên độ cực đại. Do đó trên đường Elíp nhận A, B làm tiêu điểm có 28 điểm dao động với biên độ cực đại.

**Đáp án B.**

**Ví dụ 8:** Trên bề mặt chất lỏng hai nguồn dao động với phương trình tương ứng là:  $u_A = 3 \cos(10\pi t) \text{cm}$ ;  $u_B = 5 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$ . Tốc độ truyền sóng trên mặt thoáng chất lỏng là 50cm/s, cho điểm C trên đoạn AB và cách A, B tương ứng là 28cm, 22cm. Vẽ đường tròn tâm C bán kính 20cm, số điểm cực đại dao động trên đường tròn là:

A. 16.                      B. 2.                      C. 8.                      D. 4.

Lời giải



Bước sóng  $\lambda = 10 \text{ cm}$ .

Để tìm số điểm cực đại trên đường tròn tâm C ta sẽ tìm số điểm cực đại trên đoạn MN là đường kính của đường tròn.

Giả sử một điểm P dao động với biên độ cực đại nằm trên MN, cách A khoảng  $d_1$  và cách B khoảng  $d_2$ . Khi đó ta có

$$d_2 - d_1 = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \lambda + k\lambda = \frac{\pi}{2\pi} \lambda + k\lambda = \frac{\lambda}{6} + k\lambda = \frac{5}{3} + 10k$$

Cho P chạy trên MN ta có

$$\begin{cases} P \equiv M \Rightarrow d_2 - d_1 = MB - MA = (22 + 20) - (28 - 20) = 34 \\ P \equiv N \Rightarrow d_2 - d_1 = NB - NA = (22 - 20) - (28 + 20) = -46 \end{cases} \Rightarrow -46 \leq d_2 - d_1 \leq 34$$

Từ đó ta có

$$-46 \leq \frac{5}{3} + 10k \leq 34 \Leftrightarrow -4,77 \leq k \leq 3,23$$

Có 8 điểm dao động với biên độ cực đại trên MN, tức là có 8 đường cực đại qua MN. Mặt khác, M và N đều không phải là điểm dao động với biên độ cực đại (vì mút bằng của  $k$  không có giá trị nguyên), nên 8 đường đó sẽ cắt đường tròn tại 16 điểm.

**Đáp án A.**

**Ví dụ 9:** Ở mặt nước có hai nguồn sóng cơ A và B cách nhau 15 cm, dao động điều hòa cùng tần số, cùng pha theo phương vuông góc với mặt nước. Điểm M nằm trên AB, cách trung điểm O là 1,5 cm, là điểm gần O nhất luôn dao động với biên độ cực đại. Trên đường tròn tâm O, đường kính 15cm, nằm ở mặt nước có số điểm luôn dao động với biên độ cực đại là.

A. 18.                      B. 24.                      C. 16.                      D. 26.

Lời giải

Để tìm số điểm dao động với biên độ cực đại trên đường tròn, ta tìm số điểm dao động với biên độ cực đại trên AB.

Xét điểm M ta có  $d_2 = \frac{15}{2} + \frac{3}{2} = 9 \text{ cm}$ ;  $d_1 = \frac{15}{2} - \frac{3}{2} = 6 \text{ cm} \Rightarrow d_2 - d_1 = 3 \text{ cm}$ .

Hai nguồn cùng pha nên sóng tại M có biên độ cực đại khi  $d_2 - d_1 = k\lambda = 3 \text{ cm}$ .

Với điểm M gần O nhất luôn dao động với biên độ cực đại nên  $k = 1$ . Khi đó ta có:  $\lambda = 3 \text{ cm}$ .

Số điểm dao động với biên độ cực đại trên AB là số giá trị nguyên của  $k$  thỏa mãn

$$-\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda} \Leftrightarrow -\frac{15}{3} < k < \frac{15}{3} \Leftrightarrow -5 < k < 5$$

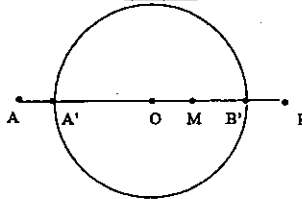
Có 9 giá trị của  $k$  nên có 9 đường cực đại qua AB. Mỗi đường cắt đường tròn tại hai điểm nên có 18 điểm dao động với biên độ cực đại trên đường tròn.

Đáp án A.

2.3. Tìm số điểm dao động với biên độ bất kì

Ví dụ 10: Ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn kết hợp A, B cách nhau 10 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình lần lượt là  $u_A = 3 \cos \left( 40\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$  (cm);  $u_B = 4 \cos \left( 40\pi t + \frac{2\pi}{3} \right)$  (cm). Cho biết tốc độ truyền sóng là 40 cm/s. Một đường tròn có tâm là trung điểm của AB, nằm trên mặt nước, có bán kính  $R$  với  $R = 4$  cm. Số điểm dao động với biên độ 5 cm có trên đường tròn là :  
 A. 30.                      B. 32.                      C. 34.                      D. 36.

Lời giải



Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 2$  (cm)

Xét điểm M trên A'B' :  $AM = d_1$ ;  $BM = d_2$

Sóng truyền từ A đến M có phương trình

$$u_{AM} = 3 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) = 3 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{6} - \pi d_1 \right)$$

Sóng truyền từ B đến M có phương trình

$$\begin{aligned} u_{BM} &= 4 \cos \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) = 4 \cos \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi(10 - d_1)}{\lambda} \right) \\ &= 4 \cos \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} + \pi d_1 - 10\pi \right) \\ &= 4 \cos \left( 10\pi t + \frac{2\pi}{3} + \pi d_1 \right) \end{aligned}$$

Phương trình sóng tổng hợp  $u_M = u_{AM} + u_{BM}$  có biên độ bằng 5 cm khi  $u_{AM}$  và  $u_{BM}$  vuông pha với nhau:

$$\frac{2\pi}{3} + \pi d_1 - \left( \frac{\pi}{6} - \pi d_1 \right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow d_1 = \frac{k}{2}$$

Cho M chạy trên đoạn A'B' ta có  $1 \leq d_1 = \frac{k}{2} \leq 9 \Rightarrow 2 \leq k \leq 18$ .

Như vậy trên A'B' có 17 điểm dao động với biên độ 5 cm trong đó có điểm A' và B'. Suy ra trên đường tròn tâm O bán kính  $R = 4$ cm có 32 điểm dao động với biên độ 5 cm.

Chọn đáp án B.

Ví dụ 11: Ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 10 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình  $u_A = 3 \cos 40\pi t$  và  $u_B = 4 \cos 40\pi t$  ( $u_A$  và  $u_B$  tính bằng mm, t tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét đường Parabol có đỉnh I nằm trên đường trung trực của AB cách O một đoạn 10 cm và đi qua A, B. Có bao nhiêu điểm dao động với biên độ bằng 5 mm trên cung AIB? Biết O là trung điểm của AB.  
 A. 13.                      B. 14.                      C. 26.                      D. 28.

Lời giải

Số điểm có biên độ bằng 5 mm nằm trên cung AIB bằng số điểm có biên độ bằng 5 mm nằm trên đường

thẳng nối hai nguồn.

Phương trình sóng do nguồn A gây ra tại điểm M, nằm trên đường thẳng chứa hai nguồn có dạng:

$$u_{AM} = 3 \cos \left( 40\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng do nguồn B gây ra tại điểm M, nằm trên đường thẳng chứa hai nguồn có dạng:

$$u_{BM} = 4 \cos \left( 40\pi t - \frac{2\pi(l-d)}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng tổng hợp do nguồn A, B gây ra tại điểm M là:

$$u_M = 3 \cos \left( 40\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) + 4 \cos \left( 40\pi t - \frac{2\pi(l-d)}{\lambda} \right) = a \cos(40\pi t + \varphi)$$

Với  $a = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \left( \frac{2\pi(l-d)}{\lambda} - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)}$ .

Để  $a = 5\text{mm}$  thì:  $\cos \left( \frac{2\pi(l-d)}{\lambda} - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi(l-d)}{\lambda} - \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

Thay:  $\lambda = 15\text{mm}$ ,  $l = 100\text{mm}$  và vì M nằm trên AB nên ta có  $0 < d < 100$ . Từ đó ta được

$$-13,8 < k < 12,83$$

Có 26 giá trị  $k$  nguyên thỏa mãn bất phương trình trên nên có 26 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C.

### 3. Bài toán điểm dao động lệch pha so với một điểm nào đó

#### 3.1. Phương pháp

Xét sự giao thoa của hai sóng đến từ hai nguồn.

Bài toán đặt ra là tìm số điểm trên đoạn MN cho trước dao động lệch pha so với một điểm nào đó (thường là nguồn). Phương pháp chung là

**TH1:** Với hai điểm M và N nằm cùng phía so với đường thẳng nối hai nguồn

- Giả sử 1 điểm P bất kì cách 2 nguồn một đoạn  $d_1, d_2$  và thuộc MN là điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.
- Viết phương trình dao động của M.
- Xác định điều kiện để điểm P lệch pha so với điểm đề bài yêu cầu dựa vào công thức tính độ lệch pha. Từ đó tính được  $d_2 - d_1$  theo  $k$ , với  $k$  nguyên.
- Cho P chạy trên MN sẽ tìm được khoảng chạy của  $d_2 - d_1$ , từ đó tìm được khoảng chạy của  $k$ . Số giá trị của  $k$  chính là số điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**TH2:** Với hai điểm M và N nằm khác phía so với đường thẳng nối hai nguồn

Lúc này, MN sẽ cắt đường thẳng nối hai nguồn. Giả sử MN cắt đường thẳng nối hai nguồn tại Q. Ta sẽ tìm số điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán trên từng đoạn MQ, QN theo trường hợp 1, sau đó cộng lại.

**Chú ý:** Nếu đoạn MN có điểm M hoặc điểm N hoặc cả hai điểm là nguồn, thì khi cho P chạy để tìm khoảng của  $k$ , ta không lấy dấu bằng khi điểm đó là nguồn.

Ta qua các ví dụ minh họa để hiểu rõ phương pháp.

#### 3.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Trên mặt nước có 2 nguồn sóng giống nhau A và B cách nhau 12 cm đang dao động vuông góc với mặt nước tạo ra sóng có bước sóng 1,6 cm. Điểm C cách đều 2 nguồn và cách trung điểm O của AB một khoảng 8 cm. Số điểm dao động ngược pha với nguồn trên đoạn CO là:

- A. 3.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 2.

Lời giải



Giả sử điểm P trên đoạn CO cách 2 nguồn khoảng  $d_1$  và  $d_2$ . Vì C cách đều hai nguồn nên CO là trung trực của AB. Do đó  $d_1 = d_2$ .

Giả sử phương trình sóng của hai nguồn là

$$u_A = u_B = a \cos(\omega t)$$

Phương trình sóng tại P do nguồn A và nguồn B truyền tới là

$$\begin{cases} u_{AP} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \\ u_{BP} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \end{cases}$$

Phương trình sóng tổng hợp tại P là

$$u_P = u_{AP} + u_{BP} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) + a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = 2a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

Vì P dao động ngược pha so với nguồn nên độ lệch pha bằng  $\pi + k2\pi$ , do đó ta có

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \omega t - \left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = \frac{2\pi d}{\lambda} \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = \pi + k2\pi \Rightarrow d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \\ \Delta\varphi = \pi + k2\pi \end{cases}$$

Cho P chạy trên CO thì ta có  $AO \leq d \leq AC$ . Từ đó

$$\frac{AB}{2} \leq (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$$

$$\text{Thay số ta được } 6 \leq (2k + 1)0,8 \leq 10 \Rightarrow 3,25 \leq k \leq 5,75 \Rightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 5 \end{cases}$$

Có 2 giá trị của  $k$  nên trên đoạn CO có 2 điểm dao động ngược pha với nguồn.

Chọn đáp án D.

**Nhận xét:** Từ bài toán này ta suy ra kết quả quan trọng sau:

Xét điểm M thuộc trung trực của đoạn nối hai nguồn, cách mỗi nguồn khoảng  $d$  thì

**Nếu hai nguồn cùng pha**

- M dao động cùng pha với nguồn khi  $d = k\lambda$
- M dao động ngược pha với nguồn khi  $d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$

**Nếu hai nguồn ngược pha**

- M dao động cùng pha với nguồn khi  $d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$
- M dao động ngược pha với nguồn khi  $d = k\lambda$

**4. Bài toán điểm dao động với biên độ cực đại (cực tiểu) đồng thời lệch pha so với một điểm nào đó**

**4.1. Phương pháp**

Xét sự giao thoa của hai sóng kết hợp. Bài toán đặt ra là tìm số điểm trên đoạn MN dao động với biên độ cực đại (cực tiểu) đồng thời lệch pha so với một điểm nào đó.

Thông thường, nhưng bài toán này sẽ cho hai nguồn có cùng biên độ. Phương pháp chung giải như sau

- Giả sử điểm P bất kì thuộc MN thỏa mãn yêu cầu bài toán, cách hai nguồn đoạn  $d_1$  và  $d_2$
- Viết phương trình sóng tổng hợp do hai nguồn truyền đến P
- Dựa vào phương trình sóng suy ra điều kiện  $d_2 - d_1$  theo  $k$  để thỏa mãn bài toán.
- Tìm khoảng chạy của  $d_2 - d_1$  suy ra khoảng chạy của  $k$ . Số giá trị  $k$  nguyên chính là số điểm cần tìm

Ta qua các ví dụ minh họa để hiểu rõ hơn.

**4.2. Ví dụ minh họa**

Ví dụ 1: Trên mặt nước tại hai điểm A, B có hai nguồn sóng kết hợp hai dao động cùng pha, lan truyền với bước sóng  $\lambda$ , khoảng cách  $AB = 11\lambda$ . Hỏi trên đoạn AB có mấy điểm cực đại dao động ngược pha với hai nguồn (không kể A, B)

A. 13.                      B. 23.                      C. 11.                      D. 21.

**Lời giải**

Giả sử nguồn dao động với phương trình  $u_A = u_B = a \cos \omega t$ .

Xét điểm M trên AB với  $AM = d_1$  và  $BM = d_2$ . Phương trình sóng tại M do A và B truyền tới là

$$u_{AM} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right), \quad u_{BM} = a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right)$$

Phương trình sóng tổng hợp tại M là

$$u_M = u_{AM} + u_{BM} = 2a \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right) \cos \left( \omega t - \frac{\pi (d_1 + d_2)}{\lambda} \right)$$

Từ đó ta có

$$u_M = 2a \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right) \cos (\omega t - 11\pi)$$

Dựa vào phương trình trên suy ra điểm M là điểm cực đại ngược pha với nguồn khi

$$\cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right) = -1 \Rightarrow \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} = k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = 2k\lambda$$

Cho M chạy trên AB ta được

$$-AB < d_2 - d_1 = 2k\lambda < AB \Leftrightarrow -\frac{AB}{2\lambda} < k < \frac{AB}{2\lambda} \Leftrightarrow -\frac{11\lambda}{2\lambda} < k < \frac{11\lambda}{2\lambda} \Leftrightarrow -5,5 < k < 5,5$$

Có 11 giá trị của  $k$  nên có 11 điểm cực đại và ngược pha với hai nguồn.

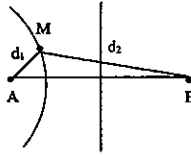
Chọn đáp án C.

Ví dụ 2: Ở mặt chất lỏng có hai nguồn sóng A, B cách nhau 19 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình là  $u_A = u_B = A \cos 20\pi t$  (với  $t$  tính bằng s). Tốc độ truyền sóng của mặt chất lỏng là 40 cm/s. Gọi M là điểm ở mặt chất lỏng gần A nhất sao cho phân tử chất lỏng tại M dao động với biên độ cực đại và cùng pha với nguồn A. Khoảng cách AM là

A. 5 cm.                      B. 2 cm.                      C. 4 cm.                      D.  $2\sqrt{2}$ cm.

**Lời giải**

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 4 \text{ cm}$



Xét điểm M cách 2 nguồn đoạn  $AM = d_1; BM = d_2$ . Phương trình sóng tại M là

$$u_M = a \cos \left( 20\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) + a \cos \left( 20\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right)$$

$$= 2a \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right) \cos \left( 20\pi t - \frac{\pi (d_1 + d_2)}{\lambda} \right)$$

Điểm M dao động với biên độ cực đại, cùng pha với nguồn A khi:

$$\begin{cases} \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} \right) = 1 \\ \frac{\pi (d_1 + d_2)}{\lambda} = 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_2 - d_1 = 2k'\lambda \\ d_2 + d_1 = 2k\lambda \end{cases} \Rightarrow d_1 = |k - k'| \lambda$$

Điểm M gần A nhất ứng với  $k - k' = 1 \Rightarrow d_{1 \min} = \lambda = 4 \text{ (cm)}$

Chọn đáp án C.

**Ví dụ 3:** Trên mặt chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp phát ra hai dao động  $u_1 = A \cos \omega t; u_2 = A \sin \omega t$  khoảng cách giữa hai nguồn là  $S_1 S_2 = 3,25\lambda$ . Hỏi trên đoạn  $S_1 S_2$  có mấy điểm cực đại dao động cùng pha với  $u_2$ ?

- A. 3 điểm.      B. 4 điểm.      C. 5 điểm.      D. 6 điểm.

Lời giải

Ta có 
$$\begin{cases} u_1 = A \cos \omega t \\ u_2 = A \sin \omega t = A \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

Xét điểm M trên  $S_1 S_2$ . Đặt  $S_1 M = d_1; S_2 M = d_2$ .

Khi đó

$$\begin{cases} u_{1M} = A \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) \\ u_{2M} = A \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \end{cases}$$

Phương trình tổng hợp tại M là

$$u_M = 2A \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left( \omega t - \frac{\pi (d_1 + d_2)}{\lambda} - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= 2A \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) \cos (\omega t - 3,5\pi)$$

$$= 2A \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= -2A \cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \omega t$$

Để cùng pha với  $u_2$  thì

$$\cos \left( \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi (d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = \left( 2k + \frac{3}{4} \right) \lambda$$

Cho điểm M chạy trên  $S_1S_2$  thì ta có

$$-S_1S_2 < d_2 - d_1 = \left(2k + \frac{3}{4}\right)\lambda < S_1S_2 \Leftrightarrow -3,25\lambda < \left(2k + \frac{3}{4}\right)\lambda < 3,25\lambda \Leftrightarrow -2 < k < 1,25$$

Có 3 giá trị của  $k$  nên có 3 điểm cực đại dao động cùng pha với  $u_2$

Chọn đáp án A.

Ví dụ 4: Hai nguồn phát sóng kết hợp A và B trên mặt chất lỏng dao động theo phương trình:  $u_A = a \cos 100\pi t$ ;  $u_B = b \cos 100\pi t$ . Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 1 m/s. I là trung điểm của AB. M là điểm nằm trên đoạn AI, N là điểm nằm trên đoạn IB. Biết  $IM = 5\text{cm}$  và  $IN = 6,5\text{cm}$ . Số điểm nằm trên đoạn MN có biên độ cực đại và cùng pha với I là:

- A. 7.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 6.

Lời giải

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$

Xét điểm C trên AB cách I khoảng  $IC = d$ . Chọn gốc tại I và chiều dương từ I đến B. Khi đó  $-5 \leq d \leq 6$ .

Phương trình sóng tại C do A và B truyền tới là

$$\begin{cases} u_{AC} = a \cos \left(100\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) = a \cos \left(100\pi t - \frac{2\pi \left(\frac{AB}{2} + d\right)}{\lambda}\right) = a \cos \left(100\pi t - \pi d - \frac{\pi AB}{2}\right) \\ u_{BC} = b \cos \left(100\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) = b \cos \left(100\pi t - \frac{2\pi \left(\frac{AB}{2} - d\right)}{\lambda}\right) = b \cos \left(100\pi t + \pi d - \frac{\pi AB}{2}\right) \end{cases}$$

Phương trình sóng tổng hợp tại C là

$$u_C = u_{AC} + u_{BC} = a \cos \left(100\pi t - \pi d - \frac{\pi AB}{2}\right) + b \cos \left(100\pi t + \pi d - \frac{\pi AB}{2}\right)$$

Phương trình sóng tại I ứng với  $d = 0$ , nên ta có

$$u_I = a \cos \left(100\pi t - \frac{\pi AB}{2}\right) + b \cos \left(100\pi t - \frac{\pi AB}{2}\right) = (a + b) \cos \left(100\pi t - \frac{\pi AB}{2}\right)$$

Vậy điểm I đang dao động với biên độ cực đại.

Để điểm C dao động với biên độ cực đại và cùng pha với I, thì dựa vào phương trình tổng hợp của I và C ta có điều kiện là

$$\pi d = k2\pi \Leftrightarrow d = 2k \Leftrightarrow -5 \leq 2k \leq 6 \Leftrightarrow -2,5 \leq k \leq 3$$

Có 6 giá trị của  $k$  thỏa mãn nên trên MN có 6 điểm có biên độ cực đại và cùng pha với I (tính cả I). Vậy có 5 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C.

## 5. Bài toán cực trị trong giao thoa

### 5.1. Phương pháp

Bài toán cực trị trong giao thoa là bài toán liên quan đến vị trí của các điểm cực đại, cực tiểu sao cho khoảng cách từ điểm đó đến một điểm khác, hoặc đến một đoạn nào đó là gần nhất (nhỏ nhất), xa nhất (lớn nhất).

Phương pháp chung là từ giả thiết của đề bài, biểu diễn các khoảng cách đó theo  $k$ . Sau đó chặn  $k$  và suy ra  $k$  để khoảng cách đó lớn nhất hay nhỏ nhất. Từ đó suy ra kết quả bài toán.

Trong bài toán dạng này, thường sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác để tính toán. Nếu bạn đọc quên, có thể xem lại ở phần bổ trợ kiến thức Toán. Ta sẽ xét những ví dụ minh họa để hiểu hơn.

### 5.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Tại hai điểm A và B trên mặt thoáng của chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp dao động cùng pha, với tần số 10 Hz. Coi biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền sóng. Biết tốc độ truyền sóng là  $v = 2 \text{ m/s}$  và  $AB = 100 \text{ cm}$ . Xét các điểm ở mặt chất lỏng nằm trên đường thẳng  $By$  vuông góc với  $AB$  tại B và dao động với biên độ cực đại, điểm cách B xa nhất và gần nhất lần lượt là bao nhiêu?

#### Lời giải

- Dễ thấy bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 20 \text{ cm}$ .
- Giả sử điểm  $P$  nằm trên  $By$  dao động với biên độ cực đại và cách nguồn A khoảng  $d_1 = AP$ , cách nguồn B khoảng  $d_2 = BP$ . Yêu cầu bài toán tương đương việc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của  $d_2$
- Vì hai nguồn cùng pha nên  $P$  dao động với biên độ cực đại khi

$$d_2 - d_1 = k\lambda$$

- Rõ ràng từ phương trình trên, ta chỉ cần tính  $k$  để  $d_2$  cực đại (cực tiểu) sau đó kết hợp với định lý Pitago  $d_1 = \sqrt{d_2^2 + AB^2}$ , giải hệ là bài toán được giải quyết.
- Bây giờ, ta sẽ đi tìm  $k$  để  $d_2$  cực đại, cực tiểu. Ta có

$$\begin{aligned} d_2 - d_1 = k\lambda < 0 &\Rightarrow d_2 - \sqrt{d_2^2 + AB^2} = k\lambda < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{AB^2}{d_2 + \sqrt{d_2^2 + AB^2}} = -k\lambda, \quad k < 0 \\ &\Rightarrow \frac{AB^2}{d_2 + \sqrt{d_2^2 + AB^2}} = |k|\lambda \end{aligned}$$

- Nếu  $d_2$  càng lớn thì vế trái càng nhỏ,  $|k|$  càng nhỏ. Tức là  $d_2$  lớn nhất khi  $|k|$  nhỏ nhất, hay  $P$  thuộc cực đại bậc nhỏ nhất.
- Nếu  $d_2$  càng nhỏ thì vế trái càng lớn,  $|k|$  càng lớn. Tức là  $d_2$  nhỏ nhất khi  $|k|$  lớn nhất, hay  $P$  thuộc cực đại bậc lớn nhất.

**Điểm cách B xa nhất:**

- $d_2$  lớn nhất khi  $P$  thuộc cực đại bậc nhỏ nhất.
- Với 2 nguồn cùng pha thì cực đại có bậc nhỏ nhất (không phải trung trực) là cực đại bậc 1. Do đó ta có

$$d_2 - d_1 = k\lambda = -1 \cdot 20 = -20$$

Mặt khác, theo Pitago thì

$$d_2^2 + AB^2 = d_1^2 \Rightarrow d_2^2 + 100^2 = (d_2 + 20)^2 \Leftrightarrow d_2^2 + 100^2 = d_2^2 + 40d_2 + 20^2 \Leftrightarrow d_2 = 240$$

Vậy cực đại trên  $By$  cách B xa nhất một đoạn 240 cm.

**Điểm cách B gần nhất:**

- $d_2$  nhỏ nhất khi  $F$  thuộc cực đại bậc lớn nhất.
- Đường cực đại bậc  $k$  sẽ cắt AB tại điểm cực đại bậc  $k$ . Xét trên AB thì ta có

$$|k| < \frac{AB}{\lambda} = \frac{100}{20} = 5 \Rightarrow |k|_{\max} = 4$$

Vậy đường cực đại xa trung trực nhất (gần B nhất) có bậc là 4. Do đó ta có

$$d_2 - d_1 = k\lambda = -4 \cdot 20 = -80$$

Mặt khác, theo Pitago thì

$$d_2^2 + AB^2 = d_1^2 \Rightarrow d_2^2 + 100^2 = (d_2 + 80)^2 \Leftrightarrow d_2^2 + 100^2 = d_2^2 + 2.80d_2 + 80^2 \Leftrightarrow d_2 = 22,5$$

Vậy cực đại trên By cách B gần nhất một đoạn 22,5 cm.

**Ví dụ 2:** Tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng có nguồn phát sóng cơ cùng pha cách nhau  $AB = 8\text{ cm}$ , dao động với tần số  $f = 20\text{ Hz}$  và pha ban đầu bằng 0. Một điểm M trên mặt nước, cách A một khoảng 25 cm và cách B một khoảng 20,5 cm, dao động với biên độ cực đại. Giữa M và đường trung trực của AB có hai vân giao thoa cực đại. Coi biên độ sóng truyền đi không giảm. Điểm Q cách A khoảng  $\ell$  thỏa mãn AQ và AB vuông góc. Tính giá trị cực đại của  $\ell$  để điểm Q dao động với biên độ cực đại?

- A. 20,6 cm.      B. 20,1 cm.      C. 10,6 cm.      D. 16 cm.

Lời giải

- Vì hai nguồn cùng pha và M dao động với biên độ cực đại, và giữa M và đường trung trực có hai vân giao thoa cực đại, nên M thuộc vân cực đại bậc 3. Do đó ta có

$$MA - MB = 3\lambda \Rightarrow 25 - 20,5 = 3\lambda \Rightarrow \lambda = 1,5$$

- Vì  $\ell$  lớn nhất nên Q xa A nhất, do đó Q thuộc đường cực đại bậc 1. Khi đó ta có

$$\begin{cases} QB - \ell = 1 \cdot \lambda = 1,5 \\ QB = \sqrt{8^2 + \ell^2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{8^2 + \ell^2} - \ell = 1,5 \Rightarrow \ell = 20,6$$

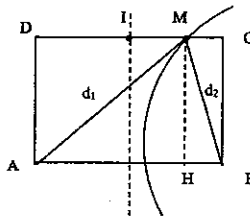
Đáp án A.

**Ví dụ 3:** Trên mặt thoáng chất lỏng, tại A và B cách nhau 20 cm, người ta bố trí hai nguồn đồng bộ có tần số 20 Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt thoáng chất lỏng  $v=50\text{ cm/s}$ . Hình vuông ABCD nằm trên mặt thoáng chất lỏng, I là trung điểm của CD. Gọi điểm M nằm trên CD là điểm gần I nhất dao động với biên độ cực đại. Tính khoảng cách từ M đến I?

- A. 1,25 cm.      B. 2,8 cm.      C. 2,5 cm.      D. 3,7 cm.

Lời giải

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 2,5\text{ cm}$



Xét điểm M trên CD, M gần I nhất dao động với biên độ cực đại khi M thuộc cực đại bậc 1. Khi đó ta có  $d_1 - d_2 = \lambda = 2,5$  (cm) (\*)

Đặt  $x = IM = I'H$ . Ta có

$$d_1^2 = MH^2 + \left(\frac{AB}{2} + x\right)^2$$

$$d_2^2 = MH^2 + \left(\frac{AB}{2} - x\right)^2$$

$$d_1^2 - d_2^2 = 2ABx = 40x$$

$$d_1 + d_2 = \frac{40x}{2,5} = 16x (**)$$

Từ (\*) và (\*\*) suy ra  $d_1 = 8x + 1,25$

$$\Rightarrow d_1^2 = (8x + 1,25)^2 = 20^2 + (10 + x)^2 \Rightarrow x = 2,813 \text{ cm} \approx 2,8 \text{ cm.}$$

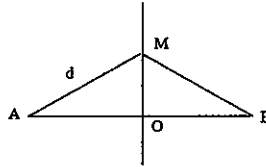
Chọn đáp án B.

Ví dụ 4: Hai nguồn sóng kết hợp đặt tại A và B cách nhau 20 cm dao động theo phương trình  $u = a \cos \omega t$  trên mặt nước, coi biên độ sóng không đổi, bước sóng  $\lambda = 3$ . Gọi O là trung điểm của AB. Một điểm nằm trên đường trung trực AB, dao động cùng pha với các nguồn A và B, cách A hoặc B một đoạn nhỏ nhất là :

- A. 12 cm.                      B. 10 cm.                      C. 13,5 cm.                      D. 15 cm.

Lời giải

Biểu thức sóng tại A, B  $u = a \cos \omega t$



Xét điểm M trên trung trực của AB:

$$AM = BM = d \geq AO = 10 \text{ cm.}$$

Biểu thức sóng tại M là  $u_M = 2a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$

Điểm M dao động cùng pha với nguồn khi  $\frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d = k\lambda = 3k$ . Để AM nhỏ nhất thì k nguyên phải nhỏ nhất. Vì  $d \geq 10$  nên ta có  $k \geq 3,33$ . Suy ra  $k_{\min} = 3$ . Khi đó  $d = d_{\min} = 4.3 = 12$  (cm)

Chọn đáp án A.

Ví dụ 5: Giao thoa sóng nước với hai nguồn giống hệt nhau A, B cách nhau 20 cm có tần số 50 Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 1,5 m/s. Trên mặt nước xét đường tròn tâm A, bán kính AB. Điểm trên đường tròn dao động với biên độ cực đại cách đường thẳng qua A, B một đoạn gần nhất là:

- A. 18,67 mm.                      B. 17,96 mm.                      C. 19,97 mm.                      D. 15,34 mm.

Lời giải

Bước sóng:  $\lambda = \frac{v}{f} = 3$ ;  $AM = AB = 20 \text{ cm}$

$$AM - BM = k\lambda \Rightarrow BM = 20 - 3k. \text{ Ta có } -\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda} \approx 6,7 \Rightarrow k_{\max} = 6 \Rightarrow BM_{\min} = 2 \text{ (cm)}$$

$\Delta AMB$  cân:  $AM = AB = 200 \text{ mm}$ ;  $BM = 20 \text{ mm}$

Khoảng cách từ M đến AB là đường cao MH của  $\Delta AMB$ :

$$h = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}; p = \frac{a+b+c}{2} = 21 \text{ cm}$$

$$h = \frac{2\sqrt{21 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 19}}{20} \approx 1,997 \text{ cm} = 19,97 \text{ mm}$$

Chọn đáp án C.

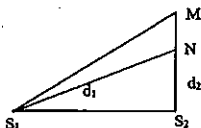
Ví dụ 6: Có hai nguồn dao động kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  trên mặt nước cách nhau 8 cm có phương trình dao động lần lượt là  $u_{S_1} = 2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  (mm) và  $u_{S_2} = 2 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (mm). Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 10 cm/s. Xem biên độ của sóng không đổi trong quá trình truyền đi. Điểm M trên mặt nước cách  $S_1$  khoảng  $S_1M = 10$  cm và  $S_2$  khoảng  $S_2M = 6$  cm. Điểm dao động cực đại trên  $S_2M$  xa  $S_2$  nhất là:

- A. 3,07 cm.      B. 2,33 cm.      C. 3,57 cm.      D. 6 cm.

Lời giải

Cách 1:

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 2$  cm



Xét điểm N trên  $S_2M$  với  $S_1N = d_1$ ;  $S_2N = d_2$  ( $0 \leq d_2 \leq 6$ )

Tam giác  $S_1S_2M$  là tam giác vuông tại  $S_2$

Sóng truyền từ  $S_1$ ;  $S_2$  đến N có phương trình

$$\begin{cases} u_{1N} = 2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2N} = 2 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$$

Phương trình dao động tổng hợp tại N là

$$u_N = 4 \cos\left(\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(10\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right)$$

N là điểm có biên độ cực đại:  $\cos\left(\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} - \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow \left(\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} - \frac{\pi}{4}\right) = k\pi$

$$\Rightarrow \frac{d_1 - d_2}{2} - \frac{1}{4} = k \Rightarrow d_1 - d_2 = \frac{4k - 1}{2} \quad (1)$$

Mặt khác ta có

$$d_1^2 - d_2^2 = S_1S_2^2 = 64 \Rightarrow d_1 + d_2 = \frac{64}{d_1 - d_2} = \frac{128}{4k - 1} \quad (2)$$

Lấy (2) - (1)  $\Rightarrow d_2 = \frac{64}{4k - 1} - \frac{4k - 1}{4} = \frac{256 - (4k - 1)^2}{4(4k - 1)}$  (k nguyên dương)

$$\Rightarrow 0 \leq d_2 \leq 6 \Rightarrow 0 \leq d_2 = \frac{256 - (4k - 1)^2}{4(4k - 1)} \leq 6$$

Đặt  $X = 4k - 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{256 - X^2}{4X} \leq 6 \Rightarrow X \geq 8 \Rightarrow 4k - 1 \geq 8 \Rightarrow k \geq 2, 25$

Điểm N có biên độ cực đại xa  $S_2$  nhất ứng với giá trị nhỏ nhất của k:  $k_{\min} = 3$

Khi đó  $d_2 = \frac{256 - (4k - 1)^2}{4(4k - 1)} = \frac{256 - 11^2}{44} = 3,068 \approx 3,07$  (cm)

Chọn đáp án A.



**Ví dụ 7:** Trong thí nghiệm giao thoa trên mặt chất lỏng với 2 nguồn A, B phát sóng kết hợp ngược pha nhau. Khoảng cách giữa 2 nguồn là  $AB = 16\text{cm}$ . Hai sóng truyền đi có bước sóng là 4 cm. Trên đường thẳng  $xx'$  song song với AB, cách AB một đoạn 8 cm, gọi C là giao điểm của  $xx'$  với đường trung trực của AB. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến điểm dao động với biên độ cực đại nằm trên  $xx'$  là

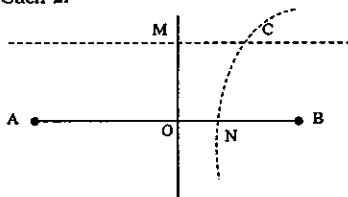
A. 1,42 cm.      B. 1,50 cm.      C. 2,15 cm.      D. 2,25 cm.

Lời giải

Cách 1: Vì 2 nguồn ngược pha nên điểm M thuộc  $xx'$  dao động với biên độ cực đại khi  $d_1 - d_2 = \frac{(2k+1)\lambda}{2}$   
 Do M là điểm cực đại gần C nhất nên M nằm trên đường cực đại thứ nhất  $k = 0$ , khi đó  $d_1 - d_2 = 2$   
 Mặt khác nhìn hình vẽ ta có:  $\begin{cases} d_1^2 = (8+x)^2 + 8^2 \\ d_2^2 = (8-x)^2 + 8^2 \end{cases} \Rightarrow d_1 - d_2 = \sqrt{(8+x)^2 + 8^2} - \sqrt{(8-x)^2 + 8^2} = 2$   
 Giải phương trình ta được  $x = 1,42$ .

Chọn đáp án A.

Cách 2:



Ta có phương trình hyperbol:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Trong đó : N là đỉnh hyperbol với đường cực tiểu gần trung trực nhất  $\Rightarrow$  với nguồn cùng pha nên  $ON = a = \frac{\lambda}{4} = \frac{4}{4} = 1$  (cm)

$b^2 = c^2 - a^2$  với c là tiêu điểm và  $c = OB = OA = \frac{AB}{2} = \frac{16}{2} = 8$  (cm)  $\Rightarrow b^2 = 63$

Suy ra  $x = 1,42$

Chọn đáp án A.

**Ví dụ 8:** Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng nước, hai nguồn kết hợp  $O_1$  và  $O_2$  dao động cùng pha, cùng biên độ. Chọn hệ trục tọa độ vuông góc  $xOy$  thuộc mặt nước với gốc tọa độ là vị trí đặt nguồn  $O_1$  còn nguồn  $O_2$  nằm trên trục  $Oy$ . Hai điểm P và Q nằm trên  $Ox$  có  $OP = 4,5\text{cm}$  và  $OQ = 8\text{cm}$ . Dịch chuyển nguồn  $O_2$  trên trục  $Oy$  đến vị trí sao cho góc  $PO_2Q$  có giá trị lớn nhất thì phần tử nước tại P không dao động còn phần tử nước tại Q dao động với biên độ cực đại. Biết giữa P và Q không còn cực đại nào khác. Trên đoạn OP, điểm gần P nhất mà các phần tử nước dao động với biên độ cực đại cách P một đoạn là:

A. 3,4 cm.      B. 2,0 mm.      C. 2,5 mm.      D. 1,1 cm.

Lời giải

Bạn đọc tự vẽ hình nhé. Đặt  $OO_2 = x$ . Xét  $\Delta PQO_2$ , sử dụng định lí hàm sin và bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, ta có

$$\frac{PQ}{\sin \alpha} = \frac{PO_2}{\sin \angle QO_2P} = \frac{\sqrt{OP^2 + x^2}}{\frac{\sqrt{(OP^2 + x^2)(x^2 + OQ^2)}}{x}} \geq \frac{OPx + OQx}{x} = OP + OQ = 12,5.$$

Suy ra  $\sin \alpha \leq \frac{3,5}{12,5} = \frac{7}{25}$ . Vì  $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$  nên  $\sin \alpha \leq \frac{7}{25} \Leftrightarrow \alpha \leq \arcsin \frac{7}{25}$ .

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{OP}{x} = \frac{x}{OG} \Leftrightarrow x = \sqrt{OP \cdot OG} = \sqrt{4,5 \cdot 8} = 6$  cm. Giả sử tại Q là cực đại

bậc  $k$  thuộc hypebol cực đại bậc  $k$ . Vì giữa  $P$  và  $Q$  không có cực đại nào khác, nên  $Q$  là cực tiểu gây ra bởi hypebol cực tiểu gần hypebol cực đại bậc  $k$  nhất (gần về phía điểm  $O$ ), hypebol cực tiểu này có bậc cũng là  $k$ . Ta có :

$$\begin{cases} O_2Q - OQ = k\lambda \\ O_2P - OP = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{OQ^2 + x^2} - OQ = k\lambda \\ \sqrt{OP^2 + x^2} - OP = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k\lambda}{(2k + 1) \frac{\lambda}{2}} = \frac{\sqrt{6^2 + 8^2} - 8}{\sqrt{4,5^2 + 6^2} - 4,5} = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow k = 1.$$

Từ đó suy ra  $\lambda = 2$  cm.

Bây giờ giả sử một điểm  $M$  nào đó thuộc  $OP$  và cách  $O$  1 đoạn  $y$ .

Để điểm  $M$  dao động với biên độ cực đại, và gần  $P$  nhất thì  $M$  phải thuộc cực đại bậc  $k + 1 = 2$ .

Khi đó ta có :  $O_2M - y = 2\lambda$ , tương đương với  $\sqrt{y^2 + 6^2} - y = 4 \Leftrightarrow y = 2,5$  cm.

Đến đây nhiều bạn tính được bằng 2,5 cm nhìn đáp án thấy cũng có 2,5 cm sững quá khoan luôn 2,5 cm và bạn đã sai.

Vì đề bài người ta hỏi là khoảng cách giữa điểm đó và  $P$  nên đáp án đúng là  $4,5 - 2,5 = 2$  cm.

**Chọn B.**

**6. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Dao động tại hai điểm  $S_1, S_2$  cách nhau 10,4 cm trên mặt chất lỏng có biểu thức:  $s = a \cos 80\pi t$ , vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là 0,64 m/s. Số hypebol mà tại đó chất lỏng dao động mạnh nhất giữa hai điểm  $S_1$  và  $S_2$  là:

- A.  $n=9$ .                      B.  $n=13$ .                      C.  $n=15$ .                      D.  $n=26$ .

**Câu 2:** Trên mặt một chất lỏng có hai nguồn kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  dao động với tần số  $f = 25$  Hz. Giữa  $S_1, S_2$  có 10 hypebol là quỹ tích của các điểm đứng yên. Khoảng cách giữa đỉnh của hai hypebol ngoài cùng là 18 cm. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là:

- A.  $v = 0,25$  m/s.              B.  $v = 0,8$  m/s.              C.  $v = 0,75$  m/s.              D.  $v = 1$  m/s.

**Câu 3:** Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp A và B dao động với tần số 15Hz và cùng pha. Tại một điểm M cách nguồn A và B những khoảng  $d_1 = 16$ cm và  $d_2 = 20$ cm, sóng có biên độ cực tiểu. Giữa M và đường trung trực của AB có hai dãy cực đại. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là

- A. 24 cm/s.                      B. 48 cm/s.                      C. 40 cm/s.                      D. 20 cm/s.

**Câu 4:** Hai nguồn sóng kết hợp cùng pha A và B trên mặt nước có tần số 15Hz. Tại điểm M trên mặt nước cách các nguồn đoạn 14,5 cm và 17,5 cm sóng có biên độ cực đại. Giữa M và trung trực của AB có hai dãy cực đại khác. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là

- A. 15 cm/s.                      B. 22,5 cm/s.                      C. 5 cm/s.                      D. 20 m/s.

**Câu 5:** Trên mặt nước nằm ngang, tại hai điểm  $S_1, S_2$  cách nhau 8,2cm, người ta đặt hai nguồn sóng cơ kết hợp, dao động điều hoà theo phương thẳng đứng có tần số 15Hz và luôn dao động cùng pha. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 30cm/s và coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn  $S_1S_2$  là:

- A. 11.                      B. 8.                      C. 5.                      D. 9.

**Câu 6:** Hai nguồn  $S_1$  và  $S_2$  trên mặt nước cách nhau 13cm cùng dao động theo phương trình  $u = 2\cos 40\pi t$  (cm). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 0,8m/s. Biên độ sóng không đổi. Số điểm cực đại trên đoạn  $S_1S_2$  là:

- A. 7.                      B. 9.                      C. 11.                      D. 5.

**Câu 7:** Hai điểm  $S_1, S_2$  trên mặt một chất lỏng, cách nhau 18cm, dao động cùng pha với biên độ  $a$  và tần số  $f = 20$  Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là  $v = 1,2$ m/s. Nếu không tính đường trung trực của  $S_1S_2$  thì số gợn sóng hình hypebol thu được là:

- A. 2 gợn .                      B. 8 gợn .                      C. 4 gợn .                      D. 16 gợn .

**Câu 8:** Hai nguồn sóng kết hợp A và B dao động ngược pha với tần số  $f = 40$ Hz, vận tốc truyền sóng  $v = 60$ cm/s. Khoảng cách giữa hai nguồn sóng là 7cm. Số điểm dao động với biên độ cực đại giữa A và B là:

- A. 7.                      B. 8.                      C. 10.                      D. 9.

**Câu 9:** Tại hai điểm  $O_1, O_2$  cách nhau 48cm trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng dao động theo phương thẳng đứng với phương trình:  $u_1 = 5 \cos(100\pi t)$  (mm) và  $u_2 = 5 \cos(100\pi t + \pi)$  (mm). Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là 2m/s. Coi biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền sóng. Trên đoạn  $O_1O_2$  có số cực đại giao thoa là

- A. 24.                      B. 26.                      C. 25.                      D. 23.

**Câu 10:** Tại hai điểm A và B trên mặt nước có hai nguồn kết hợp cùng dao động với phương trình  $u = a \cos 100\pi t$ . Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 40 cm/s. Xét điểm M trên mặt nước có  $AM = 9$  cm và  $BM = 7$  cm. Hai dao động tại M do hai sóng từ A và B truyền đến là hai dao động :

- A. cùng pha.                      B. ngược pha.

C. lệch pha  $\frac{\pi}{2}$ .

D. lệch pha  $\frac{2\pi}{3}$ .

Câu 11: Trên mặt nước, hai nguồn kết hợp A, B cách nhau 40cm luôn dao động cùng pha, có bước sóng 6cm. Hai điểm CD nằm trên mặt nước mà ABCD là một hình chữ nhật, AD=30cm. Số điểm cực đại và đứng yên trên đoạn CD lần lượt là :

A. 5 và 6.

B. 7 và 6.

C. 13 và 12.

D. 11 và 10.

Câu 12: Tại 2 điểm A, B cách nhau 13cm trên mặt nước có 2 nguồn sóng đồng bộ , tạo ra sóng mặt nước có bước sóng là 1,2cm. M là điểm trên mặt nước cách A và B lần lượt là 12cm và 5cm .N đối xứng với M qua AB .Số hyperbol cực đại cắt đoạn MN là :

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 13: ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn kết hợp A và B cách nhau 20(cm) dao động theo phương thẳng đứng với phương trình  $U_A = 2.cos(40\pi t)(mm)$  và  $U_B = 2.cos(40\pi t + \pi)(mm)$ . Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30(cm/s). Xét hình vuông ABCD thuộc mặt chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn BD là :

A. 17.

B. 18.

C. 19.

D. 20.

Câu 14: Trong thí nghiệm giao thoa sóng nước, hai viên bi nhỏ  $S_1, S_2$  gắn ở cần rung cách nhau 2cm và chạm nhẹ vào mặt nước. Khi cần rung dao động theo phương thẳng đứng với tần số  $f=100\text{Hz}$  thì tạo ra sóng truyền trên mặt nước với vận tốc  $v=60\text{cm/s}$ . Một điểm M nằm trong miền giao thoa và cách  $S_1, S_2$  các khoảng  $d_1=2,4\text{cm}, d_2=1,2\text{cm}$ . Xác định số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn  $MS_1$ .

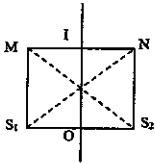
A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Câu 15: Cho 2 nguồn sóng kết hợp đồng pha dao động với chu kỳ  $T=0,02$  trên mặt nước, khoảng cách giữa 2 nguồn  $S_1S_2 = 20\text{m}$ . Vận tốc truyền sóng trong môi trường là 40 m/s. Hai điểm M, N tạo với  $S_1S_2$  hình chữ nhật  $S_1MNS_2$  có 1 cạnh  $S_1S_2$  và 1 cạnh  $MS_1 = 10\text{m}$ .



Trên  $MS_1$  có số điểm cực đại giao thoa là

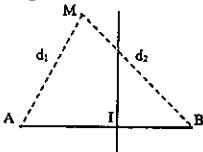
A. 10 điểm .

B. 12 điểm .

C. 9 điểm .

D. 11 điểm .

Câu 16: Trên mặt nước nằm ngang có hai nguồn sóng kết hợp cùng pha A và B cách nhau 6,5cm, bước sóng  $\lambda=1\text{cm}$ . Xét điểm M có  $MA=7,5\text{cm}, MB=10\text{cm}$ .



Số điểm dao động với biên độ cực tiểu trên đoạn MB là:

A. 6.

B. 9.

C. 7.

D. 8.

Câu 17: Trong thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt chất lỏng, hai nguồn AB dao động ngược pha nhau với tần số  $f = 20\text{ Hz}$ , vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng  $v = 40\text{ cm/s}$ . Hai điểm M, N trên mặt chất lỏng có  $MA = 18\text{ cm}, MB = 14\text{ cm}, NA = 15\text{ cm}, NB = 31\text{ cm}$ . Số đường dao động có biên độ cực đại giữa hai điểm M, N là

A. 9 đường .

B. 10 đường .

C. 11 đường .

D. 8 đường .

**Câu 18:** Hai nguồn kết hợp A,B cách nhau 16cm đang cùng dao động vuông góc với mặt nước theo phương trình :  $x = a \cos 50\pi t$  (cm). C là một điểm trên mặt nước thuộc vân giao thoa cực tiểu, giữa C và trung trực của AB có một vân giao thoa cực đại. Biết  $AC = 17,2\text{cm}$ .  $BC = 13,6\text{cm}$ . Số vân giao thoa cực đại đi qua cạnh AC là :

A. 16 đường .

B. 6 đường .

C. 7 đường .

D. 8 đường .

**Câu 19:** Tại hai điểm trên mặt nước, có hai nguồn phát sóng A và B có phương trình  $u = a \cos(40\pi t)$  (cm), vận tốc truyền sóng là 50(cm/s), A và B cách nhau 11(cm). Gọi M là điểm trên mặt nước có  $MA = 10(\text{cm})$  và  $MB = 5(\text{cm})$ . Số điểm dao động cực đại trên đoạn AM là

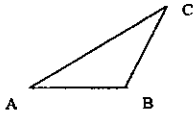
A. 6.

B. 2.

C. 9.

D. 7.

**Câu 20:** Tại hai điểm A, B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng dao động điều hòa theo phương trình  $u_1 = u_2 = a \cos(100\pi t)$ (mm).  $AB = 13\text{cm}$ , một điểm C trên mặt chất lỏng cách điểm B một khoảng  $BC = 13\text{cm}$  và hợp với AB một góc  $120^\circ$ , tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 1m/s.



Trên cạnh AC có số điểm dao động với biên độ cực đại là

A. 11.

B. 13.

C. 9.

D. 10.

**Câu 21:** ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn kết hợp A và B cách nhau 20(cm) dao động theo phương thẳng đứng với phương trình  $U_A = 2 \cdot \cos(40\pi t)$ (mm) và  $U_B = 2 \cdot \cos(40\pi t + \pi)$ (mm). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30(cm/s). Xét hình vuông ABCD thuộc mặt chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AM là :

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

**Câu 22:** Tại hai điểm  $S_1$  và  $S_2$  trên mặt nước cách nhau 20(cm) có hai nguồn phát sóng dao động theo phương thẳng đứng với các phương trình lần lượt là  $u_1 = 2 \cos(50\pi t)$ (cm) và  $u_2 = 3 \cos(50\pi t - \pi)$ (cm) , tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 1(m/s). Điểm M trên mặt nước cách hai nguồn sóng  $S_1, S_2$  lần lượt 12(cm) và 16(cm). Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn  $S_2M$  là

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

**Câu 23:** Trên mặt nước có hai nguồn sóng nước A, B giống hệt nhau cách nhau một khoảng  $AB = 4,8\lambda$ . Trên đường tròn nằm trên mặt nước có tâm là trung điểm O của đoạn AB có bán kính  $R = 5\lambda$  sẽ có số điểm dao động với biên độ cực đại là :

A. 9.

B. 16.

C. 18.

D. 14.

**Câu 24:** Hai nguồn sóng kết hợp giống hệt nhau được đặt cách nhau một khoảng cách x trên đường kính của một vòng tròn bán kính R ( $x < R$ ) và đối xứng qua tâm của vòng tròn. Biết rằng mỗi nguồn đều phát sóng có bước sóng  $\lambda$  và  $x = 6\lambda$ . Số điểm dao động cực đại trên vòng tròn là

A. 26.

B. 24.

C. 22.

D. 20.

**Câu 25:** Trên bề mặt chất lỏng cho 2 nguồn dao động vuông góc với bề mặt chao1tlo3ng có phương trình dao động  $u_A = 3 \cos 10\pi t$  (cm) và  $u_B = 5 \cos \left( 10\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$  (cm). Tốc độ truyền sóng trên đây là  $v = 50\text{cm/s}$  .  $AB = 30\text{cm}$ . Cho điểm C trên đoạn AB, cách A khoảng 18cm và cách B 12cm .Vẽ vòng tròn đường kính 10cm, tâm tại C. Số điểm dao động cực đại trên đường tròn là

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 26: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn kết hợp AB cách nhau 40cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số  $f=10(\text{Hz})$ , vận tốc truyền sóng  $2(\text{m/s})$ . Gọi M là một điểm nằm trên đường vuông góc với AB tại đó A dao động với biên độ cực đại. Đoạn AM có giá trị lớn nhất là :

- A. 20.                      B. 30.                      C. 40.                      D. 50.

Câu 27: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn kết hợp AB cách nhau 100cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số  $f=10(\text{Hz})$ , vận tốc truyền sóng  $3(\text{m/s})$ . Gọi M là một điểm nằm trên đường vuông góc với AB tại đó A dao động với biên độ cực đại. Đoạn AM có giá trị nhỏ nhất là :

- A. 5,28 cm.                      B. 10,56 cm.                      C. 12 cm.                      D. 30 cm.

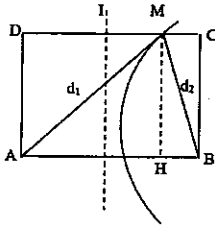
Câu 28: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp  $S_1, S_2$  dao động cùng pha, cách nhau một khoảng  $S_1S_2= 40$  cm. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số  $f = 10$  Hz, vận tốc truyền sóng  $v = 2$  m/s. Xét điểm M nằm trên đường thẳng vuông góc với  $S_1S_2$  tại  $S_1$ . Đoạn  $S_1M$  có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu để tại M có dao động với biên độ cực đại?

- A. 50 cm.                      B. 40 cm.                      C. 30 cm.                      D. 20 cm.

Câu 29: trên bề mặt chất lỏng có 2 nguồn kết hợp  $S_1, S_2$  dao động cùng pha, cách nhau 1 khoảng 1 m. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số  $f = 10$  Hz, vận tốc truyền sóng  $v = 3$  m. Xét điểm M nằm trên đường vuông góc với  $S_1S_2$  tại  $S_1$ . Để tại M có dao động với biên độ cực đại thì đoạn  $S_1M$  có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 6,55 cm.                      B. 15 cm.                      C. 10,56 cm.                      D. 12 cm.

Câu 30: Trên mặt thoáng chất lỏng, tại A và B cách nhau 20cm, người ta bố trí hai nguồn đồng bộ có tần số 20Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt thoáng chất lỏng  $v=50\text{cm/s}$ . Hình vuông ABCD nằm trên mặt thoáng chất lỏng, I là trung điểm của CD. Gọi điểm M nằm trên CD là điểm gần I nhất dao động



với biên độ cực đại.

Tính khoảng cách từ M đến I.

- A. 1,25 cm.                      B. 2,8 cm.                      C. 2,5 cm.                      D. 3,7 cm.

Câu 31: Trong một thí nghiệm giao thoa với hai nguồn phát sóng giống nhau tại A và B trên mặt nước. Khoảng cách  $AB=16\text{cm}$ . Hai sóng truyền đi có bước sóng  $\lambda=4\text{cm}$ . Trên đường thẳng  $xx'$  song song với AB, cách AB một khoảng 8 cm, gọi C là giao điểm của  $xx'$  với đường trung trực của AB. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến điểm dao động với biên độ cực tiểu nằm trên  $xx'$  là

- A. 2,25 cm.                      B. 1,42 cm.                      C. 1,5 cm.                      D. 2,15 cm.

Câu 32: Hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 12 cm phát ra hai sóng kết hợp có phương trình:  $u_1 = u_2 = a \cos 40\pi t(\text{cm})$ , tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 30 cm/s. Xét đoạn thẳng  $CD = 6\text{cm}$  trên mặt nước có chung đường trung trực với AB. Khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB sao cho trên đoạn CD chỉ có 5 điểm dao động với biên độ cực đại là:

- A. 10,06 cm.                      B. 4,5 cm.                      C. 9,25 cm.                      D. 6,8 cm.

Câu 33: Giao thoa sóng nước với hai nguồn giống hệt nhau A, B cách nhau 20cm có tần số 50Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 1,5m/s. Trên mặt nước xét đường tròn tâm A, bán kính AB. Điểm trên đường tròn dao động với biên độ cực đại cách đường thẳng qua A, B một đoạn gần nhất là

- A. 18,67 mm.      B. 17,96 mm.      C. 19,77 mm.      D. 15,34 mm.

Câu 34: Hai nguồn sóng AB cách nhau 1m dao động cùng Pha với bước sóng 0,5m. I là trung điểm AB. H là điểm nằm trên đường trung trực của AB cách I một đoạn 100m. Gọi d là đường thẳng qua H và song song với AB. Tìm điểm M thuộc d và gần H nhất, dao động với biên độ cực đại. (Tìm khoảng cách MH)

- A. a.      B. a.      C. a.      D. a.

Câu 35: Trong thí nghiệm giao thoa trên mặt nước, hai nguồn sóng kết hợp A và B dao động cùng pha, cùng tần số, cách nhau  $AB = 8\text{cm}$  tạo ra hai sóng kết hợp có bước sóng  $\lambda = 2\text{cm}$ . Trên đường thẳng ( $\Delta$ ) song song với AB và cách AB một khoảng là 2cm, khoảng cách ngắn nhất từ giao điểm C của ( $\Delta$ ) với đường trung trực của AB đến điểm M trên đường thẳng ( $\Delta$ ) dao động với biên độ cực tiểu là

- A. 0,43 cm.      B. 0,50 cm.      C. 0,56 cm.      D. 0,64 cm.

Câu 36: Tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng cùng pha cách nhau  $AB = 8\text{ cm}$ , dao động với tần số  $f = 20\text{Hz}$  và pha ban đầu bằng 0. Một điểm M trên mặt nước, cách A một khoảng 25 cm và cách B một khoảng 20,5 cm, dao động với biên độ cực đại. Giữa M và đường trung trực của AB có hai vân giao thoa cực đại. Coi biên độ sóng truyền đi không giảm. Điểm Q cách A khoảng L thỏa mãn  $AQ \perp AB$ . Tính giá trị cực đại của L để điểm Q dao động với biên độ cực đại.

- A. 20,6 cm.      B. 20,1 cm.      C. 10,6 cm.      D. 16 cm.

Câu 37: Tại hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 8 cm có hai nguồn kết hợp dao động với phương trình:  $u_1 = u_2 = a\cos 40\pi t(\text{cm})$ , tốc độ truyền sóng trên mặt nước là  $30\text{cm/s}$ . Xét đoạn thẳng  $CD = 4\text{cm}$  trên mặt nước có chung đường trung trực với AB. Khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB sao cho trên đoạn CD chỉ có 3 điểm dao động với biên độ cực đại là:

- A. 3,3 cm.      B. 6 cm.      C. 8,9 cm.      D. 9,7 cm.

Câu 38: Có hai nguồn dao động kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  trên mặt nước cách nhau 8cm có phương trình dao động lần lượt là  $u_{S1} = 2\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  (mm) và  $u_{S2} = 2\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (mm). Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là  $10\text{cm/s}$ . Xem biên độ của sóng không đổi trong quá trình truyền đi. Điểm M trên mặt nước cách  $S_1$  khoảng  $S_1M = 10\text{cm}$  và  $S_2$  khoảng  $S_2M = 6\text{cm}$ . Điểm dao động cực đại trên  $S_2M$  xa  $S_2$  nhất là

- A. 3,07 cm.      B. 2,33 cm.      C. 3,57 cm.      D. 6,00 cm.

Câu 39: Tại hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 8 cm có hai nguồn kết hợp dao động với phương trình:  $u_1 = u_2 = a\cos 40\pi t(\text{cm})$ , tốc độ truyền sóng trên mặt nước là . Xét đoạn thẳng  $CD = 4\text{cm}$  trên mặt nước có chung đường trung trực với AB. Khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB sao cho trên đoạn CD chỉ có 3 điểm dao động với biên độ cực đại là:

- A. 3,3 cm.      B. 6 cm.      C. 8,9 cm.      D. 9,7 cm.

Câu 40: Trên mặt nước tại hai điểm  $S_1$  và  $S_2$  người ta đặt hai nguồn sóng kết hợp, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình  $u_A = 6\cos 40\pi t$  và  $u_B = 8\cos 40\pi t$  trong đó  $u_A, u_B$  tính bằng mm, t tính bằng giây. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước là  $40\text{cm/s}$ , coi biên độ sóng không đổi theo thời gian. Trên đoạn thẳng  $S_1S_2$ , điểm dao động với biên độ 1cm và cách trung điểm đoạn  $S_1S_2$  một đoạn gần nhất là:

- A. 0,25 cm.      B. 0,5 cm.      C. 0,75 cm.      D. 1 cm.

Câu 41: Người ta tạo ra giao thoa sóng trên mặt nước hai nguồn A,B dao động với phương trình  $u_A = u_B = 5\cos(10\pi t)\text{ cm}$ . Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là  $20\text{cm/s}$ . Một điểm N trên mặt nước với  $AN - BN = -10\text{cm}$  nằm trên đường cực đại hay cực tiểu thứ mấy, kể từ đường trung trực của AB?

- A. Cực tiểu thứ 3 về phía A.      B. Cực tiểu thứ 4 về phía A.  
C. Cực tiểu thứ 4 về phía B.      D. Cực đại thứ 4 về phía A.





### III. Bài tập sóng dừng

Để làm tốt những bài tập về sóng dừng, bạn đọc hãy đọc kĩ phần lí thuyết đã được tác giả hệ thống và lưu ý lại toàn bộ kiến thức. Tác giả sẽ không nhắc lại kiến thức ở đây nữa mà đi vào bài tập cụ thể để minh họa.

#### 1. Bài tập đại cương về sóng dừng

**Câu 1:** Trên một sợi dây đàn hồi dài 1m, hai đầu cố định, đang có sóng dừng với 5 nút sóng (kể cả hai đầu dây). Bước sóng của sóng truyền trên dây là:

- A. 0,5 m.                      B. 2 m.                      C. 1 m.                      D. 1,5 m.

Lời giải

Sóng dừng trên sợi dây hai đầu cố định nên chiều dài dây thỏa mãn

$$l = k \frac{\lambda}{2}$$

Vì trên dây có 5 nút sóng kể cả 2 đầu nên  $k = 4$  do đó  $l = 4 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,5m$ .

Chọn A.

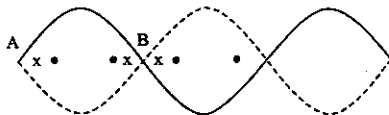
**Câu 2:** Một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng. Trên dây, những điểm dao động với cùng biên độ  $A_1$  có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn  $d_1$  và những điểm dao động với cùng biên độ  $A_2$  có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn  $d_2$ . Biết  $A_1 > A_2 > 0$ . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $d_1 = 0,5d_2$ .                      B.  $d_1 = 4d_2$ .                      C.  $d_1 = 0,25d_2$ .                      D.  $d_1 = 2d_2$ .

Lời giải

- Các điểm dao động cùng biên độ khi các điểm đó cách nút một khoảng như nhau.

- Giả sử những điểm dao động cùng biên độ cách nút một khoảng  $x, x \leq \frac{\lambda}{4}$ .



- Vì các điểm này có vị trí cân bằng liên tiếp và cách đều nhau, nên từ hình vẽ, ta có:

$$\begin{cases} x + d + x = \frac{\lambda}{2} \\ x + x = d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{\lambda}{4} \\ x = \frac{\lambda}{8} \end{cases}$$

- Vì  $A_1 > A_2 > 0$  nên ta có

+ Khi  $x = \frac{\lambda}{8}$  thì ta có những điểm có cùng biên độ  $A_2$  và có vị trí cân bằng cách đều nhau một khoảng

$$d_2 = \frac{\lambda}{4}.$$

+ Khi  $x = \frac{\lambda}{4}$  thì ta có những điểm cùng biên độ  $A_1$  (điểm bụng) và có vị trí cân bằng cách đều nhau

một khoảng  $d_1 = 2x = \frac{\lambda}{2}$ .

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\lambda}{2} \\ d_2 = \frac{\lambda}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\frac{\lambda}{4}} = 2 \Rightarrow d_1 = 2d_2.$$

**Đáp án D.**

**Câu 3:** M, N, P là 3 điểm liên tiếp nhau trên một sợi dây mang sóng dừng có cùng biên độ 4 mm, dao động tại N ngược pha với dao động tại M.  $MN = \frac{NP}{2} = 1\text{cm}$ . Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất là 0,04 s sợi dây có dạng một đoạn thẳng. Tốc độ dao động của phần tử vật chất tại điểm bụng khi qua vị trí cân bằng (lấy  $\pi = 3,14$ ).

- A. 375 mm/s.      B. 363 mm/s.      C. 314 mm/s.      D. 628 mm/s.

Lời giải

Vì M và N dao động ngược pha nên M và N đối xứng với nhau qua nút Q nào đó, còn N và P đối xứng nhau qua bụng. Gọi nút gần P nhất là R.

Do 3 điểm này cùng biên độ nên từ công thức biên độ  $A = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$  ( $d$  là khoảng cách từ điểm xét tới nút) ta suy ra  $QM = QN = PR = \frac{MN}{2} = 0,5\text{cm}$ .

Mặt khác ta có khoảng cách giữa hai nút QR là

$$QR = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow QN + NP + PR = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 0,5 + 2 + 0,5 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 6$$

Khoảng thời gian giữa hai lần sợi dây duỗi thẳng là

$$\frac{T}{2} = 0,04 \Rightarrow T = 0,08$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,08} \Rightarrow v_{\max} = A\omega = 8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2\pi}{0,08} = 0,628\text{m/s} = 628\text{mm/s}$$

Chọn đáp án D.

**Câu 4:** Cho sợi dây có chiều dài  $l$ , hai đầu dây cố định, vận tốc truyền sóng trên sợi dây không đổi. Khi tần số sóng là  $f_1 = 50\text{Hz}$  trên sợi dây xuất hiện  $n_1 = 16$  nút sóng. Khi tần số sóng là  $f_2$ , trên sợi dây xuất hiện  $n_2 = 10$  nút sóng. Tính tần số  $f_2$ .

- A.  $f_2 = 30\text{Hz}$ .      B.  $f_2 = 20\text{Hz}$ .  
C.  $f_2 = 10\text{Hz}$ .      D.  $f_2 = 15\text{Hz}$ .

Lời giải

Khi tần số là  $f_1$  thì:

$$l = (n_1 - 1) \frac{\lambda_1}{2} = (n_1 - 1) \frac{v}{2f_1} \quad (1)$$

Khi tần số là  $f_2$  thì:

$$l = (n_2 - 1) \frac{\lambda_2}{2} = (n_2 - 1) \frac{v}{2f_2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$l = (n_1 - 1) \frac{v}{2f_1} = (n_2 - 1) \frac{v}{2f_2} \Leftrightarrow \frac{(n_1 - 1)}{f_1} = \frac{(n_2 - 1)}{f_2}$$

Thay số ta được  $\frac{16 - 1}{50} = \frac{10 - 1}{f_2} \Rightarrow f_2 = 30\text{Hz}$ .

Đáp án A.

**Câu 5:** Quan sát hiện tượng sóng dừng trên một sợi dây có chiều dài 36 cm, người ta thấy trên sợi dây hình thành ra 5 nút sóng, trong đó có 2 nút nằm tại hai đầu sợi dây. Khoảng thời gian giữa hai lần gần nhất mà sợi dây duỗi thẳng là 0,6 s. Vận tốc truyền sóng trên sợi dây là:

- A.  $v = 5\text{cm/s}$ .      B.  $v = 10\text{cm/s}$ .      C.  $v = 15\text{cm/s}$ .      D.  $v = 20\text{cm/s}$ .

Lời giải

Trong phần lí thuyết ta đã chứng minh khoảng thời gian giữa hai lần sợi dây duỗi thẳng là  $\frac{T}{2} = 0,6\text{s}$

$$\Rightarrow T = 1,2s$$

Trên sợi dây hình thành ra 5 nút sóng, trong đó có 2 nút nằm tại hai đầu sợi dây, vì vậy có 4 bụng sóng trên sợi dây và chiều dài sợi dây là:  $l = 4 \cdot \frac{\lambda}{2} = 36cm \Rightarrow \lambda = 18cm$ .

$$\text{Vận tốc truyền sóng trên sợi dây là: } v = \frac{\lambda}{T} = \frac{18}{1,2} = 15 \text{ cm/s.}$$

Đáp án C.

**Câu 6:** Làm thí nghiệm giao thoa về sóng dừng trên sợi dây có chiều dài  $l$ , hai đầu cố định, tần số thay đổi được. Khi tần số là  $f_1 = 45\text{Hz}$  thì trên dây có hiện tượng sóng dừng. Khi tăng tần số của nguồn sóng, tới khi tần số là  $f_2 = 54\text{Hz}$  thì trên sợi dây mới lại xuất hiện sóng dừng. Hỏi tần số của nguồn nhỏ nhất bằng bao nhiêu thì trên sợi dây bắt đầu có sóng dừng? Cho biết vận tốc truyền sóng trên sợi dây không đổi.

- A.  $f = 9\text{Hz}$ .      B.  $f = 18\text{Hz}$ .      C.  $f = 36\text{Hz}$ .      D.  $f = 27\text{Hz}$ .

Lời giải

Gọi vận tốc truyền sóng trên sợi dây là  $v$ , do hai đầu dây cố định nên ta có:

- Khi tần số là  $f_1$ , trên dây xuất hiện  $n_1$  bó sóng nên  $l = n_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} = n_1 \cdot \frac{v}{2f_1}$  (1)

- Khi tần số là  $f_2$ , trên dây xuất hiện  $n_2$  bó sóng nên  $l = n_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} = n_2 \cdot \frac{v}{2f_2}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có:  $l = n_1 \cdot \frac{v}{2f_1} = n_2 \cdot \frac{v}{2f_2} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2} \Leftrightarrow \frac{45}{54} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{5}{6}$  (3)

Do  $f_1$  và  $f_2$  là hai tần số liên tiếp xảy ra sóng dừng trên sợi dây, nên số bó sóng trong hai trường hợp chỉ hơn kém nhau 1 đơn vị (tức  $n_1, n_2$  là hai số nguyên liên tiếp).

Từ (3) suy ra  $n_1 = 5$  bó sóng;  $n_2 = 6$  bó sóng.

Giả sử với tần số  $f$  thì lúc đó sợi dây xuất hiện  $n$  bó sóng, khi đó:  $l = n \cdot \frac{\lambda}{2} = n \cdot \frac{v}{2f}$  (4)

Từ (1) và (4), ta có:  $l = n_1 \cdot \frac{v}{2f_1} = n \cdot \frac{v}{2f} \Leftrightarrow \frac{n_1}{f_1} = \frac{n}{f} \Rightarrow f = \frac{n \cdot f_1}{n_1} = \frac{n \cdot 45}{5} = 9n$

Để tần số  $f$  nhỏ nhất thì  $n$  nguyên nhỏ nhất, suy ra  $n = 1$ , ta có:  $f_{\min} = 9 \cdot 1 = 9\text{Hz}$ .

Đáp án A.

**Câu 7:** Làm thí nghiệm giao thoa về sóng dừng trên sợi dây có chiều dài  $l$  với một đầu cố định, một đầu là bụng sóng, tần số thay đổi được. Khi tần số là  $f_1 = 40\text{Hz}$  thì trên dây có hiện tượng sóng dừng. Khi tăng tần số của nguồn sóng thì khi tần số là  $f_2 = 56\text{Hz}$  thì trên sợi dây mới lại xuất hiện sóng dừng. Hỏi tần số của nguồn nhỏ nhất bằng bao nhiêu thì trên dây bắt đầu có sóng dừng? Cho biết vận tốc truyền sóng trên sợi dây không đổi.

- A.  $f = 8\text{Hz}$ .      B.  $f = 16\text{Hz}$ .      C.  $f = 24\text{Hz}$ .      D.  $f = 12\text{Hz}$ .

Lời giải

Gọi vận tốc truyền sóng trên sợi dây là  $v$ , do một đầu dây cố định, một đầu bụng nên ta có:

- Khi tần số là  $f_1$ , trên dây xuất hiện  $n_1$  bụng sóng thì:

$$l = (2n_1 - 1) \cdot \frac{\lambda_1}{4} = (2n_1 - 1) \cdot \frac{v}{4f_1}$$
 (1)

- Khi tần số là  $f_2$ , trên dây xuất hiện  $n_2$  bụng sóng thì:

$$l = (2n_2 - 1) \cdot \frac{\lambda_2}{4} = (2n_2 - 1) \cdot \frac{v}{4f_2}$$
 (2)

Từ (1) và (2), ta có:

$$l = (2n_1 - 1) \cdot \frac{v}{4f_1} = (2n_2 - 1) \cdot \frac{v}{4f_2} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2} \Leftrightarrow \frac{40}{56} = \frac{(2n_1 - 1)}{(2n_2 - 1)} = \frac{5}{7}$$
 (3)

Do  $f_1$  và  $f_2$  là hai tần số liên tiếp xảy ra sóng dừng trên sợi dây, nên  $(2n_1 - 1)$  và  $(2n_2 - 1)$  là hai số nguyên lẻ liên tiếp.

Từ (3) suy ra  $2n_1 - 1 = 5$  và  $2n_2 - 1 = 7$ .

Giả sử với tần số  $f$  thì lúc đó sợi dây xuất hiện  $n$  bó sóng, khi đó:

$$l = (2n - 1) \frac{\lambda}{2} = (2n - 1) \frac{v}{2f} \quad (4)$$

Từ (1) và (4), ta có:

$$l = (2n_1 - 1) \frac{v}{2f_1} = (2n - 1) \frac{v}{2f} \Leftrightarrow \frac{2n_1 - 1}{f_1} = \frac{2n - 1}{f} \Rightarrow f = \frac{(2n - 1) f_1}{2n_1 - 1} = \frac{(2n - 1) \cdot 40}{5} = 8(2n - 1).$$

Để tần số  $f$  nhỏ nhất thì  $n$  bé nhất và  $n = 1$ , ta có:  $f_{\min} = 8(2 \cdot 1 - 1) = 8\text{Hz}$ .

**Đáp án A.**

**Chú ý:** Từ hai ví dụ trên ta suy ra cách làm nhanh.

+ Nếu sóng dừng trên sợi dây với hai đầu cố định:

Kiểm tra tỉ số nếu thấy  $\frac{f_1}{f_2}$  bằng thương của hai số nguyên liên tiếp thì tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trên sợi dây  $f_{\min} = |f_1 - f_2|$ .

+ Nếu sóng dừng trên sợi dây với một đầu nút, một đầu bụng:

Kiểm tra tỉ số nếu thấy  $\frac{f_1}{f_2}$  bằng thương của hai số nguyên lẻ liên tiếp thì tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trên sợi dây  $f_{\min} = \frac{|f_1 - f_2|}{2}$ .

**Câu 8:** Một sợi dây AB có chiều dài  $l$ , đầu A cố định, đầu B gắn với cần rung với tần số thay đổi được, điểm B được coi là nút sóng. Ban đầu trên dây có sóng dừng, khi tần số tăng thêm 40 Hz thì số nút trên dây tăng thêm 8 nút. Tính thời gian để sóng truyền đi giữa hai đầu dây?

- A. 0,1 s.                      B. 0,05s.                      C. 0,2s.                      D. 0,25s.

**Lời giải**

Giả sử khi tần số dao động là  $f_1$  thì số nút trên dây là  $n_1$ , khi đó:

$$l = (n_1 - 1) \frac{\lambda_1}{2} = (n_1 - 1) \frac{v}{2f_1} \quad (1)$$

$$\text{Tốc độ truyền sóng trên dây: } v = 2l \frac{f_1}{(n_1 - 1)} \quad (2)$$

Giả sử khi tần số dao động là  $f_2$  thì số nút trên dây là  $n_2 = n_1 + 8$ , khi đó:

$$l = (n_2 - 1) \frac{\lambda_2}{2} = (n_2 - 1) \frac{v}{2f_2} \quad (3)$$

Từ (1) và (3), ta có:

$$l = (n_1 - 1) \frac{v}{2f_1} = (n_2 - 1) \frac{v}{2f_2} \Leftrightarrow \frac{n_1 - 1}{f_1} = \frac{n_2 - 1}{f_2} = \frac{(n_2 - 1) - (n_1 - 1)}{f_2 - f_1} = \frac{n_2 - n_1}{f_2 - f_1} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Thay vào (2) ta được: } v = 2l \frac{f_1}{(n_1 - 1)} = 2l \cdot 5 = 10l$$

$$\text{Thời gian sóng truyền đi giữa hai đầu dây: } t = \frac{l}{v} = \frac{l}{10l} = 0,1\text{s.}$$

**Đáp án A.**

**Câu 9:** Xét sóng dừng trên một sợi dây với một đầu dây buộc vào điểm cố định, đầu còn lại gắn với cần rung có tần số  $f = 20\text{Hz}$ . Tốc độ truyền sóng trên dây là  $v = 120\text{cm/s}$ . Tìm số nút và bụng sóng trên một đoạn dây nằm sát đầu cố định và có chiều dài  $l = 22,1\text{cm}$ .

- A. Có 6 bụng sóng và 7 nút sóng.  
 B. Có 6 bụng sóng và 6 nút sóng.  
 C. Có 7 bụng sóng và 8 nút sóng.  
 D. Có 7 bụng sóng và 7 nút sóng.

**Lời giải**

$$\text{Bước sóng: } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{20} = 6\text{cm.}$$

Xét một điểm M trên sợi dây, cách đầu dây một đoạn x, tại M có bụng sóng khi:

$$\begin{aligned} 0 \leq x &= (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \leq l \\ 0 \leq 2k + 1 &\leq \frac{4l}{\lambda} = \frac{4 \cdot 22,1}{6} = 14,73 \\ -\frac{1}{2} &\leq k \leq 6,87 \Rightarrow k = 0; 1; 2; \dots; 6. \end{aligned}$$

Có 7 giá trị của k nên có 7 điểm bụng trên sợi dây.

Xét một điểm M trên sợi dây, cách đầu dây một đoạn x, tại M có nút sóng khi:

$$0 \leq x = k \frac{\lambda}{2} \leq l \Leftrightarrow 0 \leq k \leq \frac{2l}{\lambda} = \frac{2 \cdot 22,1}{6} = 7,37 \Rightarrow k = 0; 1; 2; \dots; 7.$$

Có 8 giá trị của k nên có 8 điểm nút trên sợi dây.

**Đáp án C.**

**Câu 10:** Sóng dừng trên sợi dây có chiều dài l, bước sóng  $\lambda = 16\text{cm}$ . Xét điểm O trùng với một nút sóng, các điểm M, N, P, Q nằm về một phía của điểm O cách O những đoạn tương ứng là: 59 cm; 87 cm; 106 cm; 143 cm. Pha dao động của các điểm trên có tính chất gì?

A. M và N đồng pha với nhau và ngược pha với các điểm P và Q.  
 B. M và P đồng pha với nhau và ngược pha với các điểm N và Q.  
 C. M, N, P và Q đều đồng pha với nhau.  
 D. M, N và P đồng pha với nhau và ngược pha với Q.

Lời giải

Đối với sóng dừng, trừ những điểm nút đứng yên không dao động, những điểm dao động còn lại sẽ hoặc đồng pha với nhau và ngược pha với những điểm còn lại. Cụ thể những điểm nằm bên trên vị trí cân bằng thì luôn đồng pha với nhau và ngược pha với những điểm nằm bên dưới vị trí cân bằng.

Chọn trục tọa độ trùng với sợi dây, gốc tọa độ trùng vào điểm O, chiều dương hướng sang phải.

Xét những điểm nằm về một phía của điểm O, những điểm có tọa độ  $2k \frac{\lambda}{2} \leq x \leq (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  thì luôn dao động đồng pha với nhau và ngược pha với những điểm có tọa độ  $(2k + 1) \frac{\lambda}{2} \leq x \leq 2k \frac{\lambda}{2}$ .

Kiểm tra tọa độ của các điểm, ta có:

Điểm M có:  $7 \frac{\lambda}{2} \leq x_M = 59 = 7,375 \frac{\lambda}{2} \leq 8 \frac{\lambda}{2}$ .

Điểm N có:  $10 \frac{\lambda}{2} \leq x_N = 87 = 10,875 \frac{\lambda}{2} \leq 11 \frac{\lambda}{2}$ .

Điểm P có:  $13 \frac{\lambda}{2} \leq x_P = 106 = 13,25 \frac{\lambda}{2} \leq 14 \frac{\lambda}{2}$ .

Điểm Q có:  $18 \frac{\lambda}{2} \leq x_Q = 147 = 18,375 \frac{\lambda}{2} \leq 19 \frac{\lambda}{2}$ .

Kết luận: Các điểm M và P đồng pha với nhau và ngược pha với các điểm N và Q.

Chú ý: Có thể giải nhanh bài toán trên như sau:

Lập tỉ số tọa độ của mỗi điểm cho  $\frac{\lambda}{2}$ , so sánh phần nguyên của các tỉ số đó, các điểm mà tỉ số trên có phần nguyên là số chẵn thì luôn đồng pha với nhau và ngược pha với những điểm mà tỉ số trên có phần nguyên là số lẻ.

**Đáp án B.**

Lời giải trên chỉ áp dụng cho những điểm nằm về một phía so với điểm gốc O, còn với những điểm nằm về hai phía của gốc O thì kết quả lại khác. Ta xét ví dụ tiếp theo

Câu 11: Sóng dừng trên sợi dây có chiều dài  $l$ , bước sóng  $\lambda = 16\text{cm}$ . Xét điểm O trùng với một nút sóng, các điểm M, N, P, Q cách O những đoạn tương ứng là: 59 cm; 87 cm; 106 cm; 143 cm. Biết các điểm M và P nằm về bên trái điểm O, các điểm N và Q nằm về bên phải điểm O. Pha dao động của các điểm trên có tính chất gì?

- A. M và N đồng pha với nhau và ngược pha với các điểm P và Q.
- B. M và P đồng pha với nhau và ngược pha với các điểm N và Q.
- C. M, N, P và Q đều đồng pha với nhau.
- D. M, N và P đồng pha với nhau và ngược pha với Q.

Lời giải

Chọn trục tọa độ trùng với sợi dây, gốc tọa độ trùng vào điểm O, chiều dương hướng sang phải.

- Xét những điểm nằm về một phía của điểm O, những điểm có tọa độ  $2k\frac{\lambda}{2} \leq x \leq (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  thì luôn dao động đồng pha với nhau và ngược pha với những điểm có tọa độ  $(2k+1)\frac{\lambda}{2} \leq x \leq 2k\frac{\lambda}{2}$ .

+ Với hai điểm M và P nằm bên trái điểm O, ta có:

Điểm M có:  $7\frac{\lambda}{2} \leq x_M = 59 = 7,375\frac{\lambda}{2} \leq 8\frac{\lambda}{2}$ .

Điểm P có:  $13\frac{\lambda}{2} \leq x_P = 106 = 13,25\frac{\lambda}{2} \leq 14\frac{\lambda}{2}$ .

Như vậy điểm M đồng pha với điểm P.

+ Với hai điểm N và Q nằm bên phải điểm O, ta có:

Điểm N có:  $-10\frac{\lambda}{2} \geq x_N = -87 = -10,875\frac{\lambda}{2} \geq -11\frac{\lambda}{2}$ .

Điểm Q có:  $-18\frac{\lambda}{2} \geq x_Q = -147 = -18,375\frac{\lambda}{2} \geq -19\frac{\lambda}{2}$ .

Như vậy điểm N đồng pha với điểm Q.

- Xét hai điểm dao động nằm về hai phía của điểm nút O, nếu có tọa độ cùng thỏa mãn  $2k\frac{\lambda}{2} \leq x \leq (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  hoặc  $(2k+1)\frac{\lambda}{2} \leq x \leq 2k\frac{\lambda}{2}$  thì luôn dao động ngược pha.

Ngược lại nếu một điểm có tọa độ  $2k\frac{\lambda}{2} \leq x \leq (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ , điểm còn lại có tọa độ  $(2k+1)\frac{\lambda}{2} \leq x \leq 2k\frac{\lambda}{2}$  thì hai điểm này đồng pha.

Như vậy có thể khẳng định M và N đồng pha, suy ra cả bốn điểm M, N, P, Q đều đồng pha.

Đáp án C.

Câu 12: Một sợi dây đàn hồi có sóng dừng, biên độ tại bụng sóng là  $A_0$ , vận tốc truyền sóng trên dây  $v = 240\text{cm/s}$ . Điểm M trên dây có phương trình dao động  $u_M = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm thì điểm N cách

M một đoạn 11 cm dao động với phương trình:

A.  $u_N = \frac{A_0}{2} \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm;  $u_N = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$  cm.

B.  $u_N = \frac{A_0\sqrt{3}}{2} \cos\left(20\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$  cm;  $u_N = \frac{A_0}{2} \cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$  cm.

C.  $u_N = \frac{A_0}{2} \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm;  $u_N = \frac{A_0\sqrt{3}}{2} \cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$  cm.

D.  $u_N = \frac{A_0}{2} \cos\left(20\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$  cm;  $u_N = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm.

Lời giải

Tần số dao động:  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10\text{Hz}$ .

Bước sóng:  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{240}{10} = 24\text{cm}$ .

Xét bốn điểm thuộc 3 bó sóng liên tiếp theo thứ tự: Điểm  $N_1$  thuộc bó sóng thứ nhất - nút O - điểm M

gần O nhất thuộc bó sóng thứ 2 - nút O' - điểm N<sub>2</sub> thuộc bó sóng thứ ba (bạn đọc về hình ra sẽ dễ hình dung hơn).

Do biên độ dao động tại M là  $A_M = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$  nên khoảng cách ngắn nhất từ M tới nút O là:  $MO = \frac{\lambda}{8} = 3\text{cm}$ .

Với điểm N<sub>1</sub> nằm bên trái điểm M, ta có:  $N_1O = N_1M - MO = 11 - 3 = 8\text{cm}$ .

$$A_{N_1} = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{N_1O}{\lambda} \right| = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{8}{24} \right| = \frac{A_0\sqrt{3}}{2}$$

Điểm N<sub>1</sub> ngược pha với điểm M nên phương trình dao động của điểm N<sub>1</sub> là:

$$u_{N_1} = \frac{A_0\sqrt{3}}{2} \cos \left( 20\pi t + \frac{\pi}{4} - \pi \right) = \frac{A_0\sqrt{3}}{2} \cos \left( 20\pi t - \frac{3\pi}{4} \right)$$

Với điểm N<sub>2</sub> nằm bên phải điểm M, ta có:  $N_2O' = N_2M - MO' = 11 - 9 = 2\text{cm}$ .

$$A_{N_2} = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{N_2O'}{\lambda} \right| = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{2}{24} \right| = \frac{A_0}{2}$$

Điểm N<sub>2</sub> đồng pha với điểm N<sub>1</sub> nên phương trình dao động của điểm N<sub>2</sub> là:

$$u_{N_2} = \frac{A_0}{2} \cos \left( 20\pi t - \frac{3\pi}{4} \right)$$

Đáp án B.

**Câu 13:** Cho sợi dây một đầu cố định, một đầu còn lại gắn với cần rung phát sóng dao động với phương trình  $u_0 = a \cos(\omega t + \varphi)\text{cm}$ . Trên dây có sóng dừng ổn định với bước sóng  $\lambda$ . Hai điểm M và N trên dây cách nhau 3,75λ có biên độ lần lượt là  $A_M = 6\text{cm}$ ;  $A_N = 8\text{cm}$ . Tìm biên độ của nguồn phát ra sóng đó?

- A.  $a = 10\text{cm}$ .      B.  $a = 7,5\text{cm}$ .      C.  $a = 15\text{cm}$ .      D.  $a = 5\text{cm}$ .

Lời giải

Gọi  $x_1, x_2$  là khoảng cách từ M và N tới đầu nút cố định, ta có:

$$x_1 - x_2 = 3,75\lambda \Rightarrow x_1 = x_2 + 3,75\lambda$$

Gọi  $A_0 = 2a$  là biên độ tại bụng sóng, biên độ sóng dừng tại M và N tương ứng là:

$$A_M = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \right| \Rightarrow \left| \sin 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \right| = \frac{A_M}{A_0}$$

$$A_N = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{x_1 - 3,75\lambda}{\lambda} \right| = \left| A_0 \sin \left( 2\pi \frac{x_1}{\lambda} - 7,5\pi \right) \right| = \left| A_0 \cos \left( 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \right) \right| \Rightarrow \left| \cos \left( 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \right) \right| = \frac{A_N}{A_0}$$

$$\text{Do đó ta có } \sin^2 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + \cos^2 2\pi \frac{x_1}{\lambda} = \left( \frac{A_M}{A_0} \right)^2 + \left( \frac{A_N}{A_0} \right)^2 = \frac{A_M^2 + A_N^2}{A_0^2} = 1$$

$$\Rightarrow A_0 = 2a = \sqrt{A_M^2 + A_N^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow a = 5\text{cm}.$$

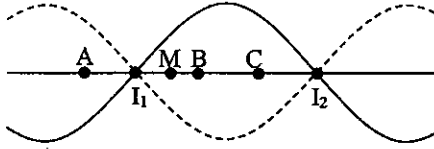
Đáp án D.

**Câu 14:** Ba điểm A, B, C là ba điểm liên tiếp trên một sợi dây có sóng dừng với cùng biên độ  $4\sqrt{3}\text{cm}$ . Điểm A dao động ngược pha với điểm B và  $AB = 2BC$ . Cứ sau những khoảng thời gian liên tiếp là 0,25 s thì sợi dây có dạng một đoạn thẳng. Tìm tốc độ dao động cực đại của điểm M là trung điểm của AC?

- A.  $16\pi\sqrt{3}\text{cm/s}$ .      B.  $16\pi\sqrt{2}\text{cm/s}$ .  
C.  $16\pi\text{cm/s}$ .      D.  $32\pi\text{cm/s}$ .

Lời giải

Theo bài ra vị trí của ba điểm A, B, C được thể hiện như hình vẽ.



Do biên độ của ba điểm A, B, C bằng nhau nên khoảng cách từ mỗi điểm này đến mỗi nút gần nó nhất phải bằng nhau. Ta có:

$$\begin{cases} AI_1 = BI_1 = CI_2 \\ AC = AI_1 + I_1C = CI_2 + I_1C = I_1I_2 = \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

Như vậy với sóng dừng, ba điểm liên tiếp có cùng biên độ luôn cách nhau một đoạn đúng bằng nửa bước sóng.

Ta có:

$$AC = AB + BC = AB + \frac{AB}{2} = \frac{3AB}{2} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} AB = \frac{\lambda}{3} \\ AI_1 = \frac{\lambda}{6} \end{cases}$$

Gọi  $A_0 = 2a$  là biên độ tại bụng sóng, biên độ dao động tại điểm A là:

$$A_A = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{\frac{\lambda}{6}}{\lambda} \right| = \left| A_0 \sin \frac{\pi}{3} \right| = \frac{A_0 \sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \Rightarrow A_0 = 8 \text{ cm}$$

Khoảng cách từ M tới điểm nút  $I_1$  là:  $MI_1 = MA - I_1A = \frac{AC}{2} - I_1A = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$

Biên độ dao động tại điểm M là:

$$A_M = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{\frac{\lambda}{12}}{\lambda} \right| = \left| A_0 \sin \frac{\pi}{6} \right| = \frac{A_0}{2} = 4 \text{ cm}$$

Cứ sau những khoảng thời gian liên tiếp  $\frac{T}{2}$  thì sợi dây duỗi thẳng. Ta có:

$$\frac{T}{2} = 0,25 \Rightarrow T = 0,5 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi$$

Tốc độ dao động cực đại của điểm M là:  $v_M^{\max} = A_M \cdot \omega = 4.4\pi = 16\pi \text{ cm/s}$ .

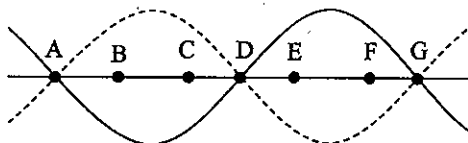
Đáp án C.

**Ví dụ 9:** Một dây đàn hồi AB đầu A được rung nhờ một dụng cụ để tạo thành sóng dừng trên dây. Biết phương trình dao động tại đầu A là  $u_A = a \cos 100\pi t$ . Quan sát sóng dừng trên sợi dây ta thấy trên dây có những điểm không phải là điểm bụng dao động với biên độ  $b$  ( $b \neq 0$ ) cách đều nhau và cách nhau khoảng 1 m. Giá trị của  $b$  và tốc truyền sóng trên sợi dây lần lượt là:

- A.  $a\sqrt{2}$ ;  $v = 200 \text{ m/s}$ .
- B.  $a\sqrt{3}$ ;  $v = 150 \text{ m/s}$ .
- C.  $a$ ;  $v = 300 \text{ m/s}$ .
- D.  $a\sqrt{2}$ ;  $v = 100 \text{ m/s}$ .

Lời giải





Các điểm B, C, E, F dao động cùng biên độ  $b$  sẽ cách nút gần nó nhất những khoảng bằng nhau

$$AB = CD = DE = FG$$

Mặt khác, các điểm B, C, E, F cách đều nhau khoảng 1m nên ta có

$$BC = CE = EF = 1 \text{ m}$$

Từ hình vẽ, ta có:

$$\begin{cases} CE = CD + DE \\ CD = DE \end{cases} \Rightarrow CE = 2CD \Rightarrow BC = 2CD \Rightarrow BC = AB + CD$$

Mặt khác

$$AB + BC + CD = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2BC = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \text{ m} \Rightarrow \lambda f = 4.50 = 200$$

Biên độ là

$$b = 2a \left| \sin \frac{2\pi AB}{\lambda} \right| = 2a \left| \sin \frac{2\pi \frac{AD}{4}}{\lambda} \right| = 2a \left| \sin \frac{2\pi \frac{\lambda}{8}}{\lambda} \right| = a\sqrt{2}$$

Chọn đáp án A.

Ví dụ 10: Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây A là một điểm nút, B là một điểm bụng gần A nhất,  $AB = 14 \text{ cm}$ , gọi C là một điểm trong khoảng AB có biên độ bằng một nửa biên độ của B. Khoảng cách AC là:

A.  $\frac{14}{3}$ .

B. 7.

C. 3,5.

D. 1,75.

Lời giải

Xét điểm C cách A với  $CA = d$ . Biên độ của sóng dừng tại C:

$$A_C = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

Để  $a_C = a$  (bằng nửa biên độ của B là bụng sóng):

$$A_C = a \Leftrightarrow a = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| \Leftrightarrow \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{\pi}{6} + k2\pi$$

$$\Rightarrow d = \left( \frac{1}{12} + k \right) \lambda \text{ với } \lambda = 4AB = 56 \text{ cm.}$$

$$\text{Điểm C gần A nhất ứng với } k = 0 \Rightarrow d = AC = \frac{\lambda}{12} = \frac{56}{12} = \frac{14}{3} \text{ (cm)}$$

Chọn đáp án A.

Ví dụ 11: Một sợi dây AB đàn hồi căng ngang dài  $l = 120\text{cm}$ , hai đầu cố định đang có sóng dừng ổn định. Bề rộng của bụng sóng là 4a. Khoảng cách gần nhất giữa hai điểm dao động cùng pha có cùng biên độ bằng a là 20 cm. Số bụng sóng trên AB là

A. 10.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Bề rộng của bụng là  $4a$  thì biên độ của bụng là  $2a$ .

Từ biểu thức biên độ của một điểm trên dây khi có sóng dừng

$$A = 2a \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

Trong đó  $d$  là khoảng cách từ một điểm trên dây đến điểm bụng gần nó nhất.

Các điểm có cùng biên độ và cùng pha sẽ đối xứng với nhau qua điểm bụng. Mà khoảng cách gần nhất giữa hai điểm dao động cùng pha cùng biên độ  $a$  là  $20$  nên khoảng cách từ một điểm đến bụng là  $10$  cm.

Do đó ta có

$$a = 2a \left| \cos \frac{2\pi \cdot 10}{\lambda} \right| \Rightarrow \left| \cos \frac{2\pi \cdot 10}{\lambda} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi \cdot 10}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \lambda = 60 \text{ cm}$$

Vì hai đầu cố định nên  $l = k \frac{\lambda}{2} \Rightarrow k = 4$ . Vậy có 4 bụng trên AB.

Chọn đáp án B.

**2. Bài toán về độ lệch pha giữa các phần tử trong sóng dừng**

**2.1. Phương pháp**

Phương pháp chung giải bài toán dạng này là

- Xác định độ lệch pha giữa hai điểm để biết được điểm nào sớm (trễ) pha hơn
- Dùng đường tròn suy ra kết quả bài toán

**Chú ý:** Trong sóng dừng, các điểm đối xứng với nhau qua một nút thì ngược pha, đối xứng với nhau qua một bụng thì cùng pha.

**2.2. Ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây, A là điểm nút, B là điểm bụng gần A nhất, C là trung điểm của AB với AB bằng 10 cm. Biết khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần mà li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động của các phần tử tại C là 0,2 s. Tốc độ truyền sóng trên dây là:

- A.  $v = 0,25\text{m/s}$ .      B.  $v = 2\text{m/s}$ .      C.  $v = 0,5\text{m/s}$ .      D.  $v = 1\text{m/s}$ .

Lời giải

Ta có:  $AB = \frac{\lambda}{4} = 10\text{cm} \Rightarrow \lambda = 40\text{cm}$ .

Giả sử điểm bụng B dao động với biên độ  $A_b$ .

Điểm C là trung điểm của AB, suy ra khoảng cách từ C đến đầu nút A là  $AC = \frac{\lambda}{8}$

$\Rightarrow$  Biên độ của điểm C là

$$A_C = A_b \left| \sin \frac{2\pi AC}{\lambda} \right| = \frac{A_b}{\sqrt{2}}$$

Thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp li độ của điểm B bằng biên độ của điểm C, tức là  $x_B = A_C = \frac{A_b}{\sqrt{2}}$ .

Dựa vào đường tròn ta thấy ngay thời gian này ứng với thời gian điểm B dao động từ  $\frac{A_b}{\sqrt{2}}$  đến  $A_b$  rồi quay lại  $\frac{A_b}{\sqrt{2}}$ . Thời gian này là 0,2 s nên ta có

$$\frac{T}{8} + \frac{T}{8} = \frac{T}{4} = 0,2 \Rightarrow T = 0,8$$

Vận tốc truyền sóng trên dây:  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{40}{0,8} = 50 \text{ cm/s} = 0,5 \text{ m/s}$ .

Đáp án C.

**Câu 2:** Sóng dừng xuất hiện trên sợi dây với tần số  $f = 5\text{Hz}$ . Thứ tự các điểm trên dây lần lượt là P, M, N, O sao cho P là điểm nút, O là điểm bụng gần P nhất (M, N thuộc đoạn OP). Thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp để giá trị li độ của điểm P bằng biên độ dao động của điểm M là  $\frac{1}{20}$ s. Thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp để giá trị li độ của điểm O bằng biên độ dao động của điểm N là  $\frac{1}{30}$ s. Biết khoảng cách giữa hai điểm M, N là 2 cm. Tìm vận tốc truyền sóng trên dây?  
 A.  $v = 1,2\text{m/s}$ .      B.  $v = 3,6\text{m/s}$ .      C.  $v = 1,6\text{m/s}$ .      D.  $v = 2,4\text{m/s}$ .

Lời giải

Gọi  $A_0$  là biên độ tại bụng sóng, ta có:

Thời gian ngắn nhất giữa hai lần li độ của O bằng biên độ của điểm M là  $\Delta t_1 = \frac{1}{20}$  nên ta có góc quét

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_M = A_0 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

Thời gian ngắn nhất giữa hai lần li độ của O bằng biên độ của điểm N là  $\Delta t_2 = \frac{1}{30}$  nên ta có góc quét

$$\Delta\varphi_2 = 10\pi \cdot \frac{1}{30} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow A_N = A_0 \cos \frac{\pi}{6} = \frac{A_0\sqrt{3}}{2}$$

Ta có

$$\begin{cases} A_M = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \\ A_N = \frac{A_0\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_0 \left| \sin \frac{2\pi PM}{\lambda} \right| = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \\ A_0 \left| \sin \frac{2\pi PN}{\lambda} \right| = \frac{A_0\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\pi PM}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \\ \frac{2\pi PN}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} PM = \frac{\lambda}{8} \\ PN = \frac{\lambda}{6} \end{cases}$$

Vì khoảng cách giữa hai điểm M và N là 2 cm nên ta có

$$PN - PM = 2 \Leftrightarrow \frac{\lambda}{6} - \frac{\lambda}{8} = 2 \Leftrightarrow \lambda = 48 \text{ cm}$$

Vận tốc truyền sóng trên dây:  $v = \lambda \cdot f = 48 \cdot 5 = 240 \text{ cm/s} = 2,4 \text{ m/s}$ .

Đáp án D.

**Câu 3:** Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây, A là một điểm nút, B là điểm bụng gần A nhất với  $AB = 15\text{cm}$ . M là một điểm trên dây cách B là 10 cm. Biết rằng trong một chu kì sóng, khoảng thời gian mà độ lớn vận tốc dao động của phần tử B nhỏ hơn vận tốc cực đại của phần tử M là  $\frac{1}{3}$ s. Tốc độ truyền sóng trên dây là:  
 A. 240 cm/s.      B. 120 cm/s.      C. 90 cm/s.      D. 60 cm/s.

Lời giải

Ta có:  $AB = \frac{\lambda}{4} = 15\text{cm} \Rightarrow \lambda = 60\text{cm}$ .

Khoảng cách từ M đến nút A là:  $MA = AB - MB = 15 - 10 = 5\text{cm}$ .

Gọi  $A_0 = 2a$  là biên độ tại bụng sóng, biên độ sóng tại M:

$$A_M = \left| A_0 \sin 2\pi \frac{5}{60} \right| = \left| A_0 \sin \frac{\pi}{6} \right| = \frac{A_0}{2}$$

Tốc độ dao động cực đại M:

$$v_M^{\max} = A_M \omega = \frac{A_0 \omega}{2} = \frac{v_B^{\max}}{2}$$

Bài toán trở thành: Trong một chu kì, thời gian tốc độ dao động của B nhỏ hơn tốc độ dao động cực đại của M  $|v_B| \leq \frac{v_B^{\max}}{2}$  là bao nhiêu? Đây là bài toán quen thuộc trong chương dao động cơ. Sử dụng đường

tròn để thấy tổng góc quét được

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} = \frac{1}{3}s \Rightarrow T = 1$$

Tốc độ truyền sóng trên dây:  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{60}{1} = 60 \text{ cm/s}$ .

**Đáp án D.**

**Câu 4:** Trên một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định với khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là 6 cm. Trên dây có những phần tử sóng dao động với tần số 5 Hz và biên độ lớn nhất là 3 cm. Gọi N là vị trí của một nút sóng; C và D là hai phần tử trên dây ở hai bên của N và có vị trí cân bằng cách N lần lượt là 10,5 cm và 7 cm. Tại thời điểm  $t_1$ , phần tử C có li độ 1,5 cm và đang hướng về vị trí cân bằng. Vào thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{79}{40}$ , phần tử D có li độ là:

- A. - 0,75 cm.      B. 1,50 cm.      C. - 1,50 cm.      D. 0,75 cm.

Lời giải

- Khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là 6 cm nên  $\frac{\lambda}{2} = 6 \text{ cm}$ , suy ra  $\lambda = 12 \text{ cm}$ .
- Biên độ của bụng  $2A = 3 \text{ cm}$ .
- Biên độ của phần tử tại C và D là :

$$A_C = 2A \left| \sin \frac{2\pi d_C}{\lambda} \right| = 3 \cdot \left| \sin \frac{2\pi \cdot 10,5}{12} \right| = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ cm}$$

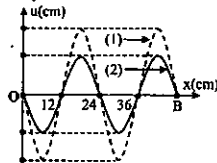
$$A_D = 2A \left| \sin \frac{2\pi d_D}{\lambda} \right| = 3 \cdot \left| \sin \frac{2\pi \cdot 7}{12} \right| = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

- Phần tử tại C và D ở hai bó sóng đối xứng nhau qua nút N nên chúng dao động ngược pha với nhau. Tại thời điểm  $t_1$  ta có  $u_C = 1,5 \text{ cm}$  và đang hướng về vị trí cân bằng nên  $\cos\left(\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Khi đó  $u_D = -A_D \cos\left(\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{A_D}{\sqrt{2}}$  và cũng đang hướng về vị trí cân bằng.
- Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{79}{40} = t_1 + 9T + \frac{7T}{8}$ , dựa vào đường tròn ta thấy, chất điểm tương ứng trên đường tròn quét thêm được góc  $9 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ , khi đó phần tử tại D đang ở biên âm, tức là

$$u_D = -1,5 \text{ cm}$$

**Đáp án C.**

**Câu 5:** Trên một sợi dây OB căng ngang, hai đầu cố định đang có sóng dừng với tần số f xác định. Gọi M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm. Hình vẽ mô tả hình dạng sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường 1) và  $t_2 = t_1 + \frac{11}{12f}$  (đường 2). Tại thời điểm  $t_1$ , li độ của phần tử dây ở N bằng biên độ của phần tử dây ở M và tốc độ của phần tử dây ở M là 60 cm/s. Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của phần tử dây ở P là



- A.  $20\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .      B. 60 cm/s.  
 C.  $-20\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .      D. -60 cm/s.

Lời giải

- Từ đồ thị ta có  $\frac{\lambda}{2} = 12 \Rightarrow \lambda = 24\text{cm}$ .

- Vì M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm nên nếu gọi A là biên độ của bụng thì A chính là biên độ của N (vì  $BN = 6 = \frac{\lambda}{4}$ ). Ta có

$$\begin{cases} A_N = A \\ A_M = A \left| \sin \frac{2\pi BM}{\lambda} \right| = A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 4}{12} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2} A \\ A_P = A \left| \sin \frac{2\pi PM}{\lambda} \right| = A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 38}{12} \right| = \frac{1}{2} A \end{cases}$$

- Mặt khác, vì M và N thuộc cùng một bó sóng, nên M và N cùng pha. P thuộc bó sóng thứ 4 kể từ bó sóng chứa M nên P ngược pha với M. Vậy M và N cùng pha và ngược pha với P. Khi đó ta có

$$\begin{cases} \frac{x_M}{x_N} = \frac{A_M}{A_N} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} A}{A} \\ \frac{v_P}{v_M} = -\frac{v_{\max P}}{v_{\max M}} = -\frac{\omega A_P}{\omega A_M} = -\frac{\frac{1}{2} A}{\frac{\sqrt{3}}{2} A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{\sqrt{3}}{2} x_N \\ v_P = -\frac{1}{\sqrt{3}} v_M \end{cases}$$

- Như vậy, để tính được  $v_P$  tại thời điểm  $t_2$  thì ta sẽ tính  $v_M$  tại thời điểm  $t_2$ . Ta sẽ sử dụng đường tròn để tính vận tốc  $v_M$  tại thời điểm  $t_2$ , muốn tính được thì ta phải biết tại thời điểm  $t_1$  thì  $v_M$  có giá trị là bao nhiêu (âm hay dương), đang tăng hay đang giảm. Đồ thị sẽ cho ta xác định được điều này.

- Nhìn đồ thị ta thấy, tại thời điểm  $t_1$ , hình dạng sợi dây là (1), nếu phần tử tại M đang đi xuống thì sau  $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{11}{12f} = \frac{11T}{12}$ , tức là sau gần 1 chu kì hình dạng sóng không thể là (2). Vậy M phải đi lên, tức là tại thời điểm  $t_1$  M đang đi lên với vận tốc  $v_M = +60\text{ cm/s}$  và đang giảm.

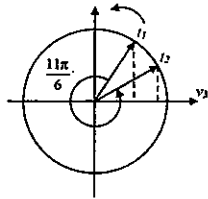
- Tại thời điểm  $t_1$  ta có:

$$x_N = A_M \Rightarrow x_M = \frac{\sqrt{3}}{2} x_N = \frac{\sqrt{3}}{2} A_M$$

mà

$$\left(\frac{x_M}{A_M}\right)^2 + \left(\frac{v_M}{v_{M \max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{v_M}{v_{M \max}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow v_{M \max} = 2|v_M| = 120 \text{ (cm/s)}$$

- Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{11}{12f}$  thì vector  $\vec{v}_{M \max}$  quét được thêm góc  $\frac{11}{12f} \cdot 2\pi f = \frac{11\pi}{6}$ , sử dụng đường tròn ta có



- Tại thời điểm  $t_2$  thì

$$v_M = v_{M \max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 120 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3} \text{ (cm/s)}$$

- Từ đó suy ra  $v_P = -\frac{1}{\sqrt{3}} v_M = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 60\sqrt{3} = -60 \text{ (cm/s)}$ .

Đáp án D.

**Câu 6:** Một sóng dừng trên dây có bước sóng  $\lambda$  và N là một nút sóng. Hai điểm P và Q nằm về hai phía của N có vị trí cân bằng cách N những đoạn lần lượt là  $\frac{\lambda}{12}$  và  $\frac{\lambda}{3}$ . Ở vị trí có li độ khác không thì tỉ số giữa li độ của P so với Q là

- A.  $\frac{-1}{\sqrt{3}}$       B.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       C.  $-1$       D.  $-\sqrt{3}$ .

Lời giải

Vì hai điểm P và Q nằm về hai phía của N (là nút) có vị trí cân bằng cách N những đoạn lần lượt là  $\frac{\lambda}{12}$  và  $\frac{\lambda}{3}$  nên hai điểm này thuộc 2 bó liên tiếp, suy ra chúng dao động ngược pha. Khi đó ta có

$$\frac{u_P}{u_Q} = -\frac{A_P}{A_Q} = -\frac{A_N \left| \sin \frac{2\pi PN}{\lambda} \right|}{A_N \left| \sin \frac{2\pi QN}{\lambda} \right|} = -\frac{A_N \left| \sin \frac{2\pi \cdot \frac{\lambda}{12}}{\lambda} \right|}{A_N \left| \sin \frac{2\pi \cdot \frac{\lambda}{3}}{\lambda} \right|} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Chọn đáp án A.

**Câu 7:** Trên một sợi dây căng ngang đang có sóng dừng. Xét 3 điểm A, B, C với B là trung điểm của đoạn AC. Biết điểm bụng A cách điểm nút C gần nhất 10 cm. Khoảng thời gian ngắn nhất là giữa hai lần liên tiếp để điểm A có li độ bằng biên độ dao động của điểm B là 0,2 s. Tốc độ truyền sóng trên dây là:

- A. 0,5 m/s.      B. 0,4 m/s.      C. 0,6 m/s.      D. 1,0 m/s.

Lời giải

Ta có bước sóng  $\lambda = 4AC = 40\text{cm}$

Ta có  $d = CB = 5\text{ cm}$ . Biên độ sóng tại B:

$$A_B = A_A \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right| = A_A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 5}{40} \right| = \frac{A_A}{\sqrt{2}}$$

Khoảng thời gian ngắn nhất để hai lần liên tiếp điểm A có  $x_A = A_B = \frac{A_A}{\sqrt{2}}$  là  $\frac{T}{4}$  (bài toán cơ bản phần dao động cơ, sử dụng đường tròn). Từ đó ta có

$$\frac{T}{4} = 0,2 \Rightarrow T = 0,8$$

Do đó tốc độ truyền sóng trên dây  $v = \frac{\lambda}{f} = \frac{40}{0,8} = 50\text{ cm/s} = 0,5\text{ m/s}$

Chọn đáp án A.

## IV. Bài tập sóng âm

### 1. Bài toán liên quan đến cường độ âm, mức cường độ âm

#### 1.1. Phương pháp

Để làm các bài tập về sóng âm, ta cần nhớ một số kiến thức sau đây

- Cường độ âm tại một điểm cách nguồn một khoảng  $r$  là (coi nguồn phát âm đẳng hướng trong không gian, hay nguồn điểm phát sóng cầu với công suất  $P$ )

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Đơn vị:  $W/m^2$ .

- Mức cường độ âm

$$L = \log \frac{I}{I_0}$$

Một số công thức hệ quả hay dùng

Giả sử điểm  $A$  cách nguồn âm khoảng  $r_A$  có mức cường độ âm  $L_A$ ; điểm  $B$  cách nguồn âm khoảng  $r_B$  có mức cường độ âm  $L_B$ .

- Hệ quả 1

Xét hai điểm  $A$  và  $B$ . Đối với nguồn âm không thay đổi công suất  $P$  ta có

$$L_A - L_B = 20 \log \frac{r_B}{r_A} \text{ (dB)}$$

Chứng minh:

$$L_A - L_B = 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} = 10 \log \frac{I_A}{I_B} = 10 \log \frac{I_A}{I_B} = 10 \log \frac{\frac{P}{4\pi r_A^2}}{\frac{P}{4\pi r_B^2}} = 10 \log \left( \frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 20 \log \frac{r_B}{r_A}$$

- Hệ quả 2

Xét hai điểm  $A$  và  $B$ .

Giả sử ban đầu nguồn âm có công suất  $P_t$ , mức cường độ âm tại  $A$  và  $B$  lần lượt là  $L_{At}$  và  $L_{Bt}$ . Lúc sau thay bằng nguồn âm có công suất  $P_s$ , khi đó mức cường độ âm tại  $A$  và  $B$  lần lượt là  $L_{As}$  và  $L_{Bs}$ . Ta có

$$L_{At} - L_{Bs} = 20 \log \frac{r_B}{r_A} + 10 \log \frac{P_t}{P_s} \text{ (dB)}$$

Chứng minh:

$$\begin{aligned} L_{At} - L_{Bs} &= 10 \log \frac{I_{At}}{I_0} - 10 \log \frac{I_{Bs}}{I_0} = 10 \log \frac{I_{At}}{I_{Bs}} = 10 \log \frac{I_{At}}{I_{Bs}} \\ &= 10 \log \frac{\frac{P_t}{4\pi r_A^2}}{\frac{P_s}{4\pi r_B^2}} = 10 \log \left[ \left( \frac{r_B}{r_A} \right)^2 \cdot \frac{P_t}{P_s} \right] \\ &= 20 \log \frac{r_B}{r_A} + 10 \log \frac{P_t}{P_s} \end{aligned}$$

**Chú ý:** Học Vật lí không nên nhớ công thức mà nên học bản chất vì sao có công thức đó. Tuy nhiên, đối với những bài toán sóng âm thì hai hệ quả trên ta nên nhớ để vận dụng nhanh vào bài tập.

Ta qua các ví dụ cụ thể để hiểu hơn.

1.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một máy bay bay ở độ cao  $h_1 = 100$  m, gây ra ở mặt đất ngay phía dưới một tiếng ồn có mức cường độ âm  $L_1 = 120$  dB. Muốn giảm tiếng ồn tới mức chịu được  $L_2 = 100$  dB thì máy bay phải bay ở độ cao:

- A. 316 m.                      B. 500 m.                      C. 1000 m.                      D. 700 m.                      C

Lời giải

Sóng âm do máy bay phát ra là sóng cầu, nên ta có

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2$$

Mặt khác, ta có

$$L_2 - L_1 = 10 \left( \log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \text{ (dB)}$$

Áp dụng vào bài, ta được

$$L_2 - L_1 = -20 \text{ (dB)} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = -2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{100} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 10 \Rightarrow h_2 = 10h_1 = 10 \cdot 100 = 1000 \text{ (m)}$$

Đáp án C.

**Nhận xét:** Nếu bài này nhớ công thức hệ quả 1 thì sẽ suy nhanh ra kết quả bài toán.

Ví dụ 2: Chọn câu trả lời đúng. Cường độ âm tại một điểm trong môi trường truyền âm là  $10^{-5} \text{ W/m}^2$ .

Biết cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ . Mức cường độ âm tại điểm đó bằng:

- A. 60 dB.                      B. 80 dB.                      C. 70 dB.                      D. 50 dB.                      C

Lời giải

Mức cường độ âm tại điểm đó tính theo đơn vị dB là

$$L \text{ (dB)} = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 70 \text{ (dB)}$$

Đáp án C.

Ví dụ 3: Một sóng âm có dạng hình cầu được phát ra từ nguồn có công suất 1W. Giả sử rằng năng lượng phát ra được bảo toàn. Hỏi cường độ âm tại điểm cách nguồn lần lượt 1,0m và 2,5m là bao nhiêu?

- A.  $I_1 \approx 0,07958 \text{ W/m}^2$ ;  $I_2 \approx 0,01273 \text{ W/m}^2$ .  
 B.  $I_1 \approx 0,07958 \text{ W/m}^2$ ;  $I_2 \approx 0,1273 \text{ W/m}^2$ .  
 C.  $I_1 \approx 0,7958 \text{ W/m}^2$ ;  $I_2 \approx 0,01273 \text{ W/m}^2$ .  
 D.  $I_1 \approx 0,7958 \text{ W/m}^2$ ;  $I_2 \approx 0,1273 \text{ W/m}^2$ . C

Lời giải

Đây là bài toán cơ bản chỉ cần nhớ công thức tính cường độ âm do sóng cầu gây ra tại một điểm. Cường độ âm tại các điểm đó là

$$I_1 = \frac{1}{4\pi \cdot 1^2} = 0,079577 \text{ W/m}^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2,5\pi \cdot 2,5^2} = 0,01273 \text{ W/m}^2$$

Đáp án C.



Ví dụ 4: Gọi  $I_0$  là cường độ âm chuẩn. Nếu mức cường độ âm là 1(dB) thì cường độ âm

A.  $I_0 = 1,26I$ .

B.  $I = 1,26I_0$ .

C.  $I_0 = 10I$ .

D.  $I = 10I_0$ .

B

Lời giải

Bài toán đơn thuần áp dụng công thức tính mức cường độ âm

$$L = \log \frac{I}{I_0} = 0,1 \Rightarrow I = 10^{0,1} \cdot I_0 = 1,26I_0$$

Đáp án B.

Ví dụ 5: Hai âm có mức cường độ âm chênh lệch nhau là 40 dB. Tỷ số cường độ âm của chúng là

A.  $10^2$ .

B.  $4 \cdot 10^3$ .

C.  $4 \cdot 10^2$ .

D.  $10^4$ .

D

Lời giải

Theo bài ra ta có

$$L_A - L_B = 40dB \Rightarrow 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} = 40 \Rightarrow \log \frac{I_A}{I_B} = 4 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^4$$

Đáp án D.

Ví dụ 6: Một nguồn âm được coi là nguồn điểm phát sóng cầu và môi trường không hấp thụ âm. Tại một vị trí sóng âm biên độ 0,12 mm có cường độ âm tại điểm đó bằng  $1,80 \text{ Wm}^{-2}$ . Hỏi tại vị trí sóng có biên độ bằng 0,36 mm thì sẽ có cường độ âm tại điểm đó bằng bao nhiêu?

A.  $0,60 \text{ Wm}^{-2}$ .

B.  $2,70 \text{ Wm}^{-2}$ .

C.  $5,40 \text{ Wm}^{-2}$ .

D.  $16,2 \text{ Wm}^{-2}$ .

Lời giải

Năng lượng của sóng âm tỉ lệ với bình phương của biên độ sóng âm. Ta có  $\frac{W_2}{W_1} = \frac{a_2^2}{a_1^2} = 9$

Cường độ âm tỉ lệ với năng lượng sóng

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{W_2}{W_1}$$

Từ đó  $\frac{I_2}{I_1} = \frac{a_2^2}{a_1^2} = 9 \Rightarrow I_2 = 9I_1 = 16,2 \text{ (Wm}^{-2}\text{)}$

Chọn đáp án D.

Ví dụ 7: Hai điểm A, B nằm trên cùng một đường thẳng đi qua một nguồn âm và ở hai phía so với nguồn âm. Biết mức cường độ âm tại A và tại trung điểm của AB lần lượt là 50 dB và 44 dB. Mức cường độ âm tại B là:

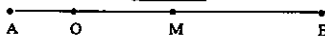
A. 28 dB.

B. 36 dB.

C. 38 dB.

D. 47 dB.

Lời giải



Cường độ âm tại điểm cách nguồn âm khoảng R  $I = \frac{P}{4\pi R^2}$  với P là công suất của nguồn.

Ta có

$$L_A - L_M = 20 \log \frac{R_M}{R_A} = 50 - 44 = 6 \Rightarrow \log \frac{R_M}{R_A} = 0,3 \Leftrightarrow \frac{R_M}{R_A} = 10^{0,3}$$

M là trung điểm của AB, nằm hai phía của gốc O nên  $R_M = OM = \frac{R_B - R_A}{2}$ .

Từ đó ta có

$$R_B = R_A + 2R_M = (1 + 2 \cdot 10^{0,3}) R_A \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = (1 + 2 \cdot 10^{0,3})$$

Mặt khác

$$L_A - L_B = 20 \log \frac{R_B}{R_A} = 20 \log (1 + 2 \cdot 10^{0,3}) = 20,0,698 = 13,963$$

Từ đó ta có  $L_B = L_A - 13,963 = 36,037 \approx 36$  dB

Chọn đáp án B.

Ví dụ 8: Một nguồn âm là nguồn điểm phát âm đẳng hướng trong không gian. Giả sử không có sự hấp thụ và phản xạ âm. Tại một điểm cách nguồn âm 10m thì mức cường độ âm là 80dB. Tại điểm cách nguồn âm 1m thì mức cường độ âm bằng

- A. 90 dB.      B. 110 dB.      C. 120 dB.      D. 100 dB.      D

Lời giải

Ta có

$$\bullet \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow I_2 = 100I_1$$

$$\bullet L_2 - L_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 20 \Rightarrow L_2 = L_1 + 20 = 100$$

Đáp án D.

Ví dụ 9: Cho hai nguồn sóng âm kết hợp A, B đặt cách nhau 2 m dao động cùng pha nhau. Trên đoạn AB, người ta thấy có 5 vị trí âm có độ to cực đại. Cho biết tốc độ truyền âm trong không khí là 350 m/s. Tần số f của nguồn âm có giá trị thoả mãn

- A.  $350 \text{ Hz} \leq f < 525 \text{ Hz}$ .      B.  $350 \text{ Hz} < f < 525 \text{ Hz}$ .  
 C.  $175 \text{ Hz} < f < 262,5 \text{ Hz}$ .      D.  $175 \text{ Hz} \leq f < 262,5 \text{ Hz}$ .      B

Lời giải

Có 5 vị trí âm cực đại nên có 5 bụng sóng.

Trên sợi dây có 5 bụng thì khoảng cách AB ngắn nhất khi 2 đầu A, B là 2 bụng nên ta có  $4 \cdot \frac{\lambda}{2} \leq AB$ .

Tuy nhiên ta không lấy bụng ở hai đầu A, B. Do đó

$$4 \cdot \frac{\lambda}{2} < AB$$

Khoảng cách AB lớn nhất khi 2 đầu A, B không là bụng, không là nút, khi đó:

$$AB < 4 \cdot \frac{\lambda}{2} + 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Từ đó ta có

$$\Rightarrow 4 \cdot \frac{\lambda}{2} < AB < 6 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 350 \leq f < 525 \text{ (Hz)}$$

Đáp án B.

Ví dụ 10: Hai nguồn âm nhỏ  $S_1, S_2$  giống nhau (được coi là hai nguồn kết hợp) phát ra âm thanh cùng pha và cùng biên độ. Một người đứng ở điểm N với  $S_1N = 3\text{m}$  và  $S_2N = 3,375\text{m}$ . Tốc độ truyền âm trong không khí là 330m/s. Tìm bước sóng dài nhất để người đó ở N không nghe được âm thanh từ hai nguồn  $S_1, S_2$  phát ra.

- A.  $\lambda = 1\text{m}$ .      B.  $\lambda = 0,5\text{m}$ .      C.  $\lambda = 0,4\text{m}$ .      D.  $\lambda = 0,75\text{m}$ .      D

Lời giải

Để ở N không nghe được âm thì tại N hai sóng âm truyền đến ngược pha nhau.

Tại N sóng âm có biên độ cực tiểu khi

$$d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda = 0,375\text{m} \Rightarrow \lambda = \frac{0,75}{2k + 1}$$



Ví dụ 13: Mức cường độ âm tại vị trí cách loa 1 m là 50 dB. Một người xuất phát từ loa, đi ra xa nó thì thấy: khi cách loa 100 m thì không còn nghe được âm do loa đó phát ra nữa. Lấy cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ , coi sóng âm do loa đó phát ra là sóng cầu. Xác định ngưỡng nghe của tai người này.

- A. 25 dB.                      B. 60 dB.                      C. 10 dB.                      D. 100 dB.                      C

Lời giải

Giả sử khi cách loa khoảng  $r_2 = 100$  m thì người đó không còn nghe được âm do loa đó phát ra nữa và lúc đó mức cường độ âm là  $L_2$ . Theo hệ quả 1 ta có

$$L_2 - L_1 = 20 \log \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow L_2 = L_1 + 20 \log \frac{r_1}{r_2} = 50 + 20 \log \frac{1}{100} = 10$$

Đáp án C.

Ví dụ 14: Một nguồn O phát sóng âm có công suất không đổi trong một môi trường đẳng hướng và không hấp thụ âm. Tại điểm A, mức cường độ âm là 40dB. Nếu tăng công suất của nguồn âm lên 4 lần nhưng không đổi tần số thì mức cường độ âm tại A là:

- A. 52 dB.                      B. 67 dB.                      C. 46 dB.                      D. 160 dB.                      C

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} L_A = 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{P}{SI_0} \\ L_{A'} = 10 \log \frac{I_{A'}}{I_0} = 10 \log \frac{P'}{SI_0} \Rightarrow L_{A'} - L_A = 10 \log \frac{P'}{P} \Rightarrow L_{A'} = L_A + 10 \log \frac{P'}{P} = 40 + 10 \log 4 \approx 46 \\ P' = 4P \end{cases}$$

Đáp án C.

Ví dụ 15: Nguồn âm đặt tại O có công suất truyền âm không đổi. Trên cùng nửa đường thẳng qua O có ba điểm A, B, C theo thứ tự có khoảng cách tới nguồn tăng dần. Mức cường độ âm tại B kém mức cường độ âm tại A là b(B); mức cường độ âm tại B hơn mức cường độ âm tại C là 3b (B). Biết  $4OA = 3OB$ . Coi sóng âm là sóng cầu và môi trường truyền âm đẳng hướng. Tỉ số  $\frac{OC}{OA}$  bằng:

- A.  $\frac{346}{56}$ .                      B.  $\frac{256}{81}$ .  
C.  $\frac{276}{21}$ .                      D.  $\frac{81}{81}$ .                      B

Lời giải

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} L_A - L_B = b \\ L_B - L_C = 3b \\ 4r_A = 3r_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_A - L_C = b + 3b = 4b \\ L_A - L_B = b \\ 4r_A = 3r_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 \log \frac{r_C}{r_A} = 4b \\ 20 \log \frac{r_B}{r_A} = b \\ \frac{r_B}{r_A} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 \log \frac{r_C}{r_A} = 4b \\ 20 \log \frac{4}{3} = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow 20 \log \frac{r_C}{r_A} = 4 \cdot 20 \log \frac{4}{3} \Leftrightarrow \log \frac{r_C}{r_A} = 4 \log \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{r_C}{r_A} = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{256}{81}$$

Đáp án B.

Ví dụ 16: Tại điểm O trong môi trường đẳng hướng, không hấp thụ âm, có 2 nguồn âm điểm, giống nhau với công suất phát âm không đổi. Tại điểm A có mức cường độ âm 20 dB. Để tại trung điểm M của đoạn OA có mức cường độ âm là 30 dB thì số nguồn âm giống các nguồn âm trên cần đặt thêm tại O bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

B

Lời giải

Gọi  $P_0$  là công suất của một nguồn âm điểm. Giả sử cần đặt thêm  $n$  nguồn âm giống nhau tại O để thỏa mãn yêu cầu bài toán, khi đó công suất của nguồn lúc này là  $P_s = (n + 2)P_0$ .

Sử dụng hệ quả 2 ta có

$$\begin{aligned} L_{At} - L_{Ms} &= 20 \log \frac{r_M}{r_A} + 10 \log \frac{P_t}{P_s} \\ \Rightarrow 20 - 30 &= 20 \log \frac{r_A}{r_A} + 10 \log \frac{2P_0}{(n+2)P_0} \\ \Rightarrow \log \frac{2}{n+2} &= -1 - 2 \log \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{2}{n+2} &= 10^{-1-2 \log \frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \\ \Rightarrow n &= 3 \end{aligned}$$

Đáp án B.

Ví dụ 17: Trong buổi hòa nhạc được tổ chức ở Nhà Hát lớn Hà Nội nhân dịp kỉ niệm 1000 năm Thăng Long. Một người ngồi dưới khán đài nghe được âm do một chiếc đàn giao hưởng phát ra có mức cường độ âm 12 dB. Khi dàn nhạc giao hưởng thực hiện bản hợp xướng người đó cảm nhận được âm là 2,376 B. Hỏi dàn nhạc giao hưởng đó có bao nhiêu người?

A. 8.

B. 18.

C. 12.

D. 15.

D

Lời giải

Giả sử có  $n$  người thực hiện bản hợp xướng, khi đó công suất âm phát ra là  $nP_0$ , với  $P_0$  là công suất âm do một chiếc đàn giao hưởng phát ra. Sử dụng hệ quả 2 ta có ngay

$$\begin{aligned} L_{At} - L_{As} &= 20 \log \frac{r_A}{r_A} + 10 \log \frac{P_t}{P_s} \\ \Rightarrow 12 - 23,76 &= 10 \log \frac{P_0}{nP_0} = 10 \log \frac{1}{n} = -10 \log n \\ \Rightarrow n &= 10^{\frac{23,76-12}{10}} \approx 15 \end{aligned}$$

Đáp án D.

Ví dụ 18: Một nguồn âm S phát ra âm có tần số xác định. Năng lượng âm truyền đi phân phối đều trên mặt cầu tâm S bán kính  $d$ . Bỏ qua sự phản xạ của sóng âm trên mặt đất và các vật cản. Tại điểm A cách nguồn âm S 100 m, mức cường độ âm là 20 dB. Xác định vị trí điểm B để tại đó mức cường độ âm bằng 0.

A. 1000m.

B. 100m.

C. 10m.

D. 1m.

A

Lời giải

Sử dụng hệ quả 1 ta có ngay

$$\begin{aligned} L_A - L_B &= 20 \log \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow L_A = L_B + 20 \log \frac{r_B}{r_A} = 20 \log \frac{r_B}{r_A} \\ \Rightarrow 20 &= 20 \log \frac{r_B}{100} \Rightarrow \frac{r_B}{100} = 10 \Rightarrow r_B = 1000 \end{aligned}$$

Đáp án A.

Ví dụ 19: Ba điểm A, B, C thuộc nửa đường thẳng từ A. Tại A đặt một nguồn phát âm đẳng hướng có công suất thay đổi. Khi  $P = P_1$  thì mức cường độ âm tại B là 60 dB, tại C là 20dB. Khi  $P = P_2$  thì mức cường độ âm tại B là 90 dB và mức cường độ âm tại C là

- A. 50 dB.      B. 60 dB.      C. 10 dB.      D. 40 dB.      A

Lời giải

Sử dụng hệ quả 1 ta có ngay

$$\begin{cases} L_{C_1} - L_{B_1} = 20 \log \frac{r_B}{r_C} \\ L_{C_2} - L_{B_2} = 20 \log \frac{r_B}{r_C} \end{cases} \Rightarrow L_{C_1} - L_{B_1} = L_{C_2} - L_{B_2} \Rightarrow L_{C_2} = L_{C_1} - L_{B_1} + L_{B_2} = 20 - 60 + 90 = 50$$

Đáp án A.

Ví dụ 20: Tại một điểm nghe được đồng thời hai âm: âm truyền tới có mức cường độ âm là 65 dB, âm phản xạ có mức cường độ âm là 60 dB. Mức cường độ âm toàn phần tại điểm đó là:

- A. 5 dB.      B. 125 dB.      C. 66,19 dB.      D. 62,5 dB.

Lời giải

Gọi  $I_1$  và  $I_2$  là cường độ âm tới và âm phản xạ tại điểm đó.

Khi đó cường độ âm toàn phần là  $I = I_1 + I_2$ . Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} \lg \frac{I_1}{I_0} = 6,5 \Rightarrow I_1 = 10^{6,5} I_0 \\ \lg \frac{I_2}{I_0} = 6 \Rightarrow I_2 = 10^6 I_0 \end{cases}$$

Từ đó ta có mức cường độ âm toàn phần tại điểm đó là:

$$L = 10 \lg \frac{I_1 + I_2}{I_0} = 10 \lg(10^{6,5} + 10^6) = 66,19$$

Chọn đáp án C.

Ví dụ 21: Tại O có 1 nguồn phát âm thanh đẳng hướng với công suất ko đổi. Một người đi bộ từ A đến C theo 1 đường thẳng và lắng nghe âm thanh từ nguồn O thì nghe thấy cường độ âm tăng từ I đến 4I rồi lại giảm xuống I. Khoảng cách AO bằng:

- A.  $\frac{AC\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{AC\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{AC}{2} \frac{AC}{3}$ .      D. .

Lời giải

Do nguồn phát âm thanh đẳng hướng nên cường độ âm tại điểm cách nguồn khoảng R là  $I = \frac{P}{4\pi R^2}$

Giả sử người đi bộ từ A qua M tới C. Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} I_A = I_C = I \Rightarrow OA = OC \\ I_M = 4I \Rightarrow OA = 2OM \end{cases}$$

Khi đi bộ từ A đến C theo đường thẳng AC, cường độ âm tăng từ I đến 4I rồi lại giảm xuống I nên  $I_M$  đạt giá trị lớn nhất. Suy ra M gần O nhất  $\Rightarrow OM$  vuông góc với AC và M là trung điểm của AC.

Theo định lí Pi-ta-go, ta có

$$AO^2 = OM^2 + AM^2 = \frac{AO^2}{4} + \frac{AC^2}{4} \Rightarrow 3AO^2 = AC^2 \Rightarrow AO = \frac{AC\sqrt{3}}{3}$$

Chọn đáp án B.

**Ví dụ 22:** Ba điểm O, M, N cùng nằm trên một nửa đường thẳng xuất phát từ O. Tại O đặt một nguồn điểm phát sóng âm đẳng hướng ra không gian, môi trường không hấp thụ âm. Mức cường độ âm tại M là 70 dB, tại N là 30dB. Nếu chuyển nguồn âm đó sang vị trí M thì mức cường độ âm tại trung điểm MN khi đó là

- A. 36,1 dB.      B. 41,2 dB.      C. 33,4 dB.      D. 42,1 dB.      A

Lời giải

Ban đầu khi chưa chuyển nguồn âm sang vị trí M, ta có

$$L_M - L_N = 20 \log \frac{r_N}{r_M} \Rightarrow 70 - 30 = 20 \log \frac{r_N}{r_M} \Rightarrow r_N = 100r_M$$

Khi chuyển nguồn âm sang vị trí M, gọi I là trung điểm của MN. Ta có

$$\begin{cases} r_I = MI = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}(r_N - r_M) \Rightarrow r_I = \frac{99}{2}r_M \\ r_N = 100r_M \end{cases}$$

Từ đó ta có

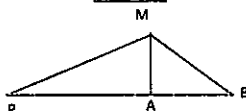
$$L_I - L_M = 20 \log \frac{r_M}{r_I} \Rightarrow L_I = L_M + 20 \log \frac{r_M}{r_I} = 70 + 20 \log \frac{2}{99} \approx 31,6$$

Đáp án A.

**Ví dụ 23:** Một nguồn âm P phát ra âm đẳng hướng. Hai điểm A, B nằm cùng trên một phương truyền sóng có mức cường độ âm lần lượt là 40dB và 30dB. Điểm M nằm trong môi trường truyền sóng sao cho  $\Delta AMB$  vuông cân ở A. Xác định mức cường độ âm tại M?

- A. 37,54dB .      B. 32,46dB .      C. 35,54dB .      D. 38,46dB .      B

Lời giải



Ta có

$$L_A - L_B = 20 \log \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow 40 - 30 = 20 \log \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow r_B = \sqrt{10}r_A$$

Vì tam giác AMB vuông cân tại A nên ta có

$$AM = AB = PB - PA = r_B - r_A = (\sqrt{10} - 1)r_A$$

Theo Pitago ta có

$$r_M^2 = r_A^2 + AM^2 = r_A^2 \left[ 1 + (\sqrt{10} - 1)^2 \right]$$

Từ đó ta có

$$\begin{aligned} L_M - L_A &= 20 \log \frac{r_A}{r_M} \Rightarrow L_M = L_A + 20 \log \frac{r_A}{r_M} \\ \Rightarrow L_M &= 40 + 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (\sqrt{10} - 1)^2}} \approx 32,46 \end{aligned}$$

Đáp án B.

Ví dụ 24: Công suất âm thanh cực đại của một máy nghe nhạc là 10W. Cho rằng khi truyền đi thì cứ mỗi 1m thì năng lượng âm lại bị giảm 5% so với năng lượng ban đầu do sự hấp thụ của môi trường. Biết cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12}W/m^2$ . Mức cường độ âm lớn nhất ở khoảng cách 6m gần bằng bao nhiêu?

A. 10,21dB .

B. 10,21B .

C. 1,21dB.

D. 7,35dB.

B

Lời giải

Ta có công suất của nguồn ở khoảng cách  $n$  (m) (với  $n$  là số nguyên) là

$$P_n = P_0 \cdot 0,95^n$$

Do đó cường độ âm được xác định bởi

$$I_n = \frac{P_n}{4\pi R_n^2} = \frac{P_0 \cdot (0,95)^n}{4\pi R_n^2}$$

Vậy mức cường độ âm ở một điểm cách nguồn khoảng  $n$  mét là

$$L_n = \log \frac{I_n}{I_0} = \log \frac{P_0 \cdot (0,95)^n}{4\pi R_n^2 I_0}$$

Với  $n = 6$  thì  $L = 10,21$  B.

Đáp án B.



**1.3. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Nguồn âm tại O có công suất không đổi. Trên cùng đường thẳng qua O có ba điểm A, B, C cùng nằm về một phía của O và theo thứ tự xa có khoảng cách tới nguồn tăng dần. Mức cường độ âm tại B kém mức cường độ âm tại A là a (dB), mức cường độ âm tại B hơn mức cường độ âm tại C là 3a (dB). Biết  $OA = \frac{2}{3} OB$ . Tính tỉ số  $\frac{OC}{OA}$ .

- A.  $\frac{81}{16}$       B.  $\frac{9}{4}$       C.  $\frac{27}{8}$       D.  $\frac{32}{27}$

**Câu 2:** Mức cường độ của một âm là  $L = 30$ (dB). Hãy tính cường độ của âm này theo đơn vị  $W/m^2$  Biết cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12}W/m^2$ . Mức cường độ âm tính theo đơn vị (dB) là:

- A.  $10^{-18}W/m^2$       B.  $10^{-9}W/m^2$   
 C.  $10^{-3}W/m^2$       D.  $10^{-4}W/m^2$

**Câu 3:** Hai điểm nằm cùng một phía của nguồn âm, trên cùng một phương truyền âm cách nhau một khoảng bằng a, có mức cường độ âm lần lượt là  $L_M = 30$ dB và  $L_N = 10$ dB. Biết nguồn âm là đẳng hướng. Nếu nguồn âm đó đặt tại điểm M thì mức cường độ âm tại N là

- A. 12 dB      B. 7 dB      C. 11 dB      D. 9 dB

**Câu 4:** Tại một phòng nghe nhạc, tại một vị trí: mức cường độ âm tạo ra từ nguồn là 75dB, mức cường độ âm phản xạ ở bức tường phía sau là 72dB. Cường độ âm toàn phần tại vị trí đó là bao nhiêu? (bức tường không hấp thụ âm )

- A. 77 dB      B. 79 dB      C. 81 dB      D. 83 dB

**Câu 5:** Hai điểm M và N nằm ở cùng 1 phía của nguồn âm, trên cùng 1 phương truyền âm có  $L_M = 30$  dB,  $L_N = 10$  dB, nếu nguồn âm đó đặt tại M thì mức cường độ âm tại N khi đó là:

- A. 12      B. 7      C. 9      D. 11

**Câu 6:** Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng, theo thứ tự xa dần nguồn âm. Mức cường độ âm tại A, B, C lần lượt là 40 dB; 35,9 dB và 30 dB. Khoảng cách giữa AB là 30 m và khoảng cách giữa BC là:

- A. 78 m      B. 108 m      C. 40 m      D. 65 m

**Câu 7:** Trong một ban hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cùng cường độ âm và cùng tần số. Khi một ca sĩ hát thì mức cường độ âm là 68 dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 80 dB. Số ca sĩ có trong ban hợp ca là:

- A. 16 người      B. 12 người      C. 10 người      D. 18 người

**Câu 8:** Một người đứng giữa hai loa A và B. Khi loa A bật thì người đó nghe được âm có mức cường độ 76 dB. Khi loa B bật thì nghe được âm có mức cường độ 80 dB. Nếu bật cả hai loa thì nghe được âm có mức cường độ bao nhiêu?

- A. 156dB      B. 4dB      C. 81,46dB      D. 110dB

**Câu 9:** Công suất âm thanh cực đại của một máy nghe nhạc gia đình là 10 W. Cho rằng cứ truyền trên khoảng cách 1 m, năng lượng âm bị giảm 5% so với lần đầu do sự hấp thụ của môi trường truyền âm. Biết  $I_0 = 10^{-12}W/m^2$  . Nếu mở to hết cỡ thì mức cường độ âm ở khoảng cách 6 m là

- A. 98 dB      B. 89 dB      C. 107 dB      D. 102 dB

**ĐÁP ÁN**

- 1 A      2 B      3 C      4 A      5 D      6 A      7 A      8 C      9 D

**2. Bài toán liên quan đến dây đàn, sáo**

Để làm bài toán liên quan đến dây đàn, sáo cần chú ý đến điều kiện để có sóng dừng trên dây đàn, trong ống sáo (xem lại phần lí thuyết).

**Ví dụ 1:** Trên sợi dây đàn dài 65 cm sóng ngang truyền với tốc độ 572 m/s. Dây đàn phát ra bao nhiêu họa âm (kể cả âm cơ bản) trong vùng âm nghe được?  
 A. 45.                      B. 22.                      C. 30.                      D. 37.

Lời giải

Dây đàn có hai đầu là nút, chiều dài dây thỏa mãn

$$l = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{v}{2f} \Rightarrow f = n \frac{v}{2l} = 440n$$

Để dây đàn phát ra họa âm trong vùng nghe được thì  $16 \leq f \leq 20000$ , tức là ta có

$$16 \leq 440n \leq 20000 \Leftrightarrow 0,036 \leq n \leq 45,45$$

Có 45 giá trị nguyên thỏa mãn. Chọn đáp án A.

**Ví dụ 2:** Một ống khí có một đầu bịt kín, một đầu hở tạo ra âm cơ bản có tần số 112 Hz. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 336 m/s. Bước sóng dài nhất của các họa âm mà ống này tạo ra bằng:  
 A. 1 m.                      B. 0,8 m.                      C. 0,2 m.                      D. 2 m.

Lời giải

Điều kiện để có sóng dừng trong ống:

$$l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4l}{2k + 1} (*)$$

(l là chiều dài của cột khí trong ống, đầu kín là nút đầu hở là bụng của sóng dừng trong ống khí). Từ đó ta có

$$f = \frac{v}{\lambda} = (2k + 1) \cdot \frac{v}{4l} = (2k + 1) \cdot f_0 \quad \left( f_0 = \frac{v}{4l} \right)$$

( $f_0$ : tần số âm cơ bản). Theo bài ra ta có:  $f_0 = 112 \text{ Hz} \Rightarrow \frac{v}{4l} = 112 \Rightarrow l = \frac{v}{4 \cdot 112} = 0,75 \text{ (m)}$

Từ (\*) ta thấy các họa âm có  $\lambda_{\max}$  khi  $(2k + 1)_{\min}$ , suy ra  $(2k + 1) = 3$  (với  $k = 1$ ).

Vậy  $\lambda_{\max} = \frac{4l}{3} = 1 \text{ (m)}$ .

Chọn đáp án A.

**Ví dụ 3:** Một ống sáo dài 80cm, một đầu bịt kín một đầu hở, biết vận tốc truyền âm trong không khí là 340 m/s. Xác định tần số lớn nhất mà ống sáo phát ra mà một người bình thường có thể nghe được?  
 A. 19,87 kHz.                      B. 19,98 kHz.                      C. 18,95 kHz.                      D. 19,66 kHz.

Lời giải

Ống sáo một đầu kín một đầu hở nên chiều dài ống sáo thỏa mãn

$$l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} = (2k + 1) \frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2k + 1) \frac{v}{4l}$$

Để người bình thường có thể nghe được thì  $f \leq 20000 \text{ Hz}$ . Từ đó ta có

$$\Rightarrow (2k + 1) \frac{v}{4l} \leq 20000 \Rightarrow k \leq 93,6; k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 93 \Rightarrow f_{\max} \approx 19,87 \cdot 10^3 \text{ Hz.}$$

Đáp án A.

**Ví dụ 4:** Cột khí trong ống thủy tinh có độ cao  $l$  có thể thay đổi được nhờ điều chỉnh mực nước trong ống. Đặt một âm thoa trên miệng ống thủy tinh đó. Khi âm thoa dao động, nó phát ra âm cơ bản, ta thấy trong cột khí có một sóng dừng ổn định. Khi độ cao của cột khí nhỏ nhất  $l_0 = 13\text{cm}$  ta nghe được âm to nhất, biết đầu A hở là một bụng sóng, đầu B là nút, tốc độ truyền âm là  $340\text{m/s}$ . Tần số âm do âm thoa phát ra là:

A. 563,8Hz.

B. 658Hz.

C. 653,8Hz.

D. 365,8Hz.

Lời giải

Khi ta nghe được âm to nhất thì ống thủy tinh có đáy là nút, đầu hở là bụng nên chiều dài cột lúc này thỏa mãn  $l = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$ . Theo bài ra ta có khi độ cao cột khí là nhỏ nhất thì ta nghe được âm to nhất,

tức là ta có  $k = 0$ . Do đó  $l_0 = \frac{\lambda}{4} = 13\text{cm} \Rightarrow \lambda = 52\text{cm} = 0,52\text{m}$

Suy ra tần số do âm thoa phát ra là

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,52} = 638,8\text{Hz}.$$

Đáp án C.

**Ví dụ 5:** Một âm thoa có tần số dao động riêng  $850\text{Hz}$  được đặt sát miệng một ống nghiệm hình trụ đáy kín đặt thẳng đứng cao  $80\text{cm}$ . Để dẫn nước vào ống nghiệm đến độ cao  $30\text{cm}$  thì thấy âm được khuếch đại lên rất mạnh. Biết tốc độ truyền âm trong không khí có giá trị nằm trong khoảng  $300\text{m/s} \leq v \leq 350\text{m/s}$ . Hỏi khi tiếp tục đổ nước thêm vào ống thì có thêm mấy vị trí của mực nước cho âm được khuếch đại mạnh?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

- Khi đổ dẫn nước vào ống nghiệm đến độ cao  $30\text{cm}$  thì thấy âm được khuếch đại rất mạnh, có nghĩa là khi đó hiện tượng sóng dừng xảy ra, âm nghe được to nhất do tại đáy ống hình thành một nút sóng, miệng ống hình thành một bụng sóng. Mặt khác, nước cao  $30\text{cm}$  thì cột không khí cao  $50\text{cm}$ . Từ đó ta có

$$\begin{aligned} 300 \left( \frac{1}{4.850} + k \frac{1}{2.850} \right) &\leq \left[ 0,5 = \frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2} \right] = v \left( \frac{1}{4f} + k \frac{1}{2f} \right) \leq 350 \left( \frac{1}{4.850} + k \frac{1}{2.850} \right) \\ &\Rightarrow 1,93 \leq k \leq 2,33 \Rightarrow k = 2 \\ &\Rightarrow v = \frac{0,5}{\frac{1}{4.850} + 2 \cdot \frac{1}{2.850}} = 340. \end{aligned}$$

- Từ đó dễ thấy  $\lambda = 40\text{cm}$ .

- Khi tiếp tục đổ nước vào ống thì chiều dài cột khí giảm dần, và để âm khuếch đại mạnh thì chiều dài cột khí phải thỏa mãn

$$\begin{aligned} 0 < l = \frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2} &= 10 + k.20 < 50, \\ -0,5 < k < 2, \\ k &= 0; 1 \end{aligned}$$

Vậy khi đổ thêm nước vào thì có thêm 2 vị trí làm cho âm khuếch đại rất mạnh.

Đáp án B.

Ví dụ 6: Trong âm nhạc, khoảng cách giữa hai nốt nhạc trong một quãng được tính bằng cung và nửa cung (nc). Mỗi quãng tám được chia thành 12 nc. Hai nốt nhạc cách nhau nửa cung thì hai âm (cao, thấp) tương ứng với hai nốt nhạc này có tần số thỏa mãn  $f_2^{12} = 2f_1^{12}$ . Tập hợp tất cả các âm trong một quãng tám gọi là một gam (âm giai). Xét một gam với khoảng cách từ nốt Đồ đến các nốt tiếp theo Rê, Mi, Fa, Sol, La, Si, Đô tương ứng là 2 nc, 4 nc, 5 nc, 7 nc, 9 nc, 11 nc, 12 nc. Trong gam này, nếu âm ứng với nốt La có tần số 440 Hz thì âm ứng với nốt Sol có tần số là

A. 330 Hz.

B. 392 Hz.

C. 494 Hz.

D. 415 Hz.

Lời giải

- Trong âm nhạc, ta biết cao độ tăng dần : Đồ Rê Mi Fa Sol La Si Đô.
- Gọi tần số ứng với nốt Sol là  $f_7$  và ứng với nốt La là  $f_9$ . Hai nốt này cách nhau 2nc.
- Theo bài ra, hai nốt nhạc cách nhau nửa cung thì hai âm (cao, thấp) tương ứng với hai nốt nhạc này có tần số thỏa mãn  $f_c^{12} = 2f_t^{12}$ , tức là thỏa mãn  $f_c = \sqrt[12]{2}f_t$ .

Sử dụng công thức này, ta được

$$f_9 = \sqrt[12]{2}f_8 = (\sqrt[12]{2})^2 f_7.$$

- Từ đó suy ra âm ứng với nốt Sol có tần số là  $f_7 = \frac{440}{(\sqrt[12]{2})^2} = 392$  Hz.

Đáp án B.

CHƯƠNG 3

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

A. LÝ THUYẾT

I. Dao động điện từ trong mạch LC

1. Sự biến thiên điện tích và dòng điện trong mạch dao động

- Mạch dao động là một mạch điện khép kín gồm một tụ điện có điện dung  $C$  và một cuộn dây có độ tự cảm  $L$ , có điện trở thuần không đáng kể nối với nhau.
- Điện tích trên tụ điện  $C$  trong mạch dao động biến thiên điều hòa theo phương trình

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

- Cường độ dòng điện trên cuộn dây  $L$ :

$$i = q' = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Trong đó  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  và  $I_0 = \omega q_0$ .

- Biến thiên của điện trường và từ trường ở trong mạch trên được gọi là dao động điện từ. Nếu không có tác động bên ngoài thì dao động điện từ này được gọi là dao động điện từ tự do.
- Chu kì và tần số riêng của mạch dao động:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

**Nhận xét:** Dòng điện biến thiên điều hòa cùng tần số và sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với điện tích trong mạch. Điều này tương tự như vận tốc  $v$  biến thiên sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với li độ  $x$  trong dao động điều hòa.

2. Năng lượng điện từ trong mạch dao động

- Giả sử phương trình của điện tích là  $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .
- Năng lượng điện trường tập trung trong tụ điện

$$W_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \cos^2(\omega t + \varphi).$$

- Năng lượng từ trường tập trung trong cuộn cảm

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L\omega^2 q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \sin^2(\omega t + \varphi).$$

- Năng lượng điện từ toàn phần trong mạch LC là

$$W = W_C + W_L = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{q_0^2}{2C} = \text{const.}$$

**Nhận xét:**

- Năng lượng điện trường và năng lượng từ trường biến thiên điều hoà với tần số góc  $\omega' = 2\omega$  và chu kì  $T' = \frac{T}{2}$ .
- Trong quá trình dao động của mạch, năng lượng từ trường và năng lượng điện trường luôn chuyển hóa lẫn nhau, nhưng tổng năng lượng điện từ là một hằng số không đổi.

**3. Các loại dao động điện từ**

- Dao động điện từ tắt dần: Trong thực tế, các mạch dao động LC luôn có sự tiêu hao năng lượng, do điện trở của cuộn dây thực tế là khác 0. Do đó, dao động sẽ dừng lại sau khi năng lượng bị tiêu hao hết. Biên độ của dao động giảm dần theo thời gian. Hiện tượng này được gọi là dao động điện từ tắt dần.

- Dao động điện từ duy trì: Để duy trì dao động, ta phải bù đủ và đúng phần năng lượng bị tiêu hao trong mỗi chu kì.

- Dao động điện từ cưỡng bức: Khi mắc mạch LC có tần số riêng  $\omega_0$  vào nguồn điện có suất điện động biến thiên theo thời gian  $e = E_0 \cos \omega t$ , dòng điện trong mạch LC buộc phải dao động với tần số  $\omega$  của nguồn điện. Quá trình này gọi là dao động điện từ cưỡng bức. Khi  $\omega = \omega_0$  thì hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch LC đạt giá trị cực đại, đó là sự cộng hưởng trong dao động điện từ.

**4. Sự tương tự giữa dao động điện từ và dao động cơ**

Đại lượng cơ	Đại lượng điện
$x$	$q$
$v$	$i$
$m$	$L$
$k$	$\frac{1}{C}$
$F$	$u$
$\mu$	$R$
$W_t$	$W_C$
$W_d$	$W_L$

Bảng 3.1: Sự tương tự giữa đại lượng cơ và đại lượng điện.

Dao động cơ	Dao động điện
$x'' + \omega^2 x = 0$ , với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$q'' + \omega^2 q = 0$ , với $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
$x = A \cos(\omega t + \varphi)$	$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$
$v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$	$i = q' = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi)$
$W = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kA^2$	$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C}$

Bảng 3.2: Sự tương tự giữa dao động cơ và dao động điện.

**II. Điện từ trường – Sóng điện từ**

**1. Điện từ trường**

**1.1. Giả thuyết của Mắc-xoen**

**Giả thuyết về từ trường biến thiên**

Nếu tại một nơi có từ trường biến thiên theo thời gian thì tại nơi đó xuất hiện một điện trường xoáy. Điện trường xoáy là điện trường có các đường sức điện là những đường cong khép kín, bao quanh các đường cảm ứng từ.

**Giả thuyết về điện trường biến thiên**

Nếu tại một nơi có điện trường biến thiên theo thời gian thì tại nơi đó xuất hiện một từ trường biến thiên. Từ trường này cũng có các đường sức từ là những đường cong khép kín như từ trường tĩnh, bao quanh các đường sức của điện trường.

Như vậy, điện trường biến thiên và từ trường biến thiên cùng tồn tại trong không gian. Chúng chuyển

hóa lẫn nhau trong một trường thống nhất gọi là điện từ trường.

Không thể có từ trường hoặc điện trường tồn tại riêng rẽ.

Dưới đây là bảng phân biệt giữa điện trường tĩnh và điện trường xoáy để chúng ta hiểu rõ hơn về điện trường tĩnh, điện trường xoáy.

Điện trường tĩnh	Điện trường xoáy
Được sinh ra xung quanh một điện tích đứng yên	Được sinh ra xung quanh một điện tích dao động hoặc xung quanh một từ trường biến thiên
Có đường sức là đường cong hở, đi ra ở điện tích dương và đi vào điện tích âm	Có đường sức là đường cong khép kín, không phân biệt điểm đầu và điểm cuối
Chỉ biến thiên trong không gian, không biến thiên theo thời gian	Biến thiên cả trong không gian và thời gian

Bảng 3.3: Phân biệt giữa điện trường tĩnh và điện trường xoáy

### 1.2. Dòng điện dẫn và dòng điện dịch

Khi mạch LC đang dao động thì:

*Dòng điện dẫn* là dòng điện chạy qua dây dẫn sinh ra từ trường có đường sức từ là đường cong khép kín, bao quanh dòng điện.

Theo Mắcxoen, sự biến thiên của điện trường trong lòng tụ điện sẽ sinh ra một từ trường xoáy. Như vậy điện trường biến thiên trong lòng tụ cũng tạo ra từ trường xoáy trông như dòng điện chạy qua dây dẫn. Vì vậy điện trường biến thiên trong lòng của tụ điện được coi như một loại dòng điện. Để phân biệt với dòng điện dẫn chạy qua dây dẫn, điện trường biến thiên trong lòng tụ điện được gọi là *dòng điện dịch*. (Dòng điện dịch chỉ là một dòng điện mang tính quy ước và không phải là dòng chuyển dời có hướng của các hạt mang điện).

Vậy, mạch dao động LC tồn tại hai loại dòng điện: dòng điện dẫn chạy trong dây dẫn của cuộn cảm và dòng điện dịch do điện trường biến thiên trong lòng tụ điện sinh ra.

## 2. Sóng điện từ

Xét một điện tích  $q$  dao động điều hòa với tần số  $f$ . Cường độ điện trường do điện tích đó sinh ra tại một điểm cố định xung quanh điện tích sẽ biến thiên cùng tần số. Theo Mắcxoen, tại điểm đó có một từ trường xoáy biến thiên, từ trường xoáy biến thiên lại sinh ra một điện trường xoáy biến thiên khác, điện trường xoáy biến thiên lại sinh ra một từ trường xoáy khác,... cứ như vậy quá trình liên tiếp diễn ra và ta nói rằng sóng điện từ được truyền đi.

### 2.1. Định nghĩa

Sóng điện từ là quá trình lan truyền điện từ trường biến thiên trong không gian.

### 2.2. Đặc điểm

- Sóng điện từ truyền được trong mọi môi trường vật chất, kể cả trong chân không. Đây chính là sự khác biệt giữa sóng điện từ và sóng cơ.
- Vận tốc lan truyền sóng điện từ trong chân không bằng vận tốc ánh sáng  $c = 3.10^8$  m/s.
- Sóng điện từ là sóng ngang. Trong quá trình truyền sóng, các véc tơ  $\vec{B}$  và  $\vec{E}$  luôn vuông góc với nhau, và vuông góc với phương truyền sóng  $\vec{v}$ . Ba véc tơ  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{v}$  tạo thành một tam diện thuận.

- Các véc tơ  $\vec{B}$  và  $\vec{E}$  biến thiên tuần hoàn theo không gian và thời gian, và luôn cùng pha.
- Bước sóng của sóng điện từ trong chân không là

$$\lambda = cT$$

Trong đó:  $c$  là tốc độ ánh sáng,  $T$  là chu kì của dao động điện từ.

**2.3. Tính chất**

- Sóng điện từ mang theo năng lượng khi lan truyền, tỉ lệ với lũy thừa bậc 4 của tần số. Sóng điện từ có tần số càng cao thì khả năng lan truyền càng xa.
- Sóng điện từ tuân theo các quy luật truyền thẳng, phản xạ, khúc xạ, giao thoa, nhiễu xạ,...

**2.4. Một số chú ý quan trọng**

- Khi sóng điện từ truyền đi, điện trường và từ trường biến thiên cùng pha và có phương vuông góc với nhau (chứ không phải vuông pha).
- Điện trường trong lòng tụ điện biến thiên cùng tần số và cùng pha với hiệu điện thế giữa hai đầu tụ điện.  $E = \frac{u}{d}$  trong đó  $d$  là khoảng cách giữa hai tụ.
- Từ trường trong lòng cuộn cảm biến thiên cùng tần số và cùng pha với dòng điện qua cuộn cảm.

$$B = 4\pi 10^{-7} L \cdot i$$

**3. Sóng vô tuyến**

**3.1. Định nghĩa**

Sóng vô tuyến là các sóng điện từ dùng trong vô tuyến, có bước sóng từ vài mét đến vài kilômét.

**3.2. Phân loại**

Theo tần số và bước sóng, sóng vô tuyến được phân chia thành 4 loại: sóng cực ngắn, sóng ngắn, sóng trung và sóng dài.

Loại sóng	Tần số (MHz)	Bước sóng (m)
Sóng dài	0,003 đến 0,3	$10^3$ đến $10^5$
Sóng trung	0,3 đến 3,0	$10^2$ đến $10^3$
Sóng ngắn	3,0 đến 30	10 đến $10^2$
Sóng cực ngắn	30 đến 30000	$10^{-2}$ đến 10

Bảng 3.4: Bảng phân loại sóng vô tuyến

**3.3. Đặc tính**

Tầng điện li là lớp khí quyển bị ion hóa mạnh bởi ánh sáng Mặt Trời và nằm trong khoảng độ cao từ 80 km đến 800 km, có ảnh hưởng rất lớn đến sự truyền sóng vô tuyến điện.

Sóng dài có năng lượng thấp, bị nước hấp thụ ít nên được dùng để truyền thông tin dưới nước. Sóng dài ít dùng để truyền thông tin trên mặt đất vì năng lượng nhỏ không thể truyền được đi xa.

Sóng trung ban ngày bị tầng điện li hấp thụ mạnh nên không truyền được đi xa. Ban đêm sóng ít bị hấp thụ, tầng điện li phản xạ nên truyền được đi xa. Do đó, vào ban đêm, ta nghe đài sẽ rõ hơn nghe ban ngày.

Sóng ngắn có năng lượng lớn hơn sóng trung, bị tầng điện li phản xạ đi phản xạ lại nhiều lần từ mặt đất đến tầng điện li. Do vậy, một đài phát sóng ngắn có công suất lớn có thể truyền sóng tới mọi điểm trên bề mặt Trái Đất.



Sóng cực ngắn có năng lượng lớn nhất trong 4 loại sóng kể trên, nó không bị tầng điện li hấp thụ và phản xạ, nên sóng cực ngắn có thể truyền đi rất xa theo đường thẳng, xuyên qua tầng điện li. Do đó, sóng cực ngắn được dùng để truyền thông tin vũ trụ.

Chú ý: Vô tuyến hình dùng sóng cực ngắn, không truyền được đi xa trên bề mặt Trái Đất, không bị tầng điện li hấp thụ hay phản xạ. Muốn truyền hình đi xa, phải có vệ tinh nhân tạo hoặc các đài thu phát sóng trung gian.

**4. Truyền thông bằng sóng điện từ**

**4.1. Mạch dao động kín, mạch dao động hở**

Trong mạch dao động LC, điện trường biến thiên tập trung ở tụ điện C, từ trường biến thiên tập trung ở cuộn dây L. Điện từ trường hầu như không bức xạ ra bên ngoài, mạch này được gọi là *mạch dao động kín*.

Trong mạch dao động LC, khi ta tách hai bản cực của tụ điện C và tách xa các vòng dây cuộn cảm, thì vùng không gian có điện trường biến thiên và từ trường biến thiên được mở rộng dần. Mạch như vậy gọi là *mạch dao động hở*.

Trong mạch dao động hở, điện từ trường lan tỏa trong không gian thành sóng điện từ và có khả năng đi rất xa.

**4.2. Anten**

- Anten là một dạng của mạch dao động hở.
- Anten cấu tạo bởi 1 dây dẫn dài, có cuộn cảm ở giữa, đầu trên để hở còn đầu dưới tiếp đất.

**4.3. Nguyên tắc phát và thu sóng điện từ**

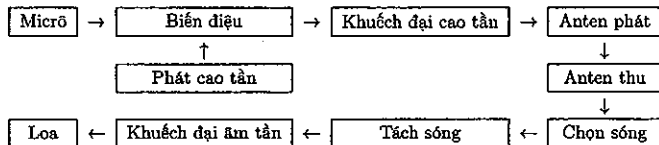
- Để phát sóng điện từ đi xa, người ta mắc phối hợp anten với một máy phát dao động điều hòa (gồm một mạch dao động LC, một tranzito và nguồn điện một chiều để bổ sung năng lượng cho mạch dao động LC). Anten phát ra sóng điện từ với tần số *f*.
- Để thu sóng điện từ, người ta mắc kết hợp anten với mạch dao động LC có tụ điện có điện dung thay đổi được. Điều chỉnh *C* để mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng với tần số cần thu, khi đó tín hiệu nhận được là rõ nét nhất, gọi là sự chọn sóng.
- Bước sóng của sóng điện từ mà mạch phát ra, hay thu được là:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} = 2\pi c\sqrt{LC}$$

**4.4. Nguyên tắc truyền thông bằng sóng điện từ**

Để truyền được các thông tin như âm thanh, hình ảnh,... đến những nơi xa, người ta đều áp dụng một quy trình chung là:

- Biến âm thanh, hình ảnh,... muốn truyền đi thành các dao động điện, gọi là các tín hiệu âm tần.
- Dùng sóng điện từ có tần số cao (cao tần), gọi là sóng mang để truyền các tín hiệu âm tần đi xa qua anten phát.
- Dùng máy thu với anten thu để chọn và thu lấy sóng điện từ cao tần.
- Tách tín hiệu ra khỏi sóng cao tần, dùng loa để nghe âm thanh đã truyền tới (hoặc dùng màn hình để xem hình).



Sơ đồ khối của một hệ thống phát thanh và thu thanh dùng sóng điện từ



**Câu 4:** Tìm câu phát biểu sai về sóng điện từ

- A. Là sự lan truyền của điện trường và từ trường biến thiên trong không gian.
- B. Là sóng ngang.
- C. Năng lượng tỉ lệ với lũy thừa bậc bốn của tần số.
- D. Không truyền được trong chân không.

Lời giải

Sóng điện từ truyền được trong chân không. Đây là điểm khác nhau giữa sóng cơ và sóng điện từ.

Đáp án D.

**Câu 5:** Tìm câu phát biểu sai về điện trường và từ trường biến thiên

- A. Điện trường xoáy là điện trường có đường sức là những đường cong kín.
- B. Tại nơi có từ trường biến thiên thì xuất hiện điện trường xoáy.
- C. Tại nơi có điện trường biến thiên thì xuất hiện từ trường xoáy.
- D. Điện trường nào cũng sinh ra từ trường biến thiên và ngược lại.

Lời giải

Chỉ điện trường biến thiên thì mới sinh ra từ trường biến thiên và ngược lại.

Đáp án D.

**Câu 6:** Sóng điện từ và sóng cơ học có điểm giống nhau là:

- A. Truyền được trong chân không.
- B. Là sóng ngang.
- C. Có tính chất phản xạ, nhiễu xạ, giao thoa.
- D. Có năng lượng sóng tại một điểm tỉ lệ với lũy thừa bậc hai của tần số.

Lời giải

Xét các đáp án ta thấy:

- A. Sai, bởi vì sóng cơ học không truyền được trong chân không.
- B. Sai, bởi vì sóng điện từ là sóng ngang, còn sóng cơ học có thể là sóng ngang, hoặc cũng có thể là sóng dọc.
- C. Đúng, sóng điện từ và sóng cơ học đều có bản chất là sóng, nên có thể phản xạ, nhiễu xạ, giao thoa.
- D. Sai, bởi vì sóng điện từ có năng lượng tỉ lệ với lũy thừa bậc bốn của tần số.

Đáp án C.

**Câu 7:** Trong sóng điện từ, dao động của điện trường  $\vec{E}$  và từ trường  $\vec{B}$  luôn luôn :

- A. Đồng pha.
- B. Ngược pha.
- C. Vuông pha.
- D. Lệch pha nhau một góc bất kì.

Lời giải

Véc tơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  và véc tơ từ trường  $\vec{B}$  luôn vuông góc với nhau, và dao động đồng pha.

**Nhận xét:** Rất nhiều học sinh nhầm lẫn rằng: Véc tơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  và véc tơ từ trường  $\vec{B}$  luôn vuông góc với nhau nên chúng dao động vuông pha với nhau.

Đáp án A.

**Câu 8:** Trong mạch dao động, dòng điện trong mạch có đặc điểm nào sau đây ?

- A. Tần số rất lớn.
- B. Cường độ rất lớn.
- C. Năng lượng rất lớn.
- D. Chu kì rất lớn.

Lời giải

Trong mạch dao động, do tần số tỉ lệ nghịch với tích căn bậc hai của LC, mà L và C thường có giá trị nhỏ (L cỡ mH, C cỡ  $\mu F$ ) nên tần số rất lớn.

Đáp án A.

**Câu 9:** Tại Hà Nội, một máy đang phát sóng điện từ. Xét một phương truyền có phương thẳng đứng hướng lên. Vào thời điểm t, tại điểm M trên phương truyền, vectơ cảm ứng từ đang có độ lớn cực đại và hướng về phía Nam. Khi đó vectơ cường độ điện trường có

- A. độ lớn cực đại và hướng về phía Đông.
- B. độ lớn cực đại và hướng về phía Bắc .
- C. độ lớn cực đại và hướng về phía Tây.
- D. độ lớn bằng không.

**Lời giải**

Ta có điện trường và từ trường dao động cùng pha nên khi vectơ cảm ứng từ đang có độ lớn cực đại thì vectơ cường độ điện trường cũng có độ lớn cực đại.

Phương và chiều của  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$ ,  $\vec{v}$  xác định theo quy tắc bàn tay trái: Véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  xuyên vào lòng bàn tay, chiều từ cổ tay đến các ngón tay là chiều véc tơ cảm ứng từ, ngón cái choãi ra 90 độ chỉ chiều véc tơ cường độ điện trường. Từ đó suy ra vectơ cảm ứng từ đang hướng về phía nam thì véc tơ cường độ điện trường hướng về phía Tây.

Đáp án C.

**2. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Mạch dao động điện từ điều hoà có cấu tạo gồm:

- A. nguồn điện một chiều và tụ điện mắc thành mạch kín.
- B. nguồn điện một chiều và cuộn cảm mắc thành mạch kín.
- C. nguồn điện một chiều và điện trở mắc thành mạch kín.
- D. tụ điện và cuộn cảm mắc thành mạch kín.

**Câu 2:** Mạch dao động điện từ điều hoà LC có chu kỳ

- A. phụ thuộc vào L, không phụ thuộc vào C.
- B. phụ thuộc vào C, không phụ thuộc vào L.
- C. phụ thuộc vào cả L và C.
- D. không phụ thuộc vào L và C.

**Câu 3:** Mạch dao động điện từ điều hoà gồm cuộn cảm L và tụ điện C, khi tăng điện dung của tụ điện lên 4 lần thì chu kỳ dao động của mạch

- A. tăng lên 4 lần.
- B. tăng lên 2 lần.
- C. giảm đi 4 lần.
- D. giảm đi 2 lần.

**Câu 4:** Mạch dao động điện từ điều hoà gồm cuộn cảm L và tụ điện C. Khi tăng độ tự cảm của cuộn cảm lên 2 lần và giảm điện dung của tụ điện đi 2 lần thì tần số dao động của mạch

- A. không đổi.
- B. tăng 2 lần.
- C. giảm 2 lần.
- D. tăng 4 lần.

**Câu 5:** Mạch dao động điện từ gồm tụ điện C và cuộn cảm L, dao động tự do với tần số góc

- A.  $\omega = 2\pi\sqrt{LC}$  .
- B.  $\omega = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$  .
- C.  $\omega = \sqrt{LC}$  .
- D.  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  .

**Câu 6:** Nhận xét nào sau đây về đặc điểm của mạch dao động điện từ điều hoà LC là không đúng?

- A. Điện tích trong mạch biến thiên điều hoà.
- B. Năng lượng điện trường tập trung chủ yếu ở tụ điện.
- C. Năng lượng từ trường tập trung chủ yếu ở cuộn cảm.
- D. Tần số dao động của mạch phụ thuộc vào điện tích của tụ điện.

Câu 7: Người ta dùng cách nào sau đây để duy trì dao động điện từ trong mạch với tần số riêng của nó?

- A. Đặt vào mạch một hiệu điện thế xoay chiều.
- B. Đặt vào mạch một hiệu điện thế một chiều không đổi.
- C. Dùng máy phát dao động điện từ điều hoà.
- D. Tăng thêm điện trở của mạch dao động.

Câu 8: Khi mắc nối tiếp với C của mạch dao động kín LC một tụ C' có điện dung bằng C thì tần số dao động riêng của mạch sẽ:

- A. tăng 2 lần .
- B. giảm 2 lần .
- C. tăng  $\sqrt{2}$ lần .
- D. giảm  $\sqrt{2}$ lần .

Câu 9: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Điện trường tĩnh là điện trường có các đường sức điện xuất phát từ điện tích dương và kết thúc ở điện tích âm.
- B. Điện trường xoáy là điện trường có các đường sức điện là các đường cong kín.
- C. Từ trường tĩnh là từ trường do nam châm vĩnh cửu đứng yên sinh ra.
- D. Từ trường xoáy là từ trường có các đường sức từ là các đường cong kín.

Câu 10: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Một từ trường biến thiên tuần hoàn theo thời gian, nó sinh ra một điện trường xoáy.
- B. Một điện trường biến thiên tuần hoàn theo thời gian, nó sinh ra một từ trường xoáy.
- C. Một từ trường biến thiên tăng dần đều theo thời gian, nó sinh ra một điện trường xoáy biến thiên.
- D. Một điện trường biến thiên tăng dần đều theo thời gian, nó sinh ra một từ trường xoáy biến thiên.

Câu 11: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Dòng điện dẫn là dòng chuyển động có hướng của các điện tích.
- B. Dòng điện dịch là do điện trường biến thiên sinh ra.
- C. Có thể dùng ampe kế để đo trực tiếp dòng điện dẫn.
- D. Có thể dùng ampe kế để đo trực tiếp dòng điện dịch.

Câu 12: Phát biểu nào sau đây là không đúng khi nói về điện từ trường?

- A. Khi một điện trường biến thiên theo thời gian, nó sinh ra một từ trường xoáy.
- B. Điện trường xoáy là điện trường có các đường sức là những đường cong.
- C. Khi một từ trường biến thiên theo thời gian, nó sinh ra một điện trường.
- D. Từ trường có các đường sức từ bao quanh các đường sức điện.

Câu 13: Phát biểu nào sau đây là không đúng khi nói về điện từ trường?

- A. Một từ trường biến thiên theo thời gian sinh ra một điện trường xoáy biến thiên ở các điểm lân cận.
- B. Một điện trường biến thiên theo thời gian sinh ra một từ trường xoáy ở các điểm lân cận.
- C. Điện trường và từ trường xoáy có các đường sức là đường cong kín.
- D. Đường sức của điện trường xoáy là các đường cong kín bao quanh các đường sức từ của từ trường biến thiên.

Câu 14: Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về điện từ trường?

- A. Điện trường trong tụ điện biến thiên sinh ra một từ trường giống từ trường của một nam châm hình chữ U.
- B. Sự biến thiên của điện trường giữa các bản của tụ điện sinh ra một từ trường giống từ trường được sinh ra bởi dòng điện trong dây dẫn nối với tụ.

C. Dòng điện dịch là dòng chuyển động có hướng của các điện tích trong lòng tụ điện.

D. Dòng điện dịch trong tụ điện và dòng điện dẫn trong dây dẫn nối với tụ điện có cùng độ lớn, nhưng ngược chiều.

**Câu 15:** Phát biểu nào sau đây về tính chất của sóng điện từ là không đúng?

- A. Sóng điện từ là sóng ngang.
- B. Sóng điện từ mang năng lượng.
- C. Sóng điện từ có thể phản xạ, khúc xạ, giao thoa.
- D. Sóng điện từ không truyền được trong chân không.

**Câu 16:** Phát biểu nào sau đây về tính chất của sóng điện từ là không đúng?

- A. Sóng điện từ là sóng ngang.
- B. Sóng điện từ mang năng lượng.
- C. Sóng điện từ có thể bị phản xạ, khúc xạ, giao thoa.
- D. Vận tốc sóng điện từ gần bằng vận tốc ánh sáng.

**Câu 17:** Hãy chọn câu đúng?

- A. Điện từ trường do một tích điểm dao động sẽ lan truyền trong không gian dưới dạng sóng.
- B. Điện tích dao động không thể bức xạ sóng điện từ.
- C. Vận tốc của sóng điện từ trong chân không nhỏ hơn nhiều vận tốc ánh sáng trong chân không.
- D. Tần số của sóng điện từ chỉ bằng nửa tần số dao động của điện tích.

**Câu 18:** Sóng điện từ là quá trình lan truyền trong không gian của một điện từ trường biến thiên. Kết luận nào sau đây là đúng nhất khi nói về quan hệ giữa véc tơ cường độ điện trường và véc tơ cảm ứng từ của điện từ trường đó?

- A. Véc tơ cường độ điện trường và cảm ứng từ biến thiên tuần hoàn cùng tần số.
- B. Véc tơ cường độ điện trường và cảm ứng từ biến thiên tuần hoàn cùng pha.
- C. Véc tơ cường độ điện trường và cảm ứng từ biến thiên tuần hoàn cùng phương.
- D. Véc tơ cường độ điện trường và cảm ứng từ biến thiên tuần hoàn cùng tần số, cùng pha và có phương vuông góc với nhau.

**Câu 19:** Sóng điện từ nào sau đây có khả năng xuyên qua tầng điện li?

- A. Sóng dài.
- B. Sóng trung.
- C. Sóng ngắn.
- D. Sóng cực ngắn.

**Câu 20:** Sóng điện từ nào sau đây bị phản xạ mạnh nhất ở tầng điện li?

- A. Sóng dài.
- B. Sóng trung.
- C. Sóng ngắn.
- D. Sóng cực ngắn.

**Câu 21:** Sóng điện từ nào sau đây được dùng trong việc truyền thông tin trong nước?

- A. Sóng dài.
- B. Sóng trung.
- C. Sóng ngắn.
- D. Sóng cực ngắn.

**Câu 22:** Sóng điện từ và sóng âm không có tính chất chung nào sau đây:

- A. Mang năng lượng.
- B. phản xạ, khúc xạ.
- C. truyền được trong nước biển.
- D. là sóng ngang.

**Câu 23:** Sóng siêu âm là:

- A. sóng điện từ có bước sóng cực ngắn.
- B. sóng có thể truyền được trong chân không.
- C. sóng cơ học dọc có tần số lớn hơn 20KHz.
- D. sóng cơ học có vận tốc truyền sóng lớn hơn vận tốc âm.

**Câu 24:** Loại sóng nào sau đây được dùng trong thông tin liên lạc bằng vệ tinh:

- A. sóng vô tuyến có bước sóng ngắn.
- B. vi sóng.
- C. sóng vô tuyến có bước sóng trung.
- D. sóng siêu âm.

Câu 25: Đặc điểm nào sau đây không phải là của sóng điện từ ?

- A. làm cho các phân tử vật chất dao động với tần số bằng tần số sóng khi sóng truyền qua.
- B. là sóng ngang.
- C. mang năng lượng.
- D. truyền được trong chân không.

Câu 26: Sóng nào sau đây được dùng trong truyền hình bằng sóng vô tuyến điện?

- A. Sóng dài.
- B. Sóng trung.
- C. Sóng ngắn.
- D. Sóng cực ngắn.

Câu 27: Nguyên tắc thu sóng điện từ dựa vào

- A. hiện tượng cộng hưởng điện trong mạch LC.
- B. hiện tượng bức xạ sóng điện từ của mạch dao động hở.
- C. hiện tượng hấp thụ sóng điện từ của môi trường.
- D. hiện tượng giao thoa sóng điện từ.

Câu 28: Để sóng âm truyền đi rất xa, giải pháp nào sau đây là tối ưu:

- A. dùng loa phóng thanh .
- B. dùng sóng điện từ làm sóng mang bằng cách biến điệu rồi đưa ra anten phát.
- C. dùng anten phát được sóng âm .
- D. dùng dây cáp dạng ống như cáp quang để truyền sóng âm.

Câu 29: Tốc độ lan truyền của sóng điện từ:

- A. bằng tốc độ ánh sáng trong chân không và giảm khi truyền trong môi trường điện môi.
- B. phụ thuộc vào L và C là hai đại lượng đặc trưng cho mạch dao động.
- C. dao động điều hòa với tần số góc bằng tần số riêng của mạch dao động tạo ra sóng điện từ.
- D. luôn luôn là một hằng số.

Câu 30: Sóng điện từ là quá trình lan truyền của điện từ trường biến thiên, trong không gian. Khi nói về quan hệ giữa điện trường và từ trường của điện từ trường trên thì kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Vectơ cường độ điện trường và cảm ứng từ cùng phương và cùng độ lớn.
- B. Tại mỗi điểm của không gian, điện trường và từ trường luôn luôn dao động ngược pha.
- C. Tại mỗi điểm của không gian, điện trường và từ trường luôn luôn dao động lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ .
- D. Điện trường và từ trường biến thiên theo thời gian với cùng chu kì.

Câu 31: Phát biểu nào sai khi nói về sóng điện từ?

- A. Sóng điện từ là sự lan truyền trong không gian của điện từ trường biến thiên theo thời gian.
- B. Trong sóng điện từ, điện trường và từ trường luôn dao động lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ .
- C. Trong sóng điện từ, điện trường và từ trường biến thiên theo thời gian với cùng chu kì.
- D. Sóng điện từ dùng trong thông tin vô tuyến gọi là sóng vô tuyến.

Câu 32: Khi nói về sóng điện từ, phát biểu nào dưới đây là sai?

- A. Trong quá trình truyền sóng điện từ, vectơ cường độ điện trường và vectơ cảm ứng từ luôn cùng phương.
- B. Sóng điện từ truyền được trong môi trường vật chất và trong chân không.
- C. Trong chân không, sóng điện từ lan truyền với vận tốc bằng vận tốc ánh sáng.
- D. Sóng điện từ bị phản xạ khi gặp mặt phân cách giữa hai môi trường.

Câu 33: Đối với sự lan truyền sóng điện từ thì

- A. vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  cùng phương với phương truyền sóng còn vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  vuông góc với vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$ .
- B. vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  và vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  luôn cùng phương với phương truyền sóng.
- C. vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  và vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  luôn vuông góc với phương truyền sóng.

D. vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  cùng phương với phương truyền sóng còn vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  vuông góc với vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$ .

Câu 34: Trong sơ đồ của một máy phát sóng vô tuyến điện, không có mạch (tăng)

- A. tách sóng. B. khuếch đại.  
C. phát dao động cao tần. D. biến điệu.

Câu 35: Khi nói về sóng điện từ, phát biểu nào dưới đây là sai?

- A. Sóng điện từ bị phản xạ khi gặp mặt phân cách giữa hai môi trường.  
B. Sóng điện từ truyền được trong môi trường vật chất và trong chân không.  
C. Trong quá trình truyền sóng điện từ, vectơ cường độ điện trường và vectơ cảm ứng từ luôn cùng phương.  
D. Trong chân không, sóng điện từ lan truyền với vận tốc bằng vận tốc ánh sáng.

Câu 36: Trong mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do, điện tích của một bản tụ điện và cường độ dòng điện qua cuộn cảm biến thiên điều hòa theo thời gian

- A. luôn ngược pha nhau. B. với cùng biên độ.  
C. luôn cùng pha nhau. D. với cùng tần số.

Câu 37: Sóng điện từ

- A. là sóng dọc hoặc sóng ngang.  
B. là điện từ trường lan truyền trong không gian.  
C. có thành phần điện trường và thành phần từ trường tại một điểm dao động cùng phương.  
D. không truyền được trong chân không.

Câu 38: Trong sơ đồ khối của một máy phát thanh dùng vô tuyến không có bộ phận nào dưới đây?

- A. Mạch tách sóng. B. Mạch khuếch đại. C. Mạch biến điệu. D. Anten.

Câu 39: Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về sóng điện từ?

- A. Sóng điện từ truyền được trong chân không.  
B. Khi sóng điện từ gặp mặt phân cách giữa hai môi trường thì nó có thể bị phản xạ hoặc khúc xạ.  
C. Trong sóng điện từ thì dao động của điện trường và của từ trường tại một điểm luôn đồng pha với nhau.  
D. Sóng điện từ là sóng ngang nên nó chỉ truyền được trong chất rắn.

Câu 40: Khi nói về sóng điện từ phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Sóng điện từ mang năng lượng.  
B. Sóng điện từ là sóng ngang.  
C. Sóng điện từ tuân theo các quy luật giao thoa, nhiễu xạ.  
D. Sóng điện từ không truyền được trong chân không.

Câu 41: Tại Hà Nội, một máy đang phát sóng điện từ. Xét một phương truyền có phương thẳng đứng hướng lên. Vào thời điểm  $t$ , tại điểm  $M$  trên phương truyền, vectơ cảm ứng từ đang có độ lớn cực đại và hướng về phía Nam. Khi đó vectơ cường độ điện trường có

- A. độ lớn cực đại và hướng về phía Tây. B. độ lớn bằng không.  
C. độ lớn cực đại và hướng về phía Bắc. D. độ lớn cực đại và hướng về phía Đông.

Câu 42: Trong sóng điện từ, dao động của điện trường và của từ trường tại một điểm luôn luôn

- A. ngược pha nhau. B. lệch pha nhau  $\frac{\pi}{4}$ .  
C. đồng pha nhau. D. lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ .

Câu 43: Một mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với tần số  $f$ . Biết giá trị cực đại của cường độ dòng điện trong mạch là  $I_0$  và giá trị cực đại của điện tích trên một bản tụ là  $q_0$ . Giá trị của  $f$  được xác định là:



A.  $\frac{I_0}{2q_0}$   
 C.  $\frac{I_0}{2\pi q_0}$

B.  $\frac{q_0}{\pi I_0}$   
 D.  $\frac{q_0}{2\pi I_0}$

**Câu 44:** Trong mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do thì:

- A. năng lượng điện từ của mạch được bảo toàn.
- B. năng lượng điện trường tập trung ở cuộn cảm.
- C. năng lượng điện trường và năng lượng từ trường luôn không đổi.
- D. năng lượng từ trường tập trung ở tụ điện.

**Câu 45:** Trong một mạch dao động LC, điện tích trên một bản tụ biến thiên theo phương trình  $q = q_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ . Như vậy:

- A. Tại các thời điểm  $\frac{T}{4}$  và  $\frac{3T}{4}$ , dòng điện trong mạch có độ lớn cực đại, chiều ngược nhau.
- B. Tại các thời điểm  $\frac{T}{2}$  và  $T$ , dòng điện trong mạch có độ lớn cực đại, chiều ngược nhau.
- C. Tại các thời điểm  $\frac{T}{4}$  và  $\frac{3T}{4}$ , dòng điện trong mạch có độ lớn cực đại, chiều như nhau.
- D. Tại các thời điểm  $\frac{T}{2}$  và  $T$ , dòng điện trong mạch có độ lớn cực đại, chiều như nhau.

**Câu 46:** Điện tích của tụ điện trong mạch dao động LC biến thiên theo phương trình  $q = q_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \pi\right)$ .

Tại thời điểm  $t = \frac{T}{4}$ , ta có:

- A. Hiệu điện thế giữa hai bản tụ bằng 0.
- B. Dòng điện qua cuộn dây bằng 0.
- C. Điện tích của tụ cực đại.
- D. Năng lượng điện trường cực đại.

**Câu 47:** Sự hình thành dao động điện từ tự do trong mạch dao động là do hiện tượng nào sau đây ?

- A. Hiện tượng cộng hưởng điện.
- B. Hiện tượng từ hoá.
- C. Hiện tượng cảm ứng điện từ.
- D. Hiện tượng tự cảm.

**Câu 48:** Tần số dao động của mạch LC tăng gấp đôi khi:

- A. Điện dung tụ tăng gấp đôi.
- B. Độ tự cảm của cuộn dây tăng gấp đôi.
- C. Điện dung giảm còn 1 nửa.
- D. Chu kì giảm một nửa.

**Câu 49:** Trong mạch thu sóng vô tuyến người ta điều chỉnh điện dung của tụ điện  $C = \frac{1}{4000\pi}$  (F) và độ tự cảm của cuộn dây  $L = \frac{1,6}{\pi}$  (H). Khi đó sóng thu được có tần số bao nhiêu? Lấy  $\pi^2 = 10$ .

- A. 100Hz.
- B. 25Hz.
- C. 50Hz.
- D. 200Hz.

**Câu 50:** Mạch dao động bắt tín hiệu của một máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn cảm  $L = 2\mu\text{H}$  và một tụ điện  $C_0 = 1800\text{pF}$ . Nó có thể thu được sóng vô tuyến điện với bước sóng là:

- A. 11,3 m.
- B. 6,28 m.
- C. 13,1 m.
- D. 113 m.

## ĐÁP ÁN

1 D	6 D	11 D	16 D	21 A	26 D	31 B	36 D	41 A	46 A
2 C	7 C	12 B	17 A	22 D	27 A	32 A	37 B	42 C	47 D
3 B	8 C	13 A	18 D	23 C	28 B	33 C	38 A	43 C	48 D
4 A	9 C	14 B	19 D	24 A	29 A	34 A	39 D	44 A	49 B
5 D	10 C	15 D	20 C	25 A	30 D	35 C	40 D	45 D	50 D

## B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### I. Bài toán đại cương về dao động và sóng điện từ

#### 1. Phương pháp

- Sử dụng các công thức về tần số góc, chu kì, tần số, bước sóng của mạch dao động.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; T = 2\pi\sqrt{LC}; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- Bước sóng của sóng điện từ trong chân không :

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT$$

- Bước sóng của sóng điện từ trong môi trường có chiết suất  $n$  :

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf}$$

- Máy phát hoặc máy thu sóng điện từ sử dụng mạch dao động LC thì tần số sóng điện từ phát hoặc thu được bằng tần số riêng của mạch. Mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến thu được sóng điện từ có bước sóng:

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT = 2\pi c\sqrt{LC}$$

- Nếu mạch chọn sóng có cả L và C biến đổi thì bước sóng mà máy thu vô tuyến thu được sẽ thay đổi trong giới hạn:

$$2\pi c\sqrt{L_{\min}C_{\min}} = \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} = 2\pi c\sqrt{L_{\max}C_{\max}}$$

- Ghép cuộn cảm

+ Giả sử ta có hai cuộn cảm có độ tự cảm lần lượt là  $L_1$  và  $L_2$  được ghép thành bộ có độ tự cảm  $L_b$ .

+ Nếu hai cuộn cảm ghép song song thì  $L_b$  giảm, cảm kháng giảm.

$$\frac{1}{L_{//}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

$$\frac{1}{Z_{L_b}} = \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}}$$

+ Nếu hai cuộn cảm ghép nối tiếp thì  $L_b$  tăng, cảm kháng tăng.

$$L_{nt} = L_1 + L_2$$

$$Z_{L_b} = Z_{L_1} + Z_{L_2}$$

- Ghép tụ điện

+ Giả sử có hai tụ điện có điện dung lần lượt là  $C_1$  và  $C_2$  được ghép thành bộ tụ có điện dung  $C_{b\phi} = C_b$ .

+ Nếu 2 tụ được ghép song song thì điện dung  $C_b$  tăng, dung kháng giảm

$$\begin{cases} C_{//} = C_1 + C_2 \\ \frac{1}{Z_{C_b}} = \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \end{cases}$$

+ Nếu 2 tụ được ghép nối tiếp thì điện dung  $C_b$  giảm, dung kháng tăng.

$$\begin{cases} \frac{1}{C_{nt}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\ Z_{C_b} = Z_{C_1} + Z_{C_2} \end{cases}$$

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một mạch dao động gồm có một cuộn cảm có độ tự cảm  $L = 10^{-3}$  H và một tụ điện có điện dung điều chỉnh được trong khoảng từ 4pF đến 400pF ( $1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$ ). Mạch này có tần số biến thiên trong khoảng nào?

Lời giải

Vì  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  nên tần số tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của điện dung C.

Do đó  $f_{max}$  ứng với  $C_{min}$  và  $f_{min}$  ứng với  $C_{max}$ .

Ta có

$$\begin{cases} f_{min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{max}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \cdot 400 \cdot 10^{-12}}} = 2,52 \cdot 10^5 \text{ Hz} \\ f_{max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{min}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-12}}} = 2,52 \cdot 10^6 \text{ Hz} \end{cases}$$

Vậy tần số biến đổi từ  $2,52 \cdot 10^5$  Hz đến  $2,52 \cdot 10^6$  Hz.

Ví dụ 2: Một mạch dao động điện từ LC gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 2$  mH và tụ điện có điện dung  $C = 0,2$   $\mu\text{F}$ . Biết dây dẫn có điện trở thuần không đáng kể và trong mạch có dao động điện từ riêng. Xác định chu kì và tần số riêng của mạch.

- A.  $6 \cdot 10^3$  Hz.      B.  $7 \cdot 10^3$  Hz.      C.  $8 \cdot 10^3$  Hz.      D.  $5,5 \cdot 10^3$  Hz.

Lời giải

Chu kì của mạch dao động LC là:  $T = 2\pi\sqrt{LC} = 4\pi \cdot 10^{-5} = 12,57 \cdot 10^{-5}$  s.

Tần số  $f = \frac{1}{T} = 8 \cdot 10^3$  Hz.

Đáp án C.

Ví dụ 3: Cho mạch dao động LC. Khi thay  $C = C_1$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là  $f_1$  và  $T_1$ . Khi thay  $C = C_2$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là  $f_2$  và  $T_2$ . Hỏi khi thay C bằng một bộ  $C_1$  và  $C_2$  nối tiếp thì tần số và chu kì dao động trong mạch là bao nhiêu?

Lời giải

Khi thay  $C = C_1$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} \\ f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 = \frac{1}{LC_1} \\ f_1^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_1} \end{cases} \quad (I)$$

Khi thay  $C = C_2$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_2 = 2\pi\sqrt{LC_2} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \frac{1}{LC_2} \\ f_2^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_2} \end{cases} \quad (II)$$

Khi thay C bằng một bộ  $C_1$  và  $C_2$  nối tiếp, ta có điện dung của bộ là  $\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ .

Cộng về theo về các phương trình của hệ (I) và (II) ta có

$$\begin{cases} \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \frac{1}{LC_1} + \frac{1}{LC_2} = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{LC_b} = \left(\frac{2\pi}{T_b}\right)^2 \\ f_1^2 + f_2^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_1} + \frac{1}{4\pi^2 LC_2} = \frac{1}{4\pi^2 L} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{4\pi^2 LC_b} = f_b^2 \end{cases}$$

Từ đó ta có

$$\begin{cases} \frac{1}{T_b^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \\ f_b^2 = f_1^2 + f_2^2 \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Cho mạch dao động LC. Khi thay  $L = L_1$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là  $f_1$  và  $T_1$ . Khi thay  $L = L_2$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là  $f_2$  và  $T_2$ . Hỏi khi thay C bằng một bộ  $L_1$  và  $L_2$  mắc nối tiếp thì tần số và chu kì dao động trong mạch là bao nhiêu?

**Lời giải**

Khi thay  $L = L_1$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{L_1C} \\ f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_b^2 = 4\pi^2 L_1 C \\ \frac{1}{f_b^2} = 4\pi^2 L_1 C \end{cases} \quad (I)$$

Khi thay  $L = L_2$  thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_2 = 2\pi\sqrt{L_2C} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_b^2 = 4\pi^2 L_2 C \\ \frac{1}{f_b^2} = 4\pi^2 L_2 C \end{cases} \quad (II)$$

Khi thay C bằng một bộ  $L_1$  và  $L_2$  mắc nối tiếp, ta có độ tự cảm của bộ là  $L_b = L_1 + L_2$ .

Cộng về theo về các phương trình của hệ (I) và (II) ta có

$$\begin{cases} T_1^2 + T_2^2 = 4\pi^2 C (L_1 + L_2) = T_b^2 \\ \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = 4\pi^2 C (L_1 + L_2) = \frac{1}{f_b^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_b = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \\ f_b = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}}} \end{cases}$$

**Ví dụ 5:** Mạch dao động LC có tụ phẳng không khí hình tròn có bán kính  $R = 48\text{cm}$ , hai bản tụ cách nhau  $d = 4\text{cm}$  phát ra sóng điện từ có bước sóng  $100\text{m}$ . Nếu đưa tấm điện môi cùng kích thước với bản tụ nằm sát 1 bản và có hằng số điện môi là 7, dày  $2\text{cm}$  thì mạch sẽ phát ra sóng điện từ có bước sóng là:

- A. 100m.                      B. 132,29m.                      C. 125m.                      D. 175m.

**Lời giải**

Ban đầu khi chưa thay đổi, ta có tụ phẳng không khí với  $\epsilon$  và

$$\begin{cases} \lambda = 2\pi.c.\sqrt{LC} \\ C = \frac{1.S}{k.4\pi.d} \end{cases}$$

Khi thêm bản mỏng, tụ lúc này coi như 1 tụ không khí nối tiếp với tụ có hằng số điện môi là 7. Ta có

$$\begin{cases} \lambda_{nt} = 2\pi.c.\sqrt{LC_{nt}} \\ C_{nt} = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2} \\ C_1 = \frac{7.S}{k.4\pi.\frac{d}{2}} = 14C \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{nt} = 2\pi.c.\sqrt{LC_{nt}} \\ C_{nt} = 1,75.C \end{cases} \\ C_1 = \frac{1.S}{k.4\pi.\frac{d}{2}} = 2C \end{cases}$$



Lời giải

Ta có hệ thức liên hệ:

$$q_0^2 = q^2 + \frac{i^2}{\omega^2} \Rightarrow |q| = \sqrt{q_0^2 - \frac{i^2}{\omega^2}} = \sqrt{q_0^2 - \frac{(0,5I_0)^2}{\left(\frac{I_0}{q_0}\right)^2}} = \frac{q_0\sqrt{3}}{2}$$

Đáp án B.

**Ví dụ 10:** Một tụ điện có điện dung C tích điện  $Q_0$ . Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_1$  hoặc với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_2$  thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại là 20 mA hoặc 10 mA. Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_3 = (9L_1 + 4L_2)$  thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại là

- A. 9 mA.      B. 4 mA.      C. 10 mA.      D. 5 mA.

Lời giải

- Ta có  $I_0 = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}}$  suy ra  $L = \frac{Q_0^2}{C} \cdot \frac{1}{I_0^2}$ , tức là L tỉ lệ với  $\frac{1}{I_0^2}$ . Do đó

$$\frac{1}{I_{03}^2} = 9 \cdot \frac{1}{I_{01}^2} + 4 \cdot \frac{1}{I_{02}^2}$$

- Từ phương trình trên suy ra  $I_{03} = 4$  mA.

Đáp án B.

**Ví dụ 11:** Hai mạch dao động điện từ lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với cùng cường độ dòng điện cực đại  $I_0$ . Chu kì dao động riêng của mạch thứ nhất là  $T_1$ , của mạch thứ hai là  $T_2 = 2T_1$ . Khi cường độ dòng điện trong hai mạch có cùng độ lớn và nhỏ hơn  $I_0$  thì độ lớn điện tích trên một bản tụ điện của mạch dao động thứ nhất là  $q_1$  và của mạch dao động thứ hai là  $q_2$ . Tỉ số  $\frac{q_1}{q_2}$  là

- A. 2.      B. 1,5.      C. 0,5.      D. 2,5.

Lời giải

- Ta có  $i$  và  $q$  vuông pha nhau, nên ta có  $q^2 + \left(\frac{i}{\omega}\right)^2 = Q_0^2$ , suy ra

$$\begin{cases} q_1^2 + \left(\frac{i_1}{\omega_1}\right)^2 = Q_{01}^2 \\ q_2^2 + \left(\frac{i_2}{\omega_2}\right)^2 = Q_{02}^2 \end{cases} \xrightarrow{|i_1| = |i_2| = i} \begin{cases} q_1^2 = \left(\frac{I_0}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{i}{\omega_1}\right)^2 = \frac{1}{\omega_1^2} (I_0^2 - i^2) \\ q_2^2 = \left(\frac{I_0}{\omega_2}\right)^2 - \left(\frac{i}{\omega_2}\right)^2 = \frac{1}{\omega_2^2} (I_0^2 - i^2) \end{cases} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2} = 0,5.$$

Đáp án C.

**II. Bài toán viết biểu thức  $q, i, u$**

**1. Phương pháp**

- Giả sử phương trình điện tích có dạng

$$q = q_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- Cường độ dòng điện tức thời trong mạch là

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega q_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), I_0 = \omega q_0$$

Vậy cường độ dòng điện tức thời trong mạch sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với điện tích.

- Điện áp tức thời

$$u = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi_0) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_0), U_0 = \frac{q_0}{C}$$

- Hệ thức độc lập thời gian đối với điện tích và cường độ dòng điện trong mạch

$$\text{Ta có } \begin{cases} q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \\ i = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{q}{q_0}\right)^2 = \cos^2(\omega t + \varphi_0) \\ \left(\frac{i}{-\omega q_0}\right)^2 = \sin^2(\omega t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{q}{q_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{\omega q_0}\right)^2 = 1.$$

**2. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm  $L$ . Điện trở thuần của mạch không đáng kể. Dòng điện qua mạch có phương trình  $i = 2.10^{-2} \sin(2.10^6 t)$  (A). Viết phương trình dao động của điện tích trong mạch.

A.  $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t + \frac{\pi}{2}\right)$ .

C.  $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{\pi}{3}\right)$ .

D.  $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{2\pi}{3}\right)$ .

Lời giải

Ta có  $Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = \frac{2.10^{-2}}{2.10^6} = 10^{-8}$  (C).

Vì cường độ dòng điện tức thời trong mạch sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với điện tích, nên điện tích sẽ dao động trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện. Vậy phương trình dao động của điện tích là

$$q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

**Đáp án A.**

**Ví dụ 2:** Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung  $C = 10$  pF, cuộn cảm thuần có hệ số tự cảm  $L = 10$  mH. Điện trở thuần của mạch không đáng kể. Chọn gốc thời gian lúc cường độ dòng điện qua mạch có giá trị bằng một nửa giá trị cực đại và đang giảm. Viết biểu thức điện tích dao động trong mạch? Biết cường độ dòng điện cực đại trong mạch là  $I_0 = 2.10^{-2}$  A.

A.  $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t + \frac{\pi}{2}\right)$  (C).

B.  $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t - \frac{\pi}{6}\right)$  (C).

C.  $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t + \frac{\pi}{6}\right)$  (C).

D.  $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)$  (C).

Lời giải

Tần số góc của mạch dao động

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10.10^{-12} \cdot 10.10^{-3}}} = 3,16 \cdot 10^6$$

Để viết được biểu thức điện tích dao động trong mạch, ta cần có điện tích cực đại  $Q_0$  và pha ban đầu của điện tích.

Điện tích cực đại trong mạch là

$$Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = I_0 \sqrt{LC} = 2.10^{-2} \cdot \sqrt{10.10^{-12} \cdot 10.10^{-3}} = 6.32.10^{-9} \text{ (C)}$$

Vì góc thời gian lúc cường độ dòng điện qua mạch có giá trị bằng một nửa giá trị cực đại và đang giảm, nên dựa vào đường tròn ta thấy pha ban đầu của dòng điện là  $\frac{\pi}{3}$ , suy ra pha ban đầu của điện tích trong mạch là  $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$ .

Vậy phương trình dao động của điện tích trong mạch là:

$$q = 6.32.10^{-9} \cos\left(3.16.10^6 t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (C)}$$

Đáp án B.

**Ví dụ 3:** Mạch dao động gồm tụ điện có điện dung  $C = 10\mu F$  và cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = 10mH$ . Tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế cực đại 12V. Sau đó cho tụ phóng điện trong mạch. Lấy  $\pi^2 = 10$  và gốc thời gian là lúc tụ bắt đầu phóng điện. Biểu thức của dòng điện trong cuộn cảm là :

- A.  $i = 0,24 \cos\left(3,16 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$  (A).      B.  $i = 0,38 \cos\left(3,16 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$  (A).  
 C.  $i = 0,24 \cos\left(3,16 \cdot 10^3 t - \frac{\pi}{2}\right)$  (A).      D.  $i = 0,12 \cos(3,16 \cdot 10^3 t)$  (A).

**Lời giải**

Tần số góc của mạch dao động  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10.10^{-6} \cdot 10.10^{-3}}} = 3,16 \cdot 10^3 \text{ (rad/s)}$

Điện tích cực đại trong mạch  $q_0 = CU_0$ , suy ra cường độ dòng điện cực đại trong mạch là

$$I_0 = q_0 \omega = CU_0 \omega = 10.10^{-6} \cdot 12 \cdot 3,16.10^3 = 0,38 \text{ (A)}$$

Gốc thời gian lúc tụ phóng điện, nên pha ban đầu của điện tích là 0, suy ra pha ban đầu của cường độ dòng điện là  $\frac{\pi}{2}$ . Vậy biểu thức của dòng điện trong mạch là

$$i = 0,38 \cos\left(3,16 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (A)}$$

Đáp án B.

### 3. Bài tập tự luyện

**Câu 1:** Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung C, cuộn cảm L. Điện trở thuần của mạch  $R = 0$ . Dòng điện qua mạch  $i = 4.10^{-11} \sin 2.10^{-2}t$ , điện tích của tụ điện là

- A.  $Q_0 = 10^{-9}C$ .      B.  $Q_0 = 4.10^{-9}C$ .  
 C.  $Q_0 = 2.10^{-9}C$ .      D.  $Q_0 = 8.10^{-9}C$ .

**Câu 2:** Phương trình dao động của điện tích trong mạch dao động LC là  $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . Biểu thức của dòng điện trong mạch là:

- A.  $i = \omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .      B.  $i = \omega Q_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ .  
 C.  $i = \omega Q_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ .      D.  $i = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$ .

**Câu 3:** Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch dao động LC là  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . Biểu thức của điện tích trong mạch là:

- A.  $q = \omega I_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .      B.  $q = \frac{I_0}{\omega} \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ .  
 C.  $q = \omega I_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ .      D.  $q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$ .



**Câu 4:** Phương trình dao động của điện tích trong mạch dao động LC là  $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . Biểu thức của hiệu điện thế trong mạch là:

- A.  $u = \omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .      B.  $u = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi)$ .  
 C.  $u = \omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$ .      D.  $u = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$ .

**Câu 5:** Mạch dao động LC gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 2mH$  và tụ điện có điện dung  $C = 5pF$ . Tự được tích điện đến hiệu điện thế  $10V$ , sau đó người ta để cho tụ phóng điện trong mạch. Nếu chọn gốc thời gian là lúc tụ bắt đầu phóng điện thì biểu thức của điện tích trên bản tụ điện là:

- A.  $q = 5 \cdot 10^{-11} \cos 10^6 t (C)$ .      B.  $q = 5 \cdot 10^{-11} \cos (10^6 t + \pi) (C)$ .  
 C.  $q = 2 \cdot 10^{-11} \cos (10^6 t + \frac{\pi}{2}) (C)$ .      D.  $q = 2 \cdot 10^{-11} \cos (10^6 t - \frac{\pi}{2}) (C)$ .

**Câu 6:** Một cuộn dây thuần cảm, có độ tự cảm  $L = \frac{2}{\pi} H$ , mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung  $C = 3,18 \mu F$ . Điện áp tức thời trên cuộn dây có biểu thức  $u_L = 100 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{6}) (V)$ . Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch có dạng là:

- A.  $i = \cos(100\pi t - \frac{\pi}{3}) (A)$ .      B.  $i = \cos(100\pi t - \frac{\pi}{3}) (A)$ .  
 C.  $i = 0,1\sqrt{5} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{3}) (A)$ .      D.  $i = 0,1\sqrt{5} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3}) (A)$ .

**Câu 7:** Mạch dao động gồm tụ điện có điện dung  $C$  và cuộn dây có độ tự cảm  $L = 10^{-4} H$ . Điện trở thuần của cuộn dây và các dây nối không đáng kể. Biết biểu thức của điện áp giữa hai đầu cuộn dây là:  $u = 80 \cos(2 \cdot 10^6 t - \frac{\pi}{2}) V$ , biểu thức của dòng điện trong mạch là:

- A.  $i = 4 \sin(2 \cdot 10^6 t) A$ .      B.  $i = 0,4 \cos(2 \cdot 10^6 - \pi) A$ .  
 C.  $i = 0,4 \cos(2 \cdot 10^6) A$ .      D.  $i = 40 \sin(2 \cdot 10^6 - \frac{\pi}{2}) A$ .

**Câu 8:** Một mạch dao động LC gồm một cuộn cảm  $L = 640 \mu H$  và một tụ điện có điện dung  $C = 36 pF$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Giả sử ở thời điểm ban đầu điện tích của tụ điện đạt giá trị cực đại  $q_0 = 6 \cdot 10^{-6} C$ . Biểu thức điện tích trên bản tụ điện và cường độ dòng điện là:

- A.  $q = 6 \cdot 10^{-6} \cos 6,6 \cdot 10^7 t (C)$  và  $i = 6,6 \cos(1,1 \cdot 10^7 t - \frac{\pi}{2}) (A)$ .  
 B.  $q = 6 \cdot 10^{-6} \cos 6,6 \cdot 10^7 t (C)$  và  $i = 39,6 \cos(6,6 \cdot 10^7 t + \frac{\pi}{2}) (A)$ .  
 C.  $q = 6 \cdot 10^{-6} \cos 6,6 \cdot 10^6 t (C)$  và  $i = 6,6 \cos(1,1 \cdot 10^6 t - \frac{\pi}{2}) (A)$ .  
 D.  $q = 6 \cdot 10^{-6} \cos 6,6 \cdot 10^6 t (C)$  và  $i = 39,6 \cos(6,6 \cdot 10^6 t + \frac{\pi}{2}) (A)$ .

**Câu 9:** Cường độ dòng điện tức thời trong một mạch dao động là  $i = 0,05 \cos 100\pi t (A)$ . Hệ số tự cảm của cuộn dây là  $2mH$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Điện dung và biểu thức điện tích của tụ điện có giá trị nào sau đây?

- A.  $C = 5 \cdot 10^{-2} F$  và  $q = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}) (C)$ .  
 B.  $C = 5 \cdot 10^{-3} F$  và  $q = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}) (C)$ .  
 C.  $C = 5 \cdot 10^{-3} F$  và  $q = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2}) (C)$ .  
 D.  $C = 5 \cdot 10^{-2} F$  và  $q = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \cos 100\pi t (C)$ .

**Câu 10:** Trong mạch dao động LC lí tưởng thì dòng điện trong mạch

- A. ngược pha với điện tích ở tụ điện.  
 B. trễ pha  $\frac{\pi}{3}$  so với điện tích ở tụ điện.  
 C. cùng pha với điện tích ở tụ điện.  
 D. sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với điện tích ở tụ điện.

Câu 11: Mạch LC gồm cuộn dây có  $L=1\text{mH}$  và tụ điện có điện dung  $C = 0,1\mu\text{F}$  thực hiện dao động điện từ. Khi  $i = 6.10^{-3}\text{A}$  thì điện tích trên tụ là  $q = 8.10^{-8}\text{C}$ . Lúc  $t = 0$  thì năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường và điện tích của tụ dương nhưng đang giảm. Biểu thức điện tích trên tụ là

A.  $q = 10^{-7} \cos(10^5 t + \frac{\pi}{4})C$ .

B.  $q = 10^{-7} \cos(10^5 t - \frac{\pi}{4})C$ .

C.  $q = 10^{-7} \cos(10^5 t + \frac{3\pi}{4})C$ .

D.  $q = 10^{-7} \cos(10^5 t - \frac{3\pi}{4})C$ .

Câu 12: Mạch LC gồm  $L = 10^{-4}\text{H}$  và  $C = 10\text{nF}$ . Lúc đầu tụ được nối với nguồn một chiều  $E = 4\text{V}$ . Sau khi tụ tích điện cực đại, vào thời điểm  $t = 0$  nối tụ với cuộn cảm và ngắt khỏi nguồn. Biểu thức điện tích trên tụ là

A.  $q = 4.10^{-8} \cos(10^6 t)C$ .

B.  $q = 4.10^{-8} \cos(10^6 t + \pi/2)C$ .

C.  $q = 4.10^{-8} \cos(10^6 t - \pi/2)C$ .

D.  $q = 4.10^{-8} \cos(10^6 t + \pi/4)C$ .

### ĐÁP ÁN

- |     |     |     |     |      |      |
|-----|-----|-----|-----|------|------|
| 1 C | 3 B | 5 A | 7 C | 9 B  | 11 A |
| 2 B | 4 B | 6 D | 8 D | 10 D | 12 A |

### III. Bài toán năng lượng trong mạch dao động LC

#### 1. Phương pháp

##### a. Năng lượng điện trường

Là năng lượng tập trung trong tụ điện.

Giả sử điện tích tức thời trong mạch là  $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (C), hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu tụ điện là  $u$  thì năng lượng điện trường được xác định bởi

$$W_C = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{4C} + \frac{Q_0^2}{4C}\cos(2\omega t + 2\varphi)$$

##### b. Năng lượng từ trường

Là năng lượng tập trung trong cuộn dây.

Nếu điện tích tức thời có dạng  $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (C) thì cường độ dòng tức thời là

$$i = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Năng lượng từ trường

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\omega^2 Q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{4C} - \frac{Q_0^2}{4C}\cos(2\omega t + 2\varphi)$$

##### c. Năng lượng điện từ

Là tổng của năng lượng điện trường và năng lượng từ trường trong mạch.

$$W = W_C + W_L = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} = \text{const}$$

#### Nhận xét:

- Năng lượng trong mạch dao động bao gồm năng lượng điện trường tập trung ở tụ điện, năng lượng từ trường tập trung ở cuộn cảm.
- Năng lượng điện trường và năng lượng từ trường biến thiên tuần hoàn với tần số góc gấp 2 lần tần số góc của điện tích, chu kì bằng 1 nửa chu kì của điện tích:  $\omega = 2\omega = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ , với chu kì  $T = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{LC}$
- Tại mọi thời điểm, tổng của năng lượng điện trường và năng lượng từ trường là một hằng số. Năng lượng điện từ trong mạch là một đại lượng bảo toàn.
- Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường là  $\frac{T}{4}$ .
- Trong một chu kì có 4 lần năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường.

#### 2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Mạch dao động lí tưởng LC, cường độ dòng điện cực đại qua cuộn dây là 36 mA. Khi năng lượng điện trường bằng 3 lần năng lượng từ trường thì cường độ dòng điện qua mạch là

- A. 9 mA.                      B. 3 mA.                      C. 12 mA.                      D. 18 mA.

#### Lời giải

Đề bài cho  $W = 3W_t$ ,  $I_0 = 36\text{mA}$  nên ta nghĩ đến việc dùng bảo toàn năng lượng điện từ trong mạch. Ta có

$$W + W_t = W \Rightarrow 4W_t = W \Leftrightarrow 4\frac{Li^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \Rightarrow i = \pm \frac{I_0}{2} = \pm 18 \text{ (A)}$$

Đáp án D.

Ví dụ 2: Mạch dao động lí tưởng LC, điện dung  $C = 2\mu\text{F}$ . Biết khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường là  $8.10^{-5}\text{s}$ . Cuộn cảm có hệ số tự cảm là?

- A. 0,69 mH.                      B. 0,16 mH.                      C. 0,32 mH.                      D. 0,12 mH.

Lời giải

Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường là  $8.10^{-5}$ s nên ta có

$$\frac{T}{4} = 8.10^{-5} \Rightarrow T = 32.10^{-5}s$$

Mặt khác,  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , suy ra

$$L = \frac{T^2}{4^2\pi^2C} = \frac{(32.10^{-5})^2}{4^2.10.2.10^{-6}} = 0,32.10^{-3}H$$

Đáp án C.

**Ví dụ 3:** Cho một mạch dao động điện từ gồm một tụ điện có điện dung  $C = 5\mu F$  và một cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L = 50$  mH. Biết điện áp cực đại trên tụ là 6 V. Tìm năng lượng điện trường và năng lượng từ trường trong mạch khi điện áp trên tụ điện là 4 V và cường độ dòng điện  $i$  khi đó.

- A. 0,045 A.      B.  $\pm 0,045$  A.      C. 0,09 A.      D.  $\pm 0,09$  A.

Lời giải

- Đề bài cho  $C$  và  $U_0$  nên ta sẽ tính được năng lượng điện trường trong mạch.
  - Tính được ngay năng lượng điện trường vì đề bài cho  $u, C$ .
  - Có năng lượng điện từ, năng lượng điện trường, sẽ tính được năng lượng từ trường, từ đó tính được  $i$ .
- Ta có:

Năng lượng điện từ trong mạch

$$W = \frac{1}{2}CU_0^2 = 9.10^{-5} J$$

Năng lượng điện trường trong mạch

$$W_C = \frac{1}{2}Cu^2 = 4.10^{-5} J$$

Năng lượng từ trường trong mạch

$$W_t = W - W_C = 5.10^{-5}$$

Từ đó suy ra cường độ dòng điện tức thời trong mạch là

$$i = \pm \sqrt{\frac{2W_t}{L}} = \pm 0,045A$$

Đáp án A.

**Ví dụ 4:** Cường độ dòng điện tức thời trong một mạch dao động LC lí tưởng là  $i = 0,08 \cos 2000t(A)$ .

Cuộn dây có độ tự cảm  $L = 50$  mH.

- a. Tính điện dung của tụ điện.
- b. Xác định điện áp giữa hai bản tụ điện tại thời điểm cường độ dòng điện tức thời trong mạch bằng giá trị cường độ dòng điện hiệu dụng.

Lời giải

- a. Từ biểu thức của cường độ dòng điện, ta có  $\omega = 2000$  rad/s, do đó điện dung của tụ điện:

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{50.10^{-3}.2000^2} = 5.10^{-6} F$$

- b. Vì dữ kiện đề bài cho ta  $i = I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ;  $I_0, L, C$  đã có nên ta sẽ dùng bảo toàn năng lượng từ trường để tính  $u$ . Ta có

$$\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}LI_0^2$$

Suy ra hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện lúc này là

$$u = \pm I_0 \sqrt{\frac{L}{2C}} = \pm 0,08 \sqrt{\frac{50.10^{-3}}{2.5.10^{-6}}} = \pm 4\sqrt{2}V.$$

Ví dụ 5: Cho mạch dao động gồm cuộn dây thuần cảm L và hai tụ nối tiếp với  $C_1 = 2C_2$ , hai đầu tụ  $C_1$  có gắn khóa K. Lúc đầu khóa mở mạch đang hoạt động thì ta đóng khóa vào thời điểm năng lượng trong cuộn cảm triệt tiêu. Năng lượng toàn phần sau đó sẽ:

- A. Không đổi. B. Giảm còn  $\frac{2}{3}$  lúc đầu.  
 C. Giảm còn  $\frac{4}{9}$  lúc đầu. D. Giảm còn  $\frac{1}{9}$  lúc đầu.

Lời giải

Năng lượng trong cuộn cảm triệt tiêu  $\Rightarrow$  Năng lượng tập trung trong các tụ

Đối với tụ ghép nối tiếp thì ta có 
$$\begin{cases} W_{C_1} + W_{C_2} = W \\ \frac{W_{C_1}}{W_{C_2}} = \frac{C_2}{C_1} \end{cases}$$

Theo bài ra  $C_1 = 2C_2$  nên ta có

$$\frac{W_{C_1}}{W_{C_2}} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow W_{C_1} = \frac{1}{3}W$$

Tụ  $C_1$  bị nối tắt thì năng lượng trong tụ đó bị mất đi, do đó năng lượng của mạch lúc này là  $\frac{2}{3}W$ .

Đáp án B.

**3. Bài tập tự luyện**

Câu 1: Trong mạch điện dao động điện từ LC, dòng điện tức thời tại thời điểm  $W_t = nW_d$  được tính theo biểu thức:

- A.  $i = \frac{\omega I_0}{\sqrt{n+1}}$  B.  $i = \frac{Q_0}{\sqrt{n+1}}$   
 C.  $i = \frac{I_0}{\sqrt{n+1}}$  D.  $i = \frac{I_0}{2\omega\sqrt{n+1}}$

Câu 2: Trong mạch điện dao động điện từ LC, điện tích trên tụ tại thời điểm  $W_d = \frac{1}{n}W_t$  được tính theo biểu thức:

- A.  $q = \frac{Q_0}{\sqrt{n+1}}$  B.  $q = \frac{2Q_0}{\omega C\sqrt{n+1}}$   
 C.  $q = \frac{\omega Q_0}{\sqrt{n+1}}$  D.  $q = \frac{2Q_0}{\sqrt{n+1}}$

Câu 3: Trong mạch điện dao động điện từ LC, hiệu điện thế trên tụ tại thời điểm  $W_d = \frac{1}{n}W_t$  được tính theo biểu thức:

- A.  $u = \frac{U_0}{2}\sqrt{n+1}$  B.  $u = U_0\sqrt{n+1}$   
 C.  $u = 2U_0\sqrt{n+1}$  D.  $u = \frac{U_0}{\omega}\sqrt{n+1}$

Câu 4: Nếu điện tích trên tụ của mạch LC biến thiên theo công thức  $q = q_0 \sin \omega t$ . Tìm biểu thức sai trong các biểu thức năng lượng của mạch LC sau đây:

- A. Năng lượng điện:  $W_d = \frac{Cu^2}{2} = \frac{qu}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2 \omega t = \frac{Q_0^2}{4C} (1 - \cos 2\omega t)$ .  
 B. Năng lượng từ:  $W_t = \frac{Li^2}{2} = \frac{Q_0^2}{C} \cos^2 \omega t = \frac{Q_0^2}{2C} (1 + \cos 2\omega t)$ .  
 C. Năng lượng dao động:  $W = W_d + W_t = \frac{Q_0^2}{2C} = \text{const}$ .  
 D. Năng lượng dao động:  $W = W_d + W_t = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{L\omega^2 Q_0^2}{2} = \frac{Q_0^2}{2C}$ .

Câu 5: Trong mạch điện dao động điện từ LC, khi điện tích giữa hai bản tụ có biểu thức:  $q = -Q_0 \cos \omega t$  thì năng lượng tức thời của cuộn cảm và của tụ điện lần lượt là:

- A.  $W_t = \frac{1}{2}L\omega^2 Q_0^2 \sin^2 \omega t$ ;  $W_d = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$  .  
 B.  $W_t = \frac{1}{2}L\omega^2 Q_0^2 \sin^2 \omega t$ ;  $W_d = \frac{Q_0^2}{C} \cos^2 \omega t$  .  
 C.  $W_t = \frac{Q_0^2}{C} \sin^2 \omega t$ ;  $W_d = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$  .  
 D.  $W_t = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$ ;  $W_d = \frac{1}{2}L\omega^2 Q_0^2 \sin^2 \omega t$  .

Câu 6: Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung 3500 pF, một cuộn cảm có độ tự cảm 30μH và một điện trở thuần 1,5Ω. Phải cung cấp cho mạch một công suất bằng bao nhiêu để duy trì dao động của nó, khi hiệu điện thế cực đại trên tụ điện là 15V? Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A.  $P = 19,69.10^{-3}W$  .  
 B.  $P = 20.10^{-3}W$  .  
 C.  $P = 21.10^{-3}W$  .  
 D. Một giá trị khác.

Câu 7: Một mạch dao động điện từ có điện dung của tụ là  $C = 4\mu F$ . Trong quá trình dao động, hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ là 12V. Khi hiệu điện thế giữa hai bản tụ là 9V thì năng lượng từ trường của mạch là:

- A.  $2,88.10^{-4}J$  .  
 B.  $1,62.10^{-4}J$  .  
 C.  $1,26.10^{-4}J$  .  
 D.  $4,5.10^{-4}J$  .

Câu 8: Hiệu điện thế cực đại giữa 2 bản tụ điện của 1 mạch dao động là  $U_0 = 12V$ . Điện dung của tụ điện là  $C = 4\mu F$ . Năng lượng từ của mạch dao động khi hiệu điện thế giữa 2 bản tụ điện là  $U = 9V$  là

- A.  $1,26.10^{-4}J$  .  
 B.  $2,88.10^{-4}J$  .  
 C.  $1,62.10^{-4}J$  .  
 D.  $0,18.10^{-4}J$  .

Câu 9: Một mạch dao động LC có cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L = 5H$  và tụ điện có điện dung  $C = 5\mu F$ . Hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ là 10V. Năng lượng dao động của mạch là

- A.  $2,5.10^{-4}J$  .  
 B. 2,5mJ.  
 C. 2,5J.  
 D. 25J.

Câu 10: Một mạch dao động LC có cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L = 0,4H$  và tụ điện có điện dung  $C = 40\mu F$ . Cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức:  $i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t(A)$ . Năng lượng dao động của mạch là

- A. 1,6mJ.  
 B. 3,2mJ.  
 C. 1,6J.  
 D. 3,2J.

Câu 11: Một mạch dao động LC có điện trở thuần không đáng kể, tụ điện có điện dung  $5\mu F$ . Dao động điện từ riêng (tự do) của mạch LC với hiệu điện thế cực đại ở hai đầu tụ điện bằng 6V. Khi hiệu điện thế ở hai đầu tụ điện là 4V thì năng lượng từ trường trong mạch bằng

- A.  $4.10^{-5}J$  .  
 B.  $9.10^{-5}J$  .  
 C.  $5.10^{-5}J$  .  
 D.  $10^{-5}J$  .

Câu 12: Mạch dao động LC, với cuộn dây có  $L = 5\mu H$ . Cường độ dòng điện cực đại trong mạch là 2A. Khi cường độ dòng điện tức thời trong mạch là 1A thì năng lượng điện trường trong mạch là

- A.  $7,5.10^{-6}J$  .  
 B.  $75.10^{-4}J$  .  
 C.  $5,7.10^{-4}J$  .  
 D.  $2,5.10^{-5}J$  .

Câu 13: Mạch dao động LC có điện tích cực đại trên tụ là 9 nC. Điện tích của tụ điện vào thời điểm năng lượng điện trường bằng  $\frac{1}{3}$  năng lượng từ trường bằng:

- A. 3,0 nC.  
 B. 4,5 nC.  
 C. 2,5 nC.  
 D. 5,0 nC.

Câu 14: Mạch dao động LC có hiệu điện thế cực đại trên tụ là  $5\sqrt{2}V$ . Hiệu điện thế của tụ điện vào thời điểm năng lượng điện trường bằng  $\frac{1}{3}$  năng lượng từ trường bằng:

- A.  $5\sqrt{2}V$  .  
 B.  $2\sqrt{5}V$  .  
 C.  $10\sqrt{2}V$  .  
 D.  $2,5\sqrt{2}V$  .

Câu 15: Mạch dao động LC có dòng điện cực đại qua mạch là 12 mA. Dòng điện trên mạch vào thời điểm năng lượng từ trường bằng 3 năng lượng điện trường bằng:

- A. 4 mA .  
C. 2 mA .
- B. 5,5 mA .  
D.  $6\sqrt{3}$  mA.

Câu 16: Mạch chọn sóng máy thu thanh có  $L = 2 \mu\text{H}$ ;  $C = 0,2 \text{ nF}$ . Điện trở thuần  $R = 0$ . Hiệu điện thế cực đại 2 bản tụ là 120 mV. Tổng năng lượng điện từ của mạch là

- A.  $144 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ .  
C.  $288 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ .
- B.  $24 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ .  
D. Tất cả đều sai.

## ĐÁP ÁN

- |     |     |     |     |      |      |      |      |
|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|
| 1 C | 3 B | 5 A | 7 C | 9 A  | 11 B | 13 B | 15 D |
| 2 A | 4 B | 6 A | 8 A | 10 C | 12 A | 14 D | 16 A |

## IV. Bài toán về truyền thông sóng điện từ

### 1. Phương pháp

Trên thực tế, có rất nhiều đài phát ra sóng điện từ có tần số khác nhau, và anten của máy thu sẽ thu được rất nhiều các sóng điện từ khác nhau đó. Để thu được sóng như mong muốn, phải mắc hỗn hợp anten với một mạch chọn sóng.

Mạch chọn sóng là một mạch dao động LC, trong đó tụ điện thường là một tụ xoay có điện dung thay đổi được.

Khi anten thu được sóng điện từ, dao động từ anten sẽ truyền sang mạch chọn sóng làm cho mạch bị dao động cưỡng bức. Điều chỉnh điện dung của mạch chọn sóng thì tần số riêng của mạch này thay đổi. Khi tần số của mạch chọn sóng bằng tần số của đài cần thu thì xảy ra hiện tượng cộng hưởng, tín hiệu rõ nhất.

Như vậy, để thu được tín hiệu rõ nét nhất thì ta phải điều chỉnh điện dung sao cho tần số riêng của mạch bằng đúng với tần số của sóng cần thu.

### 2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn dây có độ tự cảm  $L = 4 \mu\text{H}$  và một tụ điện  $C = 50 \text{ nF}$ .

- a) Tính bước sóng điện từ mà mạch thu được.  
 b) Để mạch bắt được sóng có bước sóng trong khoảng từ 80 m đến 800 m thì cần phải thay tụ điện  $C$  bằng tụ xoay  $C_v$  có điện dung biến thiên trong khoảng nào? Lấy  $\pi^2 = 10$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

Lời giải

- a. Bước sóng điện từ mà mạch thu được là:

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 843 \text{ m}$$

b. Ta có 
$$\begin{cases} C_{\min} = \frac{\lambda_{\min}^2}{4\pi^2 c^2 L} = \frac{80^2}{4\pi^2 c^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 0,45 \cdot 10^{-9} \text{ F} \\ C_{\max} = \frac{\lambda_{\max}^2}{4\pi^2 c^2 L} = \frac{800^2}{4\pi^2 c^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 45 \cdot 10^{-9} \text{ F} \end{cases}$$

Vậy  $0,45 \cdot 10^{-9} \leq C_v \leq 45 \cdot 10^{-9} \text{ F}$

**Ví dụ 2:** Mạch dao động để chọn sóng của một máy thu thanh gồm một cuộn dây có độ tự cảm  $L = 11,3 \mu\text{H}$  và tụ điện có điện dung  $C = 1000 \text{ pF}$ .

- a. Mạch dao động nói trên có thể thu được sóng có bước sóng  $\lambda_0$  bằng bao nhiêu?  
 b. Để thu được dải sóng từ 20m đến 50m, người ta phải ghép thêm một tụ xoay  $C_v$  với  $C$  nói trên. Hỏi phải ghép như thế nào và giá trị của  $C_v$  thuộc khoảng nào?  
 c. Để thu được sóng 25m,  $C_v$  phải có giá trị bao nhiêu? Các bản tụ di động phải xoay một góc bằng bao nhiêu kể từ vị trí điện dung cực đại để thu được bước sóng trên, biết các bản tụ di động có thể xoay từ 0 đến 180°?

Lời giải

- a. Bước sóng mạch thu được:

$$\lambda_0 = 2\pi c\sqrt{LC} = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{11,3 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot 10^{-12}} = 200,27 \text{ m}$$

- b. Vì dải sóng cần thu có bước sóng nhỏ hơn bước sóng  $\lambda_0$  nên điện dung của bộ tụ phải nhỏ hơn  $C$ . Do đó phải ghép  $C_v$  nối tiếp với  $C$ . Khi đó:

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{L \frac{CC_v}{C + C_v}} \Rightarrow C_v = \frac{\lambda^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda^2} = \frac{C}{\frac{4\pi^2 c^2 LC}{\lambda^2} - 1}$$



Từ biểu thức trên, ta thấy với  $\lambda > 0$  thì  $C_V$  biến thiên đồng biến theo  $\lambda$ . Khi đó ta có

$$C_{V \max} = \frac{\lambda_{\max}^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda_{\max}^2} = \frac{50^2 \cdot 1000 \cdot 10^{-12}}{4\pi^2 (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-9} - 50^2} = 66,4 \cdot 10^{-12} F$$

$$C_{V \min} = \frac{\lambda_{\min}^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda_{\min}^2} = \frac{20^2 \cdot 1000 \cdot 10^{-12}}{4\pi^2 (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-9} - 20^2} = 10,1 \cdot 10^{-12} F$$

Vậy  $10,1 pF \leq C_V \leq 66,4 pF$

c. Để thu được sóng  $\lambda_1 = 25m$  thì

$$C_V = \frac{\lambda_1^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda_1^2} = \frac{25^2 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi^2 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-9} - 25^2} = 15,8 \cdot 10^{-12} F$$

Vì  $C_V$  tỉ lệ với góc xoay nên ta có

$$\frac{C_{V \max} - C_{V1}}{C_{V \max} - C_{V \min}} = \frac{\Delta \varphi}{180} \Rightarrow \Delta \varphi = 180 \left( \frac{C_{V \max} - C_{V1}}{C_{V \max} - C_{V \min}} \right) = 180 \left( \frac{66,4 - 15,8}{66,4 - 10,1} \right) = 162^\circ$$

**Ví dụ 3:** Cho mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến điện gồm tụ  $C_0$  ghép song song với tụ xoay  $C_X$  (điện dung của tụ xoay tỉ lệ hàm bậc nhất với góc xoay  $\alpha$ ). Cho góc xoay  $\alpha$  biến thiên từ  $0^\circ \rightarrow 120^\circ$  khi đó  $C_X$  biến thiên từ  $10\mu F$  đến  $250\mu F$ , nhờ vậy máy thu được dải sóng từ 10m đến 30m. Điện dung  $C_0$  có giá trị bằng

- A.  $40\mu F$ .                      B.  $20\mu F$ .                      C.  $30\mu F$ .                      D.  $10\mu F$ .

Lời giải

Vì  $C_X$  ghép song song với  $C_0$  nên ta có điện dung tương đương  $C_b = C_X + C_0$ . Từ đó ta có

$$C_{b1} = C_0 + C_{x1} = C_0 + 10 (*)$$

$$C_{b2} = C_0 + C_{x2} = C_0 + 250$$

Từ đó ta có  $C_{b2} - C_{b1} = 240$  (1). Mặt khác

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2\pi c \sqrt{LC_{b2}}}{2\pi c \sqrt{LC_{b1}}} = 3 \Rightarrow C_{b2} = 9C_{b1} (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $C_{b1} = 30\mu F$ ;  $C_{b2} = 270\mu F$ . Thay  $C_{b1}$  vào (\*) suy ra  $C_0 = 20\mu F$ .

Đáp án B.

**Ví dụ 4:** Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn cảm thuần và một tụ điện là tụ xoay. Điện dung của tụ xoay là hàm số bậc nhất của góc xoay. Khi chưa xoay tụ (góc xoay là 0 độ) thì mạch thu được sóng có bước sóng là 10m. Khi góc xoay tụ là 45 độ thì mạch thu sóng có bước sóng 20m. Để mạch bắt được sóng có bước sóng 30m thì phải xoay tụ tới góc xoay bằng bao nhiêu độ

- A. 120.                      B. 135.                      C. 75.                      D. 90.

Lời giải

Bước sóng trong mỗi trường hợp là

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{LC} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_0 = 2\pi c \sqrt{LC_0} \\ \lambda_1 = 2\pi c \sqrt{LC_1} \\ \lambda_2 = 2\pi c \sqrt{LC_2} \end{cases}$$

Diện dung  $C = C_0 + k\alpha$ .

Ta có

$$\begin{cases} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{C_1}{C_0} = 4 \Leftrightarrow C_1 = 4C_0 \Rightarrow 4C_0 = C_0 + 45k \Rightarrow k = \frac{C_0}{15} \\ \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{C_2}{C_0} = 9 \Leftrightarrow C_2 = 9C_0 \Rightarrow 9C_0 = C_0 + \alpha \cdot \frac{C_0}{15} \Rightarrow \alpha = 120^\circ \end{cases}$$

Đáp án A.

**Ví dụ 5:** Trong thông tin liên lạc bằng sóng vô tuyến, người ta sử dụng cách biến điệu biên độ, tức là làm cho biên độ của sóng điện từ cao tần (sóng mang) biến thiên theo thời gian với tần số bằng tần số của dao động âm tần. Cho tần số sóng mang là 800 kHz, tần số của dao động âm tần là 1000 Hz. Xác định số dao động toàn phần của dao động cao tần khi dao động âm tần thực hiện được một dao động toàn phần.

A. 800.

B. 1000.

C. 850.

D. 620.

**Lời giải**

Thời gian để dao động âm tần thực hiện được một dao động toàn phần là :

$$T_A = \frac{1}{f_A} = 10^{-3}s$$

Thời gian để dao động cao tần thực hiện được một dao động toàn phần

$$T_C = \frac{1}{f_C} = 0,125 \cdot 10^{-5}s$$

Số dao động toàn phần của dao động cao tần khi dao động âm tần thực hiện được một dao động toàn phần là

$$N = \frac{T_A}{T_C} = 800$$

Đáp án A.

## CHƯƠNG 4

# ĐIỆN XOAY CHIỀU

### A. LÍ THUYẾT

#### 1. Nguyên tắc tạo ra dòng điện xoay chiều

##### 1. Nguyên tắc tạo ra dòng điện xoay chiều

Để tạo ra dòng điện xoay chiều, ta dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ bằng cách cho khung dây kim loại kín quay đều với tốc độ góc  $\omega$  quanh trục đối xứng của nó trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  vuông góc với trục quay của khung dây.

Khi đó từ thông qua khung dây biến thiên sẽ sinh ra một suất điện động cảm ứng, chống lại sự biến thiên của từ thông.

Nối hai đầu khung dây với mạch ngoài tiêu thụ điện (bằng cách sử dụng bộ góp), ta được dòng điện xoay chiều biến thiên điều hòa với tần số góc  $\omega$ .

##### 2. Biểu thức từ thông và suất điện động

Giả sử khung dây có  $N$  vòng giống hệt nhau mắc nối tiếp, mỗi vòng dây có diện tích  $S$ , quay với tốc độ góc  $\omega$  trong từ trường đều  $\vec{B}$ .

Giả sử tại thời điểm ban đầu, véc tơ pháp tuyến của khung dây hợp với  $\vec{B}$  một góc  $\varphi$ .

Từ thông qua một vòng dây tại thời điểm  $t$  là

$$\Phi = \Phi_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó,  $\Phi_0 = BS$  là từ thông cực đại qua một vòng dây. Đơn vị của từ thông là We-be (Wb).

Theo định luật Fa-ra-đây về cảm ứng điện từ, khi từ thông biến thiên sẽ sinh ra một suất điện động cảm ứng

$$E_c = -\Phi' = \omega\Phi_0 \sin(\omega t + \varphi) = \omega\Phi_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Vì khung dây có  $N$  vòng dây nên ta có

$$E_c = -N\Phi' = N\omega\Phi_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = E_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Trong đó,  $E_0 = \omega N\Phi_0 = \omega NBS$  là suất điện động cực đại. Suất điện động có đơn vị là Vôn (V)

**Nhận xét:** Suất điện động cảm ứng trong khung dây biến thiên điều hòa, cùng tần số và chậm pha hơn từ thông một góc  $\frac{\pi}{2}$ .

##### 3. Biểu thức hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong mạch

Khi dùng suất điện động xoay chiều trên gắn vào một mạch nào đó thì trong mạch có dao động điện cường bậc với tần số bằng tần số của suất điện động xoay chiều, khi đó hiệu điện thế và dòng điện giữa hai đầu đoạn mạch cũng là hiệu điện thế và dòng điện xoay chiều:

$$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$$

Đơn vị của  $u$  là Vôn (V), của  $i$  là Ampe (A).

Gọi  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  là độ lệch pha của hiệu điện thế  $u$  so với cường độ dòng điện  $i$

- Nếu  $\varphi > 0$  thì  $u$  sớm pha hơn so với  $i$
- Nếu  $\varphi < 0$  thì  $u$  trễ pha hơn so với  $i$
- Nếu  $\varphi = k2\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  thì  $u$  đồng pha so với  $i$

## II. Các giá trị hiệu dụng của dòng điện xoay chiều

Với dòng điện xoay chiều, ta không thể dùng Ampe kế để đo dòng điện tức thời bởi vì dòng điện xoay chiều có tần số lớn (tần số dòng điện xoay chiều trong sinh hoạt đời thường ở Việt Nam và ở Châu Âu là 50 Hz; ở Bắc Mỹ là 60 Hz), tức là trong một giây nó đổi chiều 100 lần (với tần số 50 Hz thì trong 1 giây nó thực hiện được 50 dao động toàn phần, mà vì 1 chu kì dòng điện đổi chiều 2 lần nên nó đổi chiều 50.2 = 100 lần). Khi đó, kim của thiết bị đo không thể kịp chuyển động theo sự thay đổi chiều rất nhanh đó, do có quán tính nên nó vẫn đứng yên và chỉ vào vạch số 0.

Khi sử dụng dòng điện xoay chiều, ta cần quan tâm đến tác dụng của nó trong một thời gian dài. Tác dụng nhiệt của dòng điện tỉ lệ với bình phương cường độ dòng điện nên không phụ thuộc vào chiều dòng điện và đó là cơ sở để đánh giá hiệu quả sử dụng của dòng điện xoay chiều.

Xét dòng điện xoay chiều  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$  và cường độ dòng không đổi  $I$  chạy qua hai điện trở  $R$  giống hệt nhau trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  lớn so với chu kì dòng điện. Ta có:

- Nhiệt lượng tỏa ra của dòng điện xoay chiều:

$$Q = Ri^2 \Delta t = RI_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \Delta t = \frac{RI_0^2 \Delta t}{2} + \frac{RI_0^2 \cos(2\omega t + 2\varphi) \Delta t}{2}$$

Về phải có hai đại lượng: một đại lượng không đổi, và một đại lượng biến thiên điều hòa.

Xét trong khoảng thời gian rất lớn so với chu kì dòng điện thì  $\frac{RI_0^2 \cos(2\omega t + 2\varphi) \Delta t}{2}$  có giá trị trung bình bằng 0. Do đó, nhiệt lượng trung bình tỏa ra trong thời gian  $\Delta t$  là

$$Q = \frac{RI_0^2 \Delta t}{2}$$

- Nhiệt lượng tỏa ra của dòng điện không đổi  $I$  là:

$$Q' = RI^2 \Delta t$$

Hiệu quả của hai dòng điện trên giống nhau khi  $Q = Q'$  tức là  $\frac{RI_0^2 \Delta t}{2} = RI^2 \Delta t$ . Suy ra

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Như vậy, giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện xoay chiều bằng cường độ của dòng điện không đổi nếu cho hai dòng điện này đi qua hai điện trở giống nhau trong khoảng thời gian như nhau thì tỏa nhiệt lượng bằng nhau.

Các giá trị hiệu dụng của dòng điện xoay chiều bằng các giá trị cực đại chia cho  $\sqrt{2}$ .

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \text{ (V)}; U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \text{ (V)}; I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \text{ (A)}$$

Chú ý: Ampe kế và vôn kế đo cường độ và hiệu điện thế xoay chiều dựa vào các tác dụng nhiệt của dòng điện nên gọi là *ampe kế nhiệt* và *vôn kế nhiệt*. Số chỉ của chúng chỉ các giá trị hiệu dụng.

### III. Định luật Ôm cho các loại đoạn mạch điện xoay chiều. Cộng hưởng điện

#### 1. Đoạn mạch xoay chiều chỉ có R

Đặt vào hai đầu đoạn mạch chỉ chứa điện trở  $R$  hiệu điện thế  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (V) thì dòng điện qua mạch là

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_0}{R} \cos(\omega t + \varphi) = I_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

**Nhận xét:** Mạch điện chỉ có  $R$  thì  $u$  cùng pha  $i$ .

**Định luật Ôm:** Từ  $I_0 = \frac{U_0}{R}$ , chia hai vế cho  $\sqrt{2}$ , ta được

$$I = \frac{U}{R}.$$

Dãy chính là định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ chứa  $R$ .

#### 2. Đoạn mạch xoay chiều chỉ có cuộn cảm thuần L

Đặt vào hai đầu đoạn mạch chỉ chứa cuộn cảm thuần  $L$  hiệu điện thế  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (V) thì dòng điện qua mạch là

$$i = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

**Nhận xét:** Mạch điện chỉ có cuộn cảm thuần  $L$  thì  $u$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $i$  hay nói cách khác  $i$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u$ .

**Định luật Ôm:**  $I = \frac{U}{Z_L}$ .

#### 3. Đoạn mạch xoay chiều chỉ có tụ điện C

Đặt vào hai đầu đoạn mạch chỉ chứa tụ điện  $C$  hiệu điện thế  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (V) thì dòng điện qua mạch là

$$i = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

**Nhận xét:** Mạch điện chỉ có tụ điện  $C$  thì  $u$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $i$  hay nói cách khác  $i$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u$ .

**Định luật Ôm:**  $I = \frac{U}{Z_C}$ .

#### 4. Đoạn mạch xoay chiều gồm các phần tử R, L, C mắc nối tiếp

Đặt vào hai đầu đoạn mạch chứa ba phần tử  $R, L, C$  mắc nối tiếp một hiệu điện thế  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  (V) thì dòng điện qua mạch là

$$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i).$$

**Định luật Ôm:**  $I = \frac{U}{Z}$ .

##### 4.1. Tổng trở của mạch

Tổng trở của mạch xác định bởi

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}.$$

Trong đó

- $R$  là điện trở
- $Z_L$  là cảm kháng
- $Z_C$  là dung kháng.

Đơn vị của  $Z, R, Z_L, Z_C$  đều là Ôm ( $\Omega$ )

**Chú ý:** Nếu mạch khuyết phần tử nào thì ta cho phần tử đấy có giá trị bằng 0. Ví dụ mạch gồm 2 phần tử là  $R$  và  $Z_L$  thì tổng trở là  $Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$ .

4.2. Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong mạch

Độ lệch pha  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  được xác định thông qua:

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{I(Z_L - Z_C)}{IR} = \frac{U_L - U_C}{U_R} \\ \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{IR}{IZ} = \frac{U_R}{U} \end{cases}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Nhận xét:

- Khi  $Z_L > Z_C$  hay  $\omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (mạch có tính cảm kháng) thì  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} > 0$   
 $\Rightarrow \varphi > 0$  tức là hiệu điện thế sớm pha hơn cường độ dòng điện.
- Khi  $Z_L < Z_C$  hay  $\omega < \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (mạch có tính dung kháng) thì  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} < 0$   
 $\Rightarrow \varphi < 0$  tức là hiệu điện thế trễ pha hơn cường độ dòng điện.
- Khi  $Z_L = Z_C$  hay  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  thì  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0$   
 $\Rightarrow \varphi = 0$  tức là hiệu điện thế cùng pha cường độ dòng điện.

4.3. Định luật Ôm

Định luật Ôm cho đoạn mạch chứa các phần tử R, L, C là

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

5. Cộng hưởng điện

Nếu ta giữ nguyên giá trị của điện áp hiệu dụng  $U$  giữa hai đầu đoạn mạch và thay đổi tần số góc  $\omega$  để  $Z_L - Z_C = 0$ , tức là  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  thì có hiện tượng đặc biệt xảy ra, gọi là hiện tượng cộng hưởng điện.

Khi đó

- Tổng trở của mạch đạt giá trị cực tiểu:  $Z_{min} = R$ .
- Cường độ hiệu dụng đạt giá trị cực đại:  $I_{max} = \frac{U}{R}$ .
- $u_L = -u_C$ .
- $u = u_R$ .
- Cường độ dòng điện biến đổi đồng pha với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

## IV. Công suất của dòng điện xoay chiều

### 1. Công suất tức thời

Xét đoạn mạch xoay chiều có dòng điện  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$  chạy qua và có hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$ .

Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch ở mỗi thời điểm được gọi là *công suất tức thời*

$$p = ui = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \cdot I_0 \cos(\omega t + \varphi_i).$$

### 2. Công suất của dòng điện xoay chiều

Công suất của dòng điện xoay chiều được xác định bởi

$$P = UI \cos \varphi.$$

Trong đó  $U$ ,  $I$ ,  $\varphi$  lần lượt là hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch, cường độ dòng điện hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch và độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện.

## V. Máy biến áp, truyền tải điện năng

### 1. Máy biến áp

#### 1.1. Định nghĩa

Máy biến áp là thiết bị có khả năng biến đổi điện áp xoay chiều này sang điện áp xoay chiều khác mà không làm thay đổi tần số của nó.

#### 1.2. Cấu tạo

- Máy biến áp được cấu tạo gồm 2 cuộn dây có số vòng dây khác nhau được quấn trên lõi thép kĩ thuật (lõi sắt non có pha silic). Các vòng dây đều được bọc bởi một lớp sơn cách điện để cách điện với nhau và cách điện với lõi thép.
- *Cuộn dây sơ cấp* là cuộn dây mắc vào mạng điện xoay chiều cần biến áp.
- *Cuộn dây thứ cấp* là cuộn dây nối với tải tiêu thụ.
- Lõi thép kĩ thuật được làm từ nhiều lá thép mỏng ghép sát và cách điện với nhau để chống lại tác dụng của dòng điện Foucault.

#### 1.3. Nguyên tắc hoạt động

Dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ.

Nguồn phát điện tạo nên một điện áp xoay chiều tần số  $f$  ở hai đầu cuộn sơ cấp. Dòng xoay chiều trong cuộn sơ cấp biến thiên tạo ra từ thông biến thiên trong lõi thép. Từ thông biến thiên được lõi thép truyền nguyên vẹn từ cuộn sơ cấp sang cuộn thứ cấp làm sinh ra suất điện động cảm ứng biến thiên điều hòa, cùng tần số với nguồn điện  $u$  đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp.

#### 1.4. Công thức máy biến áp

Với máy biến thế không có tải tiêu thụ, ta có

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1}.$$

- Nếu  $\frac{N_2}{N_1} > 1$  ta có  $U_2 > U_1$ , máy biến áp lúc này là *máy tăng áp*.
- Nếu  $\frac{N_2}{N_1} < 1$  ta có  $U_2 < U_1$ , máy biến áp lúc này là *máy hạ áp*.

Trong đó:

- $N_1$ ,  $U_1$  là số vòng dây, hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn sơ cấp.
- $N_2$ ,  $U_2$  là số vòng dây, hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn thứ cấp.

Với máy biến thế lí tưởng (bỏ qua mọi hao phí) có tải tiêu thụ ở mạch thứ cấp, ta có

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

Trong đó:

- $N_1, U_1, I_1$  là số vòng dây, hiệu điện thế hiệu dụng, cường độ dòng điện hiệu dụng của cuộn sơ cấp.
- $N_2, U_2, I_2$  là số vòng dây, hiệu điện thế hiệu dụng, cường độ dòng điện hiệu dụng của cuộn thứ cấp.

## 2. Truyền tải điện năng

Giả sử ta cần truyền tải một điện năng phát ra từ máy phát điện, được truyền tới nơi tiêu thụ trên một đường dây có điện trở tổng cộng là  $R$ . Điện áp hai cực máy phát là  $U$ . Hệ số công suất là  $\cos \varphi$ . Công suất phát từ nhà máy phát được tính bởi  $P = UI \cos \varphi$  trong đó  $I$  là cường độ dòng điện hiệu dụng trên đường dây.

Ta có công suất hao phí do tỏa nhiệt trên đường dây là

$$P_{hp} = RI^2 = R \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2 = R \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

Rõ ràng, trong thực tế ta muốn giảm hao phí do tỏa nhiệt trên đường dây. Dựa vào biểu thức công suất hao phí, ta có thể giảm hao phí bằng các cách sau đây

- Giảm  $R$ ?

Giảm  $R$  có hạn chế là muốn giảm  $R = \rho \frac{l}{S}$  thì ta phải thay dây dẫn bằng vật liệu khác (giảm  $\rho$ ), ví dụ thay dây đồng bằng dây bạc, hoặc dây siêu dẫn,... Điều này quá tốn kém, mà hao phí lại chỉ giảm được ít. Nếu không thay bằng dây dẫn khác, ta có thể tăng tiết diện dây đồng làm điện trở giảm. Thế nhưng khi tăng tiết diện thì khối lượng dây dẫn tăng lên, cột điện phải tăng lên để chịu được trọng lượng của dây. Như vậy, ta không nên giảm  $R$  để giảm hao phí.

- Tăng  $U$ ?

Điều này thực hiện dễ dàng nhờ máy biến áp, hơn nữa khi tăng  $U$  lên  $n$  lần thì hao phí giảm  $n^2$  lần, vậy nên trong thực tế, để giảm hao phí người ta sẽ tăng điện áp trạm phát.

Trước khi đến nơi tiêu thụ, điện áp trên dây phải qua các trạm biến áp (cụ thể là hạ áp) để tạo ra hiệu điện thế phù hợp cho nơi tiêu thụ.

## VI. Động cơ không đồng bộ ba pha

### Nguyên tắc hoạt động của động cơ không đồng bộ ba pha

Phần này sách giáo khoa Vật lí 12 Cơ bản giảm tải mục II trang 96, nên ta chỉ cần nhớ nguyên tắc hoạt động của động cơ không đồng bộ ba pha.

Đặt một khung dây dẫn kín trong lòng nam châm chữ U sao cho trục của khung dây trùng với trục đối xứng của chữ U. Cho nam châm quay đều với tốc độ góc  $\omega$  thì từ trường trong lòng nam châm cũng quay theo, khi đó người ta thấy rằng khung dây quay theo cùng chiều với nam châm và với tốc độ góc  $\omega_0 < \omega$ .

#### Giải thích

Nam châm quay làm cho từ trường quay gây ra sự biến thiên từ thông trong lòng khung dây. Từ thông biến thiên sinh ra một dòng điện cảm ứng. Từ trường quay tiếp tục tác dụng lên dòng điện trong khung dây một momen lực làm khung dây quay. Theo định luật Len-xơ thì khung dây quay theo chiều quay của từ trường để làm giảm tốc độ biến thiên của từ thông qua khung dây. Khi tốc độ góc của khung dây bắt đầu bằng tốc độ góc của nam châm thì mọi sự biến thiên không còn nữa, khi đó dòng điện cảm ứng và mô men lực từ bằng 0, dưới tác dụng của momen lực cân khung dây quay chậm lại.

Khi khung dây vừa quay chậm lại thì lập tức sự biến thiên từ thông lại xuất hiện, dòng điện cảm ứng và mô men lực từ lại được sinh ra và khung dây lại quay theo nam châm. Khi tốc độ góc bằng tốc độ góc



của nam châm thì sự biến thiên lại không còn nữa, momen lực từ bằng 0 khung dây lại quay chậm lại... Cứ như vậy quá trình diễn ra tiếp diễn, kết quả là khung dây quay với tốc độ góc trung bình là  $\omega_0$  nhỏ hơn tốc độ góc của khung dây cũng như của từ trường quay  $\omega$ .

Trong thực tế, để tạo ra từ trường quay thì người ta không dùng nam châm chữ U mà người ta tạo ra từ trường quay bằng cách cho dòng điện ba pha chạy vào ba cuộn dây giống nhau, đặt lệch nhau 120 độ.

## B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### I. Bài toán đại cương về điện xoay chiều

#### 1. Phương pháp

Dùng các kiến thức lí thuyết đã trình bày để vận dụng làm một số câu hỏi đại cương.

#### 2. Bài tập tự luyện

Câu 1: Tìm phát biểu đúng về dòng điện xoay chiều?

- A. Dòng điện xoay chiều là dòng điện có tần số biến thiên theo thời gian.
- B. Dòng điện xoay chiều là dòng điện chiều biến thiên điều hòa theo thời gian.
- C. Dòng điện xoay chiều là dòng điện có chiều biến thiên tuần hoàn theo thời gian.
- D. Dòng điện xoay chiều là dòng điện lấy ra từ bình ắc quy.

Câu 2: Giá trị hiệu dụng của dòng điện được xây dựng trên cơ sở

- A. Giá trị trung bình của dòng điện .
- B. Một nửa giá trị cực đại .
- C. Khả năng tỏa nhiệt so với dòng điện một chiều .
- D. Hiệu của tần số và giá trị cực đại.

Câu 3: Tìm phát biểu sai?

- A. Phần tử R khi cho dòng điện đi qua sẽ tỏa nhiệt.
- B. Tự điện không cho dòng điện một chiều đi qua.
- C. Cuộn dây không có chức năng ngăn cản với dòng điện xoay chiều.
- D. Tự điện cho dòng điện xoay chiều đi qua .

Câu 4: Chọn phát biểu sai?

- A. Khi tăng tần số sẽ làm giá trị R không đổi .
- B. Khi tăng tần số sẽ làm cảm kháng tăng theo .
- C. Khi tăng tần số sẽ làm điện dung giảm.
- D. Khi giảm tần số sẽ làm dung kháng tăng.

Câu 5: Tìm phát biểu đúng?

- A. Dung kháng có đơn vị là Fara .
- B. Cảm kháng có đơn vị là Henri .
- C. Độ tự cảm có đơn vị là  $\Omega$ .
- D. Điện dung có đơn vị là Fara.

Câu 6: Đối với dòng điện xoay chiều cách phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Trong công nghiệp, có thể dùng dòng điện xoay chiều để mạ điện.
- B. Điện lượng chuyển qua một tiết diện thẳng dây dẫn trong một chu kì bằng không.
- C. Điện lượng chuyển qua một tiết diện thẳng dây dẫn trong khoảng thời gian bất kì đều bằng không.
- D. Công suất toả nhiệt tức thời có giá trị cực đại bằng  $\sqrt{2}$  lần công suất tỏa nhiệt trung bình.

Câu 7: Trong các đại lượng đặc trưng cho dòng điện xoay chiều sau đây, đại lượng nào có đơn vị giá trị hiệu dụng:

- A. Hiệu điện thế .
- B. Chu kì .
- C. Tần số .
- D. Công suất .

Câu 8: Trong các đại lượng đặc trưng cho dòng điện xoay chiều sau đây, đại lượng nào không dùng giá trị hiệu dụng:

- A. Hiệu điện thế .
- B. Cường độ dòng điện .
- C. Tần số .
- D. Cường độ dòng điện.

Câu 9: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Khái niệm cường độ dòng điện hiệu dụng được xây dựng dựa vào tác dụng hóa học của dòng điện.
- B. Khái niệm cường độ dòng điện hiệu dụng được xây dựng dựa vào tác dụng nhiệt của dòng điện.
- C. Khái niệm cường độ dòng điện hiệu dụng được xây dựng dựa vào tác dụng từ của dòng điện.
- D. Khái niệm cường độ dòng điện hiệu dụng được xây dựng dựa vào tác dụng phát quang của dòng điện.

Câu 10: Chọn trả lời sai. Dòng điện xoay chiều:

- A. gây ra tác dụng nhiệt trên điện trở .
- B. gây ra từ trường biến thiên.
- C. được dùng để mạ điện, đúc điện .
- D. bắt buộc phải có cường độ tức thời biến đổi theo thời.

Câu 11: Trong tác dụng của dòng điện xoay chiều, tác dụng không phụ thuộc vào chiều của dòng điện là tác dụng:

- A. Nhiệt .
- B. Hoá.
- C. Từ .
- D. Cả A và B đều đúng.

Câu 12: Trường hợp nào dưới đây có thể dùng đồng thời cả hai loại dòng điện xoay chiều và dòng điện không đổi:

- A. mạ điện, đúc điện.
- B. Nạp điện cho acquy.
- C. Tinh chế kim loại bằng điện phân.
- D. Bếp điện, đèn dây tóc.

Câu 13: Cường độ hiệu dụng I của dòng điện xoay chiều

- A. là cường độ của một dòng điện không đổi khi cho nó đi qua điện trở R trong thời gian t thì tỏa ra nhiệt lượng  $Q = RI^2 t$ .
- B. là giá trị trung bình của cường độ tức thời của dòng điện xoay chiều.
- C. Có giá trị càng lớn thì tác dụng nhiệt của dòng điện xoay chiều càng lớn.
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 14: Khi cho dòng điện xoay chiều có biểu thức  $i = I_0 \cos \omega t$  (A) qua mạch điện chỉ có tụ điện thì hiệu điện thế tức thời giữa hai cực tụ điện:

- A. Nhanh pha đối với i.
- B. Có thể nhanh pha hay chậm pha đối với i tùy theo giá trị điện dung C.
- C. Nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  đối với i.
- D. Chậm pha  $\frac{\pi}{2}$  đối với i.

Câu 15: Đối với dòng điện xoay chiều, khả năng cản trở dòng điện của tụ điện C.

- A. Càng lớn, khi tần số f càng lớn.
- B. Càng nhỏ, khi chu kỳ T càng lớn.
- C. Càng nhỏ, khi cường độ càng lớn.
- D. Càng nhỏ, khi điện dung của tụ C càng lớn.

Câu 16: Khi mắc một tụ điện vào mạng điện xoay chiều, nếu tần số của dòng điện xoay chiều:

- A. Càng nhỏ, thì dòng điện càng dễ đi qua .
- B. Càng lớn, dòng điện càng khó đi qua.
- C. Càng lớn, dòng điện càng dễ đi qua .
- D. Bằng 0, dòng điện càng dễ đi qua.

Câu 17: Đối với dòng điện xoay chiều, cuộn cảm có tác dụng cản trở dòng điện:

- A. Dòng điện có tần số càng nhỏ càng bị cản trở nhiều.
- B. Dòng điện có tần số càng lớn càng ít bị cản trở.
- C. Hoàn toàn.
- D. Cản trở dòng điện, dòng điện có tần số càng lớn càng bị cản trở nhiều.

Câu 18: Khi tần số dòng điện xoay chiều chạy qua đoạn mạch chỉ chứa tụ điện tăng lên 4 lần thì dung kháng của tụ điện

- A. tăng lên 2 lần .
- B. tăng lên 4 lần .
- C. giảm đi 2 lần .
- D. giảm đi 4 lần.

Câu 19: Khi tần số dòng điện xoay chiều chạy qua đoạn mạch chỉ chứa cuộn cảm tăng lên 4 lần thì cảm kháng của cuộn cảm

- A. tăng lên 2 lần .
- B. tăng lên 4 lần .
- C. giảm đi 2 lần .
- D. giảm đi 4 lần.

Câu 20: Cách phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Trong đoạn mạch chỉ chứa tụ điện, dòng điện biến thiên sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với hiệu điện thế.
- B. Trong đoạn mạch chỉ chứa tụ điện, dòng điện biến thiên nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với hiệu điện thế.
- C. Trong đoạn mạch chỉ chứa cuộn cảm, dòng điện biến thiên chậm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với hiệu điện thế.
- D. Trong đoạn mạch chỉ chứa cuộn cảm, dòng điện biến thiên sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với hiệu điện thế.

Câu 21: Cho dòng điện xoay chiều hình sin qua mạch điện chỉ có điện trở thuần thì hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở

- A. Chậm pha đối với dòng điện.
- B. Nhanh pha đối với dòng điện.
- C. Cùng pha với dòng điện .
- D. lệch pha đối với dòng điện  $\frac{\pi}{2}$ .

Câu 22: Một điện trở thuần R mắc vào mạch điện xoay chiều tần số 50Hz, muốn dòng điện trong mạch sớm pha hơn hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch một góc  $\frac{\pi}{2}$

- A. Người ta phải mắc thêm vào mạch một tụ điện nối tiếp với điện trở.
- B. Người ta phải mắc thêm vào mạch một cuộn cảm nối tiếp với điện trở.
- C. Người ta phải thay điện trở nối trên bằng một tụ điện.
- D. Người ta phải thay điện trở nối trên bằng một cuộn cảm.

Câu 23: Hệ thức nào sau đây cùng thứ nguyên với tần số góc:

- A.  $\frac{1}{RL}$  .
- B.  $\frac{L}{C}$  .
- C.  $\frac{1}{LC}$  .
- D.  $\frac{1}{RC}$  .

Câu 24: Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch có biểu thức:  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Hiệu điện thế hiệu dụng của đoạn mạch là:

- A. 110 V .
- B.  $110\sqrt{2}$  V .
- C. 220 V .
- D.  $220\sqrt{2}$  V .

Câu 25: Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về hiệu điện thế hiệu dụng?

- A. được ghi trên các thiết bị sử dụng điện.
- B. được đo bằng vôn kế xoay chiều.
- C. có giá trị bằng giá trị cực đại chia  $\sqrt{2}$  .
- D. được đo bằng vôn kế khung quay.

Câu 26: Nguồn xoay chiều có hiệu điện thế  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Để thiết bị hoạt động tốt nhất thì giá trị định mức của thiết bị là:

- A. 100V .
- B.  $100\sqrt{2}$  V .
- C. 200 V .
- D.  $200\sqrt{2}$  V .

Câu 27: Một dòng điện xoay chiều có cường độ  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (A). Chọn phát biểu sai:

- A. Cường độ hiệu dụng  $I = 2A$ .
- B.  $f = 50\text{Hz}$ .
- C. Tại thời điểm  $t = 0,15\text{s}$  cường độ dòng điện cực đại.
- D.  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

Câu 28: Cường độ dòng điện trong mạch không phân nhánh có dạng  $i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (A). Nếu dùng ampe kế nhiệt để đo cường độ dòng điện của mạch trên thì ampe kế chỉ giá trị bao nhiêu?

- A.  $I = 4A$ .
- B.  $I = 2,83A$ .
- C.  $I = 2A$ .
- D.  $I = 1,41A$ .

Câu 29: Điện áp hai đầu bóng đèn có biểu thức  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V. Đèn chỉ sáng khi  $|u| \geq 100V$ . Tính tỉ lệ thời gian đèn sáng - tối trong một chu kỳ?

- A.  $\frac{1}{1}$ .
- B.  $\frac{2}{3}$ .
- C.  $\frac{1}{3}$ .
- D.  $\frac{3}{2}$ .

Câu 30: Điện áp hai đầu bóng đèn có biểu thức  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V. Đèn chỉ sáng khi  $|u| \geq 100V$ . tính thời gian đèn sáng trong một chu kỳ?

- A.  $\frac{1}{100}$  s.
- B.  $\frac{1}{50}$  s.
- C.  $\frac{1}{150}$  s.
- D.  $\frac{1}{75}$  s.

Câu 31: Điện áp hai đầu bóng đèn có biểu thức  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V. Đèn chỉ sáng khi  $|u| \geq 100V$ . Tính thời gian đèn sáng trong một phút?

- A. 30s.
- B. 35s.
- C. 40s.
- D. 45s.

Câu 32: Một bóng đèn điện chỉ sáng khi có  $|u| \geq 100\sqrt{2}$  V được gắn vào mạch điện có giá trị hiệu dụng là 200 V, tìm tỉ lệ thời gian tối sáng của bóng đèn trong một chu kỳ?

- A. 2:1.
- B. 1:1.
- C. 1:2.
- D. 4:3.

Câu 33: Một dòng điện xoay chiều có phương trình  $i = 2\cos(2\pi ft)$  A. Biết rằng trong 1 s đầu tiên dòng điện đổi chiều 119 lần, hãy xác định tần số của dòng điện?

- A. 60Hz.
- B. 50Hz.
- C. 59,5Hz.
- D. 119Hz.

Câu 34: Một đèn ống được mắc vào mạng điện xoay chiều tần số  $f = 50(\text{Hz})$ ,  $U = 220(\text{V})$ . Biết rằng đèn chỉ sáng khi hiệu điện thế giữa hai cực của đèn đạt giá trị  $u \geq 155(\text{V})$ . Trong một chu kỳ thời gian đèn sáng là:

- A.  $\frac{1}{100}$  s.
- B.  $\frac{2}{100}$  s.
- C.  $\frac{2}{300}$  s.
- D.  $\frac{5}{100}$  s.

Câu 35: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  V vào hai đầu một cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{1}{2\pi}$

H. Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu tụ điện là 150 V thì cường độ dòng điện trong mạch là 4A. Giá trị cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là

- A. 4A.
- B.  $4\sqrt{3}$  A.
- C.  $2,5\sqrt{2}$  A.
- D. 5 A.

Câu 36: Dùng vôn kế khung quay để đo điện áp xoay chiều thì vôn kế đo được:

- A. Không đo được.
- B. Giá trị tức thời.
- C. Giá trị cực đại.
- D. Giá trị hiệu dụng.

Câu 37: Một bóng đèn ống được mắc vào mạng điện xoay chiều tần số  $f = 50$  Hz. Biết rằng đèn chỉ sáng khi điện áp giữa hai cực của đèn đạt giá trị  $u \geq 110\sqrt{2}$  V. Trong 2 s thời gian đèn sáng là  $\frac{4}{3}$  s. Xác định điện áp hiệu dụng ở hai đầu bóng đèn là

- A. 220V.
- B.  $220\sqrt{3}$  A.

C.  $220\sqrt{2}$  A .

D. 200 A.

Câu 38: Biểu thức dòng điện trong mạch có dạng  $i = 4 \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A vào thời điểm  $t$  dòng điện bằng 0,7A. Hỏi sau 3s dòng điện có giá trị là bao nhiêu?

A. -0,7A.

B. 0,7A.

C. 0,5A.

D. 0,75A.

Câu 39: Cho dòng điện có biểu thức  $i = 2 \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  A. Những thời điểm nào tại đó cường độ tức thời có giá trị cực tiểu?

A.  $t = \frac{-5}{600} + \frac{k}{100}$  s ( $k = 1, 2, \dots$ ).

B.  $t = \frac{5}{600} + \frac{k}{100}$  s ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ).

C.  $t = \frac{1}{150} + \frac{k}{100}$  s ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ).

D.  $t = \frac{-1}{120} + \frac{k}{100}$  s ( $k = 1, 2, \dots$ ).

Câu 40: Cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A vào thời điểm  $t$  cường độ có giá trị là 0,5A. Hỏi sau 0,03s cường độ tức thời là bao nhiêu?

A. 0,5A .

B. 0,4A .

C. - 0,5A .

D. 1A.

Câu 41: Dòng điện xoay chiều có cường độ  $i = 2\cos(100\pi t)$ (A) chạy qua một đoạn mạch điện. Số lần dòng điện có độ lớn 1(A) trong 1(s) là

A. 200 lần .

B. 400 lần .

C. 100 lần .

D. 50 lần.

Câu 42: Cường độ dòng điện tức thời chạy qua một đoạn mạch điện xoay chiều là  $i = 4\cos 20\pi t$ (A),  $t$  đo bằng giây. Tại thời điểm  $t_1$  nào đó dòng điện đang giảm và có cường độ bằng  $i_1 = -2$ A. Hỏi đến thời điểm  $t_2 = (t_1 + 0,025)$ s cường độ dòng điện bằng bao nhiêu?

A.  $2\sqrt{3}$  A .

B.  $-2\sqrt{3}$  A.

C. 2A .

D. -2A.

Câu 43: Dòng điện xoay chiều chạy qua một đoạn mạch có biểu thức  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  A,  $t$  tính bằng giây vào một thời điểm nào đó, dòng điện đang có cường độ tức thời bằng  $-2\sqrt{2}$  (A) thì sau đó ít nhất bao lâu để dòng điện có cường độ tức thời bằng  $\sqrt{6}$  A?

A.  $\frac{5}{600}$ s.

B.  $\frac{1}{600}$ s.

C.  $\frac{1}{300}$ s.

D.  $\frac{2}{300}$ s.

Câu 44: Với  $U_R, U_L, U_C, u_R, u_L, u_C$  là các điện áp hiệu dụng và tức thời của điện trở thuần R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C, I và i là cường độ dòng điện hiệu dụng và tức thời qua các phần tử đó. Biểu thức nào sau đây không đúng?

A.  $I = \frac{U_R}{R}$  .

B.  $i = \frac{u_R}{R}$  .

C.  $I = \frac{U_L}{Z_L}$  .

D.  $i = \frac{u_L}{Z_L}$  .

Câu 45: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào đúng?

A.  $R = \frac{u_R}{i}$  .

B.  $Z_L = \frac{u_L}{i}$  .

C.  $Z_C = \frac{u_C}{i}$  .

D.  $R = \frac{u_L}{i}$  .

Câu 46: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch chỉ có điện trở thuần. Gọi U là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mạch;  $i, I_0$  và I lần lượt là giá trị tức thời, giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong đoạn mạch. Hệ thức nào sau đây sai?

A.  $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0$ .

B.  $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}$ .

C.  $\frac{u}{U} - \frac{i}{I} = 0$ .

D.  $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$ .

Câu 47: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \Omega t$  vào hai đầu đoạn mạch chỉ có cuộn dây thuần cảm. Gọi U là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mạch;  $i, I_0$  và I lần lượt là giá trị tức thời, giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong đoạn mạch. Hệ thức nào sau đây sai?

A.  $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0$  .

B.  $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}$ .

C.  $\left(\frac{u}{U}\right)^2 + \left(\frac{i}{I}\right)^2 = 4$ .

D.  $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$ .

Câu 48: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch chỉ có tụ điện. Gọi  $U$  là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mạch;  $i$ ,  $I_0$  và  $I$  lần lượt là giá trị tức thời, giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong đoạn mạch. Hệ thức nào sau đây sai?

- A.  $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0$ .  
 B.  $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}$ .  
 C.  $\left(\frac{u}{U}\right)^2 + \left(\frac{i}{I}\right)^2 = 1$ .  
 D.  $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$ .

Câu 49: Hai dòng điện xoay chiều có tần số lần lượt là  $f_1 = 50\text{Hz}$ ,  $f_2 = 100\text{Hz}$ . Trong cùng một khoảng thời gian số lần đổi chiều của:

- A. Dòng  $f_1$  gấp 2 lần dòng  $f_2$ .  
 B. Dòng  $f_1$  gấp 4 lần dòng  $f_2$ .  
 C. Dòng  $f_2$  gấp 2 lần dòng  $f_1$ .  
 D. Dòng  $f_2$  gấp 4 lần dòng  $f_1$ .

Câu 50: Một tụ điện có  $C = \frac{100^{-3}}{2\pi}$  F mắc vào nguồn xoay chiều có điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V. Số chỉ Ampe kế trong mạch là bao nhiêu?

- A. 4A.                      B. 5A.                      C. 6A.                      D. 7A.

Câu 51: Một mạch điện chỉ có R, có  $u = 200 \cos 100\pi t$  V;  $R = 20 \Omega$ . Tính công suất trong mạch là?

- A. 1000W.                      B. 500W.                      C. 1500W.                      D. 1200W.

Câu 52: Trong mạch điện xoay chiều chỉ có điện trở R, hiệu điện thế  $u$  và cường độ dòng điện  $i$  lệch pha bao nhiêu?

- A. cùng pha.  
 B.  $\frac{\pi}{2}$  rad.  
 C.  $-\frac{\pi}{2}$  rad.  
 D.  $\pi$  rad.

Câu 53: Một tụ điện có  $C = 10 \mu\text{F}$  mắc vào mạch điện xoay chiều có tần số 50Hz, tính dung kháng của tụ?

- A. 31,8  $\Omega$ .                      B. 3,18  $\Omega$ .                      C. 0,318  $\Omega$ .                      D. 318,3  $\Omega$ .

Câu 54: Một cuộn dây có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H, mắc vào dòng điện xoay chiều, trong một phút dòng điện đổi chiều 6000 lần, tính cảm kháng của mạch.

- A. 100  $\Omega$ .                      B. 200  $\Omega$ .                      C. 150  $\Omega$ .                      D. 50  $\Omega$ .

Câu 55: Một tụ điện có  $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}$  F mắc vào nguồn xoay chiều có điện áp  $u = 141,2 \cos \left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  V. Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có giá trị là?

- A. 7 A.                      B. 6A.                      C. 5A.                      D. 4A.

Câu 56: Mạch điện có phần tử duy nhất (R, L hoặc C) có biểu thức  $u$  là:  $u = 40\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V,  $i = 2\sqrt{2} \cos \left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  A. Đó là phần tử gì?

- A. C.                      B. L.                      C. R.                      D. Cả ba đáp án.

Câu 57: Mạch điện chỉ có một phần tử (R, L hoặc C) mắc vào mạng điện có hiệu điện thế  $u = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  V và có biểu thức  $i$  là  $2\sqrt{2} \cos 100\pi t$  A. Đó là phần tử gì? Có giá trị là bao nhiêu?

- A.  $R = 100 \Omega$ .  
 B.  $R = 110 \Omega$ .  
 C.  $L = \frac{1}{\pi}$  H.  
 D. không có đáp án.

Câu 58: Mạch điện chỉ có C, biết  $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}$  F, tần số dao động trong mạch là 50 Hz. Nếu gắn đoạn mạch trên vào mạng điện có hiệu điện thế  $u = 20 \cos \left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  V. Tính công suất của mạch?

- A. 100W.                      B. 50W.                      C. 40W.                      D. 0W.

Câu 59: Một ấm nước có điện trở của máy so là 100  $\Omega$ , được lắp vào mạng điện 220 V - 50 Hz. Tính nhiệt lượng ấm nước tỏa ra trong vòng 1 giờ?

- A. 17424J.                      B. 17424000J.                      C. 1742400J.                      D. 174240J.

Câu 60: Một dòng điện xoay chiều có  $i = 50\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  A. Tìm thời điểm đầu tiên kể từ thời điểm ban đầu để dòng điện trong mạch có giá trị bằng 25 A?

- A.  $\frac{1}{200}$  s .  
 B.  $\frac{1}{400}$  s .  
 C.  $\frac{1}{300}$  s .  
 D.  $\frac{1}{600}$  s .

Câu 61: Dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A và hiệu điện thế trong mạch có biểu thức  $u = 200\cos\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  V. Mạch điện trên chứa phần tử gì?

- A.  $R = 100 \Omega$  .  
 B.  $L = \frac{1}{\pi}$  H .  
 C.  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F .  
 D. đáp án khác.

Câu 62: Dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 2\cos\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  A và hiệu điện thế trong mạch có biểu thức  $u = 200\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  V. Mạch điện trên chứa phần tử gì? Tìm giá trị của nó?

- A.  $R = 100 \Omega$  .  
 B.  $L = \frac{1}{\pi}$  H .  
 C.  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F .  
 D. đáp án khác.

Câu 63: Mạch điện có hiệu điện thế hiệu dụng  $U = 200$  V, tìm giá trị của cường độ dòng điện khi mắc nối tiếp  $R_1 = 20 \Omega$  và  $R_2 = 30 \Omega$ ?

- A. 4,4A .  
 B. 4,44A .  
 C. 4,00A .  
 D. 0,4A .

Câu 64: Mạch điện có hiệu điện thế  $U = 200$  V, tìm giá trị của cường độ dòng điện khi mắc song song  $R_1 = 20 \Omega$  và  $R_2 = 30 \Omega$ ?

- A. 1,667 A .  
 B. 16,67 A .  
 C. 166,7 A .  
 D. 0,1667A .

Câu 65: Mạch điện chỉ có  $R = 20 \Omega$  được mắc vào nguồn điện có hiệu điện thế hiệu dụng  $U = 200$  V. Tìm công suất trong mạch?

- A. 2MW .  
 B. 2W .  
 C. 200W .  
 D. 2KW .

Câu 66: Một mạch điện chỉ có một phần tử ( $R$  hoặc  $L$  hoặc  $C$ ) nhưng chưa biết rõ là gì? Nhưng qua khảo sát thấy dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A, còn hiệu điện thế có biểu thức là  $u = 50\cos\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  V. Vậy đó là phần tử gì?

- A.  $R = 25 \Omega$  .  
 B.  $C = \frac{10^3}{2,5}$  F .  
 C.  $L = \frac{0,25}{\pi}$  H .  
 D. Đáp án khác.

Câu 67: Một mạch điện chỉ có một phần tử ( $R$  hoặc  $L$  hoặc  $C$ ) nhưng chưa biết rõ là gì? Nhưng qua khảo sát thấy dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A, còn hiệu điện thế có biểu thức là  $u = 50\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  V. Vậy đó là phần tử gì?

- A.  $R = 25 \Omega$  .  
 B.  $C = \frac{10^3}{2,5}$  F .  
 C.  $L = \frac{0,25}{\pi}$  H .  
 D. Đáp án khác.

Câu 68: Một dòng điện xoay chiều chạy qua điện trở  $R=10\Omega$ , nhiệt lượng tỏa ra trong 30 phút là 900kJ. Cường độ dòng điện cực đại trong mạch là:

- A.  $I_0 = 0,22A$  .  
 B.  $I_0 = 0,32A$  .  
 C.  $I_0 = 7,07A$  .  
 D.  $I_0 = 10,0A$  .

Câu 69: Điện trở của một bình nấu nước là  $R = 400\Omega$ . Đặt vào hai đầu bình một hiệu điện thế xoay chiều, khi đó dòng điện qua bình là  $i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t(A)$ . Sau 4 phút nước sôi. Bỏ qua mọi mất mát năng lượng. Nhiệt lượng cung cấp làm sôi nước là:

- A. 6400J .                      B. 576 kJ .                      C. 384 kJ .                      D. 768 kJ .

Câu 70: Hai đầu cuộn thuần cảm  $L = \frac{2}{\pi}$  H có hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$  (V). Pha ban đầu của cường độ dòng điện là:

- A.  $\varphi_i = \frac{\pi}{2}$  .                      B.  $\varphi_i = 0$  .  
C.  $\varphi_i = -\frac{\pi}{2}$  .                      D.  $\varphi_i = -\pi$  .

Câu 71: Đặt vào hai đầu cuộn thuần cảm  $L$  một hiệu điện thế xoay chiều  $U = 220V$ ,  $f = 60Hz$ . Dòng điện đi qua cuộn cảm có cường độ 2,4A. Để cho dòng điện qua cuộn cảm có cường độ là 7,2A thì tần số của dòng điện phải bằng:

- A. 180 Hz.                      B. 120 Hz.                      C. 60 Hz.                      D. 20 Hz.

Câu 72: Một cuộn dây  $L$  thuần cảm được nối vào mạng điện xoay chiều 127V, 50Hz. Dòng điện cực đại qua nó bằng 10A. Khi đó:

- A.  $L = 0,04H$  .                      B.  $L = 0,057H$  .                      C.  $L = 0,08H$  .                      D.  $L = 0,114H$  .

Câu 73: Mạch chỉ có R, biểu thức  $i$  qua mạch có dạng  $i = 2\cos 100\pi t$  A,  $R = 20\Omega$ . Viết biểu thức  $u$ ?

- A.  $u = 40 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  V .                      B.  $u = 40\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  V .  
C.  $u = 40\cos(100\pi t)$  V .                      D.  $u = 40\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi)$  V .

Câu 74: Mạch điện chỉ có cuộn cảm thuần,  $L = \frac{1}{\pi}$  H, biểu thức dòng điện trong mạch có dạng  $i = 2\cos(100\pi t)$  A. Tính cảm kháng trong mạch  $Z_L$  và viết biểu thức hiệu điện thế hai đầu mạch điện?

- A.  $Z_L = 100\Omega$ ;  $u = 200 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$  V .  
B.  $Z_L = 100\Omega$ ;  $u = 200 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  V .  
C.  $Z_L = 100\Omega$ ;  $u = 200\cos(100\pi t)$  V .  
D.  $Z_L = 200\Omega$ ;  $u = 200 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  V .

Câu 75: Mạch điện gồm cuộn dây thuần cảm, độ tự cảm  $L = \frac{1}{4\pi}$  H được gắn vào mạng điện xoay chiều người ta thấy dòng điện trong mạch có biểu thức là  $i = 2 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{6})$  A. Hỏi nếu gắn vào mạng điện đó đoạn mạch chỉ có tụ điện có điện dung là  $\frac{10^3}{2\pi}$  F thì dòng điện trong mạch có biểu thức là?

- A.  $i = 25 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  A .                      B.  $i = 2,5 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})$  A .  
C.  $i = 2,5 \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{6})$  A .                      D.  $i = 0,25 \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{6})$  A .

Câu 76: Mạch điện có cuộn dây thuần cảm độ tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi}$  H được gắn vào mạng điện xoay chiều có phương trình  $u = 100 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$  V. Viết phương trình dòng điện qua mạch khi đó? Và nếu cũng mạng điện đó ta thay cuộn dây bằng điện trở  $R = 20\Omega$  thì công suất tỏa nhiệt trong mạch là bao nhiêu?

- A.  $i = 2,4\cos(100\pi t - \pi)$  A;  $P = 250W$  .                      B.  $i = 2,5\cos(100\pi t - \pi)$  A;  $P = 250W$  .  
C.  $i = 2\cos(100\pi t + \pi)$  A;  $P = 250W$  .                      D.  $i = 2,5\cos(100\pi t - \pi)$  A;  $P = 62,5W$  .

Câu 77: Mắc cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H thì trong mạch có dòng điện  $i = 5\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$  A. Còn nếu thay vào đó là một điện trở  $50\Omega$  thì dòng điện trong mạch có biểu thức là gì?

- A.  $i = 10 \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{6})$  A .                      B.  $i = 10\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})$  A .



C.  $i = 10\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$  A.

D.  $i = 10\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$  A.

Câu 78: C. D. Đặt vào hai đầu cuộn thuần cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  (H) một hiệu điện thế:  $u = 200 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (V). Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là:

A.  $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (A).

B.  $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A).

C.  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (A).

D.  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (A).

Câu 79: Cho dòng điện  $i = 4\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (A) qua một ống dây thuần cảm có  $L = \frac{1}{20\pi}$  H thì hiệu điện thế giữa hai đầu ống dây có dạng:

A.  $u = 20\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi)$  V.

B.  $u = 20\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V.

C.  $u = 20\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  V.

D.  $u = 20\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  V.

Câu 80: Mạch điện xoay chiều chỉ chứa tụ điện  $C = \frac{1}{7200\pi}$  F, hiệu điện thế xoay chiều ổn định đặt vào hai đầu mạch là  $u = U_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$  V. Tại thời điểm  $t_1$  ta có  $u = 60\sqrt{2}$  V và  $i_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$  A, tại thời điểm  $t_2$  ta có  $u_2 = -60\sqrt{3}$  V và  $i_2 = -0,5$  A. Hãy hoàn thiện biểu thức của điện áp u.

A.  $u = 120 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  V.

B.  $u = 120 \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  V.

C.  $u = 120 \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  V.

D.  $u = 120 \cos\left(60\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  V.

Câu 81: Một hộp kín X chỉ chứa một trong 3 phần tử là R hoặc tụ điện có điện dung C hoặc cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt vào 2 đầu hộp X một điện áp xoay chiều có phương trình  $u = U_0 \cos(2\pi f t)$  V, với  $f = 50$  Hz thì thấy điện áp và dòng điện trong mạch ở thời điểm  $t_1$  có giá trị lần lượt là  $i_1 = 1$  A;  $u_1 = 100\sqrt{3}$  V, ở thời điểm  $t_2$  thì  $i_2 = \sqrt{3}$  A,  $u_2 = 100$  V. Biết nếu tần số điện áp là 100 Hz thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  A. Hộp X chứa:

A. Điện trở thuần  $R = 100$   $\Omega$ .

B. Cuộn cảm thuần có  $L = \frac{1}{\pi}$  H.

C. Tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F.

D. Chứa cuộn cảm có  $L = \frac{100\sqrt{3}}{\pi}$  H.

Câu 82: Dòng điện xoay chiều qua một đoạn mạch có biểu thức cường độ là  $i = I_0 \cos(\omega t + \pi)$ , Tính từ lúc  $t = 0$ , điện lượng chuyển qua mạch trong  $\frac{T}{4}$  đầu tiên là:

A.  $\frac{I_0}{\omega}$ .

B.  $\frac{2I_0}{\omega}$ .

C.  $\frac{I_0}{2\omega}$ .

D. 0.

Câu 83: Dòng điện xoay chiều chạy qua một đoạn mạch có biểu thức có biểu thức cường độ là  $i = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ , với  $I_0 > 0$ . Tính từ lúc  $t = 0$  (s), điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của đoạn mạch đó trong thời gian bằng nửa chu kì của dòng điện là:

A.  $\frac{\pi I_0 \sqrt{2}}{\omega}$ .

B. 0.

C.  $\frac{\pi I_0}{\omega \sqrt{2}}$ .

D.  $\frac{2I_0}{\omega}$ .

Câu 84: Dòng điện xoay chiều qua một đoạn mạch có biểu thức  $i = 2 \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  A. Điện lượng chuyển qua mạch trong khoảng thời gian  $\frac{T}{6}$  kể từ thời điểm  $t = 0$  là

A.  $3,25 \cdot 10^{-3}$  C.

B.  $4,03 \cdot 10^{-3}$  C.

C.  $2,53 \cdot 10^{-3}$  C.

D.  $3,05 \cdot 10^{-3}$  C.

Câu 85: Dòng điện xoay chiều chạy qua một đoạn mạch có biểu thức có biểu thức cường độ là  $i = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ , với  $I_0 > 0$ . Tính từ lúc  $t = 0$ (s), điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của đoạn mạch đó trong thời gian bằng nửa chu kì của dòng điện là:

- A.  $\frac{\pi I_0 \sqrt{2}}{\omega}$  .  
 B. 0.  
 C.  $\frac{\pi I_0}{\omega \sqrt{2}}$  .  
 D.  $\frac{2I_0}{\omega}$  .

Câu 86: Trong một đoạn mạch điện xoay chiều chỉ có tụ điện thì hiệu điện thế ở hai đầu đoạn mạch

- A. sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện.  
 B. sớm pha  $\frac{\pi}{4}$  so với cường độ dòng điện.  
 C. trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cường độ dòng điện.  
 D. trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với cường độ dòng điện.

Câu 87: Dòng điện chạy qua một đoạn mạch có biểu thức  $i = I_0 \sin 100\pi t$ . Trong khoảng thời gian từ 0 đến 0,01s cường độ dòng điện tức thời có giá trị bằng  $0,5I_0$  vào những thời điểm

- A.  $\frac{1}{300}$  s và  $\frac{2}{300}$  s .  
 B.  $\frac{1}{400}$  s và  $\frac{2}{400}$  s .  
 C.  $\frac{1}{500}$  s và  $\frac{2}{500}$  s .  
 D.  $\frac{1}{600}$  s và  $\frac{2}{600}$  s .

Câu 88: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  V vào hai đầu một tụ điện có điện dung  $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  F. Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu tụ điện là 150 V thì cường độ dòng điện trong mạch là 4A. Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là

- A.  $i = 4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A .  
 B.  $i = 5 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A .  
 C.  $i = 4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  A .  
 D.  $i = 5 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  A .

Câu 89: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  V vào hai đầu một cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{1}{2\pi}$  H. Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu cuộn cảm là  $100\sqrt{2}$  V thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm là 2A. Biểu thức của cường độ dòng điện qua cuộn cảm là

- A.  $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  A .  
 B.  $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A .  
 C.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  A .  
 D.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  A .

Câu 90: Tại thời điểm t, điện áp  $u = 200\sqrt{2} \cos\left(100\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$  (trong đó u tính bằng V, t tính bằng s) có giá trị  $100\sqrt{2}$  V và đang giảm. Sau thời điểm đó  $\frac{1}{300}$  s, điện áp này có giá trị là

- A. - 100V.  
 B.  $100\sqrt{3}$  V.  
 C.  $-100\sqrt{2}$  V.  
 D. 200 V.

Câu 91: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Gọi i là cường độ dòng điện tức thời trong đoạn mạch;  $u_1$ ,  $u_2$  và  $u_3$  lần lượt là điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở, giữa hai đầu cuộn cảm và giữa hai đầu tụ điện. Hệ thức đúng là

- A.  $i = \frac{u}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$  .  
 B.  $i_3 = u_3 \omega C$  .  
 C.  $i = \frac{u_1}{R}$  .  
 D.  $i = \frac{u_2}{\omega L}$  .

Câu 92: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm là:

- A.  $i = \frac{U_0}{\omega L} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$  .  
 B.  $i = \frac{U_0}{\omega L \sqrt{2}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$  .

$$C. i = \frac{U_0}{\omega L \sqrt{2}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$D. i = \frac{U_0}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Câu 93: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch chỉ có điện trở thuần. Gọi  $U$  là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mạch;  $i$ ,  $I_0$  và  $I$  lần lượt là giá trị tức thời, giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong đoạn mạch. Hệ thức nào sau đây sai?

$$A. \frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0.$$

$$B. \frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}.$$

$$C. \frac{u}{U} - \frac{i}{I} = 0.$$

$$D. \frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = 1.$$

Câu 94: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Tại thời điểm điện áp giữa hai đầu cuộn cảm có độ lớn cực đại thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm bằng

$$A. \frac{U_0}{\omega L \sqrt{2}}.$$

$$B. \frac{U_0}{2\omega L}.$$

$$C. \frac{U_0}{\omega L}.$$

$$D. 0.$$

Câu 95: Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu một tụ điện thì cường độ dòng điện qua nó có giá trị hiệu dụng là  $I$ . Tại thời điểm  $t$ , điện áp ở hai đầu tụ điện là  $u$  và cường độ dòng điện qua nó là  $i$ . Hệ thức liên hệ giữa các đại lượng là:

$$A. \frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = \frac{1}{2}.$$

$$B. \frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = 1.$$

$$C. \frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = \frac{1}{4}.$$

$$D. \frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = 2.$$

## ĐÁP ÁN

1 C	11 A	21 C	31 A	41 A	51 A	61 B	71 D	81 B	91 C
2 C	12 D	22 C	32 C	42 B	52 A	62 C	72 B	82	92 D
3 C	13 D	23 D	33 C	43 A	53 D	63 C	73 C	83 D	93 D
4 B	14 D	24 C	34 C	44 D	54 A	64 B	74 B	84 A	94 D
5 D	15 D	25 D	35 C	45 A	55 C	65 D	75 C	85 D	95 D
6 B	16 C	26 A	36 A	46 D	56 A	66 C	76 B	86 C	
7 A	17 D	27 C	37 A	47 C	57 B	67 A	77	87 D	
8 C	18 D	28 C	38 B	48 C	58 D	68 D	78 C	88 B	
9 B	19 B	29 A	39	49 C	59 C	69 C	79 C	89 A	
10 C	20 D	30 A	40 C	50 C	60 D	70 D	80 D	90 C	

## II. Bài toán viết biểu thức cường độ dòng điện, hiệu điện thế

Bài toán này đã được trình bày cụ thể ở phần phương pháp số phức.

## III. Bài toán liên quan đến các giá trị tức thời $u, i$

### 1. Phương pháp

#### Mạch chỉ chứa điện trở thuần $R$

Mạch chỉ chứa điện trở thuần thì cường độ dòng điện cùng pha với hiệu điện thế. Giả sử

$$\begin{cases} i = I_0 \cos(\omega t) \\ u = U_0 \cos(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \frac{i}{u} = \frac{I_0}{U_0} = \frac{1}{R} \Rightarrow \boxed{i = \frac{u}{R}}$$

#### Mạch chỉ chứa tụ điện có điện dung $C$

Với mạch chỉ chứa tụ  $C$  thì  $u_C$  vuông pha với  $i$  (cụ thể là trễ hơn), giả sử

$$\begin{cases} i = I_{0C} \cos(\omega t) \\ u_C = U_{0C} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0C} \sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{i}{I_{0C}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 = 1}$$

#### Mạch chỉ chứa cuộn cảm có độ tự cảm $L$

Với mạch chỉ chứa cuộn cảm  $L$  thì  $u_L$  vuông pha với  $i$  (cụ thể là sớm hơn), giả sử

$$\begin{cases} i = I_{0L} \cos(\omega t) \\ u_L = U_{0L} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{0L} \sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{i}{I_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1}$$

#### Mạch chứa cuộn cảm $L$ và tụ điện $C$

Với mạch chứa  $L$  và  $C$  thì  $u_{LC}$  vuông pha với  $i$  (sớm pha hơn khi  $Z_L > Z_C$  và trễ pha hơn khi  $Z_L < Z_C$ ).

Ta có

$$\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u_{LC}}{U_{0LC}}\right)^2 = 1.$$

Ngoài ra, vì  $u_L$  và  $u_C$  vuông pha nên ta có

$$\begin{cases} u_L = U_{0L} \cos(\omega t) \\ u_C = U_{0C} \cos(\omega t + \pi) = -U_{0C} \cos(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{u_L}{u_C} = -\frac{U_{0L}}{U_{0C}} = -\frac{Z_L}{Z_C}}$$

#### Mạch chứa điện trở $R$ và tụ điện $C$

Với mạch chứa  $R$  thuần và tụ điện  $C$  thì  $u_C$  vuông pha với  $u_R$  (cụ thể là trễ hơn). Thật vậy, vì  $u_C$  vuông pha với cường độ dòng điện  $i$ , mà  $i$  cùng pha  $u_R$  nên  $u_C$  vuông pha với  $u_R$ . Ta có:

$$\text{Giả sử } i = I_0 \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} u_R = U_{0R} \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{u_R}{U_{0R}} \\ u_C = U_{0C} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0C} \sin \omega t \Rightarrow \sin \omega t = \frac{u_C}{U_{0C}} \end{cases}$$

Bình phương và cộng theo từng vế ta được

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 = 1$$

#### Mạch chứa điện trở $R$ và cuộn cảm $L$

Với mạch chứa  $R$  thuần và cuộn cảm thuần  $L$  thì  $u_L$  vuông pha với  $u_R$  (cụ thể là sớm hơn). Thật vậy, vì  $u_L$  vuông pha với cường độ dòng điện  $i$ , mà  $i$  cùng pha  $u_R$  nên  $u_L$  vuông pha với  $u_R$ . Ta có:

$$\text{Giả sử } i = I_0 \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} u_R = U_{0R} \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{u_R}{U_{0R}} \\ u_L = U_{0L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0L} \sin \omega t \Rightarrow \sin \omega t = \frac{u_L}{U_{0L}} \end{cases}$$

Bình phương và cộng theo từng vế ta được

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1$$

Mạch chứa cả 3 phần tử:  $R$  thuần,  $L$  thuần và  $C$

Với mạch chứa cả 3 phần tử:  $R$  thuần,  $L$  thuần và  $C$  thì  $u_{LC}$  vuông pha với  $u_R$ . Ta có

$$\left(\frac{u_R}{U_{oR}}\right)^2 + \left(\frac{u_{LC}}{U_{oLC}}\right)^2 = 1.$$

Ngoài ra, ta luôn có

$$\begin{cases} u = u_R + u_L + u_C \\ i = i_R = i_L = i_C \end{cases}$$

**Nhận xét:**

Ta không phải nhớ hết tất cả công thức trên, mà chỉ cần nhớ đại lượng nào cùng pha, vuông pha, ngược pha với đại lượng nào.

- Hai đại lượng  $x$  và  $y$  dao động điều hòa vuông pha nhau thì ta luôn có

$$\left(\frac{x}{x_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_{\max}}\right)^2 = 1$$

- Hai đại lượng  $m$  và  $n$  dao động điều hòa vuông pha nhau thì ta luôn có

$$\frac{m}{m_{\max}} = -\frac{n}{n_{\max}}$$

- Hai đại lượng  $p$  và  $q$  dao động điều hòa cùng pha nhau thì ta luôn có

$$\frac{p}{p_{\max}} = \frac{q}{q_{\max}}$$

## 2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Trong mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp thì

- điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp tức thời trên các phần tử.
- điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp hiệu dụng trên các phần tử.
- điện áp cực đại ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp cực đại trên các phần tử.
- dòng điện tức thời trong mạch bằng tổng các dòng điện tức thời qua các phần tử.

**Lời giải**

- A. Đúng, vì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch bằng tổng các điện áp tức thời trên các phần tử

$$u = u_R + u_L + u_C$$

B. Sai, vì  $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$

C. Sai, vì  $U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2}$

- D. Sai, vì trong mạch mắc nối tiếp thì dòng điện tức thời trong mạch bằng các dòng điện tức thời qua các phần tử.

Đáp án A.

**Ví dụ 2:** Người ta đặt một điện áp xoay chiều ổn định có biểu thức  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) vào hai đầu của một đoạn mạch chỉ có điện trở thuần. Gọi  $U$  là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch;  $i$ ,  $I_0$  và  $I$  lần lượt là giá trị tức thời, giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong đoạn mạch. Hệ thức nào dưới đây là hệ thức sai?

A.  $\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = 0$ .

B.  $\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \sqrt{2}$ .

C.  $\frac{u}{U} - \frac{i}{I} = 0$ .

D.  $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$ .

Lời giải

Vì mạch chỉ có điện trở thuần  $R$  nên  $u$  và  $i$  luôn cùng pha nhau. Từ đó ta có

$$\frac{u}{U_0} = \frac{i}{I_0}$$

Đáp án A đúng vì

$$\frac{U}{U_0} - \frac{I}{I_0} = \frac{U}{U\sqrt{2}} - \frac{I}{I\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

Đáp án B đúng, vì

$$\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = \frac{U}{U\sqrt{2}} + \frac{I}{I\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Đáp án C đúng, vì

$$\frac{u}{U_0} - \frac{i}{I_0} = 0 \Leftrightarrow \frac{u}{U\sqrt{2}} - \frac{i}{I\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \frac{u}{U} - \frac{i}{I} = 0$$

Đáp án D sai, vì  $\frac{u^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1$  chỉ đúng khi  $u_R$  và  $i$  vuông pha, mà thực tế thì chúng cùng pha.

Đáp án D.

**Ví dụ 3:** Người ta đặt một điện áp xoay chiều ổn định có biểu thức  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V) vào hai đầu một tụ điện thì cường độ dòng điện qua nó có giá trị hiệu dụng bằng  $I$ . Tại thời điểm  $t$ , điện áp ở hai đầu tụ điện là  $u$  và cường độ dòng điện qua nó là  $i$ . Hệ thức liên hệ giữa các đại lượng là hệ thức nào dưới đây?

A.  $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = \frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = 1$ .

C.  $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = \frac{1}{4}$ .

D.  $\frac{u^2}{U^2} + \frac{i^2}{I^2} = 2$ .

Lời giải

Vì mạch chỉ có tụ điện nên  $u$  và  $i$  vuông pha với nhau, do đó

$$\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{u}{U\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{i}{I\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{u}{U}\right)^2 + \left(\frac{i}{I}\right)^2 = 2.$$

Đáp án D.

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0\cos\omega t$  (V) vào hai đầu một tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$  (F). Ở thời điểm  $t_1$ , giá trị của điện áp là  $u_1 = 100\sqrt{3}$  (V) và dòng điện trong mạch là  $i_1 = -2,5$  (A). Ở thời điểm  $t_2$ , các giá trị nói trên là 100 (V) và  $-2,5\sqrt{3}$  (A). Điện áp cực đại giữa hai đầu tụ điện bằng bao nhiêu?

A.  $200\sqrt{2}$  (V).

B.  $100\sqrt{2}$  (V).

C. 200 (V).

D. 100 (V).

Lời giải

Do mạch chỉ có tụ điện nên  $u$  và  $i$  vuông pha, theo bài ra ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{(100\sqrt{3})^2}{U_0^2} + \frac{(-2,5)^2}{I_0^2} = 1 \\ \frac{100^2}{U_0^2} + \frac{(-2,5\sqrt{3})^2}{I_0^2} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được  $U_0 = 200$  (V).

Đáp án C.

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Biết cảm kháng của cuộn cảm bằng 3 lần dung kháng của tụ điện. Tại thời điểm  $t$ , điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và điện áp tức thời giữa hai đầu tụ điện có giá trị tương ứng là 60 V và 20 V. Khi đó điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch bằng bao nhiêu?

- A.  $20\sqrt{13}$  V.      B.  $10\sqrt{13}$  V.      C. 140V.      D. 20V.

Lời giải

Dựa vào  $u = u_R + u_L + u_C$  ta thấy để tính được  $u$  thì ta cần tính được  $u_L$ . Thật vậy, vì  $u_L$  và  $u_C$  ngược pha nên ta có

$$\begin{cases} \frac{u_L}{u_C} = -\frac{Z_L}{Z_C} = -3 \\ Z_L = 3Z_C \end{cases} \Rightarrow u_L = -60.$$

Vậy điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch là

$$u = u_R + u_L + u_C = 60 + 60 + 20 = 20$$

Đáp án D.

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Biết dung kháng của tụ điện bằng 2 lần cảm kháng của cuộn cảm. Tại thời điểm  $t$ , điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và điện áp tức thời giữa hai đầu mạch có giá trị tương ứng là 40 V và 60 V. Khi đó điện áp tức thời giữa hai đầu tụ điện có giá trị nào sau đây?

- A. 20 V.      B. 40 V.      C. -20 V.      D. -40 V.

Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$Z_C = 2Z_L \Rightarrow u_C = -2u_L \Rightarrow u_L = -\frac{u_C}{2}$$

Mặt khác, ta luôn có

$$u = u_R + u_L + u_C = u_R - \frac{u_C}{2} + u_C = u_R + \frac{u_C}{2}$$

Từ đó tính được

$$u_C = 2(u - u_R) = 2(60 - 40) = 40 \text{ V}$$

Đáp án B.

**Ví dụ 7:** Người ta đặt một điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu của một đoạn mạch gồm một điện trở thuần có điện trở  $R$  mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung  $C$ . Biết rằng điện áp tức thời hai đầu điện trở  $R$  có biểu thức  $u_R = 50\sqrt{2} \cos(2\pi ft + \varphi)$  (V); vào một thời điểm  $t$  nào đó điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch và hai đầu điện trở lần lượt có giá trị bằng  $u = 50\sqrt{2}$  (V) và  $u_R = -25\sqrt{2}$  (V). Điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện bằng bao nhiêu?

- A.  $60\sqrt{3}$  V.      B. 100 V.      C. 50 V.      D.  $50\sqrt{3}$  V.

Lời giải

- Từ  $u_R = 50\sqrt{2} \cos(2\pi ft + \varphi)$  (V) ta có  $U_{QR} = 50\sqrt{2}$  (V)

- Tại thời điểm  $t$ , ta có

$$\begin{cases} u = u_R + u_C \\ u = 50\sqrt{2} \\ u_R = -25\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow u_C = 75\sqrt{2}$$

- Mặt khác, vì  $u_R$  và  $u_C$  luôn vuông pha nên ta có

$$\left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1.$$

- Thay số với  $U_{0R} = 50\sqrt{2}$  (V),  $u_R = -25\sqrt{2}$  (V) và  $u_C = 75\sqrt{2}$  ta tính được  $U_{0C} = 50\sqrt{6}$ , suy ra  $U_C = 50\sqrt{3}$  (V).

Đáp án D.

**Ví dụ 8:** Đoạn mạch xoay chiều AB chứa 3 linh kiện R, L, C. Đoạn AM chứa L, MN chứa R và NB chứa C. Biết rằng  $R = 50(\Omega)$ ;  $Z_L = 50\sqrt{3}(\Omega)$ ;  $Z_C = \frac{50\sqrt{3}}{3}(\Omega)$ . Khi  $u_{AN} = 80\sqrt{3}(V)$  thì  $u_{MB} = 60(V)$ . Giá trị cực đại của điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch AB bằng bao nhiêu?  
 A. 150V.      B. 100V.      C.  $50\sqrt{7}$  V.      D.  $100\sqrt{3}$  V.

**Lời giải**

- Vì đề bài cho tất cả các giá trị của R, L, C nên ta chỉ cần tìm  $I_0$  nữa là sẽ tính được  $U_0$ .

- Vì đề bài cho các giá trị tức thời của  $u_{AN}$  và  $u_{MB}$  nên ta nghĩ đến việc xét xem nó có cùng pha, ngược pha, hay vuông pha? (Vì khi đó ta sử dụng được biểu thức độc lập thời gian.)

- Ta có

$$\begin{cases} \tan \varphi_{AN} = \frac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{AN} = \frac{\pi}{3} \\ \tan \varphi_{MB} = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_{MB} = -\frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \varphi_{AN} - \varphi_{MB} = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$$

- Vậy  $u_{AN}$  và  $u_{MB}$  vuông pha nhau, nên ta có

$$\left(\frac{u_{AN}}{U_{0AN}}\right)^2 + \left(\frac{u_{MB}}{U_{0MB}}\right)^2 = 1.$$

- Từ đó ta có

$$\left(\frac{80\sqrt{3}}{I_0\sqrt{R^2 + Z_L^2}}\right)^2 + \left(\frac{60}{I_0\sqrt{R^2 + Z_C^2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{80\sqrt{3}}{100I_0}\right)^2 + \left(\frac{60\sqrt{3}}{100I_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow I_0 = \sqrt{3} \text{ (A)}.$$

- Vậy

$$U_0 = I_0\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{3}\sqrt{50^2 + \left(50\sqrt{3} - \frac{50\sqrt{3}}{3}\right)^2} = 50\sqrt{7} \text{ (V)}$$

Đáp án C.

**Ví dụ 9:** Điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở, hai đầu cuộn cảm thuần và hai đầu tụ điện lần lượt là  $30\sqrt{2}$  V,  $60\sqrt{2}$  V và  $90\sqrt{2}$  V. Khi điện áp tức thời ở hai đầu điện trở là 30 V thì điện áp tức thời ở hai đầu mạch bằng bao nhiêu?  
 A. 42,43V.      B. 81,96V.      C. 60V.      D. 90V.

**Lời giải**

- Muốn biết khi điện áp tức thời ở hai đầu điện trở là 30 V thì điện áp tức thời ở hai đầu mạch bằng bao nhiêu, ta phải biết được độ lệch pha giữa  $u$  và  $u_R$ , hay biết độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  (vì  $u_R$  và  $i$  cùng pha). Sau đó, dùng đường tròn là ta sẽ suy ra kết quả bài toán.

- Độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là

$$\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$$



Do đó  $u$  trễ pha hơn  $u_R$  một góc  $-\frac{\pi}{4}$ .

Điện áp hiệu dụng hai đầu mạch  $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 60(V)$  nên điện áp cực đại  $U_0 = 60\sqrt{2} V$   
 Điện áp cực đại hai đầu  $R$ :  $U_{0R} = 60V$

- Nếu  $u_R = 30 V = \frac{1}{2}U_{0R}$  và đang tăng, thì dựa vào đường tròn ta có pha của  $u_R$  là  $-\frac{\pi}{3}$  và pha của  $u$  là  $\varphi_u = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = -\frac{7\pi}{12}$ . Từ đó ta có

$$u = -U_0 \cos \frac{5\pi}{12} = -60\sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{12} = -21,96 V$$

- Nếu  $u_R = 30V = \frac{1}{2}U_{0R}$  và đang giảm, thì dựa vào đường tròn ta có pha của  $u_R$  là  $+\frac{\pi}{3}$  và pha của  $u$  là  $\varphi_u = +\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = +\frac{\pi}{12}$ . Từ đó ta có

$$u = U_0 \cos \frac{\pi}{12} = 60\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12} = 81,96 V$$

Đáp án B.

Ví dụ 10: Đặt điện áp  $u = 240\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Biết  $R = 60 \Omega$ , cuộn dây thuần cảm có  $L = \frac{6}{5\pi} (H)$  và tụ điện có  $C = \frac{10^{-3}}{6\pi} (F)$ . Khi điện áp tức thời hai đầu cuộn cảm bằng 240 V và đang giảm thì điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và hai đầu tụ điện bằng bao nhiêu?

- A.  $u_R = 120\sqrt{3} V, u_C = -120 V$ .                      B.  $u_R = -120\sqrt{3} V, u_C = +120 V$ .  
 C.  $u_R = 120 V, u_C = -120\sqrt{3} V$ .                      D.  $u_R = -120 V, u_C = +120\sqrt{3} V$ .

Lời giải

- Do  $u_R$  trễ pha hơn  $u_L$  góc  $\frac{\pi}{2}$  và  $u_C$  ngược pha với  $u_L$  nên ta sẽ dựa vào đường tròn và các biểu thức độc lập thời gian để biết được khi đó  $u_R$  và  $u_C$  bằng bao nhiêu.

- Trước hết, ta có

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{240}{60\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} (A)$$

- Vì  $u_R$  trễ pha hơn  $u_L$  góc  $\frac{\pi}{2}$  nên ta có

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{u_R}{RI_0}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{Z_L I_0}\right)^2 = 1.$$

Thay số với  $Z_L = 120 \Omega, R = 60 \Omega, I_0 = 4 A, u_L = 240 V$  ta tính được  $u_R = \pm 120\sqrt{3} V$ .

Do  $u_R$  trễ pha hơn  $u_L$  góc  $\frac{\pi}{2}$ , và  $u_L = 240 V$  và đang giảm, nên dựa vào đường tròn ta có  $u_R = +120\sqrt{3}$  và đang tăng.

- Vì  $u_C$  ngược pha  $u_L$  nên ta có

$$\frac{u_C}{U_{0C}} = -\frac{u_L}{U_{0L}} \Rightarrow u_C = -\frac{U_{0C}}{U_{0L}} u_L = -\frac{Z_C}{Z_L} u_L = -\frac{60}{120} \cdot 240 = -120 (V)$$

Đáp án A.

Ví dụ 11: Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  vào hai đầu mạch gồm điện trở  $R$  nối tiếp với tụ  $C$  có  $Z_C = R$ . Tại thời điểm điện áp tức thời trên điện trở là 50 V và đang tăng thì điện áp tức thời trên tụ là

- A.  $-50 V$ .                      B.  $-50\sqrt{3} V$ .                      C.  $50 V$ .                      D.  $50\sqrt{3} V$ .



Dựa vào hình vẽ, ta có

$$\widehat{PON} = \frac{4\pi}{3} - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

Từ đó sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $OPN$  ta có

$$\frac{1}{15^2} = \frac{1}{U_{6rL}^2} + \frac{1}{U_{6C}^2} = \frac{1}{I_0^2} \left( \frac{1}{r^2 + Z_L^2} + \frac{1}{Z_C^2} \right)$$

Suy ra

$$I_0^2 = 15^2 \left( \frac{1}{(5\sqrt{3})^2 + 15^2} + \frac{1}{10^2} \right) = 3 \Rightarrow I_0 = \sqrt{3}$$

Vậy

$$U_0 = I_0 Z = \sqrt{3} \cdot \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + (15 - 10)^2} = 10\sqrt{3} \text{ V}$$

**Cách 2 (Lê Văn Thành): Sử dụng phương pháp số phức**

- Cảm kháng, dung kháng:  $Z_L = \omega L = 15 (\Omega)$ ;  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 10 (\Omega)$

- Ta có  $i = \frac{u}{Z} = \frac{u_{rL}}{Z_{rL}} = \frac{u_C}{Z_C}$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_C = u \cdot \frac{Z_C}{Z} = U_0 \cdot \frac{-10i}{5\sqrt{3} + i(15 - 10)} = U_0 \angle -\frac{2\pi}{3} \Rightarrow u_C = U_0 \cos \left( 100\pi t - \frac{2\pi}{3} \right) (V) \\ u_{rL} = u \cdot \frac{Z_{rL}}{Z} = U_0 \cdot \frac{5\sqrt{3} + 15i}{5\sqrt{3} + i(15 - 10)} = U_0 \sqrt{3} \angle \frac{\pi}{6} \Rightarrow u_{rL} = U_0 \sqrt{3} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (V) \end{cases}$$

- Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} 15 = u_C \left( t_1 + \frac{1}{75} \right) = U_0 \cos \left( 100\pi \left( t_1 + \frac{1}{75} \right) - \frac{2\pi}{3} \right) \Rightarrow U_0 \sin \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) = 15 \\ 15 = u_{rL}(t_1) = U_0 \sqrt{3} \cos \left( 100\pi t_1 + \frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow U_0 \cos \left( 100\pi t_1 + \frac{\pi}{6} \right) = 5\sqrt{3} \end{cases}$$

Từ đó ta có  $U_0^2 = 15^2 + (5\sqrt{3})^2 \Rightarrow U_0 = 10\sqrt{3} (V)$

Đáp án D.

**Ví dụ 13:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \left( 100\pi t - \frac{\pi}{3} \right) (V)$  vào hai đầu một tụ điện có điện dung  $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ . Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu tụ điện là 150V thì cường độ dòng điện trong mạch là 4A. Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là?

A.  $i = 4\sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (A)$ .      B.  $i = 5 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (A)$ .

C.  $i = 5 \cos \left( 100\pi t - \frac{\pi}{6} \right) (A)$ .      D.  $i = 4\sqrt{2} \cos \left( 100\pi t - \frac{\pi}{6} \right) (A)$ .

Lời giải

Cảm kháng của mạch là

$$Z_C = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 50 (\Omega)$$

Vì  $u_C$  và  $i$  vuông pha với nhau nên ta có

$$\frac{u_C^2}{U_0^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1 \Rightarrow \frac{u_C^2}{(I_0 Z_C)^2} + \frac{i^2}{I_0^2} = 1 \Rightarrow \frac{150^2}{50^2 I_0^2} + \frac{4^2}{I_0^2} = 1 \Rightarrow I_0 = 5 (A)$$

Vì  $i$  sớm hơn  $u_C$  góc  $\frac{\pi}{2}$  nên phương trình cường độ dòng điện là

$$i = 5 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) (A)$$

Đáp án B.

**Ví dụ 14:** Một đoạn mạch gồm một điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung  $C$ . Người ta đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều ổn định có giá trị hiệu dụng không đổi bằng  $U$  (V) và tần số  $f = 50$  Hz. Khi điện áp tức thời hai đầu  $R$  bằng  $20\sqrt{7}$  V thì cường độ dòng điện tức thời chạy qua đoạn mạch bằng  $\sqrt{7}$  A, đồng thời điện áp tức thời giữa hai đầu tụ điện bằng 45(V); khi điện áp tức thời giữa hai đầu  $R$  bằng  $40\sqrt{3}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu tụ điện bằng 30V. Giá trị của điện dung  $C$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{3 \cdot 10^{-3}}{8\pi}$  (F).      B.  $\frac{2 \cdot 10^{-3}}{3\pi}$  (F).      C.  $\frac{10^{-4}}{\pi}$  (F).      D.  $\frac{10^{-3}}{8\pi}$  (F).

Lời giải

Mạch chỉ có  $R$  và  $C$ , và vì  $u_C$  vuông pha với  $u_R$  nên tại mọi thời điểm ta luôn có

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 = 1$$

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \left(\frac{20\sqrt{7}}{I_0 R}\right)^2 + \left(\frac{45}{I_0 Z_C}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{40\sqrt{3}}{I_0 R}\right)^2 + \left(\frac{30}{I_0 Z_C}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{I_0 R}\right)^2 = \frac{1}{6400} \\ \left(\frac{1}{I_0 Z_C}\right)^2 = \frac{1}{3600} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_0 R = 80 \\ I_0 Z_C = 60 \end{cases}$$

Mặt khác, vì  $u_R$  và  $i$  cùng pha nên ta có

$$\frac{u_R}{U_{0R}} = \frac{i}{I_0} \Rightarrow \frac{20\sqrt{7}}{80} = \frac{\sqrt{7}}{I_0} \Rightarrow I_0 = 4 \text{ (A)}$$

Vậy  $Z_C = \frac{60}{4} = 15$  (Ω), suy ra điện dung của tụ điện là  $C = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{3\pi}$  (F).

Đáp án B.

**Ví dụ 15:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 100\pi t$  vào hai đầu đoạn mạch AB theo thứ tự gồm RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm), M là điểm nối giữa R và L. Điện áp tức thời của đoạn mạch AM (chứa R) và MB (chứa L và C) tại thời điểm  $t_1$  là 60 (V) và  $15\sqrt{7}$  (V) và tại thời điểm  $t_2$  là  $40\sqrt{3}$  (V) và 30 (V). Giá trị của  $U_0$  bằng bao nhiêu?

- A. 100 V.      B.  $50\sqrt{2}$  V.  
C.  $25\sqrt{2}$  V.      D.  $100\sqrt{2}$  V.

Lời giải

Vì  $u_{AM}$  chứa  $R$  và  $u_{MB}$  chứa  $L, C$  nên chúng vuông pha nhau, do đó tại mọi thời điểm ta luôn có

$$\left(\frac{u_{AM}}{U_{0AM}}\right)^2 + \left(\frac{u_{MB}}{U_{0MB}}\right)^2 = 1$$

Theo bài ra, ta có hệ

$$\begin{cases} \left(\frac{60}{U_{0AM}}\right)^2 + \left(\frac{15\sqrt{7}}{U_{0MB}}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{40\sqrt{3}}{U_{0AM}}\right)^2 + \left(\frac{30}{U_{0MB}}\right)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_{0AM} = 80 \text{ V} \\ U_{0MB} = 60 \text{ V} \end{cases}$$

Điện áp cực đại hai đầu đoạn mạch là

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = \sqrt{U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ (V)}$$

Đáp án A.

**Ví dụ 16:** Người ta đặt vào hai đầu một đoạn mạch (gồm một điện trở thuần có điện trở  $R$ , một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  và một tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp) một điện áp xoay chiều ổn định có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  không đổi. Họ nhận thấy, tại thời điểm  $t_1$  các giá trị tức thời  $u_L(t_1) = -30\sqrt{3}$  V,  $u_R(t_1) = 40$  V còn tại thời điểm  $t_2$  các giá trị tức thời  $u_L(t_2) = 60$  V,  $u_C(t_2) = -120$  V,  $u_R(t_2) = 0$  V. Điện áp cực đại giữa hai đầu đoạn mạch bằng bao nhiêu?

A. 50V.

B. 100V.

C. 60V.

D.  $50\sqrt{3}$  V.

Lời giải

**Cách 1:**

Vì  $u_L$  vuông pha với  $u_R$  và  $u_C$  cũng vuông pha với  $u_R$  nên ta có

$$\left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1, \left(\frac{u_C}{U_{0C}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1$$

Tại thời điểm  $t_1$  ta có  $u_L(t_1) = -30\sqrt{3}$  V,  $u_R(t_1) = 40$  V nên

$$\left(\frac{30\sqrt{3}}{U_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{40}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

Tại thời điểm  $t_2$  ta có  $u_L(t_2) = 60$  V,  $u_C(t_2) = -120$  V,  $u_R(t_2) = 0$  nên

$$\begin{cases} \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \\ u_L = 60 \text{ (V)}; u_C = -120 \text{ (V)} \\ u_R = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0L} = |u_L| = 60 \text{ (V)} \\ U_{0C} = |u_C| = 120 \text{ (V)} \end{cases} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được

$$\left(\frac{30\sqrt{3}}{60}\right)^2 + \left(\frac{40}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_{0R} = 80 \text{ (V)}$$

Điện áp cực đại giữa hai đầu mạch bằng

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = \sqrt{80^2 + (120 - 60)^2} = 100 \text{ (V)}$$

**Cách 2:**

Vì  $u_R$  vuông pha  $u_L$  nên ta có

$$\left(\frac{u_{R1}}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_{L1}}{U_{0L}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{-30\sqrt{3}}{U_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{40}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

Vì  $u_L$  vuông pha với  $u_R$  nên ta có

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_L + u_C}{U_{0LC}}\right)^2 = 1.$$

Từ đó suy ra

$$\left(\frac{u_{R2}}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_{L2} + u_{C2}}{U_{0LC}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{0}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{-60}{U_{0LC}}\right)^2 = 1 \quad (2)$$



Lời giải

Cách 1: Tương tự như ví dụ bên trên.

Cách 2:

Theo bài ra  $\omega = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \Leftrightarrow Z_{L_0} = Z_{C_0}$  nên  $\vec{U}_{L_0} = -\vec{U}_{C_0}$  (vì  $u_L$  luôn ngược pha với  $u_C$ )

Ta có

$$\begin{cases} \vec{U}_1 = \vec{U}_{L_0} + \vec{U}_X \\ \vec{U}_2 = \vec{U}_{C_0} + \vec{U}_X \Rightarrow \vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 = 2\vec{U}_X \Rightarrow 4U_X^2 = U^2 + U^2 + 2U_1U_2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow U_X = 50\sqrt{7} \\ \vec{U}_{L_0} = -\vec{U}_{C_0} \end{cases}$$

**Nhận xét:** Bạn đọc nên chú ý với cách giải bình phương một đẳng thức véctơ như bên trên. Từ phương trình  $u_1$  và  $u_2$  ta có  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$  nên góc hợp bởi véctơ  $\vec{U}_1$  và  $\vec{U}_2$  là  $\frac{\pi}{3}$ . Mục đích của việc bình phương đẳng thức véctơ là sử dụng góc hợp bởi giữa hai véctơ vì khi bình phương sẽ có tích vô hướng của hai véctơ. **Đáp án B.**

**Ví dụ 19:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp có  $L$  thuần cảm thì đoạn mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Gọi  $i$  là cường độ dòng điện tức thời trong đoạn mạch,  $P$  là công suất tiêu thụ của mạch;  $u_L$  và  $u_R$  lần lượt là điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm và giữa hai đầu điện trở. Quan hệ nào sau đây không đúng?

- A.  $u$  cùng pha với  $i$ .  
 B.  $u$  trễ pha so với  $u_L$  góc  $\frac{\pi}{2}$ .  
 C.  $P = \frac{u^2}{R}$ .  
 D.  $u = u_R$ .

Lời giải

- A. Đúng, vì khi đoạn mạch xảy ra cộng hưởng thì  $u$  cùng pha với  $i$ .  
 B. Đúng, vì khi xảy ra cộng hưởng thì  $u$  cùng pha  $i$  và cùng pha  $u_R$ , mà  $u_R$  trễ pha so với  $u_L$  góc  $\frac{\pi}{2}$ .  
 C. Sai, vì công suất tiêu thụ của mạch là  $P = \frac{U^2}{R} \neq \frac{u^2}{R}$ .  
 D. Đúng, vì khi cộng hưởng thì  $u_L = -u_C$  nên  $u = u_R + u_L + u_C = u_R$ .

**Đáp án C.**

**Ví dụ 20:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Biết điện áp hai đầu đoạn mạch AM và điện áp hai đầu đoạn mạch MB lệch pha nhau góc  $\frac{\pi}{3}$  rad. Tại thời điểm  $t_1$  giá trị tức thời của hai điện áp  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  đều bằng 100V. Lúc đó, điện áp tức thời hai đầu mạch AB có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.  $100\sqrt{2}$  V.      B. 200 V.      C. 100 V.      D.  $100\sqrt{3}$  V.

Lời giải

Ta luôn có giá trị điện áp tức thời (không phụ thuộc vào độ lệch pha giữa AM và MB là bao nhiêu, đề bài cho độ lệch pha để gây nhiễu) xác định bởi

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

Tại  $t = t_1$  thì  $u_{AM} = u_{MB} = 100$  V nên

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} = 200 (V)$$

**Đáp án C.**

Ví dụ 21: Đoạn mạch xoay chiều gồm một điện trở thuần có điện trở  $R$ , một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$ , và một tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với nhau. Người ta đặt vào hai đầu của mạch điện trên một điện áp xoay chiều ổn định, và theo dõi sự biến thiên của điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện tức thời chạy qua đoạn mạch này. Tại một thời điểm  $t$  nào đó, điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch chứa LC bằng  $u_{LC} = 100\sqrt{3} (V)$  và điện áp tức thời hai đầu điện trở  $R$  bằng  $u_R = 100 (V)$ ; đồng thời độ lệch pha giữa điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện hiệu dụng bằng  $\frac{\pi}{3}$ . Pha của điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở  $R$  ở thời điểm  $t$  đó bằng bao nhiêu? Biết rằng mạch có tính cảm kháng.

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{4}$                       C.  $\frac{\pi}{3}$                       D.  $\frac{\pi}{5}$ .

Lời giải

Giả sử biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $R$  là

$$u_R = U_{0R} \cos \omega t$$

Khi đó ta cần tính  $\omega t$ .

Vì  $u_{LC}$  vuông pha với  $u_{LC} = U_{0LC} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_{0LC} \sin \omega t$  và

Vì mạch có tính cảm kháng nên  $u_{LC}$  vuông pha với  $u_R$ , cụ thể là sớm pha hơn  $\frac{\pi}{2}$ . Khi đó ta có

$$\frac{u_{LC}}{u_R} = \frac{U_{0LC}}{U_{0R}} \cdot \frac{\sin \omega t}{\cos \omega t} = \tan \varphi \cdot \tan \omega t$$

Từ đó suy ra

$$\tan \omega t = \frac{u_{LC}}{u_R} \cdot \frac{1}{\tan \varphi} = 1 \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{4}$$

**Đáp án B.**

Ví dụ 22: Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự: điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi. Điều chỉnh  $C$  để điện áp hiệu dụng trên tụ đạt cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng của đoạn mạch RL là 100 V, tại thời điểm nào đó, điện áp tức thời của đoạn mạch RL bằng  $100\sqrt{2} (V)$ , khi đó điện áp tức thời trên tụ bằng bao nhiêu?

- A.  $-100\sqrt{2} (V)$ .                      B.  $100\sqrt{2} (V)$ .  
C.  $100 (V)$ .                              D.  $100\sqrt{3} (V)$ .

Lời giải

Điều chỉnh  $C$  để  $U_C$  cực đại thì ta nhớ ngay rằng  $u_{RL}$  vuông pha với  $u$ . Do đó ta có biểu thức độc lập thời gian

$$\frac{u_{RL}^2}{U_{0(RL)}^2} + \frac{u^2}{U_0^2} = 1$$

Thay số vào ta thấy  $u = 0$ . Mặt khác, ta có

$$u = u_{RL} + u_C \Rightarrow u_C = -100\sqrt{2} (V)$$

**Đáp án A.**



Ví dụ 23: Một mạch điện chứa một điện trở thuần có điện trở  $R = 50 (\Omega)$ , một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi} (H)$  và một tụ điện có điện dung  $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F)$  mắc nối tiếp với nhau. Người ta đặt vào hai đầu đoạn mạch trên một điện áp xoay chiều ổn định có phương trình  $u = U_0 \cos \omega t (V)$ . Khi hiệu cường độ dòng điện tức thời trong mạch là  $i(A)$ . Tại một thời điểm nào đó thấy rằng  $u(t_1) = 200\sqrt{2} (V)$  và  $i(t_1) = 2\sqrt{2} (A)$ ; tại thời điểm sau đó  $\frac{3T}{4}$  ghi nhận giá trị  $u(t_2) = 0 (V)$  và  $i(t_2) = 2\sqrt{2} (A)$ . Dòng điện qua mạch có phương trình nào dưới đây?

- A.  $i = 4 \cos \left( 50\pi t + \frac{\pi}{4} \right) (A)$ .                      B.  $i = 4 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{2} \right) (A)$ .  
 C.  $i = 4\sqrt{2} \cos \left( 50\pi t + \frac{\pi}{4} \right) (A)$ .                      D.  $i = 4\sqrt{2} \cos \left( 50\pi t + \frac{\pi}{2} \right) (A)$ .

Lời giải

Ta có  $(\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{3T}{4} = \frac{T}{4} + 2\frac{T}{4})$  nên ở hai thời điểm  $t_1$  và  $t_2$  các đại lượng tức thời vuông pha với nhau. Ta có

$$\begin{cases} \left(\frac{i_1}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{i_2}{I_0}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{u_1}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{U_0}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2\sqrt{2}}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{I_0}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{200\sqrt{2}}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{0}{U_0}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_0 = 4 \\ U_0 = 200\sqrt{2} \end{cases}$$

Tổng trở  $Z = \frac{U_0}{I_0} = \frac{200\sqrt{2}}{4} = 50\sqrt{2} (\Omega)$

Từ đó ta có

$$(50\sqrt{2})^2 = 50^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Leftrightarrow L^2\omega^2 - 2\frac{L}{C} + \frac{1}{C^2\omega^2} = 2500$$

Thay số tính được tần số góc của điện áp là  $\omega = 50\pi$  (rad/s).

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{50 - 100}{50} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Tức là  $u$  trễ pha hơn  $i$  góc  $\frac{\pi}{4}$  hay  $i$  sớm hơn  $u$ .

Vậy phương trình cường độ dòng điện tức thời chạy qua đoạn mạch cần tìm là

$$i = 4 \cos \left( 50\pi t + \frac{\pi}{4} \right) (A)$$

Đáp án A.

**3. Bài tập tự luyện**

Câu 1: Đoạn mạch xoay chiều gồm một điện trở thuần có điện trở  $R$ , một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$ , và một tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với nhau. Người ta đặt vào hai đầu của mạch điện trên một điện áp xoay chiều ổn định, và theo dõi sự biến thiên của điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện tức thời chạy qua đoạn mạch này. Tại một thời điểm  $t_1$  nào đó, điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch chứa LC bằng  $u_{LC} = 50\sqrt{3} (V)$  và điện áp tức thời hai đầu điện trở  $R$  bằng  $u_R = 50\sqrt{3} (V)$ . Ở thời điểm  $t_2$  điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch chứa LC là  $u_{LC} = 150 (V)$  và điện áp tức thời hai đầu điện trở  $R$  là  $u_R = 50 (V)$ . Độ lệch pha giữa điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện tức thời ở thời điểm  $t_1$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{\pi}{6}$ .                      B.  $\frac{\pi}{4}$ .                      C.  $\frac{\pi}{3}$ .                      D.  $\frac{\pi}{5}$ .

Câu 2: Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm một điện trở thuần có điện trở  $R$ , một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  và một tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với nhau theo đúng thứ tự đó. Điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch lệch pha với cường độ dòng điện tức thời chạy qua đoạn mạch một góc

bằng  $\varphi$ , đồng thời biên độ điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở bằng  $U_{oR}$ . Ở thời điểm  $t$ , điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa cuộn dây và tụ điện bằng  $u_{LC}$ , và điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở bằng  $u_R$ . Hệ thức liên hệ nào dưới đây là đúng?

- A.  $U_{oR} = u_{LC} \cos \varphi + u_R \sin \varphi$ .  
 B.  $U_{oR} = u_{LC} \sin \varphi + u_R \cos \varphi$ .  
 C.  $u_{LC}^2 + \left(\frac{u_R}{\tan \varphi}\right)^2 = U_{oR}^2$ .  
 D.  $u_R^2 + \left(\frac{u_{LC}}{\tan \varphi}\right)^2 = U_{oR}^2$ .

Câu 3: Một mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây không thuần cảm có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $r$  mắc nối tiếp với một hộp kín  $X$  (chứa trong 3 phần tử  $L_1, C_1$  và  $C_1$  mắc nối tiếp) rồi mắc với một tụ điện có điện dung  $C$ . Biết  $A$  và  $B$  là hai điểm đầu và cuối của mạch điện,  $M$  là điểm giữa cuộn dây và hộp kín,  $N$  là điểm giữa tụ điện và  $X$ . Giả thiết rằng điện áp tức thời hai đầu các mạch điện lần lượt có biểu thức  $u_{AN} = 100 \cos 100\pi t$  (V) và  $u_{MB} = 200 \cos \left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (V) đồng thời tần số góc của dòng điện  $\omega = 100\pi = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Biểu thức điện áp giữa hai đầu hộp kín  $X$  là biểu thức nào dưới đây?

- A.  $u_X = 25\sqrt{28} \cos \left(100\pi t - \frac{41\pi}{180}\right)$  (V).  
 B.  $u_X = 16\sqrt{28} \cos \left(100\pi t + \frac{36\pi}{180}\right)$  (V).  
 C.  $u_X = 25\sqrt{28} \cos \left(100\pi t + \frac{36\pi}{180}\right)$  (V).  
 D.  $u_X = 16\sqrt{28} \cos \left(100\pi t - \frac{41\pi}{180}\right)$  (V).

Câu 4: Người ta đặt một điện áp xoay chiều ổn định có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$  (V) vào hai đầu của một đoạn mạch gồm một điện trở thuần có điện trở  $R$  và một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  (thỏa mãn điện trở có giá trị gấp 2 lần cảm kháng). Gọi  $u_R$  và  $u_L$  lần lượt là điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở  $R$  và cuộn dây ở cùng một thời điểm. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

- A.  $5u_R^2 + 10u_L^2 = 8U^2$ .  
 B.  $20u_R^2 + 5u_L^2 = 8U^2$ .  
 C.  $10u_R^2 + 8u_L^2 = 5U^2$ .  
 D.  $5u_R^2 + 20u_L^2 = 8U^2$ .

Câu 5: Một đoạn mạch gồm một điện trở thuần có điện trở  $R = 32$  ( $\Omega$ ) mắc nối tiếp với một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định có điện áp hiệu dụng không đổi bằng  $U$  và tần số được cố định  $f = 50$  (Hz). Gọi  $u_R$  và  $u_L$  là điện áp tức thời ở hai đầu điện trở thuần và hai đầu cuộn dây. Biết rằng  $65u_R^2 + 256u_L^2 = 1600$  ( $V^2$ ), giá trị của  $L$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $\frac{4}{10\pi}$  (H).  
 B.  $\frac{1}{2\pi}$  (H).  
 C.  $\frac{1}{4\pi}$  (H).  
 D.  $\frac{4}{25\pi}$  (H).

Câu 6: Một đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R = 32$  ( $\Omega$ ) mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định có tần số  $f = 50$  (Hz). Gọi  $u_R$  và  $u_L$  tương ứng là điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở, và hai đầu cuộn dây. Biết rằng  $625u_R^2 + 256u_L^2 = 1600$ . Độ tự cảm của cuộn dây có giá trị nào dưới đây?

- A.  $\frac{4}{10\pi}$  (H).  
 B.  $\frac{4}{25\pi}$  (H).  
 C.  $\frac{1}{2\pi}$  (H).  
 D.  $\frac{1}{4\pi}$  (H).

Câu 7: Cho hai cuộn dây có độ tự cảm và điện trở lần lượt là  $(R_1; L_1)$  và  $(R_2; L_2)$  mắc nối tiếp. Gọi  $u_1$  và  $u_2$  lần lượt là điện áp tức thời hai đầu mạch và hai đầu các cuộn dây. Mỗi liên hệ đúng nhất giữa  $(R_1; L_1)$  và  $(R_2; L_2)$  để  $u = u_1 + u_2$  là?

- A.  $\frac{R_1}{L_1} = -\frac{R_2}{L_2}$ .  
 B.  $\forall R_1; L_1; R_2; L_2$ .  
 C.  $\frac{R_1}{L_1} = \frac{R_2}{L_2}$ .  
 D.  $\frac{R_1}{L_2} = \frac{R_2}{L_1}$ .

Câu 8: Một mạch điện AB gồm một tụ điện có điện dung  $C$ ; một điện trở hoạt động  $R$  và một cuộn dây có điện trở thuần  $r$  và có độ tự cảm  $L$  (thỏa mãn  $L = rRC$ ) mắc nối tiếp theo đúng thứ tự đó. Gọi

M là một điểm nằm giữa điện trở R và cuộn dây. Người ta đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định thì điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm có biểu thức  $u_{MB} = 100 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right) (V)$ . Nếu tại một thời điểm nào đó, điện áp giữa hai đầu cuộn cảm bằng 69,28V thì điện áp giữa hai đầu mạch AM (AM gồm C và R) là 30V. Biểu thức của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AM là biểu thức nào dưới đây?

A.  $u_{AM} = 50 \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right) (V)$ .

B.  $u_{AM} = 50 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) (V)$ .

C.  $u_{AM} = 200 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) (V)$ .

D.  $u_{AM} = 200 \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right) (V)$ .

### ĐÁP ÁN

1 B    2 D    3 A    4 D    5 D    6 C    7 B    8 A

## IV. Bài toán công suất tiêu thụ, hệ số công suất

### 1. Phương pháp

Vận dụng các công thức về công suất ở phần lí thuyết đã trình bày.

### 2. Bài tập tự luyện

Câu 1: Công suất tỏa nhiệt trung bình của dòng điện xoay chiều được tính theo công thức nào sau đây?

- A.  $P = uicos\varphi$ .  
 B.  $P = uisin\varphi$ .  
 C.  $P = UIcos\varphi$ .  
 D.  $P = UIsin\varphi$ .

Câu 2: Đại lượng nào sau đây được gọi là hệ số công suất của mạch điện xoay chiều?

- A.  $k = sin\varphi$ .  
 B.  $k = cos\varphi$ .  
 C.  $k = tan\varphi$ .  
 D.  $k = cotan\varphi$ .

Câu 3: Mạch điện nào sau đây có hệ số công suất lớn nhất?

- A. Điện trở thuần  $R_1$  nối tiếp với điện trở thuần  $R_2$ .  
 B. Điện trở thuần  $R$  nối tiếp cuộn cảm  $L$ .  
 C. Điện trở thuần  $R$  nối tiếp tụ điện  $C$ .  
 D. Cuộn cảm  $L$  nối tiếp với tụ điện  $C$ .

Câu 4: Mạch điện nào sau đây có hệ số công suất nhỏ nhất?

- A. Điện trở thuần  $R_1$  nối tiếp với điện trở thuần  $R_2$ .  
 B. Điện trở thuần  $R$  nối tiếp cuộn cảm  $L$ .  
 C. Điện trở thuần  $R$  nối tiếp tụ điện  $C$ .  
 D. Cuộn cảm  $L$  nối tiếp với tụ điện  $C$ .

Câu 5: Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp đang có tính cảm kháng, khi tăng tần số của dòng điện xoay chiều thì hệ số công suất của mạch

- A. không thay đổi.    B. tăng.    C. giảm.    D. bằng 0.

Câu 6: Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp đang có tính dung kháng, khi tăng tần số của dòng điện xoay chiều thì hệ số công suất của mạch:

- A. Không thay đổi.    B. tăng.    C. giảm.    D. bằng 0.

Câu 7: Chọn trả lời sai Trong một mạch điện xoay chiều, công suất tiêu thụ của đoạn mạch là:  $P = kUI$ , trong đó:

- A.  $k$  là hệ số biểu thị độ giảm công suất của mạch gọi là hệ số công suất của dòng điện xoay chiều.  
 B. Giá trị của  $k$  có thể  $< 1$ .  
 C. Giá trị của  $k$  có thể  $> 1$ .  
 D.  $k$  được tính bởi công thức:  $k = cos\varphi = \frac{R}{Z}$ .

Câu 8: Chọn trả lời sai. Công suất tiêu thụ trong mạch điện xoay chiều gồm RLC (cuộn dây thuần cảm) mắc nối tiếp

- A. là công suất tức thời.  
 B. là  $P = UIcos\varphi$ .  
 C. là  $P = RI^2$ .  
 D. là công suất trung bình trong một chu kì.

Câu 9: Một đoạn mạch không phân nhánh có dòng điện sớm pha hơn hiệu điện thế một góc nhỏ hơn  $\frac{\pi}{2}$

- A. Trong đoạn mạch không thể có cuộn cảm.  
 B. Hệ số công suất của đoạn mạch bằng không.

C. Nếu tăng tần số dòng điện lên một lượng nhỏ thì cường độ hiệu dụng qua đoạn mạch giảm.

D. Nếu tăng tần số dòng điện lên một lượng nhỏ thì cường độ hiệu dụng qua đoạn mạch tăng.

Câu 10: Mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Mạch đang có hiện tượng cộng hưởng. Tìm phát biểu sai?

A.  $U_{Rmin} = U$ .

B.  $P_{max}$ .

C.  $I_{max}$ .

D.  $Z_L = Z_C$ .

Câu 11: Mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, R là một biến trở, được mắc vào mạng điện xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng và tần số không đổi. Khi  $R = R_0$ ,  $\omega \neq \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ; thì công suất trong mạch đạt cực đại. Tìm phát biểu sai?

A. Mạch đang có hiện tượng cộng hưởng.

B.  $U_R < U$ .

C.  $U_R = \frac{U}{\sqrt{2}}$ .

D. Mạch có thể có tính cảm kháng hoặc dung kháng.

Câu 12: Mạch RLC mắc nối tiếp được mắc vào mạng điện có giá trị hiệu điện thế hiệu dụng không đổi, nhưng tần số có thể thay đổi. Khi tăng tần số của dòng điện thì công suất của mạch giảm. Tìm phát biểu đúng nhất?

A. Mạch tính cảm kháng.

B. Mạch có tính dung kháng.

C. Mạch đang cộng hưởng.

D. Đáp án B và A.

Câu 13: Một tụ điện có điện dung  $C=5,3 \mu\text{F}$  mắc nối tiếp với điện trở  $R = 300 \Omega$  thành một đoạn. Mắc đoạn mạch này vào mạng điện xoay chiều 220V-50Hz. Điện năng mà đoạn mạch tiêu thụ trong một phút là:

A. 32,22J.

B. 1047J.

C. 1933J.

D. 2148J.

Câu 14: Một cuộn dây khi mắc vào hiệu điện thế xoay chiều 50V-50Hz thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là 0,2A và công suất tiêu thụ trên cuộn dây là 1,5W. Hệ số công suất của mạch là bao nhiêu?

A.  $k = 0,15$ .

B.  $k = 0,25$ .

C.  $k = 0,50$ .

D.  $k = 0,75$ .

Câu 15: Hiệu điện thế ở hai đầu mạch là:  $u = 100\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (V), dòng điện là:  $i = 4\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A). Công suất tiêu thụ của mạch là:

A. 200W.

B. 400W.

C. 800W.

D. một giá trị khác.

Câu 16: Một mạch xoay chiều có  $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V) và  $i = 5\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (A). Công suất tiêu thụ của mạch là:

A. 0.

B. 1000W.

C. 2000W.

D. 4000W.

Câu 17: Mạch RLC nối tiếp:  $R = 50\Omega$ ,  $L = \frac{1}{2\pi}$  (H),  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F),  $f = 50$  Hz. Hệ số công suất của đoạn mạch là:

A. 0,6.

B. 0,5.

C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

D. 1.

Câu 18: Mạch RLC mắc nối tiếp được mắc vào mạng điện xoay chiều có tần số không đổi. Nếu cuộn dây không có điện trở thì hệ số công suất cực đại khi nào?

A.  $R = Z_L - Z_C$ .

B.  $R = Z_L$ .

C.  $R = Z_C$ .

D.  $Z_L = Z_C$ .

Câu 19: Mạch RLC có R thay đổi được mắc vào mạng điện xoay chiều có tần số không thay đổi, R bằng bao nhiêu thì mạch đạt công suất cực đại? (Không có hiện tượng cộng hưởng xảy ra).

A.  $R = |Z_L - Z_C|$ .

B.  $Z_L = 2Z_C$ .

C.  $Z_L = R$ .

D.  $Z_C = R$ .

Câu 20: Mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây có điện trở trong  $r$ . Khi  $R$  thay đổi thì giá trị  $R$  là bao nhiêu để công suất trong mạch đạt cực đại? (Không có hiện tượng cộng hưởng xảy ra).

- A.  $R = |Z_L - Z_C|$ .  
 B.  $R + r = |Z_L - Z_C|$ .  
 C.  $R - r = |Z_L - Z_C|$ .  
 D.  $R = 2|Z_L - Z_C|$ .

Câu 21: Mạch điện chỉ có  $R = 20 \Omega$ , Hiệu điện thế hai đầu mạch điện là  $40 \text{ V}$ , tìm công suất trong mạch khi đó.

- A.  $40\text{W}$ .  
 B.  $60\text{W}$ .  
 C.  $80\text{W}$ .  
 D.  $0\text{W}$ .

Câu 22: Mạch điện chỉ có  $C$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ , tần số của dòng điện trong mạch  $50 \text{ Hz}$ , hiệu điện thế hiệu dụng là  $50 \text{ V}$ . Tìm công suất trong mạch khi đó.

- A.  $40\text{W}$ .  
 B.  $60\text{W}$ .  
 C.  $80\text{W}$ .  
 D.  $0\text{W}$ .

Câu 23: Mạch điện chỉ có  $L$ ,  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$ , tần số của dòng điện trong mạch  $50 \text{ Hz}$ , hiệu điện thế hiệu dụng là  $50 \text{ V}$ . Tìm công suất trong mạch khi đó.

- A.  $40\text{W}$ .  
 B.  $60\text{W}$ .  
 C.  $80\text{W}$ .  
 D.  $0\text{W}$ .

Câu 24: Mạch RLC mắc nối tiếp được mắc vào dòng điện xoay chiều có phương trình hiệu điện thế  $u = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ V}$  và phương trình dòng điện là  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ A}$ . Tìm công suất của mạch điện trên?

- A.  $220\text{W}$ .  
 B.  $440\text{W}$ .  
 C.  $220\sqrt{3} \text{ W}$ .  
 D.  $351,5\text{W}$ .

Câu 25: Mạch RL có  $R = 50 \Omega$ ,  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$  được mắc vào mạng điện xoay chiều có tần số trong mạch là  $50 \text{ Hz}$ . Nếu hiệu điện thế hai đầu mạch điện là  $50 \text{ V}$ , Hãy tính công suất trong mạch khi đó.

- A.  $20\text{W}$ .  
 B.  $10\text{W}$ .  
 C.  $100\text{W}$ .  
 D.  $25\text{W}$ .

Câu 26: Mạch điện có RC, biết  $R = 50 \Omega$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ . Mạch điện trên được gắn vào mạng điện có hiệu điện thế  $50 \text{ V}$ , tần số  $50 \text{ Hz}$ . Công suất trong mạch khi đó.

- A.  $20\text{W}$ .  
 B.  $10\text{W}$ .  
 C.  $100\text{W}$ .  
 D.  $25\text{W}$ .

Câu 27: Mạch điện RLC có  $C$  thay đổi,  $R = 50 \Omega$ ,  $Z_L = 50 \Omega$ , mắc mạch điện trên vào mạng điện xoay chiều có tần số trong mạch là  $50 \text{ Hz}$ . Tìm  $C$  để công suất trong mạch đạt cực đại.

- A.  $C = \frac{10^{-4}}{5\pi} \text{ F}$ .  
 B.  $\frac{10^{-3}}{5\pi} \text{ F}$ .  
 C.  $\frac{1}{\pi} \text{ F}$ .  
 D.  $\frac{1}{2\pi} \text{ F}$ .

Câu 28: Mạch điện RLC có  $C$  thay đổi,  $R = 50 \Omega$ ,  $Z_L = 50 \Omega$ , mắc mạch điện trên vào mạng điện xoay chiều có tần số trong mạch là  $50 \text{ Hz}$ . Biết  $U = 100\text{V}$ , hãy tính công suất khi đó.

- A.  $50\text{W}$ .  
 B.  $60\text{W}$ .  
 C.  $100\text{W}$ .  
 D.  $200\text{W}$ .

Câu 29: Mạch điện RLC mắc nối tiếp, gắn mạch điện trên vào mạng điện xoay chiều có hiệu điện thế  $50 \text{ V}$ , tần số dòng điện có thể thay đổi được. Biết  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ . Tính  $f$  để công suất trong mạch đạt cực đại?

- A.  $60\text{Hz}$ .  
 B.  $40\text{Hz}$ .  
 C.  $50\text{Hz}$ .  
 D.  $100\text{Hz}$ .

Câu 30: Mạch điện RLC mắc nối tiếp, gắn mạch điện trên vào mạng điện xoay chiều có hiệu điện thế  $50 \text{ V}$ , tần số dòng điện có thể thay đổi được. Biết  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ . Nếu công suất cực đại trong mạch  $100 \text{ W}$ . Hãy tính điện trở của mạch?

- A.  $20 \Omega$ .  
 B.  $30 \Omega$ .  
 C.  $25 \Omega$ .  
 D.  $80 \Omega$ .

Câu 31: Mạch điện RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm,  $R$  thay đổi được.  $Z_L = 100 \Omega$ ,  $Z_C = 60 \Omega$  được mắc vào mạch điện xoay chiều  $50\text{V} - 50\text{Hz}$ . Tìm  $R$  để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại?

- A.  $30 \Omega$ .  
 B.  $40 \Omega$ .  
 C.  $50 \Omega$ .  
 D.  $60 \Omega$ .

Câu 32: Mạch điện RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, R thay đổi được.  $Z_L = 100 \Omega$ ,  $Z_C = 60 \Omega$  được mắc vào mạch điện xoay chiều 50V - 50Hz. R thay đổi để mạch điện có công suất cực đại, Tính giá trị hệ số công suất khi đó?

- A.  $\cos\varphi = 1$  .  
 B.  $\cos\varphi = \frac{1}{2}$  .  
 C.  $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$  .  
 D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  .

Câu 33: Mạch điện RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, R thay đổi được.  $Z_L = 100 \Omega$ ,  $Z_C = 60 \Omega$  được mắc vào mạch điện xoay chiều 50V - 50Hz. R thay đổi để có công suất cực đại. Tính công suất tiêu thụ trong mạch khi đó?

- A. 30W.                      B. 31,25W.                      C. 32W.                      D. 21,35W.

Câu 34: Một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm thay đổi được, mắc nối tiếp với một điện trở  $R = 40 \Omega$ . Mạch điện trên được mắc vào mạng điện xoay chiều 40 V - 50Hz. Xác định giá trị của độ tự cảm L để công suất trong mạch đạt cực đại?

- A. L tiến đến  $\infty$  .  
 B. L tiến về 40 mH.  
 C.  $L = \frac{0,4}{\pi}$  .  
 D. L tiến về 0.

Câu 35: Một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm thay đổi được, mắc nối tiếp với một điện trở  $R = 40 \Omega$ . Mạch điện trên được mắc vào mạng điện xoay chiều 40 V - 50Hz. Tính công suất cực đại đạt được khi L thay đổi?

- A. 80W.                      B. 20W.                      C. 40W.                      D. 60W.

Câu 36: Mạch điện gồm có cuộn dây, điện trở trong là  $50 \Omega$ , độ tự cảm của mạch là  $\frac{0,4}{\pi}$  H. Mắc mạch điện trên vào mạng điện xoay chiều có tần số thay đổi được. Tính tần số dòng điện để công suất trong mạch là cực tiểu?

- A.  $f = 0$  Hz .  
 B.  $f = 50$  Hz .  
 C.  $f = 100$  Hz .  
 D.  $f \rightarrow \infty$  .

Câu 37: Mạch điện gồm có cuộn dây, điện trở trong là  $50 \Omega$ , độ tự cảm của mạch là  $\frac{0,4}{\pi}$  H. Mắc mạch điện trên vào mạng điện xoay chiều có tần số thay đổi được. Nếu điều chỉnh tần số dòng điện trong mạch đến giá trị 50Hz sau đó mắc thêm vào mạch điện một tụ điện. Hãy tính điện dung của tụ để công suất trong mạch đạt cực đại?

- A.  $\frac{10^{-4}}{\pi}$  F.  
 B.  $\frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  F.  
 C.  $\frac{10^{-3}}{4\pi}$  F.  
 D. không có đáp án.

Câu 38: Mạch điện RLC mắc nối tiếp có R thay đổi được. Được đặt vào mạch điện 200V - 50Hz. Thấy công suất trong mạch đạt cực đại bằng 100 W (Không có hiện tượng cộng hưởng), biết  $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}$  F, hãy tính giá trị của R?

- A. 50  $\Omega$  .                      B. 100  $\Omega$  .                      C. 200  $\Omega$  .                      D. 400  $\Omega$  .

Câu 39: Mạch điện có hai phần tử RC có C thay đổi, được mắc vào mạng điện xoay chiều có tần số 50 Hz, biết điện trở trong mạch là 60  $\Omega$ , tính C để công suất trong mạch là lớn nhất?

- A. C tiến về 0 .  
 B.  $C \rightarrow \infty$  .  
 C. C tiến về  $\frac{10^{-3}}{6\pi}$  F .  
 D. Không có đáp án.

Câu 40: Mạch điện có hai phần tử RC có C thay đổi, được mắc vào mạng điện xoay chiều có tần số 50 Hz, biết điện trở trong mạch là 60  $\Omega$ . Nếu  $U = 300$ V tính công suất của mạch khi đó?

- A. 1000W.                      B. 5100W.                      C. 1500W.                      D. 2000W.

- Câu 41:** Mạch RLC có R thay đổi được,  $C = 31,8 \mu\text{F}$ ,  $L = \frac{2}{\pi} \text{H}$ , được mắc vào mạng điện 200V - 50Hz. Điều chỉnh R để công suất trong mạch đạt cực đại. Tính công suất cực đại đó?  
 A. 100W.                      B. 400W.                      C. 200W.                      D. 250W.
- Câu 42:** Mạch RLC có R thay đổi, khi  $R = 20 \Omega$  và khi  $R = 40 \Omega$  thì công suất trong mạch là như nhau. Tìm R để công suất trong mạch đạt cực đại?  
 A.  $30 \Omega$ .                      B.  $20 \sqrt{2} \Omega$ .  
 C.  $40 \Omega$ .                      D.  $69 \Omega$ .
- Câu 43:** Mạch RLC khi tần số  $f = 20 \text{ Hz}$  và khi  $f = 80 \text{ Hz}$  thì công suất trong mạch là như nhau, tìm f để công suất trong mạch đạt cực đại?  
 A. 50 Hz.                      B. 55 Hz.                      C. 40 Hz.                      D. 54,77 Hz.
- Câu 44:** Mạch RLC khi  $f = f_1 = 40 \text{ Hz}$  và khi  $f = f_2$  thì công suất trong mạch là như nhau. Khi  $f = 60 \text{ Hz}$  thì công suất trong mạch đạt cực đại, tính  $f_2$ .  
 A. 77 Hz.                      B. 90 Hz.                      C. 97 Hz.                      D. 100 Hz.
- Câu 45:** Mạch RLC có R thay đổi, ta thấy khi  $R = 10 \Omega$  và khi  $R = 20 \Omega$  thì công suất trong mạch là như nhau. Tìm giá trị của R để công suất trong mạch đạt cực đại?  
 A.  $10 \Omega$ .                      B.  $15 \Omega$ .  
 C.  $12,4 \Omega$ .                      D.  $10 \sqrt{2} \Omega$ .
- Câu 46:** Một mạch xoay chiều gồm một cuộn cảm có  $R = 30 \Omega$ ,  $L = \frac{1}{4\pi} \text{ (H)}$ , mắc nối tiếp với một tụ điện có  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$ . Hiệu điện thế ở hai đầu mạch là  $u = 250 \sqrt{2} \cos \left( 2\pi ft + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (V)}$ . Điều chỉnh f để cường độ dòng điện trong mạch có giá trị cực đại. Giá trị của f khi đó là:  
 A. 25 Hz.                      B. 50 Hz.                      C. 100 Hz.                      D. 200 Hz.
- Câu 47:** Mạch RLC có R thay đổi được, Biết  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$  và mạch điện trên được gắn vào mạng điện 220V - 50Hz. Khi điều chỉnh  $R = 40 \Omega$  và khi  $R = 160 \Omega$  thì công suất trong mạch là như nhau. Tìm giá trị của dung kháng?  
 A.  $Z_C = 200 \Omega$ .                      B.  $Z_C = 100 \Omega$ .  
 C.  $Z_C = 20 \Omega$ .                      D.  $50 \Omega$ .
- Câu 48:** Chọn sai: Cho một đoạn mạch xoay chiều RLC nối tiếp. Biết  $L = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$ ,  $C = \frac{10^{-3}}{4\pi} \text{ (F)}$ . Đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế  $u = 120 \sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$ . Thay đổi R để cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch đạt cực đại. Khi đó:  
 A. dòng điện trong mạch là  $I_{max} = 2 \text{ A}$ .                      B. công suất mạch là  $P = 240 \text{ W}$ .  
 C. điện trở  $R = 0$ .                      D. công suất mạch là  $P = 0$ .
- Câu 49:** Mạch RLC nối tiếp:  $R = 25 \Omega$ ;  $C = \frac{10^{-3}}{5\pi} \text{ (F)}$  và L là cuộn thuần cảm biến đổi được. Hiệu điện thế giữa hai đầu mạch là  $u = 100 \sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/4) \text{ (V)}$ . Thay đổi L sao cho công suất mạch đạt cực đại. Giá trị của L khi đó là:  
 A.  $L = \frac{1}{2\pi} \text{ (H)}$ .                      B.  $L = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$ .  
 C.  $L = \frac{2}{\pi} \text{ (H)}$ .                      D.  $L = \frac{4}{\pi} \text{ (H)}$ .
- Câu 50:** Mạch RLC mắc nối tiếp:  $R = 80 \Omega$ ;  $r = 20 \Omega$ ,  $L = \frac{2}{\pi} \text{ (H)}$ , C thay đổi được. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là:  $u = 120 \sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ . Thay đổi C để công suất mạch cực đại. Giá trị cực đại của công suất bằng:  
 A.  $P_{max} = 180 \text{ W}$ .                      B.  $P_{max} = 144 \text{ W}$ .  
 C.  $P_{max} = 288 \text{ W}$ .                      D.  $P_{max} = 720 \text{ W}$ .



Câu 51: Mạch RLC mắc nối tiếp. Biết  $R = 100\Omega$ ,  $L = \frac{1}{\pi}$  (H) và  $C$  thay đổi được. Hiệu điện thế hai đầu mạch có biểu thức:  $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V). Thay đổi  $C$  để hệ số công suất mạch đạt cực đại. Khi đó cường độ hiện dụng trong mạch bằng:

- A. 1 A. B.  $\sqrt{2}$  A.  
C. 2 A. D.  $2\sqrt{2}$  A.

Câu 52: Mạch RLC nối tiếp. Biết  $R = 100\Omega$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F). Cuộn thuần cảm có  $L$  thay đổi được. Biết hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là  $u = 200\cos 100\pi t$  (V). Thay đổi  $L$  để công suất mạch đạt giá trị cực đại. Khi đó công suất của mạch là:

- A. 100W. B.  $100\sqrt{2}$  W.  
C. 200W. D. 400W.

Câu 53: Một đoạn mạch gồm  $R = 100\Omega$ , một cuộn thuần cảm có  $L$  thay đổi được và tụ điện có  $C = 0,318.10^{-4}$  F mắc nối tiếp vào mạch xoay chiều có  $u_{AB} = 200\cos(100\pi t)$  (V).  $L$  phải có giá trị bao nhiêu để công suất lớn nhất?  $P_{max} = ?$

- A.  $L = 0,318$ (H),  $P = 200$ W. B.  $L = 0,159$ (H),  $P = 240$ W.  
C.  $L = 0,636$ (H),  $P = 150$ W. D. Một giá trị khác.

Câu 54: Một đoạn mạch gồm điện trở  $R=100\Omega$  nối tiếp với  $C_0 = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F) và cuộn dây có  $r = 100\Omega$ ,  $L = \frac{2,5}{\pi}$  (H). Nguồn có  $u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)$  (V). Để công suất của mạch đạt giá trị cực đại, người ta mắc thêm một tụ  $C_1$  với  $C_0$ :

- A.  $C_1$  mắc song song với  $C_0$  và  $C_1 = \frac{10^{-3}}{15\pi}$  (F).  
B.  $C_1$  mắc nối tiếp với  $C_0$  và  $C_1 = \frac{10^{-3}}{15\pi}$  (F).  
C.  $C_1$  mắc song song với  $C_0$  và  $C_1 = \frac{4.10^{-6}}{\pi}$  (F).  
D.  $C_1$  mắc nối tiếp với  $C_0$  và  $C_1 = \frac{4.10^{-6}}{\pi}$  (F).

Câu 55: Mạch RLC nối tiếp:  $L = 159$ (mH);  $C = 15,9\mu\text{F}$ ,  $R$  thay đổi được. Hiệu điện thế đặt vào hai đầu đoạn mạch  $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V). Khi  $R$  thay đổi thì công suất tiêu thụ cực đại của đoạn mạch là:

- A. 240 W. B. 48 W. C. 96 W. D. 192 W.

Câu 56: Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, với  $R = 10\Omega$ , cảm kháng  $Z_L = 10\Omega$ , dung kháng  $Z_C = 5\Omega$  ứng với tần số  $f$ . Khi  $f$  thay đổi đến  $f'$  thì trong mạch có hiện tượng cộng hưởng điện. Hỏi tỷ lệ nào sau đây là đúng?

- A.  $\sqrt{2} f = f'$ . B.  $f = \frac{1}{2} f'$ .  
C.  $f = 4f'$ . D.  $f = \sqrt{2} f'$ .

Câu 57: Hai đầu đoạn mạch RLC, cuộn dây thuần cảm, được duy trì điện áp  $u_{AB} = U_0 \cos \omega t$  (V). Thay đổi  $R$ , khi điện trở có giá trị  $R = 24\Omega$  thì công suất đạt giá trị cực đại 300W. Hỏi khi điện trở bằng  $18\Omega$  thì mạch tiêu thụ công suất bằng bao nhiêu?

- A. 288W. B. 168W. C. 248W. D. 144W.

Câu 58: Đoạn mạch AB gồm hai đoạn AD và DB ghép nối tiếp. Điện áp tức thời trên các đoạn mạch và dòng điện qua chúng lần lượt có biểu thức:  $u_{AD} = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (V);  $u_{DB} = 100\sqrt{6}\cos\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  (V);  $i = \sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (A). Công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB là:

- A. 100W. B. 242W. C. 186,6W. D. 250W.

Câu 59: Hiệu điện thế xoay chiều ở hai đầu mạch ổn định và có biểu thức:  $u = U_0 \cos \omega t$  (V). Khi  $C = C_1$  thì công suất mạch là  $P = 200W$  và cường độ dòng điện qua mạch là:  $i = I_0 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right)$  (A). Khi  $C = C_2$  thì công suất mạch cực đại. Tính công suất mạch khi  $C = C_2$ .

- A. 400W .
- B.  $400 \sqrt{2} W$  .
- C. 800W .
- D.  $200 \sqrt{2} W$  .

Câu 60: Cho đoạn mạch xoay chiều AB gồm điện trở R và một cuộn dây mắc nối tiếp. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có tần số 50Hz và có giá trị hiệu dụng U không đổi. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu của R và giữa hai đầu của cuộn dây có cùng giá trị và lệch pha nhau góc  $\frac{\pi}{3}$ . Để hệ số công suất bằng 1 thì người ta phải mắc nối tiếp với mạch một tụ có điện dung  $100\mu F$  và khi đó công suất tiêu thụ trên mạch là 100W. Hỏi khi chưa mắc thêm tụ thì công suất tiêu thụ trên mạch bằng bao nhiêu?

- A. 80W.
- B. 86,6W.
- C. 75W.
- D. 70,7W.

Câu 61: Đặt vào 2 đầu mạch điện có 2 phần tử C và R với điện trở  $R = Z_C = 100\Omega$  một nguồn điện tổng hợp có biểu thức  $u = 100 + 100 \sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$  V. Tính công suất tỏa nhiệt trên điện trở:

- A. 50W.
- B. 200W.
- C. 25W.
- D. 150W.

Câu 62: Đặt vào 2 đầu mạch điện có 2 phần tử L và R với điện trở  $R = Z_L = 100\Omega$  một nguồn điện tổng hợp có biểu thức  $u = 100 + 100 \sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$  V. Tính công suất tỏa nhiệt trên điện trở:

- A. 150W.
- B. 200W.
- C. 25W.
- D. 15W.

Câu 63: Đặt vào 2 đầu mạch điện chỉ có R với điện trở  $R = 100\Omega$  một nguồn điện tổng hợp có biểu thức  $u = 100 + 100 \sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$  V. Tính công suất tỏa nhiệt trên điện trở:

- A. 50W.
- B. 200W.
- C. 25W.
- D. 150W.

Câu 64: Đặt vào 2 đầu mạch điện chỉ có R với điện trở  $R = 100 \Omega$  một nguồn điện tổng hợp có biểu thức  $u = 100 + 100 \sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$  V. Xác định giá trị hiệu dụng của dòng điện trong mạch?

- A. 2A.
- B.  $\sqrt{2} A$  .
- C. 1A.
- D.  $\frac{1}{2} A$  .

Câu 65: Một mạch điện xoay chiều gồm 3 phần tử RLC, cuộn dây thuần cảm. Mắc mạch điện trên vào nguồn điện xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi thì thấy hiệu điện thế ở 2 đầu mỗi phần tử là như nhau và công suất tiêu thụ của mạch là P. Hỏi nếu bỏ tụ C chỉ giữ lại R, L thì công suất tiêu thụ của mạch là P' sẽ bằng bao nhiêu theo P?

- A.  $P' = P$  .
- B.  $P' = 2P$  .
- C.  $P' = \frac{1}{2} P$  .
- D.  $P' = \frac{1}{\sqrt{2}} P$  .

Câu 66: Mạch điện xoay chiều RLC ghép nối tiếp, đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế  $u = U_0 \cos \omega t$  (V). Điều chỉnh  $C = C_1$  thì công suất của mạch đạt giá trị cực đại  $P_{max} = 400W$ . Điều chỉnh  $C = C_2$  thì hệ số công suất của mạch là  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Công suất của mạch khi đó là:

- A. 200W.
- B.  $100 \sqrt{3} W$  .
- C. 100W.
- D. 300W.

Câu 67: Mạch điện xoay chiều RLC có R thay đổi được mắc vào hiệu điện thế xoay chiều  $u = 200 \cos 100\pi t$  V. Biết khi  $R = 50\Omega$  và  $R = 200 \Omega$  thì công suất mạch điện đều bằng nhau và bằng P. Giá trị của P là:

- A. 80W.
- B. 400W.
- C. 160W.
- D. 100W.

Câu 68: Có hai hộp kín mà trong mỗi hộp chứa 2 trong 3 phần tử R L C mắc nối tiếp. Khi lần lượt mắc vào hai đầu mỗi hộp hiệu điện thế xoay chiều  $u = 200 \cos 100\pi t$  V thì cường độ dòng điện hiệu dụng và công suất mạch điện tương ứng đều là I và P. Dem nối tiếp hai hộp đó và duy trì hiệu điện thế trên thì cường độ dòng điện cũng là I. Lúc đó công suất của đoạn mạch là:

- A. 4P.
- B. P.
- C. 2P.
- D.  $\frac{P}{2}$  .

Câu 69: Đặt vào hai đầu một cuộn dây có độ tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi}$  H một hiệu điện thế một chiều  $U = 12$  V thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là  $I_1 = 0,4$  A. Nếu đặt vào hai đầu cuộn dây này một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U_2 = 120$  V, tần số  $f = 50$  Hz thì công suất tiêu thụ ở cuộn dây bằng

- A. 360W.                      B. 480W.                      C. 16,2W.                      D. 172,8W.

Câu 70: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, có R là biến trở. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức  $u = 120\sqrt{2}\cos 120\pi t$  V. Biết rằng ứng với hai giá trị của biến trở:  $R_1 = 38\Omega$ ,  $R_2 = 22\Omega$  thì công suất tiêu thụ P trên đoạn mạch như nhau. Công suất của đoạn mạch khi đó nhận giá trị nào sau đây:

- A. 120W.                      B. 484W.                      C. 240W.                      D. 282W.

Câu 71: Một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 100\sqrt{3}\Omega$  và độ tự cảm  $L = \frac{3}{\pi}$  H mắc nối tiếp với một đoạn mạch X có tổng trở  $Z_X$  rồi mắc vào điện áp có xoay chiều có giá trị hiệu dụng 120V, tần số 50Hz thì thấy dòng điện qua mạch điện có cường độ hiệu dụng bằng 0,3A và chậm pha  $30^\circ$  so với điện áp giữa hai đầu mạch. Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch X bằng:

- A. 40W.                      B.  $9\sqrt{3}$  W.                      C.  $18\sqrt{3}$  W.                      D. 30 W.

Câu 72: Đoạn mạch gồm một cuộn dây có điện trở R và độ tự cảm L nối tiếp với một tụ điện biến đổi có điện dung C thay đổi được. Hiệu điện thế xoay chiều ở hai đầu mạch là  $u = U\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$  (V).

Khi  $C = C_1$  thì công suất mạch là P và cường độ dòng điện qua mạch là:  $i = I\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  (A).

Khi  $C = C_2$  thì công suất mạch cực đại là  $P_0$ . Tính công suất cực đại  $P_0$  theo P.

- A.  $P_0 = \frac{4P}{3}$ .                      B.  $P_0 = \frac{2P}{\sqrt{3}}$ .  
C.  $P_0 = 4P$ .                      D.  $P_0 = 2P$ .

Câu 73: Cho đoạn mạch xoay chiều AB gồm điện trở R và một cuộn dây mắc nối tiếp. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có tần số f và có giá trị hiệu dụng U không đổi. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu của R và giữa hai đầu của cuộn dây có cùng giá trị và lệch pha nhau góc  $\frac{\pi}{4}$ . Để hệ số công suất bằng 1 thì người ta phải mắc nối tiếp với mạch một tụ có điện dung C và khi đó công suất tiêu thụ trên mạch là 200W. Hỏi khi chưa mắc thêm tụ thì công suất tiêu thụ trên mạch bằng bao nhiêu?

- A. 100W.                      B. 150W.                      C. 75W.                      D. 170,7W.

Câu 74: Cho đoạn mạch xoay chiều gồm biến trở R, cuộn dây không thuần cảm có điện trở  $r = Z_L$  mắc nối tiếp. Điều chỉnh R để công suất tiêu thụ trên cuộn dây là lớn nhất. Hệ số công suất của mạch khi đó là:

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .  
C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Câu 75: Cho đoạn mạch xoay chiều gồm biến trở R và cuộn dây không thuần cảm có điện trở r mắc nối tiếp. Khi điều chỉnh giá trị của R thì nhận thấy với  $R = 20\Omega$ , công suất tiêu thụ trên R là lớn nhất và khi đó điện áp ở hai đầu cuộn dây sớm pha  $\frac{\pi}{3}$  so với điện áp ở hai đầu điện trở R. Hỏi khi điều chỉnh R bằng bao nhiêu thì công suất tiêu thụ trên mạch là lớn nhất?

- A. 10  $\Omega$ .                      B.  $10\sqrt{3}\Omega$ .  
C.  $7,3\Omega$ .                      D. 14,1  $\Omega$ .

Câu 76: Mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp RLC có điện trở  $R = 50\Omega$ . Biết rằng tần số nguồn điện xoay chiều có thể thay đổi được nhờ bộ phận biến tần nhưng giá trị hiệu dụng của điện áp thì được giữ không đổi  $U = 100\sqrt{2}$  V. Hỏi rằng trong quá trình biến tần dòng điện (từ 0Hz đến  $\infty$ ) thì công suất tiêu thụ của mạch biến thiên trong khoảng nào?

- A. Từ giá trị bằng 0 đến 200W.                      B. Từ giá trị lớn hơn 0W đến 200W.  
C. Từ giá trị bằng 0 đến 400W.                      D. Từ giá trị lớn hơn 0W đến 400W.

Câu 77: Một mạch điện xoay chiều gồm 3 phần tử RLC, cuộn dây thuần cảm. Mắc mạch điện trên vào nguồn điện xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi thì thấy hiệu điện thế ở 2 đầu lần lượt là  $U_R = U_L$ ,  $U_C = 2U_R$  và công suất tiêu thụ của mạch là  $P$ . Hỏi nếu mắc thêm tụ  $C' = C$  nối tiếp với  $C$  thì công suất tiêu thụ của mạch là  $P'$  sẽ bằng bao nhiêu theo  $P$ ?

- A.  $P' = P$  .
- B.  $P' = 2P$  .
- C.  $P' = \frac{1}{5}P$  .
- D.  $P' = \frac{1}{\sqrt{5}}P$  .

Câu 78: Cho mạch điện gồm một cuộn dây độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  (H), điện trở  $r = 50 \Omega$  mắc nối tiếp với một điện trở  $R$  có giá trị thay đổi được và tụ  $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  F. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều ổn định có  $f = 50$ Hz. Lúc đầu  $R = 50\Omega$ . Khi tăng  $R$  thì công suất tiêu thụ của biến trở  $R$  sẽ:

- A. giảm .
- B. tăng .
- C. tăng rồi giảm .
- D. giảm rồi tăng .

Câu 79: Mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp RLC, cuộn dây thuần cảm. Điện trở  $R$  và tần số dòng điện  $f$  có thể thay đổi. Ban đầu ta thay đổi  $R$  đến giá trị  $R = R_0$  để công suất tiêu thụ trên mạch cực đại là  $P_1$ . Cố định cho  $R = R_0$  và thay đổi  $f$  đến giá trị  $f = f_0$  để công suất mạch cực đại  $P_2$ . So sánh  $P_1$  và  $P_2$ .

- A.  $P_1 = P_2$  .
- B.  $P_2 = 2P_1$  .
- C.  $P_2 = \sqrt{2}P_1$  .
- D.  $P_2 = \sqrt{2}P_1$  .

Câu 80: Cho mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm,  $R$  là biến trở. Điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch bằng  $U$  không đổi. Khi điện trở của biến trở bằng  $R_1$  và  $R_2$  người ta thấy công suất tiêu thụ trong đoạn mạch trong hai trường hợp bằng nhau. Tìm công suất cực đại khi điện trở của biến trở thay đổi.

- A.  $\frac{U^2(R_1 + R_2)}{4R_1R_2}$  .
- B.  $\frac{U^2}{2\sqrt{R_1R_2}}$  .
- C.  $\frac{2U^2}{R_1 + R_2}$  .
- D.  $\frac{U^2}{R_1 + R_2}$  .

Câu 81: Đoạn mạch gồm cuộn dây có điện trở thuần  $R$  và độ tự cảm  $L$  nối tiếp với tụ điện biến đổi có điện dung  $C$  thay đổi được. Hiệu điện thế xoay chiều ở hai đầu mạch ổn định và có biểu thức:  $u = U_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$  (V). Khi  $C = C_1$  thì cường độ dòng điện qua mạch là:  $i = I_0 \cos(\omega t)$  (A) và công suất tiêu thụ trên mạch là  $P_1$ . Khi  $C = C_2$  thì công suất mạch cực đại  $P_2 = 100W$ . Tính  $P_1$ .

- A.  $P_1 = 200W$  .
- B.  $P_1 = 50\sqrt{2}W$  .
- C.  $P_1 = 50W$  .
- D.  $P_1 = 25W$  .

Câu 82: Hai đầu đoạn mạch RLC, cuộn dây thuần cảm, được duy trì điện áp  $u_{AB} = U_0 \cos \omega t$  (V). Thay đổi  $R$ , khi điện trở có giá trị  $R = 80\Omega$  thì công suất đạt giá trị cực đại  $200W$ . Hỏi khi điện trở bằng  $60\Omega$  thì mạch tiêu thụ công suất bằng bao nhiêu?

- A.  $100W$  .
- B.  $150W$  .
- C.  $192W$  .
- D.  $144W$  .

Câu 83: Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm và có độ tự cảm thay đổi, tụ  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F. Điện áp hiệu dụng 2 đầu mạch là  $100V$ , tần số  $50$ Hz. Khi  $L = \frac{1,25}{\pi}$  (H) thì  $U_L$  đạt cực đại. Hỏi khi thay đổi  $L$  thì công suất tiêu thụ cực đại của mạch điện là bao nhiêu?

- A.  $100W$  .
- B.  $200W$  .
- C.  $50W$  .
- D.  $400W$  .

Câu 84: Mạch RLC khi mắc vào mạng điện một chiều có giá trị suất điện động là  $U_0$  thì công suất là  $P_0$ . Khi mạch trên được mắc vào mạng điện xoay chiều có  $u = U \cos(100\pi t)$  V thì công suất của mạch là  $P$ . Xác định tỉ số  $\frac{P_0}{P}$

- A. 0.
- B. 1.
- C.  $\frac{1}{2}$ .
- D. 2.

Câu 85: Mạch điện chỉ có R khi mắc vào mạng điện một chiều có giá trị suất điện động là  $U_0$  thì công suất là  $P_0$ . Khi mạch trên được mắc vào mạng điện xoay chiều có  $u = U_0 \cos(100\pi t)$  V thì công suất của mạch là P. Xác định tỉ số  $\frac{P_0}{P}$ .

- A. 0.                      B. 1.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D. D.

Câu 86: Cho mạch điện AB gồm một bóng đèn dây tóc có ghi (120V - 75W); một cuộn dây có độ tự cảm  $\frac{0,48}{\pi}$  H và một tụ điện mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu mạch một điện áp  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (t tính bằng s) thì thấy đèn sáng bình thường và công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB bằng 100W. Hệ số công suất của cuộn cảm là bao nhiêu?

- A.  $\frac{4}{5}$ .                      B.  $\frac{3}{5}$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Câu 87: Đặt điện áp  $u = U \sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn cảm thuần mắc nối tiếp với một biến trở R. Ứng với hai giá trị  $R_1 = 20 \Omega$  và  $R_2 = 80 \Omega$  của biến trở thì công suất tiêu thụ trong đoạn mạch đều bằng 400 W. Giá trị của U là

- A. 400V.                      B. 200V.                      C. 100V.                      D.  $100 \sqrt{2}$  V.

Câu 88: Đặt điện áp  $u = 200 \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch gồm một biến trở R mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{1}{\pi}$  H. Điều chỉnh biến trở để công suất tỏa nhiệt trên biến trở đạt cực đại, khi đó cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch bằng

- A. 1A.                      B. 2A.                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Câu 89: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, tần số 50Hz vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh điện dung C đến giá trị  $\frac{10^{-4}}{\pi}$  hoặc  $\frac{10^{-4}}{2\pi}$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đều có giá trị bằng nhau. Giá trị của L bằng

- A.  $\frac{1}{2\pi}$  H.                      B.  $\frac{2}{\pi}$  H.                      C.  $\frac{1}{3\pi}$  H.                      D.  $\frac{3}{\pi}$  H.

Câu 90: Đặt điện áp  $u = 100 \sqrt{2} \cos \omega t$  V, có  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $200 \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{25}{36\pi}$  H và tụ điện có điện dung  $\frac{10^{-4}}{\pi}$  F. Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là 50 W. Giá trị của  $\omega$  là

- A.  $150\pi$  rad/s.                      B.  $50\pi$  rad/s.                      C.  $100\pi$  rad/s.                      D.  $120\pi$  rad/s.

Câu 91: Đặt điện áp  $u = 100 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch có điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp thì dòng điện qua mạch là  $i = 2 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right)$  (A). Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là

- A.  $100 \sqrt{3}$  W.                      B. 50 W.                      C.  $50 \sqrt{3}$  W.                      D. 100 W.

Câu 92: Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt điện áp xoay chiều có tần số và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi đó đoạn mạch AB tiêu thụ công suất bằng 120 W và có hệ số công suất bằng 1. Nếu nối tắt hai đầu tụ điện thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$ , công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB trong trường hợp này bằng

- A. 180 W.                      B. 160 W.                      C. 90 W.                      D. 75 W.

Câu 93: Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R_1 = 40 \Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$  F, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Đặt vào A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số

không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là:  $u = 50\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{7\pi}{12}\right)$

V và  $u_{MB} = 150\cos 100\pi t$  (V). Hệ số công suất của đoạn mạch AB là

A. 0,84.

B. 0,71.

C. 0,95.

D. 0,86.

### ĐÁP ÁN

1 C	11 A	21 C	31 B	41 C	51 C	61 A	71 B	81 C	91 C
2 B	12 D	22 D	32 C	42 B	52 C	62 A	72 A	82 C	92 C
3 A	13 C	23 D	33 B	43 C	53 A	63 B	73 A	83 B	93 A
4 D	14 A	24 C	34 D	44 B	54 B	64 B	74 D	84 A	
5 C	15 D	25 B	35 C	45 D	55 B	65 C	75 C	85 D	
6 B	16 A	26 B	36 D	46 C	56 D	66 D	76 C	86 A	
7 C	17 C	27 B	37 C	47 C	57 A	67 A	77 C	87 B	
8 A	18 D	28 D	38 C	48 B	58 D	68 C	78 C	88 A	
9 D	19 A	29 C	39 B	49 A	59 A	69 D	79 B	89 D	
10 A	20 B	30 C	40 C	50 B	60 C	70 C	80 B	90 D	

**V. Bài toán điện trở  $R$  biến thiên**

**Bài toán:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  ( $U_0, \omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở  $R \geq 0$  có giá trị thay đổi được, cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ .

Gọi  $I, U_R, U_L, U_C, U_{RL}, U_{RC}, U_{LC}$  lần lượt là cường độ dòng điện hiệu dụng, hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu  $R$ ; hai đầu  $L$ ; hai đầu  $C$ ; hai đầu  $RL$  (mạch R-L-C nối tiếp); hai đầu  $RC$  (mạch R-C-L nối tiếp); hai đầu  $LC$ .

1. Thay đổi  $R$  để  $I$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $R$  khi đó.
2. Thay đổi  $R$  để  $U_R; U_L; U_C$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm các giá trị  $R$  khi đó.
3. Thay đổi  $R$  để  $\cos \varphi$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $R$  khi đó.
4. Thay đổi  $R = R_0$  để công suất của mạch đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $R_0$  khi đó.
5. Thay đổi  $R$  thì thấy 2 giá trị  $R = R_1$  và  $R = R_2$  ( $R_2 \neq R_1$ ) làm cho mạch có cùng công suất  $P$ .  
 Tìm mối liên hệ giữa  $R_1, R_2, R_0, P$ .  
 Gọi độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  trong trường hợp  $R = R_1$  là  $\varphi_1$ , trong trường hợp  $R = R_2$  là  $\varphi_2$ .  
 Tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_1, \varphi_2$ .
6. Thay đổi  $R$  để  $U_{RL}$  đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất. Tìm  $R$  khi đó.
7. Thay đổi  $R$  để  $U_{RC}$  đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất. Tìm  $R$  khi đó.
8. Thay đổi  $R$  để  $U_{LC}$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $R$  khi đó.

Lời giải

Phương pháp chung giải các bài toán cực trị là:

- **Bước 1:** Viết biểu thức của đại lượng cần tìm cực trị theo biến.
- **Bước 2:** Dùng các công cụ như đạo hàm, bất đẳng thức để tìm cực trị.

1. *Thay đổi  $R$  để  $I$  đạt giá trị lớn nhất?*

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của  $I$ , vậy ta tìm biểu thức của  $I$  theo  $R$ , sau đó dùng công cụ đạo hàm hoặc dùng bất đẳng thức để đánh giá. Ta có

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Từ số không đổi, nên để tìm  $I$  lớn nhất ta chỉ quan tâm đến mẫu số. Ta có  $R^2 \geq 0$  nên

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \leq \frac{U}{|Z_L - Z_C|} = \text{const.}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $R = 0$  nên giá trị lớn nhất của  $I$  là  $\frac{U}{|Z_L - Z_C|}$ . ■

2. *Thay đổi  $R$  để  $U_R; U_L; U_C$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm các giá trị  $R$  khi đó*

Ta tìm biểu thức của  $U_R$  theo  $R$  rồi đánh giá. Ta có

$$U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = f(R).$$

Đến đây, cách thứ nhất là ta khảo sát hàm  $f(R)$  với  $R \in [0; +\infty)$ . Tuy nhiên cách này khá dài dòng. Để ý rằng, cả tử và mẫu đều có  $R$ , vậy nên ta mong muốn  $R$  chỉ xuất hiện ở tử hoặc chỉ xuất hiện ở mẫu để cho công việc đánh giá được dễ dàng hơn. Để có được điều này, ta sẽ chia cả tử và mẫu cho  $R$ , khi đó trên tử chỉ còn mỗi  $U$  luôn không đổi, dưới mẫu phụ thuộc  $R$ . Lúc này để tìm giá trị lớn nhất của  $U_R$  thì ta tìm giá trị nhỏ nhất của mẫu là xong. Chú ý trước khi chia, để ý giá thiết  $R \geq 0$  nên ta phải xét trường hợp  $R = 0$  trước.

Với  $R = 0$  thì  $U_R = 0$ .

Với  $R \neq 0$ , chia cả tử và mẫu cho  $R$ , ta được

$$U_R = \frac{U}{\frac{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{R}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2}}} \leq U.$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2} = 0$  tức là khi  $R \rightarrow +\infty$  (vì  $Z_L$  và  $Z_C$  không đổi). Vậy  $U_R$  lớn nhất bằng  $U$  khi  $R \rightarrow +\infty$ . ■

**Thay đổi  $R$  để  $U_L$  đạt giá trị lớn nhất?**

Ta tìm biểu thức của  $U_L$  theo  $R$  rồi đánh giá. Ta có

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.$$

Từ số không đổi, chỉ có mẫu số phụ thuộc  $R$  nên ta đánh giá ở mẫu. Vì  $R^2 \geq 0$  nên ta có

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \leq \frac{UZ_L}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2}} = \frac{UZ_L}{|Z_L - Z_C|} = \text{const.}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $R = 0$  nên giá trị lớn nhất của  $U_L$  là  $\frac{UZ_L}{|Z_L - Z_C|}$ . ■

**Thay đổi  $R$  để  $U_C$  đạt giá trị lớn nhất?**

Tương tự như trên, ta có giá trị lớn nhất của  $U_C$  là  $\frac{UZ_C}{|Z_L - Z_C|}$ . ■

**3. Thay đổi  $R$  để  $\cos \varphi$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $R$  khi đó?**

Ta tìm biểu thức của  $\cos \varphi$  theo  $R$  rồi đánh giá. Ta có

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.$$

Cả tử và mẫu phụ thuộc  $R$ , ta chia cả tử và mẫu cho  $R$  để chỉ đánh giá ở mẫu thôi!

Với  $R = 0$  thì  $\cos \varphi = 0$ .

Với  $R \neq 0$ , chia cả tử và mẫu cho  $R$ , ta được

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2}}} \leq 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2} = 0$  tức là khi  $R \rightarrow +\infty$  (vì  $Z_L$  và  $Z_C$  không đổi).

Vậy  $\cos \varphi$  lớn nhất bằng  $1$  khi  $R \rightarrow +\infty$ . ■

**4. Thay đổi  $R = R_0$  để công suất của mạch đạt giá trị lớn nhất?**

Ta tìm biểu thức công suất của mạch theo  $R$  rồi đánh giá. Công suất của mạch chính là công suất trên biến trở  $R$ . Ta có

$$P = RI^2 = R \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}.$$

Cả tử và mẫu phụ thuộc  $R$ , ta chia cả tử và mẫu cho  $R$  để chỉ đánh giá ở mẫu thôi!

Với  $R = 0$  thì  $P = 0$ .

Với  $R \neq 0$ , chia cả tử và mẫu cho  $R$ , ta được

$$P = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}.$$



Để tìm giá trị lớn nhất của  $P$  ta cần đánh giá mẫu lớn hơn hoặc bằng một hằng số nào đó. Để ý rằng, ở mẫu số là tổng của hai số hạng dương có tích là  $R \cdot \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} = (Z_L - Z_C)^2$  luôn không đổi, nên ta sẽ nghĩ đến sử dụng bất đẳng thức  $AM - GM$  cho 2 số dương để đánh giá.

Sử dụng bất đẳng thức  $AM - GM$  cho 2 số dương  $R$  và  $\frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$ , ta có

$$R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \geq 2\sqrt{R \cdot \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = 2|Z_L - Z_C|.$$

Từ đó

$$P \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \text{const.}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$ , tương đương  $R = |Z_L - Z_C|$ .

Vậy giá trị lớn nhất của công suất của mạch là  $P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$  khi  $R = R_0 = |Z_L - Z_C|$ . ■

5. Thay đổi  $R$  thì thấy 2 giá trị  $R = R_1$  và  $R = R_2$  ( $R_2 \neq R_1$ ) làm cho mạch có cùng công suất?

Công suất tiêu thụ trên mạch chính là công suất tiêu thụ trên  $R$

$$P = RI^2 = R \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Suy nghĩ thường thấy khi làm bài này, đó là ta viết  $P_1$  theo  $R_1$ ,  $P_2$  theo  $R_2$  rồi cho  $P_1 = P_2$ , biến đổi tương đương một lúc là tìm được mối liên hệ giữa  $R_1$  và  $R_2$ . Ta thử xem sao nhé! Ta có

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 &\Leftrightarrow R_1 \frac{U^2}{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R_2 \frac{U^2}{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ &\Leftrightarrow R_1 [R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2] = R_2 [R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2] \\ &\Leftrightarrow R_1 R_2 (R_2 - R_1) = (Z_L - Z_C)^2 (R_2 - R_1) \\ &\Leftrightarrow \boxed{R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2}. \end{aligned}$$

(Ở phép biến đổi tương đương cuối, chia cả 2 vế cho  $R_2 - R_1$  được vì  $R_1 \neq R_2$ .)

Từ đó ta có:

$$P = P_1 = R_1 \frac{U^2}{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R_1 \frac{U^2}{R_1^2 + R_1 R_2} \Rightarrow \boxed{P = \frac{U^2}{R_1 + R_2}}$$

Mặt khác, theo kết quả câu trên, ta có  $R_0^2 = (Z_L - Z_C)^2$  nên ta có mối liên hệ giữa  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_0$ ,  $P$  là

$$\boxed{R_0^2 = R_1 R_2}$$

Như vậy, với tư tưởng trên thì ta đã tìm được các mối quan hệ giữa  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_0$ ,  $P$ . Ngoài cách làm trên, chúng ta còn có một cách làm ngắn gọn hơn, đó là sử dụng định lí Vi-et cho phương trình bậc 2.

Vì  $P_1 = P_2 = P$  nên ta có thể coi  $R_1$  và  $R_2$  là hai nghiệm của phương trình trên. Quy đồng khử mẫu, đưa về phương trình bậc hai theo  $R$  ta có

$$PR^2 - RU^2 + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$$

Vì có 2 giá trị của điện trở khác nhau là  $R_1$  và  $R_2$  cho cùng một giá trị công suất nên phương trình bậc 2 trên có hai nghiệm phân biệt  $R_1$  và  $R_2$ . Theo định lí Vi-et, ta có mối liên hệ giữa  $R_1$  và  $R_2$  là

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = -\frac{b}{a} = \frac{U^2}{P} \\ R_1 R_2 = \frac{c}{a} = (Z_L - Z_C)^2 \end{cases}$$

Mặt khác, theo kết quả câu trên, ta có  $R_0^2 = (Z_L - Z_C)^2$  nên ta có mối liên hệ giữa  $R_1, R_2, R_0$  là

$$R_0^2 = R_1 R_2.$$

Bây giờ ta sẽ tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ . Ta có

$$\begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R_1} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_L - Z_C}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_1 R_2} = 1.$$

Vậy ta có  $\tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = 1$ , tương đương

$$\tan \varphi_1 = \cot \varphi_2 = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \right) \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi_2 + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Vì  $-\frac{\pi}{2} < \varphi_1, \varphi_2 < \frac{\pi}{2}$  nên

$$-\pi < \varphi_1 + \varphi_2 < \pi \Leftrightarrow -\pi < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -1,5 < k < 0,5 \Rightarrow k = -1;$$

Vậy

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \pm \frac{\pi}{2}$$

6. Thay đổi  $R$  để  $U_{RL}$  đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất?

Chắc các bạn sẽ hiểu vì sao chúng ta biến đổi như này:

$$U_{RL} = I Z_{RL} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Nếu  $Z_C > Z_L$  thì

$$1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{R^2 + Z_L^2} \leq 1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{0 + Z_L^2} = \frac{Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{Z_L^2} = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}.$$

Từ đó

$$U_{RL} \geq \frac{U}{\sqrt{\frac{(Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{U Z_L}{|Z_L - Z_C|} = \text{const.}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $R = 0$  nên giá trị nhỏ nhất của  $U_{RL}$  trong trường hợp  $Z_C > Z_L$  là  $\frac{U Z_L}{|Z_L - Z_C|}$ . ■

Nếu  $Z_C < Z_L$  thì

$$1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{R^2 + Z_L^2} \geq \frac{(Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}.$$

Từ đó

$$U_{RL} \leq \frac{U}{\sqrt{\frac{(Z_L - Z_C)^2}{Z_L^2}}} = \frac{U Z_L}{|Z_L - Z_C|} = \text{const.}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $R = 0$  nên giá trị lớn nhất của  $U_{RL}$  trong trường hợp  $Z_C < Z_L$  là  $\frac{U Z_L}{|Z_L - Z_C|}$ . ■

7. Thay đổi  $R$  để  $U_{RC}$  đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất?

Làm tương tự như trên, ta thu được kết quả:

Nếu  $Z_C > Z_L$  thì  $U_{RC}$  đạt giá trị cực tiểu là  $\frac{U Z_C}{|Z_L - Z_C|}$  khi  $R = 0$ .

Nếu  $Z_C < Z_L$  thì  $U_{RC}$  đạt giá trị cực đại là  $\frac{UZ_C}{|Z_L - Z_C|}$  khi  $R = 0$ .

8. Thay đổi  $R$  để  $U_{LC}$  đạt giá trị lớn nhất? Ta có

$$U_{LC} = IZ_{LC} = \frac{U\sqrt{(Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \leq \frac{U\sqrt{(Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2}} = U = \text{const.}$$

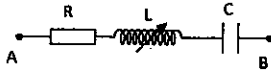
Dễ dàng thấy rằng khi  $R = 0$  nên giá trị lớn nhất của  $U_{LC}$  là  $U$ . ■

**VI. Bài toán cuộn cảm  $L$  biến thiên**

**1. Phương pháp**

Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một hiệu điện thế xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng  $U$  và tần số góc  $\omega$  không đổi

$$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$$



Đoạn mạch AB gồm  $L$  là một cuộn dây thuần cảm có giá trị thay đổi.  $R$  là điện trở thuần, tụ điện có điện dung  $C$  không đổi.

1. Thay đổi  $L$  để  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$ ;  $U_C$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $Z_L$  tương ứng.
2. Thay đổi  $L$  để  $U_{L_{max}}$ . Tìm  $U_{L_{max}}$  và  $Z_L$  khi đó.  
Suy ra các hệ quả quan trọng khi thay đổi  $L$  để  $U_{L_{max}}$ .
3. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì công suất của mạch có giá trị như nhau.  
Tính  $Z_C$  và tìm  $L$  để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại.
4. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau.  
Hỏi phải thay đổi độ tự cảm  $L$  bằng bao nhiêu thì  $U_{L_{max}}$ .
5. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau. Khi đó độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  có giá trị tương ứng là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ .  
Thay đổi  $L$  để  $U_{L_{max}}$  thì độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $\varphi_0$ . Tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$
6. Thay đổi  $L$  để  $U_{R_{max}}, U_{R_{min}}$ . Tìm  $Z_L$  khi đó.

Lời giải

1. Thay đổi  $L$  để  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$ ;  $U_C$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $Z_L$  tương ứng.  
Ta thấy

$$\left\{ \begin{aligned} U_R = IR &= \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ P = RI^2 &= \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ I &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ \cos \varphi &= \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ U_C = IZ_C &= \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \end{aligned} \right.$$

Tử số của tất cả các đại lượng trên đều không thay đổi khi  $L$  thay đổi. Do đó các đại lượng trên đạt giá trị lớn nhất khi mẫu số nhỏ nhất. Dễ thấy vì  $(Z_L - Z_C)^2 \geq 0$  và dấu bằng xảy ra khi  $Z_L = Z_C$  nên mẫu nhỏ nhất khi  $Z_L = Z_C$ .

Vậy với  $Z_L = Z_C$  thì  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$  đạt giá trị lớn nhất. Các giá trị cực đại tương ứng là

$$\begin{cases} U_{R_{\max}} = U \\ P_{\max} = \frac{U^2}{R} \\ I_{\max} = \frac{U}{R} \\ \cos \varphi_{\max} = 1 \\ U_{C_{\max}} = \frac{UZ_C}{R} \end{cases}$$

Bài toán được giải quyết xong. ■

2. Thay đổi  $L$  để  $U_{L_{\max}}$ . Tìm  $U_{L_{\max}}$  và  $Z_L$  khi đó. Suy ra các hệ quả quan trọng khi thay đổi  $L$  để  $U_{L_{\max}}$ .

Cách 1: Thuận đại số

Ta viết biểu thức của  $U_L$  theo  $L$  và khảo sát xem  $U_L$  lớn nhất khi nào. Ta có

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Vì khi  $L$  thay đổi thì cả tử và mẫu thay đổi, do đó để việc khảo sát đơn giản, ta sẽ chia cả tử và mẫu cho  $Z_L$  để tử số là hằng số. Ta có

$$U_L = \frac{U}{\frac{1}{Z_L} \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - 2\frac{Z_C}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{Y}}$$

Vậy để  $U_L$  lớn nhất thì  $Y$  phải nhỏ nhất. Thật vậy nếu đặt  $X = \frac{1}{Z_L}$  thì khi đó rõ ràng  $Y$  là một tam thức bậc hai

$$Y = (R^2 + Z_C^2) \cdot X^2 - 2Z_C \cdot X + 1.$$

Vì hệ số của tam thức bậc hai này luôn dương nên ta có  $Y$  lớn nhất khi

$$X = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_L} = -\frac{-2Z_C}{2(R^2 + Z_C^2)} \Leftrightarrow \boxed{Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}}$$

Khi đó

$$Y_{\min} = -\frac{\Delta'}{a} = -\frac{Z_C^2 - (R^2 + Z_C^2)}{R^2 + Z_C^2} = \frac{R^2}{R^2 + Z_C^2}$$

Suy ra giá trị lớn nhất của  $U_L$  là

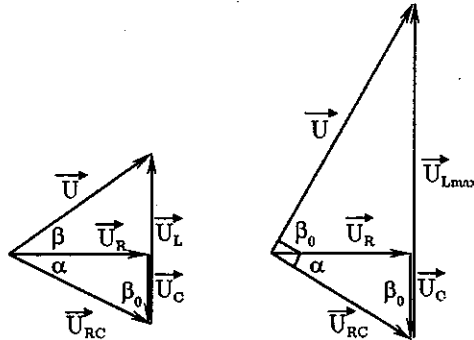
$$U_{L_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{Y_{\min}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{R^2 + Z_C^2}}} \Rightarrow \boxed{U_{L_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

Vậy  $U_{L_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2}$  khi  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ . ■

**Nhận xét:** Lời giải bằng đại số cho ta lời giải trong sáng, tự nhiên và dễ nghĩ. Chỉ có điều ta phải tính toán nhiều, và từ lời giải này ta khó có thể suy ra các hệ quả quan trọng. Chúng ta sang một lời giải bằng cách sử dụng giản đồ véctơ sau đây.

Cách 2: Giải đồ véctơ

Vẽ giản đồ véctơ trượt tá có giản đồ sau đây



Theo giản đồ vectơ và định lý hàm số sin trong tam giác, ta có

$$\frac{U_L}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U}{\sin \beta_0}$$

Từ phương trình này ta thấy ngay  $U_L$  phụ thuộc vào góc  $\beta$ .

Vì  $\sin \beta_0 = \frac{U_R}{U_{RC}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$ , nên

$$U_L = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \sin(\alpha + \beta) \leq \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\sin(\alpha + \beta)$  tương đương  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  nên ta có

$$U_{Lmax} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2}$$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:  $U_{RC}^2 = U_C U_L$ , từ đó suy ra

$$Z_L Z_C = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow \boxed{Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}}$$

Đây cũng chính là những kết quả ta thu được ở phương pháp đại số. Tuy nhiên, quan sát giản đồ và áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có một số kết quả quan trọng sau đây mà phương pháp đại số rất khó nhìn nhận ra.

- Khi  $U_{Lmax}$  thì hiệu điện thế tức thời ở hai đầu mạch luôn nhanh pha hơn  $u_{RC}$  một góc  $90^\circ$ .
- Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có

$$\begin{cases} (U_{Lmax})^2 = U^2 + U_{RC}^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2 \\ U_{RC}^2 = U_C U_{Lmax} \\ U^2 = U_{Lmax} (U_{Lmax} - U_C) \\ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RC}^2} \end{cases}$$

Chúng ta không phải nhớ các công thức này, mà khi làm bài tập hãy nhớ giản đồ và vẽ giản đồ ra, xem xét các dữ kiện bài toán và sử dụng hợp lí. Tất cả chỉ xoay quanh các hệ thức lượng trong tam giác mà thôi!!!

3. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì công suất của mạch có giá trị như nhau. Tính  $Z_C$  và tìm  $L$  để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại.  
 Vì có hai giá trị của  $L$  cho cùng giá trị công suất nên ta có

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow R \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} = R \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}$$

Biểu thức trên tương đương với

$$(Z_{L_1} - Z_C)^2 = (Z_{L_2} - Z_C)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} Z_{L_1} - Z_C = Z_{L_2} - Z_C \\ Z_{L_1} - Z_C = -(Z_{L_2} - Z_C) \end{cases}$$

Vì  $Z_{L_1}$  khác  $Z_{L_2}$  nên từ phương trình trên ta có

$$Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$$

Mặt khác, khi thay đổi  $L$  để công suất cực đại thì ta có  $Z_L = Z_C$ , do đó ta có

$$Z_C = Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Rightarrow L = L_1 + L_2.$$

Vậy với  $L = L_1 + L_2$  thì công suất của mạch đạt giá trị cực đại.

**Nhận xét:**

Thay "công suất của mạch" ở đề bài bằng  $I$ ;  $U_R$ ;  $U_C$ ;  $Z$ ;  $\cos \varphi$  thì ta vẫn thu được kết quả trên.

4. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau. Hỏi phải thay đổi độ tự cảm  $L$  bằng bao nhiêu thì  $U_{L_{max}}$ ?

**Cách 1: Biến đổi thuần túy**

Khi có hai giá trị của  $L$  cho cùng một giá trị hiệu điện thế thì ta có

$$U_{L_1} = U_{L_2} \Leftrightarrow Z_{L_1} I_1 = Z_{L_2} I_2 \Leftrightarrow \frac{Z_{L_1} U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{Z_{L_2} U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}}$$

Bình phương và khai triển biểu thức trên ta thu được

$$\frac{Z_{L_1}^2}{R^2 + Z_C^2 + Z_{L_1}^2 - 2Z_{L_1}Z_C} = \frac{Z_{L_2}^2}{R^2 + Z_C^2 + Z_{L_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_C}$$

Theo kết quả phần trên khi hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây cực đại thì  $Z_L Z_C = R^2 + Z_C^2$  với giá trị  $Z_L$  là giá trị làm cho  $U_{L_{max}}$ . Thay vào biểu thức trên ta được

$$\frac{Z_{L_1}^2}{Z_L Z_C + Z_{L_1}^2 - 2Z_{L_1}Z_C} = \frac{Z_{L_2}^2}{Z_L Z_C + Z_{L_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_C}$$

Tiếp tục khai triển biểu thức trên ta thu được

$$(Z_{L_1}^2 - Z_{L_2}^2) Z_L = 2Z_{L_1} Z_{L_2} (Z_{L_1} - Z_{L_2})$$

Vì  $L_1 \neq L_2$  nên

$$Z_L = \frac{2Z_{L_1} Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

với  $L$  là giá trị làm cho  $U_{L_{max}}$ .

Cách 2: Sử dụng định lí Viet

Vì khi thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau nên ta có  $Z_{L_1}$  và  $Z_{L_2}$  là hai nghiệm của phương trình

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 - (Z_L)^2 \left(\frac{U}{U_L}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{U^2}{U_L^2}\right) \cdot (Z_L)^2 - 2Z_C \cdot Z_L + R^2 + Z_C^2 = 0$$

Đây là một phương trình bậc hai theo  $Z_L$ . Theo định lí Viet, ta có

$$\begin{cases} Z_{L_1} + Z_{L_2} = -\frac{b}{a} \\ Z_{L_1} Z_{L_2} = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{Z_{L_1} Z_{L_2}} = -\frac{b}{c} = \frac{2Z_C}{R^2 + Z_C^2} \quad (1)$$

Mà khi thay đổi  $L$  để  $U_{L_{max}}$  thì ta có

$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right) \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)}$$

**Nhận xét:** Định lí Viet đã giúp chúng ta suy ra kết quả bài toán một cách ngắn gọn và không phải tính toán nhiều.

5. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau. Khi đó độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  có giá trị tương ứng là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ .

Thay đổi  $L$  để  $U_{L_{max}}$  thì độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $\varphi_0$ . Tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$

Cách 1: Đại số thuần túy

Ta cần tìm mối liên hệ giữa các giá trị đại số  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  nên ta nghĩ đến dùng công thức  $\tan \varphi$ .

Khi thay đổi  $L$  để  $U_{L_{max}}$  thì ta có

$$\begin{cases} Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \\ \tan \varphi_0 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} - Z_C}{R} = \frac{R}{Z_C} > 0 \Rightarrow \varphi_0 > 0$$

Suy ra

$$\frac{\pi}{2} > \varphi_0 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi_0 > 0 \\ \sin \varphi_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_0} = \frac{1}{|\cos \varphi_0|} = \frac{1}{\cos \varphi_0} \\ \sqrt{1 + \cot^2 \varphi_0} = \frac{1}{|\sin \varphi_0|} = \frac{1}{\sin \varphi_0} \end{cases}$$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  được xác định thông qua

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R \tan \varphi \Rightarrow Z_L = Z_C + R \tan \varphi$$



Mặt khác ta có

$$\begin{aligned}
 U_L &= \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U (Z_C + R \tan \varphi)}{\sqrt{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} = \frac{U (Z_C + R \tan \varphi)}{R \sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \\
 &= \frac{U (Z_C + R \tan \varphi)}{\left| \frac{1}{\cos \varphi} \right|} = \frac{U (Z_C + R \tan \varphi)}{\frac{1}{\cos \varphi}} \quad \left( -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \varphi > 0 \right) \\
 &= \frac{U}{R} (Z_C \cos \varphi + R \sin \varphi) \\
 &= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \left( \frac{Z_C}{\sqrt{Z_C^2 + R^2}} \cos \varphi + \frac{R}{\sqrt{Z_C^2 + R^2}} \sin \varphi \right) \\
 &= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_0}} \cos \varphi + \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \varphi_0}} \sin \varphi \right) \\
 &= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} (\cos \varphi_0 \cos \varphi + \sin \varphi_0 \sin \varphi) \\
 &= \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \cos(\varphi - \varphi_0)
 \end{aligned}$$

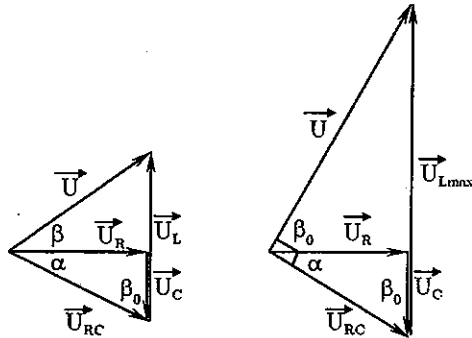
Như vậy, ta có một công thức rất quan trọng sau

$$U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$$

Theo bài ra, khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2}$  nên

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_0 = -(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \boxed{\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0}$$

Cách 2: Sử dụng giản đồ



Theo định lí hàm số sin trong tam giác, ta có

$$\frac{U_L}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U}{\sin \beta_0} = U_{L_{\max}} \Rightarrow U_L = U_{L_{\max}} \sin(\alpha + \beta)$$

Ở đây  $\alpha$  và  $\beta$  là độ lớn của góc kí hiệu trên giản đồ. Ta có  $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta_0$  nên ta có

$$U_L = U_{L_{\max}} \sin\left(\beta + \frac{\pi}{2} - \beta_0\right) = U_{L_{\max}} \cos(\beta - \beta_0)$$

Ta có  $\beta$  chính là độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  trong trường hợp  $L$  thay đổi;  $\beta_0$  chính là độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  khi  $U_{L_{max}}$ . Do đó ta có  $\varphi = \beta$  và  $\varphi_0 = \beta_0$ . Như vậy, ta cũng có

$$U_L = U_{L_{max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$$

Theo bài ra, khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2}$  nên

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_0 = -(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0$$

6. Thay đổi  $L$  để  $U_{RL_{max}}, U_{RL_{min}}$ . Tìm  $Z_L$  khi đó.

Ta có

$$U_{LR} = I\sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Rõ ràng để  $U_{RL_{max}}$  thì  $T$  min.

Đặt  $T = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}$ , ta thực hiện việc khảo sát hàm số  $T$  theo biến số  $Z_L$  để tìm giá trị của  $Z_L$  sao cho  $T_{min}$ . Ta hoàn toàn có thể dùng phương pháp tam thức bậc hai để tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của  $T$ . Hoặc có thể dùng phương pháp đạo hàm, khảo sát hàm số. Đạo hàm theo biến số  $Z_L$  ta thu được

$$T'(Z_L) = \frac{2(Z_L - Z_C)(R^2 + Z_L^2) - 2Z_L[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]}{(R^2 + Z_L^2)^2}$$

Cho  $T'(Z_L) = 0$  ta có:  $Z_C Z_L^2 - Z_C^2 Z_L - Z_C R^2 = 0$ .

Nghiệm của phương trình bậc hai này là: 
$$\begin{cases} Z_{L1} = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} > 0. \\ Z_{L2} = \frac{Z_C - \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} < 0 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta thấy ngay:

- $U_{RL_{max}}$  (T min) khi  $Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2}$

Khi đó thay vào biểu thức tính  $U_{RL}$  ta có

$$\begin{aligned} U_{RL_{max}} &= \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + \left(\frac{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}{2}\right)^2}{R^2 + \left(\frac{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} + Z_C}{2}\right)^2}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{4R^2 + \left(\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C\right)^2}{4R^2 + \left(\sqrt{4R^2 + Z_C^2} + Z_C\right)^2}}} \\ &= \frac{U}{\sqrt{\frac{2(4R^2 + Z_C^2) - 2Z_C\sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2(4R^2 + Z_C^2) + 2Z_C\sqrt{4R^2 + Z_C^2}}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} + Z_C}}} \\ &= \frac{U}{\sqrt{\frac{\left(\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C\right)^2}{\left(\sqrt{4R^2 + Z_C^2} + Z_C\right)\left(\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C\right)}}} \\ \Rightarrow U_{RL_{max}} &= \frac{2RU}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C} \end{aligned}$$

- $U_{RL_{\min}}$  (T max) khi  $Z_L = 0$ . Khi đó

$$U_{RL_{\min}} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

Các công thức rút ra ở trên là những công thức bắt buộc phải nhớ. Tuy nhiên, ta không nên học vẹt mà hãy hiểu bản chất vì sao lại có công thức đó, để trong trường hợp quên thì ta còn biết cách thiết lập lại. Tổng kết lại, ta có các kết quả sau:

1. Thay đổi  $L$  để  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$ ;  $U_C$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $Z_L$  tương ứng.

$$\begin{cases} U_{R_{\max}} = U \\ P_{\max} = \frac{U^2}{R} \\ I_{\max} = \frac{U}{R} \\ \cos \varphi_{\max} = 1 \\ U_{C_{\max}} = \frac{UZ_C}{R} \end{cases} \Leftrightarrow Z_L = Z_C$$

2. Thay đổi  $L$  để  $U_{L_{\max}}$ . Tìm  $U_{L_{\max}}$  và  $Z_L$  khi đó. Suy ra các hệ quả quan trọng khi thay đổi  $L$  để  $U_{L_{\max}}$ .

- Khi  $U_{L_{\max}}$  thì hiệu điện thế tức thời ở hai đầu mạch luôn nhanh pha hơn  $u_{RC}$  một góc  $90^\circ$ .
- Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có

$$\begin{cases} (U_{L_{\max}})^2 = U^2 + U_{RC}^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2 \\ U_{RC}^2 = U_C U_{L_{\max}} \\ U^2 = U_{L_{\max}} (U_{L_{\max}} - U_C) \\ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RC}^2} \end{cases}$$

3. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì công suất của mạch có giá trị như nhau. Tính  $Z_C$  và tìm  $L$  để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại.

$$Z_C = Z_L = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} \Rightarrow L = L_1 + L_2.$$

4. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau. Hỏi phải thay đổi độ tự cảm  $L$  bằng bao nhiêu thì  $U_{L_{\max}}$ .

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

5. Thay đổi  $L$  thấy khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau. Khi đó độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  có giá trị tương ứng là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ .

Thay đổi  $L$  để  $U_{L_{\max}}$  thì độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $\varphi_0$ . Tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ .

$$U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0$$

6. Thay đổi  $L$  để  $U_{RL_{\max}}, U_{RL_{\min}}$ . Tìm  $Z_L$  khi đó.

$$U_{RL_{\max}} = \frac{2RU}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C} \text{ khi } Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2}$$

$$U_{RL_{\min}} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \text{ khi } Z_L = 0$$

2. Bài tập tự luyện

Câu 1: Mạch  $RLC$  nối tiếp có  $L$  thay đổi được. Điện áp 2 đầu mạch là  $U_{AB}$  ổn định và tần số  $f = 50 (Hz)$ . Điều chỉnh  $L$  sao cho cường độ hiệu dụng của mạch là cực đại. Biết  $C = \frac{10^{-3}}{15\pi} (F)$ . Độ tự cảm  $L$  có giá trị:

- A.  $\frac{1}{1,5\pi} (H)$ .
- B.  $\frac{1,5}{\pi} (H)$ .
- C.  $\frac{2,5}{\pi} (H)$ .
- D.  $\frac{1}{\pi} (H)$ .

Câu 2: Cho đoạn mạch  $R, L, C$  nối tiếp với  $L$  có thể thay đổi được. Trong đó  $R$  và  $C$  xác định. Mạch điện được đặt dưới hiệu điện thế  $u = U\sqrt{2}\sin(\omega t) (V)$ . Với  $U$  không đổi và  $\omega$  cho trước. Khi hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm cực đại. Giá trị của  $L$  xác định bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $L = R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}$ .
- B.  $L = 2CR^2 + \frac{1}{C\omega^2}$ .
- C.  $L = CR^2 + \frac{1}{2C\omega^2}$ .
- D.  $L = CR^2 + \frac{1}{C\omega^2}$ .

Câu 3: Cho đoạn mạch không phân nhánh  $RLC, R = 80 (\Omega)$  cuộn dây có điện trở trong  $20 (\Omega)$  có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, tụ điện có điện dung  $C = \frac{50}{\pi} (\mu F)$ . Hiệu điện thế hai đầu mạch điện có biểu thức  $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{6}) (V)$ . Khi công suất tiêu thụ trên mạch đạt giá trị cực đại thì độ tự cảm của cuộn dây và công suất sẽ là:

- A.  $\begin{cases} L = \frac{1}{5\pi} (H) \\ P = 400 (W) \end{cases}$
- B.  $\begin{cases} L = \frac{2}{\pi} (H) \\ P = 400 (W) \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} L = \frac{2}{\pi} (H) \\ P = 500 (W) \end{cases}$
- D.  $\begin{cases} L = \frac{2}{\pi} (H) \\ P = 2000 (W) \end{cases}$

Câu 4: Cho mạch  $R, L, C$  nối tiếp  $R = 50 (\Omega), C = \frac{2.10^{-4}}{\pi} (F), f = 50 (Hz)$ . Cuộn dây thuần cảm. Khi  $U_{LMAX}$  thì  $L$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{\pi} (H)$ .
- B.  $\frac{1}{2\pi} (H)$ .
- C.  $\frac{2}{\pi} (H)$ .
- D.  $\frac{3}{\pi} (H)$ .

Câu 5: Cho đoạn mạch không phân nhánh  $RLC$ , hiệu điện thế hai đầu mạch điện có biểu thức:  $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{6}) (V), R = 100 (\Omega)$  cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, tụ có  $C = \frac{50}{\pi} (\mu F)$ . Khi hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại thì độ tự cảm của cuộn dây và giá trị cực đại đó sẽ là:

- A.  $\begin{cases} L = \frac{2,5}{\pi} (H) \\ U_{LMAX} = 447,2 (V) \end{cases}$
- B.  $\begin{cases} L = \frac{25}{\pi} (H) \\ U_{LMAX} = 447,2 (V) \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} L = \frac{2,5}{\pi} (H) \\ U_{LMAX} = 632,5 (V) \end{cases}$
- D.  $\begin{cases} L = \frac{50}{\pi} (H) \\ U_{LMAX} = 447,2 (V) \end{cases}$

Câu 6: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t) (V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Biết dung kháng của tụ điện bằng  $R\sqrt{3}$ . Điều chỉnh  $L$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại, khi đó

- A. điện áp giữa hai đầu điện trở lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.
- B. điện áp giữa hai đầu tụ điện lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.
- C. trong mạch có cộng hưởng điện.
- D. điện áp giữa hai đầu cuộn cảm lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

Câu 7: Cho mạch xoay chiều  $RLC$  nối tiếp có  $L$  thay đổi. Khi  $L = \frac{1}{\pi}$  (H) hoặc  $L = \frac{5}{\pi}$  (H) thì công suất tiêu thụ của mạch có giá trị như nhau. Hỏi với giá trị nào của  $L$  thì hệ số công suất đạt cực đại.

- A.  $\frac{3}{\pi}$  (H) .
- B.  $\frac{2}{\pi}$  (H) .
- C.  $\frac{5}{3\pi}$  (H) .
- D.  $\frac{4}{\pi}$  (H) .

Câu 8: Cho mạch xoay chiều  $RLC$  nối tiếp có  $L$  thay đổi. Khi  $L = \frac{3}{\pi}$  (H) hoặc  $L = \frac{5}{\pi}$  (H) thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn cảm có giá trị như nhau. Hỏi với giá trị nào của  $L$  thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn cảm đạt cực đại.

- A.  $\frac{15}{4\pi}$  (H) .
- B.  $\frac{2}{\pi}$  (H) .
- C.  $\frac{5}{3\pi}$  (H) .
- D.  $\frac{4}{\pi}$  (H) .

Câu 9: Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch  $RLC$ , biết cuộn dây thuần cảm và  $L$  thay đổi được. Khi  $L = \frac{2,5}{\pi}$  (H) hoặc  $L = \frac{1,5}{\pi}$  (H) thì cường độ dòng điện trong mạch trong hai trường hợp bằng nhau. Để công suất tiêu thụ trong mạch đạt cực đại thì  $L$  phải bằng:

- A.  $\frac{4}{\pi}$  (H) .
- B.  $\frac{2}{\pi}$  (H) .
- C.  $\frac{1}{\pi}$  (H) .
- D.  $\frac{0,5}{\pi}$  (H) .

Câu 10: Cho mạch điện xoay chiều đặt mắc nối tiếp theo thứ tự  $R-C-L$ . Thay đổi  $L$  người ta thấy  $L = L_1 = \frac{2}{\pi}$  (H) hoặc  $L = L_2 = \frac{4}{\pi}$  (H) thì hiệu điện thế trên hai đầu  $L$  như nhau. Tìm  $L$  để hiệu điện thế trên hai đầu mạch gồm  $R, C$ , ( $u_{RC}$ ) trễ pha hơn hiệu điện thế hai đầu mạch một góc  $\frac{\pi}{2}$ . Chọn đáp án đúng:

- A.  $L = \frac{3}{\pi}$  (H) .
- B.  $L = \frac{2}{3\pi}$  (H) .
- C.  $L = \frac{8}{3\pi}$  (H) .
- D.  $L = \frac{5}{3\pi}$  (H) .

Câu 11: Cho đoạn mạch gồm các phần tử  $R, L, C$  mắc nối tiếp, trong đó  $L$  thay đổi. Đặt hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều có tần số  $f = 50$  (Hz). Khi cho  $L = \frac{3}{\pi}$  (H) và  $L = \frac{1}{\pi}$  (H) thì dòng điện tức thời  $i_1, i_2$  tương ứng bằng nhau và đều lệch pha góc  $\frac{\pi}{4}$  so với hiệu điện thế hai đầu mạch. Điện trở của mạch là

- A. 80 ( $\Omega$ ) .
- B. 100 ( $\Omega$ ) .
- C. 150 ( $\Omega$ ) .
- D. 220 ( $\Omega$ ) .

Câu 12: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi 150 (V) vào đoạn mạch  $AMB$  gồm đoạn  $AM$  chỉ chứa điện trở  $R$ , đoạn mạch  $MB$  chứa tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Biết sau khi thay đổi độ tự cảm  $C$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch  $AM$  tăng  $2\sqrt{2}$  lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau một góc  $\frac{\pi}{2}$ . Tìm điện áp hiệu dụng hai đầu mạch  $AM$  khi chưa thay đổi  $L$ ?

- A. 100 (V) .
- B.  $100\sqrt{2}$  (V) .
- C.  $100\sqrt{3}$  (V) .
- D. 120 (V) .

Câu 13: Cho mạch điện gồm ba phần tử mắc nối tiếp theo thứ tự  $R, C, L$ . Trong đó cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở thuần có giá trị  $R = 100$  ( $\Omega$ ) và tụ điện có điện dung  $C$  không đổi. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều tần số  $f = 50$  (Hz). Thay đổi  $L$  người ta thấy khi  $L = L_1$  và khi  $L = L_2 = \frac{L_1}{2}$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch bằng nhau nhưng cường độ dòng điện tức thời lệch pha nhau một góc  $\frac{2\pi}{3}$ . Giá trị của  $L_1$  và điện dung  $C$  lần lượt là

$$A. \begin{cases} L = \frac{1}{4\pi} (H) \\ C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi\sqrt{3}} (F) \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} L = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} (H) \\ C = \frac{10^{-4}}{3\pi\sqrt{3}} (F) \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} L = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} (H) \\ C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi\sqrt{3}} (F) \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} L = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} (H) \\ C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi\sqrt{3}} (F) \end{cases}$$

Câu 14: Cho đoạn mạch gồm các phần tử  $R, L, C$  mắc nối tiếp, trong đó  $L$  thay đổi. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều tần số  $f$ . Khi  $L = \frac{2}{\pi} (H)$  hoặc  $L = \frac{3}{\pi} (H)$  thì hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm là như nhau. Muốn hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại thì  $L$  phải bằng:

- A.  $\frac{2,4}{\pi} (H)$ .                              B.  $\frac{2,5}{\pi} (H)$ .  
 C.  $\frac{1}{\pi} (H)$ .                                 D.  $\frac{5}{\pi} (H)$ .

Câu 15: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos(100\pi t) (V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Điều chỉnh  $L$  để điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại thì thấy giá trị cực đại đó bằng  $100 (V)$  và điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện bằng  $36 (V)$ . Giá trị của  $U$  là

- A.  $64 (V)$ .                                  B.  $80 (V)$ .  
 C.  $48 (V)$ .                                  D.  $136 (V)$ .

Câu 16: Đặt vào hai đầu mạch điện RLC mắc nối tiếp một điện áp xoay chiều  $u = 100 \cos(100\pi t) (V)$ , cuộn dây thuần cảm và có hệ số tự cảm  $L$  biến thiên. Chính  $L$  để cho điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây là lớn nhất thì thấy rằng khi  $u$  triệt tiêu thì điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và tụ điện là  $u_{RC} = \pm 100 (V)$ . Điện áp hiệu dụng cực đại giữa đầu cuộn dây là:

- A.  $50\sqrt{2} (V)$ .                              B.  $50 (V)$ .  
 C.  $100 (V)$ .                                 D.  $50\sqrt{3} (V)$ .

Câu 17: Mạch điện xoay chiều  $R, L, C$  ghép nối tiếp. Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 100\sqrt{3} (V)$  vào hai đầu đoạn mạch. Khi  $L$  biến thiên có một giá trị của  $L$  làm cho  $U_L$  cực đại, lúc đó thấy  $U_C = 200 (V)$ . Hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm đạt giá trị cực đại bằng:

- A.  $100 (V)$ .                                 B.  $200 (V)$ .  
 C.  $300 (V)$ .                                 D.  $200\sqrt{3} (V)$ .

Câu 18: Cho mạch điện RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp  $u = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t) (V)$ . Điều chỉnh  $L = L_1$  thì điện áp hai đầu cuộn dây đạt cực đại và gấp đôi điện áp hiệu dụng trên hai đầu điện trở  $R$  khi đó. Sau đó điều chỉnh  $L = L_2$  để điện áp hiệu dụng trên điện trở  $R$  đạt cực đại thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là:

- A.  $100 (V)$ .                                 B.  $200 (V)$ .  
 C.  $300 (V)$ .                                 D.  $150 (V)$ .

Câu 19: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, tần số  $f = 50 (Hz)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được và tụ điện có điện dung. Điều chỉnh độ tự cảm  $L$  đến giá trị  $\frac{1}{5\pi} (H)$  hoặc  $\frac{4}{5\pi} (H)$  thì cường độ dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng như nhau, điều chỉnh  $L$  đến giá trị  $\frac{3}{5\pi} (H)$  hoặc  $\frac{6}{5\pi} (H)$  thì hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm bằng nhau. Giá trị của điện trở thuần  $R$  gần với giá trị nào nhất sau đây ?

- A.  $52 (\Omega)$ .                                 B.  $63 (\Omega)$ .  
 C.  $54 (\Omega)$ .                                 D.  $37 (\Omega)$ .

**Câu 20:** Cho mạch điện xoay chiều AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp, đoạn AM gồm biến trở R và tụ điện có điện dung C, đoạn MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều ổn định  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$  (V). Ban đầu, giữ  $L = L_1$ , thay đổi giá trị của biến trở R ta thấy điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch AM luôn không đổi với mọi giá trị của biến trở. Sau đó, giữ  $R = Z_{L_1}$  thay đổi L để điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm cực đại, giá trị điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm bằng

- A.  $\frac{U\sqrt{2}}{2}$  (V).
- B.  $\frac{U}{2}$  (V).
- C.  $\frac{U\sqrt{3}}{2}$  (V).
- D.  $\frac{U\sqrt{5}}{2}$  (V).

**Câu 21:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  (V) ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$ ; điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là  $0,52$  (rad) và  $1,05$  (rad). Khi  $L = L_0$  điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện là  $\varphi$ . Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $1,57$  (rad).
- B.  $0,83$  (rad).
- C.  $0,26$  (rad).
- D.  $0,41$  (rad).

**Câu 22:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi, tần số  $f = 50$  (Hz) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được, tụ điện có  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F). Khi  $L = L_1 = \frac{2}{\pi}$  (H) thì  $i = I_1\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{12})$  (A). Khi  $L = L_2 = \frac{4}{\pi}$  (H) thì  $i = I_2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$  (A). Giá trị của R là

- A.  $100\sqrt{3}$  ( $\Omega$ ).
- B.  $100$  ( $\Omega$ ).
- C.  $100\sqrt{2}$  ( $\Omega$ ).
- D.  $200$  ( $\Omega$ ).

**Câu 23:** Đoạn mạch xoay chiều AB gồm điện trở R nối tiếp cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được, điện áp hai đầu cuộn cảm được đo bằng một vôn kế có điện trở rất lớn. Khi  $L = L_1$  thì vôn kế chỉ  $V_1$ , độ lệch pha giữa điện áp hai đầu đoạn mạch với dòng điện là  $\varphi_1$ , công suất của mạch là  $P_1$ . Khi  $L = L_2$  thì vôn kế chỉ  $V_2$ , độ lệch pha giữa điện áp hai đầu đoạn mạch với dòng điện là  $\varphi_2$ , công suất của mạch là  $P_2$ . Biết  $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$  và  $V_1 = 2V_2$ . Tỉ số  $\frac{P_2}{P_1}$  là:

- A. 4.
- B. 6.
- C. 5.
- D. 8.

**Câu 24:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t)$  (V) ổn định vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở thuần, tụ điện và cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Khi độ tự cảm của cuộn dây có độ tự cảm  $L_1$  hay  $L_2$ , ( $L_1 > L_2$ ) thì công suất tiêu thụ của mạch điện tương ứng là  $P_1$  và  $P_2$ , ( $P_2 = 3P_1$ ), độ lệch pha giữa điện áp hai đầu mạch điện với cường độ dòng điện trong mạch tương ứng là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  với  $|\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2}$ . Độ lớn của  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  lần lượt là

- A.  $\frac{5\pi}{12}$ ;  $\frac{\pi}{12}$ .
- B.  $\frac{\pi}{6}$ ;  $\frac{\pi}{3}$ .
- C.  $\frac{\pi}{12}$ ;  $\frac{5\pi}{12}$ .
- D.  $\frac{\pi}{3}$ ;  $\frac{\pi}{6}$ .

**Câu 25:** Mắc nối tiếp một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được với một điện trở R và tụ điện C rồi đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp ổn định  $u = U_0 \cos(\omega t)$  (V). Khi  $L = L_1 = \frac{1}{\pi}$  (H) thì cường độ hiệu dụng chạy trong mạch đạt cực đại, lúc đó công suất tiêu thụ của mạch điện  $P = 100$  (W). Khi  $L = L_2 = \frac{2}{\pi}$  (H) thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại bằng  $200$  (V). Giá trị của  $\omega$  bằng:

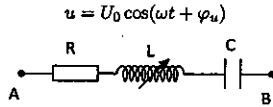
- A.  $100\pi$  (rad/s).
- B.  $75\pi$  (rad/s).
- C.  $150\pi$  (rad/s).
- D.  $200\pi$  (rad/s).

## VII. Bài toán điện dung $C$ biến thiên

Bài toán  $C$  biến thiên cũng có các vấn đề cần phải xem xét giống như bài toán  $L$  biến thiên. Các kết quả thu được có biểu thức tương tự nhau.

### 1. Phương pháp

Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một hiệu điện thế xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng  $U$  và tần số góc  $\omega$  không đổi



Đoạn mạch AB gồm  $C$  là một tụ điện có điện dung thay đổi.  $R$  là điện trở thuần,  $L$  là cuộn cảm thuần.

1. Thay đổi  $C$  để  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $Z_C$  tương ứng.
2. Thay đổi  $C$  để  $U_{C_{max}}$ . Tìm  $U_{C_{max}}$  và  $Z_C$  khi đó.  
Suy ra các hệ quả quan trọng khi thay đổi  $L$  để  $U_{C_{max}}$ .
3. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì công suất của mạch có giá trị như nhau.  
Tính  $Z_L$  và tìm  $C$  để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại.
4. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  như nhau.  
Hỏi phải thay đổi  $C$  bằng bao nhiêu thì  $U_{C_{max}}$ .
5. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  như nhau. Khi đó độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  có giá trị tương ứng là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ .  
Thay đổi  $C$  để  $U_{C_{max}}$  thì độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $\varphi_0$ . Tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$
6. Thay đổi  $C$  để  $U_{RC_{max}}, U_{RC_{min}}$ . Tìm  $Z_C$  khi đó.

#### Lời giải

1. Thay đổi  $C$  để  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$ ;  $U_L$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $Z_C$  tương ứng.  
Ta thấy

$$\begin{cases} U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ P = RI^2 = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \end{cases}$$

Từ số của tất cả các đại lượng trên đều không thay đổi khi  $C$  thay đổi. Do đó các đại lượng trên đạt giá trị lớn nhất khi mẫu số nhỏ nhất. Dễ thấy vì  $(Z_L - Z_C)^2 \geq 0$  và dấu bằng xảy ra khi  $Z_C = Z_L$  nên mẫu nhỏ nhất khi  $Z_C = Z_L$ .



Vậy với  $Z_C = Z_L$  thì  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$ ;  $U_L$  đạt giá trị lớn nhất. Các giá trị cực đại tương ứng là

$$\begin{cases} U_{R_{\max}} = U \\ P_{\max} = \frac{U^2}{R} \\ I_{\max} = \frac{U}{R} \\ \cos \varphi_{\max} = 1 \\ U_{L_{\max}} = U \frac{Z_L}{R} \end{cases}$$

Bài toán được giải quyết xong. ■

2. Thay đổi  $C$  để  $U_{C_{\max}}$ . Tìm  $U_{C_{\max}}$  và  $Z_C$  khi đó. Suy ra các hệ quả quan trọng khi thay đổi  $C$  để  $U_{C_{\max}}$ .

Cách 1: Thuận đại số

Ta viết biểu thức của  $U_C$  theo  $C$  và khảo sát xem  $U_C$  lớn nhất khi nào. Ta có

$$U_C = I Z_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Vì khi  $C$  thay đổi thì cả tử và mẫu thay đổi, do đó để việc khảo sát đơn giản, ta sẽ chia cả tử và mẫu cho  $Z_C$  để tử số là hằng số. Ta có

$$U_C = \frac{U}{\frac{1}{Z_C} \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - 2 \frac{Z_L}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{Y}}$$

Vậy để  $U_C$  lớn nhất thì  $Y$  phải nhỏ nhất. Thật vậy nếu đặt  $X = \frac{1}{Z_C}$  thì khi đó rõ ràng  $Y$  là một tam thức bậc hai

$$Y = (R^2 + Z_L^2) \cdot X^2 - 2Z_L \cdot X + 1.$$

Vì hệ số của tam thức bậc hai này luôn dương nên ta có  $Y$  lớn nhất khi

$$X = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_C} = -\frac{-2Z_L}{2(R^2 + Z_L^2)} \Leftrightarrow \boxed{Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}}$$

Khi đó

$$Y_{\min} = -\frac{\Delta'}{a} = -\frac{Z_L^2 - (R^2 + Z_L^2)}{R^2 + Z_L^2} = \frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}$$

Suy ra giá trị lớn nhất của  $U_C$  là

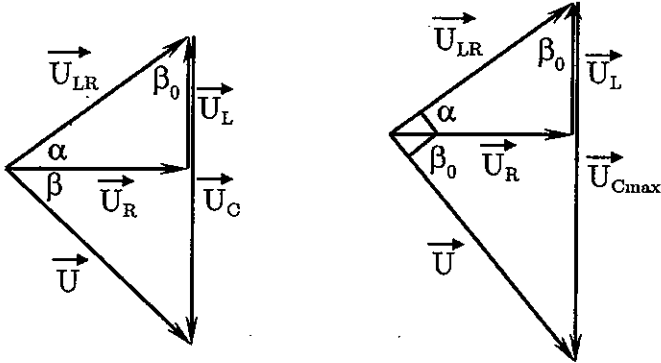
$$U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{Y_{\min}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}}} \Rightarrow \boxed{U_{C_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}}$$

Vậy  $U_{C_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$  khi  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$ . ■

**Nhận xét:** Lời giải bằng đại số cho ta lời giải trong sáng, tự nhiên và dễ nghĩ. Chỉ có điều ta phải tính toán nhiều, và từ lời giải này ta khó có thể suy ra các hệ quả quan trọng. Chúng ta sang một lời giải bằng cách sử dụng giản đồ véctơ sau đây.

Cách 2: Giải đồ vectơ

Vẽ giản đồ vectơ trượt ta có giản đồ sau đây



Theo giản đồ vectơ và định lý hàm số sin trong tam giác, ta có

$$\frac{U_C}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U}{\sin \beta_0}$$

Từ phương trình này ta thấy ngay  $U_C$  phụ thuộc vào góc  $\beta$ .

Vì  $\sin \beta_0 = \frac{U_R}{U_{RL}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$ , nên

$$U_C = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \sin(\alpha + \beta) \leq \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\sin(\alpha + \beta)$  tương đương  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  nên ta có

$$U_{C_{max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:  $U_{RL}^2 = U_L U_C$ , từ đó suy ra

$$Z_C Z_L = R^2 + Z_L^2 \Rightarrow \boxed{Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}}$$

Đây cũng chính là những kết quả ta thu được ở phương pháp đại số. Tuy nhiên, quan sát giản đồ và áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có một số kết quả quan trọng sau đây mà phương pháp đại số rất khó nhìn nhận ra.

- Khi  $U_{C_{max}}$  thì hiệu điện thế tức thời ở hai đầu mạch luôn trễ pha hơn  $u_{RL}$  một góc  $90^\circ$ .
- Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có

$$\begin{cases} (U_{C_{max}})^2 = U^2 + U_{RL}^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2 \\ U_{RL}^2 = U_L U_{C_{max}} \\ U^2 = U_{C_{max}} (U_{C_{max}} - U_L) \\ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RL}^2} \end{cases}$$

Chúng ta không phải nhớ các công thức này, mà khi làm bài tập hãy nhớ giản đồ và vẽ giản đồ ra, xem xét các dữ kiện bài toán và sử dụng hợp lí. Tất cả chỉ xoay quanh các hệ thức lượng trong tam giác mà thôi!!!

3. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì công suất của mạch có giá trị như nhau. Tính  $Z_L$  và tìm  $C$  để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại.

Vì có hai giá trị của  $C$  cho cùng giá trị công suất nên ta có

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow R \frac{U^2}{R^2 + (Z_{C_1} - Z_L)^2} = R \frac{U^2}{R^2 + (Z_{C_2} - Z_L)^2}$$

Biểu thức trên tương đương với

$$(Z_{C_1} - Z_L)^2 = (Z_{C_2} - Z_L)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} Z_{C_1} - Z_L = Z_{C_2} - Z_L \\ Z_{C_1} - Z_L = -(Z_{C_2} - Z_L) \end{cases}$$

Vì  $Z_{C_1}$  khác  $Z_{C_2}$  nên từ phương trình trên ta có

$$Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$$

Mặt khác, khi thay đổi  $C$  để công suất cực đại thì ta có  $Z_C = Z_L$ , do đó ta có

$$Z_L = Z_C = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

**Nhận xét:**

Thay "công suất của mạch" ở đề bài bằng  $I; U_R; U_L; Z; \cos \varphi$  thì ta vẫn thu được kết quả trên.

4. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  như nhau. Hỏi phải thay đổi  $C$  bằng bao nhiêu thì  $U_{C_{max}}$ ?

Cách 1: Biến đổi thuần túy

Khi có hai giá trị của  $C$  cho cùng một giá trị hiệu điện thế thì ta có

$$U_{C_1} = U_{C_2} \Leftrightarrow Z_{C_1} I_1 = Z_{C_2} I_2 \Leftrightarrow \frac{Z_{C_1} U}{\sqrt{R^2 + (Z_{C_1} - Z_L)^2}} = \frac{Z_{C_2} U}{\sqrt{R^2 + (Z_{C_2} - Z_L)^2}}$$

Bình phương và khai triển biểu thức trên ta thu được

$$\frac{Z_{C_1}^2}{R^2 + Z_L^2 + Z_{C_1}^2 - 2Z_{C_1}Z_L} = \frac{Z_{C_2}^2}{R^2 + Z_L^2 + Z_{C_2}^2 - 2Z_{C_2}Z_L}$$

Theo kết quả phần trên khi hiệu điện thế giữa hai đầu tụ điện đạt thì  $Z_C Z_L = R^2 + Z_L^2$  với giá trị  $Z_C$  là giá trị làm cho  $U_{C_{max}}$ . Thay vào biểu thức trên ta được

$$\frac{Z_{C_1}^2}{Z_C Z_L + Z_{C_1}^2 - 2Z_{C_1}Z_L} = \frac{Z_{C_2}^2}{Z_C Z_L + Z_{C_2}^2 - 2Z_{C_2}Z_L}$$

Tiếp tục khai triển biểu thức trên ta thu được

$$(Z_{C_1}^2 - Z_{C_2}^2)Z_C = 2Z_{C_1}Z_{C_2}(Z_{C_1} - Z_{C_2})$$

Vì  $C_1 \neq C_2$  nên

$$Z_C = \frac{2Z_{C_1}Z_{C_2}}{Z_{C_1} + Z_{C_2}} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \right) \Leftrightarrow \boxed{C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)}$$

với  $C$  là giá trị làm cho  $U_{C_{max}}$ .

Cách 2: Sử dụng định lí Viet

Vì khi thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  như nhau nên ta có  $Z_{C_1}$  và  $Z_{C_2}$  là hai nghiệm của phương trình

$$U_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 - (Z_C)^2 \left(\frac{U}{U_C}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{U^2}{U_C^2}\right) \cdot (Z_C)^2 - 2Z_L \cdot Z_C + R^2 + Z_L^2 = 0$$

Đây là một phương trình bậc hai theo  $Z_C$ . Theo định lí Viet, ta có

$$\begin{cases} Z_{C_1} + Z_{C_2} = -\frac{b}{a} \\ Z_{C_1}Z_{C_2} = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{Z_{C_1}Z_{C_2}} = -\frac{b}{c} = \frac{2Z_L}{R^2 + Z_L^2} \quad (1)$$

Mà khi thay đổi  $C$  để  $U_{C_{max}}$  thì ta có

$$Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \right) \Leftrightarrow \boxed{C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)}$$

5. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  như nhau. Khi đó độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  có giá trị tương ứng là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ .

Thay đổi  $C$  để  $U_{C_{max}}$  thì độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $\varphi_0$ . Tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$

Cách 1: Đại số thuần túy

Ta cần tìm mối liên hệ giữa các giá trị đại số  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  nên ta nghĩ đến dùng công thức  $\tan \varphi$ .

Khi thay đổi  $C$  để  $U_{C_{max}}$  thì ta có

$$\begin{cases} Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \\ \tan \varphi_0 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{Z_L - \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}}{R} = -\frac{R}{Z_L} < 0 \Rightarrow \varphi_0 < 0$$

Suy ra

$$-\frac{\pi}{2} < \varphi_0 < 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi_0 > 0 \\ \sin \varphi_0 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_0} = \frac{1}{|\cos \varphi_0|} = \frac{1}{\cos \varphi_0} \\ \sqrt{1 + \cot^2 \varphi_0} = \frac{1}{|\sin \varphi_0|} = -\frac{1}{\sin \varphi_0} \end{cases}$$

Ta có

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R \tan \varphi \Rightarrow Z_C = Z_L - R \tan \varphi$$

Mặt khác ta có

$$\begin{aligned}
 U_C &= \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(Z_L - R \tan \varphi)}{\sqrt{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} \\
 &= \frac{U}{R} \left( \frac{Z_L - R \tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \right) = \frac{U}{R} \left( \frac{Z_L - R \tan \varphi}{\frac{1}{\cos \varphi}} \right) \quad \left( -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \varphi > 0 \right) \\
 &= \frac{U}{R} (Z_L \cos \varphi - R \sin \varphi) \\
 &= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \left( \frac{Z_L}{\sqrt{Z_L^2 + R^2}} \cos \varphi - \frac{R}{\sqrt{Z_L^2 + R^2}} \sin \varphi \right) \\
 &= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_0}} \cos \varphi - \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \varphi_0}} \sin \varphi \right) \\
 &= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} [\cos \varphi_0 \cos \varphi - (-\sin \varphi_0) \sin \varphi] \\
 &= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} (\cos \varphi_0 \cos \varphi + \sin \varphi_0 \sin \varphi) \\
 &= \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \cos(\varphi - \varphi_0)
 \end{aligned}$$

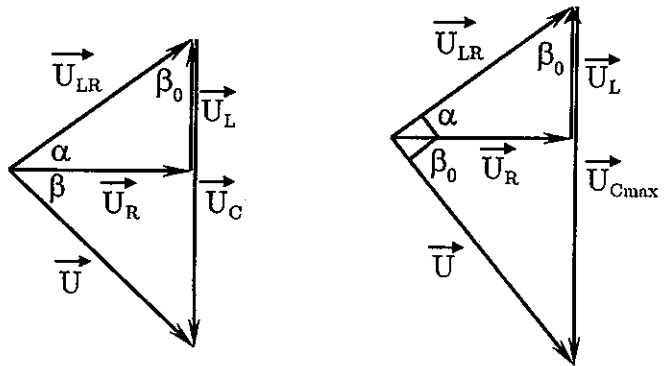
Như vậy, ta có một công thức rất quan trọng sau

$$U_C = U_{C_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$$

Theo bài ra, khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  thì  $U_{C_1} = U_{C_2}$  nên

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_0 = -(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0$$

Cách 2: Sử dụng giản đồ



Theo định lí hàm số sin trong tam giác, ta có

$$\frac{U_C}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U}{\sin \beta_0} = U_{C_{\max}} \Rightarrow U_C = U_{C_{\max}} \sin(\alpha + \beta)$$

Ở đây  $\alpha$  và  $\beta$  là độ lớn của góc kí hiệu trên giản đồ. Ta có  $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta_0$  nên ta có

$$U_C = U_{C_{\max}} \sin\left(\beta + \frac{\pi}{2} - \beta_0\right) = U_{C_{\max}} \cos(\beta - \beta_0)$$

Trong đó

- $-\beta$  chính là độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  trong trường hợp  $C$  thay đổi

$$\varphi = -\beta$$

- $\beta_0$  là độ lớn góc hợp bởi  $\vec{U}$  và  $\vec{U}_R$  khi  $U_{C_{\max}}$ , mà dựa vào giản đồ ta thấy ngay lúc này  $\vec{U}$  trễ pha hơn so với  $i$ . Do đó độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  khi  $U_{C_{\max}}$  là

$$\varphi_0 = -\beta_0$$

Thay vào biểu thức bên trên, ta thu được

$$U_C = U_{C_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$$

Theo bài ra, khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  thì  $U_{C_1} = U_{C_2}$  nên

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_0 = -(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \boxed{\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0}$$

6. Thay đổi  $C$  để  $U_{RC_{\max}}$ ,  $U_{RC_{\min}}$ . Tìm  $Z_C$  khi đó.

Ta có

$$U_{RC} = I \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_C^2}}}$$

(Chia cả tử và mẫu cho  $\sqrt{R^2 + Z_C^2}$  để cho việc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức đơn giản hơn.)

Đặt  $T = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_C^2}$ , ta thực hiện việc khảo sát hàm số  $T$  theo biến số  $Z_C$  để tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của  $T$  rồi suy ra giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của  $U_{RC}$ . Ta hoàn toàn có thể dùng phương pháp tam thức bậc hai hoặc có thể dùng phương pháp đạo hàm, khảo sát hàm số. Đạo hàm theo biến số  $Z_C$  ta thu được

$$T'(Z_C) = \frac{2(Z_L - Z_C)(R^2 + Z_C^2) - 2Z_C[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]}{(R^2 + Z_C^2)^2}$$

Cho  $T'(Z_C) = 0$  ta có:  $Z_L Z_C^2 - Z_L^2 Z_C - Z_L R^2 = 0$ .

Nghiệm của phương trình bậc hai này là:

$$\begin{cases} Z_{C_1} = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2} > 0 \\ Z_{C_2} = \frac{Z_L - \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2} < 0 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta thấy ngay:

- $U_{RC_{\max}}$  (T min) khi  $Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}$

Khi đó thay vào biểu thức tính  $U_{RC}$  ta có

$$\begin{aligned}
 U_{RC_{\max}} &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L}{2}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{4R^2 + (\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L)^2}{4}}} \\
 &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} + Z_L}{2}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{2(4R^2 + Z_L^2) - 2Z_L\sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2} + 2Z_L\sqrt{4R^2 + Z_L^2}}} \\
 &= \frac{U}{\sqrt{\frac{(\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L)^2}{(\sqrt{4R^2 + Z_L^2} + Z_L)(\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L)}}} \\
 \Rightarrow U_{RC_{\max}} &= \frac{2RU}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L}
 \end{aligned}$$

•  $U_{RC_{\min}}$  (T max) khi  $Z_C = 0$ . Khi đó

$$U_{RC_{\min}} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$$

Các công thức rút ra ở trên là những công thức bắt buộc phải nhớ. Tuy nhiên, ta không nên học vẹt mà hãy hiểu bản chất vì sao lại có công thức đó, để trong trường hợp quên thì ta còn biết cách thiết lập lại. Tổng kết lại, ta có các kết quả sau:

1. Thay đổi  $C$  để  $U_R$ ;  $P$ ;  $I$ ;  $\cos \varphi$ ;  $U_L$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm  $Z_C$  tương ứng.

$$\begin{cases}
 U_{R_{\max}} = U \\
 P_{\max} = \frac{U^2}{R} \\
 I_{\max} = \frac{U}{R} \Leftrightarrow Z_C = Z_L \\
 \cos \varphi_{\max} = 1 \\
 U_{L_{\max}} = U \frac{Z_L}{R}
 \end{cases}$$

2. Thay đổi  $C$  để  $U_{C_{\max}}$ . Tìm  $U_{C_{\max}}$  và  $Z_C$  khi đó. Suy ra các hệ quả quan trọng khi thay đổi  $C$  để  $U_{C_{\max}}$ .

- Khi  $U_{C_{\max}}$  thì hiệu điện thế tức thời ở hai đầu mạch luôn trễ pha hơn  $u_{RL}$  một góc  $90^\circ$ .
- Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có

$$\begin{cases}
 (U_{C_{\max}})^2 = U^2 + U_{RL}^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2 \\
 U_{RL}^2 = U_L U_{C_{\max}} \\
 U^2 = U_{C_{\max}} (U_{C_{\max}} - U_L) \\
 \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RL}^2}
 \end{cases}$$

3. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì công suất của mạch có giá trị như nhau. Tính  $Z_L$  và tìm  $C$  để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại.

$$Z_L = Z_C = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right).$$

4. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  như nhau. Hỏi phải thay đổi  $C$  bằng bao nhiêu thì  $U_{C_{max}}$ .

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \right) \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} (C_1 + C_2)$$

5. Thay đổi  $C$  thấy khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  như nhau. Khi đó độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  có giá trị tương ứng là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ .

Thay đổi  $C$  để  $U_{C_{max}}$  thì độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $\varphi_0$ . Tìm mối liên hệ giữa  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ .

$$U_C = U_{C_{max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0$$

6. Thay đổi  $C$  để  $U_{RC_{max}}, U_{RL_{min}}$ . Tìm  $Z_C$  khi đó.

$$U_{RC_{max}} = \frac{2RU}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L} \text{ khi } Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}$$

$$U_{RL_{min}} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \text{ khi } Z_C = 0$$

**2. Bài tập tự luyện**

Câu 1: Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R = 30 (\Omega)$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L = \frac{2}{5\pi}$  (H) và tụ điện có điện dung thay đổi được. Khi thay đổi điện dung của tụ điện thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại bằng:

- A. 100 (V).
- B. 120 (V).
- C. 250 (V).
- D. 200 (V).

Câu 2: Cho đoạn mạch xoay chiều  $RLC$ . Cuộn dây thuần cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  (H). Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch  $u = U\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (V). Khi cho  $C$  thay đổi, thấy có một giá trị  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  (F) thì hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại là 150 (V). Giá trị  $R$  và điện áp hiệu dụng  $U$  của đoạn mạch là

- A.  $\begin{cases} R = 150 (\Omega) \\ U = 75 (V) \end{cases}$
- B.  $\begin{cases} R = 100 (\Omega) \\ U = 75\sqrt{2} (V) \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} R = 100 (\Omega) \\ U = 150 (V) \end{cases}$
- D.  $\begin{cases} R = 150 (\Omega) \\ U = 200 (V) \end{cases}$

Câu 3: Một đoạn mạch  $RLC$  mắc nối tiếp có tần số dòng điện  $f = 50$  (Hz),  $Z_L = 20 (\Omega)$ ,  $C$  có thể thay đổi được. Cho  $C$  tăng lên 5 lần so với giá trị khi xảy ra cộng hưởng thì điện áp hai đầu đoạn mạch lệch pha  $\frac{\pi}{3}$  so với dòng điện trong mạch. Giá trị của  $R$  là:

- A.  $\frac{16}{3} (\Omega)$ .
- B.  $\frac{16}{\sqrt{3}} (\Omega)$ .
- C.  $\frac{\sqrt{16}}{3} (\Omega)$ .
- D.  $\frac{80}{\sqrt{3}} (\Omega)$ .

Câu 4: Đặt vào 2 đầu đoạn mạch  $R, L, C$  nối tiếp (Cuộn dây thuần cảm) một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi thì điện áp hiệu dụng trên các phần tử  $R, L, C$  lần lượt là 30 (V), 50 (V), 90 (V). Thay tụ  $C$  bằng tụ  $C'$  thì mạch có cộng hưởng. Khi đó điện áp hiệu dụng giữa 2 đầu điện trở  $R$  là:



- A. 50 (V). B. 100 (V).  
 C.  $70\sqrt{2}$  (V). D.  $100\sqrt{2}$  (V).

Câu 5: Cho mạch điện  $RLC$  mắc nối tiếp, trong đó có tụ  $C$  thay đổi được. Đặt vào hai đầu mạch điện một hiệu điện thế xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$  (V). Khi thay đổi điện dung của tụ để hiệu điện thế hiệu dụng trên tụ đạt giá trị cực đại và bằng  $2U$ . Chọn biểu thức đúng

- A.  $Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}}$ . B.  $Z_L = 2R$ .  
 C.  $Z_L = R\sqrt{3}$ . D.  $Z_L = 3R$ .

Câu 6: Cho đoạn mạch  $RLC$ , cuộn dây thuần cảm. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế  $u = 30\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$  (V). Khi cho  $C$  thay đổi ta thấy có một giá trị của  $C$  làm cho  $U_C$  cực đại và lúc đó thấy điện áp trên cuộn dây  $U_L = 32$  (V). Giá trị cực đại của  $U_C$  là

- A. 30 (V). B. 40 (V).  
 C. 50 (V). D. 60 (V).

Câu 7: Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos(100\pi t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{2}{5\pi}$  (H) và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh điện dung của tụ điện sao cho điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại là  $U\sqrt{3}$  (V). Giá trị  $R$  bằng:

- A.  $20\sqrt{2}$  ( $\Omega$ ). B. 20 ( $\Omega$ ).  
 C.  $50\sqrt{2}$  ( $\Omega$ ). D. 50 ( $\Omega$ ).

Câu 8: Đặt điện áp  $u = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  mắc nối tiếp gồm điện trở thuần 100 ( $\Omega$ ), cuộn cảm thuần và tụ điện. Khi đó, điện áp hai đầu tụ điện là  $u_C = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  (V).

Công suất tiêu thụ của mạch  $AB$  bằng

- A. 200 (W). B. 400 (W).  
 C. 100 (W). D. 300 (W).

Câu 9: Đoạn mạch gồm một cuộn dây có điện trở  $R$  và độ tự cảm  $L$  nối tiếp với một tụ điện biến đổi có điện dung thay đổi được. Điện áp xoay chiều ở hai đầu đoạn mạch là  $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$  (V). Khi  $C = C_1$  thì công suất mạch là  $P = 200$  (W) và cường độ dòng điện qua mạch là  $i = I\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  (A). Khi  $C = C_2$  thì công suất cực đại. Công suất của mạch khi  $C = C_2$  là

- A. 400 (W). B. 200 (W).  
 C. 800 (W). D. 600 (W).

Câu 10: Cho đoạn mạch  $RLC$  nối tiếp, tụ có điện dung thay đổi được. Khi  $C_1 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  (F) hoặc  $C_2 = \frac{10^{-4}}{1,5\pi}$  (F) thì công suất của đoạn mạch có giá trị bằng nhau. Để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại thì điện dung  $C$  bằng:

- A.  $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi}$  (F). B.  $\frac{10^{-4}}{2\pi}$  (F).  
 C.  $\frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi}$  (F). D.  $\frac{10^{-4}}{\pi}$  (F).

Câu 11: Cho đoạn mạch  $RLC$  nối tiếp, tụ có điện dung thay đổi được. Khi  $C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F) hoặc  $C_2 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  (F) thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện có giá trị bằng nhau. Để hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ đạt giá trị cực đại thì điện dung  $C$  bằng:

- A.  $\frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  (F). B.  $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  (F).  
 C.  $\frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  (F). D.  $\frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  (F).

Câu 12: Đoạn mạch xoay chiều gồm đoạn  $AM$  nối tiếp đoạn  $MB$ . Đoạn  $AM$  gồm điện trở thuần  $R = 30 (\Omega)$ , mắc nối tiếp với cuộn thuần cảm  $L = \frac{0,4}{\pi} (H)$ ; đoạn  $MB$  là một tụ điện có điện dung thay đổi. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng không đổi, tần số  $f = 50 (Hz)$ . Điều chỉnh điện dung của tụ để điện áp hiệu dụng đoạn  $AM$  đạt cực đại là  $120 (V)$ , lúc đó điện áp hai đầu tụ điện có giá trị:

- A.  $96 (V)$ .
- B.  $144 (V)$ .
- C.  $200 (V)$ .
- D.  $150 (V)$ .

Câu 13: Một tụ điện  $C$  có điện dung thay đổi, nối tiếp với điện trở  $R = 10\sqrt{3} (\Omega)$  và cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{0,2}{\pi} (H)$  trong mạch điện xoay chiều tần số  $f = 50 (Hz)$ . Để điện áp hiệu dụng của đoạn mạch  $R$  nối tiếp  $C$  là  $U_{RC}$  đạt cực đại thì điện dung  $C$  phải có giá trị sao cho dung kháng bằng

- A.  $20 (\Omega)$ .
- B.  $30 (\Omega)$ .
- C.  $40 (\Omega)$ .
- D.  $35 (\Omega)$ .

Câu 14: Đặt vào hai đầu đoạn mạch  $RLC$  nối tiếp, một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, có tần số  $f = 50 (Hz)$ . Giá trị của các phần tử là  $R = 30 (\Omega)$ ,  $L = \frac{0,4}{\pi} (H)$ ; điện dung của tụ thay đổi được. Lúc điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại là  $150 (V)$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch  $RL$  có giá trị bằng  $90 (V)$ . Hệ số công suất của đoạn mạch lúc này là:

- A. 1.
- B. 0,8.
- C. 0,75.
- D. 0,6.

Câu 15: Một đoạn mạch  $RLC$  không phân nhánh gồm điện trở thuần  $100 (\Omega)$ , cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = \frac{1}{10\pi} (H)$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện hiệu điện thế  $u = 200\sqrt{2} \sin(100\pi t) (V)$ . Thay đổi điện dung  $C$  của tụ điện cho đến khi hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại. Giá trị cực đại đó bằng

- A.  $200 (V)$ .
- B.  $100\sqrt{2} (V)$ .
- C.  $50\sqrt{2} (V)$ .
- D.  $20 (V)$ .

Câu 16: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $200 (V)$  và tần số không đổi vào hai đầu  $A$  và  $B$  của đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm biến trở  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi. Gọi  $N$  là điểm nối giữa cuộn cảm thuần và tụ điện. Các giá trị  $R, L, C$  hữu hạn và khác không. Với  $C = C_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu biến trở  $R$  có giá trị không đổi và khác không khi thay đổi giá trị  $R$  của biến trở. Với  $C = \frac{C_1}{2}$  thì điện áp hiệu dụng giữa  $A$  và  $N$  bằng

- A.  $200 (V)$ .
- B.  $100\sqrt{2} (V)$ .
- C.  $100 (V)$ .
- D.  $200\sqrt{2} (V)$ .

Câu 17: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, tần số  $f = 50 (Hz)$ , vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh điện dung  $C$  đến giá trị  $\frac{10^{-4}}{4\pi} (F)$  hoặc  $\frac{10^{-4}}{2\pi} (F)$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đều có giá trị bằng nhau. Giá trị của  $L$  bằng

- A.  $\frac{1}{2\pi} (H)$ .
- B.  $\frac{\pi}{2} (H)$ .
- C.  $\frac{1}{3\pi} (H)$ .
- D.  $\frac{\pi}{3} (H)$ .

Câu 18: Một cuộn dây không thuần cảm nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  trong mạch điện xoay chiều có điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t) (V)$  thì dòng điện trong mạch sớm pha hơn điện áp  $u$  là  $\varphi_1$ , điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là  $30 (V)$ . Biết rằng nếu thay đổi tụ  $C$  bằng tụ có điện dung  $C' = 3C$  thì dòng điện trong mạch chậm pha hơn điện áp  $u$  là  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là  $90 (V)$ . Hỏi biên độ  $U_0$  bằng bao nhiêu vôn?

- A.  $60 (V)$ .
- B.  $30\sqrt{2} (V)$ .
- C.  $60\sqrt{2} (V)$ .
- D.  $30 (V)$ .

**Câu 19:** Trong giờ thực hành, một học sinh mắc đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $40(\Omega)$ , tụ điện có điện dung C thay đổi được và cuộn dây có độ tự cảm L nối tiếp nhau theo đúng thứ tự trên. Gọi M là điểm nối giữa điện trở thuần và tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $200(V)$  và tần số  $50(Hz)$ . Khi điều chỉnh điện dung của tụ điện đến giá trị  $C_m$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB đạt giá trị cực tiểu bằng  $75(V)$ . Điện trở thuần của cuộn dây là

- A.  $24(\Omega)$ .  
B.  $16(\Omega)$ .  
C.  $30(\Omega)$ .  
D.  $40(\Omega)$ .

**Câu 20:** Một cuộn dây không thuần cảm nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được trong mạch điện xoay chiều có điện áp  $u = U_0\cos(\omega t)(V)$ . Ban đầu dung kháng  $Z_C$ , tổng trở  $Z_{L,r}$  của cuộn dây và Z của toàn mạch đều bằng  $100(\Omega)$ . Tăng điện dung thêm một lượng  $\Delta C = \frac{0,125 \cdot 10^{-3}}{\pi}(F)$  thì tần số dao động riêng của mạch này khi đó là  $80\pi(\text{rad/s})$ . Tần số  $\omega$  của nguồn điện xoay chiều bằng:

- A.  $40\pi(\text{rad/s})$ .  
B.  $50\pi(\text{rad/s})$ .  
C.  $80\pi(\text{rad/s})$ .  
D.  $100\pi(\text{rad/s})$ .

**Câu 21:** Mạch điện AB gồm đoạn AM và đoạn MB. Điện áp ở hai đầu mạch ổn định  $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)(V)$ . Điện áp ở hai đầu đoạn AM sớm pha hơn cường độ dòng điện một góc  $\frac{\pi}{6}$ . Đoạn MB chỉ có một tụ điện có điện dung C thay đổi được. Chính C để tổng điện áp hiệu dụng  $U_{AM} + U_{MB}$  có giá trị lớn nhất. Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện là:

- A.  $440(V)$ .  
B.  $220\sqrt{3}(V)$ .  
C.  $220(V)$ .  
D.  $220\sqrt{2}(V)$ .

**Câu 22:** Một đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi}(H)$  và mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung có thể thay đổi. Đặt vào hai đầu mạch AB một điện áp  $u = U_0\cos(\omega t)(V)$ . Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{2\pi}F$  thì dòng điện trong mạch trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch AB. Khi  $C = C_2 = \frac{10^{-3}}{5\pi}F$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ đạt giá trị cực đại là  $U_{C\max} = 100\sqrt{5}V$ . Giá trị của R là:

- A.  $50(\Omega)$ .  
B.  $40(\Omega)$ .  
C.  $10(\Omega)$ .  
D.  $20(\Omega)$ .

**Câu 23:** Một đoạn mạch gồm cuộn cảm có độ tự cảm L và điện trở thuần r mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được. Đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng U và tần số f không đổi. Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị  $C = C_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện và hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị và bằng U, cường độ dòng điện trong mạch khi đó có biểu  $i = 2\sqrt{6}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$ . Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị  $C = C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt giá trị cực đại. Cường độ dòng điện tức thời trong mạch khi đó có biểu thức là:

- A.  $i_2 = 2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)(A)$ .  
B.  $i_2 = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)(A)$ .  
C.  $i_2 = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(A)$ .  
D.  $i_2 = 2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(A)$ .

**Câu 24:** Cho mạch điện RLC, tụ điện có điện dung C thay đổi. Điều chỉnh điện dung sao cho điện áp hiệu dụng của tụ đạt giá trị cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng trên R là  $75(V)$ . Khi điện áp tức thời hai đầu mạch là  $75\sqrt{6}(V)$  thì điện áp tức thời của đoạn mạch RL là  $25\sqrt{6}(V)$ . Điện áp hiệu dụng của đoạn mạch là:

- A.  $75\sqrt{6}(V)$ .  
B.  $75\sqrt{3}(V)$ .  
C.  $150(V)$ .  
D.  $150\sqrt{2}(V)$ .

**Câu 25:** Đặt một điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t(V)$  (U,  $\omega$  không đổi) vào đoạn mạch AB nối tiếp. Giữa hai điểm AM là một biến trở R, giữa MN là cuộn dây có r và giữa NB là tụ điện C. Khi  $R = 75(\Omega)$  thì đồng

thời có biến trở  $R$  tiêu thụ công suất cực đại và thêm bất kỳ tụ điện  $C'$  nào vào đoạn  $NB$  dù nối tiếp hay song song với tụ điện  $C$  vẫn thấy  $U_{NB}$  giảm. Biết các giá trị  $r, Z_L, Z_C, Z$  (tổng trở) nguyên. Giá trị của  $r$  và  $Z_C$  là:

- A.  $21(\Omega); 120(\Omega)$ .  
 B.  $128(\Omega); 120(\Omega)$ .  
 C.  $128(\Omega); 200(\Omega)$ .  
 D.  $21(\Omega); 200(\Omega)$ .

Câu 26: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos(100\pi t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC. Biết  $R = 100\sqrt{2}$  (V), tụ điện có điện dung thay đổi được. Khi điện dung của tụ lần lượt là  $C_1 = \frac{25}{\pi}$  ( $\mu F$ ) và  $C_2 = \frac{125}{3\pi}$  ( $\mu F$ ) thì điện áp hiệu dụng trên hai đầu tụ cùng giá trị. Để điện áp hiệu dụng trên điện trở  $R$  cực đại thì giá trị của  $C$  có thể là:

- A.  $C = \frac{50}{\pi}$  ( $\mu F$ ).  
 B.  $C = \frac{200}{3\pi}$  ( $\mu F$ ).  
 C.  $C = \frac{20}{\pi}$  ( $\mu F$ ).  
 D.  $C = \frac{125}{3\pi}$  ( $\mu F$ ).

Câu 27: Cho mạch điện gồm cuộn dây có điện trở hoạt động  $R$  và tụ điện  $C$ . Đặt vào hai đầu mạch điện một điện áp xoay chiều ổn định  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V). Khi  $C = C_0$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây lớn nhất là  $2U$ . Với trị nào của  $C$  để  $U_C$  đạt cực đại

- A.  $C = \frac{3C_0}{4}$ .  
 B.  $C = \frac{C_0}{2}$ .  
 C.  $C = \frac{C_0}{4}$ .  
 D.  $C = \frac{2C_0}{3}$ .

Câu 28: Mạch điện RCL nối tiếp có  $C$  thay đổi được. Điện áp hai đầu mạch  $u = 150\sqrt{2}\cos(100\pi t)$  (V). Khi  $C = C_1 = \frac{62,5}{\pi}$  ( $\mu F$ ) thì mạch tiêu thụ công suất cực đại  $P_{MAX} = 93,75$  (W). Khi  $C = C_2 = \frac{1}{9\pi}$  (mF) thì điện áp hiệu dụng hai đầu RC và cuộn dây vuông pha nhau, điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây khi đó là:

- A.  $90$  (V).  
 B.  $120$  (V).  
 C.  $75$  (V).  
 D.  $75\sqrt{2}$  (V).

Câu 29: Đặt một điện áp  $u = U_0\cos(100\pi t)$  (V) vào hai đầu mạch RCL mắc nối tiếp, có cuộn dây thuần cảm, điện dung  $C$  của tụ điện thay đổi được. Khi điều chỉnh điện dung đến giá trị mà  $Z_C = 1,5Z_L$  thì điện áp hiệu dụng  $U_{RC}$  đạt cực đại và bằng  $60\sqrt{3}$  (V). Hỏi  $U_0$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.  $60\sqrt{2}$  (V).  
 B.  $60\sqrt{3}$  (V).  
 C.  $120\sqrt{2}$  (V).  
 D.  $120$  (V).

Câu 30: Đặt điện áp xoay chiều ổn định  $u = U_0\cos(\omega t)$  (V) vào đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự: điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh  $C$  để điện áp hiệu dụng trên tụ đạt cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng của đoạn mạch RL là  $100$  (V), tại thời điểm  $t$  điện áp tức thời của đoạn RL là  $u_{RL} = 100\sqrt{2}$  (V) thì điện áp tức thời trên tụ là:

- A.  $-100\sqrt{2}$  (V).  
 B.  $100$  (V).  
 C.  $100\sqrt{2}$  (V).  
 D.  $-100\sqrt{3}$  (V).

Câu 31: Đoạn mạch  $AB$  gồm biến trở  $R$  thay đổi được từ 0 đến  $100(\Omega)$ , tụ điện  $C$  có điện dung thay đổi được và cuộn cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  (H) mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  một điện áp  $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)$  (V). Điều chỉnh  $C$  đến giá trị  $C_0$  khác 0, thì thấy hiệu điện thế hiệu dụng  $U_{RC}$  không phụ thuộc vào  $R$  khi thay đổi giá trị của  $R$ . Giá trị của  $C_0$  và  $U_{RC}$  lần lượt là:

- A.  $\begin{cases} C = \frac{10^{-4}}{\pi} (F) \\ U_{RC} = 110 (V) \end{cases}$   
 B.  $\begin{cases} C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F) \\ U_{RC} = 220 (V) \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} C = \frac{10^{-4}}{\pi} (F) \\ U_{RC} = 220 (V) \end{cases}$   
 D.  $\begin{cases} C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F) \\ U_{RC} = 110 (V) \end{cases}$

VIII. Bài toán tần số  $f$  biến thiên

Ví dụ 1. Cho đoạn mạch RLG mắc nối tiếp, hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu đoạn mạch là  $U$  và tần số góc của dòng điện thay đổi được, cho biết  $2L > CR^2$ .

1. Tìm  $\omega$  để công suất, hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở và dòng điện trong mạch đạt giá trị cực đại.
2. Tìm  $\omega$  để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại. Tính giá trị cực đại đó.
3. Tìm  $\omega$  để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại. Tính giá trị cực đại đó.
4. Tìm mối liên hệ giữa hai tần số  $\omega$  tìm được ở câu (2) và (3).

Hướng dẫn giải

1. Ta có:  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ ;  $P = I^2 R$ ;  $U_R = IR$

- Ta có  $P = RI^2 = R \frac{U^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

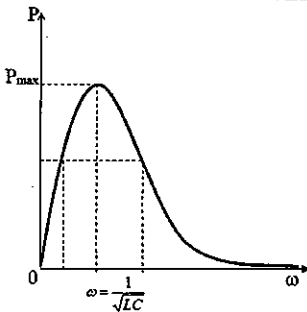
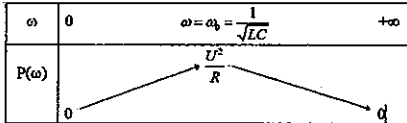
- Việc khảo sát hàm số  $P$  theo biến số  $\omega$  bằng việc lấy đạo hàm và lập bảng biến thiên rất khó khăn vì hàm số này tương đối phức tạp. Tuy nhiên, ta có thể thu được kết quả đó từ những nhận xét sau:

+ Khi  $\omega = 0$  thì  $Z_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$  làm cho  $P = 0$

+ Khi  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  thì mạch cộng hưởng làm cho công suất trên mạch cực đại

+ Khi  $\omega \rightarrow \infty$  thì  $Z_L = \omega L \rightarrow \infty$  làm cho  $P = 0$

- Từ những nhận xét đó ta dễ dàng thu được sự biến thiên và đồ thị:



Nhận xét đồ thị: Từ đồ thị ta thấy rằng sẽ có hai giá trị  $\omega_1, \omega_2$  khác nhau cho cùng một giá trị công suất, điều này phù hợp với những biến đổi ở phần trên.

Tóm lại: khi  $\omega$  thay đổi,  $I, P, U_R$  đạt giá trị cực đại khi mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng.

$$Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

$$I_{\max} = \frac{U}{R}; P_{\max} = \frac{U^2}{R}; (U_R)_{\max} = U \quad (2)$$

2. Tìm  $\omega$  để  $U_L$  đạt cực đại. Tính  $(U_L)_{\max}$

$$U_L = I \cdot Z_L = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot Z_L = \frac{1}{Z_L} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$$

$$U_L = \frac{U}{\omega L} \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2 - 2\omega L \frac{1}{\omega C} + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \frac{U}{\sqrt{\omega^2 L^2 + 1 - \frac{2}{\omega^2 LC} + \frac{1}{\omega^4 L^2 C^2}}}$$

$$U_L = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{1}{L^2 C^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right) \cdot \frac{1}{\omega^2} + 1}}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x = \frac{1}{\omega^2} \\ y = \left(\frac{1}{L^2 C^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right) \cdot \frac{1}{\omega^2} + 1 = \left(\frac{1}{L^2 C^2}\right) \cdot x^2 + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right) \cdot x + 1 \end{cases}$$

$U_L$  đạt giá trị lớn nhất nếu  $y$  đạt giá trị nhỏ nhất tại

$$x = \frac{1}{\omega^2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}}{2 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}} = \frac{2L - R^2 C}{2 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}} = \frac{(2L - R^2 C) C}{2}$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_1 = \sqrt{\frac{2}{(2L - R^2 C) C}} = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L - R^2 C}} \quad (3)$$

Tính  $(U_L)_{\max}$

$$y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}}{4 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}} = -\frac{\frac{R^4}{L^4} - 2 \cdot \frac{2}{LC} \frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{L^2 C^2} - 4 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}}{4 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}}$$

$$\Rightarrow y_{\min} = -\frac{\frac{R^4}{L^4} - 2 \cdot \frac{2}{LC} \frac{R^2}{L^2} + \frac{4R^2 L - R^4 C}{L^4 C}}{4 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}} = \frac{4R^2 LC - R^4 C^2}{4 \cdot \frac{1}{L^2 C^2}} = \frac{4R^2 LC - R^4 C^2}{4L^2}$$

$$(U_L)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{4R^2 LC - R^4 C^2}{4L^2}}}$$

$$\Rightarrow (U_L)_{\max} = \frac{2UL}{\sqrt{4R^2 LC - R^4 C^2}} = \frac{2UL}{R \cdot \sqrt{4LC - R^2 C^2}} \quad (4)$$

Tham khảo thêm hướng sử dụng đạo hàm trong việc tính cực trị như sau

- Ta có :  $U_L = I \cdot Z_L = \frac{U}{Z} \cdot Z_L = \frac{U}{Z_L}$ , đặt  $A = \left(\frac{Z}{Z_L}\right)^2 = \frac{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}{(\omega L)^2}$

- Biến đổi biểu thức A ta thu được :  $A = \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)^2$

- Ta tiếp tục đặt  $x = \frac{1}{\omega^2 L} > 0$  khi đó  $A = \frac{R^2}{L} x + \left(1 - \frac{x}{C}\right)^2$

- Lấy đạo hàm của A theo biến số x ta thu được :  $A'(x) = \frac{R^2}{L} - \frac{2}{C} \left(1 - \frac{x}{C}\right)$

- Cho  $A'(x) = 0$  ta thu được  $x = \frac{2LC - R^2 C^2}{2L}$

- Vì  $x > 0 \Rightarrow \frac{2L}{C} > R^2$  khi đó ta thu được bảng biến thiên:

X	0	$\frac{2LC - (RC)^2}{2L}$	$\infty$
$A^2(x)$	-	0	+
$A(x)$			

- Thay giá trị x vào biểu thức đã đặt ta thu được hiệu điện thế cực đại của cuộn dây là:

$$\omega = \frac{1}{C} \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} \text{ và } U_{L\max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$$

Nhận xét : Khi  $x \leq 0 \Rightarrow \frac{2L}{C} \leq R^2$  thì  $A_{\min}$  khi  $x = 0$  do A làm hàm số bậc 2 có hệ số  $a = \frac{1}{C^2} > 0$  nên hàm số có cực tiểu ở phần âm, do đó  $x = 0$  làm cho  $A_{\min}$  trong miền xác định của x. Khi đó  $\omega$  rất lớn làm cho  $Z_L$  rất lớn làm cho  $I = 0$ . Do đó không thể tìm giá trị  $\omega$  làm cho  $(U_L)_{\max}$

3. Tìm  $\omega$  để  $U_C$  cực đại. Tính  $(U_C)_{\max}$

$$U_C = I \cdot Z_C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot Z_C = \frac{1}{Z_C} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$$

$$U_C = \frac{U}{\omega C \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2 - 2\omega L \frac{1}{\omega C} + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 C^2 \omega^2 + L^2 C^2 \omega^4 - 2LC\omega^2 + 1}}$$

$$U_C = \frac{U}{\sqrt{L^2 C^2 (\omega^2)^2 + (R^2 C^2 - 2LC)\omega^2 + 1}}$$

Đặt  $\begin{cases} x = \omega^2 \\ y = L^2 C^2 (\omega^2)^2 + (R^2 C^2 - 2LC)\omega^2 + 1 = (L^2 C^2)x^2 + (R^2 C^2 - 2LC)x + 1 \end{cases}$   
 $U_C$  đạt giá trị lớn nhất nếu y đạt giá trị nhỏ nhất

$$x = \omega^2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{R^2 C^2 - 2LC}{2L^2 C^2} = \frac{2LC - R^2 C^2}{2L^2 C^2} = \frac{\frac{2L}{C} - R^2}{2L^2}$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_C = \sqrt{\frac{\frac{2L}{C} - R^2}{2L^2}} = \frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{2L}{C} - R^2} \quad (5)$$

Tính  $(U_C)_{\max}$

$$y_{\min} = \frac{\Delta}{4a} = \frac{(R^2 C^2 - 2LC)^2 - 4L^2 C^2}{4L^2 C^2}$$

$$\Rightarrow y_{\min} = \frac{R^4 C^4 - 4R^2 LC^3 + 4L^2 C^2 - 4L^2 C^2}{4L^2 C^2} = \frac{4R^2 LC - R^4 C^2}{4L^2}$$

$$\Rightarrow (U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{4R^2 LC - R^4 C^2}{4L^2}}} = \frac{2UL}{\sqrt{4R^2 LC - R^4 C^2}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2 C^2}} \quad (6)$$

Tóm lại khi khảo sát sự biến thiên của  $U_L, U_C$  theo  $\omega$  ta có bảng sau





Ví dụ 3. Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có  $2L > CR^2$ , hiệu điện thế hai đầu mạch có giá trị hiệu dụng không đổi nhưng tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  thấy tồn tại  $\omega_L$ ;  $\omega_C$  để lần lượt hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu mỗi thiết bị L và C đạt cực đại. Tính hiệu điện thế cực đại  $(U_L)_{\max}$  và  $(U_C)_{\max}$ ?

- A.  $(U_L)_{\max} = (U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_L^2}{\omega_C^2}}}$       B.  $(U_L)_{\max} = (U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_L^2}}}$   
 C.  $(U_L)_{\max} = (U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_L^4}}}$       D.  $(U_L)_{\max} = (U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_L^4}{\omega_C^4}}}$

Hướng dẫn giải

$\omega$  thay đổi, hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm hoặc tụ điện đạt giá trị lớn nhất ứng với

$$\begin{cases} \omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L - R^2}} \Rightarrow \omega_L^2 = \frac{1}{C^2} \cdot \frac{2}{\frac{2L}{C} - R^2} = \frac{2}{2LC - R^2C^2} \\ \omega_C = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2L - R^2}{2}} \Rightarrow \omega_C^2 = \frac{1}{L^2} \cdot \frac{2L - R^2}{2} = \frac{2L - R^2C}{2L^2C} \\ (U_L)_{\max} = (U_C)_{\max} = \frac{U \cdot 2L}{R \cdot \sqrt{4LC - R^2C^2}} \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_L^2} &= 1 - \frac{\frac{2L - R^2C}{2L^2C}}{\frac{2}{2LC - R^2C^2}} = 1 - \frac{2L - R^2C}{2L^2C} \cdot \frac{2LC - R^2C^2}{2} = 1 - \frac{(2L - R^2C)^2}{4L^2} \\ &\Rightarrow 1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_L^2} = \frac{4L^2 - 4L^2 + 4LR^2C - R^4C^2}{4L^2} = \frac{R^2(4LC - R^2C^2)}{4L^2} \\ &\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_L^2}} = \sqrt{\frac{R^2(4LC - R^2C^2)}{4L^2}} = \frac{R}{2L} \sqrt{4LC - R^2C^2} \\ &\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_L^2}}} = \frac{2L}{R \sqrt{4LC - R^2C^2}} \end{aligned}$$

Nhân hai vế với U ta được

$$\Rightarrow (U_L)_{\max} = (U_C)_{\max} = \frac{2UL}{R \sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_L^2}}} = \frac{U \omega_L}{\sqrt{\omega_L^2 - \omega_C^2}}$$

Ví dụ 4. Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có  $2L > CR^2$ , hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng không đổi nhưng tần số góc  $\omega$  có thể thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  thấy tồn tại  $\omega_R$ ;  $\omega_L$  để lần lượt hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu mỗi thiết bị R, L đạt giá trị lớn nhất. Tính hiệu điện thế lớn nhất  $(U_L)_{\max}$ ?

- A.  $(U_L)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_R^2}{\omega_L^2}}}$       B.  $(U_L)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_L^4}{\omega_R^4}}}$   
 C.  $(U_L)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4}}}$       D.  $(U_L)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_L^2}{\omega_R^2}}}$

**Hướng dẫn giải**

$\omega$  thay đổi, hiệu điện thế hai đầu dây điện trở đạt cực đại khi  $\omega_R^2 = \frac{1}{LC}$

$\omega$  thay đổi, hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm đạt cực đại khi

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2L - R^2}{C - R^2}} &\Rightarrow \omega_L^2 = \frac{1}{C^2} \cdot \frac{2L - R^2}{C - R^2} = \frac{2L - R^2}{2LC - R^2C^2} \\ (U_L)_{\max} &= \frac{U \cdot 2L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} \end{aligned} \right.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4} &= 1 - \frac{\frac{1}{(LC)^2}}{\frac{(2L - R^2C^2)^2}{(2LC - R^2C^2)^2}} = 1 - \frac{1}{(LC)^2} \cdot \frac{(2LC - R^2C^2)^2}{4} = 1 - \frac{(2L - R^2C)^2}{4L^2} \\ \Rightarrow 1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4} &= 1 - \frac{(2L - R^2C)^2}{4L^2} = \frac{4L^2 - 4L^2 + 4R^2LC - R^4C^2}{4L^2} = \frac{R^2(4LC - R^2C^2)}{4L^2} \\ \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4}} &= \frac{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}{2L} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4}}} = \frac{2L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} \end{aligned}$$

Nhân cả hai vế với U ta được:

$$\Rightarrow (U_L)_{\max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4}}} = \frac{U\omega_L^2}{\sqrt{\omega_L^4 - \omega_R^4}}$$

**Ví dụ 5.** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có  $2L > CR^2$ , hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng không đổi nhưng tần số góc  $\omega$  có thể thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  thấy tồn tại  $\omega_R; \omega_C$  để lần lượt hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu mỗi thiết bị R, L đạt giá trị lớn nhất. Tính hiệu điện thế lớn nhất  $(U_C)_{\max}$ ?

- |   |   |
|---|---|
| <p>A. <math>(U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_R^2}{\omega_C^2}}}</math></p> <p>C. <math>(U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_C^4}}}</math></p> | <p>B. <math>(U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4}}}</math></p> <p>D. <math>(U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_R^2}}}</math></p> |
|---|---|

**Hướng dẫn giải**

$\omega$  thay đổi, hiệu điện thế hai đầu dây điện trở đạt cực đại khi  $\omega_R^2 = \frac{1}{LC}$

$\omega$  thay đổi, hiệu điện thế hai đầu tụ điện đạt cực đại khi

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_C = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2L - R^2}{C - R^2}} &\Rightarrow \omega_C^2 = \frac{1}{L^2} \cdot \frac{2L - R^2}{C - R^2} = \frac{2L - R^2}{2L^2C} \\ (U_C)_{\max} &= \frac{U \cdot 2L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} \end{aligned} \right.$$

Ta có:

$$1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4} = 1 - \frac{(2L - R^2C)^2}{2L^2C} = 1 - \frac{(LC)^2 (2L - R^2C)^2}{1 \cdot 4L^4C^2} = 1 - \frac{(2L - R^2C)^2}{4L^2}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4} = 1 - \frac{(2L - R^2C)^2}{4L^2} = \frac{4L^2 - 4L^2 + 4R^2LC - R^4C^2}{4L^2} = \frac{R^2(4LC - R^2C^2)}{4L^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4}} = \frac{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}{2L} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4}}} = \frac{2L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$$

Nhân cả hai vế với U ta được:

$$\Rightarrow (U_C)_{\max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4}}} = \frac{U\omega_R^2}{\sqrt{\omega_R^4 - \omega_C^4}}$$

Chú ý: Cũng có thể thiết lập các công thức giải nhanh trong các ví dụ 4 và ví dụ 5 dựa trên kết quả của ví dụ 3 như sau:  $\omega$  thay đổi tần tại  $\omega_C < \omega_R < \omega_L$  để tương ứng các giá trị hiệu dụng  $U_C$ ;  $U_R$ ;  $U_L$  đạt giá trị lớn nhất, ta có:

$$\omega_R^2 = \omega_L \omega_C \Rightarrow \begin{cases} \frac{\omega_R}{\omega_L} = \frac{\omega_C}{\omega_R} \\ \frac{\omega_C}{\omega_L} = \frac{\omega_R^2}{\omega_L^2} = \frac{\omega_C^2}{\omega_R^2} \end{cases}$$

Từ kết quả ví dụ 3, ta có  $(U_L)_{\max} = (U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^2}{\omega_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4}}}$

Trong các công thức trên để cho không nhầm lẫn thì ta cần hiểu các biểu thức trong căn luôn dương, do đó tỉ số các tần số góc trong căn luôn nhỏ hơn 1 ( $\frac{\omega_C^2}{\omega_L^2} < 1$ ;  $\frac{\omega_R^4}{\omega_L^4} < 1$ ;  $\frac{\omega_C^4}{\omega_R^4} < 1$ )

Như vậy tần số góc trên tử phải nhỏ hơn tỉ số góc dưới mẫu theo đúng tính chất đã chứng minh:

$$\frac{\omega_C^2}{\omega_L^2} < 1; \frac{\omega_R^4}{\omega_L^4} < 1; \frac{\omega_C^4}{\omega_R^4} < 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < \omega_C < \omega_L \\ 0 < \omega_R < \omega_L \Rightarrow \omega_C < \omega_R < \omega_L \\ 0 < \omega_C < \omega_R \end{cases}$$

**Ví dụ 6:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có  $2L > CR^2$ , hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng không đổi nhưng tần số góc  $\omega$  có thể thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  thấy tồn tại  $\omega_L$  để hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn dây đạt giá trị lớn nhất. Tìm mối liên hệ giữa độ lệch pha của cường độ dòng điện với hiệu điện thế hai đầu mạch và hiệu điện thế  $u_{RC}$ .

A.  $\tan \varphi_{RC} \cdot \tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

B.  $\tan \varphi_{RC} \cdot \tan \varphi = 1$ .

C.  $\tan \varphi_{RC} \cdot \tan \varphi = 2$ .

D.  $\tan \varphi_{RC} \cdot \tan \varphi = \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$\omega$  thay đổi, hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm cực đại khi:  $\omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L - R^2C}} = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2C^2}}$

$\frac{Z_C}{Z_L} = \frac{1}{LC\omega^2} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{2LC - R^2C^2}{2} = 1 - \frac{R^2C}{2L} < 1 \Rightarrow$  Mạch có tính cảm kháng.

$\Rightarrow Z_C = Z_L - Z_L \cdot \frac{R^2C}{2L} \Rightarrow Z_L - Z_C = Z_L \cdot \frac{R^2C}{2L}$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện:

$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = Z_L \cdot \frac{RC}{2L}$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế  $U_{RC}$  và cường độ dòng điện:  $\tan \varphi_{RC} = \frac{Z_C}{R}$

Ta có :  $\tan \varphi_{RC} \cdot \tan \varphi = \frac{Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{Z_C}{R} \cdot Z_L \cdot \frac{RC}{2L} = \frac{L\omega}{C\omega} \cdot \frac{C}{2L} = \frac{1}{2}$

Như vậy:  $\omega$  thay đổi, khi  $(U_L)_{\max}$  thì  $\tan \varphi_{RC} \cdot \tan \varphi = \frac{Z_C \cdot (Z_L - Z_C)}{R^2} = \frac{1}{2}$

**Ví dụ 7:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có  $2L > CR^2$ , hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng không đổi nhưng tần số góc  $\omega$  có thể thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  thấy tồn tại  $\omega_C$  để hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện đạt giá trị lớn nhất. Tìm mối liên hệ giữa độ lệch pha của cường độ dòng điện với hiệu điện thế hai đầu mạch và hiệu điện thế  $u_{RL}$ .

A.  $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$

B.  $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi = 1$

C.  $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi = 2$

D.  $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi = \frac{1}{2}$

**Hướng dẫn giải**

$\omega$  thay đổi, hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm cực đại khi :  $\omega_C = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2L - R^2}{2}} = \sqrt{\frac{2L - R^2}{2L^2C}}$

$\frac{Z_L}{Z_C} = LC\omega^2 = LC \cdot \frac{2L - R^2C}{2L^2C} = 1 - \frac{R^2C}{2L} < 1 \Rightarrow$  Mạch có tính dung kháng.

$\Rightarrow Z_L = Z_C - Z_C \cdot \frac{R^2C}{2L} \Rightarrow Z_C - Z_L = Z_C \cdot \frac{R^2C}{2L}$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện:

$\tan \varphi = \frac{Z_C - Z_L}{R} = Z_C \cdot \frac{RC}{2L}$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế  $U_{RL}$  và cường độ dòng điện:  $\tan \varphi_{RL} = \frac{Z_L}{R}$

Ta có :  $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi = \frac{Z_L}{R} \cdot \frac{Z_C - Z_L}{R} = \frac{Z_L}{R} \cdot Z_C \cdot \frac{RC}{2L} = \frac{L\omega}{C\omega} \cdot \frac{C}{2L} = \frac{1}{2}$

Như vậy:  $\omega$  thay đổi, khi  $(U_C)_{\max}$  thì  $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi = \frac{Z_L \cdot (Z_C - Z_L)}{R^2} = \frac{1}{2}$

**Ví dụ 8:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có  $2L > CR^2$ , hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng không đổi nhưng tần số góc  $\omega$  có thể thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  thấy rằng khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn cảm có giá trị bằng nhau. Hỏi thay đổi tần số góc bằng bao nhiêu thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn cảm đạt giá trị lớn nhất?

A.  $\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}$

B.  $\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot (\omega_1^2 + \omega_2^2)$

C.  $\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$

D.  $\omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2$

**IX. Bài toán về máy biến áp, truyền tải điện năng**

**1. Phương pháp**

Bạn đọc xem lại phần lí thuyết về máy biến áp và truyền tải điện năng. Phần bài tập truyền tải điện năng có thể tham khảo thêm phương pháp chuẩn hóa đã trình bày.

**2. Ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Người ta cần truyền một công suất 5MW từ nhà máy điện đến nơi tiêu thụ cách nhau 5km. Hiệu điện thế hiệu dụng cuộn thứ cấp của máy tăng áp là  $U = 100\text{ kV}$ . Muốn độ giảm thế trên đường dây không quá 1 %  $U$  thì tiết diện của đường dây dẫn phải thỏa điều kiện nào dưới đây (biết điện trở suất của dây tải điện là  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ )

- A.  $5,8\text{ (mm}^2) \leq S$  .  
 B.  $5,8\text{ (mm}^2) \leq S \leq 8,5\text{ (mm}^2)$  .  
 C.  $8,5\text{ (mm}^2) \leq S$  .  
 D.  $8,5\text{ (mm}^2) \leq S$  .

Lời giải

Chiều dài dây dẫn  $l = 2,5\text{ km} = 10000\text{ m}$

Theo bài thì:  $\Delta U = IR \leq 1\% U = 1\text{ kV} = 1000\text{ V}$  nên  $R \leq \frac{1000}{I}$

Mà  $P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{5 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^3} = 50\text{ A} \Rightarrow R \leq \frac{1000}{50} = 20 \Omega \Rightarrow \frac{\rho l}{S} \leq 20 \Rightarrow \frac{\rho l}{20} \leq S$

Thay số ta có  $S \geq \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 10000}{20} = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ (m}^2) = 8,5 \text{ (mm}^2)$  hay  $S \geq 8,5 \text{ (mm}^2)$  .

**Đáp án C.**

**Câu 2:** Người ta cần truyền một công suất điện một pha 10000kW dưới một hiệu điện thế hiệu dụng 5kV đi xa. Mạch điện có hệ số công suất  $\cos \varphi = 0,8$  . Muốn cho tỷ lệ năng lượng mất trên đường dây không quá 10 % thì điện trở của đường dây phải có giá trị trong khoảng nào?

- A.  $10(\Omega) \leq R \leq 12(\Omega)$  .  
 B.  $R \leq 14(\Omega)$  .  
 C.  $16(\Omega) \leq R \leq 18(\Omega)$  .  
 D.  $R \leq 16(\Omega)$  .

Lời giải

Công suất hao phí khi truyền tải :  $\Delta P = \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi} R$

Theo bài thì:  $\Delta P \leq 10\% P \Rightarrow \Delta P \leq 0,1P \Rightarrow \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi} R \leq 0,1P \Rightarrow R \leq \frac{0,1 \cdot U^2 \cos^2 \varphi}{P}$

Thay số:  $R \leq \frac{0,1 \cdot (50 \cdot 10^3)^2 \cdot 0,8^2}{10000 \cdot 10^3} = 16 \Omega$  .

**Đáp án D.**

**Câu 3:** Một trạm phát điện truyền đi với công suất  $P = 50\text{ kW}$ , điện trở dây dẫn là  $4\ \Omega$  . Hiệu điện thế ở trạm là 500V.

a. Tính độ giảm thế, công suất hao phí trên dây dẫn.

b. Nối hai cực của trạm phát điện với một biến thế có hệ số  $k = 0,1$ . Tính công suất hao phí trên đường dây và hiệu suất của sự tải điện là bao nhiêu? Biết rằng năng lượng hao phí trong máy biến thế không đáng kể, hiệu điện thế và cường độ dòng điện luôn cùng pha.

Lời giải

a. Ta có:  $I = \frac{P}{U} = \frac{50 \cdot 10^3}{500} = 100\text{ A}$ ; Vậy độ giảm thế:  $\Delta U = IR = 100 \cdot 4 = 400\text{ V}$

Công suất hao phí trên dây: Ta có:  $\Delta P = RI^2 = 4 \cdot 100^2 = 40000\text{ W} = 40\text{ kW}$

b. Ta có:  $k = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{k} = \frac{500}{0,1} = 5000\text{ V}$ ;  $I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{50 \cdot 10^3}{5000} = 10\text{ A}$

+ Công suất hao phí trên dây:  $\Delta P' = R \cdot I_2^2 = 4 \cdot (10)^2 = 400\text{ W} = 0,4\text{ kW}$



Từ đó  $\frac{1-0,97}{1-0,73} = \left(\frac{6}{U_2}\right)^2 \Rightarrow U_2 = 18 (kV)$ .

Đáp án D.

**Câu 7:** Hiệu suất truyền tải điện năng một công suất P từ nhà máy phát tới nơi tiêu thụ là 35%. Dùng máy biến áp lí tưởng để có tỉ số giữa cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{5}$  để tăng điện áp truyền tải. Hiệu suất truyền tải sau khi sử dụng máy biến áp bằng bao nhiêu?

- A. 99,2% .      B. 97,4% .      C. 45,7% .      D. 32,8% .

Lời giải

Theo bài ra ta có  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{5}$

Mặt khác  $\begin{cases} 1 - H_1 = \frac{PR}{U_1^2 \cos^2 \varphi} \\ 1 - H_2 = \frac{PR}{U_2^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2$

Thay số ta được  $\frac{1 - H_2}{1 - 0,35} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow H_2 = 0,974$

Đáp án B.

**Câu 8:** Cần truyền tải công suất điện và điện áp nhất định từ nhà máy đến nơi tiêu thụ bằng dây dẫn có đường kính dây là d. Thay thế dây truyền tải điện bằng một dây dẫn khác, cùng chất liệu nhưng có đường kính 2d thì hiệu suất truyền tải điện là 91%. Nếu thay thế dây truyền tải bằng loại dây cùng chất liệu nhưng có đường kính 3d thì hiệu suất truyền tải bằng bao nhiêu?

- A. 96% .      B. 94% .      C. 92% .      D. 95% .

Lời giải

Ta có  $\begin{cases} 1 - H_1 = \frac{PR_1}{U^2 \cos^2 \varphi} \\ 1 - H_2 = \frac{PR_2}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{\ell}{S_2}}{\rho \frac{\ell}{S_1}} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi d_1^2}{\pi d_2^2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$

Từ đó  $\frac{1 - H_2}{1 - 0,91} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow H_2 = 0,96$

Đáp án A.

**Câu 9:** Một nhà máy điện gồm 4 tổ máy có cùng công suất P hoạt động đồng thời. Điện được sản xuất ra được đưa lên đường dây và truyền tới nơi tiêu thụ với hiệu suất truyền tải bằng 80%. Khi một tổ máy ngừng hoạt động thì hiệu suất truyền tải điện khi đó bằng bao nhiêu?

- A. 90% .      B. 85% .      C. 75% .      D. 87,5% .

Lời giải

Ta có  $\begin{cases} 1 - H_1 = \frac{P_1 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \\ 1 - H_2 = \frac{P_2 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \frac{P_2}{P_1}$

Từ đó  $\frac{1 - H_2}{1 - 0,8} = \frac{3}{4} \Rightarrow H_2 = 0,85$

Đáp án B.

**Câu 10:** Một máy phát điện gồm  $n$  tổ máy có cùng công suất  $P$ . Điện sản xuất ra được truyền tới nơi tiêu thụ với hiệu suất  $H$ . Nếu khi chỉ còn một tổ máy với hiệu suất  $H'$ . Giá trị  $H'$  bằng bao nhiêu?

- A.  $H' = \frac{n+H-1}{n+H}$       B.  $H' = \frac{H+n}{H+1}$   
 C.  $H' = \frac{1-H}{n}$       D.  $H' = \frac{H^n}{n}$

Lời giải

Ta có  $\frac{1-H'}{n(1+H)} = \frac{\Delta P'}{\Delta P} = \frac{1}{n^2} \Leftrightarrow \frac{1-H'}{1-H} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow H' = 1 - \frac{1-H}{n} = \frac{n+H-1}{n}$ . **Đáp án A.**

**Câu 11:** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một xưởng sản xuất bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Ban đầu xưởng sản xuất này có 90 máy hoạt động, vì muốn mở rộng quy mô sản xuất nên nhà máy đã nhập về thêm một số máy. Hiệu suất truyền tải lúc sau đã giảm đi 10% so với ban đầu. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây, công suất tiêu thụ điện của các máy hoạt động (kể cả các máy mới nhập về) đều như nhau và hệ số công suất trong các trường hợp đều bằng nhau. Nếu giữ nguyên điện áp nơi phát thì số máy hoạt động đã được nhập về thêm là?

- A. 70.      B. 100.      C. 30.      D. 50.

Lời giải

U không đổi nên  $\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2$

Ta lại có ban đầu  $H = 90\%$  nên  $P_n = 0,9P_1 \Rightarrow P_0 = \frac{P_n}{90} = 0,01P_1$

Gọi  $x$  là số máy nhập thêm nên công suất nơi nhận mới là

$$(90+x)0,01P_1 = 0,8P_2 = 1,6P_1 \Rightarrow x = 70$$

**Đáp án A.**

**Câu 12:** Điện năng được truyền từ một trạm phát điện đến một hộ tiêu thụ điện bằng đường dây một pha với hiệu suất 82%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 30%. Nếu công suất sử dụng điện của hộ tiêu thụ tăng 25% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng (trên chính đường dây đó) bằng bao nhiêu?

- A. 78,5% .      B. 75,6% .      C. 72,6% .      D. 77,4% .

Lời giải

Công suất cần truyền đi ban đầu là  $P_1$ , thì công suất nhận được nơi tiêu thụ là  $0,82P_1$ .

Công suất cần truyền đi lúc sau là  $P_2$  thì công suất nhận được nơi tiêu thụ là  $1,25 \cdot 0,82P_1 = 1,025P_1$ .

$$\text{Ta có } \frac{0,18}{1-H_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad (1)$$

$$\text{Lại có } H_2P_2 = 1,025P_1 \Leftrightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{H_2}{1,025} \quad (2)$$

$$\text{Thế (2) vào (1) } \Rightarrow \frac{0,18}{1-H_2} = \frac{H_2}{1,025} \Rightarrow H_2 = 0,7559.$$

**Đáp án B.**

Thay đổi số liệu ta có bài toán sau:



**Câu 13:** Điện năng được truyền từ nơi phát tới một khu dân cư bằng đường dây tải điện một pha với hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu đường dây không đổi. Ban đầu công suất tiêu thụ của cả khu dân cư đó là P, sau đó người ta thay đổi dạng mạch điện tiêu thụ, nhưng không làm thay đổi hệ số công suất của toàn hệ thống điện. Khi đó, người ta thấy rằng công suất tiêu thụ của toàn bộ khu dân cư này vẫn là P nhưng hiệu suất tăng lên một lượng đúng bằng  $\frac{2}{9}$  hiệu suất truyền tải ban đầu. Vậy hiệu suất truyền tải ban đầu bằng bao nhiêu?

- A. 40 % .                      B. 45 % .                      C. 50 % .                      D. 60 % .

Lời giải

Áp dụng công thức  $\frac{1 - H'}{1 - H} = \frac{P'}{P} = \frac{H}{H'} \frac{P'_{tt}}{P_{tt}}$

Ta có  $\frac{1 - \left(H + \frac{2}{9}H\right)}{1 - H} = \frac{H}{H + \frac{2}{9}H} \Leftrightarrow H = \frac{9}{20} = 45\%$

**Đáp án B.**

**Câu 14:** Điện năng từ nhà máy được đưa tới nơi tiêu thụ nhờ các dây dẫn tại nơi tiêu thụ cần một công suất không đổi, ban đầu hiệu suất tải điện là 90 %. Muốn hiệu suất truyền tải điện là 96 % thì cần giảm cường độ dòng điện trên dây tải đi một lượng bằng bao nhiêu?

- A. 40,2 % .                      B. 36,8 % .                      C. 42,2 % .                      D. 38,8 % .

Lời giải

Sai lầm thường thấy:

$$\begin{cases} \frac{P - RI_1^2}{P} = 90\% \Rightarrow \frac{RI_1^2}{P} = 0,1 \\ \frac{P - RI_2^2}{P} = 96\% \Rightarrow \frac{RI_2^2}{P} = 0,04 \end{cases} \Rightarrow \frac{I_2^2}{I_1^2} = 0,4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{0,4} \Rightarrow \frac{\Delta I}{I_1} = 36,8\% \Rightarrow B$$

Nguyên nhân: nhầm thành công suất tải không đổi trong khi đề bài cho là công suất tiêu thụ không đổi.

Lời giải đúng

Cách 1:

Gọi công suất nơi tiêu thụ là P ta có

$$\begin{cases} \frac{I_1^2 R}{P} = \frac{10}{90} = \frac{1}{9} \\ \frac{I_2^2 R}{P} = \frac{4}{96} = \frac{1}{24} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{9}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{24}}} \Rightarrow \frac{\Delta I}{I_1} = 38,8\%$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } \begin{cases} H_1 = \frac{P_1}{\Delta P_1 + P_1} \Leftrightarrow \frac{1}{H_1} = 1 + \frac{\Delta P_1}{P_1} \Rightarrow \frac{1}{H_2} - 1 = \frac{I_2^2}{I_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta I}{I_1} = 1 - \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{H_2} - 1}} = 0,3876 \\ H_2 = \frac{P_2}{\Delta P_2 + P_2} \Leftrightarrow \frac{1}{H_2} = 1 + \frac{\Delta P_2}{P_2} \end{cases}$$

**Đáp án D.**

**Câu 15:** Tại một điểm M có một máy phát điện xoay chiều một pha có công suất phát điện và hiệu điện thế hiệu dụng ở hai cực của máy phát đều không đổi. Nối hai cực của máy phát với một trạm tăng áp có hệ số tăng áp là k đặt tại đó. Từ máy tăng áp điện năng được đưa lên dây tải cung cấp cho một xưởng cơ khí cách xa điểm M. Xưởng cơ khí có các máy tiện cùng loại, công suất khi hoạt động là như nhau. Khi hệ số k = 2 thì ở xưởng cơ khí có tối đa 120 máy tiện cùng hoạt động. Khi hệ số k = 3 thì ở xưởng cơ khí có tối đa 130 máy tiện cùng hoạt động. Do xảy ra sự cố ở trạm tăng áp người ta phải nối trực tiếp dây tải điện vào hai cực của máy phát điện. Khi đó ở xưởng cơ khí có thể cho tối đa bao nhiêu máy tiện cùng hoạt động? (coi rằng chỉ có hao phí trên dây tải điện là đáng kể và lện áp và dòng điện trên dây tải điện luôn cùng pha?)

- A. 93.                      B. 102.                      C. 84.                      D. 66.

**Lời giải**

Gọi P, Δ P và P<sub>1</sub> lần lượt là công suất nhà máy điện, công suất hao phí trên đường dây khi chưa dùng máy biến thế và công suất tiêu thụ của mỗi máy ở xưởng sản xuất.

Theo bài ra ta có 
$$\begin{cases} P - \frac{\Delta P}{4} = 120P_1 \\ P - \frac{\Delta P}{9} = 130P_1 \end{cases} \Rightarrow P = 66P_1$$

Đáp án D.

**Câu 16:** Điện năng được truyền từ một nhà máy phát điện nhỏ đến một khu công nghiệp bằng đường dây tải điện một pha. Cho rằng chỉ tính đến hao phí điện năng trên đường dây, công suất cung cấp của nhà máy phát điện là không đổi, hệ số công suất luôn bằng 1. Nếu tại nhà máy điện không đặt máy tăng áp còn tại khu công nghiệp đặt máy hạ áp có hệ số hạ áp là 57 (nghĩa là điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp giảm 57 lần so với điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp) thì chỉ đáp ứng 95 % nhu cầu điện năng tiêu thụ tại khu công nghiệp. Để đáp ứng đủ nhu cầu điện năng tiêu thụ ở khu công nghiệp thì tại nhà máy điện người ta đặt thêm máy tăng áp có hệ số tăng áp là 4 và tại khu công nghiệp người ta đặt máy hạ áp có tỉ số hạ áp là?

- A. 120.                      B. 240.                      C. 160.                      D. 320.

**Lời giải**

Công suất cần truyền đi, điện áp nơi phát lần lượt là: P; U.

Điện áp 2 đầu cuộn sơ cấp của máy hạ áp trong hai trường hợp: 57U'; nU' (U' là điện áp tại KCN).

Ta có: 
$$\begin{cases} H_1 = \frac{0,95P'}{P} = \frac{57U'}{U} \quad (1) \\ H_2 = \frac{P'}{P} = \frac{nU'}{4U} \quad (2) \end{cases}$$

Chia vế với vế của (1) và (2), ta có:  $0,95 = \frac{228}{n} \Rightarrow n = 240$  **Chú ý:** Trong bài toán truyền tải điện năng cần chú ý phân biệt hai trường hợp công suất đưa lên đường dây (P) không đổi khác với trường hợp công suất nhận được cuối đường dây (P') không đổi.

Đáp án B.

**Câu 17:** Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện tới nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây tải chỉ có điện trở thuần không đổi, coi dòng điện trong các mạch luôn cùng pha với điện áp. Lần lượt điện áp đưa lên là U<sub>1</sub> và U<sub>2</sub> thì hiệu suất truyền tải tương ứng là H<sub>1</sub> và H<sub>2</sub>. Tính tỉ số giữa U<sub>1</sub> và U<sub>2</sub> trong hai trường hợp: công suất đưa lên đường dây không đổi và công suất nhận được cuối đường dây không đổi?

**Lời giải**

+ Nếu P không đổi thì ta có 
$$\frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1 - H_1}{1 - H_2}}$$

+ Nếu P' không đổi chú ý  $P = \frac{P'}{H}$  thay vào (\*) ta có

$$1 - H = \frac{P'R}{HU^2 \cos^2 \varphi} \Rightarrow H(1 - H) = \frac{P'R}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

$$\text{Lập tỉ số: } \frac{H_2(1 - H_2)}{H_1(1 - H_1)} = \frac{\frac{P'R}{U_2^2 \cos^2 \varphi}}{\frac{P'R}{U_1^2 \cos^2 \varphi}} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1 - H_1)}{H_2(1 - H_2)}}$$

**Câu 18:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, điện năng ở nơi tiêu thụ không đổi. Coi cường độ dòng điện trong quá trình truyền tải luôn cùng pha với điện áp. Ban đầu độ giảm điện áp dây bằng x lần điện áp nơi truyền đi. Sau đó, người ta muốn giảm công suất hao phí trên đường dây đi n lần thì phải tăng điện áp nơi truyền đi lên bao nhiêu lần?

Lời giải

Hiệu suất truyền tải điện trong trường hợp đầu:

$$h_1 = 1 - H_1 = \frac{\Delta U}{U} = x \begin{cases} P' = H_1 P = (1 - x) P \Rightarrow P = \frac{P'}{1 - x} \\ \Delta P = h_1 P = \frac{x}{1 - x} P' \end{cases}$$

Hiệu suất truyền tải điện sau đó (P' giữ nguyên còn  $\Delta P' = \frac{\Delta P}{n} = \frac{x}{n(1 - x)} P'$ )

$$H_2 = \frac{P'}{P' + \Delta P'} = \frac{P'}{P' + \frac{x}{n(1 - x)} P'} = \frac{n(1 - x)}{n(1 - x) + x}$$

$$\text{Áp dụng: } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1 - H_1)}{H_2(1 - H_2)}} = \sqrt{\frac{x(1 - x)}{\left(1 - \frac{n(1 - x)}{n(1 - x) + x}\right) \frac{n(1 - x)}{n(1 - x) + x}}} = \frac{n(1 - x) + x}{\sqrt{n}}$$

**Câu 19:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, điện năng ở nơi tiêu thụ không đổi. Coi cường độ dòng điện trong quá trình truyền tải luôn cùng pha với điện áp. Ban đầu độ giảm điện áp dây bằng x lần điện áp nơi tiêu thụ. Sau đó, người ta muốn giảm công suất hao phí trên đường dây đi n lần thì phải tăng điện áp nơi truyền đi lên bao nhiêu lần?

Lời giải

Hiệu suất truyền tải trong trường hợp đầu:

$$h_1 = 1 - H_1 = \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta U}{U + \Delta U} = \frac{x}{x + 1} \begin{cases} P' = H_1 P = \frac{1}{x + 1} P \Rightarrow P = (x + 1) P' \\ \Delta P = h_1 P = x P' \end{cases}$$

Hiệu suất truyền tải điện sau đó (P' giữ nguyên còn  $\Delta P' = \frac{\Delta P}{n} = \frac{x}{n} P'$ ):

$$H_2 = \frac{P'}{P' + \Delta P'} = \frac{P'}{P' + \frac{x}{n} P'} = \frac{n}{n + x}$$

$$\text{Áp dụng } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1 - H_1)}{H_2(1 - H_2)}} = \sqrt{\frac{\frac{x}{x + 1} \frac{1}{x + 1}}{\left(1 - \frac{n}{n + x}\right) \frac{n}{n + x}}} = \frac{n + x}{(1 + x)\sqrt{n}}$$

**Câu 20:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, ở cuối nguồn dùng máy hạ thế có tỉ số vòng dây là x, cần phải tăng điện áp nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây giảm z lần nhưng vẫn đảm bảo công suất tiêu thụ nhận được là không đổi? (biết điện áp tức thời u cùng pha với dòng điện tức thời i và ban đầu độ giảm thế trên đường dây bằng y (%) điện áp của tải tiêu thụ)

A.  $\frac{xz + y}{\sqrt{z}(x + y)}$   
 C.  $\frac{xy - z}{\sqrt{z}(x + y)}$

B.  $\frac{xy + z}{\sqrt{z}(x + y)}$   
 D.  $\frac{xz - y}{\sqrt{z}(x + y)}$

Lời giải

**Cách 1**

• Giả sử không có máy hạ áp ở cuối đường dây tải điện

• Ta có:  $\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{1}{\sqrt{z}}$

• Vì  $\Delta U_1 = yU'_1 \Rightarrow \Delta U_2 = \frac{yU'_1}{\sqrt{z}}$

• Lại có  $U'_1 \cdot I_1 = U'_2 \cdot I_2 \Rightarrow U'_2 = \sqrt{z}U'_1$

• Vì thực tế có máy hạ áp nên:  $\begin{cases} U_1 = xU'_1 + \Delta U_1 = (x+y)U'_1 \\ U_2 = xU'_2 + \Delta U_2 = \left(x\sqrt{z} + \frac{y}{\sqrt{z}}\right)U'_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{(xz+y)}{\sqrt{z}(x+y)}$

**Cách 2**

$\frac{U'}{U} = \frac{n+a}{\sqrt{n}(a+1)}$  lần trước cậu nghe xem ổn không nhé.

Ở cuối nguồn:  $\frac{U_1}{U_2} = x \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{x}$

Ban đầu độ giảm thế trên đường dây bằng y (%) điện áp của tải tiêu thụ:  $\Delta U = yU_2 = \frac{yU_1}{x} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{y}{x}$

Thay trở lại, ta có:  $\frac{U'}{U} = \frac{z + \frac{y}{x}}{\sqrt{z}\left(\frac{y}{x} + 1\right)} = \frac{xz+y}{\sqrt{z}(x+y)}$

Đáp án A.

**Câu 21:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa ở cuối đường dây dùng một máy hạ thế lý tưởng có tỷ số vòng dây bằng k. Điện áp giữa hai cực của trạm phát cần tăng lên bao nhiêu lần để làm giảm công suất hao phí trên đường dây truyền tải đi n lần với điều kiện công suất truyền đến nơi tiêu thụ không đổi? (Biết rằng khi chưa tăng áp độ giảm điện thế trên đường dây truyền tải bằng x lần điện áp hiệu dụng trên tải tiêu thụ. Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây)

Lời giải

+ Hiệu suất truyền tải điện trong trường hợp đầu:

$h_1 = 1 - H_1 = \frac{\Delta U}{U} = \frac{U'}{U + \Delta U} = \frac{kU_t + \Delta U}{k + x} = \frac{x}{k+x}$

$\Rightarrow \begin{cases} P' = H_1 P = \frac{k}{k+x} P = \frac{k+x}{k} P' \\ \Delta P = h_1 P = \frac{x}{k} P' \end{cases}$

+ Hiệu suất truyền tải sau đó (P' không đổi còn  $\Delta P' = \frac{\Delta P}{n} = \frac{x}{kn} P'$ ):

$H_2 = \frac{P'}{P' + \Delta P'} = \frac{P'}{P' + \frac{x}{kn} P'} = \frac{kn}{kn+x}$

Áp dụng:  $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1-H_1)}{H_2(1-H_2)}} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{k}{k+x}\right) \frac{k}{k+x}}{\left(1 - \frac{kn}{kn+x}\right) \frac{kn}{kn+x}}} = \frac{kn+x}{k+x} \sqrt{\frac{1}{n}}$

**3. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Công thức tính công suất hao phí trên đường dây truyền tải điện?

- A.  $\Delta P = \frac{P^2 R}{U^2 \cos^2 \phi}$
- B.  $\Delta P = R^2 I$
- C.  $\Delta P = UI \cos \phi$
- D.  $\Delta P = UI \cos^2 \phi$

**Câu 2:** Công thức tính hiệu suất truyền tải điện?

$$A. H = \frac{P + \Delta P}{P} \cdot 100\%.$$

$$B. H = \frac{P_1}{P_2}.$$

$$C. H = \frac{P - \Delta P}{P} \cdot 100\%.$$

$$D. P = (P - \Delta P) \cdot 100\%.$$

Câu 3: Công thức tính độ giảm thế trên đường truyền tải điện?

$$A. \Delta U = I^2 \cdot R.$$

$$B. \Delta U = I \cdot R.$$

$$C. \Delta U = U - I \cdot R.$$

$$D. \Delta U = I \cdot Z.$$

Câu 4: Trong quá trình truyền tải điện đi xa biện pháp giảm hao phí nào là khả thi nhất?

A. Giảm điện trở.

B. Giảm công suất.

C. Tăng hiệu điện thế.

D. Thay dây dẫn.

Câu 5: Máy biến áp không làm thay đổi thông số nào sau đây?

A. Hiệu điện thế.

B. Tần số.

C. Cường độ dòng điện.

D. Điện trở.

Câu 6: Điện năng ở một trạm phát điện được truyền đi dưới hiệu điện thế 2kV, hiệu suất của quá trình truyền tải điện là H=80%. Muốn hiệu suất của quá trình truyền tải tăng đến 95% thì ta phải:

A. tăng hiệu điện thế lên đến 4kV.

B. tăng hiệu điện thế lên đến 8kV.

C. giảm hiệu điện thế xuống còn 1kV.

D. giảm hiệu điện thế xuống còn 0,5kV.

Câu 7: Máy biến thế là một thiết bị có thể biến đổi:

A. hiệu điện thế của nguồn điện xoay chiều.

B. hiệu điện thế của nguồn điện xoay chiều hay nguồn điện không đổi.

C. hiệu điện thế của nguồn điện không đổi.

D. công suất của một nguồn điện không đổi.

Câu 8: Cơ sở hoạt động của máy biến thế dựa trên hiện tượng:

A. Hiện tượng từ trễ.

B. Cảm ứng từ.

C. Cảm ứng điện từ.

D. Cộng hưởng điện từ.

Câu 9: Máy biến thế dùng để:

A. Giữ cho hiệu điện thế luôn ổn định, không đổi.

B. Giữ cho cường độ dòng điện luôn ổn định, không đổi.

C. làm tăng hay giảm cường độ dòng điện.

D. làm tăng hay giảm hiệu điện thế.

Câu 10: Máy biến thế dùng để biến đổi hiệu điện thế của các:

A. Pin.

B. Acqui.

C. nguồn điện xoay chiều.

D. nguồn điện một chiều.

Câu 11: Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến thế một hiệu điện thế xoay chiều, khi đó hiệu điện thế xuất hiện ở hai đầu cuộn thứ cấp là hiệu điện thế:

A. không đổi.

B. xoay chiều.

C. một chiều có độ lớn không đổi.

D. B và C đều đúng.

Câu 12: Nguyên nhân chủ yếu gây ra sự hao phí năng lượng trong máy biến thế là do:

A. toả nhiệt ở các cuộn sơ cấp và thứ cấp.

B. có sự thất thoát năng lượng dưới dạng bức xạ sóng điện từ.

C. toả nhiệt ở lõi sắt do có dòng Fuco.

D. tất cả các nguyên nhân nêu trong A, B, C.

Câu 13: Chọn trả lời SAI. Đối với máy biến thế:

$$A. \frac{e'}{e} = \frac{N'}{N}.$$

$$B. e = N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|.$$

$$C. \frac{U'}{U} = \frac{N'}{N}.$$

$$D. \frac{U'}{U} = \frac{I'}{I}.$$

Câu 14: : Nguồn xoay chiều có hiệu điện thế  $U = 100V$  cho qua máy biến thế, ta thu được hiệu điện thế  $U' = 10V$ . Bỏ qua mọi mất mát năng lượng:

- A. Đó là máy tăng thế, có số vòng của cuộn sơ cấp gấp 10 lần số vòng của cuộn sơ cấp .
- B. Đó là máy hạ thế, có cường độ hiệu dụng trong cuộn thứ cấp gấp 10 lần trong cuộn sơ cấp .
- C. Công suất điện bên cuộn sơ cấp gấp 10 lần bên cuộn thứ cấp.
- D. Công suất điện bên cuộn thứ cấp gấp 10 lần bên cuộn sơ cấp.

Câu 15: Gọi  $N_1, U_1, I_1, P_1$  lần lượt là số vòng dây, hiệu điện thế, dòng điện và công suất của sơ cấp.  $N_2, U_2, I_2, P_2$  lần lượt là số vòng dây, hiệu điện thế, dòng điện và công suất của thứ cấp Hiệu suất của máy biến thế là:

- A.  $H = \frac{U_2}{U_1}$ .
- B.  $H = \frac{I_2}{I_1}$ .
- C.  $H = \frac{P_2}{P_1}$ .
- D.  $H = \frac{N_2}{N_1}$ .

Câu 16: Công suất hao phí trên đường dây truyền tải điện năng là:

- A.  $\Delta P = \frac{RP^2}{U^2}$ .
- B.  $\Delta P = R.I^2t$ .
- C.  $\Delta P = \frac{RU^2}{P^2}$ .
- D.  $\Delta P = UI$ .

Câu 17: Vai trò của máy biến thế trong việc truyền tải điện năng đi xa:

- A. Giảm điện trở của dây dẫn trên đường truyền tải để giảm hao phí trên đường truyền tải.
- B. Tăng hiệu điện thế truyền tải để giảm hao phí trên đường truyền tải .
- C. Giảm hiệu điện thế truyền tải để giảm hao phí trên đường truyền tải .
- D. Giảm sự thất thoát năng lượng dưới dạng bức xạ điện từ.

Câu 18: Để giảm hao phí khi cần tải điện đi xa. Trong thực tế, có thể dùng biện pháp nào kể sau:

- A. Giảm hiệu điện thế máy phát điện  $n$  lần để cường độ dòng điện giảm  $n$  lần, giảm công suất tỏa nhiệt xuống  $n^2$  lần.
- B. Tăng hiệu điện thế từ máy phát điện lên  $n$  lần để giảm hao phí do sự tỏa nhiệt trên đường dây  $n^2$  lần.
- C. Dùng dây dẫn bằng chất liệu siêu dẫn đường kính lớn.
- D. Xây dựng nhà máy gần nơi tiêu thụ để giảm chiều dài đường dây truyền tải điện.

Câu 19: Khi truyền tải một công điện  $P$  từ nơi sản xuất đến nơi tiêu thụ, để giảm hao phí trên đường dây do tỏa nhiệt ta có thể đặt máy:

- A. tăng thế ở đầu ra của nhà máy điện.
- B. hạ thế ở đầu ra của nhà máy điện.
- C. tăng thế ở đầu ra của nhà máy điện và máy hạ thế ở nơi tiêu thụ.
- D. hạ thế ở nơi tiêu thụ.

Câu 20: Nhận xét nào sau đây về máy biến thế là không đúng?

- A. Máy biến thế có thể tăng hiệu điện thế.
- B. Máy biến thế có thể thay đổi tần số dòng điện xoay chiều.
- C. Máy biến thế có thể giảm hiệu điện thế.
- D. Máy biến thế có tác dụng biến đổi cường độ dòng điện.

Câu 21: Phương pháp làm giảm hao phí điện năng trong máy biến thế là

- A. để máy biến thế ở nơi khô thoáng.
- B. lõi của máy biến thế được cấu tạo bằng một khối thép đặc.
- C. lõi của máy biến thế được cấu tạo bởi các lá thép mỏng ghép cách điện với nhau.
- D. tăng độ cách điện trong máy biến thế.

Câu 22: Nguyên tắc hoạt động của máy biến áp

- A. Dựa trên hiện tượng cộng hưởng .
- B. Dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ.
- C. Dựa trên hiện tượng tự cảm .
- D. Dựa trên hiện tượng điều hòa dòng điện.

Câu 23: Khi nói về hao phí trên đường dây truyền tải, phát biểu nào sau đây sai?

- A. Điện trở của dây càng nhỏ thì công suất hao phí nhỏ.
- B. Điện trở của dây tăng làm hao phí giảm.
- C. Công suất truyền tải giảm thì hao phí cũng giảm.
- D. Tăng hiệu điện thế là giải pháp làm giảm hao phí hiệu quả nhất.

Câu 24: Máy biến áp có  $N_1 > N_2$  thì kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Máy tăng áp .
- B. Máy ổn áp .
- C. Máy hạ áp .
- D. Không có đáp án.

Câu 25: Khi nói về cấu tạo của máy biến áp điều nào sau đây sai?

- A. Máy biến áp gồm hai phần đó là phần cuộn dây và phần lõi thép.
- B. Các lõi thép được ghép song song và cách điện với nhau.
- C. Dòng phụ- cơ gây ra hao phí của máy biến áp.
- D. Máy biến áp không cần lõi thép chỉ cần hai cuộn dây.

Câu 26: Phát biểu nào sau đây không đúng?

- A. Trong cuộc sống cần máy biến áp vì chúng ta cần sử dụng điện ở nhiều mức điện áp khác nhau.
- B. Máy biến áp có thể biến áp cho cả dòng một chiều và xoay chiều.
- C. Máy biến áp có cuộn sơ cấp nhiều vòng hơn cuộn thứ cấp chắc chắn là máy hạ áp.
- D. Máy tăng áp làm giảm giá trị hiệu dụng của dòng điện trên cuộn thứ cấp.

Câu 27: Một máy biến áp, cuộn sơ cấp có 200 vòng, cuộn thứ cấp có 100 vòng. Nếu cuộn thứ cấp có hiệu điện thế 200V thì cuộn sơ cấp có hiệu điện thế đầu vào là bao nhiêu?

- A. 100V.
- B. 200V.
- C. 400V.
- D. 500V.

Câu 28: Cuộn sơ cấp được nối với nguồn điện 100V - 50Hz, cuộn thứ cấp được nối với tải tiêu thụ có  $R = 50 \Omega$ ,  $Z_L = 50\sqrt{3} \Omega$  thì dòng điện trong mạch có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0,5A.
- B. 1A.
- C. 2A.
- D. 4A.

Câu 29: Máy biến áp ở cuộn thứ cấp có 1000 vòng, từ thông cực đại biến thiên trong lõi thép là 0,5m Wb và tần số của dòng điện biến thiên với  $f = 50\text{Hz}$ . Hỏi Máy biến áp có hiệu điện thế hiệu dụng ở đầu ra là bao nhiêu?

- A. 110V.
- B. 111V.
- C. 112V.
- D. 113V.

Câu 30: Hiệu điện thế do nhà máy phát ra 10 KV, Nếu truyền tải ngay hao phí truyền tải sẽ là 5KW, Nhưng trước khi truyền tải hiệu điện thế được nâng lên 40KV thì hao phí trên đường truyền tải là bao nhiêu?

- A. 1,25 KW .
- B. 0,3125KW .
- C. 25 KW .
- D. 1 kW.

Câu 31: Điện áp và cường độ dòng điện ở cuộn sơ cấp là 220V và 0,5A, ở cuộn thứ cấp là 20 V và 6,2A. Biết hệ số công suất ở cuộn sơ cấp bằng 1, ở cuộn thứ cấp là 0,8. Hiệu suất của máy biến áp là tỉ số giữa công suất của cuộn thứ cấp và của cuộn sơ cấp là?

- A. 80% .
- B. 40% .
- C. 90,18% .
- D. 95% .

Câu 32: Một máy biến áp có tỉ số vòng dây sơ cấp và thứ cấp là  $\frac{1}{10}$ . Điện áp hiệu dụng và cường độ hiệu dụng ở cuộn sơ cấp là 100V và 5A. Bỏ qua hao phí trong máy biến áp. Dòng điện từ máy biến áp được truyền đi đến nơi tiêu thụ bằng dây dẫn có điện trở thuần 100  $\Omega$ . Cảm kháng và dung kháng của dây dẫn không đáng kể. Hiệu suất truyền tải điện là?

- A. 90% .                      B. 5% .                      C. 10% .                      D. 95% .

**Câu 33:** Một máy tăng áp có số vòng cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là 150 vòng và 1500 vòng. Điện áp và cường độ dòng điện ở cuộn sơ cấp là 250V và 100A. Bỏ qua hao phí năng lượng trong máy. Điện áp từ máy tăng áp được dẫn đến nơi tiêu thụ bằng dây dẫn chỉ có điện trở thuần 30 Ω. Điện áp nơi tiêu thụ là?

- A. 220V .                      B. 2200V.                      C. 22V.                      D. 22 kV.

**Câu 34:** Một máy biến áp có tỉ số vòng dây cuộn sơ cấp vào thứ cấp là  $\frac{1}{5}$ . Điện trở các vòng dây và mất mát năng lượng trong máy không đáng kể. Cuộn thứ cấp nối với bóng đèn (220V - 100W) đèn sáng bình thường. Điện áp và cường độ hiệu dụng ở cuộn sơ cấp là bao nhiêu?

- A. 44 V - 5A .                      B. 44V - 2,15A .                      C. 4,4V - 2,273A .                      D. 44V - 2,273A.

**Câu 35:** Công suất và điện áp nguồn phát là 14 kW và 1,4 kV. Hệ số công suất của mạch tải điện bằng 1. Để điện áp nơi tiêu thụ không thấp hơn 1,2 kV thì điện trở lớn nhất của dây dẫn là bao nhiêu?

- A. 10 Ω .                      B. 30 Ω .                      C. 20 Ω .                      D. 25 Ω.

**Câu 36:** Điện áp ở trạm phát điện là 5 kV. Công suất truyền đi không đổi. Công suất hao phí trên đường dây tải điện bằng 14,4% công suất truyền đi ở trạm phát điện. Để công suất hao phí chỉ bằng 10% công suất truyền đi ở trạm phát thì điện áp ở trạm phát điện là bao nhiêu?

- A. 8 kV.                      B. 7 kV.                      C. 5,5 kV.                      D. 6 kV.

**Câu 37:** Điện năng ở một trạm phát điện được truyền đi dưới hiệu điện thế 2kV và công suất 200 kW. Hiệu số chỉ của các công tơ điện ở trạm phát và ở nơi thu sau mỗi ngày đêm chênh lệch nhau thêm 480 kWh. Công suất điện hao phí trên đường dây tải là:

- A.  $\Delta P=20kW$  .                      B.  $\Delta P=40kW$  .                      C.  $\Delta P=82kW$  .                      D.  $\Delta P=100kW$ .

**Câu 38:** Điện năng ở một trạm phát điện được truyền đi dưới hiệu điện thế 2kV và công suất 200kW. Hiệu số chỉ của các công tơ điện ở trạm phát và ở nơi thu sau mỗi ngày đêm chênh lệch nhau thêm 480 kWh. Hiệu suất của quá trình truyền tải điện là:

- A. H=95% .                      B. H=90% .                      C. H=85% .                      D. H=80% .

**Câu 39:** Một máy biến thế có số vòng dây của cuộn sơ cấp là 800 vòng, của cuộn thứ cấp là 40 vòng. Hiệu điện thế và cường độ hiệu dụng ở mạch thứ cấp là 40V và 6A. Hiệu điện thế và cường độ hiệu dụng ở mạch sơ cấp là:

- A. 2V; 0,6A .                      B. 800V; 12A .                      C. 800V; 120A .                      D. 800V; 0,3A.

**Câu 40:** Từ nơi sản xuất điện đến nơi tiêu thụ cách nhau 5km, dùng dây có bán kính 2mm,  $\rho = 1,57.10^{-8} \Omega$  để truyền tải điện. Điện trở của dây:

- A. R = 5Ω .                      B. R = 6,25Ω .                      C. R = 12,5Ω .                      D. R = 25Ω.

**Câu 41:** Điện năng được truyền từ một máy biến thế ở A tới máy hạ thế ở B (nơi tiêu thụ) bằng hai dây đồng có điện trở tổng cộng là 50Ω. Dòng điện trên đường dây là I = 40A. Công suất tiêu hao trên đường dây bằng 10% công suất tiêu thụ ở B. Công suất tiêu thụ ở B là:

- A.  $P_B = 800W$  .                      B.  $P_B = 8kW$  .                      C.  $P_B = 80kW$  .                      D.  $P_B = 800kW$ .

**Câu 42:** Một máy phát điện xoay chiều có công suất 1000 kW. Dòng điện nó phát ra sau khi tăng thế lên 110kV được truyền đi xa bằng một dây dẫn có điện trở 20Ω. Điện năng hao phí trên đường dây là:

- A. 6050W .                      B. 2420W .                      C. 5500W .                      D. 1653W.

**Câu 43:** Một máy biến áp có tỉ số vòng dây sơ cấp và thứ cấp bằng 10. Máy được mắc vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220V, tần số 50Hz. Hai đầu cuộn thứ cấp được nối với tải là một điện trở R, khi đó dòng điện chạy qua cuộn thứ cấp có cường độ 5(A). Coi hệ số công suất mạch thứ cấp và sơ cấp của máy đều bằng 1, máy có hiệu suất 95% thì cường độ dòng điện chạy qua cuộn sơ cấp xấp xỉ bằng

- A. 0,53(A) .                      B. 0,35(A) .                      C. 0,95(A) .                      D. 0,50(A).



**Câu 44:** Người ta truyền tải điện năng từ A đến B. Ở A dùng một máy tăng thế và ở B dùng một máy hạ thế, dây dẫn từ A đến B có điện trở  $40\Omega$ . Cường độ dòng điện trên dây là  $50A$ . Công suất hao phí trên dây bằng  $5\%$  công suất tiêu thụ ở B và hiệu điện thế ở hai đầu cuộn thứ cấp của máy hạ thế là  $200V$ . Biết dòng điện và hiệu điện thế luôn cùng pha và bỏ qua hao phí trên các máy biến thế. Tỷ số biến đổi của máy hạ thế là:

- A. 0,005.                      B. 0,05.                      C. 0,01.                      D. 0,004.

**Câu 45:** Một nhà máy phát điện gồm n tổ máy có cùng công suất P hoạt động đồng thời. Điện sản xuất ra được đưa lên đường dây và truyền đến nơi tiêu thụ với hiệu suất truyền tải là H. Hồi khi chỉ còn một tổ máy hoạt động bình thường thì hiệu suất truyền tải H' là bao nhiêu? Coi điện áp truyền tải, hệ số công suất truyền tải và điện trở đường dây không đổi.

- A.  $H' = \frac{H}{n}$ .                      B.  $H' = H$ .  
 C.  $H' = \frac{n+H-1}{n}$ .                      D.  $H' = nH$ .

**Câu 46:** Cần truyền tải một nguồn điện có công suất P không đổi đi xa. Khi sử dụng điện áp truyền tải là U thì hiệu suất truyền tải là H. Hỏi nếu điện áp truyền tải là  $U' = nU$  thì hiệu suất truyền tải là H' bằng bao nhiêu so với H?

- A.  $H' = \frac{H}{n}$ .                      B.  $H' = \frac{H}{n^2}$ .  
 C.  $H' = 1 - \frac{1-H}{n}$ .                      D.  $H' = 1 - \frac{1-H}{n^2}$ .

**Câu 47:** Một máy hạ thế có tỷ lệ số vòng 2 cuộn dây là 2. Cuộn sơ cấp và thứ cấp có điện trở lần lượt là  $r_1 = 3,6\Omega$  và  $r_2 = 1,6\Omega$ . Hai đầu cuộn thứ cấp được mắc điện trở  $R = 10\Omega$ . Bỏ qua hao phí do dòng phụ-có và coi hệ số công suất của 2 cuộn là bằng 1. Nếu mắc 2 đầu cuộn sơ cấp điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U_1 = 220V$ . Tính điện áp 2 đầu cuộn thứ cấp  $U_2$ .

- A.  $U_2 = 110V$ .                      B.  $U_2 = 100V$ .                      C.  $U_2 = 88V$ .                      D.  $U_2 = 440V$ .

**Câu 48:** Một máy biến áp có lõi sắt gồm n nhánh đối xứng nhưng chỉ có 2 nhánh là được quấn dây (mỗi nhánh một cuộn dây có số vòng khác nhau). Coi hao phí của máy là rất nhỏ. Khi điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U mắc vào cuộn 1 (có số vòng  $N_1$ ) thì điện áp đo được ở cuộn 2 (có số vòng  $N_2$ ) để hở là  $U_2$ . Tính  $U_2$  theo U,  $N_1$ ,  $N_2$  và n.

- A.  $U_2 = U_1 \frac{N_1}{N_2}$ .                      B.  $U_2 = U_1 \frac{N_2}{n \cdot N_1}$ .  
 C.  $U_2 = U_1 \frac{n \cdot N_1}{N_2}$ .                      D.  $U_2 = U_1 \frac{N_2}{(n-1)N_1}$ .

**Câu 49:** Một máy tăng áp có tỷ lệ số vòng ở 2 cuộn dây là 0,5. Nếu ta đặt vào 2 đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng là  $130V$  thì điện áp đo được ở 2 đầu cuộn thứ cấp để hở sẽ là  $240V$ . Hãy lập tỷ lệ giữa điện trở thuần r của cuộn sơ cấp và cảm kháng  $Z_L$  của cuộn sơ cấp.

- A.  $\frac{5}{12}$ .                      B.  $\frac{1}{12}$ .  
 C.  $\frac{1}{\sqrt{168}}$ .                      D.  $\frac{1}{24}$ .

**Câu 50:** Điện năng tải từ trạm tăng thế đến trạm hạ thế nhờ các dây dẫn có điện trở tổng cộng  $20\Omega$ . Ở đầu ra cuộn thứ cấp máy hạ thế cần dòng điện có cường độ hiệu dụng  $100A$ , công suất  $12kW$ . Cho phụ tải thuần trở, tỷ số vòng dây của cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp máy hạ thế là 10. Bỏ qua mọi hao phí trong máy biến thế. Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch sơ cấp máy hạ thế và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp máy tăng thế là:

- A.  $10A$  và  $1200V$ .                      B.  $10A$  và  $1400V$ .                      C.  $1000A$  và  $1200V$ .                      D.  $10A$  và  $1000V$ .

**Câu 51:** Nhận xét nào sau đây là sai khi nói về máy biến áp?

A. Đối với máy tăng áp nếu điện áp đưa vào được giữ không đổi, ta đồng thời tăng thêm số vòng dây quấn ở 2 cuộn lên một lượng như nhau thì điện áp lấy ra sẽ giảm.

B. Đối với máy tăng áp nếu điện áp đưa vào được giữ không đổi, ta đồng thời giảm bớt số vòng dây quấn ở 2 cuộn xuống một lượng như nhau thì điện áp lấy ra sẽ tăng.

C. Đối với máy giảm áp nếu điện áp đưa vào được giữ không đổi, ta đồng thời tăng thêm số vòng dây quấn ở 2 cuộn lên một lượng như nhau thì điện áp lấy ra sẽ giảm.

D. Đối với máy giảm áp nếu điện áp đưa vào được giữ không đổi, ta đồng thời giảm bớt số vòng dây quấn ở 2 cuộn xuống một lượng như nhau thì điện áp lấy ra sẽ giảm.

**Câu 52:** Cuộn sơ cấp của một máy biến thế có  $N_1 = 1000$  vòng, cuộn thứ cấp có  $N_2 = 2000$  vòng. Hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn sơ cấp là  $U_1 = 110$  V và của cuộn thứ cấp khi để hở là  $U_2 = 216$  V. Tỷ số giữa điện trở thuần và cảm kháng của cuộn sơ cấp là:

- A. 0,19.                      B. 0,15.                      C. 0,10.                      D. 1,20.

**Câu 53:** Một máy biến áp lý tưởng gồm một cuộn sơ cấp và hai cuộn thứ cấp. Cuộn sơ cấp có  $n_1 = 1320$  vòng, điện áp  $U_1 = 220$ V. Cuộn thứ cấp thứ nhất có  $U_2 = 10$ V,  $I_2 = 0,5$ A; Cuộn thứ cấp thứ 2 có  $U_3 = 25$  vòng,  $I_3 = 1,2$ A. Cường độ dòng điện qua cuộn sơ cấp là:

- A.  $I_1 = 0,035$ A .                      B.  $I_1 = 0,045$ A .  
C.  $I_1 = 0,023$ A .                      D.  $I_1 = 0,055$ A .

**Câu 54:** Một máy biến thế có số vòng của cuộn sơ cấp là 5000 và thứ cấp là 1000. Bỏ qua mọi hao phí của máy biến thế. Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng 100 V thì hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp khi để hở có giá trị là

- A. 20V.                      B. 40V.                      C. 10V.                      D. 500V.

**Câu 55:** Một máy biến thế dùng làm máy giảm thế (hạ thế) gồm cuộn dây 100 vòng và cuộn dây 500 vòng. Bỏ qua mọi hao phí của máy biến thế. Khi nối hai đầu cuộn sơ cấp với hiệu điện thế  $u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)$  (V) thì hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp bằng

- A. 10V.                      B. 20V.                      C. 50V.                      D. 500V.

**Câu 56:** Một máy biến áp lý tưởng có cuộn sơ cấp gồm 2400 vòng dây, cuộn thứ cấp gồm 800 vòng dây. Nối hai đầu cuộn sơ cấp với điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 210 V. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp khi biến áp hoạt động không tải là

- A. 0V.                      B. 105V.                      C. 630V.                      D. 70V.

**Câu 57:** Một học sinh quấn một máy biến áp với dự định số vòng dây của cuộn sơ cấp gấp hai lần số vòng dây của cuộn thứ cấp. Do sơ suất nên cuộn thứ cấp bị thiếu một số vòng dây. Muốn xác định số vòng dây thiếu để quấn tiếp thêm vào cuộn thứ cấp cho đủ, học sinh này đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, rồi dùng vôn kế xác định tỉ số điện áp ở cuộn thứ cấp để hở và cuộn sơ cấp. Lúc đầu tỉ số điện áp bằng 0,43. Sau khi quấn thêm vào cuộn thứ cấp 24 vòng dây thì tỉ số điện áp bằng 0,45. Bỏ qua mọi hao phí trong máy biến áp. Để được máy biến áp đúng như dự định, học sinh này phải tiếp tục quấn thêm vào cuộn thứ cấp

- A. 100 vòng dây.                      B. 84 vòng dây.                      C. 60 vòng dây.                      D. 40 vòng dây.

## ĐÁP ÁN

1 A	7 A	13 D	19 A	25 D	31 C	37 A	43 A	49 B	55 B
2 C	8 C	14 B	20 B	26 B	32 D	38 B	44 A	50 B	56 D
3 B	9 D	15 C	21 C	27 C	33 B	39 D	45 C	51 D	
4 C	10 C	16 A	22 B	28 A	34 D	40 C	46 D	52 A	57 C
5 B	11 B	17 B	23 B	29 B	35 C	41 D	47 C	53 B	
6 A	12 D	18 B	24 C	30 B	36 D	42 D	48 D	54 A	

## C. BÀI TẬP TỔNG HỢP CHỌN LỌC

Dưới đây là tuyển tập điện xoay chiều được chọn lọc từ Diễn đàn Vật lí phổ thông. Tài liệu này là của cộng đồng thành viên Vật lí phổ thông chứ không phải của riêng tác giả. Vì lí do tổng hợp số lượng bài tập lớn nên tác giả không trích dẫn được thành viên đề xuất bài toán và thành viên giải bài toán. Tác giả trích dẫn các bài toán và lời giải dưới đây hi vọng sẽ giúp ích cho bạn đọc.

Bạn đọc có thể tham khảo thêm.

**Câu 1:** Cho mạch RLC mắc nối tiếp theo thứ tự  $L - R - C$ . Đặt vào hai đầu 1 điện áp xoay chiều có hiệu dụng thế hiệu dụng  $U$  không đổi,  $\omega$  có thể thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì đoạn mạch AB tiêu thụ công suất  $P_1 = 100\text{ W}$  với hệ số công suất là 1. Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng  $U_{RC}$  đạt cực đại và đoạn mạch AB tiêu thụ công suất là  $P_2$ . Chứng minh rằng

$$P_2 \geq \frac{8}{9}P_1.$$

Lời giải

Khi  $\omega = \omega_1$  thì hệ số công suất là 1, mạch đang xảy ra hiện tượng cộng hưởng, suy ra

$$P_1 = \frac{U^2}{R}.$$

Khi  $\omega = \omega_2$ , là bài toán quen thuộc hiện nay, không mấy khó khăn có thể thấy được  $U_{RC}$  đạt giá trị lớn nhất khi

$$\omega_2^2 = \frac{2\frac{L^2}{C^2}}{L^2 \left( \frac{L}{C} + \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C}R^2} \right)} < \frac{2}{LC}.$$

Từ đó ta suy ra  $Z_C > \frac{1}{2}Z_L$  và

$$\begin{aligned} Z_C^2 &= \frac{1}{2}Z_L Z_C + \sqrt{\left(\frac{1}{2}Z_L Z_C\right)^2 + \frac{1}{2}Z_L Z_C R^2}, \\ \left(Z_C^2 - \frac{1}{2}Z_L Z_C\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}Z_L Z_C\right)^2 + \frac{1}{2}Z_L Z_C R^2, \\ R^2 &= \frac{2Z_C^2(Z_C - Z_L)}{Z_L} \quad (1). \end{aligned}$$

Công suất lúc này là

$$\begin{aligned} P_2 &= UI \cos \varphi \\ &= \frac{U^2}{R} \cdot \frac{R}{Z} \cdot \cos \varphi \\ &= P_1 \cos^2 \varphi. \end{aligned}$$

Ta có

$$\cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{1}{1 + (x - y)^2}.$$

Trong đó  $x = \frac{Z_L}{R}, y = \frac{Z_C}{R}, x < 2y$  (việc đặt này chính là bản chất của việc chuẩn hóa cho  $R = 1$ ). Với phép đặt như thế thì ta có (1) tương đương với

$$1 = \frac{2y^2(y - x)}{x},$$

hay

$$(x - y)^2 = \frac{x(y - x)}{2y^2} = \frac{1}{8} - \frac{(2x - y)^2}{8y^2} \leq \frac{1}{8}.$$

(Chú ý rằng, sử dụng điều kiện có nghiệm của tam thức bậc hai, ta hoàn toàn có thể suy ra được

$$(x - y)^2 \leq \frac{1}{8}, \text{ mình viết vậy cho gọn.}$$

Từ đó suy ra  $\cos^2 \varphi \geq \frac{8}{9}$ , hay

$$P_2 \geq \frac{8}{9} P_1.$$

Bài toán được chứng minh xong.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $2x = y$  (thỏa mãn  $x < 2y$ ) tức là khi  $2Z_L = Z_C$  hay tương đương  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ . Tuy nhiên, nó khác với giá trị  $\omega$  nên đẳng thức trên không thể xảy ra. Vì sao? Bởi vì phương trình (1) chỉ có được khi  $\omega = \omega_2$ .

Do đó ta không thể kết luận giá trị nhỏ nhất của  $P_2$  là  $\frac{8}{9} P_1$ .

Vậy khi nào thì giá trị nhỏ nhất của  $P_2$  là  $\frac{8}{9} P_1$ ? Khi đề bài của chúng ta sửa lại 1 chút như sau:

Cho mạch RLC mắc nối tiếp theo thứ tự L - R - C. Đặt vào hai đầu 1 điện áp xoay chiều có hiệu dụng thế hiệu dụng U không đổi,  $\omega$  có thể thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì đoạn mạch AB tiêu thụ công suất  $P_1 = 100 \text{ W}$  với hệ số công suất là 1. Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng  $U_{RC}$  đạt cực đại và đoạn mạch AB tiêu thụ công suất là  $P_2$ . Sau đó giữ nguyên giá trị  $\omega_2$  và thay đổi L (hoặc C). Chứng minh rằng giá trị nhỏ nhất của  $P_2$  là  $\frac{8}{9} P_1$ . Tìm L (hoặc C) khi đẳng thức xảy ra.

**Câu 2:** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm biến trở R, tụ điện  $C = \frac{1}{(4\pi)^2} \text{ mF}$  và cuộn cảm thuần  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$ . Khi thay đổi giá trị của biến trở thì ứng với hai giá trị của biến trở là  $R_1$  và  $R_2$  thì mạch tiêu thụ cùng một công suất P và độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với dòng điện trong mạch tương ứng là  $\varphi_1, \varphi_2$  với  $\varphi_1 = 2\varphi_2$ . Giá trị công suất P bằng

A. 120 W.                      B. 240 W.                      C.  $60\sqrt{3} \text{ W}$ .                      D.  $120\sqrt{3} \text{ W}$ .

Lời giải

Ta tính được  $Z_C = 40\Omega; Z_L = 100\Omega$

Khi thay đổi giá trị của biến trở thì ứng với hai giá trị của biến trở là  $R_1$  và  $R_2$  thì mạch tiêu thụ cùng một công suất P và độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với dòng điện trong mạch tương ứng là  $\varphi_1, \varphi_2 \Rightarrow |\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2}$  (1)

Mà  $\varphi_1 = 2\varphi_2$  (2). Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}; \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$

$\cos \varphi_1 = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R_1}{Z_1} = \frac{1}{2}$ . Thay số vào ta tính được  $R_1 = 20\sqrt{3}\Omega \Rightarrow Z_1 = 40\sqrt{3}\Omega$

$\Rightarrow P = UI \cos \varphi_1 = \frac{U^2}{Z_1} \cos \varphi_1 = \frac{120^2}{40\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = 60\sqrt{3} \text{ W}$

Chọn C.

**Câu 3:** Cho mạch điện nối tiếp gồm điện trở  $R = 50\Omega$ , cuộn cảm thuần  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$  và tụ điện  $C = \frac{50}{\pi} \text{ } (\mu\text{F})$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp  $u = 50 + 100\sqrt{2} \cos(100\pi t) + 50\sqrt{2} \cos(200\pi t)$  (V). Công suất tiêu thụ của mạch điện là

A. 40W.                      B. 50W.                      C. 100W.                      D. 200W.

Lời giải

Mạch gồm 3 mạch nhỏ

Mạch 1 gồm nguồn 1 chiều  $U = 50V$  không đi qua C

Mạch 2 gồm nguồn  $u_1 = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t)$

Mạch 3 gồm nguồn  $u_2 = 50\sqrt{2} \cos(200\pi t)$

Suy ra công suất tiêu thụ trên mạch 2 + 3 là :

$$P = \frac{R(U_1^2 + U_2^2)}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 50W$$

Chọn B.

Câu 4: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi,  $f = 50Hz$  vào 2 đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được và tụ có điện dung. Điều chỉnh độ tự cảm  $L$  đến giá trị  $\frac{1}{5\pi}H$  hoặc  $\frac{4}{5\pi}H$  thì cường độ hiệu dụng như nhau, chỉnh  $L$  đến  $\frac{3}{5\pi}H$  hoặc  $\frac{6}{5\pi}H$  thì hiệu điện thế 2 đầu cuộn cảm bằng nhau. Giá trị  $R$  gần

A. 53Ω.                      B. 52Ω.                      C. 54Ω.                      D. 37Ω.

Lời giải

$$\text{Khi } I_1 = I_2 \rightarrow \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} = Z_C \Leftrightarrow Z_C = 50$$

$$\text{Khi } U_{L1} = U_{L2} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} \right) \Leftrightarrow Z_L = 80$$

$$\text{Thế tất cả vào } U_{L1} = U_{L2} \Leftrightarrow R \approx 37$$

Chọn D.

Câu 5: Đoạn mạch điện gồm RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ ; điện áp 2 đầu đoạn mạch là  $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ ,  $U$  ổn định và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_L$  thì điện áp 2 cuộn cảm  $L$  cực đại và  $U_{Lmax} = \frac{41U}{40}$ . Hệ số công suất tiêu thụ là?

Lời giải

Gọi  $\varphi, \alpha$  là độ lệch pha giữa  $u$  với  $u_R$  và  $u_L$ .

$$\text{Ta có: } U_{Lmax} \text{ nên } \alpha + \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \varphi = \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left( \frac{U}{U_{Lmax}} \right)^2} = \frac{9}{41}$$

Câu 6: Mạch RLC có điện áp xoay chiều  $u = 240\sqrt{2}\cos(314,15t)$ . Biết  $R = 80\Omega, I = 1,732A, U_{CL} = 138,56$  và điện áp  $u_{RC}$  vuông pha với  $u_{CL}$ . Tính  $L$ ?

A. 0,47.                      B. 0,37.                      C. 0,68.                      D. 0,58.

Lời giải

$Z_{LC} = 80, Z = 80\sqrt{3}$ . Gọi  $\alpha, \beta$  là độ lệch pha giữa  $u_{LC}, u_{RC}$  và  $i$ .

$$\text{Ta có: } Z^2 = Z_{LC}^2 + R^2 + 2RZ_{LC} \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} = \sin \beta \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow Z_C = R \tan \frac{\pi}{6} = \frac{80}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow Z_L - Z_C = Z_{LC} \sin \alpha = 40\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow Z_L = 115,47 \Rightarrow L = 0,37$$

Chọn D.

Câu 7: Mạch điện xoay chiều gồm  $AM$  và  $MB$  mắc nối tiếp. Đoạn  $AM$  gồm tụ điện nối tiếp điện trở  $R, MB$  gồm cuộn dây có điện trở  $r = R$ . Đặt vào 2 đầu đoạn mạch  $AB$  một điện áp xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng  $U$  và tần số thay đổi được, thì điện áp tức thời trên  $AM$  và  $MB$  luôn lệch góc  $\frac{\pi}{2}$ .

Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp hiệu dụng trên  $AM$  là  $U_1$  và trễ pha hơn  $AB$  góc  $\alpha_1$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng trên  $AM$  là  $U_2$  và trễ pha hơn  $AB$  góc  $\alpha_2$ . Khi  $\omega = \omega_3$  thì điện áp hiệu dụng trên  $AM$  là  $U_3$  và trễ pha hơn  $AB$  góc  $\alpha_3$ . Biết rằng  $U_1 + U_2 + U_3 > U$  và sự chênh lệch giữa 2 trong 3 đại lượng  $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3$  không vượt quá  $\frac{\pi}{27}$ . Hỏi hệ số công suất của mạch  $AB$  lớn nhất có thể trong 3 lần thay đổi tần số đạt giá trị nào?

A. 1.                      B.  $\frac{5}{12}$ .                      C. 0,73.                      D. 0,87.

Lời giải

Ta xét với một bất đẳng thức: Cho  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \pi$  thì:

$$\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 > 1$$

Do vậy, ta gán  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \pi$ .

Giả sử :  $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$

$$\text{Khi đó: } 3\alpha_1 + \frac{2\pi}{27} > \pi \rightarrow \alpha_1 > \frac{25\pi}{81}. \text{ Kết hợp } \alpha_1 < \frac{\pi}{3} \text{ thì } \alpha_3 < \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{27} = \frac{10\pi}{27}$$

$$\Rightarrow \sin \varphi < \sin \frac{20\pi}{27} = 0,73$$

Chọn C.

**Câu 8:** Mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp gồm biến trở  $R$ , cuộn dây thuần cảm  $L$  và tụ  $C$ . Đặt vào đầu 2 đoạn mạch điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U=100V$  và tần số  $f$  không đổi. Điều chỉnh  $R=R_1=50\Omega$  thì công suất tiêu thụ của mạch là  $P_1 = 60W$  và góc lệch pha của điện áp và dòng điện là  $\varphi_1$ . Điều chỉnh để  $R=R_2=25\Omega$  thì công suất tiêu thụ của mạch là  $P_2$  và góc lệch pha của điện áp và dòng điện là  $\varphi_2$  với  $\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = \frac{3}{4}$ . Tỷ số  $\frac{P_2}{P_1}$  bằng ??

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức: } P_1 = \frac{U^2}{R_1} \cos^2 \varphi_1 \text{ và } P_2 = \frac{U^2}{R_2} \cos^2 \varphi_2$$

$$\Leftrightarrow 60 = \frac{100^2}{50} \cos^2 \varphi_1 \Leftrightarrow \cos^2 \varphi_1 = \frac{3}{10}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \varphi_2 = \frac{9}{20} \Leftrightarrow P_2 = 180 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 3.$$

**Câu 9:** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) V$  vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở thuần, cuộn dây và tụ điện mắc nối tiếp theo thứ tự.  $M$  là điểm nối giữa điện trở và cuộn dây,  $N$  là điểm nối giữa cuộn dây và tụ điện. Lúc đầu, độ lệch pha giữa điện áp hai đầu  $AN$  và  $MN$  là cực đại. Cố định các giá trị khác, đồng thời thay đổi  $C$ . Khi  $C = C_1$  thì  $U_C = U_{AB} + U(V)$ ,  $U_1 = U_{R+r}$  góc lệch điện áp hai đầu mạch và dòng điện là  $\varphi_1, Z_L > Z_{C_1}$ . Khi  $C = C_2$  thì  $U_C = U_{AB} + \frac{U}{4}$ ,  $U_2 = U_{R+r}$  góc lệch điện áp hai đầu mạch và dòng điện là  $\varphi_2, Z_L < Z_{C_2}$ . Tổng  $(U_1 + U_2)$  gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau? Biết  $\varphi_1 + \varphi_2 = 20^\circ; \varphi_1, \varphi_2 > 0; R = \frac{7}{9}r$  và  $U \neq 0$

- A.  $80\sqrt{5}V$ .      B.  $100\sqrt{5}V$ .      C.  $120\sqrt{5}V$ .      D.  $140\sqrt{5}V$ .

Lời giải

Lúc đầu góc lệch giữa hiệu điện thế  $AN$  và  $MN$  cực đại nên  $Z_L^2 = (R + r)r$ . Chọn  $r = 9, R = 7, Z_L = 12$ . Góc hợp bởi  $u_{AN}$  và  $i$  là  $\arctan \frac{3}{4}$ .

Từ giả thiết ta suy ra được  $4.U_{C_2} - U_{C_1} = 3.U_{AB}$ .

$$\text{Vẽ giản đồ vector ra sẽ thấy } \frac{U_{AB}}{0,8} = \frac{U_{C_1}}{\sin\left(\arctan \frac{3}{4} - \varphi_1\right)} = \frac{U_{C_2}}{\sin\left(\arctan \frac{3}{4} - \varphi_1 + 20\right)}$$

$$\text{Từ đó suy ra } 4 \cdot \sin\left(\arctan \frac{3}{4} - \varphi_1 + 20\right) - \sin\left(\arctan \frac{3}{4} - \varphi_1\right) = 3,0,8.$$

Bấm máy tính tìm được  $\varphi_1$ .

$$\text{Vậy } U_1 + U_2 = U_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + U_{AB} \cdot \cos(20 - \varphi_1) \approx 236,2 (V).$$

Chọn B.

**Câu 10:** Người dân ở Việt Nam chủ yếu sử dụng điện xoay chiều một pha có thông số  $220 V - 50 Hz$ . Dây nguội được nối đất có điện thế bằng 0. Hỏi điện thế của dây nóng biến thiên trong khoảng nào ?

- A.  $-311 V \div 311 V$ .      B.  $-311 V \div 11 V$ .      C.  $-311 V \div 211 V$ .      D.  $-311 V \div 111 V$ .

Lời giải

$220 V$  là điện áp hiệu dụng của dòng điện xoay chiều

$$\Rightarrow u = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow -220\sqrt{2} \leq u \leq 220\sqrt{2}$$

Chọn A.

**Câu 11:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Biết  $L = 318(mH)$ ,  $C = 17(\mu F)$ . Điện áp 2 đầu mạch là  $u = 120\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) V$ , cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 1,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) A$ . Để hệ số công suất của mạch là 0,6 thì phải ghép thêm 1 điện trở  $R_0$  với R  
 A. nối tiếp,  $R_0 = 15,25$ . B. nối tiếp,  $R_0 = 20$ . C. nối tiếp,  $R_0 = 30$ . D. nối tiếp,  $R_0 = 45$ .

Lời giải

$Z_L = 100\Omega; Z_C = 187\Omega$

Ban đầu:  $Z = 100\Omega \Rightarrow R_1 = 50\Omega$

Gọi x là điện trở tương đương sau khi ghép thêm 1 điện trở  $R_0$

Theo bài ra:  $\cos\varphi' = \frac{x}{Z'} = 0,6$

$\Rightarrow x = 0,6Z' \Leftrightarrow x^2 = 0,6^2 \cdot (x^2 + (Z_L - Z_C)^2) \Rightarrow x = 65,25\Omega$

$\Rightarrow R_0$  được mắc nối tiếp với  $R_0 = 15,25\Omega$

Chọn A.

**Câu 12:** Mạch điện gồm có  $R = 100\Omega$ , cuộn cảm thuần  $L = \frac{2}{\pi}$  và tụ C biến đổi mắc nối tiếp vào 2 đầu A, B có điện áp  $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$ . Khi C thay đổi từ 0 đến rất lớn thì điện áp hiệu dụng giữa 2 bản tụ

- A. tăng từ 0 đến  $120\sqrt{5}V$  sau đó giảm từ  $120\sqrt{5}V$  đến 0.
- B. tăng từ 0 đến  $220\sqrt{5}V$  sau đó giảm từ  $120\sqrt{5}V$  đến 0.
- C. tăng từ 0 đến  $100\sqrt{5}V$  sau đó giảm từ  $120\sqrt{5}V$  đến 0.
- D. tăng từ 0 đến  $120\sqrt{5}V$  sau đó giảm từ  $20\sqrt{5}V$  đến 0.

Lời giải

$Z_L = 200\Omega$

Điện áp lớn nhất hai đầu tụ:

$$U_{Cmax} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = 120\sqrt{5}V$$

Khi ta điều chỉnh  $C \rightarrow C_0 \rightarrow \infty$  thì điện áp hai đầu tụ sẽ từ 0 V đến giá trị cực đại sau đó giảm dần về 0V

Do khi  $C = 0$  thì  $Z_C$  rất lớn nên dòng điện không đi qua tụ nên  $U_C = 0V$

Khi  $C = \infty$  thì  $Z_C = 0$  nên  $U_C = 0V$

Chọn A.

**Câu 13:** Cho cuộn dây có  $r = 50\Omega$ ,  $Z_L = 50\sqrt{3}\Omega$  mắc nối tiếp với hộp đen gồm 2 trong 3 phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Đặt vào 2 đầu điện áp xoay chiều thấy sau khi điện áp trên cuộn dây đạt cực đại 1/4 chu kì thì điện áp giữa 2 đầu hộp đen đạt cực đại. Trong hộp đen chứa các phần tử là

- A. L và R với  $R = Z_L\sqrt{3}$ .
- B. C và R với  $R = Z_C\sqrt{3}$ .
- C. C và R với  $R = Z_C\sqrt{2}$ .
- D. C và R với  $R = Z_C\sqrt{5}$ .

Lời giải

Độ lệch pha giữa 2 đầu cuộn dây với cường độ dòng điện:  $\tan\varphi_1 = \frac{Z_L}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$

Sau khi điện áp trên cuộn dây đạt cực đại 1/4 chu kì thì điện áp giữa 2 đầu hộp đen đạt cực đại  $\Rightarrow$  Độ lệch pha giữa điện áp 2 đầu cuộn dây và điện áp hai đầu hộp đen:

$\Delta\varphi = \frac{T}{4} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$  Độ lệch pha giữa điện áp hai đầu hộp đen với cường độ dòng điện:  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$

Dựa vào giản đồ vectơ ta thấy điện áp 2 đầu X chậm pha so với cường độ dòng điện :

$$\frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Hộp X chứa C và R}$$

$$\text{Có: } \tan \varphi_2 = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \sqrt{3}Z_C$$

Chọn B.

**Câu 14:** Đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$ , tụ điện  $C$  được đặt dưới điện áp xoay chiều ổn định:  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . Ban đầu CDDD qua mạch là  $i_1 = 3 \cos(\omega t)$ . Khi tụ  $C$  bị nối tắt thì CDDD qua mạch là  $i_2 = 3 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$ . Tìm  $\varphi$

- A.  $\frac{\pi}{3}$ .                      B.  $-\frac{\pi}{3}$ .                      C.  $\frac{\pi}{6}$ .                      D.  $-\frac{\pi}{6}$ .

**Lời giải**

Khi thay nối tắt tụ  $C$ , từ phương trình dòng điện ta thấy cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch không thay đổi nên:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_2 \\ \Leftrightarrow \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} &= \sqrt{R^2 + Z_L^2} \\ \Rightarrow Z_C &= 2Z_L \end{aligned}$$

Lại có:

$$\begin{aligned} \tan \varphi_1 &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan \varphi_2 &= \frac{Z_L}{R} \end{aligned}$$

Suy ra:

$$\tan \varphi_1 + \tan \varphi_2 = \frac{2Z_L - Z_C}{R} = 0$$

$$\text{Suy ra } \varphi_1 = -\varphi_2 \Rightarrow \varphi_u = \frac{\varphi_{i_1} + \varphi_{i_2}}{2} = -\frac{\pi}{6}$$

Chọn D.

**Câu 15:** Đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm  $R_1, R_2$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế không đổi là 18 V thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm là  $20\sqrt{3}$  (mA) và hiệu điện thế trên điện trở là  $R_1$  là 40V. Nếu đặt điện áp xoay chiều có tần số 50Hz và điều chỉnh  $L$  đến khi hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và  $L$  lệch pha cực đại so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch. Giá trị độ tự cảm lúc đó là:

- A.  $L = \frac{2}{\pi}H$ .                      B.  $L = \frac{3}{\pi}H$ .                      C.  $L = \frac{4}{\pi}H$ .                      D.  $L = \frac{1}{\pi}H$ .

**Lời giải**

Nếu đặt điện áp xoay chiều có tần số 50Hz và điều chỉnh  $L$  đến khi hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và  $L$  lệch pha cực đại so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch.

$$\Leftrightarrow Z_L = \sqrt{R_2(R_1 + R_2)}$$

$$I = \frac{18}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_L^2}} \Leftrightarrow I = \frac{18}{\sqrt{(40 + R_2)^2 + R_2(40 + R_2)}} \quad R_2 = 337,55$$

$$\Leftrightarrow Z_L = 357 \Leftrightarrow L \approx 1,13$$

Chọn C.

**Câu 16:** Đặt điện áp xoay chiều  $u_{AB} = U_0 \cos(\omega t)$  vào 2 đầu đoạn mạch RLC nối tiếp với Chiều thiên. Điều chỉnh điện dung  $C$  của tụ sao cho điện áp hiệu dụng của tụ đạt giá trị cực đại, khi đó điện áp tức thời cực đại trên  $R$  là 12a. Biết khi điện áp tức thời hai đầu mạch là 16a thì điện áp tức thời hai đầu tụ là 7a. Chọn hệ thức đúng

- A.  $3R = 4Z_L$ .                      B.  $R = 4Z_L$ .                      C.  $5R = 4Z_L$ .                      D.  $R = Z_L$ .

**Lời giải**



Ta có  $u_m = u_{RL} + u_c \Rightarrow u_{RL} = 9a$

$u_m = u_{RL} + u_c \Rightarrow u_{RL} = 9a$

Vì C thay đổi để điện áp 2 đầu tụ cực đại nên:

$$\frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U_{RL}^2} + \frac{1}{U_m^2}; \left(\frac{u_{RL}}{U_{RL}}\right)^2 + \left(\frac{u_m}{U_m}\right)^2 = 1 \text{ (các giá trị } u \text{ là tức thời; } U \text{ là các giá trị tức thời cực đại)}$$

Thay các giá trị vào hệ trên ta có:

$U_{RL} = 15a; U_m = 20a \Rightarrow U_L = 9a \Rightarrow 3R = 4Z_L$

Chọn A.

**Câu 17:** Chọn câu đúng. Cho mạch điện AM chứa điện trở R, MN chứa cuộn cảm L, NB chứa tụ điện

C. Người ta đo được các điện áp  $u_{AN} = u_{AB} = 20V$ ;  $u_{MB} = 12V$ . Điện áp  $u_{AM}, u_{MN}, u_{NB}$  lần lượt là

A.  $u_{AM} = 26V, u_{MN} = 12V, u_{NB} = 24V$ .

B.  $u_{AM} = 16V, u_{MN} = 12V, u_{NB} = 34V$ .

C.  $u_{AM} = 16V, u_{MN} = 12V, u_{NB} = 24V$ .

D.  $u_{AM} = 20V, u_{MN} = 12V, u_{NB} = 24V$ .

Lời giải

Do  $U_{AN} = U_{AB} \Rightarrow Z_{AN} = Z_{AB} \Leftrightarrow R^2 + Z_L^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Leftrightarrow 2Z_L = Z_C$

Ta có:  $\frac{U_{MB}}{U_{AN}} = \frac{12}{20} = \frac{Z_{MB}}{Z_{AN}} = \frac{Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{12}{20} \Leftrightarrow R = \frac{4}{3}Z_L$

$+ I = \frac{U_{AN}}{Z_{AN}} = \frac{20}{\frac{5}{3}Z_L} \Rightarrow U_{MN} = I \cdot Z_L = 12V$

$U_{AM} = I \cdot R = \frac{12}{Z_L} \cdot \frac{4}{3}Z_L = 16V$

$U_{NB} = 2U_L = 2 \cdot U_{MN} = 2 \cdot 12 = 24V$

Chọn C.

**Câu 18:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, trong đó  $RC^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$ , trong đó  $U$  có giá trị không đổi,  $f$  có thể thay đổi được. Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có giá trị bằng  $U$ , mạch tiêu thụ công suất bằng 75% công suất cực đại. Khi tần số của dòng điện là  $f_2 = f_1 + 100Hz$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cũng có giá trị bằng  $U$ . Để điện áp hiệu dụng trên tụ điện cực đại thì tần số phải bằng:

A.  $100\sqrt{2} \text{ Hz}$ .

B.  $10\sqrt{2} \text{ Hz}$ .

C.  $50\sqrt{2} \text{ Hz}$ .

D.  $20\sqrt{2} \text{ Hz}$ .

Lời giải

Gọi giá trị tần số để  $U_C$  max và  $U_L$  max lần lượt là  $f_C$  và  $f_L$ . Ta có hai bề đề quan trọng là:  $f_C = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$  và

$f_L = (f_1 + 100)\sqrt{2}$

Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có giá trị bằng  $U$ , mạch tiêu thụ công suất bằng 75% công suất

cực đại, do đó  $\frac{U^2}{R} \cdot \cos^2 \varphi = \frac{U^2}{R} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Kết hợp với  $U_C = U \Rightarrow Z_C = Z$  ta có  $Z_L = 1,5Z_C$  hoặc  $Z_C = 2Z_L$

$+ Z_L = 1,5Z_C \Rightarrow Z_C = \frac{2R}{\sqrt{3}}; Z_L = R\sqrt{3}$

Ta có  $Z_L \cdot Z_C = \frac{L}{C}$  không phụ thuộc vào  $f$ . Trong trường hợp này  $Z_L \cdot Z_C = 2R^2$

Khi tần số của dòng điện là  $f_2 = f_1 + 100Hz$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cũng có giá trị bằng

$U$  nên ta có  $R^2 + Z_C^2 - 2Z_L'Z_C' = 0 \Rightarrow Z_C' = R\sqrt{3}$

Ta thấy  $f_1 < (f_1 + 100)$  nên  $Z_C > Z_C'$  mà  $Z_C = \frac{2R}{\sqrt{3}} < R\sqrt{3}$  nên trường hợp này loại.

$+ Z_C = 2Z_L \Rightarrow Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}}; Z_C = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ , trường hợp này ta có  $Z_L \cdot Z_C = \frac{2R^2}{3}$

Tương tự trường hợp trên ta giải ra  $Z_C' = \frac{R}{\sqrt{3}}$

Ta có  $\frac{f_1 + 100}{f_1} = \frac{Z_C}{Z'_C} = 2 \Rightarrow f_1 = 100 \text{ (Hz)}$

Để điện áp hiệu dụng trên tụ điện cực đại thì tần số phải bằng  $f_C = \frac{f_1}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \text{ (Hz)}$

Chọn C.

**Câu 19:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 120 \text{ V}$ , tần số  $f$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  thì hai đầu đoạn mạch chứa  $RC$  và điện áp giữa hai đầu  $L$  lệch pha nhau một góc  $135^\circ$ . Khi tần số là  $f_2$  thì hai đầu đoạn mạch chứa  $RL$  và điện áp giữa hai đầu  $C$  lệch pha nhau một góc  $135^\circ$ . Khi tần số là  $f_3$  thì mạch xảy ra cộng hưởng. Biết rằng  $\left(\frac{2f_2}{f_3}\right)^2 - \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \frac{96}{25}$ . Điều chỉnh tần số đến khi điện áp hiệu dụng hai đầu tụ đạt cực đại là  $U_o$ . Giá trị của  $U_o$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 123 V.                      B. 130 V.                      C. 1803 V.                      D. 223 V.

Lời giải

Lời giải 1:  $f = f_1 \Leftrightarrow R = Z_{C_1}; f = f_2 \Leftrightarrow R = Z_{L_2} \Rightarrow Z_{C_1} = \frac{f_2}{f_1} Z_{L_1} \Rightarrow f_2^2 = f_1 f_2$

Thay vào công thức  $\left(\frac{2f_2}{f_3}\right)^2 - \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \frac{96}{25}$  suy ra  $\frac{f_2}{f_1} = \frac{12}{5}$  hoặc  $\frac{f_2}{f_1} = \frac{8}{5}$

$U_{C_{max}} = \frac{2UL}{\sqrt{4L^2 - C^2R^4}}$  tính ra xấp xỉ 122(V)

Chọn A.

Lời giải 2:

Theo bài suy ra  $f_3^2 = f_1 f_2$

$$U_{C_{max}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_C}{f_L}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{f_2}{2f_1}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{f_2}{f_1} - \frac{1}{4} \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}}$$

Thay số ta có  $U_{C_{max}} = \frac{120}{\sqrt{\frac{24}{25}}} \approx 122 \text{ (V)} \Rightarrow \boxed{A}$

Chọn A.

**Câu 20:** Một người định cuốn một biến thế từ hiệu điện thế  $U_1 = 110\text{V}$  lên  $220\text{V}$  với lõi không phân nhánh, không mất mát năng lượng và các cuộn dây có điện trở rất nhỏ , với số vòng các cuộn ứng với 1,2 vòng/Vôn. Người đó cuốn đúng hoàn toàn cuộn thứ cấp nhưng lại cuốn ngược chiều những vòng cuối của cuộn sơ cấp. Khi thử máy với nguồn thứ cấp đo được  $U_2 = 264\text{V}$  so với cuộn sơ cấp đúng yêu cầu thiết kế, điện áp nguồn là  $U_1 = 110\text{V}$ . Số vòng cuộn sai là:

- A. 6.                      B. 30.                      C. 11.                      D. 22.

Lời giải

Gọi số vòng các cuộn dây MBA theo đúng yêu cầu là  $N_1$  và  $N_2$

Ta có:  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow N_2 = 2N_1 \text{ (1)}$  với  $N_1 = 110.1, 2 = 132$  vòng

Gọi  $n$  là số vòng dây bị cuốn ngược. Ta có:

$$\frac{N_1 - 2n}{N_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{110}{264} \Rightarrow \frac{N_1 - 2n}{2N_1} = \frac{110}{264} \text{ (2)}$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow n = 11$ . Từ đó ta chọn C.

**Câu 21:** Một mạch điện xoay chiều AB gồm 2 hộp kín X và Y ghép nối tiếp (mỗi hộp chỉ chứa một trong ba phần tử: điện trở thuần R, cuộn thuần cảm có độ tự cảm L, tụ điện có điện dung C). Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một nguồn điện một chiều có hiệu điện thế không đổi 12 V thì hiệu điện thế 2 đầu hộp Y là 12 V. Khi đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  V thì điện áp hai đầu hộp X là  $u_X = 50\sqrt{6} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  V và cường độ dòng điện  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  A. Phần tử trong hộp X và Y lần lượt là?

- A.  $R_X = 10\sqrt{3}\Omega, L = \frac{0,25}{\pi} H$ .
- B.  $R_X = 20\sqrt{3}\Omega, L = \frac{0,25}{\pi} H$ .
- C.  $R_X = 25\sqrt{3}\Omega, L = \frac{0,25}{\pi} H$ .
- D.  $R_X = 25\sqrt{3}\Omega, L = \frac{0,24}{\pi} H$ .

**Lời giải**

+ Khi mắc nguồn một chiều vào đoạn mạch ta đo được hiệu điện thế của  $U_Y = U_{AB} = 12V$  nên hộp Y chứa cuộn cảm thuần L

+ Khi mắc nguồn xoay chiều vào đoạn mạch ta thấy  $\varphi_x = \varphi$ , do đó X phải chứa điện trở R.

Chọn C.

**Câu 22:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi, tần số f thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $f = f_0$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 75$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm  $U_L = U$  và hệ số công suất của toàn mạch lúc này là  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Hỏi  $f_0$  gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 10Hz.
- B. 16 Hz.
- C. 25 Hz.
- D. 30Hz.

**Lời giải**

Lời giải 1: Khi  $f = f_0 \Rightarrow Z_{C_0} = \sqrt{R^2 + (Z_{L_0} - Z_{C_0})^2}$

$$\Rightarrow Z_{L_0}^2 = 2Z_{L_0}Z_{C_0} - R^2 = \frac{2L}{C} - R^2 \quad (1)$$

Khi  $f = f_0 + 75; U_L = U \Rightarrow Z_L = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

$$\Rightarrow Z_C^2 = 2Z_LZ_C - R^2 = \frac{2L}{C} - R^2 \quad (2)$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow Z_{L_0} = Z_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega\omega_0 = \frac{1}{LC} \quad (3)$

Lại có:

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R}{Z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{R}{Z} = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

Từ (1)  $\Rightarrow Z_{L_0}^2 = \frac{2L}{C} - R^2 \Rightarrow \omega_0^2 L^2 = \frac{2L}{C} - R^2 \Rightarrow \omega_0^2 = 2LC - \frac{R^2}{L^2} \quad (5)$

Thế (3) và (4) vào (5)  $\Rightarrow \omega_0^2 = 2\omega\omega_0 - \frac{\omega^2}{3} \Rightarrow 3\omega_0^2 - 6\omega\omega_0 + \omega^2 = 0$

Hay  $3f_0^2 - 6ff_0 + f^2 = 0 \Rightarrow 3f_0^2 - 6(f_0 + f_1)f_0 + (f_0 + f_1)^2 \Rightarrow 2f_0^2 + 4f_1f_0 - f_1^2 = 0 \quad (6)$  với  $f_1 = 75Hz$

Phương trình (6) có nghiệm  $f_0 = \frac{-2f_1 \pm f_1\sqrt{6}}{2}$ . Loại nghiệm âm ta có  $f_0 = 16,86Hz$ .

Từ đó ta chọn B.

**Lời giải 2:**

Giả sử  $f = f_2 = f_0 + 7 = kf_0 (k > 1)$ . Khi đó ta có tổng trở cảm kháng và dung kháng của mạch lần lượt là  $Z, Z_L, Z_C$

Từ giả thiết  $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{1}{\sqrt{3}}$  ta chọn  $R = 1\Omega, Z = \sqrt{3}\Omega$ .

Mặt khác  $U_L = U \Rightarrow Z_L = Z = \sqrt{3}$

$$\text{Lại có: } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ Z_C = \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$$

Khi  $f = f_0$  thì tổng trở, cảm kháng, dung kháng của mạch lần lượt là:  $Z', Z'_L = \frac{Z_L}{k}, Z'_C = kZ_C$   
 Từ giả thiết  $Z'_C = Z'$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{Z_L}{k}\right)^2 + 1 = 2 \cdot \frac{Z_L}{k} \cdot kZ_C$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{k^2} + 1 = 2Z_L Z_C$$

Với 2 giá trị của  $Z_C$  kết hợp với  $k > 1$  ta suy ra  $k = \sqrt{\frac{3}{5 - 2\sqrt{6}}}$  Nên ta suy ra:

$$f_0 + 75 = \sqrt{\frac{3}{5 - 2\sqrt{6}}} f_0 \Rightarrow f_0 \approx 16,86$$

Chọn B.

**Câu 23:** Máy biến áp có số vòng dây ở cuộn sơ cấp là  $N_1 = 400\text{vòng}$ , thứ cấp là  $N_2 = 100\text{vòng}$ . Điện trở cuộn sơ cấp  $r_1 = 4\Omega$ , điện trở cuộn thứ cấp  $r_2 = 1\Omega$ . Điện trở mắc vào cuộn thứ cấp  $R = 10\Omega$ . Xem mạch từ là khép kín và bỏ qua hao phí. Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U_1 = 360\text{V}$ . Xác định hiệu điện thế hiệu dụng  $U_2$  tại hai đầu cuộn thứ cấp và hiệu suất máy biến thế

A. 80V, 88,8%.      B. 80V, 99,8%.      C. 80V, 78,8%.      D. 50V, 88,8%.

Lời giải

Xét vai trò cuộn sơ cấp có vai trò là máy phát, cuộn thứ cấp có vai trò là máy thu:  
 Suất điện động cuộn sơ cấp:

$$E_1 = U_1 - I_1 r_1$$

Suất điện động cuộn thứ cấp:

$$E_2 = U_2 + I_2 r_2$$

Mặt khác:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = 4$$

Kết hợp với  $I_2 = \frac{U_2}{R}$  ta tính được  $U_2 = 80\text{V}$

Khi đó hệ suất máy biến thế:

$$H = \frac{I_2^2 \cdot R}{U_1 I_1} = 88,8\%$$

Chọn C.

**Câu 24:** Máy phát điện xoay chiều một pha gồm 1 cặp cực; có 500 vòng dây, diện tích mỗi vòng là  $S = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$ ; phần cảm có  $B = 0,05 \text{ (T)}$ . Tiến hành nối máy này với đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở  $R = 50 \text{ (}\Omega\text{)}$  nối tiếp với tụ điện có  $C = 10^{-4} \text{ (F)}$  nối tiếp với một cuộn thuần cảm có  $L = 0,4 \text{ (H)}$ . Điều chỉnh số vòng  $n$  từ 3000  $\left(\frac{\text{vòng}}{\text{phút}}\right)$  xuống tới 1800  $\left(\frac{\text{vòng}}{\text{phút}}\right)$ . Hỏi giá trị hiệu dụng lớn nhất ở 2 đầu cuộn cảm trong cả quá trình là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có:

$$U_L = \frac{E}{Z} \cdot Z_L = \frac{\omega NBS}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \omega L$$

$$U_L = \frac{\omega^2 N.B.S.L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$U_L = \frac{N.B.S.L}{\sqrt{\frac{1}{\omega^6 C^2} + \frac{R^2 - 2L}{\omega^4 C} + \frac{L^2}{\omega^2}}}$$

Kết mẫu số :

$$f\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = \frac{1}{\omega^6 C^2} + \frac{R^2 - 2L}{\omega^4 C} + \frac{L^2}{\omega^2}$$

$$f'\left(\frac{1}{\omega^2}\right) > 0 \forall \omega$$

Từ BBT ta thấy hàm f đồng biến nên  $U_L$  max khi  $\omega = \omega_2 = 60\pi$

Từ đó ta tính các giá trị  $E = 9\pi, Z_L = 24\pi, Z_C = \frac{500}{3\pi}$

Từ đó ta tính được:  $Z \approx 57,66\Omega, I \approx 0,52A$

$$U_L = I.Z_L = 38,9V$$

**Câu 25:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm R, C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Tự điện có điện dung C thay đổi được. Ban đầu điều chỉnh C để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch chứa R và C đạt cực đại. Sau đó, phải giảm giá trị điện dung đi ba lần thì hiệu điện thế hai đầu tụ mới đạt cực đại. Tỷ số  $\frac{R}{Z_L}$  của đoạn mạch xấp xỉ bằng?

A. 1.

B. 2.

C. 3,2.

D. 4.

Lời giải

Lời giải 1: Ta có:  $U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_C Z_L}{R^2 + Z_C^2}}}$

Đặt  $y = \frac{Z_L^2 - 2Z_C Z_L}{R^2 + Z_C^2}; y' = 0$  thì  $U_{RC_{max}}$

$$Z_{C1} = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}, \text{ đặt } x = \frac{R}{Z_L} \Rightarrow \frac{Z_{C1}}{R} = \frac{0,5}{x} + 0,5\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}$$

$$Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow \frac{Z_{C2}}{R} = \frac{1}{x} + x = 3\left(\frac{0,5}{x} + 0,5\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}\right)$$

$\Rightarrow x = 3,2$ . Chọn C.

Lời giải 2:

Thay đổi C để  $U_{RC_{max}}$ :  $Z_{C1} = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{Z_L}$

Giảm C đi 3 lần để  $U_{C_{max}} \rightarrow Z_{C2} = 3Z_{C1} \Leftrightarrow \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 3 \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}$

$$\Leftrightarrow 4R^4 - 28R^2 Z_L^2 - 5Z_L^4 = 0$$

Giải PT ta được  $R = \sqrt{7 + \frac{3\sqrt{6}}{2}} \approx 3,2$ . Chọn C.

**Câu 26:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  (V) vào 2 đầu cuộn dây nối tiếp với 1 tụ điện C có điện dung thay đổi được. Ban đầu tụ điện có dung kháng  $100\Omega$ , cuộn dây có dung kháng  $50\Omega$ . Giảm điện dung một lượng  $\Delta C = \frac{10^{-3}}{8\pi}$  (F) thì tần số góc dao động riêng của mạch là  $80\pi$  (rad/s). Tần số góc  $\omega$  của dòng điện trong mạch là:

- A.  $40\pi$  (rad/s).      B.  $20\pi$  (rad/s).      C.  $10\pi$  (rad/s).      D.  $50\pi$  (rad/s).

Lời giải

$$Z_L = \omega L = 50 \rightarrow L = \frac{50}{\omega}$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = 100 \rightarrow LC = \frac{1}{2\omega^2}$$

$$\omega' = 80\pi = \frac{1}{\sqrt{L\left(C - \frac{10^{-3}}{8\pi}\right)}}$$

Thế LC, L vào phương trình trên tìm được  $\omega = 40\pi$

**Câu 27:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1$  điện áp ở hai đầu cuộn cảm có giá trị cực đại  $U_{L_{max}}$  và điện áp ở hai đầu đoạn mạch sớm pha hơn dòng điện trong mạch là  $0,24\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ). Khi  $L = L_2$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có giá trị  $0,5U_{L_{max}}$  và điện áp hai đầu đoạn mạch sớm pha so với cường độ dòng điện là  $\alpha$ . Giá trị  $\alpha$  gần giá trị nào nhất sau đây

- A. 3 rad.      B. 1 rad.      C. 1,35 rad.      D. 2,32 rad.

Lời giải

Khi  $U_{L_{max}}$  ta có  $U_{RC} \perp U_{AB}$   
 $\Rightarrow (\vec{U}_{RC}; i) = \frac{\pi}{2} - 0,24\alpha$

Mà theo hàm sin trong tam giác ta có:  $U_{L_{max}} = \frac{U_{AB}}{\sin(0,24\alpha)}$  (1)

Khi  $L = L_2$  thì góc giữa  $(\vec{U}_{RC}; i)$  là không đổi và điện áp hai đầu đoạn mạch sớm pha so với cường độ dòng điện là  $\alpha$

Tương tự ta có  $\frac{0,5U_{L_{max}}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + 0,76\alpha\right)} = \frac{U_{AB}}{\sin(0,24\alpha)}$  (2)

Từ (1); (2) suy ra  $\alpha = 1,38rad$

Chọn C.

**Câu 28:** Cho mạch điện AB gồm hai đoạn mạch AM nối tiếp với MB, trong đó AM gồm điện trở R nối tiếp với tụ điện có điện dung C, MB có cuộn cảm có độ tự cảm L. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ . Biết  $u_{AM}$  vuông pha với  $u_{MB}$  với mọi tần số  $\omega$ . Khi mạch có cộng hưởng điện với tần số  $\omega_0$  thì  $u_{AM} = U_{MB}$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $u_{AM}$  trễ pha một góc  $\alpha_1$  đối với  $u_{AB}$  và  $U_{AM} = U_1$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì  $u_{AM}$  trễ pha một góc  $\alpha_2$  đối với  $u_{AB}$  và  $U_{AM} = U'_1$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$  và

$U_1 = \frac{3}{4}U'_1$ . Xác định hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega_1$  và  $\omega_2$

- A.  $\cos \varphi = 0,96; \cos \varphi' = 0,5$ .      B.  $\cos \varphi = 0,96; \cos \varphi' = 0,6$ .  
 C.  $\cos \varphi = 0,96; \cos \varphi' = 0,80$ .      D.  $\cos \varphi = 0,96; \cos \varphi' = 0,96$ .

Lời giải

Ta có  $u_{AM}$  vuông pha với  $u_{MB}$  với mọi tần số góc  $\omega \Rightarrow R.r = Z_I.Z_C$

Mạch có cộng hưởng điện với tần số góc  $\omega_0$  thì:

$$U_{AM} = U_{MB} \Rightarrow R = r \Leftrightarrow R^2 = Z_I.Z_C$$

Lại có:  $\cos \alpha_1 = \frac{U_1}{U_{AB}}$

$$\cos \alpha_2 = \frac{U_1'}{U_{AB}}. \text{ Lấy } \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha_1 = \sin \alpha_2 \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) + (2)} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha_1 = 0,6 \\ \cos \alpha_2 = 0,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{4}{3} \\ \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Có } \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{U_{MB}}{U_{AM}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{r^2 + Z_L^2}{R^2 + Z_C^2} = \frac{16}{9}$$

$$R^2 = Z_L \cdot Z_C \Rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{4R}{3} \\ Z_C = \frac{3R}{4} \end{cases} \Leftrightarrow 16Z_C^2 + 7Z_L Z_C - 9Z_L^2 = 0 \Rightarrow Z_C = \frac{9}{16} Z_L$$

$$\cos \varphi = \frac{R+r}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 0,96$$

Từ đó ta chọn D.

**Câu 29:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, tần số thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện  $C$  ( $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ). Thay đổi tần số đến các giá trị  $f_1$  và  $f_2$  thì cường độ dòng điện trong mạch là như nhau và công suất của mạch lúc này là  $P_0$ . Thay đổi tần số đến giá trị  $f_3$  thì điện áp hai đầu tụ điện cực đại và công suất mạch lúc này là  $P$ . Biết rằng  $\left(\frac{f_1}{f_3} + \frac{f_2}{f_3}\right)^2 = \frac{25}{2}$ . Gọi  $\delta = \frac{P_0}{P}$ . Giá trị  $\delta$  gần giá trị nào nhất sau đây?  
 A. 0,45.                      B. 0,57.                      C. 0,66.                      D. 2,2.

Lời giải

$$\text{Để có } \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}, \omega_3^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}$$

$$\text{Mà theo đề } R^2 = \frac{L}{C} \Rightarrow \omega_3^2 = \frac{1}{2LC} \Rightarrow f_3^2 = \frac{f_1 f_2}{2}$$

$$\text{Mặt khác } \left(\frac{f_1}{f_3} + \frac{f_2}{f_3}\right)^2 = \frac{25}{2} \text{ suy ra } f_1 = 2f_3\sqrt{2} = 2f_0$$

$$\text{Nên } \delta = \frac{Z_3^2}{Z_1^2} = \frac{6}{13}$$

Chọn A.

**Câu 30:** Một đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R = 32\Omega$  mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định có tần số  $f = 50\text{Hz}$ . Gọi  $u_R$  và  $u_L$  là điện áp tức thời ở hai đầu điện trở thuần và hai đầu cuộn dây. Biết  $65u_R^2 + 256u_L^2 = 1600$ , độ tự cảm của cuộn dây là?

- A.  $\frac{0,1}{\pi} \text{H}$ .                      B.  $\frac{0,36}{\pi} \text{H}$ .                      C.  $\frac{0,26}{\pi} \text{H}$ .                      D.  $\frac{0,16}{\pi} \text{H}$ .

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta được } \frac{u_R^2}{\left(\frac{8\sqrt{65}}{13}\right)^2} + \frac{u_L^2}{(2,5)^2} = 1. \text{ Vậy } U_{0R} = \frac{8\sqrt{65}}{13} \text{V}, U_{0L} = 2,5\text{V}$$

$$\text{Lập tỉ số } \frac{U_{0L}}{U_{0R}} = \frac{Z_L}{R} \Rightarrow Z_L = 2\sqrt{65}\Omega \Rightarrow L = \frac{\sqrt{65}}{50\pi} \approx \frac{0,16}{\pi}$$

Chọn D.

**Câu 31:** Một mạch điện AB gồm đoạn AM nối tiếp với đoạn MB. Đoạn AM gồm điện trở R mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi, đoạn MB chỉ có tụ điện C. Điện áp tức thời  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V. Điều chỉnh  $L = L_1$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng  $I = 0,5$  A,  $U_{MB} = 100$  V, dòng điện i trễ pha so với  $u_{AB}$  một góc  $\frac{\pi}{3}$ . Điều chỉnh  $L = L_2$  để điện áp hiệu dụng  $U_{AM}$  đạt cực đại.

Tính độ tự cảm  $L_2$ ?

A.  $L_2 = \frac{1 + \sqrt{2}}{\pi} H$ .    B.  $L_2 = \frac{1 + \sqrt{3}}{\pi} H$ .    C.  $L_2 = \frac{1 + \sqrt{6}}{\pi} H$ .    D.  $L_2 = \frac{2 + \sqrt{2}}{\pi} H$ .

Lời giải

Ta có:  $Z_C = \frac{100}{0,5} = 200\Omega$ ,  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow Z_L - Z_C = R\sqrt{3}$

$$\left. \begin{aligned} Z &= \frac{U}{I} = \frac{100}{0,5} = 200\Omega \\ Z &= \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 2R \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = 100\Omega$$

$$U_{AM} = I \cdot Z_{AM} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{400(100 - Z_L)}{100^2 + Z_L^2}}}$$

$U_{AM_{min}} \Leftrightarrow \frac{100 - Z_L}{100^2 + Z_L^2} = y = y_{max}$

$y = y_{max}$  khi đạo hàm  $y' = 0 \Rightarrow Z_L^2 - 200Z_L - 100 = 0$

$\Rightarrow Z_L = 100(1 + \sqrt{2}) \Omega \Rightarrow L = \frac{1 + \sqrt{2}}{\pi} (H)$

Chọn A.

**Câu 32:** Cho đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định thì cường độ hiệu dụng của dòng điện là  $I_1$ . Nếu nối tắt tụ điện thì cường độ dòng điện hiệu dụng là  $I_2 = 2 I_1$ , đồng thời hai dòng điện  $i_1, i_2$  vuông pha với nhau. Hệ số công suất của đoạn mạch khi không nối tắt tụ điện là:

A.  $0,1\sqrt{2}$ .    B.  $0,2\sqrt{3}$ .    C.  $0,1\sqrt{5}$ .    D.  $0,2\sqrt{5}$ .

Lời giải

Giá trị hệ số công suất của mạch lúc trước và sau lần lượt là  $\cos \varphi_1; \cos \varphi_2$

Khi đó ta có  $\begin{cases} \cos \varphi_2 = \sin \varphi_1 \\ 2 \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi_1^2 + 4 \cos \varphi_1^2 = 1 \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Chọn D.

**Câu 33:** Đặt 1 điện áp xoay chiều  $u_{AB} = U_0 \cdot \cos(100\pi t)$  V vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp thứ tự gồm AM chứa cuộn dây thuần cảm có  $Z_L = 200\sqrt{3}\Omega$ , MB chứa điện trở  $R = 100 \Omega$  và tụ điện có  $Z_C = 100\sqrt{3}\Omega$ . Tại thời điểm t,  $u_{AB} = \frac{U_0}{2}$  và đang giảm thì cường độ dòng điện có giá trị  $i = \frac{\sqrt{3}}{2}$  A.

Ở thời điểm  $t + \frac{1}{200}$  s điện áp tức thời giữa 2 đầu đoạn mạch MB có giá trị:

A.  $u_{MB} = 150$  V.    B.  $u_{MB} = 250$  V.    C.  $u_{MB} = 50$  V.    D.  $u_{MB} = 350$  V.

Lời giải

Ta có:  $\tan \varphi = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$  vậy i chậm pha hơn u  $\frac{\pi}{3}$

Tại thời điểm t:  $\vec{U}_0$  hợp với trục hoành một góc  $\frac{\pi}{3}$  vì  $i > 0$  nên  $\vec{I}_0$  nằm trên trục hoành. Ta có:

$I_0 = i_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} A$

Ở thời điểm  $t + \frac{1}{200} = t + \frac{T}{4}$  ta có  $\vec{I}_0$  quay thêm được một góc  $\frac{\pi}{2}$  nên nó hợp với trục hoành một góc  $\frac{\pi}{2}$ .  $u_{MB}$  chậm pha hơn i một góc  $\frac{\pi}{3}$  nên  $\vec{U}_{MB}$  hợp với trục hoành một góc  $\frac{\pi}{6}$ . Vậy điện áp tức thời giữa

2 đầu đoạn mạch MB có giá trị bằng:  $u_{MB} = U_{MB} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = I_0 \sqrt{R^2 + Z_C^2} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 150$  V.



Chọn A.

**Câu 34:** Một máy phát điện xoay chiều một pha có roto là một nam châm điện có một cặp cực quay đều với tốc độ  $n$  (bỏ qua điện trở thuần ở các cuộn dây phần ứng). Một đoạn mạch RLC được mắc vào hai cực của máy. Khi roto quay với tốc độ  $n_1 = 30$  (vòng/s) thì dung kháng tụ điện bằng  $R$ ; còn khi roto quay với tốc độ  $n_2 = 40$  (vòng/s) thì điện áp hiệu dụng trên tụ điện đạt giá trị cực đại. Để cường độ hiệu dụng qua mạch đạt giá trị cực đại thì roto phải quay với tốc độ:

- A. 120 vòng/s.      B. 220 vòng/s.      C. 10 vòng/s.      D. 50 vòng/s.

Lời giải

$$n = n_1 = 30 \text{ vòng/dây} \rightarrow R = Z_{C_1} \rightarrow \omega_1 \cdot R \cdot C = 1$$

$$n = n_2 : U_C = \frac{\frac{\Phi}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot \frac{1}{C}}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R^2}} = \frac{\frac{\Phi}{\sqrt{2}} \cdot 1}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R^2}}$$

$$U_{C_{max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_C \rightarrow LC = \frac{1}{\omega_2^2}$$

$$I = \frac{\frac{\Phi}{\sqrt{2}} \cdot \omega}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R^2}}$$

$n = n_3$ : Thay đổi  $\omega$  để  $I_{max}$  trong trường hợp này tương tự thay đổi  $\omega$  để  $U_{L_{max}}$  trong mạch RLC mắc nối tiếp có  $U$  không đổi  $\rightarrow \frac{1}{\omega_3 \cdot C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \rightarrow \omega_3 = \frac{1}{C \cdot \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{LC - \frac{R^2 C^2}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}}}$

Vậy:  $n_3 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}}} = 120$  (vòng/dây)

Chọn A.

**Câu 35:** Một máy tăng áp có tỷ lệ số vòng dây 2 cuộn là 0,5. Nếu ta đặt vào 2 đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng là 130V thì điện áp đo được ở 2 đầu cuộn thứ cấp để hở là 240V. Hãy lập tỷ lệ giữa điện trở thuần  $r$  của cuộn dây sơ cấp và cảm kháng  $Z_L$  của cuộn dây ?

- A. 5/12.      B. 1/12.      C. 1/3.      D. 5/12.

Lời giải

Ta có:  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_L}{U_2} = 0,5 \Rightarrow U_L = 0,5U_2 = 120V$

Lại có:  $U_L^2 + U_r^2 = U_2^2 = 130^2 \Rightarrow U_r = 50V$

$$\frac{U_r}{r} = \frac{U_L}{Z_L} \Rightarrow \frac{r}{Z_L} = \frac{U_r}{U_L} = \frac{5}{12}$$

Chọn D.

**Câu 36:** Một máy biến áp có lõi sắt gồm  $n$  nhánh đối xứng nhưng chỉ có hai nhánh là được cuốn dây. Coi hao phí của máy là rất nhỏ. Khi điện áp xoay chiều mắc vào cuộn 1 (có số vòng  $N_1$ ) thì điện áp đo ở cuộn 2 (có số vòng  $N_2$ ) để hở là  $U_2$ . Tính  $U_2$  theo  $U, N_1, N_2$  và  $n$

- A.  $U_2 = U_1 \frac{N_2}{(n-2) \cdot N_1}$       B.  $U_2 = U_1 \frac{N_3}{(n-1) \cdot N_1}$
- C.  $U_2 = U_1 \frac{N_1}{(n-1) \cdot N_1}$       D.  $U_2 = U_1 \frac{N_2}{(n-1) \cdot N_1}$

Lời giải

Suất điện động cuộn sơ cấp:  $E_1 = -N_1 \phi_1'$

Thứ cấp nhận được:  $E_2 = -N_2 \frac{\phi_2}{n-1}$

Lại có:  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} \Leftrightarrow \frac{U_1}{U_2} = (n-1) \frac{N_1}{N_2}$ . Chọn D.

**Câu 37:** Cho đoạn mạch xoay chiều  $RLC_1$  mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Biết tần số dòng điện là  $50Hz$ ,  $L = \frac{1}{5\pi} (H)$ ,  $C_1 = \frac{10^{-3}}{5\pi} (F)$ . Muốn dòng điện cực đại thì phải ghép thêm với tụ điện  $C_1$  một tụ điện dung  $C_2$  bằng bao nhiêu và ghép thế nào?

- A. Ghép nối tiếp và  $C_2 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi}$ .      B. Ghép nối tiếp và  $C_2 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi}$ .  
 C. Ghép song song và  $C_2 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi}$ .      D. Ghép song song và  $C_2 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi}$ .

Lời giải

Muốn dòng điện cực đại thì  $C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F)$

Thấy  $C > C_1$  nên phải mắc thêm một tụ điện dung  $C_2 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F)$  và mắc song song. Chọn C.

**Câu 38:** Đặt một điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (với  $\omega$  thay đổi) vào đoạn mạch  $R, L, C$  nối tiếp thỏa mãn  $CR^2 \leq 2L$ . Gọi  $V_1, V_2, V_3$  lần lượt là các Vôn kế đặt vào lần lượt hai đầu  $R, L, C$ . Khi tăng dần tần số thì thấy trên mỗi Vôn kế đều có một giá trị cực đại, tìm thứ tự lần lượt các Vôn kế chỉ giá trị cực đại khi tăng dần tần số. (Giả sử các Vôn kế chạy bình thường)

Lời giải

$$U_{Rmax} \Leftrightarrow \omega_1^2 = \frac{1}{LC}, \quad U_{Lmax} \Leftrightarrow \omega_2^2 = \frac{1}{C^2} \left( \frac{1}{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \right) = \frac{1}{LC - \frac{C^2 R^2}{2}} > \omega_1^2$$

$$U_{Cmax} \Leftrightarrow \omega_3^2 = \frac{1}{L^2} \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} < \omega_1^2$$

Vậy thứ tự là  $V_3, V_1, V_2$

**Câu 39:** Một mô-tơ điện sử dụng điện áp xoay chiều  $220V \sim 50Hz$ , hệ số công suất của mô-tơ bằng  $0,9$  và coi tổn hao ở mô-tơ chủ yếu do sự tỏa nhiệt. Cho điện trở dây cuốn của mô-tơ là  $10,5\Omega$ . Người công nhân dùng mô-tơ điện để nâng một kiện hàng có khối lượng  $100kg$  từ mặt đất lên độ cao  $36m$  trong thời gian  $1$  phút. Coi kiện hàng chuyển động đều. Lấy  $g = 10 (m/s^2)$ . Cường độ dòng điện qua mô-tơ gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $15 A$ .      B.  $8 A$ .      C.  $3 A$ .      D.  $4 A$ .

Lời giải

Ta có:

$$P_{\text{doàn,phan}} = P_{\text{coi,ich}} + P_{\text{toa,nhiệt}} \Leftrightarrow UI \cos \varphi = \frac{mgh}{t} + I^2 R \Rightarrow I \approx 3,8 A. \text{ Chọn D.}$$

**Câu 40:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào 2 đầu đoạn mạch gồm biến trở, cuộn cảm thuần và tụ điện.

Thay đổi biến trở đến khi công suất trên đạt cực đại thì dòng điện trong mạch là  $i = 2\sqrt{2} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right)$

(A). Thay đổi biến trở đến giá trị  $R_X$  thì công suất trên mạch lúc này là  $P$  và dòng điện trong mạch là  $i = \sqrt{2} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$  (A). Thay đổi biến trở đến giá trị  $R_Y$  thì lúc này là công suất trên mạch lúc này là  $P$ , dòng điện trong mạch lúc này là?

- A.  $i = 2 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right)$  (A).      B.  $i = 2 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right)$  (A).  
 C.  $i = \sqrt{14} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{4} \right)$  (A).      D.  $i = \sqrt{14} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right)$  (A).

Lời giải

R thay đổi để P đạt cực đại khi và chỉ khi:  $R^2 = (Z_L - Z_C)^2$

Khi đó độ lệch pha của u so với i là  $\Delta \varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_u = \frac{\pi}{12}$ ; hoặc  $\varphi_u = \frac{7\pi}{12}$ ;

Khi  $R = R_X$  hoặc  $R = R_Y$  thì công suất bằng nhau nên ta có:  $R_X R_Y = R^2 = (Z_L - Z_C)^2$

$$\Leftrightarrow \vec{i}_X \perp \vec{i}_Y$$

$$\Leftrightarrow \varphi_{iY} = \frac{\pi}{6}$$

Mặt khác ta có  $P = UI \cos \Delta\varphi \Leftrightarrow I_Y = \sqrt{14} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right) (A)$

Chọn D.

**Câu 41:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos_2 \pi f t$  vào 2 đầu đoạn mạch gồm R và C mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  hoặc  $f_2 = 3f_1$  thì hệ số công suất tương ứng của đoạn mạch là  $\cos \varphi_2 = \sqrt{2} \cos \varphi_1$ . Khi tần số là  $f_3 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$  hệ số công suất của đoạn mạch  $\cos \varphi_3$  bằng.

- A.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{7}}{5}$ .      C.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$ .      D.  $\frac{\sqrt{7}}{5}$ .

Lời giải

Theo đề ra:  $f_2 = 3f_1 \Rightarrow \omega_2 = 3\omega_1 \Rightarrow Z_{C1} = 3Z_{C2}$

$$\cos \varphi_2 = \sqrt{2} \cos \varphi_1 \Leftrightarrow R^2 = Z_{C1}^2 - 2Z_{C2}^2 = \frac{7}{9} Z_{C1}^2$$

$$f_3 = \frac{f_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow Z_{C3} = \sqrt{2} Z_{C1}$$

$$\text{Nên: } \cos \varphi_3 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_{C3}^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 2 \cdot \frac{9}{7} R^2}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

Chọn D.

**Câu 42:** Mạch điện xoay chiều gồm biến trở, cuộn dây không thuần cảm và tụ điện ghép nối tiếp. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \sin \omega t (V)$ . Trong đó U và  $\omega$  không đổi. Khi biến trở  $R = 75\Omega$  thì công suất tiêu thụ trên biến trở đạt giá trị lớn nhất. Xác định điện trở thuần của cuộn dây và tổng trở của mạch AB, biết chúng có giá trị nguyên.

- A.  $r = 21\Omega$  và  $Z = 120\Omega$ .      B.  $r = 21\Omega$  và  $Z = 100\Omega$ .  
C.  $r = 21\Omega$  và  $Z = 105\Omega$ .      D.  $r = 15\Omega$  và  $Z = 120\Omega$ .

Lời giải

Công suất tiêu thụ trên được xác định bởi:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{Z^2} \cdot R = \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \cdot R = \frac{U^2}{2r + R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

Để công suất trên R lớn nhất thì  $2r + R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R}$  min

Áp dụng BDT Cauchy ta có  $P_{max} \Leftrightarrow R^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2$

Mặt khác  $Z^2 = R^2 + 2Rr + r^2 + (Z_L - Z_C)^2$  nên:

$$Z^2 = 2R^2 + 2Rr = 2R(R+r) = 150(R+r)$$

Theo đề ra  $Z, r \in \mathbb{Z}$  nên  $(R+r) \in \mathbb{Z}$  và  $Z^2$  chia hết cho 150

So sánh với đáp án ta suy ra  $Z = 120\Omega$ , từ đó ta có  $r = 21\Omega$ .

Chọn A.

**Câu 43:** Đặt điện xoay chiều ổn định có giá trị hiệu dụng  $100\sqrt{3}$  vào 2 đầu đoạn AB gồm 2 đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM là cuộn dây có điện trở thuần, đoạn MB gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với tụ điện. Điện áp hiệu dụng trên MB gấp đôi điện áp trên R và cường độ dòng điện hiệu dụng trên R và cường độ dòng điện hiệu dụng trên mạch 0,5A. Điện áp MB vuông pha với điện áp AB. Công suất tiêu thụ của toàn đoạn mạch là?

- A. 150W.      B. 90W.      C. 50W.      D. 100W.

Lời giải

Ta có:  $Z = \frac{U}{I} = 200\sqrt{3} (\Omega)$

$+U_{MB} = 2U_R \Rightarrow U_{MB}$  chậm pha hơn  $i$  một góc  $60^\circ$

$+u$  nhanh pha hơn  $U_{MB}$  một góc  $90^\circ \Rightarrow u$  nhanh pha hơn  $i$  một góc  $30^\circ$

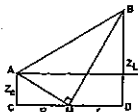
$\Rightarrow \cos(30^\circ) = \frac{R}{Z} \Rightarrow R = 300 (\Omega)$

Vậy:  $P = 2RI^2 = 2.300.0,5^2 = 150 (W)$  Chọn A.

**Câu 44:** Một đoạn mạch AB gồm AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm R và C nối tiếp với đoạn mạch MB (gồm L và  $r = R$ ), đặt vào AB một điện áp xoay chiều chỉ có tần số góc thay đổi thì AM luôn vuông pha với MB. Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp trên AM có giá trị hiệu dụng là  $U_1$  và trễ pha với điện áp trên AB một góc  $\alpha_1$  Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp trên AM có giá trị hiệu dụng là  $U_2$  và trễ pha với điện áp trên AB một góc  $\alpha_2$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$  và  $U_1 = U_2\sqrt{3}$ . Hệ số công suất của AM trong 2 trường hợp  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  Lần lượt là:

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B. 0,45 và 0,75.      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và 0,5.      D. 0,5 và  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Lời giải



Do  $u_{AM} \perp u_{MB} \Rightarrow \tan \varphi_{AM} \cdot \tan \varphi_{MB} = -1 \Leftrightarrow Z_L Z_C = R^2$

Ta có:  $U_1 = U \cos \alpha_1, U_2 = U \cos \alpha_2 = U \sin \alpha_1$  (do  $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$ )

$\Rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{3} = \frac{U_{MB}}{U_{AM}}$

$\Delta AMG \sim \Delta MBD \Rightarrow \frac{Z_L}{r} = \frac{R}{Z_C} = \frac{BM}{AM} = \sqrt{3}$

Vậy  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Chọn A.

Dạng bài này bị cố định bởi các giả thiết và chỉ thay đổi tỉ lệ  $U_1, U_2$  nên có thể đưa ra công thức tổng

quát là với  $\frac{U_1}{U_2} = k$  thì  $\tan \varphi = \frac{k-1}{2}$ , ấn **SHIFT** + **tan** + **Ans**  $\Rightarrow \varphi \Rightarrow \cos \varphi =$

**Câu 45:** Cho mạch RLC nối tiếp. Điện trở thuần R, L thay đổi được, tụ điện có điện dung C. Điện áp xoay chiều đặt vào 2 đầu mạch  $u = U_0 \cos(\omega t)$ . Khi thay đổi độ tự cảm đến  $L_1 = \frac{1}{\pi} (H)$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch cực đại, lúc đó công suất của mạch bằng 200W. Khi thay đổi L đến  $L_2 = \frac{2}{\pi} (H)$  thì điện áp hiệu dụng giữa 2 cuộn cảm cực đại bằng 200V. Điện dung C có giá trị:

- A.  $C = \frac{200}{\pi} (\mu F)$ .      B.  $C = \frac{50}{\pi} (\mu F)$ .      C.  $C = \frac{150}{\pi} (\mu F)$ .      D.  $C = \frac{100}{\pi} (\mu F)$ .

Lời giải

Ta có: khi  $L = L_1$  thì  $I_{max}$  tức là cộng hưởng nên:  $P_{max} = \frac{U^2}{R} = 200$  và  $Z_C = Z_{L1}$

Khi  $L = L_2 = 2L_1 \Rightarrow Z_{L2} = 2Z_{L1} = 2Z_C$  khi đó:

$U_{L_{max}} \Rightarrow Z_{L2} = \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C} \Leftrightarrow 2Z_C = \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C} \Rightarrow R = Z_C$

Khi đó:  $U_{L_{max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$ , thay  $R = Z_C$  vào ta có:  $U\sqrt{2} = 200 \Rightarrow U = 100\sqrt{2}$   
 thay vào  $P_{max}$  ta được  $R = 200\Omega$  và từ  $R = Z_C = Z_{L1}$ , từ đó ta sẽ tính được  $C$

Chọn C.

**Câu 46:** Một nhà máy thủy điện cung cấp điện cho 1 thành phố cách nó 80 km bằng đường dây tải điện 1 pha, hệ số công suất của đường dây bằng 1. Đường dây tải làm tiêu hao 5% công suất cần tải và ở thành phố còn nhận được công suất 47500 kW với điện áp hiệu dụng 190 kV. Đường dây làm bằng đồng có điện trở suất  $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$  và khối lượng riêng là  $\frac{8800kg}{m^3}$ . Khối lượng đồng dùng làm đường dây này bằng.

- A. 190 tấn.                      B. 90 tấn.                      C. 180 tấn.                      D. 100 tấn.

Lời giải

Ta có: Công suất hao phí trên đường dây:

$$\Delta P = \frac{P^2 R}{U^2} = 0,05P \Rightarrow PR = 0,05U^2 \Rightarrow R = \frac{0,05U^2}{P}$$

Trong đó:  $0,95P = 47500kW \Rightarrow P = 50000kW$

$$U = U_0 + \Delta U = U_0 + IR = U_0 + \frac{PR}{U} \Rightarrow U = U_0 + 0,05U$$

$$\Rightarrow U = \frac{U_0}{0,95} = 200kV$$

$$\Rightarrow R = \frac{0,05U^2}{P} = \frac{0,05 \cdot 4 \cdot 10^{10}}{5 \cdot 10^7} = 40\Omega$$

Lại có:  $R = \frac{\rho l}{S} \Rightarrow S = \frac{\rho l}{R}$

$$m = VD = S l D = \frac{\rho l^2 D}{R} = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot D}{R} = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{16^2 \cdot 10^8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 10^3}{40} \approx 90 \text{ tấn.}$$

Chọn B.

**Câu 47:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào 2 đầu đoạn mạch RLC và R là biến trở. Khi R có giá trị  $R_1$  và  $R_2$  thì công suất tiêu thụ của mạch là  $P_1 = P_2 = P$  và ứng với  $R_1$  điện áp 2 đầu đoạn mạch lệch pha so với dòng điện 1 góc  $\phi$ . Công suất của mạch lớn nhất khi  $R = R_0$  là.

- A.  $R_0 = \frac{U^2}{2P} \sin 2\phi$ .                      B.  $R_0 = \frac{U^2}{2P} \cos 2\phi$ .                      C.  $R_0 = \frac{U^2}{2P} \sin \phi$ .                      D.  $R_0 = \frac{U^2}{P} \sin \phi$ .

Lời giải

Ta có: thay đổi R để P cùng giá trị ta sẽ được như sau:

$$P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

Từ đó ta sẽ thu được như sau: khi  $R = R_0$  thì  $P_{max} = \frac{U^2}{2R}$  và khi có hai giá trị  $R_1, R_2$  để P bằng nhau thì  $tg\varphi_1 \cdot tg\varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

**Câu 48:** Đặt điện áp xoay chiều vào 2 đầu R, L, C (C thay đổi)  $L = \frac{3}{4} (H)$ . Khi  $C = C_1 = \frac{0,1}{2\pi} (mF)$  thì dòng điện trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với điện áp 2 đầu đoạn mạch. Khi  $C = \frac{3C_1}{5}$  thì điện áp giữa 2 bản tụ cực đại. Tần số trong mạch là?

- A.  $100\pi$ .                      B.  $200\pi$ .                      C.  $300\pi$ .                      D.  $150\pi$ .

Lời giải

Ta có:  $C = C_1 \Rightarrow tg\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = tg\frac{\pi}{4} (1)$

Lại có:  $C = C_2 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{5}{3} Z_{C1} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{(Z_L - Z_{C1})^2 + Z_L^2}{Z_L}$

$$\Rightarrow \frac{5Z_{C1}}{3} = \frac{(Z_L - Z_{C1})^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{Z_{C1}^2 - 2Z_L Z_{C1} + 2Z_L^2}{Z_L} (2)$$

Chia hai vế của (2) cho  $Z_L$  ta được:

$$\frac{5Z_{C1}}{3Z_L} = \left(\frac{Z_{C1}}{Z_L}\right)^2 - 2\frac{Z_{C1}}{Z_L} + 2 \Rightarrow X^2 - \frac{11X}{3} + 2 = 0 \text{ với } X \text{ là } \frac{Z_{C1}}{Z_L}$$

Ta sẽ được 2 nghiệm:

Nghiệm thứ nhất:

$$X = 3 \Rightarrow Z_{C1} = 3Z_L \text{ không thoả (1)}$$

Nghiệm thứ hai:

$$X = \frac{2}{3} \Rightarrow Z_{C1} = \frac{2}{3}Z_L \Rightarrow \frac{1}{\omega C_1} = \frac{2}{3}\omega L \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3}{2LC_1}} = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

Chọn A.

**Câu 49:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (V) hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự  $R_1, R_2$  và cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Biết  $R_1 = 2R_2 = 200\sqrt{3}\Omega$ . Điều chỉnh  $L$  cho đến khi hiệu điện thế thời giữa 2 đầu mạch chứa  $R_2$  và  $L$  lệch pha cực đại so với hiệu điện thế giữa 2 đầu đoạn mạch, giá trị của độ tự cảm lúc đó là.

- A.  $L = \frac{2}{\pi}$ .      B.  $L = \frac{3}{\pi}$ .      C.  $L = \frac{4}{\pi}$ .      D.  $L = \frac{1}{\pi}$ .

Lời giải

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L}{R_1}$$

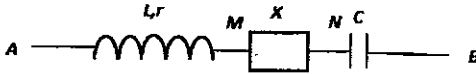
$$tg\varphi = \frac{R_1 + R_2}{Z_L}$$

$$\Rightarrow tg\varphi_1 = \frac{3}{2}tg\varphi$$

Để độ lệch pha  $u_{LR_2}$  với  $U$  mạch là lớn:

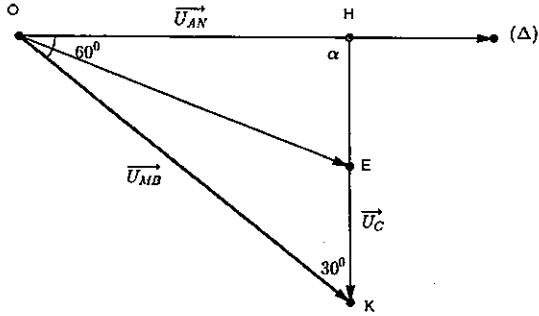
$$tg(\varphi_1 - \varphi) = \frac{tg\varphi_1 - tg\varphi}{1 + tg\varphi_1 \cdot tg\varphi} = \frac{0,5 \cdot tg\varphi}{1 + 1,5 \cdot tg^2\varphi} \text{ Sử dụng BDT Cauchy ta sẽ có kết quả.}$$

**Câu 50:**  $X$  là hộp đen chứa trong 3 phần tử  $L, R, C$  mắc nối tiếp  $U_{AN} = 100 \cos(100\pi t)$ ,  $U_{MB} = 200 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  và  $\omega = 100\pi = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Viết biểu thức  $U_X$ ?



- A.  $U_X = 25\sqrt{28} \cos\left(100\pi t - \frac{41\pi}{180}\right)$ .      B.  $U_X = 16\sqrt{28} \cos\left(100\pi t + \frac{36\pi}{180}\right)$ .  
 C.  $U_X = 25\sqrt{28} \cos\left(100\pi t + \frac{36\pi}{180}\right)$ .      D.  $U_X = 16\sqrt{28} \cos\left(100\pi t - \frac{41\pi}{180}\right)$ .

Lời giải



$$Z_L = L\omega, Z_C = \frac{1}{C\omega}, Z_L = Z_C$$

$$\Rightarrow \vec{U}_{AL} = \vec{U}_L + \vec{U}_X$$

$$\vec{U}_{MB} = \vec{U}_O + \vec{U}_X$$

$$\text{Với } U_{MB} = 2U_{AN} = 100\sqrt{2}$$

Lấy trục  $(\Delta)$ , biểu diễn  $\vec{U}_{AL}, \vec{U}_{MB}$

Xét tam giác OHK:  $HK = 2U_2 = 2U_C$

$$\Rightarrow HK = \sqrt{(50\sqrt{2})^2 + (100\sqrt{2})^2} - 2.50.100 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow U_L = U_C = 25\sqrt{6} (V)$$

Dùng định luật hàm số sin:

$$\frac{HK}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{CK}{\sin \alpha} = \frac{50\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sin \alpha} \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \vec{U}_L \perp (\Delta)$$

$$\text{Lại có: } \tan \varphi_x = \frac{HE}{OH} = \frac{25\sqrt{6}}{50\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_x \approx 41^\circ \quad U_X = \sqrt{OH^2 + HE^2} = \sqrt{25^2 \cdot 6 + 50^2 \cdot 2} = 25\sqrt{14} (V)$$

$$u_x = U_X \sqrt{2} \cos(100\pi t - \varphi_x) = 25\sqrt{28} \cos\left(100\pi t - \frac{41\pi}{180}\right)$$

Chọn A.

**Câu 51:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có điện trở thuần, giữa hai điểm M và N chỉ có cuộn dây, giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều 175 V - 50 Hz thì điện áp hiệu dụng trên đoạn AM là 25V, trên đoạn MN là 25V và trên đoạn NB là 175V. Hệ số công suất của đoạn mạch AB là

A.  $\frac{3}{5}$ .

B.  $\frac{1}{7}$ .

C.  $\frac{17}{25}$ .

D.  $\frac{7}{25}$ .

**Lời giải**

Lời giải 1: Theo đề bài, ta có:  $U_{AB} = U_C = 175 (V), U_R = U_d = 25 (V)$

Cuộn dây có điện trở r.

$$\text{Ta có: } U_d^2 = U_r^2 + U_L^2 = 25^2 \quad (1)$$

$$U_{AB}^2 = (U_R + U_r)^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$= U_R^2 + (U_L + U_r)^2 + U_C^2 + 2U_R U_r - 2U_L U_C$$

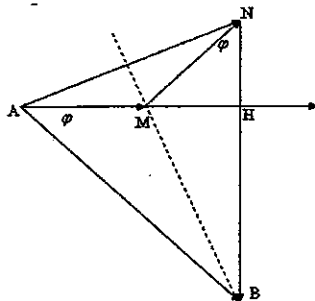
$$\Rightarrow U_{AB}^2 = U_R^2 + U_d^2 + U_C^2 + 2U_R U_r - 2U_L U_C = 175^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow U_L = 7 (V), U_r = 7U_L - 25 = 24 (V)$$

$$\text{Lại có: } \cos \varphi = \frac{U_R + U_r}{U_{AB}} = \frac{25 + 24}{175} = \frac{7}{25}$$

Chọn D.

Lời giải 2:



Tam giác ABN và AMN cân tại B và M. Ta có:  $NB=HB+NH$   
 $\Rightarrow 175 \cdot \sin \varphi + 25 \cdot \cos \varphi = 175 \Rightarrow 175^2 (1 - \sin \varphi)^2 = 2 \Rightarrow \sin \varphi = \frac{24}{25}$

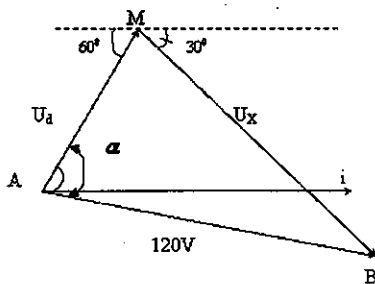
Vậy:  $\cos \varphi = \frac{7}{25}$

Chọn D.

**Câu 52:** Khi đặt vào hai đầu cuộn dây một điện áp xoay chiều  $120V - 50Hz$  thì thấy dòng điện chạy qua cuộn dây có giá trị hiệu dụng là  $2A$  và trễ pha  $\frac{\pi}{3}$  so với điện áp hai đầu mạch. Khi nối tiếp cuộn dây trên với một mạch điện X rồi đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều như trên thì thấy dòng điện chạy qua mạch có giá trị hiệu dụng  $1A$  và sớm pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch X. Công suất tiêu thụ trên toàn mạch khi ghép thêm X là:

- A.  $120W$ .      B.  $300W$ .      C.  $200\sqrt{2}W$ .      D.  $300\sqrt{3}W$ .

Lời giải



Ta có:  $Z_d = \frac{U}{I} = \frac{120}{2} = 60\Omega$

Khi mắc nối tiếp với X thì:  $U_d = I \cdot Z_d = 1.60 = 60(V)$

Dựa vào giản đồ vectơ ta thấy: Tam giác AMB vuông tại M nên:  $\cos \alpha = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow \vec{AB} \equiv \vec{I}$   
 $\Rightarrow P = UI \cos \alpha = UI = 120(W)$

Chọn A.



**Câu 53:** Một đoạn mạch gồm một cuộn cảm có độ tự cảm  $L$  và điện trở thuần  $r$  mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Đặt vào 2 đầu mạch một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  không đổi. Khi điều chỉnh để điện dung tụ điện có giá trị  $C = C_1$  thì điện áp giữa hai đầu tụ và cuộn cảm có cùng giá trị bằng  $U$ , cường độ dòng điện trong mạch khi đó có biểu thức  $i_1 = 2\sqrt{6} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (A). Khi điều chỉnh  $C = C_2$  thì điện áp giữa 2 bản tụ điện có giá trị cực đại.

Cường độ dòng điện tức thời trong mạch có biểu thức là:

- A.  $i_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$  (A).      B.  $i_2 = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$  (A).  
 C.  $i_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (A).      D.  $i_2 = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (A).

Lời giải

Khi  $C = C_1$ :  $r^2 + Z_L^2 = Z_C^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2$

$\Rightarrow Z_C = 2Z_L; r = Z_L\sqrt{3} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

Khi  $C = C_2$  ta có:  $Z_{C_2} = 4Z_L \Rightarrow Z_2 = Z_1\sqrt{3}; \tan \varphi = -\sqrt{3}$

Vậy  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$

Chọn A.

**Câu 54:** Đặt điện áp  $u = 200 \cos(100\pi t)V$  vào hai đầu đoạn mạch gồm AM chứa điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với một tụ điện, MB chứa cuộn dây. Điện áp trên AM và BM lệch pha so với dòng điện lần lượt là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  sao cho  $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ . Biểu thức điện áp trên AM có thể là

- A.  $u = 50\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ .      B.  $u = 50\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ .  
 C.  $u = 100 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ .      D.  $u = 100 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ .

Lời giải

Do  $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$  nên  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  vuông pha

Mặt khác:  $\cos \varphi_{AM} = \frac{R}{Z_{AM}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow Z_{AM} = \frac{2R}{\sqrt{3}}$

Tương tự:  $\cos \varphi_{MB} = \frac{R}{Z_{MB}} = \frac{1}{2} \Rightarrow Z_{MB} = 2R$

$U_{AM} = I \cdot Z_{AM} = \frac{2IR}{\sqrt{3}} = \frac{U_{MB}}{\sqrt{3}} \Rightarrow U_{AB} = \sqrt{U_{AM}^2 + U_{MB}^2} = 2U_{AM} \Rightarrow U_{AM} = \frac{U_{AB}}{2} = 50V$

Từ đó ta chọn đáp án B vì  $u_{AM}$  chậm pha hơn  $u_{AB}$

Chọn B.

**Câu 55:** Cuộn sơ cấp của máy biến áp mắc qua ampe kế vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 100V thì ampe kế chỉ 0,0125A. Biết cuộn thứ cấp mắc vào mạch gồm 1 cuộn dây không thuần cảm có  $r = 1\Omega$ , độ tự cảm  $L$  và một điện trở  $R = 9\Omega$  mắc nối tiếp. Tỷ số giữa vòng dây cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp bằng 20. Bỏ qua hao phí. Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và điện áp ở cuộn thứ cấp là.

- A.  $\frac{\pi}{3}$ .      B.  $\frac{\pi}{2}$ .      C.  $\frac{\pi}{4}$ .      D.  $\frac{\pi}{-3}$ .

Lời giải

Ta có:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = 20$$

$$\Rightarrow U_2 = 5V; I_2 = 0,25A$$

$$\Rightarrow Z = \frac{U_2}{I_2} = 20\Omega \text{ Khi đó:}$$

$$\cos \varphi = \frac{R+r}{Z} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$

Chọn A.

**Câu 56:** Một phân xưởng cơ khí sử dụng một động cơ điện xoay chiều có hiệu suất 80%. Khi động cơ hoạt động nó sinh ra một công suất cơ là 7,5kW. Biết mỗi ngày động cơ hoạt động 8 giờ và giá tiền của một "số" điện công nghiệp là 2000 đồng. Trong một tháng (30 ngày), số tiền mà phân xưởng đó phải trả cho ngành điện là

- A. 1.350.000đ.
- B. 5.400.000đ.
- C. 2.700.000đ.
- D. 4.500.000đ.

Lời giải

Ta có hiệu suất:  $H = \frac{P_{dc}}{P_{cc}}$

Với  $P_{dc}$  là công suất động cơ và  $P_{cc}$  là công suất điện cần cung cấp

$\Rightarrow P_{cc} = \frac{P_{dc}}{H} = 9,375kW$

Điện năng tiêu thụ điện năng cung cấp trong tháng:

$A = P.T = 9,375.30.8 = 2250kWh$

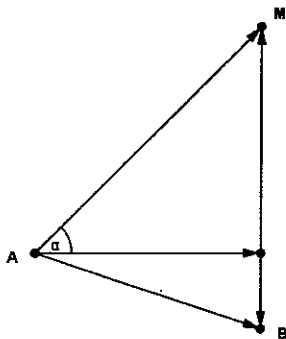
Vậy số tiền trả: 4.500.000đ.

Chọn D.

**Câu 57:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm cuộn cảm thuần L mắc nối tiếp với điện trở R, đoạn MB chỉ có tụ điện C. Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AM và điện áp giữa hai đầu MB có giá trị hiệu dụng bằng nhau và cường độ dòng điện chạy trong mạch lệch pha  $\frac{\pi}{12}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Hệ số công suất ở hai đầu đoạn mạch AM bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- C.  $\frac{1}{2}$ .
- D. 0,26.

Lời giải



Từ giản đồ vec-tơ ta thấy ngay tam giác AMB cân tại M do  $U_{AM} = U_{MB}$  Khi đó :

$\widehat{MAB} = \widehat{MBA} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$

Suy ra:  $\alpha = \widehat{MAB} - \frac{\pi}{12} = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$

Nên:  $\cos \varphi_{AM} = \cos \alpha = \frac{1}{2}$

Chọn C.

**Câu 58:** Đặt điện áp  $U = U_0 \cos(2\pi ft)$  V vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Lần lượt thay đổi tần số  $f = f_1 Hz$ ;  $f = f_1 + 150 Hz$ ;  $f = f_1 + 50 Hz$  thì hệ số công suất của đoạn mạch lần lượt là  $1$ ;  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{15}{17}$ . Tần số để mạch xảy ra cộng hưởng gần giá trị nào nhất sau đây ?  
 A. 60 Hz.      B. 150 Hz.      C. 120 Hz.      D. 100 Hz.

Lời giải

$$Z_{L_1} = Z_{C_1}; Z_{L_2} - Z_{C_2} = \frac{4R}{3}; Z_{L_3} - Z_{C_3} = \frac{8R}{15}$$

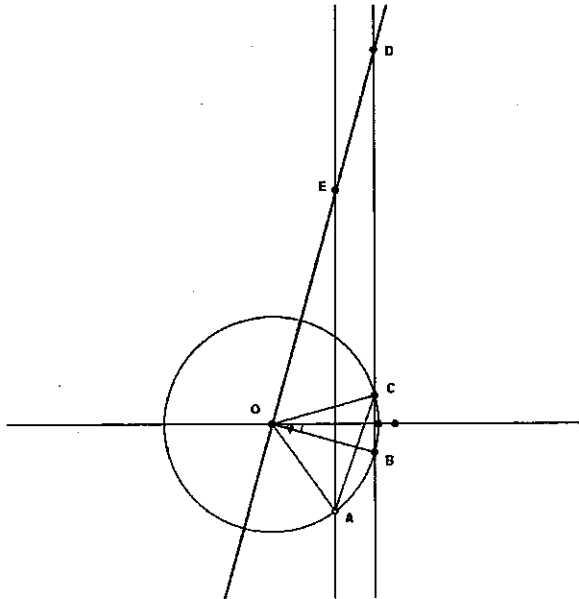
Do đó có biểu thức:

$$\frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2) \omega_3}{\omega_2 (\omega_3^2 - \omega_1^2)} = \frac{5}{2} \rightarrow f_1 \approx 60 (Hz).$$

Chọn A.

**Câu 59:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào 2 đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm 1 cuộn dây và tụ điện C thay đổi được. Ban đầu  $C = C_1$  điện áp hiệu dụng ở 2 đầu tụ điện đạt cực đại, dòng điện sớm pha 1 góc  $\varphi$ . Khi  $C = C_2$  điện áp 2 đầu tụ điện là 473,2V dòng điện trễ pha hơn điện áp 2 đầu 1 đoạn mạch là  $\varphi$ .  $C = C_3$  điện áp hiệu dụng ở 2 đầu tụ điện áp là 473,2V, điện áp hiệu dụng ở 2 đầu cuộn dây giảm  $100\sqrt{2}$  so với khi  $C = C_2$ , giá trị U là.

Lời giải



Chọn O làm gốc, Oi là trục thể hiện dòng điện.

Ban đầu  $C = C_1$  điện áp hiệu dụng ở 2 đầu tụ điện đạt cực đại, dòng điện sớm pha 1 góc  $\varphi$ . Thể hiện điều này với OB (thể hiện điện áp giữa hai đầu mạch) hợp với Oi một góc  $\varphi$ ; OD thể hiện điện áp hai đầu cuộn dây, OD vuông góc với OB, lúc này DB thể hiện điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện.

Khi  $C = C_2$  điện áp 2 đầu tụ điện là 473,2V dòng điện trễ pha hơn điện áp 2 đầu 1 đoạn mạch là  $\varphi$ . Thể hiện điều này OC là điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch, OC hợp với Oi góc  $\varphi$

$C = C_3$  điện áp hiệu dụng ở 2 đầu tụ điện áp là  $473,2V$ , điện áp hiệu dụng ở 2 đầu cuộn dây giảm  $100\sqrt{2}$  so với khi  $C = C_2$

OA thể hiện điện áp giữa hai đầu đoạn mạch. Từ A kẻ đường vuông góc với Oi cắt OD tại E, lúc này AE thể hiện điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện, OE thể hiện điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây. Như vậy  $OA = OB = OC = U$ ;  $AE = CD = 473,2(V)$ ;  $ED = AC = 100\sqrt{2}$  Tam giác AOC cân tại O nên  $\widehat{AOC} = 2\widehat{BOC} = 4\varphi$  Trong tam giác ấy ta có  $AC = 2OC \cdot \sin 2\varphi \Rightarrow 50\sqrt{2} = U \cdot \sin \varphi$

Từ đó ta tính được  $U \approx 100\sqrt{2}$

**Câu 60:** Cho mạch điện R, L,  $\omega$  không đổi mắc nối tiếp với điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh C để  $(U_{RL} + U_C)_{max}$ . Tìm  $Z_C$  theo R và  $Z_L$ .

Lời giải

Ta có:  $U' = \frac{U}{\sqrt{R_2 + (Z_L - Z_C)^2}} (\sqrt{R^2 + Z_L^2} + Z_C)$

Xét:  $A = \frac{\sqrt{\frac{Z_L^2}{R^2} + 1} + \frac{Z_C}{R}}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_C}{R}\right)^2}}$

Ta chọn:  $Z_L = 2\sqrt{2}R$ ;  $\frac{Z_C}{R} = x$ . Khi đó:  $A^2 = \frac{9 + x^2 + 6x}{x^2 + 9 + 4\sqrt{2}x} = 1 + \frac{(6 - 4\sqrt{2})}{x + \frac{9}{x} + 4\sqrt{2}}$

Thấy:  $x + \frac{9}{x} \geq 6 \rightarrow A_{max} \rightarrow U'_{max}$  khi:  $Z_C = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

**Câu 61:** Cho đoạn mạch xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp. Đặt vào 2 đầu mạch 1 điện áp xoay chiều có tần số thay đổi được. Khi tần số của điện áp 2 đầu mạch là  $f_0 = 60Hz$  thì điện áp hiệu dụng 2 đầu cuộn cảm thuần đạt cực đại. Khi tần số của điện áp 2 đầu là  $f = 50Hz$  thì điện áp 2 đầu cuộn cảm là  $u_L = U_L\sqrt{2} \cos(100\pi t + \varphi_1)$ . Khi  $f = f'$  thì điện áp 2 đầu cuộn cảm là  $u_L = U_L\sqrt{2} \cos(100\pi t + \varphi_2)$ .

Biết  $U_L = \frac{U_{OL}}{\sqrt{2}}$ , giá trị  $\omega'$  bằng.

- A.  $160\pi$ .      B.  $100\pi$ .      C.  $200\pi$ .      D.  $150\pi$ .

Lời giải

Theo đề ra khi  $\omega = \omega_0$  hoặc  $\omega = \omega'$  thì điện áp hai đầu cuộn cảm bằng nhau và bằng:  $U_L$  nên ta có:

$$\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega'^2} = 2LC - R^2C^2 \quad (1)$$

Khi  $\omega = \omega_0$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2C^2}} \Rightarrow 2LC - R^2C^2 = \frac{2}{\omega_0^2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra:

$$\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega'^2} = \frac{2}{\omega_0^2}$$

$$\Rightarrow \omega' = 160\pi$$

Chọn A.

**Câu 62:** oạn mạch mắc nối tiếp AB gồm tụ điện có điện dung  $C = \frac{1}{6\pi} mF$ , cuộn cảm có độ tự cảm  $L = \frac{0,3}{\pi} (H)$  và điện trở trong  $r = 10\Omega$ , và một biến trở R. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có điện áp hiệu dụng không đổi còn tần số thay đổi được. Khi  $f = 50Hz$ , thay đổi R thì điện áp hiệu dụng trên tụ đạt giá trị cực đại là  $U_1$ . Khi  $R = 30\Omega$ , thay đổi f thì bây giờ điện áp hiệu dụng trên tụ đạt giá trị cực đại là  $U_2$ . Tỉ số  $\frac{U_1}{U_2}$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 0,79.      B. 6,29.      C. 1,58.      D. 3,15.

Lời giải

Khi  $f = 50\text{Hz}$ , thay đổi  $R$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ đạt giá trị cực đại là  $U_1$  lúc này là cộng hưởng.

$$U_1 = \frac{U}{Z} Z_C = \frac{3\sqrt{10}}{5} U$$

Khi  $R = 30\Omega$ , thay đổi  $f$  thì bây giờ điện áp hiệu dụng trên tụ đạt giá trị cực đại là  $U_2$ .

$$U_2 = U_C \max = \frac{2UL}{(r + R) \sqrt{4LC - C^2 \cdot (R + r)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_2 = 1,2U \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = 1,58$$

Chọn C.

**Câu 63:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  và 2 đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện  $C$  thay đổi được. Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện sớm pha hơn điện áp  $\varphi_1 (0 < \varphi_1 < 90^\circ)$ , điện áp hiệu dụng 2 đầu cuộn dây là  $45\text{V}$ . Khi  $C = 2C_0$  thì cường độ dòng điện trễ pha hơn điện áp  $\varphi_2 = 120^\circ - \varphi_1$  điện áp hiệu dụng 2 đầu cuộn dây là  $135\text{V}$ , giá trị  $U_0$  gần giá trị nào nhất.

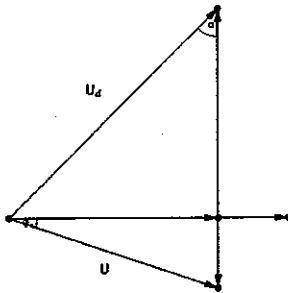
A. 40 V.

B. 80 V.

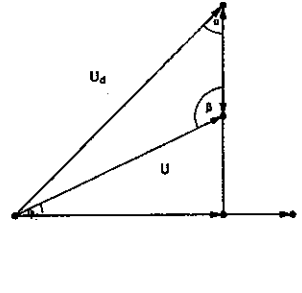
C. 100 V.

D. 200 V.

Lời giải



$C=C_0$



$C=2C_0$

Khi  $C = C_0$  từ hình vẽ ta có:  $\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_{d1}}{\sin(90^\circ - \varphi_1)}$

Khi  $C = 2C_0$  từ hình vẽ ta có:  $\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_{d2}}{\sin(90^\circ + \varphi_2)}$

Nên

$$\frac{U_{d1}}{\sin(90^\circ - \varphi_1)} = \frac{U_{d2}}{\sin(90^\circ + \varphi_2)}$$

Suy ra:

$$\frac{\sin(90^\circ - \varphi_1)}{\sin(90^\circ + \varphi_2)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\cos \varphi_1}{\sin(90^\circ + \varphi_2)} = \frac{1}{3}$$

Mà  $\varphi_2 = 120^\circ - \varphi_1$  ta suy ra được  $\varphi_1 \approx 76^\circ, \varphi_2 \approx 44^\circ$  Lại có:

$$\begin{cases} \tan(-76^\circ) = \frac{Z_L - Z_{C1}}{r} \\ \tan(44^\circ) = \frac{Z_L - \frac{r}{Z_{C1}}}{r} \end{cases}$$

Suy ra:

$$\begin{cases} Z_{C_1} - Z_L \approx 4 \\ \frac{Z_L - \frac{Z_{C_1}}{2}}{r} \approx 1 \end{cases}$$

Suy ra: 
$$\begin{cases} Z_{C_1} = \frac{5}{3} Z_L \\ r = \frac{1}{6} Z_L \end{cases}$$

Mà  $U_{d1} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}} \cdot \sqrt{r^2 + Z_L^2} = 45V$  Có sự đồng bậc, để đơn giản ta có thể chọn  $Z_L =$

$1, Z_{C_1} = \frac{5}{3}, r = \frac{1}{6}$  ta suy ra được  $U_0 = U\sqrt{2} \approx 43V$

Chọn A.

Tính chính xác bằng máy tính thì ta tính được:  $U_{d1} = \frac{\sqrt{19}}{3} U$

**Câu 64:** ho đoạn mạch xoay chiều AB nối tiếp gồm: AM chứa biến trở R, đoạn MN chứa r, đoạn NP chứa cuộn cảm thuần, đoạn PB chứa tụ điện có điện dung biến thiên. Ban đầu thay đổi tụ điện sao cho  $U_{AP}$  không thuộc vào biến trở R. Giữ nguyên giá trị điện dung khi đó và thay đổi biến trở. Khi  $u_{AP}$  lệch pha cực đại so với  $u_{AB}$  thì  $U_{PB} = U_1$ . Khi  $(U_{AN}, U_{NP})$  cực đại thì  $U_{AM} = U_2$ . Biết rằng  $U_1 = 2(\sqrt{6} + \sqrt{3}) U_2$ , độ lệch pha cực đại giữa  $u_{AP}$  và  $u_{AB}$  gần giá trị nào nhất sau đây:

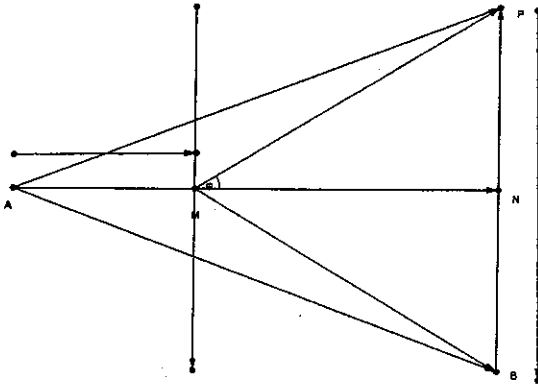
- A.  $\frac{3\pi}{7}$ .                      B.  $\frac{4\pi}{7}$ .                      C.  $\frac{5\pi}{7}$ .                      D.  $\frac{6\pi}{7}$ .

**Lời giải**

+ Khi thay đổi C để  $U_{AP}$  không thuộc vào biến trở R. Để có:

$$Z_C = 2Z_L$$

+ Khi R thay đổi ta luôn có  $\Delta APB$  luôn là tam giác cân tại A (Hình vẽ)



Ta thấy khi R thay đổi, nếu ta di chuyển điểm A → M thì góc 2φ chính là độ lệch pha của  $U_{AP}$  và  $U_{AB}$  càng lớn. Vậy độ lệch pha cực đại của  $U_{AP}$  và  $U_{AB}$  khi điểm A trùng với điểm M hay lúc đó  $R = 0$ .

Khi đó,  $U_1 = U_{PB} = \frac{U}{Z_1} \cdot Z_C = \frac{U}{\sqrt{r^2 + Z_L^2}} \cdot 2Z_L$

+ Khi  $R = R_0$ :

$$U_{AN} \cdot U_{NP} \leq \frac{U_{AN}^2 + U_{NP}^2}{2} = \frac{U^2}{2}$$

Vậy  $U_{AN} \cdot U_{NP}$  lớn nhất khi  $U_{AN} = U_{NB}$  hay khi đó tam giác  $APB$  là tam giác vuông cân

Lúc này:  $U_2 = U_{AM} = U \cdot \cos \frac{\pi}{4} = U_r$

Suy ra:  $U_2 = \frac{U}{\sqrt{2}} - U_r$

Từ hình vẽ ta cũng suy ra:  $Z_L = R + r, Z_2 = \sqrt{2}(R + r)$  Nên:

$$U_2 = \frac{U}{\sqrt{2}} - I \cdot r = \frac{U}{\sqrt{2}} - \frac{U}{Z_2} \cdot r = \frac{U}{\sqrt{2}} - \frac{U}{\sqrt{2}(R+r)} \cdot r$$

Hãy:  $U_2 = \frac{U \cdot (Z_L - r)}{\sqrt{2} Z_L}$

Lại có. Từ đề bài:  $U_1 = 2(\sqrt{6} + \sqrt{3}) U_2$  nên ta có:

$$\begin{aligned} \frac{U}{\sqrt{r^2 + Z_L^2}} \cdot 2Z_L &= 2(\sqrt{6} + \sqrt{3}) \frac{U \cdot (Z_L - r)}{\sqrt{2} Z_L} \\ \Leftrightarrow \frac{Z_L}{\sqrt{Z_L^2 + r^2}} &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{Z_L - r}{Z_L} \\ \Rightarrow Z_L^2 &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot (Z_L - r) \sqrt{r^2 + Z_L^2} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{Z_L}{r}\right)^2 &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{Z_L}{r} - 1\right) \sqrt{1 + \left(\frac{Z_L}{r}\right)^2} \end{aligned}$$

Đặt  $x = \tan \varphi = \frac{Z_L}{r}$  ta có PT:

$$x^2 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot (x - 1) \sqrt{x^2 + 1}$$

Bằng máy tính ta rút ra được  $x \approx 1,37672$  suy ra  $\varphi = \arctan x \approx 54^\circ$

Suy ra độ lệch pha cực đại bằng  $2\varphi = 108^\circ$

Chọn B.

**Câu 65:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào đầu đoạn mạch  $R, L, C$  ( $2L > R^2 C$ ). Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_C = U$  hệ số công suất lúc này là  $x$ . Khi  $\omega = \omega_1 + y$  thì  $U_L = U$ . Chọn hệ thức đúng.

A.  $x^2 = \frac{2\omega_1}{\omega_1 + y} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$

B.  $x^2 = \frac{\omega_1}{\omega_1 + y} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$

C.  $x^2 = \frac{3\omega_1}{\omega_1 + y} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$

D.  $x^2 = \frac{4\omega_1}{\omega_1 + y} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$

Lời giải

Ta có:  $U_{C_1} = U \rightarrow Z_{C_1}^2 = R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2 \rightarrow R^2 = 2Z_{L_1} \cdot Z_{C_1} - Z_{L_1}^2$

Tương tự, có:  $R^2 = 2Z_{L_2} \cdot Z_{C_2} - Z_{C_2}^2$

Nên:  $Z_{L_1} = Z_{C_2}$

Có:  $x^2 = \frac{R^2}{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{R^2}{Z_{C_1}^2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{2Z_{L_1} \cdot Z_{C_1}}{Z_{C_1}^2} - \frac{Z_{L_1}^2}{Z_{C_1}^2} \Leftrightarrow x = \frac{2\omega_1}{\omega_2} - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}$

Chọn A.

**Câu 66:** Đặt điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V) (trong đó  $t$  tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch chứa  $R, L, C$  mắc nối tiếp. Trong một chu kì, khoảng thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sinh công âm bằng 5,9ms. Hệ số công suất của mạch bằng bao nhiêu?

A. 0,2.

B. 0,1.

C. 0,3.

D. 0,6.

Lời giải

Giả sử  $i = I_0 \cos(100\pi t + \varphi)$

Khi đó công suất tức thời là:  $p = U_0 \cos(100\pi t) I_0 \cos(100\pi t + \varphi)$

Điện áp sinh công âm  $p < 0$  khi hai cái cos ở biểu thức trên trái dấu. Độ lệch pha của hai cái là  $\varphi$

Dùng đường tròn lượng giác, ta sẽ thấy  $p < 0$  khi vật quét được một góc bằng  $2\varphi$

Suy ra  $t = \frac{2\varphi T}{2\pi} = 5,9ms \Rightarrow \varphi = 0,295\pi \Rightarrow \cos \varphi = 0,6$

Chọn D.

**Câu 67:** Cho dòng điện xoay chiều có cường độ hiệu dụng  $I$  chạy qua một điện trở  $R = 500\Omega$ . Điện trở được nhúng trong một bình nhiệt lượng kế chứa 2,5 lít nước ở 27 (độ C), sau 10 phút nước sôi. Cho khối lượng riêng, nhiệt dung riêng của nước là  $D = 1000 \frac{kg}{m^3}$  và  $C = 4,2 \frac{kJ}{kg \cdot \text{độ}}$ . Bỏ qua sự mất mát năng lượng. Cường độ hiệu dụng  $I$  có giá trị là

- A. 1,6.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.

Lời giải

$$Q = mC\Delta T = Pt = I^2 R \Rightarrow I = 1,6$$

Chọn A.

**Câu 68:** Cho mạch R, L, C mắc nối tiếp. Tần số của hiệu điện thế thay đổi được. Khi tần số là  $f_1$  và  $4f_1$  thì công suất trong mạch như nhau và đều bằng 80% công suất cực đại mà mạch có thể đạt được. Khi tần số là  $3f_1$  thì hệ số công suất là?

- A. 0,2.                      B. 0,5.                      C. 0,96.                      D. 0,6.

Lời giải

$$\text{Khi tần số là } f_1 \text{ và } 4f_1 \text{ thì công suất trong mạch như nhau} \Rightarrow |Z_{1L} - Z_{1C}| = \left| 4Z_{1L} - \frac{Z_{1C}}{4} \right| \Rightarrow Z_{1L} = \frac{Z_{1C}}{4}$$

$$\text{Công suất } = 80\% \text{ công suất cực đại} \Rightarrow \frac{U^2 R}{R^2 + (z_{1L} - 4z_{1L})^2} = \frac{4U^2}{5R} \Rightarrow R = 6z_{1L}$$

$$\cos \varphi_3 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( 3Z_{1L} - \frac{Z_{1C}}{3} \right)^2}} = 0,96$$

Chọn C.

**Câu 69:** Đoạn mạch xoay chiều AB theo thứ tự R, C, L không thuận cảm. Biết  $R^2 = r^2 = \frac{L}{C}$ . Đặt

điện áp xoay chiều vào AB, thì hệ số công suất của mạch AB là 0,96. Tìm  $\frac{U_{RC}}{U_{rL}}$

- A.  $\frac{3}{8}$ .                      B.  $\frac{3}{5}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

Lời giải

Dạng toán này tùy chọn lượng chất là nhanh nhất. Ta có  $\cos \varphi = \frac{R+r}{Z} = 0,96 = \frac{24}{25}$

Chọn  $R+r = 24 \Rightarrow R = r = 12\Omega$  và  $Z = 25$

$$\text{mà } Z^2 = (R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 25^2 \Rightarrow Z_L - Z_C = 7$$

Theo đề bài ta có hệ:

$$\begin{cases} \omega L - \frac{1}{\omega C} = 7 \\ \frac{L}{C} = 12^2 = 144 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 144\omega^2 C^2 - 7\omega C - 1 = 0 \Rightarrow \omega C = \frac{1}{9}$$

Từ đó suy ra  $Z_L = 16\Omega; Z_C = 9\Omega$

$$\text{Khi đó } \frac{U_{RC}}{U_{rL}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{r^2 + Z_L^2}} = \frac{3}{4}$$

Chọn D.



**Câu 70:** Một cuộn dây có điện trở  $R$  và độ tự cảm  $L$  ghép nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  rồi mắc vào mạch điện xoay chiều có tần số  $f$ . Dùng vôn kế nhiệt đo hiệu điện thế ta thấy giữa hai đầu mạch điện là  $U = 37,5V$ ; giữa hai đầu cuộn cảm  $U_L = 50V$ ; giữa hai đầu bản tụ điện  $U_C = 17,5V$ . Dùng ampe kế nhiệt đo cường độ dòng điện ta thấy  $I = 0,1A$ . Khi tần số  $f$  thay đổi đến giá trị  $f_m = 330Hz$  thì cường độ dòng điện trong mạch điện đạt giá trị cực đại. Tần số  $f$  lúc ban đầu là:

- A. 70Hz.                      B. 50Hz.                      C. 100Hz.                      D. 500Hz.

**Lời giải**

Ta có:  $Z = \frac{U}{I} = 375\Omega$ ,  $Z_d = \frac{U_d}{I} = 500\Omega$ ,  $Z_C = \frac{U_C}{I} = 175\Omega$   
 $Z^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2$  và  $Z_d^2 = r^2 + Z_L^2 \Rightarrow Z_L = \frac{Z_C^2 + Z_d^2 - Z^2}{2Z_C} = 400\Omega$   
 $Z_L = 2\pi fL$ ;  $Z_C = \frac{1}{2\pi fC} \Rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = 4\pi^2 f^2 LC \Rightarrow 4\pi^2 LC = \frac{400}{175} \cdot \frac{1}{f^2}$  (1)  
 Khi  $I = I_{max} \Rightarrow 2\pi f_{max}L = \frac{1}{2\pi f_{max}C} \Rightarrow 4\pi^2 LC = \frac{1}{f_{max}^2}$  (2)  
 Từ (1), (2)  $\Rightarrow f = \frac{4f_{max}}{\sqrt{7}} = \frac{4 \cdot 330}{\sqrt{7}} \approx 500Hz$

Chọn D.

**Câu 71:** Mạch gồm điện trở  $R = 100\Omega$  mắc nối tiếp  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}F$ , điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có dạng  $u = 400 \cos^2(50\pi t)$ . Cường độ hiệu dụng qua mạch có giá trị bằng?

**Lời giải**

Ta có  $u = 200 + 200 \cos(100\pi t)$  tụ sẽ cản dòng 1 chiều. Nên ta có  $U_{hd} = 100\sqrt{2}$  mặt khác tính được  $Z_C = 100 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2}$  từ đó tính được  $I = 1$

Nếu bài toán chỉ có  $R$  và  $L$  mới có  $I = \sqrt{5}$  nhé vì lúc đó không có sự cản dòng 1 chiều.

**Câu 72:** Một biến trở được mắc vào một nguồn pin 3V có điện trở trong  $r = 10\Omega$ . Người ta điều chỉnh biến trở đạt giá trị  $R_1$  thì công suất tiêu thụ trên biến trở là lớn nhất. Giữ nguyên biến trở, sau đó mắc vào cạnh điện trở của một mạch gồm tụ điện và cuộn cảm mắc nối tiếp để được một mạch gồm 3 phần tử cuộn cảm, tụ điện, và điện trở mắc nối tiếp. Nối hai đầu mạch vào một nguồn dòng xoay chiều có biểu thức dòng điện tức thời  $i = 0, 2\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Người ta điều chỉnh cuộn cảm và tụ điện sao cho điện áp giữa hai đầu cuộn cảm vuông pha với điện áp giữa hai đầu mạch có tụ và trở. Biết khi điều chỉnh cuộn cảm chỉ thay đổi được thành phần cảm kháng của nó. Khi điện áp giữa hai đầu mạch đạt giá trị cực tiểu thì người ta thấy công suất tiêu thụ trên mạch là 1,2 W. Điện áp sẽ đo được giữa hai đầu cuộn dây là:

- A. 1V.                      B. 2V.                      C.  $2\sqrt{3}V$ .                      D.  $2\sqrt{6}V$ .

**Lời giải**

**Lời giải 1:**  $\vec{U}_1 = \vec{U}_L + \vec{U}_r$   
 $\vec{U}_2 = \vec{U}_C + \vec{U}_R$

Mạch được cấp một dòng xoay chiều cố định; đồng thời thành phần  $R$  và  $r$  được cố định nên thành phần  $U_R$  và  $U_r$  cũng cố định không thay đổi. Khi thay đổi  $L$  và  $C$  sao cho  $U_1$  vuông pha với  $U_2$ . Ta dễ thấy hiệu điện thế hai đầu mạch  $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$  sẽ nhỏ nhất khi  $U_L = U_C = \sqrt{U_R \cdot U_r}$

Từ thông tin thứ nhất ta có  $R = 10\Omega (= r)$ .

Công suất của mạch  $P = I^2 (R + r)$

$$\Rightarrow r = \frac{P}{I^2} - R = 20\Omega.$$

Lúc này:

$$U_1 = I \sqrt{r^2 + Z_L^2} = I \sqrt{R^2 + Rr} = 0, 2\sqrt{20^2 + 20 \cdot 10} = 2\sqrt{6} (V).$$

Lời giải 2:

Khi mắc biến trở vào pin ta có công suất của biến trở:

$$P_1 = RI_1^2 = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} \leq \frac{E^2 R}{4Rr}$$

Công suất trên cực đại khi và chỉ khi:

$$R = r = 10\Omega$$

Điện cảm của cuộn cảm và của đoạn RC vuông pha khi:

$$Z_L Z_C = RR_0 \quad (1)$$

Điện áp hai đầu mạch cực tiểu khi tổng trở mạch cực tiểu. Nên ta có:

$$Z_L = Z_C \quad (2)$$

Lại có: công suất của mạch:

$$P = I^2 (R + R_0) \Rightarrow R_0 = 20\Omega$$

Từ (1), (2) ta có:

$$Z_L = \sqrt{RR_0} = 10\sqrt{2}\Omega \Rightarrow Z_d = \sqrt{R_0^2 + Z_L^2} = 10\sqrt{6}\Omega$$

$$\text{Vậy: } U_d = I \cdot Z_d = 2\sqrt{6} \text{ (V)}$$

Chọn D.

**Câu 73:** Mạch điện xoay chiều  $AB$  gồm 2 đoạn  $AN$  và  $NB$  mắc nối tiếp. Đoạn  $AN$  chứa điện trở  $R = 50\Omega$  và Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$ . Đoạn  $NB$  chứa tụ điện dung  $C$  có thể thay đổi được. Biết rằng khi  $U_{AN} + 2U_{NB}$  đạt cực đại thì hệ số công suất là  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Tìm  $\cos \varphi_d$  ?

Lời giải

$$U_{AN} + 2U_{MB} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2 + 2Z_C}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} U.$$

$$\Rightarrow (U_{AN} + 2U_{MB}) \max \Leftrightarrow f(Z_C) = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2 + 2Z_C}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \max$$

$$\Leftrightarrow f'(Z_C) = 0 \Leftrightarrow Z_C = \frac{2R^2}{2Z_L + \sqrt{R^2 + Z_L^2}} + Z_L.$$

Kết hợp với  $Z_C - Z_L = R$  ta có  $2R - 2Z_L = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

$$\Rightarrow R = \frac{4 + \sqrt{7}}{3} Z_L \Rightarrow Z_C = \frac{7 + \sqrt{7}}{3} Z_L.$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_d = \frac{\frac{4 + \sqrt{7}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^2 + 1}} \approx 0,9114.$$

Cách 2: Gọi độ lệch pha của  $u_{AB}$  và  $i$  là  $\alpha$ . Ta có:  $\frac{U_{AN}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{U_{NB}}{\sin(\alpha + \varphi_d)} = \frac{U_{AB}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_d\right)}$

$$\Rightarrow U_{AN} + 2U_{NB} = \frac{U_{AB}}{\cos \varphi_d} [\cos \alpha + 2 \sin(\alpha + \varphi_d)]$$

$$= \frac{U_{AB}}{\cos \varphi_d} [(1 + 2 \sin \varphi_d) \cos \alpha + 2 \cos \varphi_d \sin \alpha]$$

Với  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$  thì hàm  $f(\alpha) = (1 + 2 \sin \varphi_d) \cos \alpha + 2 \cos \varphi_d \sin \alpha$  sẽ đạt cực đại tại  $f'(\alpha) = 0$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{2 \cos \varphi_d}{1 + 2 \sin \varphi_d}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos \varphi_d = 1 + 2 \sin \varphi_d \Leftrightarrow \sin(\varphi_d - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \varphi_d = 24,3^\circ \Rightarrow \cos \varphi_d = 0,91$$

Hoặc có thể dùng bất đẳng thức BCS ở đoạn đánh giá:

$$(1 + 2 \sin \varphi_d) \cos \alpha + 2 \cos \varphi_d \sin \alpha \leq \sqrt{[(1 + 2 \sin \varphi_d)^2 + (2 \cos \varphi_d)^2]} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$= \sqrt{(1 + 2 \sin \varphi_d)^2 + (2 \cos \varphi_d)^2}$$

Dấu "=" xảy ra khi  $\tan \alpha = \frac{2 \cos \varphi_d}{1 + 2 \sin \varphi_d}$

**Câu 74:** Cho mạch điện xoay chiều AB, AN chứa cuộn dây, NB chứa tụ điện. Đặt 1 hiệu điện thế không đổi vào 2 đầu đoạn mạch AB. Biết giá trị của tụ điện có thể thay đổi được và điện áp hai đầu mạch AN luôn sớm pha hơn cường độ dòng điện một góc  $\frac{\pi}{7}$ . Điều chỉnh giá trị của tụ để giá trị  $U_{AN} + U_{NB}$  đạt giá trị cực đại. Hệ số công suất đạt khi đó là.

Lời giải

$$\frac{U_{AB}}{\sin \frac{5\pi}{14}} = \frac{U_{AN}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi)} = \frac{U_{NB}}{\sin(\frac{\pi}{7} + \varphi)} = \frac{U_{AN} + U_{NB}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) + \sin(\frac{\pi}{7} + \varphi)}$$

$$\Rightarrow U_{AN} + U_{NB} = \frac{U_{AB}}{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) + \sin(\frac{\pi}{7} + \varphi)} = 2 \sin \frac{9\pi}{28} \cos(\varphi + \frac{5\pi}{28})$$

$$(U_{AN} + U_{NB})_{\max} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{5\pi}{28} \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,85$$

**Câu 75:** Cho mạch RLC mắc nối tiếp, tần số góc có thể thay đổi. Khi điều chỉnh cho  $\omega$  nhận các giá trị lần lượt là 60,66,70,72,80,90 thì điện áp giữa hai đầu tụ có giá trị tương ứng là  $U_C : 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Biết  $U_{C_2} = U_{C_5}$ . Giá trị lớn nhất trong các giá trị  $U_C$  là

A. 1.                      B. 2.                      C. 5.                      D. 4.

Lời giải

Ta có  $\omega$  thay đổi có hai giá trị cho  $U_C$  bằng nhau thì

$$\omega^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2) \Rightarrow \omega \approx 78,9$$

Vậy  $U_{C_3}$  có giá trị lớn nhất.

**Câu 76:** Khi đặt dòng điện áp xoay chiều vào hai đầu mạch gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp tụ điện C thì biểu thức dòng điện có dạng  $i_1 = I_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$  (A). Mắc nối tiếp thêm vào mạch điện cuộn dây thuần cảm L rồi mắc vào điện áp nói trên thì biểu thức dòng điện có dạng  $i_2 = I_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$  (A). Biểu thức hai đầu đoạn mạch có dạng?

Lời giải

Gọi biểu thức của mạch là  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  do có cùng  $I_0$  nên cùng giá trị hiệu dụng.

Ta có  $I_1 = I_2 \Leftrightarrow (Z_L - Z_C)^2 = Z_C^2 \Leftrightarrow Z_L = 2Z_C$

Mà  $\tan \varphi_1 = \frac{-Z_C}{R}$ ,  $\tan \varphi_2 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Leftrightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 0$

$$\varphi_1 = \varphi_u - \frac{\pi}{6}$$

$$\varphi_2 = \varphi_u + \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \varphi_u = \frac{-\pi}{12}$$

Câu 77: Trong 1 hộp đen có hai trong ba linh kiện: cuộn cảm, điện trở thuần, tụ điện. Khi đặt vào mạch  $u = 100\sqrt{2} \cos(\omega t)$  (V) thì  $i = \sqrt{2} \cos(\omega t)$ . Khi giữ nguyên U, tăng  $\omega$  lên  $\sqrt{2}$  lần thì mạch có hệ số công suất là  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Hỏi nếu từ giá trị ba đầu của  $\omega$  giảm đi hai lần thì hệ số công suất mới là bao nhiêu?

- A. 0,26.                      B. 0,326.                      C. 0,426.                      D. 0,126.

Lời giải

Để thấy lúc đầu mạch xảy ra cộng hưởng

Do đó  $Z_{0L} = Z_{0C}$

Khi  $\omega\sqrt{2}$  thì  $Z_L = 2Z_C$

Mà hệ số công suất là  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  nên  $R = Z_C = \frac{Z_{0C}}{\sqrt{2}}$

Khi  $\omega$  giảm đi hai lần thì  $Z_{1L} = 0,5Z_{0C}; Z_{1C} = 2Z_{0C}$

Từ đó tính được hệ số công suất lúc đó là 0,426

Đáp án C.

Câu 78: Điện năng được truyền từ một nhà máy điện đến khu công nghiệp (KCN) bằng đường dây một pha. Nếu điện áp truyền đi là U thì ở KCN phải lắp một máy hạ áp với tỉ số  $\frac{54}{1}$  để đáp ứng  $\frac{12}{13}$  nhu cầu điện năng của KCN. Nếu muốn cung cấp đủ điện năng cho KCN thì điện áp truyền đi là 2U, khi đó phải dùng máy hạ áp như thế nào? Coi hệ số công suất luôn bằng 1

- A.  $\frac{117}{5}$ .                      B.  $\frac{117}{3}$ .                      C.  $\frac{117}{1}$ .                      D.  $\frac{17}{1}$ .

Lời giải

Gọi điện áp ở cuộn thứ cấp của máy hạ áp là  $U_0$  thì điện áp ở cuộn sơ cấp của máy hạ áp trong 2 trường hợp là  $54U_0; nU_0$ .

Giả sử ở khu công nghiệp tiêu thụ 1 công suất 39W.

Ban đầu công suất cần truyền đi, hao phí trên đường dây lần lượt là P;  $\Delta P$

Khi điện áp truyền đi là 2U thì hao phí trên đường dây là:  $\frac{\Delta P}{4}$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} P - \Delta P = \frac{12}{13} 39 \\ P - \frac{\Delta P}{4} = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 40 (W) \\ \Delta P = 4 (W) \end{cases}$$

Mặt khác:

$$\begin{cases} H_1 = \frac{54U_0}{U} = \frac{36}{40} \\ H_2 = \frac{nU_0}{2U} = \frac{39}{40} \end{cases} \Rightarrow n = 117$$

Chọn C.

Câu 79: Đặt một điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào đoạn mạch AB nối tiếp. Giữa hai điểm AM là một biến trở R, giữa MN là một cuộn dây có r và giữa NB là tụ C. Khi  $R = 75\Omega$  thì đồng thời có biến trở R tiêu thụ công suất cực đại và thêm bất kì một tụ C' nào vào NB dù là nối tiếp hay song với tụ C vẫn thấy U trên NB giảm. Biết các giá trị r,  $Z_L, Z_C, Z$  nguyên. Giá trị của r và  $Z_C$  là?

- A. 45;12.                      B. 17;32.                      C. 29;86.                      D. 21;200.

Lời giải

Ta có:  $P_R = I^2 R = \frac{U^2 R}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} + 2r}$

$$P_R = P_{R_{max}} \text{ khi } R^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2 \quad (1)$$

Mặt khác lúc  $R = 75\Omega$  thì  $P_R = P_{R_{max}}$  đồng thời  $U_C = U_{C_{max}}$

$$\text{Do đó ta có: } Z_C = \frac{(R+r)^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{(R+r)^2}{Z_L} + Z_L \quad (2)$$

Theo bài ra các giá trị  $r, Z_L, Z_C$  và  $Z$  có giá trị nguyên Để  $Z_C$  nguyên thì  $(R+r)^2 = nZ_L$  (3) (với  $n$  nguyên dương)

$$\text{Khi đó } Z_C = n + Z_L \Rightarrow Z_C - Z_L = n \quad (4)$$

$$\text{Thay (4) vào (1) } r^2 + n^2 = R^2 = 75^2 \quad (5)$$

Theo các đáp án của bài ra  $r$  có thể bằng  $21\Omega$  hoặc  $128\Omega$ . Nhưng theo (5):  $r < 75\Omega$

$$\text{Do vậy } r \text{ có thể } r = 21\Omega \text{ Từ (5) } \Rightarrow n = 72$$

$$\text{Thay } R, r, n \text{ vào (3) } \Rightarrow Z_L = 128\Omega. \text{ Thay vào (4) } \Rightarrow Z_C = 200\Omega$$

Từ đó ta chọn đáp án D.

**Câu 80:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  với  $U_0$  và  $\omega$  không đổi vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp điện trở  $R$ , tụ điện  $C$  và cuộn cảm thuần  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$ : điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là  $0,32 \text{ rad}$  và  $1,28 \text{ rad}$ . Khi  $L = L_0$ : điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha giữa hai đầu dòng điện và điện áp hai đầu mạch là  $\varphi$ . Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $0,75 \text{ rad}$ .      B.  $1,7 \text{ rad}$ .      C.  $0,5 \text{ rad}$ .      D.  $1,2 \text{ rad}$ .

*Lời giải*

$$\text{Ta có: } U_L = \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{UR \cdot Z_L}{R \cdot \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \cdot \cos \varphi \cdot \frac{Z_L}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{U_L}{Z_L} = \frac{U \cos \varphi}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_L}{Z_{L1}} = \frac{U \cos \varphi_1}{R} \\ \frac{U_L}{Z_{L2}} = \frac{U \cos \varphi_2}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U_L}{Z_{L1}} + \frac{U_L}{Z_{L2}} = \frac{U (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)}{R} = U_L \left( \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} \right)$$

$$= U_{L_{max}} \cdot \frac{Z_{L_{max}}}{Z_{L_{max}}} = \frac{2U}{R} \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2}{2} \Rightarrow \varphi = 0,933.$$

Do gần giá trị nào nhất nên ta chọn đáp án A.

**Câu 81:** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở, tụ điện và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Thay đổi  $L$  thì thấy điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây đạt cực đại bằng  $U_0\sqrt{2}$ . Đồng thời trong quá trình thay đổi có hai giá trị của  $L$  cho điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây như nhau mà công suất tiêu thụ của mạch trong hai trường hợp này tương ứng là  $P$  và  $4P$ . Hỏi công suất tiêu thụ cực đại của mạch là bao nhiêu

- A.  $P$ .      B.  $4P$ .      C.  $2P$ .      D.  $P$ .

*Lời giải*

$$\text{Do } U_L = U_0\sqrt{2} = 2U \text{ nên tam giác OHK là nửa tam giác đều và } Z_C = R\sqrt{3}$$

Mặt khác khi  $P$  tăng lên 4 lần thì  $I$  tăng lên 2 lần, mà  $U_L$  không đổi nên cảm kháng giảm hai lần:

$$Z_{L1} = 2Z_{L2}$$

$$\text{Vậy: } P = \frac{U^2 R}{R^2 + (2Z_{L2} - R\sqrt{3})^2} \quad (1) \text{ và } 4P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_{L2} - R\sqrt{3})^2} \quad (2)$$

$$\text{Lấy (2) chia (1) ta được: } Z_{L2} = R\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\text{Lại có: } P_{max} = \frac{U^2}{R} \quad (4)$$

Thay (3) vào (2) rồi lấy (4) chia (2) sau khi đã thay (3) vào

$$\Rightarrow \frac{P_{max}}{P} = 4 \Rightarrow P_{max} = 4P$$

Từ đó ta chọn được đáp án B.

**Câu 82:** Khu chung cư Times City tiêu thụ một công suất điện 14289W, trong đó các dụng cụ điện ở khu này đều hoạt động bình thường ở hiệu điện thế hiệu 220V. Điện trở dây tải điện từ nơi cấp điện đến khu chung cư là r. Khi khu chung cư không dùng máy biến áp hạ thế, để các dụng cụ điện của khu nhà này hoạt động bình thường thì hiệu điện thế hiệu dụng nơi cấp điện là 359 V, khi đó hiệu điện thế tức thời ở hai đầu dây của khu nhà nhanh pha  $\frac{\pi}{6}$  so với dòng điện tức thời chạy trong mạch. Khi khu nhà này dùng máy biến áp hạ thế lí tưởng có tỉ số  $\frac{N_1}{N_2} = 15$ , để các dụng cụ điện của khu chung cư vẫn hoạt động bình thường giống như khi không dùng máy biến áp hạ thế thì hiệu điện thế hiệu dụng nơi cấp điện là (biết hệ số công suất ở mạch sơ cấp máy biến áp là 1):

- A. 2236.                      B. 1234.                      C. 3309.                      D. 2014.

Lời giải

Ta có: khi không dùng máy biến áp: cường độ dòng điện chạy qua mạch cung cấp cho khu tập thể cũng chính là dòng điện chạy qua đường dây tải  $I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{14289}{220 \cdot \cos \frac{\pi}{6}} = 75 (V)$

Độ sụt áp trên đường dây:  $\Delta U_1 = U_1 - U = Ir \Rightarrow r = \frac{U_1 - U}{I} = \frac{359 - 220}{75} = \frac{139}{75} \Omega$

Khi dùng máy biến áp: Điện áp hiệu dụng nơi cung cấp là:  $U_2 = \Delta U_2 + U'$

$U'$  là điện áp ở hai đầu cuộn sơ cấp:  $U' = U \frac{N_1}{N_2} = 15U = 3300 (V)$

Độ sụt áp trên đường dây:  $\Delta U_2 = I' r$

Với  $I'$  là cường độ dòng điện chạy qua cuộn sơ cấp:

$I' = I \frac{N_2}{N_1} = \frac{I}{15} = 5 (A) \Rightarrow \Delta U_2 = I' r = 5 \cdot \frac{139}{75} = 9,27 \approx 9,3 (V)$

Do đó:  $U_2 = \Delta U_2 + U' = 3309,3 (V) \approx 3309 (V)$

Từ đó ta chọn đáp án C.

**Câu 83:** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 2\pi ft (V)$  (f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở R và tụ điện có điện dung C, với  $CR^2 < 2L$ . Khi f = 25Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện cực đại. Khi f = 50Hz thì điện áp hai đầu điện trở cực đại. Khi f = 100Hz thì điện áp hai đầu cuộn cảm cực đại. Giá trị cực đại của cuộn cảm gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 100V.                      B. 124 V.                      C. 200V.                      D. 180V.

Lời giải

Cách 1:

Ta có:  $\left(\frac{U}{U_{Lmax}}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{f_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{U^2}{U_{Lmax}^2} = \frac{f_1^2}{f_3^2} \Rightarrow \frac{U^2}{U_{Lmax}^2} + \frac{25^2}{100^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{15}{16} U_{Lmax}^2 = 120^2 \Rightarrow U_{Lmax} = 32\sqrt{15} (V) \approx 124 (V)$

Cách 2:

Công thức để tính  $U_{Lmax}$  là:

$$U_{Lmax} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{fC}{fL}\right)^2}} = \frac{120}{\sqrt{1 - \left(\frac{25}{100}\right)^2}} = 32\sqrt{15} (V) \approx 124 (V)$$

Cách này sẽ dễ hơn vì đây là công thức quen thuộc trong chương này.

Chọn B.

**Câu 84:** Cho mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp  $RLC$  có  $R = 100 (\Omega)$ . Đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều  $u = 200\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) (V)$  có tần số góc thay đổi được. Khi  $\omega$  thay đổi tới  $\omega_1$  và  $\omega_2$  thì  $\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{12^2}$ . Biết  $Z_{L_1} Z_{C_1} = 31200$  và  $Z_{L_1} = \frac{13}{8} Z_{C_2}$ . Tìm tổng trở  $Z$  của đoạn mạch?  
 A.  $106 (\Omega)$ .                      B.  $100 (\Omega)$ .                      C.  $200 (\Omega)$ .                      D.  $150 (\Omega)$ .

Lời giải

Ta có:  $Z_{L_1} \cdot Z_{C_1} = 31200 \Rightarrow \frac{L}{C} = 31200 \Rightarrow Z_{L_1} Z_{C_2} = 31200 \Rightarrow L^2 \omega_1 \omega_2 = \frac{31200}{8}$

Lại có:  $\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{12^2} \Rightarrow \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{(24\pi)^2}$

$\Rightarrow \omega_0 = 24\pi$  là tần số để  $U_{L_{max}}$

$\Rightarrow \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} = \left(\frac{1}{C\omega_0}\right)^2$

Từ hai ý trên ta lập được hệ: 
$$\begin{cases} \omega_1 \omega_2 = \frac{12 \cdot 31200}{8L^2} \\ \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{576} \end{cases}$$

Với:  $C = \sqrt{\frac{1}{26200 \cdot 24^2 \cdot \pi^2}}$  và  $L = 31200 \cdot \sqrt{\frac{1}{26200 \cdot 24^2 \cdot \pi^2}}$

Từ đó ta tính  $\omega_1, \omega_2$  để tìm được  $Z$

Ta có thể (ăn may) dự đoán được  $a$  là đường cao của tam giác vuông với 2 cạnh góc vuông là  $a_1$  và  $a_2$ . Nếu chọn Nói đôi chút về tam giác Ai-Cấp - Tam giác vuông với số đo 3 cạnh tỉ lệ: 3 : 4 : 5. Gọi  $a_1; a_2$  là 2 cạnh góc vuông;  $h$  là đường cao kẻ từ đỉnh góc vuông thì ta có:

$$a_1 : a_2 : h = 3 : 4 : 2,4 = 15 : 20 : 12$$

Tới đây. Ta có thể dự đoán  $f_1 = 15; f_2 = 20$  hoặc  $f_1 = 20; f_2 = 15$ .

Chọn A.

**Câu 85:** Cho mạch điện xoay chiều  $AB$  gồm điện trở thuần  $R = 100\Omega$ , cuộn dây thuần cảm  $L$ , tụ điện có điện dung  $C$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều  $u = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t) (V)$ , biết  $Z_L = 2Z_C$ . Ở thời điểm  $t$  điện áp hai đầu điện trở  $R$  là  $60 (V)$ , hai đầu tụ điện là  $40 (V)$ . Hỏi điện áp hai đầu đoạn mạch  $AB$  khi đó là:  
 A.  $100 (V)$ .                      B.  $20 (V)$ .                      C.  $10 (V)$ .                      D.  $30 (V)$ .

Lời giải

Ta có: Hỏi điện áp ở thời điểm  $t$  chính là giá trị tức thì:

$$u = u_R + u_L + u_C = u_R + (-2u_C) + u_C = 60 - 40 = 20 (V)$$

Do:  $Z_L = 2Z_C$ , và  $u_L$  ngược pha  $u_C \Rightarrow u_L = -2u_C$ .

Chọn B.

**Câu 86:** Cho mạch điện  $RLC$ , với  $C$  thay đổi được và tổng điện trở thuần của toàn mạch là  $100\Omega$ . Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là  $u = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t) (V)$ . Khi  $C$  tăng lên 2 lần thì cường độ dòng điện vẫn như cũ nhưng pha ban đầu của dòng điện thay đổi một góc  $\frac{\pi}{2}$ . Biểu thức cường độ dòng điện trước khi tăng điện dung là

- A.  $i = 1 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .                      B.  $i = 1 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (A)$ .  
 C.  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .                      D.  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (A)$ .

Lời giải

$$\begin{cases} C = C_1 \\ C = C_2 \end{cases} : I_1 = I_2 = I \rightarrow Z_1 = Z_2 \rightarrow Z_L = \frac{3}{4} Z_{C_1}$$

$$\begin{cases} C = C_1 : \varphi_1 \\ C = C_2 : \varphi_2 \end{cases} ; \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R+r} = \frac{Z_{C_1}}{-4(R+r)} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R+r} = \frac{Z_{C_2}}{4(R+r)} \end{cases}$$

$$|\varphi_1 - \varphi_2| = \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = -1 \rightarrow Z_{C_1} = 4(R+r) = 400\Omega \text{ và } Z_L = 300\Omega$$

$$\text{Suy ra } \varphi_1 = -\frac{\pi}{4} \text{ và } I_0 = 1A$$

Chọn A.

**Câu 87:** Nối hai cực của máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$ , tụ điện  $C$  mắc nối tiếp theo thứ tự. Điều chỉnh tốc độ quay của roto để mạch  $AB$  tiêu thụ công suất cực đại thì thấy điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở lớn hơn điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện 35 V. Gọi  $M$  là điểm nối giữa điện trở và cuộn cảm, hỏi điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch  $MB$  lúc này có thể là:

- A. 23 V.                      B. 50 V.                      C. 70 V.                      D. 73 V.

Lời giải

Điều chỉnh tốc độ quay rô to để  $P_{AB}$  max ứng với trường hợp  $U_L$  max khi  $U_{AB}$  không đổi

$$\text{Khi đó: } U_R^2 = 2U_C \cdot (U_L - U_C) = 2(U_R - 35) \cdot (U_L - U_C)$$

$$\Leftrightarrow U_R^2 - 2U_R \cdot U_{MB} + 70U_{MB} = 0, \Delta' = U_{MB}^2 - 70U_{MB} \geq 0 \Rightarrow U_{MB} \geq 70$$

Chọn D.

**Câu 88:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện và cuộn cảm thuần mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  Hz thì dung kháng bằng điện trở  $R$ . Khi tần số là  $f_2$  Hz điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm đạt cực đại. Khi tần số là  $f_0$  thì mạch xảy ra cộng hưởng điện. Biểu thức liên hệ giữa  $f_1, f_2$  và  $f_0$  là

A.  $\frac{f_0}{f_2} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{2f_1^2}$ .    B.  $\frac{f_0}{f_2} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{2f_1^2}$ .    C.  $\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{2f_1^2}$ .    D.  $\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{3f_1^2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{\omega_1^2} = (RC)^2; \frac{1}{(\omega_2 C)^2} = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \rightarrow \frac{1}{\omega_2^2} = LC - \frac{(RC)^2}{2}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = LC$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{2\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{\omega_0^2}$$

Đáp án C.

**Câu 89:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện  $C$  có điện dung thay đổi được. Lần lượt thay đổi điện dung  $C$  để điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có giá trị cực đại và nửa cực đại thì thấy dòng điện trong trường hợp sau nhanh pha hơn dòng điện trong trường hợp trước một góc  $\varphi$ . Hỏi  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 3 rad.                      B. 1 rad.                      C. 1, 1 rad.                      D. 1, 4 rad.

Lời giải

Hướng chế có lẽ từ công thức khá độc này:

$$U_C = U_{C_{max}} \cos(\varphi - \varphi_0).$$

Áp dụng công thức trên:

$$U_{C_1} = U_{C_{max}} \cos(\varphi_1 - \varphi_0).$$

$$U_{C_2} = U_{C_{max}} \cos(\varphi_2 - \varphi_0).$$

Kết hợp với bài ta có  $\varphi_1 = \varphi_0$

$$\text{nên } \cos \varphi = \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$



Chọn C.

**Câu 90:** Mắc một cuộn cảm thuần và một tụ điện mắc song song rồi mắc vào điện xoay chiều thì dung kháng gấp đôi cảm kháng. Nếu cường độ dòng điện qua tụ điện có biểu thức  $i = 2 \cos(\omega t)$  (A) thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm có biểu thức:

- A.  $i = 4 \cos(\omega t - \pi)$  (A).                      B.  $i = 2 \cos(\omega t - \pi)$  (A).  
 C.  $i = 3 \cos(\omega t - \pi)$  (A).                      D.  $i = 4 \cos(\omega t + \pi)$  (A).

Lời giải

Ta có: Do đoạn mạch mắc song song nên ta có:  $u_L = u_C$  và  $Z_L = 2Z_C \Rightarrow \frac{u_C}{Z_C} = 2 \frac{u_L}{Z_L}$  nên ta thu được:

$$\frac{1}{i_C} = \frac{2}{i_L} \Rightarrow i_L = 4$$

và  $i_C, i_L$  ngược pha nhau nên sẽ lệch pha nhau một góc  $\pi$ . Vậy biểu thức sẽ là:  $i_L = 4 \cos(\omega t - \pi)$  (A)

Chọn A.

**Câu 91:** Cho dòng điện xoay chiều  $i = \pi \sin(100\pi t)$  (A) (t đo bằng giây) chạy qua bình điện phân chứa dung dịch  $H_2SO_4$  với các điện cực trơ. Tính thể tích khí  $H_2$  ở (đktc) thoát ra trong 16 phút 5 giây là:

- A. 0.1 lít.                      B. 0.224 lít.                      C. 0.12 lít.                      D. 0.222 lít.

Lời giải

Ta có:  $n_{H_2} = \frac{It\omega}{F} = \frac{1}{10\sqrt{10}} \omega = \frac{1}{10\pi} \omega$ .

Vậy thể tích khí  $H_2$  là  $V_{H_2} = n_{H_2} \cdot 22,4 = 10,22,4 = 224$  (ml) = 0,224 (l).

Chọn B.

**Câu 92:** Cho đoạn mạch RLC nối tiếp thỏa mãn điều kiện  $2L > CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) trong đó U không đổi còn f có thể thay đổi được. Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ bằng  $(k_2 + \frac{1}{2})U$ , dòng điện chạy qua mạch có cường độ I, đồng thời mạch tiêu thụ công suất bằng  $(1 - k_2^2)$  công suất cực đại. Khi  $f = f_2 = f_1 + \Delta f$  ( $\Delta f > 0$ ), cường độ dòng điện trong mạch cũng là I. Khi  $f = f_3 = \frac{\Delta f}{2}$  thì điện áp hai đầu tụ điện lớn nhất.  $k_2$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,4.                      B. 0,5.                      C. 0,2.                      D. 0,1.

Lời giải

Chọn  $Z = 1$ , ta có ngay  $Z_{L_1} = \frac{1}{2}$  hoặc  $Z_{L_1} = 2k + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{4k+1}{2k+1}$  (loại) hoặc  $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2k+1}$

Lại có  $\cos^2 \varphi = \frac{1}{\frac{f_1}{f_2} + \frac{f_2}{f_1} - 1} = 1 - k^2$ .

**Câu 93:** Cho mạch điện xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp nhau. Đoạn mạch AM chứa điện trở  $R_1$ , cuộn cảm thuần  $L_1$  và tụ điện  $C_1$  mắc nối tiếp. Đoạn mạch MB gồm điện trở  $R_2$ , cuộn cảm thuần  $L_2$  và tụ điện  $C_2$  mắc nối tiếp. Biết điện dung của tụ điện  $C_1$  và độ tự cảm của cuộn cảm  $L_2$  có thể thay đổi được. Đặt điện áp  $u = 100 \cos(100\pi t + \varphi)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi  $C_1 = C$  và  $L_2 = L$  thì biểu thức điện áp hai đầu đoạn mạch AM là  $u_{1AM} = U \cos 100\pi t$  (V). Khi  $C_1 = C'$  và  $L_2 = L'$  thì biểu thức điện áp hai đầu đoạn mạch AM là  $u_{2AM} = 2U \cos(100\pi t + \frac{2\pi}{3})$  (V). Biết trong hai trường hợp thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB đều vuông pha với nhau. Giá trị của U gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

- A. 5V.                      B. 10V.                      C. 20V.                      D. 30 V.

Lời giải

$$u_{AM} + u_{MB} = u$$

Do  $u_{AM}$  vuông pha với  $u_{MB}$  nên vẽ hình thì ta sẽ được góc lệch giữa  $u_{AM}$  và  $u$  mạch:

$$\cos \varphi = \frac{U}{100}, \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{2U}{100}$$

Giải ra được  $U = 32.7V$

Chọn D.

**Câu 94:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, tụ điện và cuộn cảm thuần mắc nối tiếp theo thứ tự đó. Khi tần số là  $50 \text{ Hz}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện là  $U$ . Khi tần số là  $125 \text{ Hz}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm là  $U$ . Thay đổi tần số đến khi điện áp giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $RC$  và điện áp giữa hai đầu  $L$  lệch pha nhau một góc  $135^\circ$  thì tần số lúc này là

- A.  $100 \text{ Hz}$ .      B.  $50 \text{ Hz}$ .      C.  $60 \text{ Hz}$ .      D.  $62,5 \text{ Hz}$ .

Lời giải

Ta có:  $f = 50 \text{ Hz}; U_C = U \Rightarrow Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \quad (1)$

$$f = 125 \text{ Hz}; U_L = U \Rightarrow (2,5Z_L)^2 = R^2 + \left( 2,5Z_L - \frac{Z_C}{2,5} \right)^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $Z_C = 2,5Z_L = 1,25R$

Khi điện áp giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $RC$  và điện áp giữa hai đầu  $L$  lệch pha nhau một góc  $135^\circ$  thì  $Z_C = R$

Suy ra  $f' = 1,25f = 62,5 \text{ Hz}$

Chọn D.

**Câu 95:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện và cuộn cảm thuần mắc nối tiếp. Khi tần số là  $62,5 \text{ Hz}$  thì dung kháng của tụ bằng điện trở  $R$ . Khi tần số là  $100 \text{ Hz}$  thì cảm kháng của cuộn cảm bằng điện trở  $R$ . Thay đổi tần số đến khi điện áp giữa hai đầu đoạn tụ điện đạt cực đại thì hệ số công suất trong mạch lúc này gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $0,1..$       B.  $0,8..$       C.  $0,5..$       D.  $0,2..$

Lời giải

Ta có  $\omega_1 = 125\pi, Z_{C_1} = R = 1,6Z_{L_1} \Rightarrow \omega_0 = 0,4\sqrt{10}\omega_1 = 50\sqrt{10}\pi$

Khi  $U_C$  đạt max tại  $\omega_3$  thì  $R = \sqrt{2} \cdot Z_L \cdot (Z_C - Z_L) \rightarrow \frac{R}{Z_L} = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{Z_C}{Z_L} - 1 \right)$

$$\Leftrightarrow \frac{1,6\omega_1}{\omega_3} = \sqrt{2 \cdot \left[ \left( \frac{\omega_0}{\omega_3} \right)^2 - 1 \right]} \Rightarrow \omega_3 = 100\pi$$

$$\Rightarrow Z_{C_3} = 1,25R; Z_{L_3} = 0,5R \Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (0,5R - 1,25R)^2}} = 0,8$$

Chọn B.

**Câu 96:** Đặt vào 2 đầu đoạn mạch  $AB$  điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi gồm RLC trong đó  $L$  thay đổi được. Thay đổi  $L$  sao cho điện áp 2 đầu cuộn cảm có giá trị hiệu dụng  $120V$  thấy có 2 giá thỏa mãn là  $L_1$  và  $L_2$ . Tiếp tục thay đổi  $L$  sao cho  $Z_L = 100\Omega$  thì thấy điện áp giữa 2 đầu điện trở đạt giá trị cực đại  $U$ . Tính  $U$  biết  $Z_{L_1} + Z_{L_2} = 400\Omega$

Lời giải

Ta có:  $Z_C = 100\Omega$

$$\frac{2}{Z_{L_0}} = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{Z_{L_1}Z_{L_2}} = \frac{400}{Z_{L_1}Z_{L_2}} \Rightarrow Z_{L_0} = \frac{Z_{L_1}Z_{L_2}}{200}$$

Lại có:

$$Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$$

$$\rightarrow \frac{Z_{L_1} Z_{L_2}}{200} = \frac{R^2 + Z_C^2}{100} \leftrightarrow \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_{L_1} Z_{L_2}} = \frac{1}{2}$$

Mà:

$$1 - \left(\frac{U}{U_L}\right)^2 = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_{L_1} Z_{L_2}} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow U = \frac{U_L}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2} (V)$$

Ta có  $U_L = U \frac{Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \rightarrow \left(1 - \left(\frac{U}{U_L}\right)^2\right) Z_L^2 - 2Z_C Z_L + R^2 = 0$

Xem đây là phương trình bậc hai ẩn  $Z_L$ , áp dụng định lý Viet ta có :  $Z_{L_1} + Z_{L_2} = \frac{2Z_C}{\left(\frac{U}{U_L}\right)^2} - 1$

Khi cộng hưởng thì  $Z_C = Z_L = 100$

Lại có  $Z_{L_1} + Z_{L_2} = 400 \rightarrow 1 - \left(\frac{U}{U_L}\right)^2 = \frac{1}{2} \rightarrow U = \frac{U_L}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2} (V)$

**Câu 97:** Cho đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và BM mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm cuộn thuần cảm nối tiếp với tụ điện theo thứ tự đó, đoạn mạch MB chỉ có điện trở thuần R. Điện áp đặt vào AB có biểu thức  $u = 80\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ , hệ số công suất của mạch AB là  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Khi điện áp tức thời giữa hai điểm A và M là 48V thì điện áp tức thời giữa hai điểm M và B có độ lớn là:  
 A. 64 V.                      B. 60 V.                      C. 50 V.                      D. 100 V.

Lời giải

Chú ý mấu chốt của bài là  $u_R$  (hay  $u_{MB}$ ) và  $u_{LC}$  (hay  $u_{AM}$ ) vuông pha nhé  
 Do đó ta có hệ thức :

$$\left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_{LC}}{U_{0LC}}\right)^2 = 1.$$

Mà theo bài ta có

$$U_{0LC} = |U_{0L} - U_{0C}| = U_{0R}.$$

Và

$$U_{0LC}^2 + U_{0R}^2 = 2.80^2.$$

Thay số vào ra đáp án A.

**Câu 98:** Đặt điện áp xoay chiều có tần số  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi thay đổi  $\omega$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt cực đại là  $I_{max}$  và khi đạt hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị đều bằng  $\frac{I_{max}}{\sqrt{5}}$ . Cho  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{C \cdot \omega_1 \omega_2} = 60\Omega$ . Tính R  
 A. 30 $\Omega$ .                      B. 60 $\Omega$ .                      C. 20 $\Omega$ .                      D. 50 $\Omega$ .

Lời giải

Ta có:  $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{I}{I_{max}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Vì có hai giá trị  $\omega_1, \omega_2$  cùng  $I$  nên  $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$

Có  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{C \cdot \omega_1 \omega_2} = \frac{\frac{1}{LC\omega_2} - \omega_2}{\frac{1}{C}} = \frac{1 - \omega_2^2 LC}{\omega_2 C} = \frac{1 - Z_L}{Z_C} = Z_C - Z_L$

Suy ra  $\frac{R}{\sqrt{R^2 + 60^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ . Suy ra  $R = 30\Omega$

Chọn A.

**Câu 99:** Máy phát điện xoay chiều có 2 cặp cực nối với đoạn mạch  $RLC$ .  $R = 1\Omega$ . Khi cho Roto quay với tốc độ  $\frac{750}{\pi}$  vòng/phút hoặc  $\frac{1200}{\pi}$  thì công suất của mạch đều bằng  $50W$ . Biết từ thông cực đại qua tất cả các vòng dây là  $\phi_0 = 0,8Wb$ . Giá trị  $\omega_0$  để mạch cộng hưởng gần với giá trị nào nhất sau đây? Biết  $\omega_0 \geq 30$  (rad/s)

- A. 60 rad/s.      B. 50 rad/s.      C. 100 rad/s.      D. 70 rad/s.

Lời giải

Ta có:  $\omega_1 = 50$  (rad/s);  $\omega_2 = 80$  (rad/s)

$$P = \frac{(\phi_0 \omega)^2 R}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega^4 C^2} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{\omega^2} + L^2 - \frac{(\phi_0 \omega)^2 R}{P} = 0$$

Sử dụng định lí Viète ta có:

$$\left\{ \begin{aligned} \left(L^2 - \frac{(\phi_0 \omega)^2 R}{P}\right) C^2 &= \frac{1}{\omega_1^2 \omega_2^2} \\ 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2 &= \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \end{aligned} \right.$$

Từ đó bằng cách thế  $LC$  từ phương trình (2) vào phương trình (1) ta tìm được 2 cặp nghiệm nhưng loại 1 nghiệm:

$$\begin{cases} L \simeq 0,2559 \\ C \simeq 1,089.10^{-3} \end{cases} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \simeq 60 \text{ (rad/s)}$$

Chọn A.

**Câu 100:** Cho đoạn mạch điện AB không phân nhánh theo thứ tự tụ C, cuộn cảm L có điện trở trong  $r$ , điện trở thuần R. Gọi M là điểm giữa tụ và cuộn dây, N là điểm giữa R và cuộn dây. Điện áp hai đầu đoạn mạch không thay đổi nhưng tần số thay đổi. Khi tần số dòng điện  $f = f_1 = 50Hz$  thì công suất trên toàn mạch cực đại. Để hệ số công suất trên mạch MB và trên toàn mạch tương ứng là  $k_1 = 0,8$  và  $k_2 = 0,6$  thì tần số của dòng điện phải bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có  $\tan \varphi_{MB} = \frac{Z_L}{R+r} = \frac{3}{4}$ ,  $\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_C - Z_L}{R+r} = \frac{4}{3}$

$$\Rightarrow \frac{Z_C}{R+r} = \frac{25}{12}$$

Thiết lập được tỉ lệ:  $\frac{Z_L}{Z_C} = \frac{9}{25}$ . Mà với  $P_{max} \Leftrightarrow LC = \frac{1}{(\omega_1)^2}$

$$\Rightarrow LC (\omega_1)^2 = \frac{9}{25} \rightarrow f = 30Hz$$

**Câu 101:** Một vòng dây kín, phẳng có diện tích S đặt trong một từ trường đều với cảm ứng từ B vuông góc với mặt phẳng vòng dây. Nếu cho vòng dây quay một góc  $180^\circ$  xung quanh một trục nằm trong mặt phẳng của nó thì trong vòng dây có một điện lượng Q di chuyển. Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây. Nếu cho vòng dây quay đều xung quanh trục này với tốc độ góc không đổi  $\omega$ , thì cường độ dòng điện cực đại trong vòng dây là:

- A.  $\frac{\omega Q}{5}$ .      B.  $\frac{\omega Q}{3}$ .      C.  $\frac{\omega Q}{4}$ .      D.  $\frac{\omega Q}{2}$ .

Lời giải

Ta có

$$Q = 2Q_0 \rightarrow Q_0 = \frac{Q}{2} \rightarrow I_0 = \frac{\omega Q}{2}$$

**Câu 102:** Điện năng được truyền từ một trạm phát điện đến một hộ tiêu thụ điện bằng đường dây một pha với hiệu suất 82 %. Coi hao phí điện năng chỉ do toả nhiệt trên đường dây và không vượt quá 30%. Nếu công suất sử dụng điện của hộ tiêu thụ tăng 25% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là:

- A. 77,6%.      B. 75,6%.      C. 70,6%.      D. 65,6%.

**Lời giải**

Công suất cần truyền đi ban đầu là  $P_1$ , thì công suất nhận được nơi tiêu thụ là  $0,82P_1$ .

Công suất cần truyền đi lúc sau là  $P_2$ , thì công suất nhận được nơi tiêu thụ là  $1,25 \cdot 0,82P_1 = 1,025P_1$ .

Ta có:

$$\begin{cases} 0,82 = 1 - \frac{P_1 R}{U^2} \\ H_2 = 1 - \frac{P_2 R}{U^2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{0,18}{1 - H_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad (1)$$

Lại có:  $H_2 P_2 = 1,025 P_1 \Leftrightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{H_2}{1,025} \quad (2)$

Thế (2) vào (1):  $\Leftrightarrow \frac{0,18}{1 - H_2} = \frac{H_2}{1,025}$

$\rightarrow H_2 = 0,7559$  do  $H_2 > 0,7$ .

Chọn B.

**Câu 103:** Cho mạch điện xoay chiều RLC trong đó L là cuộn thuần cảm và có độ tự cảm thay đổi được. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có biểu thức  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  trong đó  $U_0; \omega$ ; là các hằng số. Điều chỉnh giá trị của L thì thấy, khi  $L = L_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ đạt cực đại và khi đó mạch tiêu thụ công suất 120W. Khi  $L = L_2$  thì điện áp giữa hai đầu cuộn cảm có giá trị hiệu dụng lớn nhất là  $U_{L_{max}}$  khi đó mạch tiêu thụ công suất 43,2W. Tỉ số giữa  $\frac{U_{L_{max}}}{U_{C_{max}}}$  là

- A.  $\frac{5}{3}$ .      B.  $\frac{5}{2}$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

Khi  $L = L_2$  thì  $U_L \max \Rightarrow ZL = \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C} \Rightarrow Z_L - Z_C = \frac{R^2}{Z_C}$

$P_1 = \frac{U^2}{R}$

$P_2 = \frac{U^2}{R} \cdot \cos^2 \varphi$

$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow Z_C = \frac{4}{3}R$

$U_{C_{max}} = \frac{U}{R} \cdot ZC$

$U_{L_{max}} = \frac{R}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

Thay số  $\Rightarrow \frac{U_{L_{max}}}{U_{C_{max}}} = \frac{5}{3}$

Chọn A.

**Câu 104:** Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB gồm điện trở  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt điện áp xoay chiều có tần số và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi đó đoạn mạch AB tiêu thụ công suất bằng 120W và có hệ số công suất bằng 1. Nếu nối tắt hai đầu tụ điện thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$ , công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB trong trường hợp này bằng :

- A. 120W.      B. 30W.      C. 90W.      D. 50W.

**Lời giải**

Ban đầu mạch xảy ra cộng hưởng nên công suất tiêu thụ:  $P_{max} = 120 (W)$

Sau khi nối tắt hai đầu tụ điện, thì hệ số công suất của mạch là:  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow P = P_{max} \cos^2 \varphi = 120 \cdot \frac{3}{4} = 90 (W)$$

Chọn C.

**Câu 105:** Cho đoạn mạch AB gồm RLC mắc nối tiếp theo thứ tự. Cuộn cảm thuần, điện trở  $R = 50\Omega$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cdot \cos(2\pi ft) (V)$ ,  $U$  không đổi, tần số  $f$  thay đổi được. Điều chỉnh  $f$  để điện áp hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại  $U_{Lmax} = U\sqrt{3}$ . Khi đó điện áp hiệu dụng của đoạn mạch RC có giá trị 150V. Công suất của mạch khi đó có giá trị

Lời giải

$$\frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = U\sqrt{3} \Rightarrow Z_C = \sqrt{2}R$$

Mà ta lại có  $R^2 = 2Z_C(Z_L - Z_C)$

Từ đó ta sẽ tìm được  $Z_L$

$$U_{RC} = I \cdot Z_{RC}$$

$$U_{RC} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\text{Sẽ tìm được } U. P = RI^2 = R \frac{U^2}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

**Câu 106:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm  $R_1, R_2$  và cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L$  có thể thay đổi được/ Biết  $R_1 = 2R_2 = 200\sqrt{3} (\Omega)$ . Điều chỉnh  $L$  cho đến khi hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và  $L$  lệch pha cực đại so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch. Giá trị của độ tự cảm lúc đó là

- A.  $L = \frac{1}{\pi} (H)$ .      B.  $L = \frac{3}{\pi} (H)$ .      C.  $L = \frac{2}{\pi} (H)$ .      D.  $L = \frac{5}{\pi} (H)$ .

Lời giải

Bài này bạn có thể thay các đáp án vào thử trực tiếp luôn Đặt các pha trong đề như sau  $\phi_{R_1L}$  và  $\phi_m$

Ta có nhận xét các pha trên đều nằm trên góc phần tư thứ nhất và  $\phi_{R_1L}$  luôn lớn hơn  $\phi_m$

Từ đó ta có để thỏa mãn ycbt thì  $\phi_{R_1L} - \phi_m$  đạt max hay  $\tan(\phi_{R_1L} - \phi_m)$  đạt max

Ta có.

$$\tan(\phi_{R_1L} - \phi_m) = \frac{\tan \phi_{R_1L} - \tan \phi_m}{1 + \tan \phi_{R_1L} \cdot \tan \phi_m}$$

Bạn giải phương trình trên với ẩn là  $Z_L$  sau đó bạn dùng đạo hàm theo  $Z_L$  bằng 0

Tìm được  $Z_L = 300$

**Câu 107:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi 150 V vào đoạn mạch AMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở  $R$ , đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với một cuộn cảm thu cần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Biết sau khi thay đổi độ tự cảm  $L$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB tăng  $2\sqrt{2}$  lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau một góc  $\frac{\pi}{2}$ .

Tìm điện áp hiệu dụng hai đầu mạch AM khi chưa thay đổi  $L$ ?

- A.  $100\sqrt{5}$ .      B.  $100\sqrt{2}$ .      C. 100.      D.  $100\sqrt{3}$ .

Lời giải

$U_R$  là điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở ban đầu

$$\rightarrow U_{LC} = \frac{U_R}{2\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow U_R^2 + U_{LC}^2 = U^2 \rightarrow U_R^2 + \left(\frac{U_R}{2\sqrt{2}}\right)^2 = 150^2$$

$$\rightarrow U_R = 100\sqrt{2}V$$

Chọn B.

**Câu 108:** Mạch điện RLC gồm 3 phần tử mắc nối tiếp với R là biến trở thay đổi được. Khi  $R = R_1$  thì công suất mạch là  $P_1$ , dòng điện chậm pha so với điện áp  $\varphi_1$ , khi  $R = R_2$  thì công suất mạch là  $P_2$ , dòng điện chậm pha so với điện áp  $\varphi_2$ . Khi  $R = R_0$  thì công suất mạch cực đại. Biết  $R_1 + R_2 = R_0$ ,  $P_1 + P_2 = P_0, \varphi_2 = \varphi_1 - \frac{\pi}{12}$ . Độ lệch pha nhỏ nhất giữa dòng điện và điện áp giữa hai đầu mạch khi  $R = R_1$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A.  $\frac{5\pi}{12}$ .

B.  $\frac{\pi}{3}$ .

C.  $\frac{\pi}{4}$ .

D.  $\frac{2\pi}{5}$ .

Lời giải

Ta có:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi$

$$P_1 + P_2 = P_0 \Rightarrow \frac{U^2 \cos^2 \varphi_1}{R_1} + \frac{U^2 \cos^2 \varphi_2}{R_2} = \frac{U^2}{2R_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2R_0} = \frac{\cos^2 \varphi_1}{R_1} + \frac{\cos^2 \varphi_2}{R_2} \geq \frac{(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2}{R_1 + R_2} = \frac{(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2}{R_0}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{6}\right) \cos \frac{\pi}{6} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi > 96^\circ$$

**Câu 109:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp trong đó cuộn dây thuần cảm, hai đầu mạch đặt một điện áp xoay chiều có điện áp hiệu dụng  $U=150V$  tần số  $f$ . Biết điện áp hiệu dụng đoạn RL là  $200V$ , hai đầu tụ điện là  $100V$  và công suất tiêu thụ là  $72,6W$ . Nếu mắc thêm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm là  $0,73H$  thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch cũng không đổi. Tần số  $f$  của dòng điện là

A.  $20Hz$ .

B.  $50Hz$ .

C.  $100Hz$ .

D.  $70Hz$ .

Lời giải

Từ các dữ kiện đầu, chúng ta sẽ xử lý được

$$Z_L = 275\Omega; Z_C = 200\Omega$$

Do công suất tiêu thụ của mạch không đổi:

$$\rightarrow Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow Z_L - Z_C = Z_C - Z'_L \rightarrow Z'_L = 125\Omega$$

Do cảm kháng giảm, nên cuộn cảm sẽ được mắc song song:

$$125 = \frac{275 \cdot Z_{L1}}{275 + Z_{L1}} \rightarrow Z_{L1} = \frac{1375}{6} \Omega$$

$$\Rightarrow f = \frac{Z_{L1}}{2\pi L} = \frac{1375}{6 \cdot 2\pi \cdot 0,73} = 50Hz$$

Chọn B.

**Câu 110:** Để bơm nước ngoài một cánh đồng xa, người ta dùng một máy bơm nước mà động cơ của nó là một động cơ điện loại  $220V - 704W$ . Cách xa động cơ, có một nguồn điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng  $U$ . Để động cơ hoạt động, người ta dùng dây truyền tải có điện trở tổng cộng  $2,5\Omega$  nối từ nguồn điện đó tới động cơ. Biết hệ số công suất của động cơ khi chạy đúng công suất định mức là  $0.8$ . Để động cơ chạy đúng công suất định mức thì điện áp hiệu dụng  $U$  có giá trị xấp xỉ bằng:

A.  $100V$ .

B.  $120V$ .

C.  $228V$ .

D.  $220V$ .

Cường độ dòng điện hiệu dụng:  $I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{704}{220 \cdot 0,8} = 4 (A)$   
 $\rightarrow U_R = 4 \cdot 2,5 = 10 (\Omega)$

Ta có:

$$U = \sqrt{U_d^2 + U_R^2 + 2U_d U_R \cos \varphi}$$

$$= \sqrt{220^2 + 10^2 + 2 \cdot 220 \cdot 10 \cdot 0,8} = 228 (V)$$

Chọn C.

**Câu 111:** Nối hai cực của 1 máy phát điện xoay chiều một pha vào 2 đầu đoạn AB gồm 1 điện trở thuần  $R = 100\Omega$ , cuộn cảm có độ tự cảm  $L = \frac{41}{6\pi} (H)$  và tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{3\pi} F$ . Tốc độ roto của máy có thể thay đổi được. Khi tốc độ roto của máy là  $n$  hoặc  $3n$  thì công suất tiêu thụ điện của mạch là như nhau. Khi roto quay với tốc độ  $n$  thì tần số dòng điện là

Lời giải

Khi công suất tiêu thụ trong mạch đạt cực đại ta có:

$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} = \frac{300\pi}{\sqrt{20}} (\text{rad/s})$$

$$\Rightarrow n_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{150}{\sqrt{20}} \left(\frac{v}{s}\right)$$

Ta có:

$$\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(3n)^2} = \frac{2}{n_0^2} \Rightarrow n = \frac{\sqrt{5}}{3} n_0 = 25 \left(\frac{v}{s}\right)$$

**Câu 112:** Cho mạch RLC mắc nối tiếp vào hai đầu đoạn mạch AB có điện áp hiệu dụng  $U$ .  $C$  có thể thay đổi được. Khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì điện áp trên tụ có giá trị bằng nhau và bằng  $60 (V)$ . Dòng điện trong hai trường hợp này lệch pha nhau góc  $\frac{\pi}{3}$ . Với  $C = C_3$  thì điện áp hai đầu tụ đạt GTLN và mạch tiêu thụ công suất bằng nửa công suất cực đại. Tìm  $U$  ?

Lời giải

• Khi  $C = C_3$  thì  $P = \frac{P_{max}}{2} \rightarrow Z_C = Z_L + R$

Mặt khác  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \rightarrow R = Z_L$

• Ta có công thức:  $U_C = U_{C-M} (\cos \varphi + \cos \varphi_0)$  với  $\tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_L}$

$\rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{4}$

•  $\cos (\varphi_1 + \varphi_0) = \cos (\varphi_2 + \varphi_0) \rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{-\pi}{2}$

• Vậy có:  $\frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \cos \left(\frac{-\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right) = 60 \rightarrow U = 20\sqrt{6}$

**Câu 113:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi và tần số  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu mạch điện gồm ống dây có điện trở thuần  $R$ , độ tự cảm  $L$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì dòng điện qua mạch có dạng  $i_1 = I\sqrt{2} \cos \left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (A)$ , khi  $\omega = \omega_2$  thì dòng điện qua mạch có dạng  $i_2 = I\sqrt{2} \cos \left(80\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (A)$ . Khi  $\omega = \omega_3$  thì dòng điện qua mạch có giá trị hiệu dụng cực đại là  $I_M$  và có dạng?

A.  $i = I_M \cos \left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .

B.  $i = I_M \cos \left(40\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (A)$ .

C.  $i = I_M \cos \left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (A)$ .

D.  $i = I_M \cos \left(40\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .



Lời giải

Hai giá trị của  $\omega$  có cùng  $I$  nên  $Z$  như nhau tức là độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  trong 2 TH:

$$\Delta\varphi_1 = -\Delta\varphi_2$$

$$\Rightarrow \varphi_u = \frac{\varphi_{i_1} + \varphi_{i_2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

Và:  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2} = 40\pi$

Chọn D.

**Câu 114:** Điện năng được truyền từ một nhà máy phát điện nhỏ đến một khu công nghiệp bằng đường dây tải điện một pha. Cho rằng chỉ tính đến hao phí điện năng trên đường dây, công suất cung cấp của nhà máy phát điện là không đổi, hệ số công suất luôn bằng 1. Nếu tại nhà máy điện không đặt máy tăng áp còn tại khu công nghiệp đặt máy hạ áp có hệ số hạ áp là 57 (nghĩa là điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp giảm 57 lần so với điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp) thì chi đáp ứng 95% nhu cầu điện năng tiêu thụ tại khu công nghiệp. Để đáp ứng đủ nhu cầu điện năng tiêu thụ ở khu công nghiệp thì tại nhà máy điện người ta đặt thêm máy tăng áp có hệ số tăng áp là 4 và tại khu công nghiệp người ta đặt máy hạ áp có tỉ số hạ áp là?

- A. 120.                      B. 240.                      C. 100.                      D. 50.

Lời giải

Công suất cần truyền đi, điện áp nơi phát lần lượt là:  $P; U$ .

Điện áp 2 đầu cuộn sơ cấp của máy hạ áp trong hai trường hợp:  $57U'$ ;  $nU'$  ( $U'$  là điện áp tại KCN).

Ta có:

$$H_1 = \frac{0,95P'}{P} = \frac{57U'}{U} \quad (1)$$

$$H_2 = \frac{P'}{P} = \frac{nU'}{4U} \quad (2)$$

Chia vế với vế của (1) và (2):

$$\Leftrightarrow 0,95 = \frac{228}{n} \Rightarrow n = 240$$

Chọn B.

**Câu 115:** 1 máy phát điện xoay chiều 1 pha có công suất  $P=4,932\text{kW}$  , cung cấp điện để thắp sáng bình thường 66 bóng đèn dây tóc cùng loại 220V - 60W mắc song song với nhau ở tại 1 nơi khá xa máy phát . Coi điện trở các đoạn dây nối các bóng với 2 dây tải là rất nhỏ và  $u$  cùng pha  $i$ . Hiệu điện thế hiệu dụng ở 2 cực của máy phát bằng:

- A. 274V.                      B. 100V.                      C. 160V.                      D. 200V.

Lời giải

Cường độ dòng điện của máy phát cung cấp cho 66 bóng đèn:  $I = 66 \frac{P}{U} = 18A$

Công suất máy phát  $P = U_p \cdot I \Rightarrow U_p = \frac{4932}{18} = 274V$

Chọn A.

**Câu 116:** Cho điện áp  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (t tính bằng s) được đặt vào hai đầu mạch gồm cuộn dây và tụ điện mắc nối tiếp. Cuộn dây có độ tự cảm  $L = \frac{0,15}{\pi}$  (H) và điện trở  $r = 5\sqrt{3}\Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-5}}{\pi}$  (F). Tại thời điểm  $t_1$  điện áp tức thời hai đầu cuộn dây có giá trị 5V, đến thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{1}{75}$  (s) thì điện áp tức thời giữa hai đầu tụ cũng bằng 15V. Giá trị  $U_0$  bằng

Lời giải

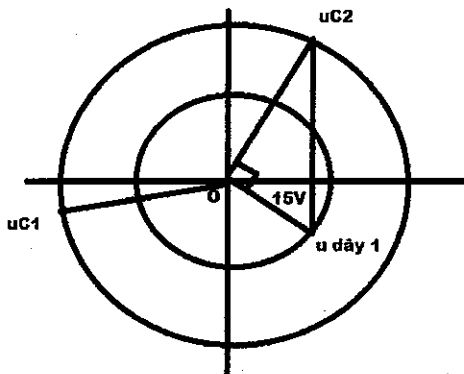
Dễ dàng nhận thấy điện áp hai đầu cuộn dây nhanh pha hơn điện áp hai đầu tụ góc  $\frac{5\pi}{6}$

Ta có : sau  $\frac{1}{75}$  (s) thì  $u_C$  quét được góc  $\frac{2\pi}{3}$

Sử dụng đường tròn.

$$\text{Khó thấy: } \frac{1}{U_{0dy}^2} + \frac{1}{U_{0C}^2} = \frac{1}{15^2}$$

Từ đó ta tính được  $U_0 = 10\sqrt{3} (V)$



Tại thời điểm  $t_1$  thì giá trị tức thời của  $u_C$  là  $u_{C1}$ , tại thời điểm  $t_2$  thì giá trị tức thời của  $u_C$  là  $u_{C2}$ . Góc lớn  $u_{C1}Ou_{C2}$  bằng  $\frac{2\pi}{3}$  mà góc  $u_{C1}Ou_{dây1}$  bằng  $\frac{5\pi}{6}$  nên ta có  $u_{C2}$  vuông góc với  $u_{dây1}$ . Tiếp theo áp dụng công thức trong tam giác vuông thoi.

**Câu 117:** Một mạch điện R, L1, C mắc nối tiếp trong đó cuộn dây thuần cảm, hai đầu mạch đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 150V$  và tần số  $f$ . Biết điện áp hiệu dụng đoạn  $RL_1$  bằng  $200V$ , hai đầu tụ là  $100V$  và công suất tiêu thụ là  $72,6W$ . Nếu mắc thêm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L_2 = 0,73H$  thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch cũng không đổi. Tần số  $f$  của dòng điện là  
 A. 70 Hz.                      B. 50 Hz.                      C. 20 Hz.                      D. 100 Hz.

Lời giải

$$U^2 = U_R^2 + (U_{L1} - U_C)^2 \quad (1)$$

$$U_R^2 + U_{L1}^2 = U_{RL1}^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) tính ra được  $U_R = \frac{75\sqrt{15}}{2} V$ ;  $U_{L1} = 137,5V$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\Rightarrow I \approx 0,5A$$

$$\rightarrow Z_{L1} = 275\Omega ; Z_C = 200$$

Khi mắc thêm  $L_2$  mà  $P$  không đổi suy ra  $Z_1^2 = Z_2^2$

$$\Leftrightarrow Z_{L'}^2 - 400Z_{L'} + 34375 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{L'} = 275\Omega (l) \\ Z_{L'} = 125\Omega \end{cases}$$

$\rightarrow L_2$  mắc song song

$$\Rightarrow Z_{L2} \approx 229,2\Omega = 2\pi fL$$

Giải được  $f \approx 50Hz$

Chọn B.

**Câu 118:** Đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Mắc vào đoạn mạch  $AB$  với máy phát điện xoay chiều một pha. Khi rôto quay với tốc độ 30 vòng/s thì cảm kháng của mạch bằng điện trở. Khi rôto quay với tốc độ 40 vòng/s thì điện áp hiệu dụng trên tụ điện đạt cực đại. Hỏi khi rôto quay với tốc độ bằng bao nhiêu thì cường độ dòng điện trong mạch đạt giá trị cực đại?

Lời giải

$$n = n_1 = \frac{30v}{s} \rightarrow R = Z_{C_1} \rightarrow \omega_1.R.C = 1$$

$$n = n_2 : U_C = \frac{\frac{\Phi}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot C}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R^2}} = \frac{\frac{\Phi}{\sqrt{2}} \cdot 1}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R^2}}$$

$$U_{C_{max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_C \rightarrow LC = \frac{1}{\omega_2^2}$$

$$I = \frac{\frac{\Phi}{\sqrt{2}} \cdot \omega}{\sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R^2}}$$

$n = n_3$  thay đổi  $\omega$  để  $I$  max trong trường hợp này tương tự như thay đổi  $\omega$  để  $U_L$  max trong trường hợp  $U$  không đổi.

$$\rightarrow \frac{1}{\omega_3.C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \rightarrow \omega_3 = \frac{1}{C \cdot \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{LC - \frac{R^2 C^2}{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{R^2}{2}}}$$

$$\text{Vậy: } n_3 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{2n_1^2}}} = 120 \text{ vòng/s}$$

**Câu 119:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 90\sqrt{5} (V)$  vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  ( $L$  thay đổi được) và tụ điện  $C$  mắc nối tiếp. Khi  $Z_L = Z_{L_1}$  hoặc  $Z_L = Z_{L_2}$  thì điện áp hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị và bằng 270 (V). Biết rằng  $3Z_{L_2} - Z_{L_1} = 150 (\Omega)$  và tổng trở của đoạn mạch  $RC$  trong hai trường hợp là  $100\sqrt{2} (\Omega)$ . Để điện áp hai đầu cuộn cảm cực đại thì cảm kháng của mạch  $AB$  khi đó gần giá trị nào nhất?

A. 120.

B. 100.

C. 180.

D. 150.

Lời giải

Theo đề bài ta có :

$$\frac{Z_{L_1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{Z_{L_2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

Khai thác cái này ta được hai dữ kiện

$$\begin{cases} \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} = \frac{2Z_C}{R^2 + Z_C^2} \\ Z_{L_1} + Z_{L_2} = \frac{9}{2}Z_C \end{cases}$$

Đến đây thu được

$$Z_{L_1} Z_{L_2} = \frac{9 \cdot 100^2}{2}$$

Kết hợp  $3Z_{L_2} - Z_{L_1} = 150$

Giải phương trình bậc 2 ta được  $Z_{L_2} = 150$

$$\Rightarrow Z_{L_1} = 300$$

$$\Rightarrow Z_C = 100$$

$$\Rightarrow Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{2.100^2}{100} = 200$$

Chọn C.

**Câu 120:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U \cos(\omega t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở R, tụ điện C và cuộn dây thuần L có độ tự cảm thay đổi mắc nối tiếp theo thứ tự, M là điểm nằm giữa tụ điện và cuộn dây. Khi  $R=R_0$ , điều chỉnh L đến  $L_1$  thì hiệu điện thế giữa hai đầu dây cực đại thì  $U_{AM} = U_1$ . Khi tăng biến trở thêm  $R_0 \Omega$  thì hiệu điện thế hai đầu dây cực đại khi  $L = L_2$ , khi đó  $U_{AM} = U_2$ . Biết dòng điện trong hai trường hợp lệch pha nhau  $\alpha$  ( $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ),  $U_1 = 2U_2$ . Xác định hệ số công suất mạch lúc đầu

A.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .

B.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

C.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .

D. Đáp án khác.

Lời giải

Gọi  $\varphi_1, \varphi_2$  lần lượt là độ lệch pha của  $u, i$  trong 2 trường hợp. Sử dụng tính chất khi  $U_{L_{max}}$  thì  $u_{AM} \perp u_{AB} \Rightarrow U_{AM} = U \cot \varphi$ .

Do  $U_1 = 2U_2$  suy ra:  $U \cot \varphi_1 = 2U \cot \varphi_2$

$$\Rightarrow \tan \varphi_2 = 2 \tan \varphi_1$$

$$\text{Lại có: } \tan(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan \varphi_1 - \tan \varphi_1}{1 + 2 \tan^2 \varphi_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan \varphi_1 = 1 \text{ hoặc } \tan \varphi_1 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ hoặc } \cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Chọn D.

**Câu 121:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số  $f$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $f = f_0$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện là  $U$ . Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm là  $U$  và cảm kháng của cuộn cảm lớn gấp 2,5 lần dung kháng của tụ điện. Khi  $f = 25\sqrt{2}$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện là  $100\sqrt{2}$  V. Điện áp hiệu dụng hai đầu mạch gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 100 V.

B. 140 V.

C. 130 V.

D. 180 V.

Lời giải

Gọi  $f_1, f_2, f_3$  lần lượt là các giá trị của tần số mà tại đó  $U_{Cmax}; U_{Lmax}; I_{max} \rightarrow f_3^2 = f_1 f_2$  Từ đó thì của  $f$  biến thiên ta có:

$$f_0 = f_1 \sqrt{2}$$

$$f_0 + 75 = \frac{f_2}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{f_2}{\sqrt{2}} - f_1 \sqrt{2} = 75 \quad (1)$$

Mặt khác, khi cảm kháng gấp 2,5 lần dung kháng:

$$\rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = \left( \frac{f_2}{\sqrt{2} f_3} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{f_2}{f_1} = 5 \quad (2)$$

Từ (1) và (2):

$$\Rightarrow f_1 = 25\sqrt{2}; f_2 = 125\sqrt{2}$$

Vậy khi  $U_C = 100\sqrt{2}V$ ; đó chính là  $U_{C,max}$

Ta có công thức:

$$U_{C,max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow U = U_C \frac{2\sqrt{6}}{5} = 80\sqrt{3} (V)$$

Chọn B.

**Câu 122:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 220V$  đặt vào hai đầu đoạn mạch RLC có L thay đổi được. Khi  $Z_L = Z_{L_1}$  hoặc  $Z_L = Z_{L_2} = 2Z_{L_1} - 122$  thì điện áp hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị là  $280V$ . Biết tổng trở của đoạn mạch RC là  $128 \Omega$ . Để điện áp hai đầu cuộn cảm cực đại thì giá trị của  $Z_L$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A.  $205\Omega$ .                      B.  $106\Omega$ .                      C.  $169\Omega$ .                      D.  $100\Omega$ .

Lời giải

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_L^2} - 2\frac{Z_C}{Z_L} + 1 - \left(\frac{U}{U_L}\right)^2 = 0$$

Hai giá trị của  $Z_L$  có cùng  $U_L$  nên theo Viet ta có:

$$\frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} = \frac{1 - \left(\frac{U}{U_L}\right)^2}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_{L_1} (Z_{L_1} - 122) \approx 42816, 85333 \Rightarrow Z_{L_1} \approx 180$$

Lại có:  $\frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} = \frac{2}{Z_{L_0}} \Rightarrow Z_{L_0} \approx 205 (\Omega)$

Chọn A.

**Câu 123:** Mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần. Tự điện có điện dung C thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị không đổi  $U$ . Khi  $C = C_1$  thì đo được điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở thuần, cuộn dây và tụ điện lần lượt là  $100V, 200V$  và  $100V$ . Điều chỉnh  $C = C_2$  thì đo được điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện là  $200V$  và điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở thuần có thể nhận giá trị

- A.  $200V$ .                      B.  $129 V$ .                      C.  $120V$ .                      D.  $100V$ .

Lời giải

$$C = C_1 : \begin{cases} U_{L_1} = 2U_{R_1} \Rightarrow Z_L = 2R \\ U = 100\sqrt{2}V \end{cases}$$

$$C = C_2 : \begin{cases} U_{L_2} = 2U_{R_2} \\ U_{R_2}^2 + (U_{L_2} - 200)^2 = (100\sqrt{2})^2 \end{cases} \Leftrightarrow U_{R_2} = 20(4 \pm \sqrt{6})V \Leftrightarrow U_{R_2} \approx 129V \text{ hoặc } U_{R_2} \approx 31V$$

Chọn B.

**Câu 124:** Đặt vào 2 đầu đoạn mạch AB 1 điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  không đổi gồm các phần tử R, cuộn cảm thuần  $Z_L$  và tụ điện có C thay đổi được. Thay đổi C để  $U_C$  đạt giá trị cực đại thì cường độ dòng điện sớm pha hơn điện áp đầu mạch góc  $\varphi_1$ . Tiếp tục thay đổi C đến giá trị mới sao cho sau đó với bất kì giá trị nào của R thì điện áp giữa 2 đầu R và cuộn cảm đều không đổi. Lúc đó cường độ dòng điện sớm pha hơn điện áp góc  $\varphi_2$ . Biết  $\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \geq \frac{1}{2}$ . Tìm  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$

Lời giải

Khi C thay đổi  $U_{C_{max}}$  ta có :

$$\tan \varphi_1 = \frac{R}{Z_L}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$$

Khi C thay đổi đến giá trị mà khi đó  $U_{RL}$  không phụ thuộc vào R thì :  $Z_C = 2Z_L \rightarrow \cos \varphi_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$

Mà ta có:

$$\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{RZ_L}{R^2 + Z_L^2} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow (Z_L - R)^2 \leq 0 \rightarrow R = Z_L$$

$$\rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

**Câu 125:** Cho đoạn mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, trong đó L là cuộn thuần cảm, C là tụ có điện dung biến đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp có giá trị hiệu dụng U và tần số f không thay đổi. Điều chỉnh giá trị của điện dung của tụ người ta thấy, ứng với hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  thì cường độ dòng điện trong mạch lệch pha nhau góc  $\frac{\pi}{3}$ , điện áp hiệu dụng trên tụ có cùng giá trị 60V.

Ứng với giá trị điện dung  $C_3$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có độ lớn cực đại, mạch tiêu thụ công suất bằng một nửa công suất cực đại. Tính điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch.

- A.  $20\sqrt{6}$  V.      B.  $20\sqrt{3}$  V.      C.  $10\sqrt{6}$  V.      D.  $30\sqrt{6}$  V.

Lời giải

Bài này chỉ cần sử dụng công thức 2 giá trị của C để có cùng 1 giá trị của  $U_C$  :

$$U_C = U_{C_{max}} \cos \left( \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \Rightarrow U_{C_{max}} = \frac{60}{\cos \frac{\pi}{6}} = 40\sqrt{3}V$$

$$\text{Khi } U_{C_{max}} \text{ ta có: } P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi_3 = P_{max} \cos^2 \varphi_3 = \frac{P_{max}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vẽ giản đồ suy ra: } U = \frac{U_{C_{max}}}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{6} (V)$$

Chọn A.

**Câu 126:** Cho đoạn mạch xoay chiều RLC mắc nối tiếp, trong đó L là cuộn thuần cảm. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng U không đổi, tần số f thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của f thì nhận thấy  $f = f_1$ , điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm có giá trị bằng  $0,4U$ ,  $f = f_2$  điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ có giá trị bằng  $0,4U$ ,  $f = f_3$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm và hai đầu tụ điện có giá trị bằng nhau và bằng  $0,8U$ . Hãy xếp xếp theo thứ tự giảm dần của tần số?

Lời giải

$$f = f_3 \text{ Chọn } Z_L = Z_C = 0,8 \text{ và } R = 1$$

$$\text{Giả sử } f_3 = kf_2 \text{ thì } \frac{0,8}{k} = 0,8k \Rightarrow k = 0,4U$$

$$\sqrt{\left(\frac{0,8}{k} - 0,8k\right)^2 + 1}$$

$$\rightarrow k = 0,62$$

$$\text{Tương tự } f_3 = kf_1$$

$$\frac{0,8}{k} = 0,4U \rightarrow k = 1,58 \rightarrow f_2 > f_3 > f_1$$

$$\sqrt{\left(\frac{0,8}{k} - 0,8k\right)^2 + 1}$$

**Câu 127:** Cho mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm 1 điện trở thuần  $R_1 = 50\sqrt{3}\Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi}$ , đoạn mạch MB gồm điện trở  $R_2$  mắc nối tiếp với 1 cuộn cảm thuần. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch AB 1 điện áp xoay chiều có biểu thức  $U_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  thì thấy  $U_{MB} = 100V$  và điện áp tức thời giữa 2 đầu đoạn AB trễ pha hơn điện áp tức thời giữa 2 đầu đoạn mạch MB 1 góc  $60^\circ$ . Điện trở thuần  $R_2$  có giá trị là.

- A.  $50\sqrt{3}\Omega$ .      B.  $40\sqrt{3}\Omega$ .      C.  $120\sqrt{3}\Omega$ .      D.  $111\sqrt{3}\Omega$ .

Lời giải

Ta có:  $R_1 = 50\sqrt{3}; Z_C = 150$

Vẽ giản đồ vecto ta có được:

$$U_{AM}^2 = U^2 + U_{MB}^2 - 2 \cdot U_{MB} \cdot U \cdot \cos(60^\circ) \Rightarrow U_{AM} = 100\sqrt{3} \Rightarrow I = \frac{U_{AM}}{Z_{AM}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{MB} = 100\sqrt{3} \\ Z = 200\sqrt{3} \end{cases}$$

Từ hai phương trình này tìm được  $R_2 = 50\sqrt{3}\Omega$

Chọn A.

**Câu 128:** Đặt điện áp xoay chiều có tần số không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện  $C$  và cuộn cảm thuần  $L$  ( $L$  thay đổi được). Khi  $L = L_0$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại và bằng  $U_{Lmax}$ . Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm có giá trị như nhau và bằng  $U_L$ . Biết rằng  $\frac{U_L}{U_{Lmax}} = k$ , tổng hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  là  $n.k$ . Hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_0$  có giá trị bằng ?

- A.  $\frac{n}{2}$ .      B.  $\frac{n}{4}$ .      C.  $\frac{n}{3}$ .      D.  $\frac{3n}{2}$ .

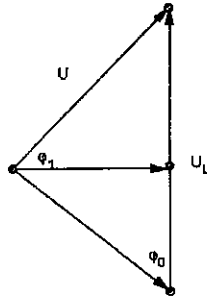
Lời giải

Khi  $U_{Lmax}$ :

$$\Rightarrow U_{Lmax} = \frac{U}{\sin \varphi_0}$$

$$\Rightarrow U_L = k \frac{U}{\sin \varphi_0} \quad (1)$$

Khi  $L = L_1$  Giả sử ta có giản đồ như hình vẽ:



$$\Rightarrow \frac{U_L}{\sin(\varphi_1 + 0, 5\pi - \varphi_0)} = \frac{U}{\sin \varphi_0}$$

Kết hợp với (1), rút gọn ta được:

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) = k$$

Lại có:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = k$$

Ta có:

$$\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 = 2\cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow nk = 2\cos\varphi_0 k \Leftrightarrow \cos\varphi_0 = \frac{n}{2}$$

Chọn A.

**Câu 129:** Đặt vào 2 đầu đoạn mạch AB điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U và tần số không thay đổi gồm các phần tử theo thứ tự biến trở  $R_1$ , cảm thuần  $L_1$ , cuộn cảm  $L_2$  có điện trở thuần r, biến trở  $R_2$  và tụ điện C. Gọi M là điểm nối giữa  $L_1$  và  $L_2$ , N là điểm nối giữa  $L_2$  và  $R_2$ . Thay đổi  $R_1$  và  $R_2$  sao cho điện áp giữa 2 đầu AB và NB luôn lệch nhau góc  $\frac{\pi}{4}$  và  $U_{AM} + U_{MN}$  đạt giá trị cực tiểu  $U_{min}$ . Tính  $U_{min}$  theo U

Lời giải

Vì khi  $R_1$  thay đổi thì  $R_1 + r$  cũng thay đổi và  $U_{AM} + U_{MN} \geq U_{AN}$  nên ta có thể xem AN như một cuộn dây không thuần cảm (vẽ giản đồ cho dễ)

Gọi góc ANB bằng  $\varphi$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ANB ta có:

$$\frac{U_{AN}}{\sin 45^\circ} = \frac{U}{\sin \varphi} \Rightarrow U_{AN} = \frac{U \sin 45^\circ}{\sin \varphi} \geq \frac{U\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 130:** Mạch điện xoay chiều AB mắc nối tiếp gồm đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM chứa điện trở thuần  $R_1$  và tụ điện có điện dung  $C = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi} F$ , đoạn mạch MB chứa cuộn dây có độ tự cảm L và điện trở  $R_2$ . Đặt điện áp xoay chiều  $u = 60\sqrt{2} \cos(100\pi t) V$  vào hai đầu đoạn mạch AB thì điện áp hiệu dụng giữa hai điểm A và M là  $24\sqrt{5} V$ . Nối tắt hai đầu tụ thì điện áp hiệu dụng hai đoạn mạch AM và MB là  $20\sqrt{2} V; 20\sqrt{5} V$ . Công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB khi chưa nối tắt là

- A. 108W.                      B. 100W.                      C. 111W.                      D. 123W.

Lời giải

+ Khi nối tắt hai đầu tụ:

$$U_{R_1} = U_{AM} = 20\sqrt{2} V, U_{MB} = 20\sqrt{5} V, U_{AB} = 60 V$$

$$\Rightarrow U_{R_2} = 10\sqrt{2}, U_L = 30\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow R_1 = 2R_2, Z_L = 3R_2 \quad (1)$$

+ Khi chưa nối tắt:  $Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Thay (1) và  $Z_C = 20\Omega$  vào ptr trên, được:  $Z = \sqrt{9(R_2)^2 + (3R_2 - 20)^2}$

Ta có:  $U_{AM} = \frac{U_{AB}}{Z} \cdot Z_{AM} = 24\sqrt{5}$

Giải phương trình ẩn  $R_2 \Rightarrow R_2 = 10\Omega \Rightarrow I \Rightarrow P = I^2(R_1 + R_2) = 108W$

Chọn A.

**Câu 131:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp một điện áp xoay chiều có điện áp hiệu dụng U không đổi tần số  $f = 50 Hz$ . Biết  $R = 100\sqrt{3}\Omega$ ; L biến đổi, điện dung C xác định. Khi  $L = \frac{2}{\pi}$  thì điện áp hiệu dụng đoạn LC bằng  $\frac{U}{2}$ , và dòng điện chậm pha so với điện áp u hai đầu mạch. Để điện áp đoạn LC bằng 0 thì độ tự cảm của cuộn dây phải bằng

- A.  $\frac{1}{\pi} H$ .                      B.  $\frac{2}{\pi} H$ .                      C.  $\frac{3}{\pi} H$ .                      D.  $\frac{5}{\pi} H$ .



Lời giải

$Z_L = 200\Omega$  Ta có:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_{LC}^2} \rightarrow U_R = \sqrt{3}U_{LC} = \frac{U\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow Z_{LC} = \frac{R}{\sqrt{3}} = 100(\Omega)$$

Do dòng điện chậm pha hơn điện áp 2 đầu mạch, nên mạch có tính cảm kháng:

$$\Rightarrow 200 - Z_C = 100 \rightarrow Z_C = 100\Omega$$

Để  $U_{LC}=0$  thì:

$$Z'_L = Z_C = 100\Omega \Rightarrow L = \frac{1}{\pi}(H)$$

Chọn A.

**Câu 132:** Cho mạch RLC có  $f$  thay đổi với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì  $U_{C_{max}}$ . Khi  $f_2 = f_1^2 + 16$  thì  $U_{L_{max}}$ . Tìm giá trị của  $f_1$  để hệ số công suất của đoạn mạch khi  $U_{C_{max}}$  đạt giá trị lớn nhất và giá trị đó là:

A.  $f_1 = 5(Hz)$ , B.  $f_1 = 4(Hz)$ , C.  $f_1 = 4(Hz)$ , D.  $f_1 = 4(Hz)$ ,

$\cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ,  $\cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ,  $\cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ,  $\cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .

Lời giải

Bài này chỉ cần sử dụng duy nhất một công thức:

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{2f_c}{f_c + f_L}} = \sqrt{\frac{2f_c}{f_c^2 + f_c + 16}} = g(f_c) \leq g(4) = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Chọn B.

**Câu 133:** Đặt điện áp xoay chiều có tần số  $f$  và giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi vào hai đầu đoạn mạch RLC, trong đó  $L$  là cuộn thuần cảm, ( $C$  thay đổi được). Khi  $C = C_1$  thì điện áp giữa hai đầu tụ có giá trị hiệu dụng  $40V$  và trễ pha hơn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch góc  $\varphi_1$ . Khi  $C = C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ cũng có giá trị hiệu dụng  $40V$  nhưng trễ pha hơn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch góc  $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3}$ . Khi  $C = C_3$ , điện áp giữa hai bản tụ có giá trị lớn nhất, mạch tiêu thụ công suất bằng 50% công suất cực đại mà nó có thể tiêu thụ. Điện áp hiệu dụng  $U$  giữa hai đầu đoạn mạch có giá trị gần giá trị nào nhất:

A. 13 V. B. 23 V. C. 33 V. D. 53 V.

Lời giải

Ta có:

$$P = P_{max} \cos^2 \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vậy độ lệch pha giữa  $U$  và  $I$  khi  $U_C$  max là:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \\ \varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{12} \\ \varphi_2 = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

Lại có công thức:

$$40 = U_{C_{max}} \cos(\varphi_1 - \varphi_0) \Rightarrow U_{C_{max}} = \frac{80}{\sqrt{3}}(V)$$

Đến đây bạn vẽ giản đồ véc tơ khi Uc max

$$\Rightarrow U = \frac{U_{Cmax}}{\sqrt{2}} = \frac{80}{\sqrt{6}} (V)$$

Chọn C.

**Câu 134:** Nối hai cực một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở R cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Bỏ qua điện trở thuần các cuộn dây của máy phát, coi từ thông cực đại qua các cuộn dây của máy phát không đổi. Khi roto quay đều với tốc độ  $n_1 = 500$  vòng/phút hoặc  $n_2 = 2000$  vòng/phút thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB như nhau và bằng  $\frac{1}{2}$  công suất cực đại của nó. Khi roto quay đều với tốc độ  $n_3 = 1500$  vòng/phút thì hệ số công suất đoạn mạch AB là

A. 0,87.

B. 0,96.

C. 0,92.

D. 0,69.

Lời giải

Ta có: 
$$P = \frac{\phi_o^2 \omega^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Công thức này tương tự với trường hợp f biến thiên để  $U_L max$

$$U_L^2 = \frac{U^2 \omega^2 L^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Nên nếu gọi  $n_o$  là tốc độ của roto khi  $P_{max}$  thì ta luôn có:

$$\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} = \frac{2}{n_o^2} \Rightarrow n_o \approx 686 \left(\frac{v}{s}\right)$$

Bây giờ giả sử khi  $n = n_o$  thì  $R = x; Z_L = x; Z_C = y$

Khi đó ta có:

$$Z_C^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2} \Rightarrow y^2 = xy - \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{y^2 + \frac{1}{2}}{y} \quad (1)$$

Lại có:

$$P_1 = \frac{1}{2} P_{max}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\omega_1^2}{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2} &= \frac{1}{2} \frac{\omega_o^2}{R^2 + (Z_{Lo} - Z_{Co})^2} \\ \Leftrightarrow 2 \left[ R^2 + (Z_{Lo} - Z_{Co})^2 \right] &= \frac{\omega_o^2}{\omega_1^2} \left[ R^2 + \left( \frac{\omega_1}{\omega_o} Z_{Lo} - \frac{\omega_o}{\omega_1} Z_{Co} \right)^2 \right] \\ \Leftrightarrow 2 \left[ 1 + (x - y)^2 \right] &= \frac{32}{17} \left[ 1 + \left( \frac{\sqrt{34}}{8} x - \frac{8}{\sqrt{34}} y \right)^2 \right] \quad (2) \end{aligned}$$

Thay (1) vào (2) ta được:  $\begin{cases} x \approx 1,6326 \\ y \approx 1,2242 \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{n_3}{n_o} x - \frac{n_o}{n_3} y\right)^2}} \approx 0,31527$$

**Câu 135:** Cho mạch điện xoay chiều AB theo thứ tự R, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C. N là điểm nằm giữa cuộn dây và tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) trong đó,  $U_0$  có giá trị không đổi,  $\omega$  có thể thay đổi được. Điều chỉnh  $\omega$  để điện áp hiệu dụng trên tụ có giá trị cực đại, khi đó  $u_{AN}$  lệch pha góc  $71,57^\circ$  ( $\tan 71,57^\circ = 3$ ) so với  $u_{AB}$ , công suất tiêu thụ của mạch đạt cực đại thì giá trị cực đại đó bằng bao nhiêu? Biết rằng hệ số công suất của đoạn mạch AN lớn hơn hệ số công suất của đoạn mạch AB.

A. 50W.

B. 100W.

C. 400 W.

D. 200W.

Lời giải

Gọi  $\varphi_1, \varphi_2$  lần lượt là góc hợp bởi  $u_{AN}, u_{AB}$  với  $u_R$ , ta có:

$$\begin{cases} \tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = \frac{1}{2} \\ \tan(\varphi_1 + \varphi_2) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{1}{2} \\ \tan \varphi_2 = 1 \end{cases} \quad (\cos \varphi_1 > \cos \varphi_2)$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{P}{(\cos \varphi_2)^2} = 400(W)$$

Chọn C.

**Câu 136:** Đặt vào 2 đầu AB : R , L , C một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U tần số 50HZ với C thay đổi được. Thay đổi C thấy có 2 giá trị  $C = C_1$  và  $C = C_2$  sao cho  $U_C$  có cùng giá trị. Tổng trở đoạn mạch trong 2 TH trên tương ứng là  $Z_1$  và  $Z_2$  Khi  $C = \frac{3C_1 C_2}{C_1 + C_2}$  thì mạch tiêu thụ công suất cực đại Tìm L biết  $Z_1 + Z_2 = 200\Omega$

Lời giải

$$U_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{1}{Z_C^2} (R^2 + Z_L^2) - 2\frac{Z_L}{Z_C} + 1}}$$

$$\frac{1}{Z_C^2} (R^2 + Z_L^2) - \frac{2Z_L}{Z_C} + 1 - \left(\frac{U}{U_C}\right)^2$$

Theo Vi-et ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} = \frac{2Z_L}{R^2 + Z_L^2} \quad (1) \\ \frac{1}{Z_{C1} Z_{C2}} = \frac{1 - \left(\frac{U}{U_C}\right)^2}{R^2 + Z_L^2} \quad (2) \end{cases}$$

Theo giả thiết:

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{3}{C_0} \Leftrightarrow Z_{C1} + Z_{C2} = 3Z_L \quad (3)$$

Thay (3) vào (1):

$$\Rightarrow Z_{C1} Z_{C2} = \frac{3}{2} (R^2 + Z_L^2)$$

Tiếp tục thay vào (2):

$$\Rightarrow \left(\frac{U}{U_C}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{U}{U_C} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Lại có:

$$\frac{U}{U_C} = \frac{Z_1}{Z_{C_1}} = \frac{Z_2}{Z_{C_2}}$$

$$\Rightarrow Z_1 + Z_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(Z_{C_1} + Z_{C_2}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 3Z_L = \sqrt{3}Z_L$$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{200}{\sqrt{3}} \Omega \Leftrightarrow L = \frac{2}{\pi\sqrt{3}} (H)$$

**Câu 137:** Mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện, tần số thay đổi được. Khi  $f = f_1$  thì  $i = \cos\left(2\pi f_1 t + \frac{\pi}{3}\right) (A)$  và dung kháng của tụ có độ lớn gấp ba lần điện trở. Khi  $f = f_2 = kf_1 (1 < k < 2)$  thì  $i = k \cos\left(2\pi f_2 t - \frac{\pi}{6}\right) (A)$ . Giá trị  $k$  gần giá trị nào nhất sau đây

Lời giải

$$\begin{cases} U_{R_1} = U_{LC_2} \\ U_{R_2} = U_{LC_1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} RI_1 = (Z_{L_2} - Z_{C_2}) I_2 \\ RI_2 = (Z_{C_1} - Z_{L_1}) I_1 \end{cases}$$

Lại có:

$$\frac{I_2}{I_1} = k; Z_{C_2} = \frac{Z_{C_1}}{k}; Z_{L_2} = kZ_{L_1}; Z_{C_1} = 3R$$

Hệ pt:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{Z_{C_1}}{3k} = kZ_{L_1} - \frac{Z_{C_1}}{k} \\ k\frac{Z_{C_1}}{3} = Z_{C_1} - Z_{L_1} \end{cases}$$

Chọn  $Z_{C_1} = 3R$ :

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{k} = kZ_{L_1} - \frac{3}{k} \\ k = 3 - Z_{L_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow k = 2$$

**Câu 138:** Đặt điện áp ổn định  $u = U \cos(\omega t)$  vào hai đầu đoạn mạch RLC với R là biến trở. Khi R có giá trị  $R_1$  và  $R_2$  thì công suất tiêu thụ của mạch đều là  $P = 100W$  và ứng với giá trị  $R_1$  điện áp hai đầu mạch lệch pha so với dòng điện một góc  $\frac{\pi}{8}$ . Tính công suất cực đại của mạch khi R biến thiên

Lời giải

Khi  $R = R_1$  thì  $\tan \frac{\pi}{8} = \frac{Z_L - Z_C}{R_1} \rightarrow R_1 = \tan \frac{\pi}{8} (Z_L - Z_C) (1)$

ta có:  $R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} = \frac{U^2}{100} (2)$

$R_1 \cdot R_2 = (Z_L - Z_C)^2 (3)$

thay (1) vào (3) suy ra:  $R_2 = \frac{Z_L - Z_C}{\tan \frac{\pi}{8}} (4)$

thay (1) và (4) vào công thức:  $R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} = \frac{U^2}{100} \rightarrow Z_L - Z_C = \frac{U^2}{100 \cdot \left(\tan \frac{\pi}{8} + \frac{1}{\tan \frac{\pi}{8}}\right)}$

Công suất mạch cực đại:  $P_{max} = \frac{U^2}{2 \cdot (Z_L - Z_C)} = 100\sqrt{2}W$

**Câu 139:** Đoạn mạch xoay chiều AB gồm đoạn AM và MB nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở  $R$  nối tiếp với tụ  $C$ , đoạn MB là cuộn dây. Biết  $u_{AM}$  luôn vuông pha với  $u_{MB}$  khi tần số thay đổi, và khi có cộng hưởng thì  $U_{AM} = U_{MB}$ . Khi tần số là  $f_1$  thì  $U_{AM} = U_1$  và  $u_{AM}$  trễ pha hơn  $u_{AB}$  góc  $\alpha_1$ , khi tần số là  $f_2$  thì  $U_{AM} = U_2$  và  $u_{AM}$  trễ pha hơn  $u_{AB}$  góc  $\alpha_2$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$ . Hệ số công suất của mạch ứng với  $f_1$  và  $f_2$  có giá trị bằng bao nhiêu? Tính theo  $U_1, U_2$

Lời giải

Ở chỗ tính  $U_R$ :

$$\left(\frac{U_R}{U_2}\right)^2 + \left(\frac{U_R}{U_1}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow U_R = \frac{U_1 U_2}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2}}$$

Đáp án :  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2U_1 U_2}{U_1^2 + U_2^2}$

**Câu 140:** Hai đoạn mạch có  $R, L, C$  mắc nối tiếp và  $R', L', C'$  nối tiếp. Nếu lần lượt mắc chúng vào điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  thì đều xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện và các dòng điện có cường độ hiệu dụng tương ứng là  $1A$  và  $1,5A$ . Nếu mắc nối tiếp 2 đoạn mạch này với nhau rồi vào điện áp xoay chiều trên thì trên đoạn mạch mới tạo thành:

- A. vẫn xảy ra cộng hưởng, CDDD hiệu dụng qua đoạn mạch là  $0,1A$ .
- B. vẫn xảy ra cộng hưởng, CDDD hiệu dụng qua đoạn mạch là  $0,2A$ .
- C. vẫn xảy ra cộng hưởng, CDDD hiệu dụng qua đoạn mạch là  $0,6A$ .
- D. vẫn xảy ra cộng hưởng, CDDD hiệu dụng qua đoạn mạch là  $0,3A$ .

Lời giải

Theo đề  $\begin{cases} I_1 = \frac{U}{R} = 1 \Rightarrow R = U \\ I_2 = \frac{U}{R'} = 1,5 \Rightarrow R' = \frac{U}{1,5} \end{cases}$

Các giá trị trị cảm kháng, dung kháng ở từng mạch tương ứng là bằng nhau ( $Z_{L1} = Z_{C1}; Z_{L2} = Z_{C2}$ ) nên khi mắc nối tiếp  $RLC$  với  $R'L'C'$  thì mạch cũng xảy ra cộng hưởng và cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch là  $I = \frac{U}{R + R'} = 0,6A$ .

Chọn C.

**Câu 141:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  vào 2 đầu đoạn mạch gồm cuộn cảm nối tiếp tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Khi điều chỉnh  $C = C_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa 2 đầu cuộn cảm và 2 đầu tụ điện đều bằng  $U$ , đồng thời khi đó biểu thức cường độ trong đoạn mạch  $i_1 = 2\sqrt{6} \left( \cos(100\pi t) + \frac{\pi}{4} \right)$ . Khi  $C = C_2$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ đạt cực đại, viết biểu thức của  $i$  khi đó.

Lời giải

Để đơn giản thì cho  $U=1$

TH1.

Đặt  $U_L = x \Rightarrow U_r^2 + (U_L - U_C)^2 = U^2 \Rightarrow 1 - x^2 + (x - 1)^2 = 1$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow U_L = \frac{1}{2}, U_r = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}U_L$

$r = \frac{U_r}{I} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}U}{\frac{1}{2}} = 0,25U$

$$\tan \varphi = \frac{0,5 - 1}{0,5\sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}, \Rightarrow \varphi = \frac{-\pi}{6} \Rightarrow \varphi_U = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12} \quad (1)$$

TH2.

$$\text{Đặt } U_L = x \Rightarrow U_r = \sqrt{3}x$$

$$\text{Vì } U_C \text{ max nên ta có: } \frac{1}{U_r^2} = \frac{1}{U_{Lr}^2} + \frac{1}{U^2}$$

$$\Rightarrow U = 2\sqrt{3}x = 2U_r, U_C = 4x, \tan \varphi = \frac{x - 4x}{\sqrt{3}x} = -\sqrt{3} \quad (2)$$

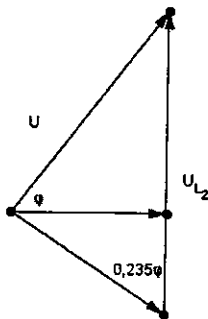
$$\text{Ta có } I_2 = \frac{U_{r1}}{r} = \frac{0,5U}{0,25U} = 2 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có pt } i = 2\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right)$$

**Câu 142:** Đặt điện áp không đổi  $u = U_0 \cos \omega t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần, tụ điện và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Khi  $L = L_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm cực đại và bằng  $U_{L_{max}}$  và điện áp hai đầu mạch sớm pha hơn dòng điện  $0,235\varphi \left(0 < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ . Khi  $L = L_2$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm có giá trị  $0,5U_{L_{max}}$  và điện áp hai đầu mạch sớm pha so với dòng điện  $\varphi$ . Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 1 rad.      B. 0,35 rad.      C. 1,35 rad.      D. 3,5 rad.

Lời giải



Khi  $L = L_1$

Dựa vào giản đồ vectơ ta có:

$$U_{L_{max}} = \frac{U}{\sin(0,235\varphi)}$$

Khi  $L = L_2$

$$\Rightarrow U_{L_2} = 0,5 \frac{U}{\sin(0,235\varphi)} \quad (1)$$

Áp dụng định lý hàm số sin ta có:

$$\frac{U}{\sin(0,235\varphi)} = \frac{U_{L_2}}{\sin(\varphi + 0,5\pi - 0,235\varphi)}$$

Thay (1) xuống rồi rút gọn ta được:

$$\cos(0,765\varphi) = 0,5 \leftrightarrow \varphi = 1,368 \text{ (rad)}$$

Đáp án C.

**Câu 143:** Trong một giờ thực hành một học sinh muốn một quạt điện loại 180V – 120W hoạt động bình thường dưới điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220V, nên mắc nối tiếp với quạt một biến trở. Ban đầu học sinh đó để biến trở có giá trị 70Ω thì đo thấy cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là 0,75A và công suất của quạt điện đạt 92,8%. Muốn quạt hoạt động bình thường thì phải điều chỉnh biến trở như thế nào?

- A. tăng đi 20Ω.      B. giảm đi 20Ω.      C. giảm đi 12Ω.      D. tăng đi 12Ω.

Lời giải

Lời giải 1: Ta có  $U_R = I_1 \cdot R_1 = 52,5\Omega$

$$P = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = 92,8$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{111,6}{0,75 \cdot U_1} = \frac{148,48}{U_1}$$

Từ giản đồ vecto, áp dụng định lí hàm số cos ta được:  $U_1 = 173,36$   
suy ra  $\cos \varphi = 0,857$

Để quạt chạy bình thường,  $U_1 = 180V, P = 120W$  nên  $I_1 = 0,779A$

Đến đây thì mình nghĩ dùng vecto chứ nên giản đồ vecto bình thường chắc hơi khó nhìn, suy ra  $U_R = 45,3V \Rightarrow R = 58,15\Omega$

Vậy giảm 11,84Ω

Chọn C.

Lời giải 2:

Gọi  $R_0, Z_L, Z_C$  là các thông số của quạt

Theo bài ra ta có  $P_{\text{quạt}} = 120W$ , Dòng điện định mức của quạt là  $I$

Gọi  $R_2$  là giá trị của biến trở khi quạt hoạt động bình thường khi  $U = 220V$

Khi  $R_1 = 70\Omega$  thì  $I_1 = 0,75A, P_1 = 0,928P = 111,36W$

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_0 \Rightarrow R_0 = \frac{P_1}{I_1^2} = 198\Omega$$

$$\text{Ta có } I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R_1)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{220}{\sqrt{268^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = 119^2$$

Ta lại có

$$P = I^2 \cdot R_0$$

$$\text{Với } I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow P = \frac{U^2}{(R_0 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Rightarrow R_0 + R_2 = 256\Omega \Rightarrow R_2 = 58\Omega$$

$$R_2 < R_1 \Rightarrow \Delta R = R_1 - R_2 = 12\Omega$$

**Câu 144:** 1 công nhân mắc nối tiếp 1 động cơ điện xoay chiều 1 pha với 1 tụ điện có điện dung C. Đặt vào 2 đầu động cơ 1 điện áp  $u = 160\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})V$ . Cho biết trên động cơ có ghi 100V-80W và khi động cơ hoạt động đúng công suất định mức thì hệ số công suất của động cơ là 0,8. Để động cơ hoạt động đúng công suất định mức thì điện dung bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{10^{-5}}{14\pi} F$ .      B.  $\frac{10^{-3}}{10\pi} F$ .      C.  $\frac{10^{-3}}{14\pi} F$ .      D.  $\frac{10^{-2}}{14\pi} F$ .

Lời giải

$\cos \varphi_{\text{oc}} = 0,8$  suy ra hiệu pha của điện áp của động cơ và tụ điện là  $\Delta \varphi$

$$\text{Ta có } \cos \Delta \varphi = \cos \left( \varphi_{\text{oc}} - \left( -\frac{\pi}{2} \right) \right) = -0,6$$

suy ra:  $U^2 = U_{\text{oc}}^2 + U_C^2 + 2U_{\text{oc}}U_C \cos \Delta \varphi$  Thay các giá trị vào tính được  $U_C = 140V$

mà ở động cơ ta có  $P = UI \cos \varphi$  suy ra  $100 = 80 \cdot I \cdot 0,8$

suy ra  $I = 1A$

suy ra  $Z_C = 140\Omega$

Chọn B.

**Câu 145:** Một trạm hạ áp cấp điện cho một nông trại để thắp sáng bóng đèn sợi đốt cùng loại có điện áp định mức là 220 (V). Nếu dùng 500 bóng thì hoạt động đúng công suất định mức còn dùng 1500 bóng thì đạt 83,4% công suất định mức. Tìm điện áp ra ở cuộn thứ cấp của máy hạ áp này

- A. 180V.                      B. 200V.                      C. 231V.                      D. 230V.

Lời giải

Gọi  $R$  là điện trở của máy,  $R_0$  là điện trở mỗi bóng đèn, điện áp cần tìm là  $U$

Dựa vào thực tế ta có  $R$  mắc nối tiếp với hệ  $R_0$  mắc song song

Khi mắc 500 bóng ta có  $R_{t\text{ext}\theta} = \frac{R_0}{500}$

Tất cả các đèn sáng bình thường nên  $U_d = 220$  khi đó  $U_R = U - 220$

$$\frac{R_D}{R} = \frac{R_0}{500 \cdot R} = \frac{U_d}{U_R}$$

$$\Rightarrow \frac{R_0}{R} = 500 \cdot \frac{U - 220}{220}$$

$$\Rightarrow \frac{R_0}{R} = 500 \cdot \frac{U - 220}{220}$$

Khi mắc 1500 bóng  $R' = \frac{R_0}{1500}$

Tỷ đó ta có

$$\frac{R'_d}{R} = \frac{U'_d}{U'_R} = \frac{R_0}{1500R} = \frac{220}{3 \cdot (U - 220)}$$

Ta lại có  $U'_d + U'_R = U$

Thế vào trên ta được  $U'_d = \frac{220U}{3U - 440}$

Suy ra:  $\frac{P'}{P} = \left(\frac{U'}{U}\right)^2 = \left(\frac{U}{3U - 440}\right)^2 = 0,834$

Giải ra được  $U = 231$

Chọn C.

**Câu 146:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) (Với  $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$ , ( $0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2}$ ) và điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây là  $U_1$  (V).

Khi  $C = nC_0$  ( $n = \text{const}, n > 1$ ) thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là  $U_2$  (V). Biết rằng  $U_2 - U_1 = 60$  (V) Điện áp hiệu dụng hai đầu mạch gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 95V.                      B. 75V.                      C. 64V.                      D. 40V.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} nZ_L - Z_C = R \\ Z_C - Z_L = nR \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{n+1}{n-1}R \\ Z_C = \frac{n^2+1}{n-1}R \end{cases}$$

Lại có:

$$\begin{cases} U' = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_0}{n-1} \\ U'' = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + \left(Z_L - \frac{Z_C}{n}\right)^2}} = \frac{nU_0}{n-1} \end{cases}$$



Từ đó suy ra

$$U'' - U' = U_0 = 60 \Rightarrow U = 30\sqrt{2}$$

Chọn D.

**Câu 147:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (với  $U_0$  và  $\omega$ ) không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện  $C$  và cuộn cảm thuần  $L$  ( $L$  thay đổi được). Khi  $L = L_0$  thì dòng điện trong mạch chậm pha với  $u$  một góc  $\varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch  $RC$  là  $U$ . Khi  $L = \frac{L_0}{2}$  thì dòng điện trong mạch lệch pha với  $u$  một góc  $\varphi_2 = \frac{\pi}{3} - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch  $RC$  là  $2U$ . Giá trị của  $U_0$  là

- A.  $U$ .                      B.  $2U$ .                      C.  $5U$ .                      D.  $3U$ .

$\varphi$  là góc giữa  $U_{RC}$  và  $U_L$  Suy ra:  $\frac{U_0}{\sin \varphi} = \frac{U}{\cos \varphi_1} = \frac{2U}{\cos \varphi_2}$

Hãy:  $2 \cos \varphi_1 = \cos \left( \frac{\pi}{3} - \varphi_1 \right)$

Nên:  $\varphi_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$  Vậy nên:  $U_0 = U$

Chọn A.

**Câu 148:** Một máy tăng áp lí tưởng có cuộn sơ cấp mắc vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi. Khi đồng thời giảm  $2x$  vòng dây ở cuộn sơ cấp và  $3x$  vòng dây ở cuộn thứ cấp thì tỉ số điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp và hai đầu cuộn thứ cấp để hở không thay đổi so với ban đầu. Khi đồng thời tăng  $y$  vòng dây hoặc đồng thời giảm  $z$  vòng dây ở cả cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp để hở đều thay đổi một lượng bằng 10% điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn sơ cấp. Tỉ số  $\frac{y}{z}$  là

- A. 1.                      B. 1,5.                      C. 2,5.                      D. 3.

Lời giải

Ta có  $\frac{N_2}{N_1} = \frac{N_2 - 3x}{N_1 - 2x} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2} \Rightarrow U_2 = 1,5U_1$

$$\begin{cases} \frac{U_2'}{U_1'} = \frac{U_2}{U_1} - 0,1 = 1,4 \\ \frac{U_2''}{U_1''} = \frac{U_2}{U_1} + 0,1 = 1,6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1,5N_1 + y}{N_1 + y} = 1,4 \\ \frac{1,5N_1 - z}{N_1 - z} = 1,6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{N_1}{4} \\ z = \frac{N_1}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{z} = 1,5$$

Chọn B.

**Câu 149:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(100\pi t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch có  $R, L, C$  mắc nối tiếp thì cường độ dòng điện trong mạch là  $i = I_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (A). Biết công suất tức thời đạt giá trị cực đại là 200W. Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là 50W. Liên hệ giữa điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch và điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở là?

- A.  $U = 4U_R$ .                      B.  $U = U_R$ .                      C.  $U = 2U_R$ .                      D.  $U = 3U_R$ .

Lời giải

Công suất tức thời:

$$P = u \cdot i = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(200\pi t + \varphi)$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 I_0 = 200$$

Lại có:

$$\frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi = 50 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow U = 3U_R$$

Chọn D.

**Câu 150:** Đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện  $C$  mắc nối tiếp ( $2L > CR^2$ ). Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi và tần số thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch  $AB$ . Khi tần số là  $f_x$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là  $U$ . Khi tần số là  $f_y$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại và bằng  $1,5U$ . Hệ số công suất của đoạn mạch  $AB$  khi tần số là  $f_x$  gần giá trị nào nhất sau:

- A. 0,25.                      B. 0,5.                      C. 0,75.                      D. 0,85.

Lời giải

**Lời giải 1:** Công thức tổng quát :

Khi tần số là  $f_x$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là  $xU$ .

Khi tần số là  $f_y$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại và bằng  $yU$ .

(Với  $y > x$ ) Khi đó  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \frac{(x-y)^2}{y^2 - x^2}}$

$U_{Lx} = U_{Cy} = U(1)$

$U_{Cx} = U_{Ly} = 1,5U(2)$

•  $f_x: U_{Lx}^2 = U_m^2 + U_{Cx}^2$

Thay (1) và (2) ta được :  $U = U_x = \frac{2}{\sqrt{5}}U_m = \frac{2}{3}U_{Lx}$

Ta có:  $U_m^2 = U_{Rx}^2 + (U_{Lx} - U_{Cx})^2$

$\Rightarrow U_m = \frac{2}{\sqrt{5}}U_R$

$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{U_m}{U_R} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

**Lời giải 2:**

Chọn  $Z_{Cx} = 1\Omega$

Vì  $U_{Cmax} = U_{Lmax}$  nên ta có:

$U_{Cx} = \frac{Z_{Cx}}{Z_{Lx}}U_{Lmax} = \frac{2}{3}U_{Cmax}$

$\Rightarrow Z_{Lx} = 1,5Z_{Cx} = \sqrt{Z_{Cx}Z_{Lx} - \frac{R^2}{2}}$

$\Rightarrow \begin{cases} R = 1 \\ Z_{Cx} = 1 \\ Z_{Lx} = 1,5 \end{cases}$

$\Rightarrow \cos \phi = \frac{2}{\sqrt{5}}$  Hoàn toàn dễ dàng chứng minh được tổng trở trong hai trường đều bằng nhau nên cường độ dòng điện cũng bằng nhau.

$$\begin{cases} 1,5^2 = 1^2 + U_{AB}^2 \Rightarrow U_{AB} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ U_R^2 = 2.1.5.1(1,5 - 1) = 1 \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**Câu 151:** Đặt điện áp xoay chiều :  $u = U_0 \cos \omega t (v)$  (với  $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_1$  thì điện áp giữa hai đầu tụ trễ pha hơn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch góc  $\varphi_1$  ( $\varphi_1 > 0$ ), điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây là 20 V. Khi  $C = 2C_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ trễ pha hơn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch góc  $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3}$ , điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây khi đó là 40 V, công suất tiêu thụ của cuộn dây là  $P_2 = 20$  W. Cảm kháng của cuộn dây có giá trị là :

- A. 20Ω.                      B. 30Ω.                      C. 10Ω.                      D. 34,6Ω.

Lời giải

Gọi độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và điện áp 2 đầu mạch trong 2 trường hợp lần lượt là  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$

Ta có  $\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{20}{40}$ . Trong đó  $\varphi_2 = \varphi_1 + 60$

Giải ra được  $\varphi_1 = 30, \varphi_2 = 90$ .

Gọi cảm kháng và dung kháng khi  $C = 2C_1$  là x điện trở là 1.

Ta có  $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{2ZC - ZL}{R}$  suy ra  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Áp dụng công thức  $P = UI \cos \chi$  cho đoạn mạch chứa cuộn cảm. Tính được  $I_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Chọn D.

**Câu 152:** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 85%. Coi hao phí điện năng chỉ là do tỏa nhiệt trên đường dây và không quá 20%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 20% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là

- A. 50%.                      B. 61%.                      C. 81,3%.                      D. 80,3%.

Lời giải

Công suất cần truyền tải ban đầu và lúc sau lần lượt là  $P_1 = 1000 (W); P (W)$

Như vậy công suất nơi tải tiêu thụ lúc đầu và sau đó lần lượt là:

$$0,85.1000 = 850W; 1,2.850 = 1020W$$

Hao phí lúc đầu là:  $1000 - 850 = 150 (W)$

Lại có công suất hao phí:

$$\Delta P = \frac{P_1^2}{U^2} R \rightarrow \frac{R}{U^2} = \frac{150}{1000^2} = \frac{3}{20000}$$

Ta có:

$$P - \frac{P^2}{U^2} R = 1020 \Leftrightarrow P - \frac{3}{20000} P^2 = 1020$$

$$\Rightarrow P = 1257,0118 (W) \text{ Or } P = 5409,6549 (W)$$

- Với  $P = 5409,6549 (W)$

$$\Rightarrow H = \frac{1020}{5409,6548} \cdot 100 = 18,855$$

Kết hợp với giả thiết thì hiệu suất truyền tải phải lớn hơn 80%, vậy TH này loại.

- Với  $P = 1257,0118 (W)$

$$\Rightarrow H' = \frac{1020}{1257,0118} \cdot 100 \approx 81,145$$

Chọn C.

**Câu 153:** Cho mạch  $RLC$  nối tiếp, cuộn cảm thuần,  $\omega$  thay đổi được. Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu mạch. Điều chỉnh  $\omega = \omega_0$  để công suất của mạch đạt cực đại. Điều chỉnh  $\omega = \omega_L = 48\pi$  (rad/s) thì điện áp hai đầu cuộn cảm đạt cực đại. Ngắt mạch  $RLC$  ra khỏi điện áp rồi nối với một máy phát điện xoay chiều một pha có 1 cặp cực nam châm và điện trở trong không đáng kể. Khi tốc độ quay của roto bằng  $n_1 = 20$  (vòng/s) hoặc  $n_2 = 60$  (vòng/s) thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm bằng nhau. Giá trị của  $\omega_0$  gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 100 (rad/s).    B. 156,1 (rad/s).    C. 126,1 (rad/s).    D. 150,1 (rad/s).

Lời giải

Lời giải 1: Nhắc lại một số công thức quen thuộc Điều chỉnh  $\omega$  để công suất mạch cực đại thì  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{L\max}$  thì  $\omega = \omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2L}{C} - R^2}$ .

Máy phát điện xoay chiều một pha có 1 cặp cực nam châm thì  $f = np = n \Rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi}$ .

$$U_L = \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{N \cdot \phi_0 \cdot \omega^2 \cdot L}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

Ta có

$$= \frac{N\phi_0 L}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \cdot \frac{1}{\omega^6} + \left(\frac{2L}{C} - R^2\right) \frac{1}{\omega^4} + \frac{L}{\omega^2}}}$$

Xét  $f\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = \frac{1}{C^2 \cdot \omega^6} + \left(\frac{2L}{C} - R^2\right) \frac{1}{\omega^4} + \frac{L}{\omega^2}$

Theo định lý Viet có ba giá trị của  $\frac{1}{\omega^2}$  là

$$\frac{1}{\omega_1^2}; \frac{1}{\omega_2^2}; \frac{1}{\omega_3^2}$$

để  $f\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$  có giá trị không đổi. Thỏa mãn:

$$\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} = -\frac{b}{a} = \frac{\frac{2L}{C} - R^2}{\frac{1}{C^2}} = \frac{2}{\omega_L^2}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} \cdot \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \cdot \frac{1}{\omega_3^2} + \frac{1}{\omega_3^2} \cdot \frac{1}{\omega_1^2} = \frac{c}{a} = L^2 C^2 = \frac{1}{\omega^4}$$

Ta có

$$\begin{cases} n_1 = 20 \Rightarrow \omega_1 = 40\pi \\ n_2 = 60 \Rightarrow \omega_2 = 120\pi \end{cases}$$

Và  $\omega_L = 48\pi$  thay vào (1) tính được  $\omega_3 = 238,43$

Thay vào (2) tính được  $\omega_0 = 156,121$

Chọn B.

Lời giải 2:

Do khi  $\omega = \omega_1$  hay  $\omega = \omega_2$  thì điện áp 2 đầu cuộn cảm không đổi nên

$$\frac{n_1^2}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{n_2^2}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2}}$$

Suy ra

$$160 \frac{L}{C} - 80R^2 = 81(Z_{L_1}^2 + Z_{C_1}) - (Z_{L_2}^2 + Z_{C_2}^2), \quad (1)$$

Lại có khi  $\omega_3 = 48\pi$  thì điện áp 2 đầu cuộn cảm cực đại nên

$$\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} = Z_{C_3}^2, \quad (2)$$

Lấy 160(2) - (1) được

$$160Z_{C_3}^2 - 81(Z_{L_1}^2 + Z_{C_1}) + (Z_{L_2}^2 + Z_{C_2}^2) = 0$$

$$\left(\frac{160}{\omega_3^2} - \frac{81}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}\right) \frac{1}{C^2} + (-81\omega_1^2 + \omega_2^2) L^2 = 0$$

Suy ra

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 156,12 \text{ (rad/s)}$$

Chọn B.

**Câu 154:** Cho đoạn mạch không phân nhánh  $RLC$  có  $R = 50\sqrt{3}\Omega$ ;  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} F$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch là  $u = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)V$ . Điều chỉnh  $L = L_1$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm cực đại,  $L = L_2$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch  $RL$  cực đại,  $L = L_3$  để điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện đạt giá trị lớn nhất. Khi điều chỉnh cho  $L = L_1 + L_3 - L_2$  thì công suất tiêu thụ của mạch có giá trị gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. 15W.

B. 100W.

C. 115W.

D. 105W.

Lời giải

- Khi  $L = L_1$

$$Z_{L_1} = \frac{R^2 + Z_c^2}{Z_c} \Rightarrow Z_{L_1} = 175 (\Omega)$$

- Khi  $L = L_2$

$$\Rightarrow Z_{L_2}^2 - Z_{L_2}Z_c - R^2 = 0 \Rightarrow Z_{L_2} = 150 (\Omega)$$

- Khi  $L = L_3$

$$Z_{L_3} = Z_C = 100 (\Omega)$$

$$\Rightarrow Z_L = 175 + 100 - 150 = 125 (\Omega)$$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2}{Z^2} R \approx 106,59 (W)$$

Chọn D.

**Câu 155:** Một khu tập thể tiêu thụ một công suất điện 14289W, trong đó các dụng cụ tiêu thụ điện ở khu này đều hoạt động bình thường ở điện áp hiệu dụng 220V. Điện trở của dây tải điện từ nơi cung cấp đến khu tập thể là  $r$ . Khi khu tập thể không dùng máy hạ thế, để các dụng cụ điện này hoạt động bình thường thì điện áp hiệu dụng ở nơi cấp điện là 359V, khi đó hiệu điện thế tức thời ở hai đầu dây của khu tập thể nhanh pha  $\frac{\pi}{6}$  so với dòng điện chạy trong mạch. Khi khu tập thể dùng máy hạ thế lý tưởng có tỉ số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp là  $\frac{N_1}{N_2} = 15$ . Để các dụng cụ điện ở khu tập thể hoạt động bình thường như khi không dùng máy biến áp thì điện áp ở nơi cấp điện là bao nhiêu? ( Hệ số công suất ở mạch sơ cấp bằng 1)

A. 1500V.

B. 3309V.

C. 3209V.

D. 3009V.

Lời giải

Ta có công suất nơi tiêu thụ là 14289(W):  $220.I \cos \frac{\pi}{6} = 14280$

$$\rightarrow I = 75 (A)$$

Ta có độ giảm điện thế :

$$359 - 220 = r.I \rightarrow r \approx 1,8533 (\Omega)$$

Khi tại nơi tiêu thụ dùng máy hạ áp:

Điện áp 2 đầu cuộn sơ cấp:

$$U_1 = 220.15 = 3300 (V)$$

$$\Leftrightarrow 14280 = 3300.I' \rightarrow I' = 4,33 (A)$$

Vậy điện áp nơi cấp điện là:

$$U = U' + R.I' = 3300 + 1,8533.4,33 = 3308 (V)$$

Chọn B.

Lời giải 2: Ta có cường độ dòng điện :

$$I = \frac{P}{U_2 \cos \varphi_2} = 75 A.$$

Khi chưa có biến áp hạ thế:  $\vec{U}_2 + \vec{U}_d = \vec{U}$

$$U^2 = U_2^2 + U_d^2 + 2U_2U_d \cos \varphi_2$$

$$\rightarrow U_2^2 + 2U_2U_d \cos \varphi_2 + U_d^2 - U^2 = 0$$

$$U_2^2 + 220\sqrt{3}U_d - 80481 = 0$$

$$\rightarrow U_d = 151,7$$

$$\rightarrow r = \frac{U_d}{I_2} = 2\Omega$$

Khi có biến áp hạ thế:

$$U_1 = U_2 \frac{N_1}{N_2} = 3300; P_1 = U_1 I_1; P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$P_1 = P_2 \text{ nên } I_1 = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1} = \frac{N_2 I_2 \cos \varphi_2}{N_1} = 2,5\sqrt{3}$$

$$\rightarrow U'_d = I_1 r = 5\sqrt{3} \rightarrow U' = U'_d + U_1 = 3309V$$

**Câu 156:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t V$  vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Khi nối tắt tụ C thì điện áp hiệu dụng trên điện trở R tăng  $\sqrt{2}$  lần và dòng điện trong hai trường hợp này vuông pha nhau. Hệ số công suất của đoạn mạch ban đầu bằng:

A.  $\frac{7}{\sqrt{3}}$ .

B.  $\frac{3}{\sqrt{3}}$ .

C.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Lời giải

Theo bài suy ra tổng trở của mạch giảm đi  $\sqrt{2}$  lần.

$$\text{Ta có } R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 2R^2 + 2Z_L^2(1).$$

$$\text{Và } \frac{Z_C - Z_L}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = 1(2).$$

$$\text{Từ (1); (2) ta có } Z_L = \frac{R}{\sqrt{2}}; Z_C = 3Z_L = \frac{3R}{\sqrt{2}}$$

Thay vào công thức:

$$\cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Chọn D.

**Câu 157:** Một đoạn mạch AB gồm AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM chỉ chứa biến trở thuần, đoạn MB gồm điện trở thuần  $r$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ  $C$ . Đặt vào AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi. Điều chỉnh  $R$  đến giá trị  $80\Omega$  thì công suất tiêu thụ trên biến trở đạt cực đại và tổng trở mạch AB chia hết cho 40. Khi đó hệ số công suất mạch MB và AB tương ứng là:

- A.  $\frac{1}{8}; \frac{9}{4}$       B.  $\frac{1}{8}; \frac{5}{4}$       C.  $\frac{2}{8}; \frac{3}{4}$       D.  $\frac{1}{8}; \frac{3}{4}$

Lời giải

$$R^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2$$

$$\cos_{MB} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{r}{R}$$

$$\cos_{AB} = \frac{R + r}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{r}{2R}}$$

$$\Rightarrow \cos_{AB} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos_{MB}}$$

Chọn D.

**Câu 158:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây là thuần cảm. Khi nối tắt tụ điện  $C$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở  $R$  tăng 3 lần và dòng điện trong hai trường hợp vuông pha với nhau. Hệ số công suất đoạn mạch lúc sau là

Lời giải

Ban đầu:  $\cos(\varphi_1) = \frac{U_1}{U}$   
 Lúc sau:  $\cos(\varphi_2) = \frac{U_2}{U}$   
 Vì  $U_{R_2} = 3U_{R_1}$  nên  $\cos \varphi_2 = 3 \cos \varphi_1$   
 Lại có  $i_1, i_2$  vuông pha  $\Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$  tức là  $\cos \varphi_2 = 3 \cos(\varphi_2 - \frac{\pi}{2}) = -3 \sin \varphi_2 \Leftrightarrow \tan \varphi_2 = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow$   
 $\cos \varphi_2 = \frac{3}{\sqrt{10}}$   
 Công thức giải nhanh.  
 Dấu hiệu nhận biết: thay đổi  $L$  hoặc  $C$  ( nối tắt  $C$  hoặc  $L$  );  $i_1, i_2$  vuông pha. Đề cho:  $n = \frac{U_{R_2}}{U_{R_1}} = \frac{I_2}{I_1}$

Công thức:

$$\text{Lúc đầu: } \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

$$\text{Lúc sau: } \cos \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

**Câu 159:** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một xưởng sản xuất bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Ban đầu xưởng sản xuất này có 90 máy hoạt động, vì muốn mở rộng quy mô sản xuất nên nhà máy đã nhập về thêm một số máy. Hiệu suất truyền tải lúc sau đã giảm đi 10% so với ban đầu. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây, công suất tiêu thụ điện của các máy hoạt động ( kể cả các máy mới nhập về) đều như nhau và hệ số công suất trong các trường hợp đều bằng nhau. Nếu giữ nguyên điện áp nơi phát thì số máy hoạt động đã được nhập về thêm là

- A. 70.      B. 170.      C. 50.      D. 100.

Lời giải

$$U \text{ không đổi nên } \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2$$

$$\text{Ta lại có ban đầu } H = 90\% \text{ nên } P_n = 0,9P_1 \Rightarrow P_0 = \frac{P_n}{90} = 0,01P_1$$

$$\text{Gọi } x \text{ là số máy nhập thêm } \Rightarrow \text{ công suất nơi nhận mới là : } (90 + x)0,01P_1 = 0,8P_2 = 1,6P_1 \Rightarrow x = 70$$

Chọn A.

**Câu 160:** Đặt điện áp xoay chiều vào mạch điện AB gồm các linh kiện  $R_1, C, R_2, L, R_3$  nối tiếp theo thứ tự trên. M, N, P, Q lần lượt là các điểm nằm giữa 2 linh kiện liên tiếp nhau. Biết  $Z_L = 3Z_C, R_1 = 30\Omega, R_2 = 60\Omega, R_3 = 15\Omega$  và  $U_{AN} + U_{NP} + U_{QB} = U_{NQ} + \sqrt{U_{MQ}^2 - (\sqrt{15}U_{QB})^2}$ . Có bao nhiêu giá trị C thỏa mãn đề bài.

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Từ giả thiết:  $U_{AN} + U_{NB} + U_{QB} = U_{NQ} + \sqrt{U_{MQ}^2 - (\sqrt{15}U_{QB})^2} \rightarrow Z_{AN} + Z_{NB} + Z_{QB} = Z_{NQ} + \sqrt{Z_{MQ}^2 - (\sqrt{15}Z_{QB})^2}$

Thay  $R_1 = 30, R_2 = 60, R_3 = 15, Z_L = 3Z_C$  vào, Đặt  $Z_C = x (x > 0)$  ta có:

$$\sqrt{9x^2 + 5625} + \sqrt{4x^2 + 225} - \sqrt{x^2 + 900} - 75 = 0$$

$$\text{Đặt } f(x) = \sqrt{9x^2 + 5625} + \sqrt{4x^2 + 225} - \sqrt{x^2 + 900} - 75$$

$$(\text{Với } x > 0) \text{ Ta có: } f'(x) = \frac{9x}{\sqrt{9x^2 + 5625}} + \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 225}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 900}}$$

$$\frac{9x}{\sqrt{9x^2 + 5625}} = 3\sqrt{\frac{9x^2}{9x^2 + 5625}} = 3\sqrt{\frac{x^2}{x^2 + 625}} > \sqrt{\frac{x^2}{x^2 + 900}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 900}}$$

$\rightarrow f'(x) > 0$  với mọi  $x > 0$

$\rightarrow$  phương trình

$$\sqrt{9x^2 + 5625} + \sqrt{4x^2 + 225} - \sqrt{x^2 + 900} - 75 = 0.$$

có nhiều nhất 1 nghiệm, bấm máy tính thấy có nghiệm nên đó là nghiệm duy nhất. Vậy có 1 giá trị của C thỏa mãn!

Chọn A.

**Câu 161:** Đặt điện áp xoay chiều có tần số  $f=50\text{Hz}$  vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm: cuộn dây có độ tự cảm L, đoạn mạch X chưa rõ cấu tạo, tụ điện có điện dung C. Gọi P là điểm nối giữa cuộn dây và X, Q là điểm nối giữa X và tụ C. Biểu thức điện áp giữa hai điểm A và Q là  $u_{AQ} = 60\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \frac{\pi}{3})$  (V) và giữa hai điểm P và B là  $u_{PB} = 120\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$  (V). Biết  $4\pi^2 f^2 LC = 3$ , viết biểu thức điện áp giữa hai đầu đoạn mạch X?

Lời giải

$$4\pi^2 f^2 LC = 3 \Leftrightarrow$$

$$Z_L = 3Z_C$$

$$\rightarrow u_L + 3u_C = 0$$

$$\begin{cases} u_L + u_X = u_{AQ} \quad (1) \\ u_C + u_X = u_{PB} \quad (2) \end{cases}$$

Lấy (1)+3.(2) ta được:

$$4u_X = 60\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{3} + 3.120\sqrt{2}\cos 0$$

$$\rightarrow u_X = 15\sqrt{86}\cos(2\pi ft + 0, 1325) \text{ (V)}$$



**Câu 162:** Đặt điện áp xoay chiều có tần số không đổi vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện  $C$  và cuộn cảm thuần  $L$  ( $L$  thay đổi được). Khi  $L = L_0$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại và bằng  $U_1$ . Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm có giá trị như nhau và bằng  $U_2$ . Biết rằng  $\frac{U_2}{U_1} = k$ , tổng hệ số công suất của mạch  $AB$  khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  là  $k\sqrt{2}$ . Hệ số công suất của mạch  $AB$  khi  $L = L_0$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,25.                      B. 0,5.                      C. 0,75.                      D. 0,6.

Lời giải

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_{\max}}{Z_1} \frac{ZL_1}{ZL_{\max}} = \frac{Z_{\max}}{Z_2} \frac{ZL_2}{ZL_{\max}} = k \Rightarrow 2k = \frac{Z_{\max}}{ZL_{\max}} \left( \frac{ZL_1}{Z_1} + \frac{ZL_2}{Z_2} \right)$$

Đặt  $\frac{1}{Z_1} = a, \frac{1}{Z_2} = b, \frac{ZL_{\max}}{ZL_1} = x, \frac{ZL_{\max}}{ZL_2} = y$

Ta có do tổng hệ số công suất bằng  $k\sqrt{2}$  suy ra  $a + b = k\sqrt{2} : Rx + y = 2$

Lại có  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$  suy ra  $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 2 \frac{a+b}{x+y} = \frac{k\sqrt{2}}{R}$

Thay vào biểu thức trên được  $\frac{R}{Z_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  suy ra đáp án C.

**Câu 163:** Mạch xoay chiều  $R_1; L_1; C_1$  cộng hưởng khi  $\omega = \omega_1$ , Mạch xoay chiều  $R_2; L_2; C_2$  cộng hưởng khi  $\omega = \omega_2$ . Hối hai mạch trên mắc nối tiếp thì cộng hưởng khi  $\omega$  bằng bao nhiêu

- A.  $\omega = \frac{L_1\omega_1 + L_2\omega_2}{L_1 + L_2}$ .                      B.  $\omega = \frac{L_1\omega_1 + L_2\omega_2}{2(L_1 + L_2)}$ .  
 C.  $\omega = \sqrt{\frac{L_1\omega_1^2 + L_2\omega_2^2}{L_1 + L_2}}$ .                      D.  $\omega = \sqrt{\frac{L_1\omega_1^2 + L_2\omega_2^2}{L_1^2 + L_2^2}}$ .

Lời giải

$$\begin{aligned} \omega L_1 + \omega L_2 &= \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} \\ \Rightarrow \omega^2 (L_1 + L_2) &= \omega_1^2 L_1 + \omega_2^2 L_2 \\ \Leftrightarrow \omega &= \sqrt{\frac{\omega_1^2 L_1 + \omega_2^2 L_2}{L_1 + L_2}} \end{aligned}$$

Chọn C.

**Câu 164:** Đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện  $C$  mắc nối tiếp. Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  (V) vào hai đầu đoạn mạch  $AB$ , tần số  $f$  thay đổi được. Khi tần số là  $f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại. Khi tần số là  $f_2 = \frac{\sqrt{6}}{2} f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở cực đại. Khi tần số là  $f_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} f_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là 150 (V). Điện áp hiệu dụng cực đại giữa hai đầu tụ điện khi tần là số là  $f_1$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 200 Hz.                      B. 210 Hz.                      C. 160 Hz.                      D. 100 Hz.

Lời giải

Từ 2 giả thiết đầu ta có: 
$$\begin{cases} \omega_1^2 L^2 = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \\ \omega_2^2 = \frac{1}{LC} = \frac{3}{2} \omega_1^2 \end{cases} \rightarrow R^2 = \frac{2L}{3C} = \frac{2}{3} Z_L Z_C$$

Khi  $\omega_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \omega_2 \rightarrow Z_L = \frac{4}{3} Z_C$

Chọn  $Z_C = 1 \rightarrow Z_L = \frac{4}{3}; R^2 = \frac{8}{9}$

Thay vào CT:  $U_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U = 150$  (V)

Từ đó thay vào ta được:  $U_{C_{max}} = \frac{U \frac{L}{C}}{R \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} = 90\sqrt{5} (V)$

Chọn A.

**Câu 165:** Một đoạn mạch AB gồm 2 đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp, đoạn MB gồm điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt điện áp xoay chiều có tần số và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu mạch AB. Khi đó đoạn AB tiêu thụ công suất bằng 120 W và có hệ số công suất bằng 1. Nếu nối tắt hai đầu tụ điện thì điện áp hai đầu đoạn AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\frac{\pi}{4}$ , công suất tiêu thụ trên đoạn AB trong trường hợp này gần với giá trị nào nhất trong các giá trị dưới đây?

- A. 200 W.                      B. 103 W.                      C. 111 W.                      D. 109 W.

Lời giải

Lời giải 1:  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\cos^2(\varphi_2)}{\cos^2(\varphi_1)}$

Mà có  $\cos \varphi_2 = 22,5^\circ$

$\cos \varphi_1 = 1$

$\frac{P_2}{120} = 0,92$

$\frac{120}{1} = 1$

Đáp án gần nhất là đáp án B.

Lời giải 2: Ban đầu mạch xảy ra cộng hưởng:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$$

Sau khi nối tắt tụ; mạch còn  $R_1; R_2; L$

Khi đó độ lệch pha giữa điện áp 2 đầu đoạn AM và MB chính là độ lệch pha giữa U MB và dòng điện.

$$\leftrightarrow \varphi_{MB} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan \varphi_{MB} = \frac{Z_L}{R_2} = 1 (1)$$

$$U_{AM} = U_{MB} \leftrightarrow \sqrt{R_2^2 + Z_L^2} = R_1 (2)$$

Từ (1) và (2):

$$\Rightarrow R_2 = Z_L = \frac{R_1}{\sqrt{2}}$$

Chọn  $R_2 = Z_L = \sqrt{2}; R_1 = 2$

$$\begin{cases} P_1 = \frac{U^2}{2 + \sqrt{2}} \\ P_2 = \frac{U^2}{2^2} (R + r) = \frac{U^2}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \approx 102,43 (W)$$

Vậy gần đáp án B.

**Câu 166:** Cho mạch RLC trong đó L là cuộn cảm thuần. Đặt vào 2 đầu mạch điện áp 220V – 50hz (mạch có tính dung kháng). Khi nối tắt tụ C bằng 1 dây nối có điện trở không đáng kể thì hiệu điện thế 2 đầu mạch trễ pha so với  $U_L$  góc  $\varphi_1$ . Khi tháo dây nối ra thì hiệu điện thế toàn mạch sớm pha hơn  $U_C$  góc  $\varphi_2$ . Lúc đó  $U_C = 300V$ . Biết  $\cot \varphi_1 + \cot \varphi_2 = \frac{-\tan(\varphi_1 + \varphi_2)}{2}$ . Tính  $U_L$  trong trường hợp tháo dây nối

Lời giải

Tà có:

$$\begin{cases} \tan \varphi_1 = \cot \phi_1 \\ \tan \varphi_2 = \cot \phi_2 \end{cases}$$

Lại có:

$$\begin{aligned} \cot \phi_1 + \cot \phi_2 &= -0,5 \tan (\phi_1 + \phi_2) \\ \Leftrightarrow \tan \varphi_1 + \tan \varphi_2 &= 0,5 \tan (\varphi_1 + \varphi_2) \\ \Leftrightarrow \tan \varphi_1 + \tan \varphi_2 &= 0,5 \frac{\tan \varphi_1 + \tan \varphi_2}{1 - \tan \varphi_1 \tan \varphi_2} \\ \Leftrightarrow \tan \varphi_1 \tan \varphi_2 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Đây chính là tính chất của f biến thiên cho  $U_c$  max.

$$\begin{aligned} \rightarrow U_c^2 &= U^2 + U_L^2 \\ \Leftrightarrow U_L &= \sqrt{U_c^2 - U^2} = 203,96 (V) \end{aligned}$$

**Câu 167:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm điện trở  $R$ , cuộn dây có điện trở  $r$  và tụ điện  $C$  mắc nối tiếp theo thứ tự đó,  $M$  là điểm nằm giữa điện trở  $R$  và cuộn dây. Thay đổi  $R$  để công suất trên  $R$  cực đại. Khi đó điện áp hai đầu đoạn mạch  $MB$  nhanh pha hơn dòng điện trong mạch một góc  $\varphi_1$  còn điện áp hai đầu đoạn mạch  $AB$  nhanh pha hơn dòng điện trong mạch một góc  $\varphi_2 = \frac{\pi}{4} - \varphi_1$ . Hệ số công suất của đoạn mạch  $MB$  gần giá trị nào nhất sau đây?

Lời giải

Thay đổi  $R$  để công suất trên  $R$  cực đại thì:

$$\begin{aligned} R^2 &= r^2 + (Z_L - Z_C)^2. \\ \tan^2 \varphi_{MB} &= \frac{(Z_L - Z_C)^2}{r^2} = \frac{R^2 - r^2}{r^2}. \\ \tan \varphi_{AB} &= \frac{R^2 - r^2}{(R + r)^2} = \frac{R - r}{R + r}. \end{aligned}$$

Chú ý

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_2 &= \frac{\pi}{4}. \\ \tan \left( \frac{\pi}{4} - \varphi_1 \right) &= \frac{1 - \tan \varphi_1}{1 + \tan \varphi_1}. \\ \Rightarrow \frac{1 + \frac{R - r}{R + r} - 2\sqrt{\frac{R - r}{R + r}}}{1 + \frac{R - r}{R + r} + 2\sqrt{\frac{R - r}{R + r}}} &= \frac{R^2 - r^2}{r^2}. \\ \Leftrightarrow R^2 - 2R\sqrt{R^2 - r^2} - r^2 &= 0 \Leftrightarrow 3R^2 = 4r^2. \end{aligned}$$

Thay vào thời nhờ:

$$\begin{aligned} \tan^2 \varphi_1 &= \frac{1}{3}. \\ \Rightarrow \cos \varphi_1 &= \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Chọn C.

**Câu 168:** Cho đoạn mạch MN theo thứ tự gồm điện trở R mắc nối tiếp với cuộn thuần cảm L nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được. Gọi A là điểm nối L với C. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều  $u_{MN} = 50\sqrt{6} \cos(100\pi t + \varphi)$  V. Thay đổi C để điện áp hiệu dụng trên đoạn MA cực đại thì biểu thức điện áp trên đoạn MA khi đó là  $u_{MA} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  V. Nếu thay đổi C để điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại thì biểu thức điện áp trên đoạn MA khi đó là

- A.  $u_{MA} = 10\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{6})$  V.      B.  $u_{MA} = 50\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{2})$  V.  
 C.  $u_{MA} = 50\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{6})$  V.      D.  $u_{MA} = 50\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{5\pi}{3})$  V.

Lời giải

• Khi  $C = C_1$   
 $+ Z_L = Z_{C_1} \Rightarrow \frac{Z}{Z_{AM}} = \frac{U}{U_{AM}} = \frac{R}{Z_{AM}} \Rightarrow R = Z_L\sqrt{3} = \sqrt{3}Z_{C_1}$   
 $+ \tan \varphi_{AM} = \frac{1}{\sqrt{3}}$   
 $\Rightarrow \varphi_u = \varphi_i = \frac{\pi}{3}$   
 • Khi  $C = C_2$   
 $Z_{C_2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 4Z_{C_1} = 4Z_L = \frac{4R}{\sqrt{3}}$   
 $+ \text{Ta có: } \varphi_{AM} - \varphi_{AB} = \frac{\pi}{2}$   
 $\Rightarrow \varphi_{AM} = \frac{5\pi}{6}$   
 $+ \frac{U_{AM}}{U} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$   
 $\Rightarrow U_{Q_{AM}} = 50\sqrt{2} (V).$

**Câu 169:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM chỉ chứa cuộn dây cảm thuần có độ tự cảm L (thay đổi được); đoạn mạch MB gồm điện trở thuần có giá trị R, tụ điện có điện dung C. Biết rằng  $C\omega R = 0,33$ . Khi  $L = L_1$ : cường độ dòng điện i trong mạch biến thiên sớm pha hơn u; độ lệch pha của u so với i là  $\varphi_1$ ; điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB là  $U_1$ . Khi  $L = L_2 = 2L_1$ : điện áp u biến thiên sớm pha hơn i là  $\varphi_2$ ; điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB là  $U_2 = \frac{U_1}{2}$ . Hiệu số  $\varphi_1 - \varphi_2$  có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $-3,5rad.$       B.  $-2,5rad.$       C.  $-1,5rad.$       D.  $-1rad.$

Lời giải

- Khi  $L = L_1$ : điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB là  $U_1 = I_1 Z_{MB} = \frac{U}{Z_1} Z_{MB}$   
 • Khi  $L = L_2 = 2L_1$ : điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB là  $U_2 = \frac{U_1}{2} = I_2 Z_{MB} = \frac{U}{Z_2} Z_{MB}$   
 Do đó,  $Z_2 = 2Z_1$ .  
 •  $C\omega R = 0,33 \Rightarrow Z_C \approx 3R; L_2 = 2L_1 \Rightarrow Z_{L_2} = 2Z_{L_1}$   
 • Từ các giả thiết và các tổng trở:

$$\begin{cases} Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} \\ Z_2 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2} \end{cases} \Rightarrow Z_{L_1} = 2,5R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_{L1} - Z_C}{2} = \frac{-1}{2} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_{L2} - Z_C}{R} = 2 \end{cases} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{-\pi}{2}$$

Chọn C.

**Câu 170:** Cho mạch điện gồm tụ C nối tiếp cuộn dây. Đặt vào đầu đoạn mạch một hiệu điện thế  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  thì điện áp hai đầu tụ là  $u_c = U\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{3} \right) (V)$ . Tỷ số  $\frac{Z_C}{Z_l}$  là?

- A. 4.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 2.

Lời giải

$$\varphi_{u_C} - \varphi_i = \frac{-\pi}{2} \Rightarrow \varphi_i = \frac{\pi}{6}$$

$$\varphi_u - \varphi_i = \frac{-\pi}{6} \Rightarrow R = \sqrt{3}(Z_C - Z_L)$$

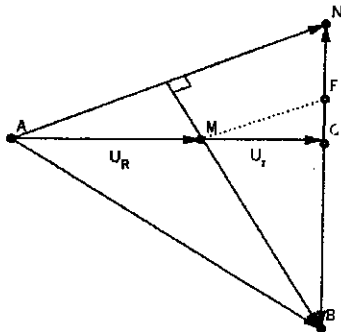
$$\text{Mà } U_C = U \Leftrightarrow U_C^2 = 3(U_L - U_C)^2 + (U_L - U_C)^2 \Leftrightarrow 4U_L^2 - 8U_L U_C + 3U_C^2 = 0$$

Chọn D.

**Câu 171:** Cho mạch điện gồm đoạn AM chứa biến trở R, MN chứa cuộn dây có điện trở r, NB chỉ chứa tụ điện. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch AB 1 điện áp xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng 200(V). Điều chỉnh  $R=4r$  lúc này điện áp giữa 2 đầu đoạn mạch AN vuông pha với điện áp 2 đầu đoạn mạch MB. Dùng vôn kế lí tưởng nối vào A, N thì vôn kế chỉ 150(V). Khi nối vào M, B thì số chỉ của vôn kế là:

- A. 145 V.                      B. 190 V.                      C. 200 V.                      D. 210 V.

Lời giải



Kẻ MF song song với AN, khi đó tam giác FMB vuông tại M.

$$\text{Ta có } \frac{MF}{AN} = \frac{MC}{AC} = \frac{1}{5}$$

Mà AN=150, nên MF=30

Đặt MB=x.

$$\begin{cases} FB = \sqrt{900 + x^2} \\ BC = \frac{MB^2}{FB} = \frac{x^2}{\sqrt{900 + x^2}} \\ AC = 5 MC = 5 \frac{MF \cdot MB}{FB} = \frac{150x}{\sqrt{900 + x^2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \leftrightarrow 200^2 = \frac{x^4}{900 + x^2} + \frac{(150x)^2}{900 + x^2}$$

Giải phương trình tìm được  $x \approx 139,14$

**Câu 172:** Hai cuộn dây mắc nối tiếp vào một điện áp xoay chiều, điện áp trên chúng có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$ . Cuộn một có điện trở thuần  $r_1$  lớn gấp  $\sqrt{3}$  lần  $Z_{L1}$ , của nó thì cuộn

2 có :

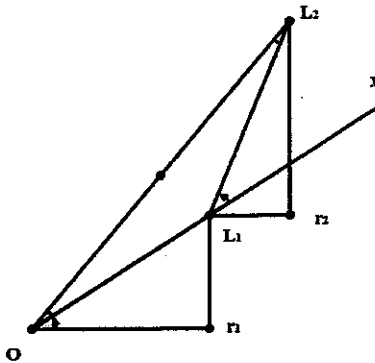
A.  $Z_{L2} = 2Z_{L1}, r_2 = 2.$

B.  $Z_{L2} = 4Z_{L1}, r_2 = 0.$

C.  $Z_{L2} = 2Z_{L1}, r_2 = 0.$

D.  $Z_{L2} = 3Z_{L1}, r_2 = 0.$

Lời giải



Dễ thấy cuộn 2 không có điện trở.

Chọn:

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{3} \\ Z_{L1} = 1 \end{cases} \Rightarrow Z_{rL1} = Z_{L2} = 2 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L2} = 2Z_{L1} \\ r_2 = 0 \end{cases}$$

Chọn C.

**Câu 173:** Trên đoạn mạch nối tiếp có 4 điểm theo thứ tự M, N, P, Q sao cho giữa M và N có điện trở R, giữa N và P có cuộn dây không thuần cảm, giữa P và Q có tụ điện. Đặt vào 2 đầu M, Q điện áp xoay chiều có tần số f, mạch có tính cảm kháng. Lúc này, trong 4 đoạn mạch NP, MN, MP, NQ, đoạn mạch có hệ số công suất nhỏ nhất là?

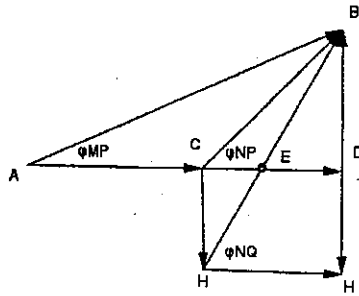
A. MN.

B. NP.

C. NQ.

D. MP.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} \varphi_{MP} + \angle ABD = 90^\circ \\ \varphi_{NP} + \angle CBD = 90^\circ \\ \varphi_{NQ} + \angle EBD = 90^\circ \end{cases}$$

Mà:

$$\angle ABD > \angle CBD > \angle EBD \Rightarrow \varphi_{MP} < \varphi_{NP} < \varphi_{NQ}$$

Hàm cos là hàm nghịch, nên chọn C.

**Câu 174:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, ở cuối nguồn dùng máy hạ thế có tỉ số vòng dây bằng 2. Cần phải tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây 100 lần nhưng vẫn đảm bảo công suất nơi tiêu thụ nhận được là không đổi. Biết điện áp tức thời cùng pha với hiệu dòng điện tức thời và ban đầu độ giảm điện thế trên đường dây bằng 15% điện áp của tải tiêu thụ

A. 10.

B. 9.

C. 7.

D. 9,3.

Lời giải

Coi  $100 = a, 0,15 = n, k = 2$

Gọi  $U_1; \Delta U_1; I_1; I_1'$  lần lượt là điện áp của nguồn, độ giảm điện thế, cường độ dòng điện trên đường dây dẫn, và cường độ dòng điện nơi tải tiêu thụ. Tương tự với:  $U_2; \Delta U_2; I_2; I_2'$  sau khi tăng điện áp của nguồn Ta có điện áp tại cuộn sơ cấp của máy hạ thế là:

$$E_1 = U_1 - \Delta U_1$$

Như vậy điện áp của tải tiêu thụ:

$$E_2 = \frac{E_1}{k} = \frac{1}{k} (U_1 - \Delta U_1)$$

$$\Delta U_1 = nE_2 \Leftrightarrow \Delta U_1 = n \frac{(U_1 - \Delta U_1)}{k} \Leftrightarrow \Delta U_1 = \frac{nU_1}{n+k}$$

Do công suất hao phí giảm a lần:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{P_1}{P_2} &= \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^2 = a \Leftrightarrow \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{a} \\ &\Rightarrow \frac{I_1'}{I_2'} = \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta U_1}{\Delta U_2} = \sqrt{a} \rightarrow \Delta U_2 = \frac{nU_1}{\sqrt{a}(n+k)}$$

Tương tự ta có điện áp của tải tiêu thụ là:

$$E'_2 = \frac{(U_2 - \Delta U_2)}{k}$$

Do công suất nơi tải tiêu thụ không đổi:

$$\begin{aligned} \Rightarrow E_2 I'_1 &= E'_2 I_2 \Leftrightarrow \frac{I'_1}{I_2} = \frac{E'_2}{E_2} = \frac{U_2 - \Delta U_2}{U_1 - \Delta U_1} \\ \Leftrightarrow \sqrt{a} &= \frac{U_2 - \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{nU_1}{n+k}}{U_1 - \frac{nU_1}{n+k}} \Leftrightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{ka+n}{k+n} \frac{1}{\sqrt{a}} \end{aligned}$$

**Câu 175:** Cuộn dây có điện trở thuần  $R$  và độ tự cảm  $L$  mắc vào điện áp xoay chiều  $250\sqrt{2}\cos(100\pi t)(V)$  thì thấy dòng điện qua cuộn dây có giá trị hiệu dụng  $5A$  và lệch pha  $30^\circ$  so với  $u$  mạch. Mắc nối tiếp cuộn dây với đoạn mạch  $X$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch là  $3A$  và điện áp 2 đầu cuộn dây vuông pha với điện áp 2 đầu  $X$ . Tính công suất tiêu thụ trên  $X$

Lời giải

$X$  chứa  $R$  và  $C$

Ban đầu khi chưa nối cuộn dây với mạch  $X$

$$\rightarrow Z_d = \frac{U}{I} = 50 (\Omega)$$

Ta có:

$$\begin{cases} \varphi_d = \frac{\pi}{6} \\ \varphi_d - \varphi_x = \frac{\pi}{2} \\ U = \sqrt{U_d^2 + U_x^2} \end{cases}$$

Khi nt cuộn dây với mạch  $X$ :

$$\begin{cases} U_d = 50.3 = 150(V) \\ \varphi_x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\rightarrow U_x = \sqrt{U^2 - U_d^2} = 200(V) \Rightarrow P = UI \cos \varphi_x = 200.3 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 300(W)$$

**Câu 176:** Đoạn mạch  $AB$  gồm 3 phần  $AM;MN;NB$  mắc nối tiếp nhau. Đoạn mạch  $AM$  chứa  $x$  cuộn dây thuần cảm  $L$  mắc song song; đoạn mạch  $MN$  chứa  $y$  điện trở  $R$  mắc song song; đoạn  $NB$  chứa  $z$  tụ điện mắc song song với  $2x = z - y$ . Mắc vào đoạn mạch  $AN$  dòng điện một chiều có điện áp  $U=12(V)$  thì cường độ dòng điện qua mạch chính  $I_{AM} = 4(A)$ . Khi mắc ân lượt vào đoạn mạch  $MB;AB$  nguồn điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng  $U_{hd} = 100(V)$  thì đều thu được cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch  $I_{hd} = 2(A)$ . Khi mắc đoạn mạch  $R, L, C$  nối tiếp vào nguồn xoay chiều nói trên thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch là  $I_{hd} = 1(A)$ . Điện trở  $R$  có giá trị là:

- A.  $20(\Omega)$ .      B.  $30(\Omega)$ .      C.  $60(\Omega)$ .      D.  $50(\Omega)$ .

Lời giải

Ta có:

$$Z_{AM} = \frac{Z_L}{x}; Z_{MN} = \frac{R}{y} = \frac{120}{4} = 30; Z_{NB} = \frac{Z_C}{z}$$



Khi

$$U_{MB} = U_{AB} = 100V; I_{MB} = I_{AB} = 2A \rightarrow Z_{MB} = Z_{AB} = 50 (\Omega).$$

$$Z_{MB}^2 = \left(\frac{R}{y}\right)^2 + \left(\frac{Z_C}{z}\right)^2.$$

$$Z_{AB}^2 = \left(\frac{R}{y}\right)^2 + \left(\frac{Z_L}{x} - \frac{Z_C}{z}\right)^2.$$

$$\left(\frac{R}{y}\right)^2 + \left(\frac{Z_C}{z}\right)^2 = 50^2.$$

$$\Rightarrow \left(\frac{Z_C}{z}\right)^2 = 50^2 - 30^2 = 40^2 \rightarrow \frac{Z_C}{z} = 40.$$

$$Z_{MB} = Z_{AB} \Rightarrow \left(\frac{Z_C}{z}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{Z_L}{x} - \frac{Z_C}{z}\right)^2 \rightarrow \frac{Z_L}{x} = 80.$$

Vậy

$$x = \frac{Z_L}{80}; y = \frac{R}{30}; z = \frac{Z_C}{40}$$

Theo bài  $2x = z - y$

$$\Rightarrow Z_C - Z_L = \frac{4R}{3}$$

Khi mắc mạch R, L, C nối tiếp:

$$\sqrt{R^2 + (Z_C - Z_L)^2} = \frac{100}{1} = 100.$$

$$\Rightarrow R = 60 (\Omega).$$

Chọn C.

**Câu 177:** Đặt vào hai đầu mạch điện gồm điện trở thuần  $R = 100(\Omega)$  và tụ điện C mắc nối tiếp (C có giá trị hữu hạn và khác 0) một điện áp có biểu thức  $u = 100[1 + \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})](V)$ . Khi thay đổi C thì công suất tiêu thụ của cả đoạn mạch thay đổi. Một trong số các giá trị công suất tiêu thụ của mạch có thể là:

A. 70W.

B. 50W.

C. 25W.

D. 100W.

Lời giải

$$u = 100 + 100 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$I_{1chieu} = 1A; I_{xc} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$I_{hd} = \sqrt{I_{1chieu}^2 + I_{xc}^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$P = RI_{hd}^2 = 150W$$

Vi mạch có tụ nên ta bỏ qua điện 1 chiều

$$P < I_{xc}^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_C^2} < \frac{U^2}{R} = 50W$$

Nên  $P = 25W$

Chọn C.

**Câu 178:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm hai đoạn mạch  $AM$  và  $MB$  mắc nối tiếp. Đoạn  $AM$  chứa điện trở  $R_1$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần, đoạn  $MB$  chứa điện trở  $R_2$  mắc nối tiếp với tụ điện, lúc này cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch  $AB$  là  $I_1$ . Nếu nối tắt tụ điện thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch  $AB$  là  $I_2 = 2I_1$ . Biết giá trị tức thời của hai cường độ dòng điện trên lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ . Hệ số công suất của đoạn mạch  $AB$  khi chưa nối tắt tụ điện là:

- A.  $0, 2\sqrt{5}$ .      B.  $0, 25\sqrt{5}$ .      C.  $0, 4\sqrt{5}$ .      D.  $0, 5$ .

Lời giải

$$I_2 = 2I_1$$

$$\Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = 3R^2 + 4Z_L^2$$

Do  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_L - Z_C = -\frac{R^2}{Z_L}$

Thay vào trên ra được

$$R = 2Z_L, Z_C = 5Z_L$$

Suy ra

$$\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{2^2 + (5-1)^2}} = 0, 2\sqrt{5}$$

Ta có

$$i_1 = \frac{U}{R_1 + R_2 + (Z_L - Z_C)i}; i_2 = \frac{U}{R_1 + R_2 + Z_L i}$$

Điều kiện  $i_1$  và  $i_2$  lệch nhau  $\frac{\pi}{2}$  là :

$$i_1 i_2 = ki$$

Suy ra  $(R_1 + R_2)^2 + Z_L(Z_L - Z_C) = 0$

Và lại :

$$2 = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_L^2}}$$

Cho  $R_1 + R_2 = 1$

Ta có  $\frac{1}{Z_L} = Z_C - Z_L$

Suy ra  $Z_L = 0, 5$  suy ra  $Z_C = 2, 5$

Vậy  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Chọn A.

**Câu 179:** Cho mạch  $RLC$  có  $2R^2C = L$ . Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $V$ ) vào hai đầu đoạn mạch, trong đó  $U$  không đổi  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp hai đầu điện trở  $R$  cực đại, khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hai đầu đoạn mạch chứa  $R, L$  cực đại. Biết rằng  $\omega_1^2 + \omega_2^2 = a^2$ . Tính  $\omega_1$ .

Lời giải

Ta có:

$$2R^2 = Z_L Z_C$$

Khi  $\omega = \omega_1$  thì

$$2R^2 = Z_{L1}^2$$

Khi  $\omega = \omega_2$

$$U_{RL} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{4R^4 - 4R^2 Z_L^2}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Khảo sát hàm

$$f(t) = \frac{t^4 - t^2}{t^2 + 1}$$

,  $f(t)_{\min}$  khi  $t^2 = \sqrt{2} - 1$  suy ra

$$R^2 = (\sqrt{2} - 1)Z_L^2$$

Suy ra

$$\frac{Z_{L1}^2}{2} = (\sqrt{2} - 1)Z_L^2$$

$$\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} = 2(\sqrt{2} - 1)$$

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 = a^2$$

Từ đó ta có

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{2} - 2}{2\sqrt{2} - 1}} a$$

**Câu 180:** Một đoạn mạch AB gồm 2 đoạn mạch AM và AB nối tiếp, AM chỉ có điện trở thuần R, MB là cuộn dây có L và r. Khi mắc vào 2 đầu AB vào nguồn điện không đổi có giá trị 20V thì điện áp 2 điểm MB là 5V và  $I = 0,5$  A. Khi mắc vào 2 đầu AB nguồn điện xoay chiều  $u = 20\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  thì điện áp hiệu dụng giữa 2 điểm MB là 10V. Độ tự cảm của cuộn dây có giá trị là bao nhiêu?

Lời giải

Khi tác dụng bởi một nguồn một chiều (không đổi) thì lập tức cuộn dây trở thành dây dẫn mang điện trở r (Giải thích rõ ràng là : đối với nguồn một chiều thì  $\omega = 0$  nên  $Z_L = 0$ ). Khi đó ta có  $R = \frac{20 - 5}{0,5} = 30 \Omega$ ,  $r = \frac{5}{0,5} = 10 \Omega$ .

Khi có nguồn xoay chiều tác dụng ta có  $10 = I \cdot \sqrt{Z_L^2 + r^2}$  và  $20 = I \cdot \sqrt{Z_L^2 + (R + r)^2}$  Chia tỉ lệ và thay các giá trị R, r vào ta được  $\frac{Z_L^2 + 10^2}{Z_L^2 + 40^2} = \frac{1}{4}$ . Từ đó suy ra  $Z_L = 20\Omega$ .

**Câu 181:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{6} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm nối tiếp với một tụ điện. Biết hệ số công suất của cuộn dây là  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và điện áp giữa hai bản tụ lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp hai đầu mạch điện. Điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ bằng?

- A. 100 V.                      B.  $\frac{200}{\sqrt{3}}$  V.                      C.  $100\sqrt{3}$  V.                      D. 200 V.

Lời giải

Vẽ giản đồ véc tơ chung gốc dễ thấy  $U_C^2 = U^2 + U_{LR}^2$  (1)

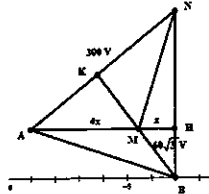
$$U_C = U_{LR} \cos \frac{\pi}{3} + U \cos \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow 3U_C + 4\sqrt{3}UU_C + 4U^2 = 0$  với  $U = 100\sqrt{3} \Rightarrow U_C = 200V$ . Chọn D.

Câu 182: Cho mạch điện RLC nối tiếp;  $R = 120\sqrt{3}\Omega$ , cuộn dây có  $r = 30\sqrt{3}\Omega$ . Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch  $u_{AB} = U_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) V$ , R mắc vào hai điểm A, M; cuộn dây mắc vào hai điểm M, N; tụ C mắc vào hai điểm N và B;  $U_{AN} = 300V$ ;  $U_{MB} = 60\sqrt{3}V$ . Hiệu điện thế tức thời  $U_{AN}$  lệch pha so với  $U_{MB}$  là  $\frac{\pi}{2}$ . Xác định  $U_0, L, C$

- A.  $60\sqrt{42}V$ ;  $\frac{1,5}{\pi}H$ ;  $\frac{10^{-3}}{24\pi}F$ .
- B.  $120V$ ;  $\frac{1,5}{\pi}H$ ;  $\frac{10^{-3}}{24\pi}F$ .
- C.  $120V$ ;  $\frac{1,5}{\pi}H$ ;  $\frac{10^{-3}}{\pi}F$ .
- D.  $60\sqrt{42}V$ ;  $\frac{1,5}{\pi}H$ ;  $\frac{10^{-3}}{\pi}F$ .

Lời giải



Vì  $u_{MB}$  vuông pha với  $u_{AN}$  nên ta suy ra M là trực tâm tam giác ANB

Đặt  $U_r = MH = x \Rightarrow U_R = AM = 4x$

Sử dụng tam giác đồng dạng ta suy ra  $KM = \frac{AM \cdot MH}{MB} = \frac{4x^2}{60\sqrt{3}}$

Lại có  $S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2}KM \cdot AN = \frac{1}{2}AM \cdot NH$  nên ta có phương trình:

$$\frac{4x^2}{60\sqrt{3}} \cdot 300 = 4x \sqrt{300^2 - 25x^2}$$

$$\Rightarrow x = 30\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow HB = \sqrt{MB^2 - x^2} = 90$$

Vậy

$$U = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{(150\sqrt{3})^2 + 90^2} = 60\sqrt{21}V$$

$$\rightarrow U_0 = 60\sqrt{42}V$$

Tính được  $I = 1$ , suy ra  $Z_{MB} = 60\sqrt{3} = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ ,

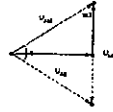
$Z_{AN} = 300\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2}$  từ đó suy ra  $Z_L = 150\Omega$ ,  $Z_C = 240\Omega$ .

Chọn A.

Câu 183: Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 40\sqrt{3}\Omega$  và độ tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi}H$ , đoạn mạch MB là một tụ điện có điện dung C thay đổi được, C có giá trị hữu hạn và khác không. Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ . Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng ( $U_{AM} + U_{MB}$ ) đạt giá trị cực đại. Giá trị cực đại của tổng điện áp hiệu dụng ( $U_{AM} + U_{MB}$ ) là

- A.  $100\sqrt{2}V$ .
- B.  $200V$ .
- C.  $100V$ .
- D.  $200\sqrt{2}V$ .

Lời giải



Ta có:

$$\frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{U_{MB}}{\sin \varphi} \leftrightarrow U_{MB} = U \frac{\sin \varphi}{\sin \frac{\pi}{3}}$$

Tương tự:

$$U_{AM} = U \frac{\sin \left( \frac{2\pi}{3} - \varphi \right)}{\sin \frac{\pi}{3}}$$

$$\rightarrow U_{AM} + U_{MB} = U \left( \frac{\sin \varphi}{\sin \frac{\pi}{3}} + \frac{\sin \left( \frac{2\pi}{3} - \varphi \right)}{\sin \frac{\pi}{3}} \right) = 2U \cos \left( \frac{\pi}{3} - \varphi \right) \leq 2U$$

Từ đó suy ra  $\varphi = \frac{\pi}{3}$  hay tam giác đều.

Chọn B.

**Câu 184:** Nối 2 cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào 2 đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $R = 30\Omega$  mắc nối tiếp với một tụ điện. Bỏ qua điện trở các cuộn dây trong máy phát. Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $n$  vòng/phút thì cường độ hiệu dụng trong đoạn mạch là  $1A$ . Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì cường độ hiệu dụng trong đoạn mạch là  $\sqrt{6}A$ . Nếu roto của máy quay đều với tốc độ  $3n$  vòng/ phút thì dung kháng của tụ là

Lời giải

Khi quay với tốc độ  $n$  vòng/phút:  $I_1 = \frac{k.n}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = 1 \quad (1)$

Khi quay với tốc độ  $2n$  vòng/phút:  $I_2 = \frac{k.2n}{\sqrt{R^2 + \frac{Z_C^2}{4}}} = \sqrt{6} \quad (2)$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + \frac{Z_C^2}{4}} \Rightarrow Z_C = \frac{2R}{\sqrt{5}}$

Vậy khi quay với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì  $Z'_C = \frac{Z_C}{3} = \frac{2R}{3\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$

Từ đó chọn A.

**Câu 185:** Một khung dây phẳng hình chữ nhật kích thước  $20\text{ cm} \times 30\text{ cm}$  gồm 100 vòng dây đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ  $0,02\text{ T}$ . Khung dây quay đều với tốc độ  $120$  vòng/phút quanh một trục nằm trong mặt phẳng của khung dây và vuông góc với từ trường. Hai đầu khung dây nối với điện trở  $R = 1\Omega$ . Tính nhiệt lượng tỏa ra trên  $R$  trong thời gian  $1$  phút

A. 17J.

B. 35J.

C. 2.19J.

D. 70J.

Lời giải

Ta có, tốc độ góc:  $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{np}{60} = 4\pi$

Coi mạch như mạch điện xoay chiều có một linh kiện thì ta tính được điện áp hiệu dụng qua khung dây:

$$U = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}$$

Công suất của mạch:  $P = \frac{U^2}{R}$

Nhiệt lượng tỏa ra chính là công thoát của mạch:  $Q = A = P.t \approx 70(J)$

Chọn D.

**Câu 186:** Cho mạch điện xoay chiều AB chứa R, L, C nối tiếp, đoạn AM chứa điện trở thuần và cuộn cảm thuần  $2R = Z_L$ , đoạn MB có tụ C có thể thay đổi điện dung. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều không đổi, tần số không đổi. Thay  $C = C_0$  công suất mạch đạt giá trị cực đại. Sau đó mắc thêm tụ  $C_1$  nối tiếp C thì công suất mạch giảm một nửa; tiếp tục mắc nối tiếp thêm tụ  $C_2$  vào mạch thì công suất mạch tăng gấp đôi. Tụ  $C_2$  có thể nhận giá trị nào sau đây

- A.  $C_0/3$  hoặc  $3C_0$ .    B.  $C_0/2$  hoặc  $3C_0$ .    C.  $C_0/3$  hoặc  $2C_0$ .    D.  $C_0/2$  hoặc  $2C_0$ .

Lời giải

Khi  $C = C_0 \Rightarrow P_{max} = \frac{U^2}{R}$ ,  $Z_L = Z_{C0} = 2R$

Mắc thêm  $C_1$  với  $C_0$  thì  $P = \frac{P_{max}}{2} \Rightarrow R^2 = (Z_L - Z_{Cb})^2 = (2R - Z_{Cb})^2$

Đến đây sẽ xảy ra 2 trường hợp:

+TH1:  $R = Z_{Cb} - 2R \Rightarrow Z_{Cb} = 3R = 1,5Z_{C0} \Rightarrow C_b = \frac{2}{3}C_0 < C_0$  do vậy phải mắc nối tiếp (chữ song song

là sai nhé-em coi lại kiến thức cơ bản về tụ điện) để điện dung của bộ tụ giảm:  $\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} \Rightarrow C_1 = 2C_0$

Khi mắc tiếp tụ  $C_2$  công suất tăng gấp đôi tức bằng  $P_{max}$  khi đó  $Z_{Cb}' = Z_{C0} \Rightarrow C_b' = C_0 > C_b$

Do vậy phải mắc song song  $C_2$  với  $C_b$  để điện dung của bộ tụ tăng  $C_b' = C_b + C_2 \Rightarrow C_2 = C_0 - C_b = C_0 - \frac{2}{3}C_0 = \frac{C_0}{3}$  (1)

+TH2:  $R = 2R - Z_{Cb} \Rightarrow Z_{Cb} = R = \frac{Z_{C0}}{2} \Rightarrow C_b = 2C_0 > C_0$  cần mắc  $C_1$  song song  $C_0 \Rightarrow C_b = C_0 + C_1 \Rightarrow C_1 = C_0$

Tương tự khi mắc tiếp  $C_2$  công suất tăng gấp đôi  $Z_{Cb}' = Z_{C0} \Rightarrow C_b' = C_0 < C_b \Rightarrow$  cần mắc nối tiếp  $C_2$  với  $C_b$  cho  $C_b$  giảm xuống.

$\frac{1}{C_b'} = \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_0} = \frac{1}{2C_0} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_2 = 2C_0$  (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow$  chọn C.

**Câu 187:** Đặt cùng điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) vào 3 đoạn mạch (1), (2), (3) lần lượt chứa một phân tử là điện trở thuần R, tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Khi cường độ dòng điện trong mạch (1) và (2) bằng nhau thì cường độ dòng điện trong mạch (3) là I. Khi cường độ dòng điện trong mạch (1) và (3) bằng nhau thì cường độ dòng điện trong mạch (2) là 2I. Biết  $\omega RC = \sqrt{3}$ . Tỉ số  $\frac{R}{\omega L}$  gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 1, 14.    B. 1, 25.    C. 1, 56.    D. 1, 92.

Lời giải

Dòng điện trong các mạch lần lượt là:

(1)  $\frac{U_0 \cos(\omega t)}{R}$

(2)  $\frac{U_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})}{R} \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{3}U_0 \sin \omega t}{R}$  (vì  $\omega RC = \sqrt{3}$ )

(3)  $\frac{U_0 \sin \omega t}{Z_L}$

- Tại thời điểm  $t_1$ :  $I(1) = I(2) \Leftrightarrow \cos(\omega t_1 - \frac{\pi}{3}) = 0 \Leftrightarrow \omega t_1 = \frac{5\pi}{6}$ . Khi đó  $I(3) = I$  nên  $I = \frac{U_0}{2Z_L}$

- Tại thời điểm  $t_2$ :

$I(2) = 2I$  nên  $\frac{-\sqrt{3}U_0 \sin \omega t_2}{R} = 2I \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{3}U_0 \sin \omega t_2}{R} = \frac{U_0}{Z_L}$  (a)

$I(1) = I(3)$  nên  $\frac{U_0 \cos \omega t_2}{R} = \frac{U_0 \sin \omega t_2}{Z_L}$  (b)

Từ (a) và (b)  $\Rightarrow -\sqrt{3} \sin^2 \omega t_2 = \cos \omega t_2$

$\Rightarrow \cos \omega t_2 = -0.75$

$\Rightarrow \sin \omega t_2 = -0.66$

$$\Rightarrow \frac{R}{\omega L} = (-0.66) \cdot -\sqrt{3} = 1.1456$$

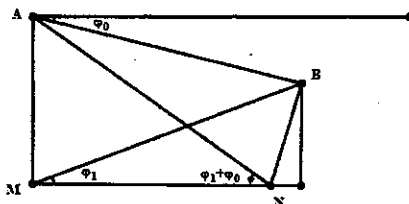
⇒ đáp án A.

**Câu 188:** Cho đoạn mạch  $AB$  gồm tụ điện có điện dung  $C$ , điện trở thuần  $R$  và cuộn dây không thuần cảm có độ tự cảm  $L$  và điện trở thuần  $r$  mắc nối tiếp.  $M$  là điểm nối giữa tụ điện và điện trở thuần,  $N$  là điểm nối giữa điện trở thuần và cuộn dây. Đặt vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) thì dòng điện qua mạch có biểu thức là  $i = 2\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_0)$  (A). Nếu hệ số công suất của đoạn mạch  $MB$  là  $\cos \varphi_1$  thì hệ số công suất của đoạn mạch  $AN$  là  $\cos(\varphi_1 + \varphi_0)$ . Biết dung kháng của tụ điện  $Z_C = 100$  ( $\Omega$ ), điện trở thuần  $r = 40$  ( $\Omega$ ) và  $\varphi_1 > 0; \varphi_0 > 0$ . Điện áp hiệu dụng lớn nhất trên hai đầu đoạn mạch  $MN$  là?

- A. 60 (V).      B. 75 (V).      C. 45 (V).      D. 80 (V).

Lời giải

Ta có giản đồ vector như hình vẽ:



Từ giản đồ ta suy ra:

$$\widehat{MAN} = 90^\circ - (\varphi_1 + \varphi_0) \Rightarrow \widehat{NAB} = 90^\circ - \varphi_0 - \widehat{MAN} = \varphi_1$$

Nên ta suy ra:  $\widehat{BMN} = \widehat{NAB} = \varphi_1$

Mặt khác  $\widehat{BMN}, \widehat{NAB}$  cùng chắn cung  $BN$  nên ta suy ra tứ giác  $AMNB$  nội tiếp đường tròn

$$\text{Suy ra: } \widehat{AMN} + \widehat{ABN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABN} = 90^\circ$$

Hay  $u_{AB}$  vuông pha với  $u_{NB}$

Nên ta có:

$$\begin{aligned} Z_{AN}^2 &= Z^2 + Z_{NB}^2 \\ \Rightarrow R^2 + Z_C^2 &= (R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2 + r^2 + Z_L^2 \\ \rightarrow Z_L^2 - Z_L \cdot Z_C + 2Rr + r^2 &= 0 \end{aligned}$$

Coi phương trình trên là phương trình bậc hai đối với  $Z_L$

Ta có phương trình có nghiệm khi

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow Z_C^2 - 4(Rr + r^2) \geq 0 \Rightarrow R \leq \frac{Z_C^2}{4r} - r = 22,5 \Omega$$

Nên ta suy ra:  $U_{MN} = I \cdot R \leq 22,5I = 45V$

Vậy  $U_{MNmax} = 45V$

Chọn C.

**Câu 189:** Điện năng ở 1 trạm phát điện được truyền đi dưới điện áp là  $110kV$ , hiệu suất của quá trình truyền tải điện là  $H = 84\%$ . Công suất điện truyền đi được giữ không đổi. Nếu điện áp ở đầu đường dây tải được tăng lên  $220kV$  thì hiệu suất của quá trình truyền tải lúc này là

- A. 96%.      B. 92%.      C. 90%.      D. 98%.

*Lời giải*

Ta có:

$$H = \frac{W_i}{W_{tp}} = \frac{P - \Delta P}{P}$$

Với:

$$\Delta P = \frac{p^2}{U^2 \cdot \cos^2 \varphi} \cdot R$$

Suy ra:

$$\begin{cases} P = \frac{\Delta P_1}{1 - H_1} \\ P = \frac{\Delta P_2}{1 - H_2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta P_1}{(1 - H_1)} = \frac{\Delta P_2}{(1 - H_2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{(1 - H_1)}{(1 - H_2)}$$

$$\Leftrightarrow U_2 = \sqrt{\frac{(1 - H_1)}{(1 - H_2)}} \cdot U_1$$

Thay số ta được đáp án A.



## CHƯƠNG 5

**SÓNG ÁNH SÁNG****A. LÝ THUYẾT****I. Hiện tượng tán sắc ánh sáng****1. Định nghĩa**

*Tán sắc ánh sáng là sự phân tách một chùm sáng phức tạp thành các chùm sáng đơn sắc.*

- Khi cho một ánh sáng trắng đi qua lăng kính thì nó không những bị khúc xạ về phía đáy lăng kính, mà còn bị tách ra thành nhiều chùm sáng đơn sắc có màu biến thiên liên tục từ đỏ tới tím.
- Trong hiện tượng tán sắc, tia đỏ lệch ít nhất, tia tím lệch nhiều nhất.

**2. Ánh sáng đơn sắc, ánh sáng trắng**

- *Ánh sáng đơn sắc* là ánh sáng không bị tán sắc khi đi qua lăng kính. Mỗi ánh sáng đơn sắc có một màu gọi là màu đơn sắc. Mỗi màu đơn sắc trong mỗi môi trường có một bước sóng xác định.
- Khi truyền qua các môi trường trong suốt khác nhau vận tốc của ánh sáng thay đổi, bước sóng của ánh sáng thay đổi còn tần số của ánh sáng thì không thay đổi.
- *Ánh sáng trắng* là tập hợp của vô số ánh sáng đơn sắc khác nhau có màu biến thiên liên tục từ đỏ đến tím.
- Dải có màu như cầu vồng (có có vô số màu nhưng được chia thành 7 màu chính là đỏ, cam, vàng, lục, lam, chàm, tím) gọi là quang phổ của ánh sáng trắng.
- Chiết suất của các chất trong suốt biến thiên theo màu sắc ánh sáng và tăng dần từ màu đỏ đến màu tím.

**3. Giải thích hiện tượng tán sắc ánh sáng**

Chiết suất của chất làm lăng kính có giá trị khác nhau đối với các ánh sáng đơn sắc khác nhau. Chiết suất của môi trường trong suốt tăng dần theo thứ tự với các ánh sáng đơn sắc : đỏ, da cam, vàng, lục, lam, chàm, tím.

Khi qua lăng kính, các ánh sáng đơn sắc khác nhau bị lệch với các góc lệch khác nhau nên bị tách ra thành dải màu biến đổi liên tục từ đỏ đến tím, tia đỏ bị lệch ít nhất, tia tím bị lệch nhiều nhất.

**4. Ứng dụng của sự tán sắc ánh sáng**

- Máy quang phổ phân tích một chùm sáng đa sắc, do các vật sáng phát ra, thành các thành phần đơn sắc.
- Hiện tượng cầu vồng xảy ra do sự tán sắc ánh sáng, các tia sáng Mặt Trời đã bị khúc xạ và phân xạ trong các giọt nước trước khi tới mắt ta.
- Giải thích hiện tượng quang sai, sắc sai với thấu kính.

**II. Hiện tượng giao thoa ánh sáng****1. Nhiễu xạ ánh sáng – Giao thoa ánh sáng****1.1. Nhiễu xạ ánh sáng**

- Nhiễu xạ ánh sáng là hiện tượng ánh sáng không tuân theo định luật truyền thẳng, quan sát được khi ánh sáng truyền qua lỗ nhỏ hoặc gần mép những vật trong suốt hoặc không trong suốt.
- Hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng chỉ có thể giải thích được nếu thừa nhận *ánh sáng có tính chất sóng*.
- Mỗi chùm sáng đơn sắc (còn gọi là chùm bức xạ đơn sắc) là một chùm sáng có bước sóng và tần số xác định.

**1.2. Hiện tượng giao thoa ánh sáng**

- Hai chùm sáng kết hợp là hai chùm phát ra ánh sáng có cùng tần số và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

- Khi hai chùm sáng kết hợp gặp nhau chúng sẽ giao thoa:

+ Những chỗ hai sóng gặp nhau mà cùng pha nhau, chúng tăng cường lẫn nhau tạo thành các vân sáng.

+ Những chỗ hai sóng gặp nhau mà ngược pha với nhau, chúng triệt tiêu nhau tạo thành các vân tối.

- Nếu ánh sáng trắng giao thoa thì hệ thống vân của các ánh sáng đơn sắc khác nhau sẽ không trùng nhau:

+ Ở chính giữa, vân sáng của các ánh sáng đơn sắc khác nhau nằm trùng nhau cho một vân sáng trắng gọi là vân trắng chính giữa (vân trung tâm).

+ Ở hai bên vân trung tâm, các vân sáng khác của các sóng ánh sáng đơn sắc khác nhau không trùng với nhau nữa, chúng nằm kề sát bên nhau và cho những quang phổ có màu như ở màu cầu vồng.

- Hiện tượng giao thoa ánh sáng là bằng chứng thực nghiệm khẳng định ánh sáng có tính chất sóng.

**1.3. Bước sóng và màu sắc ánh sáng**

- Ánh sáng đơn sắc là ánh sáng có một bước sóng xác định trong chân không.

- Mọi ánh sáng đơn sắc mà ta nhìn thấy (ánh sáng khả kiến) đều có bước sóng trong chân không (hoặc không khí) trong khoảng từ 0,38  $\mu m$  (ánh sáng tím) đến 0,76  $\mu m$  (ánh sáng đỏ).

- Những màu chính trong quang phổ ánh sáng trắng (đỏ, cam, vàng, lục, lam, chàm, tím) ứng với từng vùng có bước sóng lân cận nhau. Bảng màu và bước sóng của ánh sáng trong chân không như sau:

Màu sắc	Bước sóng trong chân không ( $\mu m$ )	Bước sóng trong chân không (nm)
Đỏ	0,640 – 0,760	640 – 760
Cam	0,590 – 0,650	590 – 650
Vàng	0,570 – 0,600	570 – 600
Lục	0,500 – 0,575	500 – 575
Lam	0,450 – 0,510	450 – 510
Chàm	0,430 – 0,460	430 – 460
Tím	0,380 – 0,440	380 – 440

Bảng 5.1: Bảng màu sắc và bước sóng tương ứng

**III. Quang phổ**

**1. Máy quang phổ lăng kính**

- Máy quang phổ là dụng cụ phân tích chùm sáng nhiều thành phần thành những thành phần đơn sắc khác nhau.

- Máy dùng để nhận biết các thành phần cấu tạo của một chùm sáng phức tạp do một nguồn phát ra.

- Máy quang phổ có ba bộ phận chính:

+ Ống chuẩn trực là bộ phận tạo ra chùm sáng song song.

+ Hệ tán sắc có tác dụng phân tích chùm tia song song thành nhiều chùm tia đơn sắc song song.

+ Buồng ảnh dùng để quan sát hay chụp ảnh quang phổ.

- Nguyên tắc hoạt động của máy quang phổ lăng kính dựa trên hiện tượng tán sắc ánh sáng.

**2. Các loại quang phổ**

	Quang phổ liên tục	Quang phổ vạch phát xạ	Quang phổ vạch hấp thụ
<b>Định nghĩa</b>	Là một dải màu có màu từ đỏ đến tím nối liền nhau một cách liên tục	Là một hệ thống những vạch sáng riêng lẻ, ngăn cách nhau bởi những khoảng tối.	Là một hệ thống gồm các vạch hay đám vạch tối trên nền quang phổ liên tục.
<b>Nguồn phát</b>	Do các chất rắn, chất lỏng hay chất khí có áp suất lớn khi bị nung nóng phát ra.	Do các chất khí, hay hơi ở áp suất thấp phát ra khi bị kích thích (khi nóng sáng, hoặc khi có dòng điện phóng qua).	- Các chất rắn, chất lỏng và chất khí đều cho được quang phổ hấp thụ. - Điều kiện để có quang phổ vạch hấp thụ: Nhiệt độ của đám khí hay hơi phải thấp hơn nhiệt độ nguồn phát quang phổ liên tục.
<b>Đặc điểm</b>	- Không phụ thuộc thành phần cấu tạo nguồn sáng. - Các chất khác nhau ở cùng một nhiệt độ thì hoàn toàn giống nhau về quang phổ liên tục. - Chỉ phụ thuộc nhiệt độ của nguồn sáng. - Ở mọi nhiệt độ, vật đều bức xạ. - Khi nhiệt độ tăng dần, cường độ bức xạ càng mạnh và miền quang phổ lan dần từ bức xạ có bước sóng dài sang bức xạ có bước sóng ngắn.	- Mỗi nguyên tố hoá học có một quang phổ vạch đặc trưng của nguyên tố đó. - Các nguyên tố khác nhau thì phát ra các quang phổ vạch khác nhau về: số lượng vạch, màu sắc, bước sóng (tức là về vị trí các vạch) và độ sáng độ tối giữa các vạch.	- Quang phổ hấp thụ của chất khí chỉ chứa các vạch hấp thụ. - Còn quang phổ của chất lỏng và rắn lại chứa các "đám", mỗi đám gồm nhiều vạch hấp thụ nối tiếp nhau một cách liên tục.
<b>Ứng dụng</b>	Dùng để xác định nhiệt độ của các vật (đặc biệt là những vật ở rất xa và có nhiệt độ cao) như dây tóc bóng đèn, lò cao,... và cả nhiệt độ của các ngôi sao ở rất xa.	Biết được thành phần cấu tạo của nguồn sáng. Nhận biết được sự có mặt của các nguyên tố trong hỗn hợp hay hợp chất.	Nhận biết được sự có mặt của nguyên tố trong các hỗn hợp hay hợp chất.

Bảng 5.2: Bảng so sánh và phân loại quang phổ

### 3. Hiện tượng đảo vạch quang phổ

Trong thí nghiệm tạo ra quang phổ vạch hấp thụ, nếu tắt nguồn sáng trắng thì người ta thấy nền quang phổ liên tục biến mất, đồng thời các vạch tối của quang phổ vạch hấp thụ biến thành các vạch màu của quang phổ vạch phát xạ của chính đám khí hay hơi đó. Hiện tượng này gọi là hiện tượng đảo vạch quang phổ.

Ở một nhiệt độ nhất định, một đám khí hay hơi có khả năng phát ra những ánh sáng đơn sắc nào thì

nó cũng có khả năng hấp thụ ánh sáng đơn sắc đó.

#### IV. Các loại tia

#### V. Thang sóng điện từ.

- Sóng vô tuyến, tia hồng ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia tử ngoại, tia Ronghen, tia gamma là sóng điện từ.

- Tuy vậy, vì có tần số và bước sóng khác nhau, nên các sóng điện từ có những tính chất rất khác nhau (có thể nhìn thấy hoặc không nhìn thấy, có khả năng đâm xuyên khác nhau, cách phát khác nhau).

- Các tia có bước sóng càng ngắn (tia X, tia gamma) có tính chất đâm xuyên càng mạnh, dễ tác dụng lên kính ảnh, làm phát quang các chất và dễ ion hóa không khí.

- Với các tia có bước sóng dài ta dễ quan sát hiện tượng giao thoa.

Bảng bước sóng của sóng điện từ

#### VI. Câu hỏi trắc nghiệm lí thuyết

##### 1. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Chọn câu đúng.

- A. Quang phổ liên tục của một vật phụ thuộc vào bản chất của vật nóng sáng.
- B. Quang phổ liên tục phụ thuộc vào nhiệt độ của vật nóng sáng.
- C. Quang phổ liên tục không phụ thuộc vào nhiệt độ của vật nóng sáng.
- D. Quang phổ liên tục phụ thuộc vào nhiệt độ và bản chất của vật nóng sáng.

##### Lời giải

Quang phổ liên tục chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của vật, không phụ thuộc vào bản chất của vật nóng sáng.

Đáp án B.

Ví dụ 2: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Quang phổ vạch phát xạ của các nguyên tố khác nhau thì khác nhau về số lượng vạch màu, màu sắc vạch, vị trí và độ sáng tỉ đối của các vạch quang phổ.
- B. Mỗi nguyên tố hóa học ở trạng thái khí hay hơi ở áp suất thấp được kích thích phát sáng có một quang phổ vạch phát xạ đặc trưng.
- C. Quang phổ vạch phát xạ là những dải màu biến đổi liên tục nằm trên một nền tối.
- D. Quang phổ vạch phát xạ là một hệ thống các vạch sáng màu nằm riêng rẽ trên một nền tối.

##### Lời giải

Quang phổ vạch phát xạ là một hệ thống các vạch sáng màu nằm riêng rẽ trên một nền tối, nên phát biểu "Quang phổ vạch phát xạ là những dải màu biến đổi liên tục nằm trên một nền tối" là sai.

Đáp án C.

Ví dụ 3: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tia tử ngoại là bức xạ do vật có khối lượng riêng lớn bị kích thích phát ra.
- B. Tia tử ngoại là một trong những bức xạ mà mắt người có thể thấy được.
- C. Tia tử ngoại không bị thạch anh hấp thụ.
- D. Tia tử ngoại không có tác dụng diệt khuẩn.

##### Lời giải

- Tia tử ngoại do những vật được nung nóng trên 20000C phát ra, phát biểu A sai. - Tia tử ngoại mắt người không nhìn thấy được, phát biểu B sai. - Tia tử ngoại không bị thạch anh hấp thụ. C đúng. - Tia tử ngoại có tác dụng diệt khuẩn, phát biểu D sai.

Đáp án C.

Ví dụ 4: Nếu sắp xếp tia hồng ngoại, tia tử ngoại, tia Rơnghen và ánh sáng nhìn thấy theo thứ tự giảm dần của tần số thì ta có dãy sau

- A. tia hồng ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia tử ngoại, tia Rơnghen.
- B. tia tử ngoại, tia hồng ngoại, tia Rơnghen, ánh sáng nhìn thấy.
- C. tia hồng ngoại, tia tử ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia Rơnghen.
- D. tia Rơnghen, tia tử ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia hồng ngoại.

Lời giải

Sắp xếp theo thứ tự giảm dần của tần số, tức là sắp xếp theo thứ tự tăng dần của bước sóng (vì bước sóng và tần số tỉ lệ nghịch với nhau). Dựa vào thang sóng điện từ, ta thấy: tia Rơnghen, tia tử ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia hồng ngoại xếp theo thứ tự tăng dần về bước sóng.

Đáp án D.

Ví dụ 5: Để thu được quang phổ vạch hấp thụ thì

- A. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải lớn hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- B. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải nhỏ hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- C. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải bằng nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- D. áp suất của đám khí hấp thụ phải rất lớn.

Lời giải

Để thu được quang phổ vạch hấp thụ thì nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải nhỏ hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng.

Đáp án B.

Ví dụ 6: Hiện tượng đảo sắc của vạch quang phổ cho phép kết luận rằng

- A. Trong cùng một điều kiện, một chất chỉ hấp thụ hoặc chỉ bức xạ ánh sáng.
- B. Các vạch tối xuất hiện trên nền quang phổ liên tục là do giao thoa ánh sáng.
- C. Trong cùng một điều kiện về nhiệt độ và áp suất, mọi chất đều hấp thụ và bức xạ các ánh sáng có cùng bước sóng.
- D. Ở nhiệt độ xác định, một chất chỉ hấp thụ những bức xạ nào mà nó có khả năng phát xạ và ngược lại, nó chỉ phát những bức xạ mà nó có khả năng hấp thụ.

Lời giải

Hiện tượng đảo sắc của vạch quang phổ cho phép kết luận rằng: Ở nhiệt độ xác định, một chất chỉ hấp thụ những bức xạ nào mà nó có khả năng phát xạ và ngược lại, nó chỉ phát những bức xạ mà nó có khả năng hấp thụ.

Đáp án D.

Ví dụ 7: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Vị trí vạch tối trong quang phổ hấp thụ của một nguyên tố trùng với vị trí vạch sáng màu trong quang phổ vạch phát xạ của nguyên tố đó.
- B. Trong quang phổ vạch hấp thụ các vân tối cách đều nhau.
- C. Trong quang phổ vạch phát xạ các vân sáng và các vân tối cách đều nhau.
- D. Quang phổ vạch của các nguyên tố hóa học đều giống nhau ở cùng một nhiệt độ.

Lời giải

Trong quang phổ vạch hấp thụ và quang phổ vạch phát xạ, các vân không cách đều nhau. Đáp án B và

C sai. Quang phổ vạch của các nguyên tố khác nhau thì khác nhau về số lượng, vị trí, màu sắc, độ sáng tỉ đối của các vạch. Câu D sai. Vị trí vạch tối trong quang phổ hấp thụ của một nguyên tố trùng với vị trí vạch sáng màu trong quang phổ vạch phát xạ của nguyên tố đó.

Đáp án A.

## 2. Bài tập tự luyện

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Trong máy quang phổ, ống chuẩn trực có tác dụng tạo ra chùm tia sáng song song.
- B. Trong máy quang phổ, buồng ảnh nằm ở phía sau lăng kính.
- C. Trong máy quang phổ, lăng kính có tác dụng phân tích chùm ánh sáng phức tạp song song thành các chùm sáng đơn sắc song song.
- D. Trong máy quang phổ, quang phổ của một chùm sáng thu được trong buồng ảnh luôn là một dải sáng có màu cầu vồng.

Câu 2: Phát biểu nào sau đây là đúng khi cho ánh sáng trắng chiếu vào máy quang phổ?

- A. Chùm tia sáng ló ra khỏi lăng kính của máy quang phổ trước khi đi qua thấu kính của buồng ảnh là một chùm tia phân kỳ có nhiều màu khác nhau.
- B. Chùm tia sáng ló ra khỏi lăng kính của máy quang phổ trước khi đi qua thấu kính của buồng ảnh gồm nhiều chùm tia sáng đơn sắc song song.
- C. Chùm tia sáng ló ra khỏi lăng kính của máy quang phổ trước khi đi qua thấu kính của buồng ảnh là một chùm tia phân kỳ màu trắng.
- D. Chùm tia sáng ló ra khỏi lăng kính của máy quang phổ trước khi đi qua thấu kính của buồng ảnh là một chùm tia sáng màu song song.

Câu 3: Chọn câu đúng.

- A. Quang phổ liên tục của một vật phụ thuộc vào bản chất của vật nóng sáng.
- B. Quang phổ liên tục phụ thuộc vào nhiệt độ của vật nóng sáng.
- C. Quang phổ liên tục không phụ thuộc vào nhiệt độ của vật nóng sáng.
- D. Quang phổ liên tục phụ thuộc vào nhiệt độ và bản chất của vật nóng sáng.

Câu 4: Quang phổ liên tục phát ra bởi hai vật có bản chất khác nhau thì

- A. Hoàn toàn khác nhau ở mọi nhiệt độ.
- B. Hoàn toàn giống nhau ở mọi nhiệt độ.
- C. Giống nhau nếu mỗi vật có một nhiệt độ thích hợp.
- D. Giống nhau nếu hai vật có nhiệt độ bằng nhau.

Câu 5: Chọn câu đúng nhất, Quang phổ liên tục:

- A. Là quang phổ của ánh sáng mặt trời.
- B. Là quang phổ của chất khí phát quang.
- C. Là quang phổ phát bởi các chất rắn, lỏng nung nóng trên 5000C hay bởi chất khí tỉ khối lớn có nhiệt độ cao.
- D. Là dải màu liên tục xen kẽ những vạch đen.

Câu 6: Quang phổ liên tục phát ra bởi một chất được dùng để:

- A. Xác định thành phần của chất đó.
- B. Xác định nhiệt độ của chất đó.
- C. Xác định thành phần của chất đó trong hỗn hợp.
- D. Xác định chất đó là đơn chất hay hợp chất.

Câu 7: Chọn câu trả lời đúng. Quang phổ Mặt Trời được máy quang phổ ghi được là:

- A. quang phổ liên tục.
- B. quang phổ vạch phát xạ.
- C. quang phổ vạch hấp thụ.
- D. Một loại quang phổ khác.

Câu 8: Hiện tượng quang học nào sau đây sử dụng trong máy phân tích quang phổ?

- A. Hiện tượng khúc xạ ánh sáng.
- B. Hiện tượng phản xạ ánh sáng.
- C. Hiện tượng giao thoa ánh sáng.
- D. Hiện tượng tán sắc ánh sáng.

Câu 9: Máy quang phổ là dụng cụ dùng để

- A. đo bước sóng các vạch quang phổ.
- B. tiến hành các phép phân tích quang phổ.
- C. quan sát và chụp quang phổ của các vật.
- D. phân tích một chùm ánh sáng phức tạp thành những thành phần đơn sắc.

Câu 10: Chọn câu trả lời sai. Máy quang phổ:

- A. là dụng cụ dùng để phân tích chùm ánh sáng có nhiều thành phần thành những thành phần đơn sắc khác nhau.
- B. nguyên tắc hoạt động dựa trên hiện tượng tán sắc ánh sáng.
- C. dùng để nhận biết các thành phần cấu tạo của một chùm sáng phức tạp do một nguồn sáng phát ra.
- D. bộ phận của máy làm nhiệm vụ tán sắc ánh sáng là thấu kính.

Câu 11: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Quang phổ vạch phát xạ của các nguyên tố khác nhau thì khác nhau về số lượng vạch màu, màu sắc vạch, vị trí và độ sáng tỉ đối của các vạch quang phổ.
- B. Mỗi nguyên tố hóa học ở trạng thái khí hay hơi ở áp suất thấp được kích thích phát sáng có một quang phổ vạch phát xạ đặc trưng.
- C. Quang phổ vạch phát xạ là những dải màu biến đổi liên tục nằm trên một nền tối.
- D. Quang phổ vạch phát xạ là một hệ thống các vạch sáng màu nằm riêng rẽ trên một nền tối.

Câu 12: Để thu được quang phổ vạch hấp thụ thì

- A. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải lớn hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- B. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải nhỏ hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- C. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải bằng nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- D. áp suất của đám khí hấp thụ phải rất lớn.

Câu 13: Phép phân tích quang phổ là

- A. Phép phân tích một chùm sáng nhờ hiện tượng tán sắc.
- B. Phép phân tích thành phần cấu tạo của một chất dựa trên việc nghiên cứu quang phổ do nó phát ra.
- C. Phép đo nhiệt độ của một vật dựa trên quang phổ do vật phát ra.
- D. Phép đo vận tốc và bước sóng của ánh sáng từ quang phổ thu được.

Câu 14: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Vị trí vạch tối trong quang phổ hấp thụ của một nguyên tố trùng với vị trí vạch sáng màu trong quang phổ vạch phát xạ của nguyên tố đó.
- B. Trong quang phổ vạch hấp thụ các vạch tối cách đều nhau.
- C. Trong quang phổ vạch phát xạ các vạch sáng và các vạch tối cách đều nhau.
- D. Quang phổ vạch của các nguyên tố hóa học đều giống nhau ở cùng một nhiệt độ.

Câu 15: Quang phổ vạch của Natri gồm

- A. Hai vạch vàng rất gần nhau.
- B. Hai vạch vàng và cam.
- C. Bốn vạch đỏ lam chàm tím.
- D. Hai vạch vàng rất xa nhau.

Câu 16: Hiện tượng đảo sắc trong vạch quang phổ là :

- A. Vạch quang phổ đổi màu đơn sắc này sang màu đơn sắc khác.
- B. Vạch hấp thụ của chất này đổi thành vạch phát xạ của chất khác.
- C. Vạch hấp thụ đổi thành vạch phát xạ của chính chất đó.
- D. Vạch phát xạ chất này đổi thành vạch phát xạ chất khác.

Câu 17: Quang phổ vạch thu được khi chất phát sáng ở trạng thái:

- A. khí bay hơi nóng sáng dưới áp suất cao.
- B. rắn bay hơi nóng sáng dưới áp suất cao .
- C. khí bay hơi nóng sáng dưới áp suất thấp .
- D. lỏng bay hơi nóng sáng dưới áp suất thấp.

Câu 18: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tia hồng ngoại là là một bức xạ đơn sắc có màu hồng.
- B. Tia hồng ngoại là sóng điện từ có bước sóng nhỏ hơn  $0,4 \mu\text{m}$ .
- C. Tia hồng ngoại do các vật có nhiệt độ cao hơn nhiệt độ môi trường xung quanh phát ra.
- D. Tia hồng ngoại bị lệch trong điện trường và từ trường.

Câu 19: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Tia hồng ngoại do các vật bị nung nóng phát ra.
- B. Tia hồng ngoại là sóng điện từ có bước sóng lớn hơn  $0,76 \mu\text{m}$ .
- C. Tia hồng ngoại có tác dụng lên mọi kính ảnh.
- D. Tia hồng ngoại có tác dụng nhiệt rất mạnh.

Câu 20: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tia hồng ngoại có khả năng đâm xuyên rất mạnh.
- B. Tia hồng ngoại có thể kích thích cho một số chất phát quang.
- C. Tia hồng ngoại chỉ được phát ra từ các vật bị nung nóng có nhiệt độ trên  $500^{\circ}\text{C}$ .
- D. Tia hồng ngoại mắt người không nhìn thấy được.

Câu 21: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Vật có nhiệt độ trên  $3000^{\circ}\text{C}$  phát ra tia tử ngoại rất mạnh.
- B. Tia tử ngoại không bị thủy tinh hấp thụ.
- C. Tia tử ngoại là sóng điện từ có bước sóng nhỏ hơn bước sóng của ánh sáng đỏ.
- D. Tia tử ngoại có tác dụng nhiệt.

Câu 22: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Tia tử ngoại có tác dụng sinh lý.
- B. Tia tử ngoại có thể kích thích cho một số chất phát quang.
- C. Tia tử ngoại có tác dụng mạnh lên kính ảnh.
- D. Tia tử ngoại có không khả năng đâm xuyên.

Câu 23: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tia hồng ngoại có tần số cao hơn tần số của tia sáng vàng.
- B. Tia tử ngoại có bước sóng lớn hơn bước sóng của tia sáng đỏ.
- C. Bức xạ tử ngoại có tần số cao hơn tần số của bức xạ hồng ngoại.
- D. Bức xạ tử ngoại có chu kỳ lớn hơn chu kỳ của bức xạ hồng ngoại.

Câu 24: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tia tử ngoại là bức xạ do vật có khối lượng riêng lớn bị kích thích phát ra.
- B. Tia tử ngoại là một trong những bức xạ mà mắt người có thể thấy được.
- C. Tia tử ngoại không bị thạch anh hấp thụ.
- D. Tia tử ngoại không có tác dụng diệt khuẩn.



Câu 25: Tia X được tạo ra bằng cách nào sau đây?

- A. Cho một chùm electron nhanh bắn vào một kim loại khó nóng chảy có nguyên tử lượng lớn.
- B. Cho một chùm electron chậm bắn vào một kim loại.
- C. Chiếu tia tử ngoại vào kim loại có nguyên tử lượng lớn.
- D. Chiếu tia hồng ngoại vào một kim loại.

Câu 26: Chọn câu đúng.

- A. Tia X là sóng điện từ có bước sóng nhỏ hơn bước sóng của tia tử ngoại.
- B. Tia X do các vật bị nung nóng ở nhiệt độ cao phát ra.
- C. Tia X có thể được phát ra từ các đèn điện.
- D. Tia X có thể xuyên qua tất cả mọi vật.

Câu 27: Chọn câu sai

- A. Tia X có khả năng xuyên qua một lá nhôm mỏng.
- B. Tia X có tác dụng mạnh lên kính ảnh.
- C. Tia X là bức xạ có thể trông thấy được vì nó làm cho một số chất phát quang.
- D. Tia X là bức xạ có hại đối với sức khỏe con người.

Câu 28: Bức xạ có bước sóng trong khoảng từ  $10^{-9}m$  -  $4.10^{-7}m$  thuộc loại nào trong các loại sóng dưới đây?

- A. Tia X.
- B. Ánh sáng nhìn thấy.
- C. Tia hồng ngoại.
- D. Tia tử ngoại.

Câu 29: Thân thể con người bình thường có thể phát ra được bức xạ nào dưới đây?

- A. Tia X.
- B. Ánh sáng nhìn thấy.
- C. Tia hồng ngoại.
- D. Tia tử ngoại.

Câu 30: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều có cùng bản chất là sóng điện từ.
- B. Tia hồng ngoại có bước sóng nhỏ hơn tia tử ngoại.
- C. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều là những bức xạ không nhìn thấy.
- D. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều có tác dụng nhiệt.

Câu 31: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Tia X và tia tử ngoại đều có bản chất là sóng điện từ.
- B. Tia X và tia tử ngoại đều tác dụng mạnh lên kính ảnh.
- C. Tia X và tia tử ngoại đều kích thích một số chất phát quang.
- D. Tia X và tia tử ngoại đều bị lệch khi đi qua một điện trường mạnh.

Câu 32: Tính chất quan trọng nhất và được ứng dụng rộng rãi nhất của tia X là gì?

- A. Khả năng đâm xuyên mạnh.
- B. Làm đen kính ảnh.
- C. Kích thích tính phát quang của một số chất.
- D. Hủy diệt tế bào.

Câu 33: Một vật nung nóng đến gần và nhỏ hơn  $500^{\circ}C$  sẽ phát:

- A. Tia hồng ngoại.
- B. Tia tử ngoại.
- C. Tia Rơn ghen.
- D. A;B;C đều đúng.

Câu 34: Trong các tính chất sau tia Rơn ghen thì có , nhưng tia tử ngoại thì không .

- A. Chứa ung thư (nông trên da ).
- B. Ion hoá chất khí .
- C. Ghi được ảnh trên phim.
- D. Diệt vi khuẩn.

Câu 35: Tia hồng ngoại có :

- A. bước sóng  $> 0,76 \mu m$  không trông thấy.
- B. bước sóng  $< 0,76 \mu m$  không trông thấy.
- C. bước sóng  $< 0,4 \mu m$  không trông thấy.
- D. bước sóng  $< 0,6 \mu m$  không trông thấy.

Câu 36: Tia tử ngoại có :

- A. bước sóng  $> 0,76 \mu\text{m}$  không trông thấy.    B. bước sóng  $< 0,01 \mu\text{m}$  và trông thấy.  
 C. bước sóng  $< 0,4 \mu\text{m}$  không trông thấy.    D. bước sóng  $> 0,4 \mu\text{m}$  không trông thấy.

Câu 37: Tính chất nào sau đây không phải đặc điểm của tia tử ngoại :

- A. Tác dụng mạnh lên kính ảnh và làm phát quang một số chất.  
 B. Làm ion hóa không khí.  
 C. Trong suốt đối với thủy tinh ; nước.  
 D. Giúp cho xương tăng trưởng.

Câu 38: Có thể nhận biết tia tử ngoại bằng .

- A. Mắt bình thường.    B. Màn huỳnh quang; kính ảnh.  
 C. Vôn kế.    D. Ampe kế.

Câu 39: Tia tử ngoại có tính chất nào sau đây :

- A. không làm đen kính ảnh.    B. bị lệch trong điện trường và từ trường.  
 C. kích thích sự phát quang của nhiều chất.    D. truyền được qua giấy, vải, gỗ.

Câu 40: Chọn câu trả lời sai. Tia hồng ngoại:

- A. là những bức xạ không nhìn thấy được, có bước sóng lớn hơn bước sóng của ánh sáng đỏ.  
 B. có bản chất là sóng điện từ.  
 C. do các vật bị nung nóng phát ra. Tác dụng nổi bật nhất là tác dụng nhiệt.  
 D. ứng dụng để trị bệnh còi xương.

Câu 41: Ánh sáng có bước sóng  $0,55.10^{-3}m$  là ánh sáng thuộc:

- A. Tia hồng ngoại .    B. Ánh sáng khả kiến ( thấy được ).  
 C. Ánh sáng tím .    D. Tia tử ngoại.

Câu 42: Bức xạ có bước sóng trong khoảng từ  $10^{-9}m - 10^{-7}m$  thuộc loại nào?

- A. Tia hồng ngoại.    B. Ánh sáng nhìn thấy .  
 C. Tia tử ngoại.    D. Tia Rơn ghen.

Câu 43: Các nguồn phát ra tia tử ngoại là: Chọn câu sai

- A. Mặt trời .    B. Hồ quang điện .  
 C. Dây tóc bóng đèn chiếu sáng .    D. Đèn cao áp thủy ngân.

Câu 44: Chọn câu sai :

- A. Tia hồng ngoại làm phát huỳnh quang một số chất .  
 B. Tia hồng ngoại do các vật bị nung nóng phát ra .  
 C. Tia hồng ngoại có bước sóng lớn hơn  $0,75 \mu\text{m}$  .  
 D. Tia hồng ngoại có tác dụng nhiệt.

Câu 45: Chọn câu đúng

- A. Tia hồng ngoại có tần số nhỏ hơn tia tử ngoại .  
 B. Tia hồng ngoại có tần số lớn hơn tia sáng vàng của Natri .  
 C. Tia hồng ngoại có bước sóng nhỏ hơn tia sáng tím .  
 D. Tia tử ngoại có bước sóng lớn hơn tia sáng vàng của Natri.

Câu 46: Có thể nhận biết tia Ronghen bằng:

- A. Chụp ảnh.    B. Màn huỳnh quang.  
 C. Tế bào quang điện.    D. A;B;C đều đúng.

Câu 47: Nếu sắp xếp tia hồng ngoại, tia tử ngoại, tia Ronghen và ánh sáng nhìn thấy theo thứ tự giảm dần của tần số thì ta có dãy sau.

- A. tia hồng ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia tử ngoại, tia Rơnghen.
- B. tia tử ngoại, tia hồng ngoại, tia Rơnghen, ánh sáng nhìn thấy.
- C. tia hồng ngoại, tia tử ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia Rơnghen.
- D. tia Rơnghen, tia tử ngoại, ánh sáng nhìn thấy, tia hồng ngoại.

Câu 48: Chọn câu đúng.

- A. Quang phổ liên tục của một vật phụ thuộc vào bản chất của vật nóng sáng.
- B. Quang phổ liên tục phụ thuộc vào nhiệt độ của vật nóng sáng.
- C. Quang phổ liên tục không phụ thuộc vào nhiệt độ và bản chất của vật nóng sáng.
- D. Quang phổ liên tục phụ thuộc cả nhiệt độ và bản chất của vật nóng sáng.

Câu 49: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Quang phổ vạch phát xạ của các nguyên tố khác nhau thì khác nhau về số lượng vạch màu, màu sắc vạch, vị trí và độ sáng tỉ đối của các vạch quang phổ.
- B. Mỗi nguyên tố hoá học ở trạng thái khí hay hơi ở áp suất thấp được kích thích phát sáng có một quang phổ vạch phát xạ đặc trưng.
- C. Quang phổ vạch phát xạ là những dải màu biến đổi liên tục nằm trên một nền tối.
- D. Quang phổ vạch phát xạ là một hệ thống các vạch sáng màu nằm riêng rẽ trên một nền tối.

Câu 50: Để thu được quang phổ vạch hấp thụ thì

- A. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải lớn hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- B. Nhiệt độ của đám khí hay hơi hấp thụ phải nhỏ hơn nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- C. Nhiệt độ của đám khí bay hơi hấp thụ phải bằng nhiệt độ của nguồn sáng trắng.
- D. Áp suất của đám khí hấp thụ phải rất lớn.

## ĐÁP ÁN

1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
2	7	12	17	22	27	32	37	42	47
3	8	13	18	23	28	33	38	43	48
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

## B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### I. Bài toán về tán sắc ánh sáng

#### 1. Phương pháp

Ta nhắc lại một số kiến thức cần nhớ.

- Định luật khúc xạ ánh sáng:

+ Tia khúc xạ nằm trong cùng mặt phẳng với tia tới và ở bên kia pháp tuyến so với pháp tuyến.

+ Đối với hai môi trường trong suốt nhất định, tỉ số giữa sin góc tới ( $\sin i$ ) với sin góc khúc xạ ( $\sin r$ ) luôn luôn là một hằng số. Tức là nếu tia sáng truyền từ môi trường có chiết suất  $n_1$  sang môi trường có chiết suất  $n_2$  thì ta có

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \boxed{n_1 \sin i = n_2 \sin r}$$

- Công thức lăng kính

Chiếu tia sáng từ không khí (chiết suất xấp xỉ 1) vào mặt bên thứ nhất của lăng kính (có chiết suất  $n$ , có góc chiết quang  $A$ ) với góc tới  $i_1$ , góc khúc xạ khi ánh sáng qua mặt bên thứ nhất là  $r_1$ , góc tới mặt bên thứ hai là  $r_2$  và góc khúc xạ khi ánh sáng qua mặt bên thứ hai là  $i_2$ . Khi đó ta có

+ Công thức lăng kính

$$\sin i_1 = n \sin r_1$$

$$\sin i_2 = n \sin r_2$$

$$A = r_1 + r_2$$

$$D = i_1 + i_2 - A$$

+ Trường hợp  $i$  và  $A$  nhỏ, sử dụng  $\sin i \approx i$  ta có

$$i_1 = nr_1$$

$$i_2 = nr_2$$

$$D = (n - 1) A$$

+ Góc lệch cực tiểu:

$$D_{\min} \Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = r_2 = \frac{A}{2} \\ i_1 = i_2 \end{cases} \Rightarrow D_{\min} = 2i_1 - A$$

+ Công thức tính góc lệch cực tiểu:

$$\sin \frac{D_{\min} + A}{2} = n \sin \frac{A}{2}$$

- Điều kiện để có phản xạ toàn phần:

+ Ánh sáng đi từ môi trường chiết quang hơn sang môi trường chiết quang kém. ( $n_1 > n_2$ )

+ Góc tới phải lớn hơn hoặc bằng góc tới giới hạn. ( $i > i_{gh}$ ) với  $\sin i_{gh} = \frac{n_2}{n_1}$ .

- Với ánh sáng trắng, ta có  $\begin{cases} n_{\text{tím}} \geq n_{\lambda} \geq n_{\text{đỏ}} \\ \lambda_{\text{tím}} \leq \lambda \leq \lambda_{\text{đỏ}} \end{cases}$

#### 2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Gọi  $n_d$ ,  $n_t$  và  $n_v$  lần lượt là chiết suất của một môi trường trong suốt đối với các ánh sáng đơn sắc đỏ, tím và vàng. Sắp xếp nào sau đây đúng?

A.  $n_d < n_v < n_t$ .

B.  $n_v > n_d > n_t$ .

C.  $n_d > n_t > n_v$ .

D.  $n_t > n_d > n_v$ .

#### Lời giải

Ta có  $\lambda_d > \lambda_v > \lambda_t$  nên  $n_d < n_v < n_t$ .

Đáp án A.

Ví dụ 2: Bước sóng của ánh sáng đỏ trong không khí là  $0,64\ \mu\text{m}$ . Tính bước sóng của ánh sáng đỏ trong nước biết chiết suất của nước đối với ánh sáng đỏ là  $\frac{4}{3}$ .

A.  $0,24\ \mu\text{m}$ .                                 B.  $0,48\ \mu\text{m}$ .  
 C.  $0,36\ \mu\text{m}$ .                                 D.  $0,54\ \mu\text{m}$ .

Lời giải

Vì không khí có chiết suất xấp xỉ bằng 1 nên có thể coi bước sóng của một ánh sáng đơn sắc trong không khí bằng bước sóng của nó trong chân không. Trong chân không, bước sóng của ánh sáng đơn sắc là  $\lambda = \frac{c}{f}$ . Trong môi trường có chiết suất  $n$ , bước sóng của ánh sáng đơn sắc là

$$\lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

Thay số, ta được  $\lambda' = 0,48\ \mu\text{m}$ .

Đáp án B.

Ví dụ 3: Một lăng kính có góc chiết quang là  $60^\circ$ . Biết chiết suất của lăng kính đối với ánh sáng đỏ là 1,5. Chiếu tia sáng màu đỏ vào mặt bên của lăng kính với góc tới  $60^\circ$ . Góc lệch của tia ló và tia tới là

A.  $60,0^\circ$ .   B.  $40,0^\circ$ .  
 C.  $38,8^\circ$ .   D.  $42,1^\circ$ .

Lời giải

Bài toán này thuận sử dụng công thức lăng kính, mục đích để bạn đọc nhớ lại công thức! Sử dụng công thức lăng kính, ta có

$$\sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n} = 0,58 \Rightarrow r_1 = 35,3^\circ \Rightarrow r_2 = A - r_1 = 24,7^\circ.$$

Mặt khác

$$\sin i_2 = n \sin r_2 = 0,63 = \sin 38,0^\circ \Rightarrow i_2 = 38,8^\circ \Rightarrow D = i_2 + i_1 - A = 38,8^\circ.$$

Vậy góc lệch  $D = 38,8^\circ$ .

Đáp án C.

Ví dụ 4: Một lăng kính thủy tinh có góc chiết quang  $A = 60^\circ$ , có chiết suất đối với tia đỏ là 1,514; đối với tia tím là 1,532. Góc lệch cực tiểu của hai tia này là

A.  $40^\circ$ .   B.  $38^\circ$ .  
 C.  $42,2^\circ$ .   D.  $42^\circ$ .

Lời giải

Bài toán nhắc lại công thức góc lệch cực tiểu. Với mỗi ánh sáng khác nhau thì sẽ có góc lệch cực tiểu khác nhau.

Đối với tia đỏ:

$$\sin \frac{D_{d\min} + A}{2} = n_d \sin \frac{A}{2} = 1,514 \cdot 0,5 = 0,757.$$

Từ đó suy ra

$$D_{d\min} = 2 \cdot 49,2^\circ - 60^\circ = 38,4^\circ$$

Đối với tia tím:

$$\sin \frac{D_{t\min} + A}{2} = n_t \sin \frac{A}{2} = 1,532 \cdot 0,5 = 0,766$$

Từ đó suy ra

$$D_{d\min} = 2.50^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

Đáp án A.

**Ví dụ 5:** Một lăng kính thủy tinh có góc chiết quang  $A = 4^\circ$ , đặt trong không khí. Chiết suất của lăng kính đối với ánh sáng đỏ và tím lần lượt là 1,643 và 1,685. Chiều một chùm tia sáng hẹp gồm hai bức xạ đỏ và tím vào mặt bên của lăng kính theo phương vuông góc với mặt này. Góc tạo bởi tia đỏ và tia tím sau khi ló ra khỏi mặt bên kia của lăng kính gần nhất với

- A.  $10^\circ$ .
- B.  $20^\circ$ .
- C.  $10^\circ$ .
- D.  $20^\circ$ .

**Lời giải**

Vì góc chiết quang nhỏ hơn  $10^\circ$  nên ta có thể dùng công thức góc lệch

$$D = (n - 1)A.$$

Ta có  $D_d = (n_d - 1)A$  và  $D_t = (n_t - 1)A$ .

Góc tạo bởi tia ló đỏ và tia ló tím là:

$$\Delta D = D_t - D_d = (n_t - n_d)A = 0,168^\circ \approx 10'.$$

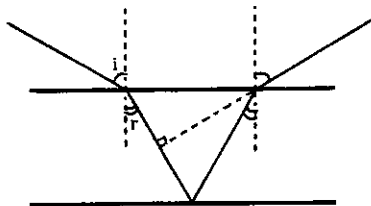
Đáp án A.

**Ví dụ 6:** Chiếu một tia sáng đơn sắc màu vàng từ không khí (chiết suất coi như bằng 1 đối với mọi ánh sáng) vào mặt phẳng phân cách của một khối chất rắn trong suốt với góc tới  $60^\circ$  thì thấy tia phản xạ trở lại không khí vuông góc với tia khúc xạ đi vào khối chất rắn. Chiết suất của chất rắn trong suốt đó đối với ánh sáng màu vàng là

- A. 1.
- B.  $\sqrt{5}$ .
- C.  $\sqrt{2}$ .
- D.  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

Bài toán này được trích từ: <https://vatliophothong.vn/t/3221/>



Theo định luật khúc xạ ánh sáng và dựa vào hình vẽ ta có

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ r = 90^\circ - i' \Rightarrow \sin i = n \sin(90^\circ - i') = n \sin(90^\circ - i) = n \cos i \Rightarrow \tan i = n \\ i = i' \end{cases}$$

Từ đó suy ra

$$n = \tan i = \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

Đáp án D.

Ví dụ 7: Chiếu một tia sáng gồm hai thành phần đỏ và tím từ không khí (chiết suất coi như bằng 1 đối với mọi ánh sáng) vào mặt phẳng của một khối thủy tinh với góc tới  $60^\circ$ . Biết chiết suất của thủy tinh đối với ánh sáng đỏ là 1,51; đối với ánh sáng tím là 1,56. Góc lệch của hai tia khúc xạ trong thủy tinh là:

A.  $1,28^\circ$ .

B.  $1,60^\circ$ .

C.  $1,9^\circ$ .

D.  $1,5^\circ$ .

Lời giải

Ta cần xác định

$$\Delta r = r_d - r_t$$

Ta có:

$$\sin r_d = \frac{\sin i}{n_d} = 0,574 \Rightarrow r_d = 35^\circ$$

Và

$$\sin r_t = \frac{\sin i}{n_t} = 0,555 \Rightarrow r_t = 33,72^\circ$$

Góc lệch của hai tia khúc xạ là

$$\Delta r = r_d - r_t = 1,28^\circ$$

Đáp án A.

Ví dụ 8: Một lăng kính có góc chiết quang  $6,0^\circ$  (coi là góc nhỏ) được đặt trong không khí. Chiếu một chùm ánh sáng trắng song song, hẹp vào mặt bên của lăng kính theo phương vuông góc với mặt phẳng phân giác của góc chiết quang, rất gần cạnh của lăng kính. Đặt một màn ảnh E sau lăng kính, vuông góc với phương của chùm tia tới và cách mặt phẳng phân giác của góc chiết quang 1,2 m. Chiết suất của lăng kính đối với ánh sáng đỏ là  $n_d = 1,642$  và đối với ánh sáng tím là  $n_t = 1,685$ . Độ rộng từ màu đỏ đến màu tím của quang phổ liên tục quan sát được trên màn là

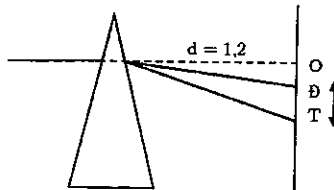
A. 5,4 mm.

B. 36,9 mm.

C. 4,5 mm.

D. 10,1 mm.

Lời giải



Vì góc chiết quang là nhỏ nên ta có thể sử dụng công thức gần đúng góc lệch của lăng kính:

$$D = (n - 1) A$$

Ta có:

$$\begin{cases} D_d = (n_d - 1) A = (1,642 - 1) . 6^\circ = 3,852^\circ \\ D_t = (n_t - 1) A = (1,685 - 1) . 6^\circ = 4,11^\circ \end{cases}$$

Bề rộng quang phổ:

$$\begin{aligned} L &= d \tan D_t - d \tan D_d = d(\tan D_t - \tan D_d) \\ &= 1200. (\tan 4,11^\circ - \tan 3,852^\circ) \\ &= 5,43 \text{ mm} \end{aligned}$$

Đáp án A.

Luyện tập

Góc chiết quang của một lăng kính bằng  $6,0^\circ$ . Chiếu một tia sáng trắng vào mặt bên của lăng kính theo phương vuông góc với mặt phẳng phân giác của góc chiết quang. Đặt một màn quan sát sau lăng kính, song song với mặt phân giác của góc chiết quang và cách mặt này  $2m$ . Chiết suất của lăng kính đối với tia đỏ là  $n_d = 1,50$  và đối với tia tím là  $n_t = 1,56$ . Độ rộng của quang phổ liên tục trên màn quan sát bằng

- A. 6,28mm.      B. 12,60 mm.      C. 9,30 mm.      D. 15,42 mm.

Ví dụ 9: Lăng kính có tiết diện là tam giác cân ABC, góc chiết quang  $A = 120^\circ$ , chiết suất của lăng kính đối với mọi loại ánh sáng đều lớn hơn  $\sqrt{2}$ . Chiếu tia sáng trắng tới mặt bên AB của lăng kính theo phương song song với BC sao cho toàn bộ chùm khúc xạ ở mặt AB truyền xuống BC. Tại BC chùm sáng sẽ:

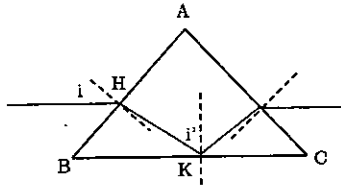
- A. Một phần phần chùm sáng phản xạ và một phần khúc xạ.  
 B. Phản xạ toàn phần lên AC rồi ló ra ngoài theo phương song song BC.  
 C. Ló ra ngoài theo phương song song AB.  
 D. Ló ra ngoài theo phương song song AC.

Lời giải

Ta có  $\sin i_{gh} = \frac{1}{n}$ . Xét một tia sáng bất kì, tại mặt bên AB góc tới  $i = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ . Từ đó ta có

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sqrt{3}}{2n} < \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow r < 37,76^\circ$$

Suy ra  $\cos r > 0$  tức là  $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r}$ .



Xét tam giác BHK ta có

$$30^\circ + \widehat{BHK} + \widehat{HKB} = 180^\circ \Leftrightarrow 30^\circ + (r + 90^\circ) + (90^\circ - i') = 180^\circ \Leftrightarrow i' = r + 30^\circ$$

Ta có

$$\begin{aligned} \sin i' &= \sin(r + 30^\circ) = \sin r \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos r \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2n} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2n}\right)^2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{n} \cdot \frac{3 + \sqrt{4n^2 - 3}}{4} = \sin i_{gh} \cdot \frac{3 + \sqrt{4n^2 - 3}}{4} \\ &> \sin i_{gh} \cdot \frac{3 + \sqrt{4(\sqrt{2})^2 - 3}}{4} \\ &> \sin i_{gh}. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra  $i' > i_{gh}$  tức là tia sáng phản xạ toàn phần ở mặt BC tới gặp AC và ló ra khỏi AC theo phương song song với BC.

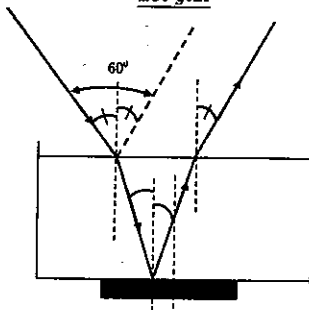


Đáp án B.

**Ví dụ 10:** Chiếu một chùm ánh sáng trắng song song hẹp (coi như một tia sáng) từ không khí vào một bể nước với góc tới bằng  $30^\circ$ . Dưới đáy bể có một gương phẳng đặt song song với mặt nước và mặt phản xạ hướng lên. Chùm tia ló ra khỏi mặt nước sau khi phản xạ tại gương là

- A. chùm sáng song song có màu cầu vồng, phương vuông góc với tia tới.
- B. chùm sáng song song có màu cầu vồng, phương hợp với tia tới một góc  $60^\circ$ .
- C. chùm sáng phân kì có màu cầu vồng, tia tím lệch nhiều nhất, tia đỏ lệch ít nhất.
- D. chùm sáng phân kì có màu cầu vồng, tia tím lệch ít nhất, tia đỏ lệch nhiều nhất.

Lời giải



Do tia tới và tia phản xạ ở gương phẳng bằng nhau, và dựa vào hình vẽ, ta dễ dàng nhận thấy: góc tới và góc ló của các tia đơn sắc bằng nhau và đều bằng  $30^\circ$ , suy ra tia ló là chùm song song, hợp với phương tới một góc  $60^\circ$ .

Mặt khác chùm tia tới của ánh sáng trắng truyền từ không khí vào nước có màu cầu vồng nên chùm tia ló có màu cầu vồng.

Đáp án B.

**Ví dụ 11:** Một lăng kính có góc chiết quang  $A = 45^\circ$ . Chiếu chùm tia sáng hẹp đa sắc SÍ gồm 4 ánh sáng đơn sắc: đỏ, vàng, lục, tím đến gặp mặt bên theo phương vuông góc, biết chiết suất của lăng kính đối với ánh sáng màu lam là  $\sqrt{2}$ . Tia ló ra khỏi mặt bên AC gồm các ánh sáng đơn sắc

- A. đỏ, vàng và lục.
- B. đỏ, lục và tím.
- C. đỏ, vàng, lục và tím.
- D. đỏ, vàng và tím.

Lời giải

Khi chiếu tia sáng màu lam đến gặp mặt bên AB theo phương vuông góc thì:

$$i_1 = r_1 = 90^\circ.$$

Ta có

$$\sin i_1 = n \sin r_2 \Rightarrow \sin r_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r_2 = 45^\circ.$$

Mặt khác,

$$\sin i_2 = n \sin r_2 \Rightarrow \sin i_2 = 1 \Rightarrow i_2 = 90^\circ$$

Từ đó suy ra tia lam là là mặt bên AC. Do  $n_{tím} > n_{lam} > n_{lục} > n_{vàng} > n_{đỏ}$  nên tia tím bị phản xạ toàn phần tại mặt bên AC và có ba tia đỏ, vàng, lục ló ra khỏi mặt bên AC.

Đáp án A.

### 3. Bài tập tự luyện

**Câu 1:** Phát biểu nào trong các phát biểu dưới đây là đúng khi nói về hiện tượng tán sắc ánh sáng và ánh sáng đơn sắc?

A. Hiện tượng tán sắc ánh sáng là hiện tượng khi qua lăng kính, chùm ánh sáng trắng không những là bị lệch về phía đáy mà còn bị tách ra thành nhiều chùm sáng có màu sắc khác nhau.

B. Mỗi ánh sáng đơn sắc có một màu nhất định.

C. Trong quang phổ của ánh sáng trắng có vô số các ánh sáng đơn sắc khác nhau.

D. Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 2:** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Trong thí nghiệm của Niuton về ánh sáng đơn sắc nhằm chứng minh sự tồn tại của ánh sáng đơn sắc.

B. Trong thí nghiệm của Niuton về ánh sáng đơn sắc nhằm chứng minh lăng kính không làm biến đổi màu của ánh sáng qua nó.

C. Trong thí nghiệm của Niuton về ánh sáng đơn sắc nhằm chứng minh ánh sáng mặt trời không phải là ánh sáng đơn sắc.

D. Trong thí nghiệm của Niuton về ánh sáng đơn sắc nhằm chứng minh dù ánh sáng có màu gì thì khi đi qua lăng kính đều bị lệch về phía đáy của lăng kính.

**Câu 3:** Phát biểu nào sau đây là không đúng?

A. Ánh sáng trắng là tập hợp của vô số các ánh sáng đơn sắc có màu biến đổi liên tục từ đỏ đến tím.

B. Chiết suất của chất làm lăng kính đối với các ánh sáng đơn sắc là khác nhau.

C. Ánh sáng đơn sắc không bị tán sắc khi đi qua lăng kính.

D. Khi chiếu một chùm ánh sáng mặt trời đi qua một cặp hai môi trường trong suốt thì tia tím bị lệch về phía mặt phân cách hai môi trường nhiều hơn tia đỏ.

**Câu 4:** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Một chùm ánh sáng mặt trời có dạng một dải sáng mỏng, hẹp rơi xuống mặt nước trong một bể nước tạo nên ở đáy bể một vết sáng có màu trắng dù chiếu xiên hay chiếu vuông góc.

B. Một chùm ánh sáng mặt trời có dạng một dải sáng mỏng, hẹp rơi xuống mặt nước trong một bể nước tạo nên ở đáy bể một vết sáng có nhiều màu dù chiếu xiên hay chiếu vuông góc.

C. Một chùm ánh sáng mặt trời có dạng một dải sáng mỏng, hẹp rơi xuống mặt nước trong một bể nước tạo nên ở đáy bể một vết sáng có nhiều màu khi chiếu xiên và có màu trắng khi chiếu vuông góc.

D. Một chùm ánh sáng mặt trời có dạng một dải sáng mỏng, hẹp rơi xuống mặt nước trong một bể nước tạo nên ở đáy bể một vết sáng có nhiều màu khi chiếu vuông góc và có màu trắng khi chiếu xiên.

**Câu 5:** Phát biểu nào sau đây là không đúng? Cho các chùm ánh sáng sau: Trắng, đỏ, vàng, tím.

A. Ánh sáng trắng bị tán sắc khi đi qua lăng kính.

B. Chiếu ánh sáng trắng vào máy quang phổ sẽ thu được quang phổ liên tục.

C. Mỗi chùm ánh sáng trên đều có một bước sóng xác định.

D. Ánh sáng tím bị lệch về phía đáy lăng kính nhiều nhất nên chiết suất của lăng kính đối với nó lớn nhất.

**Câu 6:** Nguyên nhân gây ra hiện tượng tán sắc ánh sáng mặt trời trong thí nghiệm của Niuton là

A. góc chiết quang của lăng kính trong thí nghiệm chưa đủ lớn.

B. chiết suất của lăng kính đối với các ánh sáng đơn sắc là khác nhau.

C. bề mặt của lăng kính trong thí nghiệm không nhẵn.

D. chùm ánh sáng mặt trời đã bị nhiễu xạ khi đi qua lăng kính.



1 D	3 D	5 C	7 B	9 C	11 B	13 D	15 B
2 A	4 C	6 B	8 C	10 D	12 D	14 A	

## II. Giao thoa với ánh sáng đơn sắc

### 1. Bài toán vị trí vân sáng, vân tối, khoảng vân

#### 1.1. Phương pháp

- Vị trí vân sáng bậc  $k$

$$x_s = k \frac{\lambda D}{a}; k \in Z$$

- Vị trí vân tối thứ  $k + 1$

$$x_t = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}; k \in Z$$

- Khoảng vân:

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

- Khoảng cách giữa hai vân sáng hoặc hai vân tối cạnh nhau:

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

- Khoảng cách giữa vân sáng và vân tối liền kề là  $\frac{i}{2}$ .

- Giữa  $n$  vân sáng liên tiếp có  $(n - 1)$  khoảng vân.

- Tại điểm M là một vân sáng khi

$$d_2 - d_1 = k\lambda; k \in Z$$

- Tại điểm M là một vân tối khi

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda; k \in Z$$

Nếu hệ đặt trong môi trường chiết suất  $n$ :

Gọi  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng trong chân không hoặc không khí (coi chiết suất không khí xấp xỉ 1).

Gọi  $\lambda'$  là bước sóng ánh sáng trong môi trường có chiết suất  $n$ .

- Khi hệ đặt trong môi trường chiết suất  $n$  thì bước sóng giảm  $n$  lần,

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

- Vị trí vân sáng:

$$x_s = k \cdot \frac{\lambda_0 D}{a \cdot n}$$

- Vị trí vân tối:

$$x_t = \left(k + 0,5\right) \cdot \frac{\lambda_0 D}{a \cdot n}$$

- Khoảng vân:

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a \cdot n} = \frac{i_0}{n}$$

Với  $\lambda_0$  là bước sóng,  $i_0 = \frac{\lambda_0 D}{a}$  là khoảng vân khi tiến hành thí nghiệm giao thoa trong không khí.

Điểm M trên miền giao thoa là vân sáng hay vân tối?

Để xác định xem tại điểm M trên vùng giao thoa có vân sáng (bậc mấy) hay vân tối ta lập tỉ số:  $\frac{x_M}{i} = \frac{OM}{i}$

để kết luận:

- Tại M có vân sáng khi:  $\frac{x_M}{i} = \frac{OM}{i} = k$ , đó là vân sáng bậc  $k$ .

- Tại M có vân tối khi:  $\frac{x_M}{i} = k + \frac{1}{2}$ .

1.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 1 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2 m. Nguồn sáng đơn sắc có bước sóng  $0,45 \mu\text{m}$ . Khoảng vân giao thoa trên màn bằng

A. 0,2 mm.                      B. 0,9 mm.                      C. 0,5 mm.                      D. 0,6 mm.

Lời giải

Khoảng vân giao thoa xác định bởi

$$i = \frac{\lambda D}{a} = 0,9 \text{ mm.}$$

Đáp án B.

**Ví dụ 2:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-Âng, chiếu vào hai khe ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 600\text{nm}$ . Khoảng cách giữa hai khe bằng 1mm. Khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 3m. Tại vị trí cách vân trung tâm 6,3 mm có

A. Vân tối thứ 4.                      B. Vân sáng bậc 4.  
C. Vân tối thứ 3.                      D. Vân sáng bậc 3.

Lời giải

Ta cần xét tỉ số  $\frac{x}{i}$ .

Khoảng vân  $i = \frac{\lambda D}{a} = 1,8\text{mm}$ , ta thấy  $\frac{6,3}{1,8} = 3,5$  là số bán nguyên nên tại vị trí cách vân trung tâm 6,3mm là một vân tối.

Mặt khác  $x_i = \left(k + \frac{1}{2}\right) i$  nên  $k + \frac{1}{2} = 3,5 \Rightarrow k = 3$ .

Vậy tại vị trí cách vân trung tâm 6,3mm là vân tối thứ 4.

Đáp án A.

**Ví dụ 3:** Trong thí nghiệm Iâng về giao thoa ánh sáng các khe  $S_1, S_2$  được chiếu bởi ánh sáng có bước sóng  $\lambda = 0,65\mu\text{m}$ . Biết khoảng cách giữa hai khe là  $S_1S_2 = a = 2\text{mm}$ . Khoảng cách từ hai khe đến màn là  $D = 1,5 \text{ m}$ . Khoảng vân (mm), vị trí vân sáng bậc 5 (mm) và vân tối thứ 7 (mm) lần lượt là:

A. 3,1687;  $\pm 2,4375$ ;  $\pm 0,4875$ .                      B. 2,4375;  $\pm 0,4875$ ;  $\pm 3,1687$ .  
C. 0,4875;  $\pm 3,1687$ ;  $\pm 2,4375$ .                      D. 0,4875;  $\pm 2,4375$ ;  $\pm 3,1687$ .

Lời giải

a. Khoảng vân:  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,65 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^3}{2} = 0,4875\text{mm}$ .

b. Vị trí vân sáng bậc 5:  $x_s = k \frac{\lambda D}{a} = ki$

Vân sáng bậc 5 ứng với  $k = \pm 5: x = \pm 5i = \pm 2,4375(\text{mm})$

Vị trí vân tối được xác định bởi:  $x_t = (2k + 1) \frac{\lambda D}{2a} = (2k + 1) \frac{i}{2}$

Vân tối thứ 7 ứng với  $k = 6; k = -7$   $x_{t7} = (2 \cdot 6 + 1) \frac{0,4875}{2} = 3,16875\text{mm}$

hoặc  $x_{t7} = (2 \cdot (-7) + 1) \frac{0,4875}{2} = -3,16875\text{mm}$

Vậy  $x_{t7} = \pm 3,16875\text{mm}$ .

Đáp án D.

Ví dụ 4: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe cách nhau  $a = 0,5 \text{ mm}$  được chiếu sáng bằng ánh sáng đơn sắc. Khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $2 \text{ m}$ . Trên màn quan sát, trong vùng giữa hai điểm M và N mà  $MN = 2 \text{ cm}$ , người ta đếm được có 10 vân tối và thấy tại M và N đều là vân sáng. Bước sóng của ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm này là

- A.  $0,4 \mu\text{m}$ .      B.  $0,5 \mu\text{m}$ .      C.  $0,6 \mu\text{m}$ .      D.  $0,7 \mu\text{m}$ .

Lời giải

Giữa hai điểm M và N mà  $MN = 2 \text{ cm} = 20\text{mm}$ , người ta đếm được có 10 vân tối (có 9 vân sáng ở giữa hai điểm M và N, không tính M và N) và thấy tại M và N đều là vân sáng.

Như vậy trên MN, có tất cả 11 vân sáng.

Suy ra từ M đến N có 10 khoảng vân. Suy ra:  $i = \frac{MN}{10} = 2 \text{ mm}$ .

Bước sóng của ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm là:

$$\lambda = \frac{ai}{D} = \frac{0,5.2}{2.10^3} = 0,5 (\mu\text{m})$$

**Đáp án B.**

Ví dụ 5: Trong thí nghiệm Y-Âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Nếu tại điểm M trên màn quan sát có vân tối thứ hai (tính từ vân sáng trung tâm) thì hiệu đường đi của ánh sáng từ hai khe  $S_1, S_2$  đến M có độ lớn bằng

- A.  $1,5\lambda$ .      B.  $2\lambda$ .  
C.  $2,5\lambda$ .      D.  $3\lambda$ .

Lời giải

Hiệu đường đi vì tại M là vân tối thứ hai nên  $d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\lambda = 1,5\lambda$ . **Đáp án A.**

Ví dụ 6: Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng, nguồn S phát bức xạ có bước sóng  $450\text{nm}$ , khoảng cách giữa hai khe  $1,1\text{mm}$ . Màn quan sát E cách mặt phẳng hai khe  $220\text{cm}$ . Dịch chuyển một mối hàn của cặp nhiệt điện trên màn E theo đường vuông góc với hai khe, thì cứ sau một khoảng bằng bao nhiêu kim điện kể lại lệch nhiều nhất?

- A.  $0,4 \text{ mm}$ .      B.  $0,9 \text{ mm}$ .      C.  $1,8 \text{ mm}$ .      D.  $0,45 \text{ mm}$ .

Lời giải

Kim điện kể lệch nhiều nhất khi mối hàn gặp vân sáng, do đó cứ sau một khoảng bằng khoảng vân thì kim điện kể lại lệch nhiều nhất.

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,45.2,2}{1,1} = 0,9\text{mm} \text{ **Đáp án B.**}$$

Ví dụ 7: Trong thí nghiệm Y-Âng về giao thoa ánh sáng, hai khe  $S_1, S_2$  được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Khoảng cách giữa hai khe là  $0,8 \text{ mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn là  $2 \text{ m}$ . Người ta đo được khoảng cách giữa 6 vân sáng liên tiếp trên màn là  $6 \text{ mm}$ . Bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm và khoảng cách từ vân sáng bậc 3 đến vân sáng bậc 8 ở cùng phía với nhau so với vân sáng chính giữa lần lượt là

- A.  $0,54.10^{-6} \text{ m}$ ;  $8\text{mm}$ .      B.  $0,48.10^{-6} \text{ m}$ ;  $8\text{mm}$ .  
C.  $0,54.10^{-6} \text{ m}$ ;  $6\text{mm}$ .      D.  $0,48.10^{-6} \text{ m}$ ;  $6\text{mm}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } i = \frac{L}{6 - 1} = 1,2 \text{ mm.}$$

$$\text{Bước sóng } \lambda = \frac{ai}{D} = 0,48.10^{-6} \text{ m.}$$

Khoảng cách từ vân sáng bậc 3 đến vân sáng bậc 8 ở cùng phía với nhau so với vân trung tâm

$$x_8 - x_3 = 8i = 5i = 6mm.$$

Đáp án D.

Ví dụ 8: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 1 mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 3 m. Dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$  chiếu vào hai khe thì người ta đo được khoảng cách từ vân sáng trung tâm tới vân sáng thứ tư là 6 mm. Bước sóng  $\lambda$  ( $\mu\text{m}$ ) và vị trí vân sáng thứ 6 (mm) lần lượt là

- A. 0,5 và 9.                      B. 0,9 và 6.                      C. 0,5 và 6.                      D. 0,9 và 5.

Lời giải

Khoảng cách từ vân sáng trung tâm tới vân sáng thứ tư là 4 khoảng vân, và bằng 6 mm cho nên :  $i = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ mm}$ .

Bước sóng dùng trong thí nghiệm là  $\lambda = \frac{a i}{D} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

Vị trí vân sáng thứ 6 là

$$x_6 = 6i = 9mm.$$

Đáp án A.

Ví dụ 9: Trong thí nghiệm của Y-Âng về giao thoa ánh sáng, hai khe  $S_1, S_2$  được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,4mm$ . Khoảng cách giữa hai khe là 0,4 mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 2 m. Xác định khoảng cách giữa 9 vân sáng liên tiếp và khoảng cách từ vân sáng 4 đến vân sáng 8 ở khác phía nhau so với vân sáng chính giữa.

- A. .                      B. .                      C. .                      D. .

Lời giải

Khoảng vân  $i = \frac{\lambda D}{a} = 2 \text{ mm}$ .

Khoảng cách giữa 9 vân sáng liên tiếp là  $L = (9 - 1)i = 16 \text{ mm}$ .

Khoảng cách từ vân sáng 4 đến vân sáng 8 ở khác phía nhau so với vân sáng chính giữa là :  $x_8 + x_4 = 8i + 4i = 12i = 24mm$ .

Đáp án B.

Các bài tập ví dụ khi hệ đặt trong môi trường có chiết suất n.

Ví dụ 10: Trong giao thoa ánh sáng qua 2 khe Y-Âng, khoảng vân giao thoa bằng i. Nếu đặt toàn bộ thiết bị trong chất lỏng có chiết suất n thì khoảng vân giao thoa sẽ bằng

- A.  $\frac{i}{n-1}$                       B.  $\frac{i}{n+1}$   
 C.  $\frac{i}{n}$                       D. n.i.

Lời giải

Vận tốc ánh sáng truyền trong chất lỏng là  $v = \frac{c}{n}$ , (n là chiết suất của chất lỏng). Nên bước sóng ánh sáng trong nước là:  $\lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n}$ . Khoảng vân quan sát trên màn khi toàn bộ thí nghiệm đặt trong chất lỏng là:  $i' = \frac{\lambda' D}{a} = \frac{\lambda D}{n \cdot a} = \frac{i}{n}$

Đáp án C.

Ví dụ 11: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng của Iăng trong không khí, hai khe cách nhau 3mm được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $0,60\mu\text{m}$ , màn cách hai khe 2m. Sau đó đặt toàn bộ thí nghiệm vào trong nước có chiết suất  $4/3$ , khoảng vân quan sát trên màn là bao nhiêu?

- A.  $i' = 0,4\text{mm}$ .      B.  $i' = 0,3\text{mm}$ .      C.  $i' = 0,4\text{mm}$ .      D.  $i' = 0,3\text{mm}$ .

**Lời giải**

Khoảng vân  $i' = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{n \cdot a} = 0,3\text{mm}$ . Đáp án D.

Các bài tập ví dụ giao thoa với khe Y-Âng thay đổi khoảng cách D, a.

Ví dụ 12: Một khe hẹp F phát ánh sáng đơn sắc  $\lambda = 600\text{ nm}$ , chiếu vào khe I ăng có  $a = 1,2\text{ mm}$ , lúc đầu vân giao thoa được quan sát trên một màn M đặt cách một mặt phẳng chứa  $S_1, S_2$  là 75cm. Về sau muốn quan sát được vân giao thoa có khoảng vân 0,5mm thì cần phải dịch chuyển màn quan sát so với vị trí đầu như thế nào?

- A. Xa thêm 0,25 m.      B. Gần thêm 0,50 m.      C. Gần thêm 0,25 m.      D. Xa thêm 0,50 m.

**Lời giải**

Ta có  $i' = \frac{\lambda D'}{a} \Rightarrow D' = \frac{i'a}{\lambda} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{600 \cdot 10^{-9}} = 1\text{m}$ .

Vì lúc đầu  $D = 75\text{cm} = 0,75\text{m}$  nên phải dịch chuyển màn quan sát ra xa thêm một đoạn  $D' - D = 0,25\text{m}$ .

Đáp án A.

Ví dụ 13: Trong một thí nghiệm Y-Âng, hai khe  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $a = 1,8\text{mm}$ . Ban đầu, người ta thấy 16 khoảng vân dài 2,4mm. Giữ nguyên màn chứa hai khe, dịch chuyển màn quan sát ra xa 30 cm thì thấy 12 khoảng vân dài 2,88mm. Tính bước sóng của bức xạ trên?

- A.  $0,45\mu\text{m}$ .      B.  $0,32\mu\text{m}$ .      C.  $0,54\mu\text{m}$ .      D.  $0,432\mu\text{m}$ .

**Lời giải**

Trước khi dịch màn quan sát ra xa, ta có  $i_1 = \frac{2,4}{16} = \frac{\lambda D}{a}$ .

Sau khi dịch màn quan sát ra xa 30 cm, ta có  $i_2 = \frac{2,88}{12} = 0,24 = \frac{\lambda(D + \Delta D)}{a}$ ; với  $\Delta D = 30\text{ cm} = 0,3\text{m}$

Lập tỉ số, ta được  $\frac{i_2}{i_1} = \frac{D + \Delta D}{D} = \frac{0,24}{0,15} = 1,6$ . Suy ra  $D = 50\text{cm} = 0,5\text{m}$ .

Từ đó tính được bước sóng dùng trong thí nghiệm là:

$\lambda = \frac{a i_1}{D} = \frac{1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,15 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 0,54 \cdot 10^{-6}\text{m} = 0,54\mu\text{m}$ .

Đáp án C.

Ví dụ 14: Thí nghiệm giao thoa Y-Âng với ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ , khoảng cách giữa hai khe  $a = 1\text{mm}$ . Ban đầu, tại M cách vân trung tâm 5,25mm người ta quan sát được vân sáng bậc 5. Giữ cố định màn chứa hai khe, di chuyển từ từ màn quan sát ra xa và dọc theo đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa hai khe một đoạn 0,75m thì thấy tại M chuyển thành vân tối lần thứ hai. Bước sóng  $\lambda$  có giá trị là

- A.  $0,60\mu\text{m}$ .      B.  $0,50\mu\text{m}$ .      C.  $0,70\mu\text{m}$ .      D.  $0,64\mu\text{m}$ .

**Lời giải**

Khi chưa dịch chuyển màn quan sát, ta có:  $x_M = 5 \cdot \frac{\lambda D}{a}$  (1).

Vân tối ngay dưới M là vân tối thứ 5. Khi dịch chuyển ra xa, khoảng vân tăng lên, M chuyển thành vân tối lần thứ nhất thì khi đó M là vân tối thứ 5. M chuyển thành vân tối lần thứ hai thì M chính là vân



tối thứ tư. Vậy ta có  $x_M = \left(3 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda(D+0,75)}{a}$  (2)

Từ (1) và (2), ta có:  $D = 1,75m$ . Suy ra  $\lambda = 0,60 \mu m$ .

Đáp án A.

Ví dụ 15: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc  $\lambda$ , màn quan sát cách mặt phẳng hai khe một khoảng không đổi  $D$ , khoảng cách giữa hai khe có thể thay đổi (nhưng  $S_1, S_2$  luôn cách đều  $S$ ). Xét điểm  $M$  trên màn, lúc đầu là vân sáng bậc 4, nếu lần lượt giảm hoặc tăng khoảng cách  $S_1S_2$  một lượng  $\Delta a$  thì tại đó là vân sáng bậc  $k$  và bậc  $3k$ . Nếu tăng khoảng cách  $S_1S_2$  thêm  $2\Delta a$  thì tại  $M$  là:

- A. vân sáng bậc 7.    B. vân sáng bậc 9.    C. vân sáng bậc 8.    D. vân tối thứ 9.

Lời giải

Khi giảm khoảng cách  $S_1S_2$  một lượng  $\Delta a$  thì khoảng vân tăng lên, nên khi giảm khoảng cách thì  $M$  là vân sáng bậc  $k$ . Khi tăng khoảng cách  $S_1S_2$  một lượng  $\Delta a$  thì khoảng vân giảm, nên khi tăng khoảng cách thì  $M$  là vân sáng bậc  $3k$ .

Giả sử khi tăng cách  $S_1S_2$  thêm  $2\Delta a$  thì tại  $M$  là vân sáng bậc  $k'$  nếu  $k'$  tính ra nguyên.

Ta có  $x_M = 4 \frac{\lambda D}{a} = k \frac{\lambda D}{a - \Delta a} = 3k \frac{\lambda D}{a + \Delta a} = k'$ .

Từ đó suy ra  $\frac{4}{4} = \frac{a}{a - \Delta a} = \frac{a + \Delta a}{a + 2\Delta a} = \frac{3k}{k'}$ .

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(a - \Delta a) + (a + \Delta a) - a}{k + 3k - 4} = \frac{a}{4} \\ \frac{2(a + \Delta a) - (a + 2\Delta a)}{6k - k'} = \frac{a}{4} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{4(k-1)} = \frac{a}{4} \\ \frac{a}{6k - k'} = \frac{a}{4} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = 2 \\ k' = 8 \end{array} \right.$$

Vậy khi tăng khoảng cách  $S_1S_2$  thêm  $2\Delta a$  thì tại  $M$  là vân sáng bậc 8. Đáp án C.

**1.3. Bài tập tự luyện**

Câu 1: Trong thí nghiệm Y-âng, khi màn cách hai khe một đoạn  $D_1$  thì trên màn thu được một hệ vân giao thoa. Đồi màn đến vị trí cách hai khe đoạn  $D_2$  người ta thấy hệ vân trên màn có vân tối thứ nhất (tính từ vân trung tâm) trùng với vân sáng bậc 1 của hệ vân lúc đầu. Tỉ số  $\frac{D_2}{D_1}$  bằng bao nhiêu?

- A. 1,5.    B. 2,5.    C. 2,0.    D. 3,0.

Câu 2: Trong thí nghiệm Y-Âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng  $S$  phát ra ánh sáng đơn sắc. Nếu dịch chuyển màn quan sát đi một đoạn 0,2 m thì khoảng vân tăng một lượng bằng 500 lần bước sóng. Khoảng cách giữa hai khe là:

- A. 0,40 cm.    B. 0,20 cm.    C. 0,20 mm.    D. 0,40 mm.

Câu 3: Trong thí nghiệm Y-Âng về giao thoa ánh sáng đơn sắc, người ta thấy khoảng vân tăng thêm 0,3 mm khi dời màn để khoảng cách giữa màn và hai khe tăng thêm 0,5 m. Biết hai khe cách nhau là  $a = 1$  mm. Bước sóng của ánh sáng đã sử dụng là:

- A. 0,40  $\mu m$ .    B. 0,58  $\mu m$ .    C. 0,60  $\mu m$ .    D. 0,75  $\mu m$ .

Câu 4: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai khe Y-Âng, cho  $a=2mm, D=2m$ . Một nguồn sáng cách đều hai khe  $S_1, S_2$ . Khoảng cách từ  $S$  tới mặt phẳng hai khe là  $d=0,5m$ . Khi đó vân sáng trung tâm tại  $O$  (là giao điểm của đường trung trực  $S_1S_2$  với màn). Nếu dời  $S$  theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_2$  một đoạn 1,5mm thì vân sáng trung tâm sẽ dời một đoạn là bao nhiêu?

- A. 1,5mm theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_2$ .  
 B. 6mm theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_2$ .  
 C. 1,5mm theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_1$ .  
 D. 6mm theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_1$ .

**Câu 5:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai khe Y-Âng, cho  $D = 1,5\text{m}$ . Nguồn sáng S phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Khoảng cách từ S tới mặt phẳng hai khe là  $d = 60\text{cm}$ . Khoảng vân đo được trên màn bằng  $3\text{mm}$ . Cho S dời theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_2$ . Hỏi để cường độ sáng tại O chuyển từ cực đại sang cực tiểu thì S phải dịch chuyển một đoạn tối thiểu bằng bao nhiêu.

- A.  $3,75\text{mm}$ .      B.  $2,4\text{mm}$ .      C.  $0,6\text{mm}$ .      D.  $1,2\text{mm}$ .

**Câu 6:** Nguồn sáng S phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Khoảng cách từ S tới mặt phẳng hai khe là  $d$ . Hai khe cách màn một đoạn là  $2,7\text{m}$ . Cho S dời theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_1$  một đoạn  $1,5\text{mm}$ . Hệ vân giao thoa trên màn di chuyển  $4,5\text{mm}$  theo phương song song với  $S_1S_2$  về phía  $S_2$ . Tính  $d$ :

- A.  $0,45\text{ m}$ .      B.  $0,90\text{ m}$ .      C.  $1,80\text{ m}$ .      D.  $2,70\text{ m}$ .

**Câu 7:** Trong quá trình tiến trình thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-Âng với ánh sáng đơn sắc  $\lambda$ . Khi dịch chuyển nguồn sáng S song song với màn đến vị trí sao cho hiệu số khoảng cách từ S đến  $S_1, S_2$  bằng  $\lambda$ . Khi đó tại O của màn sẽ có:

- A. vân sáng bậc nhất dịch chuyển tới đó.      B. vân tối thứ nhất dịch chuyển tới đó.  
C. vân sáng bậc 0.      D. vân tối thứ hai dịch chuyển tới đó.

**Câu 8:** Trong thí nghiệm về giao thoa ánh sáng qua khe lưỡng. Khe S phát ánh sáng đơn sắc có  $\lambda$ . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng khe  $S_1, S_2$  là  $d = 60\text{cm}$  và khoảng cách từ mặt phẳng 2 khe đến màn là  $D = 1,5\text{m}$ , O và giao điểm của trung trực  $S_1S_2$  với màn. Khoảng vân  $i$  trên màn bằng  $3\text{mm}$ . Cho S tịnh tiến xuống dưới theo phương  $S_1S_2$  song song với màn. Để cường độ sáng tại O chuyển từ cực đại sang cực tiểu thì S phải dịch chuyển 1 đoạn tối thiểu bằng :

- A.  $0,6\text{ mm}$ .      B.  $1,2\text{ mm}$ .      C.  $2,4\text{ mm}$ .      D.  $3,75\text{ mm}$ .

**Câu 9:** Thí nghiệm giao thoa ánh sáng đơn sắc bằng khe Y-Âng. Khi khoảng cách từ 2 khe đến màn là  $D$  thì điểm M trên màn là vân sáng bậc 8. Nếu tịnh tiến màn xa 2 khe một đoạn  $80\text{ cm}$  dọc đường trung trực của 2 khe thì điểm M là vân tối thứ 6. Tính  $D$ ?

- A.  $1,76\text{ m}$ .      B.  $2,00\text{ m}$ .      C.  $3,40\text{ m}$ .      D.  $1,00\text{ m}$ .

**Câu 10:** Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng, nguồn S phát ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$  người ta đặt màn quan sát cách mặt phẳng hai khe một khoảng  $D$  thì khoảng vân  $i = 1\text{mm}$ . Khi khoảng cách từ màn quan sát đến mặt phẳng hai khe lần lượt là  $D + \Delta D$  hoặc  $D - \Delta D$  thì khoảng vân thu được trên màn tương ứng là  $2i$  và  $i$ . Nếu khoảng cách từ màn quan sát đến mặt phẳng hai khe là  $D + 3\Delta D$  thì khoảng vân trên màn là:

- A.  $3\text{ mm}$ .      B.  $4\text{ mm}$ .      C.  $2\text{ mm}$ .      D.  $2,5\text{ mm}$ .

**Câu 11:** Cho  $a = 0,8\text{ mm}$ ,  $\lambda = 0,4\text{ }\mu\text{m}$ ,  $H$  là chân đường cao hạ từ  $S_1$  tới màn quan sát. Lúc đầu  $H$  là 1 vân tối giao thoa, dịch màn ra xa dần thì chỉ có 2 lần  $H$  là cực đại giao thoa. Khi dịch chuyển màn như trên, khoảng cách giữa 2 vị trí của màn để  $H$  là cực đại giao thoa lần đầu và  $H$  là cực tiểu giao thoa lần cuối là

- A.  $1,6\text{ m}$ .      B.  $0,4\text{ m}$ .      C.  $0,32\text{ m}$ .      D.  $1,20\text{ m}$ .

**Câu 12:** Cho thí nghiệm Y-âng, ánh sáng có bước sóng  $500\text{ nm}$ .  $H$  là chân đường cao hạ vuông góc từ  $S_1$  tới màn M. Lúc đầu người ta thấy H là một cực đại giao thoa. Dịch màn M ra xa hai khe  $S_1, S_2$  đến khi tại H bị triệt tiêu năng lượng sáng lần thứ nhất thì độ dịch là  $1/7\text{ m}$ . Để năng lượng tại H lại triệt tiêu thì phải dịch màn xa thêm ít nhất là  $16/35\text{ m}$ . Khoảng cách hai khe  $S_1, S_2$  là

- A.  $0,5\text{ mm}$ .      B.  $1,0\text{ mm}$ .      C.  $2,0\text{ mm}$ .      D.  $1,8\text{ mm}$ .

**Câu 13:** Thí nghiệm giao thoa Y-âng với ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ , khoảng cách giữa hai khe  $a = 1\text{ mm}$ . Ban đầu, tại M cách vân trung tâm  $5,25\text{ mm}$  người ta quan sát được vân sáng bậc 5. Giữ cố định màn chứa hai khe, di chuyển từ từ màn quan sát ra xa và dọc theo đường thẳng vuông góc với mặt

phẳng chứa hai khe một đoạn 0,75 m thì thấy tại M chuyển thành vân tối lần thứ hai. Bước sóng  $\lambda$  có giá trị là

- A. 0,60  $\mu\text{m}$  .      B. 0,50  $\mu\text{m}$  .      C. 0,70  $\mu\text{m}$  .      D. 0,64  $\mu\text{m}$  .

**Câu 14:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng 0,6 $\mu\text{m}$ . Khoảng cách giữa hai khe sáng là 1mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 1,5m. Trên màn quan sát, hai vân sáng bậc 4 nằm ở hai điểm M và N. Dịch màn quan sát một đoạn 50cm theo hướng ra 2 khe Y-âng thì số vân sáng trên đoạn MN giảm so với lúc đầu là

- A. 7 vân .      B. 4 vân .      C. 6 vân .      D. 2 vân .

## ĐÁP ÁN

- 1 C      3 C      5 C      7 A      9 A      11 D      13  
 2 D      4 D      6 B      8 A      10 C      12 C      14 D

### 2. Bài toán xác định số vân sáng, vân tối

#### 2.1. Phương pháp

a. Xác định số lượng vân sáng, vân tối nằm trên trường giao thoa

- Trường giao thoa là toàn bộ khu vực chứa các vân sáng, vân tối trên màn, có chiều dài L.

- Số vân trên trường giao thoa:

+ Số vân sáng:  $N_s = 1 + 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i} \right]$

+ Số vân tối:  $N_T = 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i} + 0,5 \right]$ .

b. Xác định số lượng vân sáng, vân tối nằm trên đoạn thẳng MN bất kì

- Xét hai điểm M và N (giả sử  $x_M > x_N$ ).

+ Số vân sáng là số giá trị của k thỏa mãn  $\frac{a}{\lambda D} x_N \leq k \leq \frac{a}{\lambda D} x_M$

+ Số vân tối là số giá trị của k thỏa mãn  $\frac{a}{\lambda D} x_N - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{a}{\lambda D} x_M - \frac{1}{2}$ .

- Hoặc có thể dùng công thức :

\* Nếu M và N cùng phía so với vân trung tâm thì:

+ Số vân sáng:  $N_S = \left[ \frac{OM}{i} \right] - \left[ \frac{ON}{i} \right]$

+ Số vân tối:  $N_T = \left[ \frac{OM}{i} + 0,5 \right] - \left[ \frac{ON}{i} + 0,5 \right]$ . (với M, N không phải là vân sáng)

\* Nếu M và N nằm khác phía so với vân trung tâm thì:

+ Số vân sáng:  $N_S = \left[ \frac{OM}{i} \right] + \left[ \frac{ON}{i} \right] + 1$

+ Số vân tối:  $N_T = \left[ \frac{OM}{i} + 0,5 \right] + \left[ \frac{ON}{i} + 0,5 \right]$ .

#### 2.2. Ví dụ minh họa

**Câu 1:** Trong một thí nghiệm về giao thoa ánh sáng bằng khe I ăng với ánh sáng đơn sắc  $\lambda = 0,7\mu\text{m}$ , khoảng cách giữa 2 khe  $S_1S_2$  là  $a = 0,35\text{ mm}$ , khoảng cách từ 2 khe đến màn quan sát là  $D = 1\text{ m}$ , bề rộng của vùng có giao thoa là 13,5 mm. Số vân sáng, vân tối quan sát được trên màn là:

- A. 7 vân sáng, 6 vân tối.      B. 6 vân sáng, 7 vân tối.  
 C. 6 vân sáng, 6 vân tối.      D. 7 vân sáng, 7 vân tối.

#### Lời giải

Khoảng vân  $i = \frac{\lambda \cdot D}{a} = \frac{0,7 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{0,35 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3} m = 2mm$ .

Số vân sáng:  $N_s = 1 + 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i} \right] = 2 \cdot [3,375] + 1 = 7$ .

Số vân tối:  $N_T = 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i} + 0,5 \right] = 6$ . **Đáp án A.**

**Câu 2:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $0,6 \mu m$ . Khoảng cách giữa hai khe là  $1mm$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là  $2,5 m$ , bề rộng miền giao thoa là  $1,25 cm$ . Tổng số vân sáng và vân tối có trong miền giao thoa là bao nhiêu ?

- A. 16.                      B. 17.                      C. 18.                      D. 19.

Lời giải

Cách 1.

Vị trí vân sáng  $x_s = k \frac{\lambda D}{a} = 1,5k$  (mm)

Ta có:  $-\frac{L}{2} \leq x_s \leq \frac{L}{2} \Leftrightarrow -\frac{12,5}{2} \leq 1,5k \leq \frac{12,5}{2} \Leftrightarrow -4,2 \leq k \leq 4,2$

$\Rightarrow k = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ . Vậy có 9 giá trị của  $k$  nên có 9 vân sáng.

Vị trí vân tối:  $x_T = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} = 1,5(k + 0,5)$  (mm) Ta có:  $-\frac{L}{2} \leq x_T \leq \frac{L}{2} \Leftrightarrow -\frac{12,5}{2} \leq 1,5(k + 0,5) \leq \frac{12,5}{2} \Leftrightarrow -4,7 \leq k \leq 3,7$

$\Rightarrow k = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ . Nên có 8 giá trị của  $k$  nên có 8 vân tối.

Vậy tổng số vân sáng và vân tối có trong miền giao thoa là: 17.

Cách 2.

Số vân sáng:  $N_s = 1 + 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i} \right] = 2 \cdot [4,2] + 1 = 9$  vân sáng.

Số vân tối:  $N_T = 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i} + 0,5 \right] = 2 \cdot [4,2 + 0,5] = 8$  vân tối.

Vậy tổng số vân sáng và vân tối có trong miền giao thoa là: 17.

**Đáp án B.**

**Câu 3:** Trong thí nghiệm của Y-Âng về giao thoa ánh sáng, hai khe  $S_1, S_2$  được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,5mm$ . Khoảng cách giữa hai khe là  $0,8 mm$ . Người ta đo được khoảng cách giữa 5 vân sáng liên tiếp trên màn là  $4 mm$ . Tính khoảng cách từ hai khe đến màn và cho biết tại 2 điểm C và E trên màn, cùng phía với nhau so với vân sáng trung tâm và cách vân sáng trung tâm lần lượt là  $2,5 mm$  và  $15 mm$  là vân sáng hay vân tối? Từ C đến E có bao nhiêu vân sáng?

- A. Tại C là vân tối, N là vân sáng. Có 14 vân sáng tính từ C đến E.  
 B. Tại C là vân sáng, N là vân tối. Có 13 vân sáng tính từ C đến E.  
 C. Tại C là vân tối, N là vân sáng. Có 13 vân sáng tính từ C đến E.  
 D. Tại C là vân sáng, N là vân tối. Có 14 vân sáng tính từ C đến E.

Lời giải

Khoảng cách giữa 5 vân sáng liên tiếp trên màn là  $4mm$  nên khoảng vân  $i$  là  $i = \frac{L}{5-1} = 1 mm$

Khoảng cách từ hai khe đến màn  $D = \frac{ai}{\lambda} = 1,6m$

Vì  $\frac{x_C}{i} = 2,5$  nên tại C ta có vân tối;  $\frac{x_E}{i} = 15$  nên tại N ta có vân sáng.

Từ C đến E có 13 vân sáng kể cả vân sáng bậc 15 tại E.

**Đáp án C.**

**Câu 4:** Trong thí nghiệm Y-Ăng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là  $a = 2 \text{ mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 1,5 \text{ m}$ . Nguồn sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$ . Xét trên khoảng MN trên màn, với  $MO = 5 \text{ mm}$ ,  $ON = 10 \text{ mm}$ , (O là vị trí vân sáng trung tâm giữa M và N). Hỏi trên MN có bao nhiêu vân sáng, bao nhiêu vân tối?

A. 34 vân sáng 33 vân tối .    B. 33 vân sáng 34 vân tối .  
 C. 22 vân sáng 11 vân tối .    D. 11 vân sáng 22 vân tối .

Lời giải

Cách 1.

Khoảng vân  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,6.10^{-6} \cdot 1,5}{2.10^{-3}} = 0,45.10^{-3} \text{ m} = 0,45 \text{ mm}$ .

Ta có  $\frac{x_M}{i} = 11,1$ ; tại M có vân sáng bậc 11.  $\frac{x_N}{i} = 22,2$ ; tại N có vân sáng bậc 22.

Trên MN có  $11 + 22 + 1 = 34$  vân sáng, 33 vân tối.

Cách 2.

Khoảng vân:  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,6.10^{-6} \cdot 1,5}{2.10^{-3}} = 0,45.10^{-3} \text{ m} = 0,45 \text{ mm}$ .

Vị trí vân sáng :  $x_s = ki = 0,45k \text{ (mm)}$  :

Ta có :  $-5 \leq 0,45k \leq 10 \text{ suy ra } -11,11 \leq k \leq 22,222$ .

Có 34 giá trị của k thỏa mãn nên có 34 vân sáng.

Vị trí vân tối :  $x_t = (k + 0,5) i = 0,45(k + 0,5) \text{ (mm)}$  :

Ta có :  $-5 \leq 0,45(k + 0,5) \leq 10 \text{ suy ra } 1,61 \leq k \leq 21,7222$ .

Có 33 giá trị của k thỏa mãn nên có 33 vân tối.

Đáp án A.

**Ví dụ 2:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-ăng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1, S_2$  bằng  $2 \text{ mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2 \text{ m}$ . Chiếu vào hai khe ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$ . Trên bề rộng  $MN = L = 31 \text{ mm}$  và đối xứng qua vân trung tâm, số vân sáng và vân tối quan sát được trên đoạn MN là

A. 52 vân sáng, 52 vân tối.    B. 51 vân sáng, 52 vân tối.  
 C. 53 vân sáng, 52 vân tối.    D. 52 vân sáng, 51 vân tối.

Hướng dẫn giải

Khoảng vân:  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,6.10^{-3} \cdot 2.10^3}{2} = 0,6 \text{ mm}$

Số vân sáng quan sát được trên trường giao thoa:

$$N_S = \left[ \frac{L}{2i} \right] \cdot 2 + 1 = \left[ \frac{31}{2 \cdot 0,6} \right] \cdot 2 + 1 = 51$$

Số vân tối quan sát được trên trường giao thoa:

$$N_T = \left[ \frac{L}{2i} + \frac{1}{2} \right] \cdot 2 = \left[ \frac{31}{2 \cdot 0,6} + \frac{1}{2} \right] \cdot 2 = 52$$

**Ví dụ 3:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-ăng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1, S_2$  bằng  $2 \text{ mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2 \text{ m}$ . Chiếu vào hai khe ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,75\mu\text{m}$ . Cho M và N là hai điểm nằm trong trường giao thoa, nằm khác phía nhau so với vân chính giữa, có  $OM = 16,125 \text{ mm}$ ,  $ON = 8,6 \text{ mm}$ . Hỏi tổng số vân sáng và số vân tối quan sát được trong khoảng M và N là bao nhiêu?

A. 64 vân.    B. 63 vân.    C. 62 vân.    D. 65 vân.

Hướng dẫn giải

Khoảng vân giao thoa:  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,75.10^{-3} \cdot 2.10^3}{2} = 0,75 \text{ mm}$ .

Tại một điểm P bất kì trong khoảng giữa M và N (không kể M và N) trùng vào vân sáng khi có tọa độ x thỏa mãn:

$$-OM = -16,125\text{mm} < x = ki = k \cdot 0,75 < ON = 8,6\text{mm}$$

$$\Rightarrow -21,5 < k < 11,47 \Rightarrow k = -21; -20; -19; \dots; 0; 1; 2; \dots; 11.$$

Vậy số vân sáng giữa M và N là  $N_S = 11 - (-21) + 1 = 33$

Tại một điểm P bất kì trong khoảng giữa M và N (không kể M và N) trùng vào vân tối khi có tọa độ x thỏa mãn:

$$-OM = -16,125\text{mm} < x = \left(k + \frac{1}{2}\right)i = \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot 0,75 < ON = 8,6\text{mm}.$$

$$\Rightarrow -21,5 < k + \frac{1}{2} < 11,47$$

$$\Rightarrow -22 < k < 10,97 \Rightarrow k = -21; -19; -18; \dots; 0; 1; 2; \dots; 10$$

Vậy số vân tối giữa M và N là:  $N_T = 10 - (-21) + 1 = 32$

Tổng số vân sáng và vân tối giữa M và N là:  $33 + 32 = 65$

**Ví dụ 4:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1, S_2$  bằng 1mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2\text{m}$ . Chiếu vào hai khe ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$ . Cho M và N là hai điểm nằm trong trường giao thoa, nằm khác phía nhau so với vân chính giữa, có  $OM = 6,8\text{mm}$ ,  $ON = 18,6\text{mm}$ . Hỏi tổng số vân sáng và số vân tối quan sát được trong đoạn MN là bao nhiêu?

A. 10 vân sáng và 11 vân tối.

B. 10 vân sáng và 10 vân tối.

C. 11 vân sáng và 11 vân tối.

D. 12 vân sáng và 11 vân tối.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Khoảng vân giao thoa: } i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{1} = 1,2\text{mm}$$

Tại một điểm P bất kì trong đoạn MN trùng vào vân sáng khi có tọa độ x thỏa mãn:

$$OM = 6,8\text{mm} \leq x = ki = k \cdot 1,2 \leq ON = 18,6\text{mm}$$

$$\Rightarrow 5,67 \leq k \leq 15,5 \Rightarrow k = 6; 7; 8; \dots; 14; 15.$$

Vậy số vân sáng trong đoạn MN là:  $N_S = 15 - 6 + 1 = 10$ .

Tại một điểm P bất kì trong đoạn MN trùng vào vân tối khi có tọa độ x thỏa mãn:

$$OM = 6,8\text{mm} < x = \left(k + \frac{1}{2}\right)i = \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot 1,2 < ON = 18,6\text{mm}.$$

$$\Rightarrow 5,67 < k + \frac{1}{2} < 15,5$$

Vậy số vân tối trong đoạn MN là

$$\Rightarrow 5,17 < k < 15,0 \Rightarrow k = 6; 7; 8; \dots; 14; 15$$

$$N_T = 15 - 6 + 1 = 10$$

**Ví dụ 5:** Tiến hành giao thoa bằng ánh sáng đơn sắc với hai khe I-âng đặt trong chân không. Hai điểm M và N đối xứng nhau với vân sáng trung tâm. Ban đầu tại điểm M trùng với vân tối thứ 15. Tiến hành đặt hệ giao thoa vào môi trường có chiết suất  $n = \frac{4}{3}$  thì số vân sáng và tối quan sát được trong đoạn MN là bao nhiêu

A. 39 vân sáng, 40 vân tối.

B. 39 vân sáng, 38 vân tối.

C. 39 vân sáng, 40 vân tối.

D. 39 vân sáng, 40 vân tối.

**Hướng dẫn giải**

Lúc đầu hệ giao thoa đặt trong chân không có chiết suất  $n_1 = 1$ , điểm M nằm tại vân tối thứ 15 nên:

$$L = MN = 2OM = 2 \cdot 14 \cdot 5i_1 = 29i_1.$$

Khi hệ giao thoa đặt trong môi trường có chiết suất  $n_2 = \frac{4}{3}$ , thì khoảng vân lần này thỏa mãn:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow i_2 = \frac{n_1 i_1}{n_2} = \frac{3i_1}{4}.$$

Số vân sáng quan sát được trong đoạn MN là:

$$N_S = \left[ \frac{L}{2i} \right] \cdot 2 + 1 = \left[ \frac{29i_1}{2 \cdot \frac{3i_1}{4}} \right] \cdot 2 + 1 = 39$$

Số vân tối quan sát được trong đoạn MN là:  $N_T = \left[ \frac{L}{2i} + \frac{1}{2} \right] \cdot 2 = \left[ \frac{29i_1}{2 \cdot \frac{3i_1}{4}} + \frac{1}{2} \right] \cdot 2 = 38$

**2.3. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Chọn câu sai:

- A. Hai nguồn sáng kết hợp là hai nguồn phát các ánh sáng có cùng tần số, cùng biên độ.
- B. Ánh sáng đơn sắc là ánh sáng không bị tán sắc khi truyền qua lăng kính.
- C. Giao thoa là kết quả của sự chồng chập lên nhau của 2 sóng có cùng tần số và có độ lệch pha không đổi.
- D. giao thoa là hiện tượng đặc trưng cho quá trình truyền sóng.

**Câu 2:** Thí nghiệm nào có thể sử dụng để thực hiện việc đo bước sóng ánh sáng là thí nghiệm

- A. tán sắc ánh sáng của Niuton.
- B. tổng hợp ánh sáng trắng.
- C. giao thoa với khe Y- ăng.
- D. về ánh sáng đơn sắc.

**Câu 3:** Nếu thí nghiệm giao thoa Y-ăng, nguồn phát sáng đa sắc gồm 4 đơn sắc: đỏ, vàng, lục và lam. Như vậy, vân sáng đơn sắc gần vân trung tâm nhất là vân màu

- A. đỏ .
- B. vàng.
- C. lam .
- D. lục.

**Câu 4:** Thí nghiệm giao thoa Y-ăng với ánh sáng trắng, trên nền các quang phổ liên tục có dải màu như ở cầu vồng mà ta lại không thấy có vân tối là vì

- A. không thỏa điều kiện để hiện tượng giao thoa ánh sáng trắng cho vân tối.
- B. có vân tối nhưng bị các vân sáng của các đơn sắc khác đè lên.
- C. trong ánh sáng trắng không có màu đen.
- D. thí nghiệm này không có nhưng thí nghiệm khác có thể có.

**Câu 5:** Thực hiện giao thoa với ánh sáng trắng, trên màn quan sát thu được hình ảnh

- A. gồm các vạch sáng trắng cách nhau đều đặn, xen kẽ là các vạch tối đen.
- B. gồm một dải màu biến thiên liên tục từ đỏ đến tím.
- C. gồm nhiều vạch màu khác nhau riêng biệt hiện trên một nền tối.
- D. vân trung tâm là ánh sáng trắng, hai bên có những dải màu như màu cầu vồng.

**Câu 6:** Thí nghiệm giao thoa với khe Y-ăng, ánh sáng có bước sóng  $\lambda$ . Tại A cách  $S_1$  đoạn  $d_1$  và cách  $S_2$  đoạn  $d_2$  có vân tối khi

- A.  $d_2 - d_1 = k\lambda$  ( $k = 0; \pm 1; \pm \dots$ ).
- B.  $d_2 - d_1 = \left( \frac{k-1}{2} \right) \lambda$  ( $k = 0; \pm 1; \pm \dots$ ).
- C.  $d_2 - d_1 = k \frac{\lambda}{2}$  ( $k = 0; \pm 1; \pm \dots$ ).
- D.  $d_2 - d_1 = \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda$  ( $k = 0; \pm 1; \pm \dots$ ).

**Câu 7:** Trong thí nghiệm Y-ăng: Gọi a là khoảng cách hai khe  $S_1$  và  $S_2$ ; D là khoảng cách từ  $S_1 S_2$  đến màn; b là khoảng cách 5 vân sáng kề nhau. Bước sóng của ánh sáng đơn sắc đó là

- A.  $\lambda = \frac{ab}{D}$ .
- B.  $\lambda = \frac{4ab}{D}$ .
- C.  $\lambda = \frac{ab}{4D}$ .
- D.  $\lambda = \frac{ab}{5D}$ .

Câu 8: Trong thí nghiệm Y-âng: Gọi  $a$  là khoảng cách hai khe  $S_1$  và  $S_2$ ;  $D$  là khoảng cách từ 2 khe đến màn;  $b$  là khoảng cách từ vân sáng bậc 2 đến vân tối thứ 3 ở cùng một bên so với vân trung tâm. Bước sóng của ánh sáng đơn sắc đó là

- A.  $\lambda = \frac{ab}{D}$ .  
 B.  $\lambda = \frac{2ab}{D}$ .  
 C.  $\lambda = \frac{ab}{2D}$ .  
 D.  $\lambda = \frac{2ab}{3D}$ .

Câu 9:  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng đơn sắc. Khoảng cách từ vân sáng bậc 2 đến vân tối thứ 3 ở hai bên so với vân trung tâm bằng

- A.  $\Delta x = \frac{2,5\lambda D}{a}$ .  
 B.  $\Delta x = \frac{3,5\lambda D}{a}$ .  
 C.  $\Delta x = \frac{4,5\lambda D}{a}$ .  
 D.  $\Delta x = \frac{5,5\lambda D}{a}$ .

Câu 10: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là  $a$ ; khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là  $D$ . Nguồn phát ra hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 0,4\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Điểm  $M$  là vân sáng bậc 6 của ánh sáng có bước sóng  $\lambda_1$ , tại  $M$  đối với ánh sáng có bước sóng  $\lambda_2$  ta có

- A. vân sáng bậc 4.    B. vân sáng bậc 6.    C. vân tối thứ 5.    D. vân tối thứ 6.

Câu 11: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là  $a$ ; khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là  $D$ . Nguồn phát ra hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 0,4\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Điểm  $M$  có vân sáng cùng màu với vân sáng trung tâm khi có tọa độ

- A.  $x_M = \frac{2\lambda_1 D}{a}$ .  
 B.  $x_M = \frac{6\lambda_1 D}{a}$ .  
 C.  $x_M = \frac{3\lambda_2 D}{a}$ .  
 D.  $x_M = \frac{5\lambda_2 D}{a}$ .

Câu 12: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là  $a$ ; khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là  $D$ . Nguồn phát ra hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 0,5\mu\text{m}$  và  $\lambda_2$  (thuộc vùng ánh sáng nhìn thấy). Biết điểm  $M$  có vân sáng cùng màu với vân tối trung tâm, tại  $M$  là vân sáng bậc 3 của ánh sáng bước sóng. Bước sóng  $\lambda_2$  bằng

- A.  $0,4\mu\text{m}$ .    B.  $0,6\mu\text{m}$ .  
 C.  $0,75\mu\text{m}$ .    D.  $0,6\mu\text{m}$  và  $0,75\mu\text{m}$ .

Câu 13: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng:  $a = 1\text{mm}$ ;  $D = 2\text{m}$ . Dùng ánh sáng đơn sắc có  $\lambda_1 = 0,66\mu\text{m}$  chiếu vào khe  $S$ . Biết độ rộng của màn là  $13,2\text{mm}$ . Số vân sáng trên màn bằng:

- A. 9.    B. 11.    C. 13.    D. 15.

Câu 14: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là  $2\text{mm}$ , khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là  $1\text{m}$ , bước sóng ánh sáng bằng  $0,5\mu\text{m}$ . Vị trí vân tối thứ 4 (tính từ vân sáng trung tâm) có tọa độ (mm) là

- A. 1,000.    B. 1,125.    C. 0,875.    D. 3,500.

Câu 15: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là  $2\text{mm}$ , khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là  $3\text{m}$ , bước sóng ánh sáng bằng  $0,5\mu\text{m}$ . Tại  $M$  có tọa độ  $x_M = 3\text{mm}$  là vị trí

- A. vân tối thứ 4.    B. vân sáng bậc 4.    C. vân sáng bậc 5.    D. vân tối thứ 5.

Câu 16: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là  $1,2\text{mm}$ , khoảng cách 16 vân sáng liên tiếp trải dài trên bề rộng  $18\text{mm}$ , bước sóng ánh sáng là  $0,6\mu\text{m}$ . Khoảng cách từ hai khe đến màn bằng.

- A.  $2\text{m}$ .    B.  $4\text{m}$ .    C.  $2,4\text{m}$ .    D.  $3,6\text{m}$ .

Câu 17: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là  $1\text{mm}$ , khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là  $1\text{m}$ , bước sóng ánh sáng bằng  $0,5\mu\text{m}$ . Xét 2 điểm  $M$  và  $N$  (ở cùng phía đối với  $O$ ) có tọa độ lần lượt  $x_M = 2\text{mm}$  và  $x_N = 6,25\text{mm}$ . Giữa  $M$  vs  $N$  có số vân sáng là

- A. 8.    B. 7.    C. 9.    D. 10.



**Câu 18:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là 1,2mm, khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là 2,4m, người ta dùng ánh sáng trắng có bước sóng biến đổi từ 0,4 $\mu$ m đến 0,75 $\mu$ m. Khoảng cách (mm) từ vân sáng bậc 2 màu đỏ đến vân sáng bậc 2 màu tím (ở cùng phía so với vân sáng trung tâm) bằng

- A. 0,7.                      B. 1,0.                      C. 1,2.                      D. 1,4.

**Câu 19:** Khoảng cách hai khe  $S_1S_2$  là 1,5mm, khoảng cách từ  $S_1S_2$  đến màn là 2m. Chiếu đồng thời 2 ánh sáng đơn sắc có bước sóng ????. Khoảng cách (mm) gần nhau nhất giữa 2 vân sáng cùng màu so với vân sáng ở O bằng

- A. 1,05.                      B. 1,60.                      C. 2,56.                      D. 1,26.

**Câu 20:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng. Chiếu đồng thời ánh sáng bước sóng  $\lambda_1 = 0,66\mu\text{m}$  và ánh sáng có bước sóng  $\lambda_2$  thấy vân sáng bậc 3 ứng với  $\lambda_2$  trùng với vân sáng bậc 2 của bước sóng  $\lambda_1$ . Bước sóng

- A. 0,44 $\mu\text{m}$ .                      B. 0,54 $\mu\text{m}$ .                      C. 0,75 $\mu\text{m}$ .                      D. không tính được.

**Câu 21:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: nguồn phát ra hai bức xạ có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,5\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,75\mu\text{m}$ . Xét tại M là vân sáng bậc 6  $\lambda_1$  và tại N là vân sáng bậc 6 ứng với bước sóng  $\lambda_2$  (M, N ở cùng phía so với O). Trên MN ta đếm được bao nhiêu vân sáng

- A. 3.                              B. 5.                              C. 7.                              D. 9.

**Câu 22:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng: nguồn phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Khoảng vân  $i$  đo được trên màn sẽ tăng lên khi

- A. tăng khoảng cách hai khe đồng thời tịnh tiến màn lại gần hai khe.  
 B. giữ nguyên khoảng cách hai khe và tịnh tiến màn lại gần hai khe.  
 C. thay ánh sáng đơn sắc trên bằng ánh sáng đơn sắc khác có  $\lambda' < \lambda$ .  
 D. tăng khoảng cách hai khe đồng thời tịnh tiến màn ra xa hai khe.

**Câu 23:** Quan sát các vầng dầu, mỡ, bong bóng xà phòng coa những vân màu sắc sỡ là do có sự

- A. giao thoa ánh sáng.                      B. tán sắc ánh sáng .  
 C. khúc xạ ánh sáng.                      D. tán xạ ánh sáng.

**Câu 24:** Trong thí nghiệm của Y-Ăng về giao thoa ánh sáng, hai khe  $S_1, S_2$  được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng. Khoảng cách giữa hai khe là 0,8 mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 2 m. Người ta đo được khoảng cách giữa 6 vân sáng liên tiếp trên màn là 6 mm. Xác định bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm và cho biết tại 2 điểm M và N trên màn, khác phía nhau so với vân sáng trung tâm và cách vân sáng trung tâm lần lượt là 3 mm và 13,2 mm là vân sáng hay vân tối? Nếu là vân sáng thì đó là vân sáng bậc mấy? Trong khoảng cách từ M đến N có bao nhiêu vân sáng?

- A. M là vân tối, N là vân sáng. Trong khoảng từ M đến N có 13 vân sáng.  
 B. M là vân sáng, N là vân sáng. Trong khoảng từ M đến N có 14 vân sáng.  
 C. M là vân tối, N là vân sáng. Trong khoảng từ M đến N có 14 vân sáng.  
 D. M là vân sáng, N là vân sáng. Trong khoảng từ M đến N có 13 vân sáng.

**Câu 25:** Trong thí nghiệm về giao thoa ánh sáng của Y-Ăng, chùm sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,6\text{mm}$ , khoảng cách giữa 2 khe là 3mm, khoảng cách từ 2 khe đến màn ảnh là 2m. Hai điểm M, N nằm khác phía với vân sáng trung tâm, cách vân trung tâm các khoảng 1,2mm và 1,8mm. Giữa M và N có bao nhiêu vân sáng:

- A. 6.                              B. 7.                              C. 8.                              D. 9.

**Câu 26:** Trong thí nghiệm Iâng về giao thoa ánh sáng với ánh sáng đơn sắc, khoảng cách giữa hai khe là 1mm, khoảng cách từ hai khe tới màn là 2m. Trong khoảng rộng 12,5mm trên màn có 13 vân tối biết một đầu là vân tối còn một đầu là vân sáng. Bước sóng của ánh sáng đơn sắc đó là:

- A. 0,48 $\mu\text{m}$ .                      B. 0,52 $\mu\text{m}$ .                      C. 0,5 $\mu\text{m}$ .                      D. 0,46 $\mu\text{m}$ .

Câu 27: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng dùng hai khe Y-Ăng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng có bước sóng  $\lambda = 0,5\text{mm}$ , biết  $S_1S_2 = a = 0,5\text{mm}$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là  $D = 1\text{m}$ . Bề rộng vùng giao thoa quan sát được trên màn là  $L = 13\text{mm}$ . Tính số vân sáng và tối quan sát được trên màn.

- A. 10 vân sáng; 12 vân tối.  
 B. 11 vân sáng; 12 vân tối.  
 C. 13 vân sáng; 12 vân tối.  
 D. 13 vân sáng; 14 vân tối.

Câu 28: Trong thí nghiệm Y-Ăng về giao thoa ánh sáng, biết  $D = 2,5\text{m}$ ;  $a = 1\text{mm}$ ;  $\lambda = 0,6\text{mm}$ . Bề rộng trường giao thoa đo được là  $12,5\text{mm}$ . Số vân quan sát được trên màn là:

- A. 8.  
 B. 9.  
 C. 15.  
 D. 17.

Câu 29: Trong thí nghiệm ánh sáng giao thoa với khe I ăng, khoảng cách giữa 2 khe  $s_1, s_2$  là  $1\text{mm}$ , khoảng cách từ 2 khe đến màn quan sát là  $2\text{m}$ . Chiếu vào 2 khe ánh sáng có bước sóng  $\lambda = 0,656\mu\text{m}$ . Biết bề rộng của trường giao thoa là  $L = 2,9\text{cm}$ . Xác định số vân sáng, tối quan sát được trên màn.

- A. 22 vân sáng, 23 vân tối.  
 B. 22 vân sáng, 21 vân tối.  
 C. 23 vân sáng, 22 vân tối.  
 D. 23 vân sáng, 24 vân tối.

Câu 30: Thực hiện giao thoa ánh sáng đơn sắc với khe Yăng, khoảng cách giữa hai khe  $a = 2\text{mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn  $D = 1\text{m}$ . Trên màn quan sát được khoảng cách từ vân sáng trung tâm đến vân sáng thứ 10 là  $4\text{mm}$ . Tại hai điểm M, N đối xứng nhau qua vân sáng trung tâm cách nhau một khoảng  $8\text{mm}$  là hai vân sáng. Số vân sáng và số vân tối quan sát được trong khoảng MN là bao nhiêu? Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A. 23 vân sáng và 22 vân tối.  
 B. 20 vân sáng và 21 vân tối.  
 C. 21 vân sáng và 20 vân tối.  
 D. Một kết quả khác.

### III. Giao thoa với ánh sáng hỗn hợp

#### 1. Giao thoa với ánh sáng trắng

##### 1.1. Phương pháp

Khi thực hiện giao thoa với ánh sáng trắng ta thấy:

- Ở chính giữa mỗi ánh sáng đơn sắc đều cho một vạch màu riêng, tổng hợp của chúng cho ta vạch sáng trắng (do sự chồng chập của các vạch màu đỏ đến tím tại vị trí này).
- Do  $\lambda_{tím}$  nhỏ hơn suy ra  $i_{tím} = \lambda_{tím} \cdot \frac{D}{a}$  nhỏ hơn nên gần cho tia tím gần vạch trung tâm hơn tia đỏ (xét cùng một bậc giao thoa).
- Tập hợp các vạch từ tím đến đỏ của cùng một bậc (cùng giá trị  $k$ ) tạo ra quang phổ của bậc  $k$  đó. Ví dụ: Quang phổ bậc 3 là bao gồm các vạch màu từ tím đến đỏ ứng với  $k = 3$ .

##### 1.2. Ví dụ minh họa

Loại 1: Cho tọa độ  $x_0$  trên màn, hỏi tại đó có những bức xạ nào cho vạch tối hoặc sáng?

a. Số các bức xạ của ánh sáng trắng cho vân sáng trùng nhau tại một điểm có tọa độ  $x$  khi:

$$\begin{cases} x = k \frac{\lambda D}{a} \\ \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \end{cases} \Rightarrow \frac{ax}{\lambda_{\max} D} \leq k \leq \frac{ax}{\lambda_{\min} D}$$

Số giá trị của  $k$  chính là số bức xạ cho vân sáng trùng nhau tại một điểm có tọa độ  $x$  trên trường giao thoa.

b. Số các bức xạ của ánh sáng trắng cho vân tối trùng nhau tại một điểm có tọa độ  $x$  khi:

$$\begin{cases} x = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} \\ \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \end{cases} \Rightarrow \frac{ax}{\lambda_{\max} D} \leq k + \frac{1}{2} \leq \frac{ax}{\lambda_{\min} D}$$

Số giá trị của  $k$  chính là số bức xạ cho vân tối trùng nhau tại một điểm có tọa độ  $x$  trên trường giao thoa.

Câu 1: Trong thí nghiệm I-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng trắng có bước sóng từ 380 nm đến 760 nm. Khoảng cách giữa 2 khe là 0,8 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa 2 khe đến màn là 2 m. Trên màn tại vị trí cách vân trung tâm 3mm có vân sáng của những bức xạ nào?

- A. Hai bức xạ có bước sóng 0,4  $\mu\text{m}$ ; 0,6  $\mu\text{m}$ .
- B. Hai bức xạ có bước sóng 0,45  $\mu\text{m}$ ; 0,64  $\mu\text{m}$ .
- C. Hai bức xạ có bước sóng 0,6  $\mu\text{m}$ ; 0,8  $\mu\text{m}$ .
- D. Hai bức xạ có bước sóng 0,65  $\mu\text{m}$ ; 0,85  $\mu\text{m}$ .

Lời giải

Ta có 
$$\begin{cases} x = k \frac{\lambda D}{a} \\ \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \end{cases} \Rightarrow \frac{ax}{\lambda_{\max} D} \leq k \leq \frac{ax}{\lambda_{\min} D}$$

Thay số vào ta tìm được  $3,15 \geq k \geq 1,57 \Rightarrow k = 2; 3$ .

Vậy

Với  $k = 2$  ta có bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{m} = 0,6 \mu\text{m}$

Với  $k = 3$  ta có bức xạ có bước sóng  $\lambda' = \frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{3} = 0,4 \mu\text{m}$

Đáp án A.

Câu 2: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-Âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1S_2$  bằng 2mm, khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát  $D = 2m$ . Chiếu vào hai khe bằng nguồn phát ánh sáng trắng có bước sóng  $0,40\mu m \leq \lambda \leq 0,76\mu m$ . Có bao nhiêu bức xạ cho vân tối tại vị trí cách vân trung tâm 2,6mm?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 5.

Lời giải

Giải sử tại vị trí có tọa độ  $x = 2,6 \text{ mm}$  trùng với vân tối của bức xạ có bước sóng  $\lambda$ , ta có

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \frac{ax}{\lambda_{\max} D} \leq k + \frac{1}{2} \leq \frac{ax}{\lambda_{\min} D} \\ \lambda_{\min} &\leq \lambda \leq \lambda_{\max} \end{aligned} \right.$$

Thay số, ta có  $2,92 \leq k \leq 6$ , suy ra  $k = 3, 4, 5, 6$  nên có 4 bức xạ cho vân tối tại vị trí cách vân trung tâm 2,6 mm.

Đáp án C.

Câu 3: Trong thí nghiệm của Y-Âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,8 mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 1,6 m. Dùng ánh sáng trắng ( $0,76\mu m > \lambda > 0,38\mu m$ ) để chiếu sáng hai khe. Hãy cho biết có bao nhiêu bức xạ cho vân sáng trùng với vân sáng bậc 4 của ánh sáng màu vàng có bước sóng  $\lambda_v = 0,60\mu m$ .

- A. 3.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 5.

Lời giải

Vị trí vân sáng trùng với vân sáng bậc 4 của ánh sáng màu vàng :  $x = 4 \frac{\lambda_v D}{a} = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow k = \frac{4\lambda_v}{\lambda}$

Từ  $0,76\mu m > \lambda > 0,38\mu m$  suy ra  $3,2 \leq k \leq 6,3 \Rightarrow k = 4; 5; 6$ .

Đáp án A.

Câu 4: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 2 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 1,2m. Nguồn S đặt cách đều  $S_1S_2$  phát ánh sáng trắng có bước sóng từ  $0,4\mu m$  đến  $0,76 \mu m$ . Cho  $c = 3.10^8 \text{ m/s}$ . Tại M trên màn có hiệu khoảng cách từ M đến  $S_1, S_2$  là  $5\mu m$ . Tìm tần số ánh sáng lớn nhất của bức xạ cho vân sáng tại M:

- A.  $4,2.10^{14} \text{ Hz}$ .                      B.  $7,6.10^{15} \text{ Hz}$ .  
C.  $7,8.10^{14} \text{ Hz}$ .                      D.  $7,2.10^{14} \text{ Hz}$ .

Lời giải

Tại M là vân sáng khi  $d_2 - d_1 = \frac{ax}{D} = k\lambda$ , suy ra  $\lambda = \frac{5}{k} (\mu m)$ .

Vì  $0,4 \leq \lambda \leq 0,76$  nên  $6,6 \leq k \leq 12,5$ .

Tần số lớn nhất  $f_{\max}$  khi  $\lambda_{\min} \Rightarrow k_{\max} = 12$ . Vậy  $f = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{12}{5} \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^8 = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

Đáp án D.

Câu 5: Ta chiếu sáng hai khe Y-Âng bằng ánh sáng trắng với bước sóng ánh sáng đỏ là  $0,75 \mu m$  và ánh sáng tím là  $0,4\mu m$ . Biết  $a = 0,5\text{mm}$ ,  $D = 2m$ . Ở đúng vị trí vân sáng bậc 4 màu đỏ, có bao nhiêu bức xạ cho vân sáng nằm trùng ở đó ?

- A. 5.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

Lời giải

Vị trí vân sáng bậc 4 màu đỏ:  $x_{4d} = 4 \cdot \frac{\lambda_d \cdot D}{a} = 4 \cdot \frac{0,75 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 12\text{mm}$

Vị trí các vân sáng:  $x_{4d} = x_s = k \frac{\lambda \cdot D}{a} \rightarrow \lambda = \frac{x_{4d} \cdot a}{k \cdot D} = \frac{3}{k}$ ; với  $k \in \mathbb{Z}$

Với ánh sáng trắng:  $0,4 \leq \lambda \leq 0,75 \Leftrightarrow 0,4 \leq \frac{3}{k} \leq 0,75 \Leftrightarrow 4 \leq k \leq 7,5$  và  $k \in \mathbb{Z}$ .

Có 4 giá trị của k là 4, 5, 6, 7 nên có 4 bức xạ cho vân sáng nằm ở vị trí vân sáng bậc 4 màu đỏ.

Đáp án D.

**Câu 6:** Một khe hẹp F phát ánh sáng trắng chiếu sáng hai khe  $S_1, S_2$  cách nhau 1,5mm. Màn M quan sát vân giao thoa cách mặt phẳng của hai khe một khoảng  $D = 1,2$  m.

a. Tính các khoảng vân  $i_1$  và  $i_2$  cho bởi hai bức xạ giới hạn 750nm và 400nm của phổ khả kiến.

b. Ở điểm A trên màn M cách vân chính giữa 2 mm có vân sáng của những bức xạ nào và vân tối của những bức xạ nào?

A. abc.

B. abc.

C. abc.

D. abc.

*Lời giải*

a. Với  $\lambda_1 = 750(\text{nm}) = 0,75 \cdot 10^{-6}$  (m) thì  $i_1 = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,75 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 0,6 \cdot 10^{-3}$  (m).

Với  $\lambda_2 = 400(\text{nm}) = 0,4 \cdot 10^{-6}$  (m) thì  $i_2 = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 0,32 \cdot 10^{-3}$  (m).

b. Các bức xạ có bước sóng thỏa mãn  $0,4 \cdot 10^{-6}$  (m)  $\leq \lambda \leq 0,75 \cdot 10^{-6}$  (m)

+ Các bức xạ cho vân sáng tại A:  $\lambda = \frac{ax_A}{kD} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{k \cdot 1,2} = \frac{2,5}{k} \cdot 10^{-6}$  (m).

$\frac{ax_A}{\lambda D} \leq k \leq \frac{ax_A}{\lambda_1 D} \Leftrightarrow \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{0,75 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2} \leq k \leq \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2} \Leftrightarrow 3,3 \leq k \leq 6,25$

Có 3 giá trị k thỏa mãn là  $k_1 = 4, k_2 = 5, k_3 = 6$  nên có 3 bức xạ cho vân sáng tại M là

$\lambda_1 = \frac{2,5}{k_1} \cdot 10^{-6} = 0,625 \cdot 10^{-6}$  (m),

$\lambda_2 = \frac{2,5}{k_2} \cdot 10^{-6} = 0,5 \cdot 10^{-6}$  (m),

$\lambda_3 = \frac{2,5}{k_3} \cdot 10^{-6} = 0,4167 \cdot 10^{-6}$  (m).

+ Các bức xạ cho vân tối tại A:  $\lambda = \frac{ax_M}{\left(k + \frac{1}{2}\right) D} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{\left(k + 0,5\right) \cdot 1,2} = \frac{2,5}{\left(k + 0,5\right)} \cdot 10^{-6}$  (m)

với  $\lambda_t \leq \frac{ax_M}{\left(k + \frac{1}{2}\right) D} \leq \lambda \Rightarrow \frac{ax_M}{\lambda D} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{ax_M}{\lambda_1 D} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2,8 \leq k \leq 5,75$ .

Vậy có 3 giá trị k thỏa mãn là  $k'_1 = 3, k'_2 = 4, k'_3 = 5$  nên có 3 bức xạ cho vân tối tại M là

$\lambda'_1 = \frac{2,5}{\left(k'_1 + \frac{1}{2}\right)} \cdot 10^{-6}$  (m) =  $0,7142 \cdot 10^{-6}$  (m),

$\lambda'_2 = \frac{2,5}{\left(k'_2 + \frac{1}{2}\right)} \cdot 10^{-6}$  (m) =  $0,5556 \cdot 10^{-6}$  (m),

$\lambda'_3 = \frac{2,5}{\left(k'_3 + \frac{1}{2}\right)} \cdot 10^{-6}$  (m) =  $0,4545 \cdot 10^{-6}$  (m)

**Loại 2:** Xác định bề rộng quang phổ bậc k trong giao thoa với ánh sáng trắng.

Bề rộng quang phổ là khoảng cách giữa vân sáng màu đỏ và vân sáng màu tím của một vùng quang phổ.

Bề rộng quang phổ bậc k được xác định bởi  $\Delta x_k = ki_d - ki_t = \frac{k(\lambda_d - \lambda_t) D}{a}$

**Câu 7:** Loại 2 Trong thí nghiệm về giao thoa ánh sáng trắng có  $a = 3\text{mm}$ ,  $D = 3\text{m}$ , bước sóng từ  $0,4\ \mu\text{m}$  đến  $0,75\ \mu\text{m}$ . Trên màn quan sát thu được các dải quang phổ. Bề rộng của dải quang phổ thứ 2 kể từ vân sáng trắng trung tâm là bao nhiêu?

- A.  $0,14\ \text{mm}$ .      B.  $0,7\ \text{mm}$ .      C.  $0,35\ \text{mm}$ .      D.  $0,5\ \text{mm}$ .

Lời giải

Bề rộng quang phổ bậc 2 ứng với  $k = 2$ .

$$\Delta x_2 = \frac{kD}{a}(\lambda - \lambda_t) = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,35 \cdot 10^{-6} = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{m} = 0,7 \text{mm}.$$

Đáp án B.

**Câu 8:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Y-âng. Khoảng cách giữa 2 khe kết hợp là  $a = 2\ \text{mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn là  $D = 2\ \text{m}$ . nguồn S phát ra ánh sáng trắng có bước sóng từ  $380\ \text{nm}$  đến  $760\ \text{nm}$ . Vùng phủ nhau giữa quang phổ bậc hai và quang phổ bậc ba có bề rộng là ?

- A.  $0,76\ \text{mm}$ .      B.  $0,38\ \text{mm}$ .      C.  $1,14\ \text{mm}$ .      D.  $1,52\ \text{mm}$ .

Lời giải

Vùng phủ nhau giữa quang phổ bậc hai và quang phổ bậc ba có bề rộng là:

$$\Delta x = 2 \frac{\lambda_d D}{a} - 3 \frac{\lambda_t D}{a} = (2 \cdot 0,76 - 3 \cdot 0,38) \frac{2}{2} = 0,38 \text{mm} \text{ Đáp án B.}$$

**Ví dụ 1:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1 S_2$  bằng  $1\text{mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2\text{m}$ . Chiếu vào hai khe bằng chùm sáng trắng có bước sóng  $\lambda$  ( $0,38\ \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76\ \mu\text{m}$ ). Chiều rộng của quang phổ bậc 3 trên màn là

- A.  $\Delta x_3 = 1,14\text{mm}$ .      B.  $\Delta x_3 = 2,28\text{mm}$ .  
C.  $\Delta x_3 = 3,42\text{mm}$ .      D.  $\Delta x_3 = 2,44\text{mm}$ .

Hướng dẫn giải

Chiều rộng quang phổ bậc  $k$  là khoảng cách từ vân đỏ bậc  $k$  đến vân tím bậc  $k$ , ta có:

$$\Delta x_k = x_k^d - x_k^t = k \frac{\lambda_d D}{a} - k \frac{\lambda_t D}{a} = k \frac{(\lambda_d - \lambda_t) D}{a}$$

Chiều rộng quang phổ bậc  $k = 3$  là:

$$\Delta x_3 = 3 \frac{(\lambda_d - \lambda_t) D}{a} = 3 \frac{(0,76 - 0,38) \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{1} = 2,28 \text{mm}$$

**Ví dụ 2:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1 S_2$  bằng  $1\text{mm}$ , khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2\text{m}$ . Chiếu vào hai khe bằng chùm sáng trắng có bước sóng  $\lambda$  ( $0,38\ \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76\ \mu\text{m}$ ). Tính bề rộng đoạn chồng chập của quang phổ bậc  $n = 5$  và quang phổ bậc  $t = 7$  trên trường giao thoa

- A.  $\Delta x = 0,76\text{mm}$ .      B.  $\Delta x = 2,28\text{mm}$ .  
C.  $\Delta x = 1,14\text{mm}$ .      D.  $\Delta x = 1,44\text{mm}$ .

Hướng dẫn giải

Đoạn chồng chập của quang phổ bậc  $n$  với quang phổ bậc  $t$  được tính theo công thức :

$$\Delta x_{n-t} = x_n^d - x_t^t = n \frac{\lambda_d D}{a} - t \frac{\lambda_t D}{a}$$

Khi này ta sẽ có hai khả năng như sau:

Khả năng 1:  $\Delta x_{n-t} = x_n^d - x_t^t = n \frac{\lambda_d D}{a} - t \frac{\lambda_t D}{a} > 0$  thì hai dải quang phổ có chồng nhau

Khả năng 2:  $\Delta x_{n-t} = x_n^d - x_t^t = n \frac{\lambda_d D}{a} - t \frac{\lambda_t D}{a} \leq 0$  thì hai dải quang phổ không chồng nhau

Áp dụng công thức trên với ví dụ này ta có:

$$\Delta x_{5-7} = x_5^d - x_7^t = 5 \frac{\lambda_d D}{a} - 7 \frac{\lambda_t D}{a} = 5 \cdot \frac{0,76 \cdot 2}{1} - 7 \cdot \frac{0,38 \cdot 2}{1} = 2,28 \text{mm}$$

Ví dụ 3: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1S_2$  bằng 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2m$ . Chiếu vào hai khe bằng chùm sáng trắng có bước sóng  $\lambda$  ( $0,38\mu m \leq \lambda \leq 0,76\mu m$ ). Có bao nhiêu bức xạ cho vân sáng tại vị trí cách vân trung tâm 3,2mm

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Giả sử tại vị trí có tọa độ  $x = 3,2mm$  trùng với vân sáng bậc  $k$  của bức xạ có bước sóng  $\lambda$ , ta có

$$x = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow k = \frac{ax}{\lambda D}$$

$$\text{Do } \underbrace{0,38\mu m}_{\lambda_{\min}} \leq \lambda \leq \underbrace{0,76\mu m}_{\lambda_{\max}} \Rightarrow \frac{ax}{\lambda_{\max} D} \leq k \leq \frac{ax}{\lambda_{\min} D}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2,3,2}{0,76 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3} \leq k \leq \frac{2,3,2}{0,38 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3} \Leftrightarrow 4,21 \leq k \leq 8,42$$

Do  $k \in \mathbb{Z}$  nên có 4 bức xạ cho vân sáng trùng nhau tại đó có  $x = 3,2mm$  với bước sóng tương ứng là:

$$k = 5 \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{kD} = \frac{2,3,2}{5,2} = 0,64 (\mu m)$$

$$k = 6 \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{kD} = \frac{2,3,2}{6,2} = 0,53 (\mu m)$$

$$k = 7 \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{kD} = \frac{2,3,2}{7,2} = 0,46 (\mu m)$$

$$k = 8 \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{kD} = \frac{2,3,2}{8,2} = 0,40 (\mu m)$$

## 2. Giao thoa với hai ánh sáng đơn sắc

### 2.1. Phương pháp

### 2.2. Ví dụ minh họa

Loại 1: Vân sáng trùng nhau của hai ánh sáng đơn sắc, số vân quan sát được

Vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ :

$$x_{S_1} = x_{S_2} \Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{p}{q}$$

Trong đó  $\frac{p}{q}$  là một phân số tối giản. Suy ra ta có thể viết  $\begin{cases} k_1 = pn \\ k_2 = qn \end{cases}$

$$\text{Vị trí trùng là } x_{\equiv} = pn \frac{\lambda_1 D}{a} = qn \frac{\lambda_2 D}{a}$$

Muốn tìm số vạch trùng nhau, ta chỉ việc cho  $x_{\equiv}$  nằm trong khoảng mà ta khảo sát, sẽ tìm được số giá trị của  $n$ . Do đã trùng nhau một số vân trùng là  $N_{\equiv}$  nên số vân quan sát được là :  $N = N_1 + N_2 - N_{\equiv}$

Câu 1: Tiến hành giao thoa bằng ánh sáng tổng hợp của hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,6\mu m$  và  $\lambda_2 = 0,4\mu m$ . Khoảng cách giữa hai khe I-âng là 1 mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 2m. Bề rộng trường giao thoa  $L = 2,5cm$ . Hỏi trên trường giao thoa quan sát thấy bao nhiêu vân sáng?

A. 43 vân sáng.

B. 62 vân sáng.

C. 41 vân sáng.

D. 73 vân sáng.

### Lời giải

Khoảng vân do bức xạ có bước sóng  $\lambda_1$  sinh ra:

$$i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{1} = 1,2mm.$$

Khoảng vân do bức xạ có bước sóng  $\lambda_2$  sinh ra:

$$i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{1} = 0,8mm.$$

Số vân sáng do bức xạ có bước sóng  $\lambda_1$  tạo ra là:

$$N_1 = \left[ \frac{L}{2i_1} \right] \cdot 2 + 1 = \left[ \frac{25}{2 \cdot 1,2} \right] \cdot 2 + 1 = 21 (\text{vân sáng}).$$

Số vân sáng do bức xạ có bước sóng  $\lambda_2$  tạo ra là:

$$N_2 = \left[ \frac{L}{2i_2} \right] \cdot 2 + 1 = \left[ \frac{25}{2.0,8} \right] \cdot 2 + 1 = 31(\text{vân sáng}).$$

Trong các vân quan sát được trên màn, có các vân của hai bức xạ trên trùng nhau. Vị trí các vân trùng nhau thỏa mãn hệ thức:  $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2}{3}$ .

Trong đó giá trị lớn nhất của  $k_1$  thỏa mãn:  $k_{1\max} \leq \frac{L}{2i_1} = \frac{25}{2.1,2} = 10,42$ .

Vậy có 11 vân sáng trùng nhau, các bậc được lập như trong bảng sau:

$k_1$	0	$\pm 2$	$\pm 4$	$\pm 6$	$\pm 8$	$\pm 10$
$k_2$	0	$\pm 3$	$\pm 6$	$\pm 9$	$\pm 12$	$\pm 15$

Số vân sáng quan sát được trên màn là:  $N = N_1 + N_2 - 11 = 41(\text{vân sáng})$ .

**Đáp án C.**

**Câu 2:** Trong thí nghiệm giao thoa với hai khe I-âng, nguồn sáng phát ra đồng thời 2 bức xạ có các bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,4\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Hai điểm M và N trên trường giao thoa nằm cùng một phía so với vân trung tâm. Điểm M trùng với vân sáng bậc 7 của bức xạ  $\lambda_1$ , điểm N nằm trùng với vân sáng bậc 13 của bức xạ  $\lambda_2$ . Hỏi số vân sáng quan sát được trong đoạn MN?

A. 17 vân sáng.      B. 18 vân sáng.      C. 19 vân sáng.      D. 16 vân sáng.

**Lời giải**

Tại điểm P nằm trên đoạn MN, có vân sáng của bức xạ  $\lambda_1$  có bậc  $k_1$  thỏa mãn:

$$OM \leq k_1 i_1 \leq ON \Leftrightarrow 7i_1 \leq k_1 i_1 \leq 13i_2 \Leftrightarrow 7 \leq k_1 \leq 13 \frac{i_2}{i_1} = 13 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 13 \frac{0,6}{0,4} = 19,5$$

$$\Rightarrow k_1 = 7; 8; 9; \dots; 19.$$

Số vân sáng do bức xạ  $\lambda_1$  phát ra là:  $N_1^S = 19 - 7 + 1 = 13(\text{vân sáng})$ .

Tại điểm P nằm trên đoạn MN, có vân sáng của bức xạ  $\lambda_2$  có bậc  $k_2$  thỏa mãn:

$$OM \leq k_2 i_2 \leq ON \Leftrightarrow 7i_1 \leq k_2 i_2 \leq 13i_2 \Leftrightarrow 7 \frac{i_1}{i_2} \leq k_2 \leq 13 \Rightarrow 7 \frac{0,4}{0,6} = 4,67 \leq k_2 \leq 13$$

$$\Rightarrow k_2 = 5; 6; 7; \dots; 13.$$

Số vân sáng do bức xạ  $\lambda_2$  phát ra là:  $N_2^S = 13 - 5 + 1 = 9(\text{vân sáng})$ .

Điều kiện để các vân sáng của hai bức xạ trùng nhau là:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,6}{0,4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$$

Có 4 vân sáng trùng nhau, vị trí các vân trùng nhau thỏa mãn:

$k_1$	9	12	15	18
$k_2$	6	8	10	12

Vậy số vân sáng quan sát được trên đoạn MN là:

$$N = 13 + 9 - 4 = 18(\text{vân sáng}).$$

**Đáp án B.**

**Câu 3:** Trong thí nghiệm giao thoa với hai khe I-âng, nguồn sáng phát ra đồng thời 2 bức xạ có các bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Hai điểm M và N trên trường giao thoa nằm ở hai phía của vân trung tâm. Điểm M trùng với vân sáng bậc 11 của bức xạ  $\lambda_1$ , điểm N nằm trùng với vân sáng bậc 13 của bức xạ  $\lambda_2$ . Hỏi số vân sáng quan sát được trong đoạn MN?

A. 47 vân sáng.      B. 44 vân sáng.      C. 40 vân sáng.      D. 42 vân sáng.

**Lời giải**

Tại điểm P nằm trên đoạn MN, có vân sáng của bức xạ  $\lambda_1$  có bậc  $k_1$  thỏa mãn:



$$-OM \leq k_1 i_1 \leq ON \Leftrightarrow -11 \leq k_1 i_1 \leq 13 i_2 \Leftrightarrow -11 \leq k_1 \leq 13 \frac{i_2}{i_1} = 13 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 13 \frac{0,6}{0,45} = 17,33$$

$$\Rightarrow k_1 = -11; -10; \dots; 0; 1; \dots; 17.$$

Số vân sáng do bức xạ  $\lambda_1$  phát ra là:  $N_1^S = 17 - (-11) + 1 = 29$  (vân sáng).

Tại điểm P nằm trên đoạn MN, có vân sáng của bức xạ  $\lambda_2$  có bậc  $k_2$  thỏa mãn:

$$-OM \leq k_2 i_2 \leq ON \Leftrightarrow -11 i_1 \leq k_2 i_2 \leq 13 i_2 \Leftrightarrow -11 \frac{i_1}{i_2} = -11 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -11 \frac{0,45}{0,6} = -8,25 \leq k_2 \leq 13$$

$$\Rightarrow k_2 = -8; -7; \dots; 0; 1; \dots; 13.$$

Số vân sáng do bức xạ  $\lambda_2$  phát ra là:  $N_2^S = 13 - (-8) + 1 = 22$  (vân sáng).

Điều kiện để các vân sáng của hai bức xạ trùng nhau là:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,6}{0,45} = \frac{4}{3}$$

Như vậy có 7 vị trí các vân trùng nhau trên đoạn MN thỏa mãn:

$k_1$	0	$\pm 4$	$\pm 8$	12	16
$k_2$	0	$\pm 3$	$\pm 6$	9	12

Vậy số vân sáng quan sát được trên đoạn MN là:

$$N = 29 + 22 - 7 = 44 \text{ (vân sáng).}$$

Đáp án B.

**Câu 4:** Thí nghiệm giao thoa ánh sáng I-âng. Chiếu vào hai khe đồng thời hai bức xạ đơn sắc nhìn thấy có bước sóng  $\lambda_1 = 0,42\mu\text{m}$  và  $\lambda_2$  thì trên màn quan sát giữa hai điểm M, N cùng màu với vân trung tâm người ta thấy có 16 khoảng vân của bức xạ  $\lambda_1$ . Giữa M và N còn 3 vị trí khác cho màu giống như màu của vân trung tâm. Bước sóng  $\lambda_2$  có giá trị là

- A.  $0,48\mu\text{m}$ .      B.  $0,56\mu\text{m}$ .      C.  $0,63\mu\text{m}$ .      D.  $0,49\mu\text{m}$ .

Lời giải

Gọi  $\Delta x_{\min}$  là khoảng cách nhỏ nhất giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm. Do giữa M và N còn có 3 vị trí khác cùng màu với màu của vân trung tâm nên:  $MN = 4\Delta x_{\min} = 16i_1$ .

Suy ra khoảng cách nhỏ nhất giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm thỏa mãn:

$$\Delta x_{\min} = 4i_1 = k_2 i_2 \Rightarrow k_2 = \frac{4i_1}{i_2} = \frac{4\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{4 \cdot 0,42}{\lambda_2} = \frac{1,68}{\lambda_2}$$

Vì bức xạ  $\lambda_2$  là ánh sáng nhìn thấy nên  $0,38\mu\text{m} \leq \lambda_2 \leq 0,76\mu\text{m}$ .

$$\Rightarrow \frac{1,68}{0,76} \leq k_2 = \frac{1,68}{\lambda_2} \leq \frac{1,68}{0,38} \Leftrightarrow 2,21 \leq k_2 \leq 4,42$$

$$\text{Do } \lambda_1 \leq \lambda_2 \text{ nên chọn } k_2 = 3 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1,68}{k_2} = \frac{1,68}{3} = 0,56\mu\text{m}.$$

Đáp án B.

**Câu 5:** Tiến hành giao thoa với hai khe I-âng có khoảng cách giữa hai khe là  $a = 2\text{mm}$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe tới màn quan sát là  $D = 2\text{m}$ . Ánh sáng giao thoa là chùm sáng tổng hợp có bước sóng biến thiên liên tục trong giới hạn  $\lambda_1 = 0,52\mu\text{m} \leq \lambda \leq \lambda_2 = 0,68\mu\text{m}$ . Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ vân sáng trung tâm tới vị trí mà tại đó có hai vân sáng trùng nhau?

- A.  $x_{\min} = 2,08\text{mm}$ .      B.  $x_{\min} = 1,04\text{mm}$ .  
C.  $x_{\min} = 2,72\text{mm}$ .      D.  $x_{\min} = 2,60\text{mm}$ .

Lời giải

Điều kiện để một vị trí có hai quang phổ bậc  $k$  và  $k + 1$  chồng chập lên nhau là:

$$x_1^{k+1} \leq x_2^k \Leftrightarrow (k+1) \frac{\lambda_1 D}{a} \leq k \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow (k+1) \lambda_1 - k \lambda_2 \leq 0.$$

$$\Leftrightarrow (k+1) \cdot 0,52 - k \cdot 0,68 \leq 0 \Rightarrow k \geq 3,25.$$

Vậy hiện tượng chồng chập bắt đầu xảy ra giữa quang phổ bậc 4 và quang phổ bậc 5. Vị trí có hai vân chồng chập lên nhau và gần vân trung tâm nhất chính là vị trí vân sáng bậc 5 của bức xạ  $\lambda_1$ . Ta có:

$$x_{\min} = 5 \frac{\lambda_1 D}{a} = 5 \cdot \frac{0,52 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 2,60(\text{mm}).$$

Đáp án D.

**Câu 6:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu sáng đồng thời bởi hai bức xạ đơn sắc có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ . Trên màn quan sát, có vân sáng bậc 12 của  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc 10 của  $\lambda_2$ . Tỷ số  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  bằng

A.  $\frac{6}{5}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{5}{6}$       D.  $\frac{3}{2}$

Lời giải

Vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ :  $x_{S_1} = x_{S_2} \Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ .

Đáp án C.

**Câu 7:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát đồng thời hai bức xạ đơn sắc, trong đó bức xạ màu đỏ có bước sóng  $\lambda_d = 720 \text{ nm}$  và bức xạ màu lục có bước sóng  $\lambda_l$  (có giá trị trong khoảng từ  $500 \text{ nm}$  đến  $575 \text{ nm}$ ). Trên màn quan sát, giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm có 8 vân sáng màu lục. Tính bước sóng  $\lambda_l$  của ánh sáng màu lục.

A.  $720 \text{ nm}$ .      B.  $560 \text{ nm}$ .      C.  $480 \text{ nm}$ .      D.  $360 \text{ nm}$ .

Lời giải

Vị trí các vân trùng có:  $k_d \lambda_d = k_l \lambda_l \Rightarrow k_d = \frac{k_l \lambda_l}{\lambda_d}$ .

Vì giữa hai vân trùng gần nhau nhất có 8 vân màu lục nên vân trùng đầu tiên tính từ vân vân trung tâm là vân sáng bậc 9 của ánh sáng màu lục.

Ta có:  $\frac{9 \cdot 500}{720} = 6,25 \leq k_d \leq \frac{9 \cdot 575}{720} = 7,12$ .

Vì  $k_d \in \mathbb{Z} \Rightarrow k_d = 7$ . Từ đó suy ra bước sóng của ánh sáng màu lục là  $\lambda_l = \frac{k_d \lambda_d}{k_l} = 560 \text{ nm}$ .

Đáp án B.

**Câu 8:** Trong thí nghiệm Y-âng, hai khe được chiếu đồng thời bức xạ đơn sắc, trong đó một bức xạ  $\lambda_1 = 450 \text{ nm}$ , còn bức xạ  $\lambda_2$  có bước sóng có giá trị từ  $600 \text{ nm}$  đến  $750 \text{ nm}$ . Trên màn quan sát, giữa hai vân sáng gần nhất cùng màu với vân trung tâm có 6 vân sáng màu của  $\lambda_1$ . Giá trị của  $\lambda_2$  bằng

A.  $630 \text{ nm}$ .      B.  $450 \text{ nm}$ .      C.  $720 \text{ nm}$ .      D.  $600 \text{ nm}$ .

Lời giải

Xét khoảng cách giữa vân sáng đầu tiên cùng màu với vân trung tâm và vân trung tâm.

Khoảng này có 6 vân sáng với bức xạ  $\lambda_1$ . Như vậy tại vị trí vân sáng đầu tiên cùng màu với vân trung tâm có chứa vân sáng bậc 7 của bức xạ  $\lambda_1$ . Vị trí này là vân sáng bậc  $k_2$  của bức xạ  $\lambda_2$ .

Ta có  $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{7}{k_2} \lambda_1 = \frac{3,15}{k_2} (\mu\text{m})$ .

Vì  $0,6 \leq \lambda_2 \leq 0,75$  nên  $4,2 \leq k_2 \leq 5,25$ .

Suy ra  $k_2 = 5$ . Vậy bước sóng  $\lambda_2 = 630 \text{ nm}$ .

Đáp án A.

Câu 9: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 2m. Nguồn sáng dùng trong thí nghiệm gồm hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Trên màn quan sát, gọi M và N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 5,5 mm và 22mm. Trên đoạn MN, số vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ trên là ?

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

Vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ trên là :

$$x_{S_1} = x_{S_2} \Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{600}{450} = \frac{4}{3}$$

Suy ra ta có thể viết  $\begin{cases} k_1 = 4x \\ k_2 = 3x \end{cases}$

Vị trí trùng nhau là  $x_{\equiv} = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = 4x \frac{0,45.2}{0,5} = 7,2x(mm)$ .

Vì  $x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$  nên  $5,5 \leq 7,2x \leq 22 \Leftrightarrow 0,76 \leq x \leq 3,1$ .

Có 3 giá trị của x thỏa mãn nên có 3 vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ trên đoạn MN.

**Đáp án C.**

Câu 10: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 2m. Nguồn sáng dùng trong thí nghiệm gồm hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Trên bề rộng trường giao thoa 13mm, số vân sáng quan sát được là bao nhiêu?

A. 50.

B. 21.

C. 29.

D. 43.

**Lời giải**

Ta sẽ đi tìm số vân sáng chỉ do  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  tạo ra, số vân sáng chỉ do  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$  tạo ra trên trường giao thoa. Sau đó ta trừ đi số vân sáng trùng nhau của hai bức xạ.

- Khoảng vân của bức xạ  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  là  $i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = 0,45\text{mm}$ .

Số vân sáng chỉ do  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  tạo ra là :  $N_1 = 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i_1} \right] + 1 = 2 \cdot \left[ \frac{13}{2,0,45} \right] + 1 = 29$

- Khoảng vân của bức xạ  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$  là  $i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a} = 0,6\text{mm}$ .

Số vân sáng chỉ do  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$  tạo ra là :  $N_2 = 2 \cdot \left[ \frac{L}{2i_2} \right] + 1 = 2 \cdot \left[ \frac{13}{2,0,6} \right] + 1 = 21$

- Tìm số vân trùng :

Vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ trên là :

$$x_{S_1} = x_{S_2} \Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{0,6}{0,45} = \frac{4}{3}$$

Suy ra ta có thể viết  $\begin{cases} k_1 = 4x \\ k_2 = 3x \end{cases}$

Vị trí trùng nhau là  $x_{\equiv} = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = 4x \frac{0,45.2}{2} = 1,8x(mm)$ .

Vì  $-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$  nên  $-6,5 \leq 1,8x \leq 6,5 \Leftrightarrow -3,6 \leq x \leq 3,6$ .

Có 7 giá trị của x thỏa mãn nên có 7 vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ.

Vậy số vân sáng quan sát được trên trường giao thoa là  $29 + 21 - 7 = 43$  vân. **Đáp án D.**

**Loại 2:** Vân tối trùng nhau của hai ánh sáng đơn sắc, số vân quan sát được

Vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ :

$$x_{T_1} = x_{T_1} \Leftrightarrow \left(k_1 + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_1 D}{a} = \left(k_2 + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{2k_1 + 1}{2k_2 + 1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{p}{q}$$

Trong đó  $\frac{p}{q}$  là một phân số tối giản. Suy ra ta có thể viết  $\begin{cases} 2k_1 + 1 = p(2n + 1) \\ 2k_1 + 1 = q(2n + 1) \end{cases}$

Vị trí trùng là  $x_{\equiv} = p(2n + 1) \frac{\lambda_1 D}{2a} = q(2n + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a}$ .

Muốn tìm số vạch trùng nhau, ta chỉ việc cho  $x_{\equiv}$  nằm trong khoảng mà ta khảo sát, sẽ tìm được số giá trị của n.

**Câu 11:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5mm, khoảng cách từ hai khe đến màn là 2m. Nguồn sáng dùng trong thí nghiệm gồm hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ . Trên màn quan sát, gọi M và N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 5,5 mm và 22 mm. Trên đoạn MN, số vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ trên là ?

- A. 5.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

Lời giải

Vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ :

$$x_{T_1} = x_{T_1} \Leftrightarrow \left(k_1 + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_1 D}{a} = \left(k_2 + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{2k_1 + 1}{2k_2 + 1} = \frac{0,6}{0,45} = \frac{4}{3}$$

Suy ra ta có thể viết  $\begin{cases} 2k_1 + 1 = 4(2n + 1) \\ 2k_1 + 1 = 3(2n + 1) \end{cases}$

Vị trí trùng là  $x_{\equiv} = 4(2n + 1) \frac{\lambda_1 D}{2a} = 3,6(2n + 1)$ .

Vì  $x_M \leq x_{\equiv} \leq x_N$  nên  $5,5 \leq 3,6(2n + 1) \leq 22 \Leftrightarrow 0,26 \leq x \leq 2,5$ .

Có 2 giá trị của n thỏa mãn nên có 2 vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ trên đoạn MN.

Đáp án B.

**Câu 12:** Trong thí nghiệm giao thoa I ăng thực hiện đồng thời hai bức xạ đơn sắc với khoảng vân trên màn thu được lần lượt là:  $i_1 = 0,5\text{mm}$ ;  $i_2 = 0,3\text{mm}$ . Biết bề rộng trường giao thoa là 5mm, số vị trí trên trường giao thoa có 2 vân tối của hai hệ trùng nhau là bao nhiêu?

- A. 5.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

Lời giải

Vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ :

$$x_{T_1} = x_{T_1} \Leftrightarrow \left(k_1 + \frac{1}{2}\right) i_1 = \left(k_2 + \frac{1}{2}\right) i_2 \Rightarrow \frac{2k_1 + 1}{2k_2 + 1} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5}$$

Suy ra ta có thể viết  $\begin{cases} 2k_1 + 1 = 3(2n + 1) \\ 2k_1 + 1 = 5(2n + 1) \end{cases}$

Vị trí trùng là  $x_{\equiv} = 3(2n + 1) \frac{i_1}{2} = 3(2n + 1) \cdot \frac{0,5}{2}$ .

Vì  $-\frac{L}{2} \leq x_{\equiv} \leq \frac{L}{2}$  nên  $-\frac{5}{2} \leq \frac{3(2n + 1) \cdot 0,5}{2} \leq \frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow -5 \leq 3n + 1,5 \leq 5 \Leftrightarrow -2,16 \leq n \leq 1,167 \Rightarrow n = 0; \pm 1; -2$ .

Có 4 giá trị của n thỏa mãn nên có 4 vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ trên trường giao thoa.

Đáp án D.

Ví dụ 4: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1S_2$  bằng 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2m$ . Bề rộng trường giao thoa  $L = 1,3cm$ . Chiếu vào hai khe đồng thời hai bức xạ với bước sóng  $\lambda_1 = 0,45\mu m$  và  $\lambda_2 = 0,60\mu m$ . Tìm số vân sáng trùng nhau của hai bức xạ đó trên trường giao thoa

A. 10 vân.

B. 11 vân.

C. 12 vân.

D. 13 vân.

Hướng dẫn giải

Bước 1: Điều kiện các vân sáng bậc  $k_1$  của bức xạ  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc  $k_2$  của bức xạ  $\lambda_2$  là :

$$k_1 i_1 = k_2 i_2$$

$$\Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{0,6}{0,45} = \frac{4}{3}$$

Bước 2: Tìm giá trị lớn nhất có thể có của  $k_1$  hoặc  $k_2$  từ hệ thức:

$$k_{max1} \leq \frac{L}{2} \Leftrightarrow k_{max} \leq \frac{L}{2i}$$

$$\text{Ta có: } i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,45 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,45mm.$$

$$\Rightarrow (k_1)_{max} \leq \frac{\frac{L}{2}}{i_1} = \frac{18}{2 \cdot 0,45} = 20 \Rightarrow (k_1)_{max} = 20$$

Vậy có 11 vị trí vân sáng trùng nhau trên trường giao thoa ứng với các giá trị tương ứng của  $k_1$

$$k_1 = 0 \Rightarrow k_2 = 0$$

$$k_1 = \pm 4 \Rightarrow k_2 = \pm 3; \quad k_1 = \pm 8 \Rightarrow k_2 = \pm 6$$

$$k_1 = \pm 12 \Rightarrow k_2 = \pm 9; \quad k_1 = \pm 16 \Rightarrow k_2 = \pm 12; \quad k_1 = \pm 20 \Rightarrow k_2 = \pm 15$$

Ví dụ 5: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1S_2$  bằng 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2,5m$ . Chiếu vào hai khe đồng thời hai bức xạ với bước sóng  $\lambda_1 = 0,45\mu m$  và  $\lambda_2 = 0,75\mu m$ . Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hai vân sáng trùng nhau?

A. 2,8425mm.

B. 2,8125mm.

C. 2,2425mm.

D. 3,8125mm.

Hướng dẫn giải

Điều kiện các vân sáng bậc  $k_1$  của bức xạ  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc  $k_2$  của bức xạ  $\lambda_2$  là :  $k_1 i_1 = k_2 i_2$

$$\Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{0,75}{0,45} = \frac{5}{3}$$

Vậy khoảng cách nhỏ nhất giữa hai vân sáng trùng nhau là:

$$\Delta x_{max} = 5i_1 = 3i_2; \quad i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,45 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^3}{2} = 0,5625mm.$$

$$\Rightarrow \Delta x_{max} = 5i_1 = 5 \cdot 0,5625 = 2,8125mm.$$

Ví dụ 6: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1S_2$  bằng 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2m$ . Chiếu vào hai khe đồng thời hai bức xạ với bước sóng  $\lambda_1 = 0,60\mu m$  và  $\lambda_2$  chưa biết. Trong khoảng rộng  $L = 18mm$  đối xứng qua vân trung tâm, đếm được 61 vân sáng, trong đó có 7 vân là kết quả trùng nhau của hệ vân. Tính  $\lambda_2$  biết 2 trong 7 vân trùng nhau nằm ở mép ngoài cùng của trường giao thoa.

A.  $\lambda_2 = 0,50\mu m$ .

B.  $\lambda_2 = 0,55\mu m$ .

C.  $\lambda_2 = 0,75\mu m$ .

D. Không tồn tại  $\lambda_2$ .

Hướng dẫn giải

$$\text{Khoảng vân đối với bước sóng } \lambda_1 : i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,6mm$$

Số vân sáng của bức xạ có bước sóng  $\lambda_1$  quan sát được trên màn là:

$$N_S = \left[ \frac{L}{2i_1} \right] \cdot 2 + 1 = \left[ \frac{18}{2 \cdot 0,6} \right] \cdot 2 + 1 = 31$$

Trong 61 vân sáng đếm được trên màn thì có 7 vân trùng nhau chỉ được đếm một lần. Vậy số vân sáng thực tế do hai bức xạ phát ra là:

$$N_s^1 + N_s^2 = 61 + 7 = 68$$

Số vân sáng bậc xạ  $\lambda_2$  phát ra là

$$N_s^2 = 68 - N_s^1 = 68 - 31 = 37$$

Do có hai vân trùng nhau ở mép ngoài cùng của khoảng L chỉ a hết cho cả  $i_1$  và  $i_2$ , do đó

$$N_s^2 = \left[ \frac{L}{2i_2} \right] \cdot 2 + 1 = \frac{L}{2 \cdot i_2} \cdot 2 + 1 = 37$$

$$\Rightarrow \frac{18}{i_2} = 36 \Rightarrow i_2 = \frac{18}{36} = 0,5 \text{ mm} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{i_2 a}{D} = \frac{0,5 \cdot 2}{2 \cdot 10^3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 0,5 \mu\text{m}$$

Kiểm tra kết quả

Điều kiện trùng nhau của hai vân sáng trên trường giao thoa  $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{5}{6}$

$$\text{Mặt khác } (k_1)_{\max} i_1 \leq \frac{L}{2} \Rightarrow (k_1)_{\max} \leq \frac{L}{2i_1} = \frac{18}{2 \cdot 0,6} = 15$$

Bậc vân sáng trùng nhau thỏa mãn:

$$k_1 = 0 \Rightarrow k_2 = 0; \quad k_1 = \pm 5 \Rightarrow k_2 = \pm 6$$

$$k_1 = \pm 10 \Rightarrow k_2 = \pm 12; \quad k_1 = \pm 15 \Rightarrow k_2 = \pm 18$$

**Ví dụ 7:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng, khoảng cách giữa hai khe  $S_1 S_2$  bằng 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là  $D = 2\text{m}$ . Chiều vào hai khe đồng thời hai bức xạ với bước sóng  $\lambda_1 = 0,50 \mu\text{m}$  và  $\lambda_2$  chưa biết. Trong khoảng rộng  $L = 8\text{mm}$  đối xứng qua vân trung tâm, đếm được 31 vân sáng, trong đó có 7 vân là kết quả trùng nhau của hệ vân. Tính  $\lambda_2$  biết 2 trong 7 vân trùng nhau nằm ở mép ngoài cùng của trường giao thoa.

A.  $\lambda_2 = 0,45 \mu\text{m}$ .

B.  $\lambda_2 = 0,55 \mu\text{m}$ .

C.  $\lambda_2 = 0,75 \mu\text{m}$ .

D.  $\lambda_2 = 0,50 \mu\text{m}$ .

**Hướng dẫn giải**

Khoảng vân đối với bước sóng  $\lambda_1 : i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,5 \text{ mm}$

Số vân sáng của bức xạ có bước sóng  $\lambda_1$  quan sát được trên màn là:

$$N_S = \left[ \frac{L}{2i_1} \right] \cdot 2 + 1 = \left[ \frac{8}{2 \cdot 0,5} \right] \cdot 2 + 1 = 17$$

Trong 31 vân sáng đếm được trên màn thì có 7 vân trùng nhau chỉ được đếm một lần. Vậy số vân sáng thực tế do hai bức xạ phát ra là:

$$N_s^1 + N_s^2 = 31 + 7 = 38$$

Số vân sáng bậc xạ  $\lambda_2$  phát ra là

$$N_s^2 = 38 - N_s^1 = 38 - 17 = 21$$

Do có hai vân trùng nhau ở mép ngoài cùng của khoảng L chỉ a hết cho cả  $i_1$  và  $i_2$ , do đó

$$N_s^2 = \left[ \frac{L}{2i_2} \right] \cdot 2 + 1 = \frac{8}{2 \cdot i_2} \cdot 2 + 1 = 21$$

$$\Rightarrow \frac{8}{i_2} = 20 \Rightarrow i_2 = \frac{8}{20} = 0,4 \text{ mm} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{i_2 a}{D} = \frac{0,4 \cdot 2}{2 \cdot 10^3} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 0,4 \mu\text{m}$$

Kiểm tra kết quả

Điều kiện trùng nhau của hai vân sáng trên trường giao thoa  $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4}{5}$

$$\text{Mặt khác } (k_1)_{\max} i_1 \leq \frac{L}{2} \Rightarrow (k_1)_{\max} \leq \frac{L}{2i_1} = \frac{8}{2 \cdot 0,5} = 8$$

Bậc vân sáng trùng nhau thỏa mãn:

$$k_1 = 0 \Rightarrow k_2 = 0;$$

$$k_1 = \pm 4 \Rightarrow k_2 = \pm 8;$$

$$k_1 = \pm 8 \Rightarrow k_2 = \pm 10.$$

2.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng dùng khe Y-Âng, khoảng cách 2 khe  $a = 1\text{mm}$ , khoảng cách hai khe tới màn  $D = 2\text{m}$ . Chiếu bằng sáng trắng có bước sóng thỏa mãn  $0,39\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76\mu\text{m}$ . Khoảng cách gần nhất từ nơi có hai vạch màu đơn sắc khác nhau trùng nhau đến vân sáng trung tâm ở trên màn là

- A. 1,64 mm.      B. 2,40 mm.      C. 3,24 mm.      D. 2,34 mm.

Câu 2: Trong thí nghiệm Y-Âng về giao thoa ánh sáng, biết  $D = 2\text{m}$ ;  $a = 2\text{mm}$ . Hai khe được chiếu bằng ánh sáng trắng (có bước sóng từ  $0,4 \mu\text{m}$  đến  $0,75 \mu\text{m}$ ). Tại điểm trên màn quan sát cách vân trắng chính giữa  $3,3\text{mm}$  có bao nhiêu bức xạ cho vân sáng tại đó ?

- A. 3.      B. 4.      C. 5.      D. 6.

Câu 3: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng có bước sóng  $\lambda$  từ  $0,4 \mu\text{m}$  đến  $0,7 \mu\text{m}$ . Khoảng cách giữa hai nguồn kết hợp là  $a = 2\text{mm}$ , từ hai nguồn đến màn là  $D = 1,2\text{m}$  tại điểm M cách vân sáng trung tâm một khoảng  $x_M = 1,95 \text{ mm}$  có những bức xạ nào cho vân sáng

- A. 1 bức xạ.      B. 3 bức xạ.      C. 8 bức xạ.      D. 4 bức xạ.

Câu 4: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng dùng khe Y-Âng, khoảng cách 2 khe  $a = 1\text{mm}$ , khoảng cách hai khe tới màn  $D = 2\text{m}$ . Chiếu bằng sáng trắng có bước sóng thỏa mãn  $0,39\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76\mu\text{m}$ . Khoảng cách gần nhất từ nơi có hai vạch màu đơn sắc khác nhau trùng nhau đến vân sáng trung tâm ở trên màn là

- A. 3,24 mm.      B. 2,40 mm.      C. 1,64 mm.      D. 2,34 mm.

Câu 5: Trong thí nghiệm I-âng (Y-âng) về giao thoa ánh sáng, hai khe hẹp cách nhau một khoảng  $a = 0,5 \text{ mm}$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là  $D = 1,5 \text{ m}$ . Hai khe được chiếu bằng bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ . Trên màn thu được hình ảnh giao thoa. Tại điểm M trên màn cách vân sáng trung tâm (chính giữa) một khoảng  $5,4 \text{ mm}$  có vân sáng bậc (thứ)

- A. 3.      B. 6.      C. 2.      D. 4.

Câu 6: Trong một thí nghiệm I-âng (Y-âng) về giao thoa ánh sáng với ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 540 \text{ nm}$  thì thu được hệ vân giao thoa trên màn quan sát có khoảng vân  $i_1 = 0,36 \text{ mm}$ . Khi thay ánh sáng trên bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$  thì thu được hệ vân giao thoa trên màn quan sát có khoảng vân

- A.  $i_2 = 0,60 \text{ mm}$ .      B.  $i_2 = 0,40 \text{ mm}$ .  
C.  $i_2 = 0,50 \text{ mm}$ .      D.  $i_2 = 0,45 \text{ mm}$ .

Câu 7: Trong thí nghiệm I-âng (Y-âng) về giao thoa ánh sáng với ánh sáng đơn sắc. Biết khoảng cách giữa hai khe hẹp là  $1,2 \text{ mm}$  và khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe hẹp đến màn quan sát là  $0,9 \text{ m}$ . Quan sát được hệ vân giao thoa trên màn với khoảng cách giữa 9 vân sáng liên tiếp là  $3,6 \text{ mm}$ . Bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm là

- A.  $0,50 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .      B.  $0,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .  
C.  $0,45 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .      D.  $0,60 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

Câu 8: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe I-âng (Y-âng), khoảng cách giữa hai khe là  $2\text{mm}$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là  $1,2\text{m}$ . Chiếu sáng hai khe bằng ánh sáng hỗn hợp gồm hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $500 \text{ nm}$  và  $660 \text{ nm}$  thì thu được hệ vân giao thoa trên màn. Biết vân sáng chính giữa (trung tâm) ứng với hai bức xạ trên trùng nhau. Khoảng cách từ vân chính giữa đến vân gần nhất cùng màu với vân chính giữa là

- A. 4,9 mm.      B. 19,8 mm.      C. 9,9 mm.      D. 29,7 mm.

Câu 9: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa với ánh sáng đơn sắc, khoảng cách giữa hai khe là  $1 \text{ mm}$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là  $2 \text{ m}$  và khoảng vân là  $0,8 \text{ mm}$ . Cho  $c =$

$3.10^8$  m/s. Tần số ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm là

- A.  $5,5.10^{14} Hz$ .    B.  $4,5.10^{14} Hz$ .  
C.  $7,5.10^{14} Hz$ .    D.  $6,5.10^{14} Hz$ .

**Câu 10:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn là 2 m. Ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm có bước sóng 0,5  $\mu$  m. Vòng giao thoa trên màn rộng 26 mm (vân trung tâm ở chính giữa). Số vân sáng là

- A. 15.    B. 17.    C. 13.    D. 11.

**Câu 11:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng gồm các bức xạ có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 750 nm$ ,  $\lambda_2 = 675 nm$  và  $\lambda_3 = 600 nm$ . Tại điểm M trong vùng giao thoa trên màn mà hiệu khoảng cách đến hai khe bằng 1,5  $\mu m$  có vân sáng của bức xạ

- A.  $\lambda_2$  và  $\lambda_3$ .    B.  $\lambda_3$ .    C.  $\lambda_1$ .    D.  $\lambda_2$ .

**Câu 12:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa với nguồn sáng đơn sắc, hệ vân trên màn có khoảng vân i. Nếu khoảng cách giữa hai khe còn một nửa và khoảng cách từ hai khe đến màn gấp đôi so với ban đầu thì khoảng vân giao thoa trên màn

- A. giảm 4 lần.    B. không đổi.    C. tăng 2 lần.    D. tăng 4 lần.

**Câu 13:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa với ánh sáng đơn sắc, khoảng cách giữa hai khe là 1mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn là 2m. Trong hệ vân trên màn, vân sáng bậc 3 cách vân trung tâm 2,4 mm. Bước sóng của ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm là

- A. 0,5  $\mu m$ .    B. 0,7  $\mu m$ .    C. 0,4  $\mu m$ .    D. 0,6  $\mu m$ .

**Câu 14:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng trắng có bước sóng từ 0,38  $\mu m$  đến 0,76  $\mu m$ . Tại vị trí vân sáng bậc 4 của ánh sáng đơn sắc có bước sóng 0,76  $\mu m$  còn có bao nhiêu vân sáng nữa của các ánh sáng đơn sắc khác?

- A. 3.    B. 8.    C. 7.    D. 4.

**Câu 15:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5 mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 2m. Nguồn sáng dùng trong thí nghiệm gồm hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 450 nm$  và  $\lambda_2 = 600 nm$ . Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 5,5 mm và 22 mm. Trên đoạn MN, số vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ là

- A. 4.    B. 2.    C. 5.    D. 3.

**Câu 16:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng 0,6  $\mu m$ . Khoảng cách giữa hai khe là 1 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2,5 m, bề rộng miền giao thoa là 1,25 cm. Tổng số vân sáng và vân tối có trong miền giao thoa là

- A. 21 vân.    B. 15 vân.    C. 17 vân.    D. 19 vân.

**Câu 17:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát đồng thời hai bức xạ đơn sắc, trong đó bức xạ màu đỏ có bước sóng  $\lambda_d = 720 nm$  và bức xạ màu lục có bước sóng  $\lambda_l$  (có giá trị trong khoảng từ 500 nm đến 575 nm). Trên màn quan sát, giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm có 3 vân sáng màu lục. Giá trị của  $\lambda_l$  là

- A. 500 nm.    B. 520 nm.    C. 540 nm.    D. 560 nm.

**Câu 18:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng trắng có bước sóng từ 380 nm đến 760 nm. Khoảng cách giữa hai khe là 0,8 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2 m. Trên màn, tại vị trí cách vân trung tâm 3 mm có vân sáng của các bức xạ với bước sóng

- A. 0,48  $\mu m$  và 0,56  $\mu m$ .    B. 0,40  $\mu m$  và 0,60  $\mu m$ .



C.  $0,45 \mu\text{m}$  và  $0,60 \mu\text{m}$ .

D.  $0,40 \mu\text{m}$  và  $0,64 \mu\text{m}$ .

**Câu 19:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Nếu tại điểm M trên màn quan sát có vân tối thứ ba (tính từ vân sáng trung tâm) thì hiệu đường đi của ánh sáng từ hai khe  $S_1, S_2$  đến M có độ lớn bằng

A.  $2\lambda$ .

B.  $1,5\lambda$ .

C.  $3\lambda$ .

D.  $2,5\lambda$ .

**Câu 20:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, các khe hẹp được chiếu sáng bởi ánh sáng đơn sắc. Khoảng vân trên màn là  $1,2\text{mm}$ . Trong khoảng giữa hai điểm M và N trên màn ở cùng một phía so với vân sáng trung tâm, cách vân trung tâm lần lượt  $2 \text{ mm}$  và  $4,5 \text{ mm}$ , quan sát được

A. 2 vân sáng và 2 vân tối.

B. 3 vân sáng và 2 vân tối.

C. 2 vân sáng và 3 vân tối.

D. 2 vân sáng và 1 vân tối.

**Câu 21:** Trong thí nghiệm Y-Âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu sáng đồng thời bởi hai bức xạ đơn sắc có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ . Trên màn quan sát có vân sáng bậc 12 của  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc 10 của  $\lambda_2$ . Tỷ số  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  bằng

A.  $\frac{6}{5}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{5}{6}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 22:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khe hẹp S phát ra đồng thời ba bức xạ đơn sắc có bước sóng là  $\lambda_1 = 0,42\mu\text{m}$ ;  $\lambda_2 = 0,56\mu\text{m}$  và  $\lambda_3 = 0,63\mu\text{m}$ . Trên màn, trong khoảng giữa hai vân sáng liên tiếp có màu giống màu vân trung tâm, nếu vân sáng của hai bức xạ trùng nhau ta chỉ tính là một vân sáng thì số vân sáng quan sát được là

A. 27.

B. 23.

C. 26.

D. 21.

**Câu 23:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc, khoảng cách giữa hai khe là  $0,6 \text{ mm}$ . Khoảng vân trên màn quan sát đo được là  $1 \text{ mm}$ . Từ vị trí ban đầu, nếu tịnh tiến màn quan sát một đoạn  $25 \text{ cm}$  lại gần mặt phẳng chứa hai khe thì khoảng vân mới trên màn là  $0,8 \text{ mm}$ . Bước sóng của ánh sáng dùng thí nghiệm là

A.  $0,50 \mu\text{m}$ .

B.  $0,48 \mu\text{m}$ .

C.  $0,64 \mu\text{m}$ .

D.  $0,45 \mu\text{m}$ .

**Câu 24:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1$ . Trên màn quan sát, trên đoạn thẳng MN dài  $20 \text{ mm}$  (MN vuông góc với hệ vân giao thoa) có 10 vân tối, M và N là vị trí của hai vân sáng. Thay ánh sáng trên bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_2 = \frac{5\lambda_1}{3}$  thì tại M là vị trí của một vân giao thoa, số vân sáng trên đoạn MN lúc này là

A. 7.

B. 5.

C. 8.

D. 6.

**Câu 25:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát đồng thời hai ánh sáng đơn sắc  $\lambda_1, \lambda_2$  có bước sóng lần lượt là  $0,48 \mu\text{m}$  và  $0,60 \mu\text{m}$ . Trên màn quan sát, trong khoảng giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm có

A. 4 vân sáng  $\lambda_1$  và 3 vân sáng  $\lambda_2$ .

B. 5 vân sáng  $\lambda_1$  và 4 vân sáng  $\lambda_2$ .

C. 4 vân sáng  $\lambda_1$  và 5 vân sáng  $\lambda_2$ .

D. 3 vân sáng  $\lambda_1$  và 4 vân sáng  $\lambda_2$ .

**Câu 26:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa với ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ , khoảng cách giữa hai khe hẹp là  $a$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe hẹp đến màn quan sát là  $2\text{m}$ . Trên màn quan sát, tại điểm M cách vân sáng trung tâm  $6 \text{ mm}$ , có vân sáng bậc 5. Khi thay đổi khoảng cách giữa hai khe hẹp một đoạn bằng  $0,2 \text{ mm}$  sao cho vị trí vân sáng trung tâm không thay đổi thì tại M có vân sáng bậc 6. Giá trị của  $\lambda$  bằng

A.  $0,60 \mu\text{m}$ .

B.  $0,50 \mu\text{m}$ .

C.  $0,45 \mu\text{m}$ .

D.  $0,55 \mu\text{m}$ .

Câu 27: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa với ánh sáng đơn sắc, khoảng cách giữa hai khe là 1mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2m. Tại điểm M trên màn quan sát cách vân sáng trung tâm 3mm có vân sáng bậc 3. Bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm là

- A.  $0,5\mu\text{m}$ .                      B.  $0,45\mu\text{m}$ .                      C.  $0,6\mu\text{m}$ .                      D.  $0,75\mu\text{m}$ .

Câu 28: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $0,6\mu\text{m}$ . Khoảng cách giữa hai khe sáng là 1mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 1,5m. Trên màn quan sát, hai vân tối liên tiếp cách nhau một đoạn là

- A.  $0,45\text{ mm}$ .                      B.  $0,6\text{ mm}$ .                      C.  $0,9\text{ mm}$ .                      D.  $1,8\text{ mm}$ .

Câu 29: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc. Khoảng vân giao thoa trên màn quan sát là  $i$ . Khoảng cách giữa hai vân sáng bậc 3 nằm ở hai bên vân sáng trung tâm là

- A.  $5i$ .                                      B.  $3i$ .                                      C.  $4i$ .                                      D.  $6i$ .

Câu 30: Thực hiện thí nghiệm Y - âng về giao thoa với ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Khoảng cách giữa hai khe hẹp là 1mm. Trên màn quan sát, tại điểm M cách vân trung tâm  $4,2\text{mm}$  có vân sáng bậc 5. Giữ cố định các điều kiện khác, di chuyển dần màn quan sát dọc theo đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa hai khe ra xa cho đến khi vân giao thoa tại M chuyển thành vân tối lần thứ hai thì khoảng dịch màn là  $0,6\text{ m}$ . Bước sóng  $\lambda$  bằng

- A.  $0,6\mu\text{ m}$ .                      B.  $0,5\mu\text{m}$ .                      C.  $0,4\mu\text{ m}$ .                      D.  $0,7\mu\text{m}$ .

**3. Giao thoa với ba ánh sáng đơn sắc**

Câu 1: Trong thí nghiệm giao thoa với hai khe I-âng, nguồn sáng phát ra đồng thời ba bức xạ có các bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$ ;  $\lambda_2 = 0,54\mu\text{m}$  và  $\lambda_3 = 0,72\mu\text{m}$ . Hỏi giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân trung tâm:

1. Có bao nhiêu vân sáng mà mỗi bức xạ có thể phát ra?
2. Có bao nhiêu vân sáng đôi một trùng nhau?
3. Có bao nhiêu vân sáng độc lập của mỗi bức xạ?
4. Đếm được bao nhiêu vân sáng?
5. Quan sát được bao nhiêu màu sắc khác nhau?

A. a.                                      B. a.                                      C. a.                                      D. a.

Lời giải

Do khoảng vân tỉ lệ thuận với bước sóng nên ta có:

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = i_1 : i_2 : i_3 = 0,45 : 0,54 : 0,72 = 5 : 6 : 8$$

Đặt  $i_1 = 5i$ ;  $i_2 = 6i$ ;  $i_3 = 8i$ , vân sáng cùng màu với vân trung tâm phải là nơi chồng chập của cả ba vân sáng.

Gọi  $\Delta x_{\min}$  là khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân trung tâm thì  $\Delta x_{\min}$  phải là bội số chung nhỏ nhất (BSCNN) của  $i_1, i_2$  và  $i_3$  và  $\Delta x_{\min} = 120i = 24i_1 = 20i_2 = 15i_3$

Do không tính các vân ở hai đầu mút nên số vân sáng của mỗi loại luôn ít hơn các khoảng cách giữa chúng 1 đơn vị.

$$\text{Số vân sáng mà mỗi bức xạ } \lambda_1, \lambda_2 \text{ và } \lambda_3 \text{ phát ra trong khoảng } \Delta x_{\min} \text{ lần lượt là: } \begin{cases} N_1 = 24 - 1 = 23 \\ N_2 = 20 - 1 = 19 \\ N_3 = 15 - 1 = 14 \end{cases}$$

Ngoài ra, giữa  $\Delta x_{\min}$  còn có hiện tượng các vân sáng đôi một trùng nhau, khoảng cách nhỏ nhất giữa vị trí hai vân sáng đôi một trùng nhau phải bằng BSCNN của từng cặp hai khoảng vân, cụ thể:

$$\Delta x_{12} = [i_1; i_2] = 30i; \Delta x_{13} = [i_1; i_3] = 40i; \Delta x_{23} = [i_2; i_3] = 24i$$

$$\text{Số vân sáng đôi một trùng nhau tương ứng là: } \begin{cases} N_{12} = \frac{120}{30} - 1 = 3 \\ N_{13} = \frac{120}{40} - 1 = 2. \\ N_{23} = \frac{120}{24} - 1 = 4 \end{cases}$$

Kết luận:

Giữa hai vân sáng gần nhau nhất cùng màu vân trung tâm có:

1. Số vân sáng do mỗi bức xạ  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  phát ra:  $N_1 = 23; N_2 = 19; N_3 = 14$ .

2. Số vân sáng đôi một trùng nhau:  $N_S = N_{12} + N_{13} + N_{23} = 3 + 2 + 4 = 9$ .

$$3. \text{ Số vân sáng độc lập của mỗi bức xạ: } \begin{cases} N_1^S = 23 - 3 = 20 \\ N_2^S = 19 - 2 = 17 \\ N_3^S = 14 - 4 = 10 \end{cases}$$

4. Số vân sáng đếm được:

$$N = (N_1 + N_2 + N_3) - N_S = (23 + 19 + 14) - (3 + 2 + 4) = 47.$$

5. Số màu sắc quan sát được là 6 màu gồm: 1 - 2 - 3 - 12 - 13 - 23.

Chú ý: Với toán về giao thoa với ba bức xạ, số màu quan sát được giữa một  $\Delta x_{\min}$ , ta cần chú ý một số vấn đề sau:

- Khi tính toán mà thấy BSCNN của ba khoảng vân không trùng với BSCNN của hai trong ba khoảng vân bất kì như ví dụ trên thì luôn có mặt đầy đủ các vân sáng riêng rẽ của ba bức xạ và màu sắc của ba cặp vân sáng đôi một trùng nhau. Do đó giữa một  $\Delta x_{\min}$  luôn có 6 màu khác nhau, còn trên đoạn  $\Delta x_{\min}$  (do kể cả hai đầu mút có màu 1 - 2 - 3 trùng nhau) luôn có 7 màu.

- Khi trong ba bức xạ không chứa cặp bước sóng  $\lambda_1 = 0,38\mu\text{m}; \lambda_3 = 0,76\mu\text{m}$  nhưng có hiện tượng BSCNN của cả ba khoảng vân thì vị trí đôi một trùng nhau của hai vân sáng đang xét không xuất hiện giữa khoảng  $\Delta x_{\min}$  nữa nên số màu sắc bị giảm đi 1 đơn vị. Do đó trong khoảng  $\Delta x_{\min}$  có 5 màu còn trên đoạn  $\Delta x_{\min}$  có 6 màu.

- Khi trong ba bức xạ chứa cặp bước sóng  $\lambda_1 = 0,38\mu\text{m}; \lambda_3 = 0,76\mu\text{m}$  thì tỉ số

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = i_1 : i_2 : i_3 = a : b : c = a : b : 2a \text{ (do } c = 2a)$$

Trường hợp 1: Nếu là số lẻ thì giữa  $\Delta x_{\min}$  luôn chỉ có 4 màu gồm 1 - 2 - 12 - 13.

Trường hợp 2: Nếu là số chẵn thì giữa  $\Delta x_{\min}$  luôn chỉ có 3 màu gồm 1 - 2 - 13.

**Đáp án B.**

**Câu 2:** Trong thí nghiệm giao thoa với hai khe I-âng, nguồn sáng phát ra đồng thời 3 bức xạ có các bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,38\mu\text{m}; \lambda_2 = 0,608\mu\text{m}$  và  $\lambda_3 = 0,76\mu\text{m}$ . Hỏi giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân trung tâm đến được bao nhiêu vân sáng và quan sát được bao nhiêu màu sắc khác nhau?

A. 13 vân sáng; 4 màu khác nhau.

B. 11 vân sáng; 4 màu khác nhau.

C. 13 vân sáng; 3 màu khác nhau.

D. 11 vân sáng; 3 màu khác nhau.

**Lời giải**

Do khoảng vân tỉ lệ thuận với bước sóng nên ta có:

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = i_1 : i_2 : i_3 = 0,38 : 0,608 : 0,76 = 5 : 8 : 10$$

$$\text{Đặt } i_1 = 5i; i_2 = 8i; i_3 = 2i_1 = 10i, \text{ ta có: } \Delta x_{\min} = 40i = 8i_1 = 5i_2 = 4i_3$$

$$\text{Số vân sáng } \lambda_1, \lambda_2 \text{ và } \lambda_3 \text{ phát ra trong khoảng } \Delta x_{\min} \text{ lần lượt là: } \begin{cases} N_1 = 8 - 1 = 7 \\ N_2 = 5 - 1 = 4 \\ N_3 = 4 - 1 = 3 \end{cases}$$

Ngoài ra, giữa  $\Delta x_{\min}$  còn có hiện tượng các vân sáng đôi một trùng nhau, khoảng cách nhỏ nhất giữa vị trí hai vân sáng đôi một trùng nhau phải bằng BSCNN của từng cặp hai khoảng vân, cụ thể:

$$\Delta x_{12} = [i_1; i_2] = 40i; \Delta x_{13} = [i_1; i_3] = 10i; \Delta x_{23} = [i_2; i_3] = 40i$$

$$\text{Số vân sáng đôi một trùng nhau tương ứng là: } \begin{cases} N_{12} = \frac{40}{40} - 1 = 0 \\ N_{13} = \frac{40}{10} - 1 = 3 \\ N_{23} = \frac{40}{40} - 1 = 0 \end{cases}$$

Số vân sáng quan sát được trong khoảng  $\Delta x_{\min}$  là:  $7 + 4 + 3 - (0 + 3 + 0) = 11$

Số màu sắc quan sát được là 3 màu gồm 1 - 2 - 13, không có các màu của 3 - 12 - 23.

Đáp án D.

**Câu 3:** Trong thí nghiệm giao thoa với hai khe I-âng, nguồn sáng phát ra đồng thời 3 bức xạ có các bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,38\mu\text{m}$ ;  $\lambda_2 = \frac{19}{30}\mu\text{m}$  và  $\lambda_3 = 0,76\mu\text{m}$ . Hỏi giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân trung tâm đếm được bao nhiêu vân sáng và quan sát được bao nhiêu màu sắc khác nhau?

- A. 13 vân sáng; 4 màu khác nhau.      B. 15 vân sáng; 4 màu khác nhau.  
C. 13 vân sáng; 3 màu khác nhau.      D. 15 vân sáng; 5 màu khác nhau.

Lời giải

Do khoảng vân tỉ lệ thuận với bước sóng nên ta có:

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = i_1 : i_2 : i_3 = 0,38 : \frac{19}{30} : 0,76 = 3 : 5 : 6$$

Đặt  $i_1 = 3i$ ;  $i_2 = 5i$ ;  $i_3 = 2i$ , ta có:  $\Delta x_{\min} = 30i = 10i_1 = 6i_2 = 5i_3$

$$\text{Số vân sáng } \lambda_1, \lambda_2 \text{ và } \lambda_3 \text{ phát ra trong khoảng } \Delta x_{\min} \text{ lần lượt là: } \begin{cases} N_1 = 10 - 1 = 9 \\ N_2 = 6 - 1 = 5 \\ N_3 = 5 - 1 = 4 \end{cases}$$

Ngoài ra, giữa  $\Delta x_{\min}$  còn có hiện tượng các vân sáng đôi một trùng nhau, khoảng cách nhỏ nhất giữa vị trí hai vân sáng đôi một trùng nhau phải bằng BSCNN của từng cặp hai khoảng vân, cụ thể:

$$\Delta x_{12} = [i_1; i_2] = 15i; \Delta x_{13} = [i_1; i_3] = 6i; \Delta x_{23} = [i_2; i_3] = 30i$$

$$\text{Số vân sáng đôi một trùng nhau tương ứng là: } \begin{cases} N_{12} = \frac{30}{15} - 1 = 1 \\ N_{13} = \frac{30}{6} - 1 = 4 \\ N_{23} = \frac{30}{30} - 1 = 0 \end{cases}$$

Số vân sáng quan sát được trong khoảng  $\Delta x_{\min}$  là:  $9 + 5 + 4 - (1 + 4 + 0) = 13$

Số màu sắc quan sát được là 4 màu gồm 1 - 2 - 12 - 13, không có các màu của 3 - 23.

Đáp án A.

## CHƯƠNG 6

# LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG

### A. LÍ THUYẾT

#### I. Hiện tượng quang điện (ngoài)

##### 1. Thí nghiệm của Héc về hiện tượng quang điện

- Năm 1887, Héc đã chiếu một chùm sáng do hồ quang phát ra vào tấm kẽm tích điện âm gắn vào cần của một tinh điện kế, thì thấy góc lệch của kim tinh điện kế giảm đi. Thay kẽm bằng kim loại khác, hiện tượng xảy ra tương tự.

- Kết quả: Ánh sáng hồ quang đã làm bật electron ra khỏi bề mặt tấm kẽm tích điện âm.

##### 2. Hiện tượng quang điện

- Hiện tượng ánh sáng làm bật các electron ra khỏi mặt kim loại gọi là hiện tượng quang điện ngoài (gọi tắt là hiện tượng quang điện).

- Các electron bật ra được gọi là các electron quang điện, hay quang electron.

##### 3. Các định luật quang điện

- Định luật quang điện thứ nhất (định luật về giới hạn quang điện):

*Đối với mỗi kim loại ánh sáng kích thích phải có bước sóng  $\lambda$  nhỏ hơn hoặc bằng giới hạn quang điện  $\lambda_0$  của kim loại đó, mới gây ra được hiện tượng quang điện:  $\lambda \leq \lambda_0$*

- Định luật quang điện thứ hai (định luật về cường độ dòng quang điện bão hòa): Đối với mỗi ánh sáng thích hợp (có  $\lambda \leq \lambda_0$ ), cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với cường độ chùm ánh sáng kích thích.

- Định luật quang điện thứ ba (định luật về động năng cực đại của quang electron): Động năng ban đầu cực đại của quang electron không phụ thuộc vào cường độ của chùm sáng kích thích, mà chỉ phụ thuộc vào bước sóng ánh sáng kích thích và bản chất kim loại.

#### II. Thuyết lượng tử ánh sáng (thuyết photon)

Thuyết sóng điện từ về ánh sáng không giải thích được định luật về giới hạn quang điện nên cần phải có thuyết mới phù hợp.

##### 1. Giả thuyết Plăng

- Năm 1900, Plăng đã đề xướng giả thuyết về lượng tử năng lượng

- Lượng năng lượng mà mỗi lần một nguyên tử hay phân tử hấp thụ hay phát xạ có giá trị hoàn toàn xác định, gọi là lượng tử năng lượng. Lượng tử năng lượng, kí hiệu là  $\epsilon$ , có giá trị bằng:  $\epsilon = hf$

Trong đó

+  $f$ : tần số của ánh sáng bị hấp thụ hay được phát ra.

+  $h$ : là một hằng số, gọi là hằng số Plăng.  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  J.s

##### 2. Thuyết lượng tử ánh sáng. Photon

- Chùm ánh sáng là chùm các photon (các lượng tử ánh sáng). Mỗi photon có năng lượng xác định (năng lượng của 1 photon  $\epsilon = hf$  (J),  $f$  là tần số của sóng ánh sáng đơn sắc tương ứng). Cường độ chùm sáng tỉ lệ với số photon phát ra trong 1 giây.

- Phân tử, nguyên tử, electron... phát xạ hay hấp thụ ánh sáng, nghĩa là chúng phát xạ hay hấp thụ photon.

- Các photon bay dọc theo tia sáng với tốc độ  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s trong chân không.

+ Năng lượng của mỗi photon rất nhỏ. Một chùm sáng dù yếu cũng chứa rất nhiều photon do rất nhiều nguyên tử, phân tử phát ra. Vì vậy ta nhìn thấy chùm sáng liên tục.

+ Photon chỉ tồn tại trong trạng thái chuyển động. Không có photon đứng yên.

### III. Giải thích các định luật quang điện

#### 1. Công thức Anh-xtan về hiện tượng quang điện

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_0^2_{\max}$$

Trong đó:

+  $\lambda$ : bước sóng ánh sáng kích thích. (m)

+  $A$ : công thoát của kim loại. (J)

+  $v_0_{\max}$ : Vận tốc ban đầu cực đại của quang electron. (m/s)

#### 2. Giải thích định luật quang điện thứ nhất

Anh-xtan cho rằng, hiện tượng quang điện xảy ra là do electron trong kim loại hấp thụ photon của ánh sáng kích thích. Mỗi photon bị hấp thụ sẽ truyền toàn bộ năng lượng  $\epsilon$  của nó cho một electron. Muốn electron bật ra khỏi bề mặt kim loại thì năng lượng  $\epsilon$  phải lớn hơn hoặc bằng công thoát của kim loại, tức là

$$\epsilon \geq A \Leftrightarrow h\frac{c}{\lambda} \geq A \Leftrightarrow \lambda \leq \frac{hc}{A} = \lambda_0$$

Với  $\lambda_0 = \frac{hc}{A}$  là giới hạn quang điện.

#### 3. Giải thích định luật quang điện thứ hai

Cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với số quang electron bật ra khỏi catot trong một đơn vị thời gian.

Với các chùm sáng có khả năng gây ra hiện tượng quang điện thì: Số quang electron bị bật ra khỏi mặt catot trong một đơn vị thời gian lại tỉ lệ thuận với số photon đến đập vào mặt catot trong thời gian đó. Số photon này tỉ lệ với cường độ của chùm sáng tới. Vậy cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với cường độ của chùm sáng kích thích.

#### 4. Giải thích định luật quang điện thứ ba

Từ công thức Anh-xtan về hiện tượng quang điện, suy ra động năng ban đầu cực đại của quang electron

$$\text{là: } \frac{1}{2}mv_0^2_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}$$

Suy ra động năng ban đầu cực đại của quang electron chỉ phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng kích thích và bản chất của kim loại.

#### 5. Lương tính sóng - hạt của ánh sáng

- Ánh sáng vừa có tính chất sóng, vừa có tính chất hạt. Ta nói ánh sáng có lưỡng tính sóng - hạt.
- Trong mỗi hiện tượng, ánh sáng thường thể hiện rõ một trong hai tính chất trên. Khi tính chất sóng thể hiện rõ thì tính chất hạt lại mờ nhạt, và ngược lại.
- Hiện tượng giao thoa ánh sáng là bằng chứng thực nghiệm quan trọng khẳng định ánh sáng có tính chất sóng.
- Hiện tượng quang điện là bằng chứng quan trọng chứng tỏ ánh sáng có tính chất hạt.
- Sóng điện từ có bước sóng càng ngắn, photon có năng lượng càng lớn thì tính chất hạt thể hiện càng rõ, như ở hiện tượng quang điện, ở khả năng đâm xuyên, khả năng phát quang... còn tính chất sóng càng mờ nhạt. Trái lại, sóng điện từ có bước sóng càng dài, photon ứng với nó có năng lượng càng nhỏ, thì tính chất sóng lại thể hiện rõ hơn như ở hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ, tán sắc, ..., còn tính chất hạt thì mờ nhạt.

### IV. Hiện tượng quang điện trong

#### 1. Chất quang dẫn

Chất quang dẫn là những chất bán dẫn, dẫn điện kém khi không bị chiếu sáng và dẫn điện tốt khi bị chiếu ánh sáng thích hợp.

## 2. Hiện tượng quang điện trong

Hiện tượng ánh sáng giải phóng các electron liên kết để chúng trở thành các electron dẫn đồng thời tạo ra các lỗ trống cùng tham gia vào quá trình dẫn điện, gọi là hiện tượng quang điện trong.

### 3. Quang điện trở

Được chế tạo dựa trên hiệu ứng quang điện trong. Đó là một tấm bán dẫn có giá trị điện trở thay đổi khi cường độ chùm ánh sáng chiếu vào nó thích hợp.

### 4. Pin quang điện

Pin quang điện là nguồn điện trong đó quang năng được biến đổi trực tiếp thành điện năng. Hoạt động của pin dựa trên hiện tượng quang điện trong của một số chất bán dẫn ( đồng oxit, selen, silic,...). Suất điện động của pin thường có giá trị từ 0,5 V đến 0,8 V.

Pin quang điện (pin mặt trời) đã trở thành nguồn cung cấp điện cho các vùng sâu vùng xa, trên các vệ tinh nhân tạo, con tàu vũ trụ, trong các máy đo ánh sáng, máy tính bỏ túi...

## V. So sánh hiện tượng quang điện ngoài và quang điện trong

- Hiện tượng quang điện ngoài có sự bứt các electron ra khỏi khối chất, còn hiện tượng quang điện trong chỉ bứt các electron liên kết thành electron dẫn ngay trong khối chất đó.
- Năng lượng cần thiết để bứt electron ra khỏi liên kết trong bán dẫn khá nhỏ so với công thoát của electron khỏi kim loại, nên giới hạn quang điện trong lớn hơn giới hạn quang điện ngoài

## VI. Hiện tượng quang – phát quang

### 1. Sự phát quang

- Có một số chất khi hấp thụ năng lượng dưới một dạng nào đó, thì có khả năng phát ra các bức xạ điện từ trong miền ánh sáng nhìn thấy. Các hiện tượng đó gọi là sự phát quang.
- Mỗi chất phát quang có một quang phổ đặc trưng cho nó.

### 2. Định luật Xtốc về sự phát quang

Ánh sáng phát quang có bước sóng  $\lambda'$  dài hơn bước sóng của ánh sáng kích thích  $\lambda_{kt}$ :  $\lambda' > \lambda$

### 3. Ứng dụng của hiện tượng phát quang

Sử dụng trong các đèn ống để thấp sáng, trong các màn hình của dao động kí điện tử, tivi, máy tính. Sử dụng sơn phát quang quét trên các biển báo giao thông.

## VII. Mẫu nguyên tử Bo

### 1. Tiên đề về trạng thái dừng

- Nguyên tử chỉ tồn tại trong một số trạng thái có năng lượng xác định  $E_n$ , gọi là các trạng thái dừng. Khi ở trạng thái dừng, nguyên tử không bức xạ.
- Trong các trạng thái dừng của nguyên tử, electron chuyển động quanh hạt nhân trên những quỹ đạo có bán kính hoàn toàn xác định gọi là quỹ đạo dừng.
- Công thức tính quỹ đạo dừng của electron trong nguyên tử hydro  $r_n = n^2 \cdot r_0$ , với  $n$  là số nguyên và  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}m$ , gọi là bán kính Bo.

Bảng tên quỹ đạo dừng, bán kính, năng lượng e hidro

- Năng lượng electron trong nguyên tử hydro:  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}(eV)$ , với  $n$  là số tự nhiên dương
- Bình thường, nguyên tử ở trạng thái dừng có năng lượng thấp nhất, gọi là trạng thái cơ bản. Khi hấp thụ năng lượng thì nguyên tử chuyển lên các trạng thái dừng có năng lượng cao hơn, gọi là trạng thái kích thích. Thời gian nguyên tử ở trạng thái kích thích rất ngắn (cỡ  $10^{-8}s$ ). Sau đó nguyên tử chuyển về trạng thái dừng có năng lượng thấp hơn và cuối cùng về trạng thái cơ bản.

## 2. Tiên đề về sự bức xạ và hấp thụ năng lượng của nguyên tử

- Khi nguyên tử chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng  $E_n$  sang trạng thái dừng có năng lượng  $E_m$  nhỏ hơn thì nguyên tử phát ra một photon có năng lượng:  $E_n - E_m = hf$
- Ngược lại, nếu nguyên tử ở trạng thái dừng có năng lượng  $E_m$  mà hấp thụ được một photon có năng lượng hf đúng bằng hiệu  $E_n - E_m$  thì nó chuyển sang trạng thái dừng có năng lượng  $E_n$  lớn hơn.
- Sự chuyển từ trạng thái dừng  $E_m$  sang trạng thái dừng  $E_n$  ứng với sự nhảy của electron từ quỹ đạo dừng có bán kính  $r_m$  sang quỹ đạo dừng có bán kính  $r_n$  và ngược lại.

## VIII. Quang phổ vạch của nguyên tử hiđrô

Khi chụp quang phổ của khí hiđrô trong các đèn phóng điện, người ta đã xác định được chính xác bước sóng và quy luật sắp xếp của các vạch trong quang phổ đó. Dừng mẫu nguyên tử Bohr, người ta giải thích được cấu trúc của quang phổ và tính được bước sóng ứng với các vạch trong quang phổ đó.

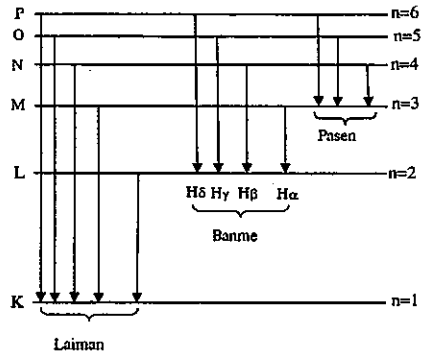
### 1. Đặc điểm của quang phổ hiđrô

- Nó là quang phổ vạch.
- Các vạch của quang phổ tạo thành các dãy khác nhau trong các vùng ánh sáng khác nhau.
  - + Dãy Lai-man (Lyman) : gồm các vạch trong miền tử ngoại.
  - + Dãy Ban-me (Balmer) : gồm các vạch nằm trong miền tử ngoại và một số vạch nằm trong miền ánh sáng nhìn thấy : vạch đỏ, vạch lam, vạch chàm, vạch tím.
  - + Dãy Pa-sen (Paschen) : gồm các vạch nằm trong miền hồng ngoại.
- Bình thường, các nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản. Khi nhận được năng lượng kích thích, chúng chuyển lên các trạng thái kích thích khác nhau. Khi chuyển về trạng thái cơ bản, chúng sẽ phát ra các photon năng lượng quy định bởi tiên đề về sự bức xạ và hấp thụ năng lượng của nguyên tử.
- Mỗi photon ứng với một sóng điện từ có tần số hay bước sóng xác định. Mỗi sóng điện từ là một sóng ánh sáng đơn sắc. Mỗi ánh sáng đơn sắc cho lên kính ảnh của máy quang phổ một vạch màu nhất định. Đó là một vạch quang phổ.

### 2. Sự giải thích sự tạo thành các dãy

- Các vạch trong dãy Lai-man (ánh sáng nằm trong miền tử ngoại) được tạo thành khi electron trong các nguyên tử hiđrô chuyển từ các quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo K: L về K; M về K; N về K; O về K; P về K.
- Các vạch trong dãy Ban-me (1 số vạch nằm trong miền tử ngoại và 1 số vạch nằm trong miền ánh sáng nhìn thấy) được tạo thành khi electron chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo L:
  - Vạch đỏ  $H_\alpha$  (0,6563 $\mu m$ ) ứng với sự chuyển M về L;
  - Vạch lam  $H_\beta$  (0,4861 $\mu m$ ) ứng với sự chuyển N về L;
  - Vạch chàm  $H_\gamma$  (0,4340 $\mu m$ ) ứng với sự chuyển O về L;
  - Vạch tím  $H_\delta$  (0,4103 $\mu m$ ) ứng với sự chuyển P về L.
- Các vạch trong dãy Pa-sen (ánh sáng nằm trong miền hồng ngoại) được tạo thành khi các electron chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo M.
- Nếu biểu diễn mỗi mức năng lượng ứng với một quỹ đạo dừng bằng một vạch nằm ngang thì ta có sơ đồ mức năng lượng.
- Trong sơ đồ mức năng lượng, các sự chuyển được biểu diễn bằng các mũi tên hướng từ trên xuống dưới. Phía dưới sơ đồ có vẽ các vạch quang phổ ứng với các sự chuyển đó.





Sơ đồ chuyển mức năng lượng của nguyên tử hiđrô khi tạo thành các dãy quang phổ.

### IX. Sơ lược về laze

Laze là một nguồn sáng phát ra một chùm sáng cường độ lớn dựa trên việc ứng dụng hiện tượng phát xạ cảm ứng.

#### 1. Đặc điểm của laze

- Laze có tính đơn sắc rất cao.
- Tia laze là chùm sáng kết hợp (các photon trong chùm có cùng tần số và cùng pha).
- Tia laze là chùm sáng song song (có tính định hướng cao).
- Tia laze có cường độ lớn. Ví dụ: laze rubi (hồng ngọc) có cường độ tới  $10^6 W/cm^2$ .

#### 2. Một số ứng dụng của laze

- Tia laze được dùng như dao mổ trong phẫu thuật mắt, để chữa một số bệnh ngoài da (nhờ tác dụng nhiệt), .
- Tia laze dùng truyền thông tin bằng cáp quang, vô tuyến định vị, điều khiển con tàu vũ trụ, ...
- Tia laze dùng trong các đầu đọc đĩa CD, bút chỉ bảng, bản đồ, thí nghiệm quang học ở trường phổ thông, ...
- Tia laze được dùng trong đo đạc, ngắm đường thẳng ...
- Ngoài ra tia laze còn được dùng để khoan, cắt, tôi,... chính xác các vật liệu trong công nghiệp.

## B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### I. Trắc nghiệm lí thuyết

#### 1. Ví dụ minh họa

**Câu 1:** Để gây được hiệu ứng quang điện, bức xạ rọi vào kim loại được thoả mãn điều kiện nào sau đây ?

- A. Tần số lớn hơn giới hạn quang điện.
- B. Tần số nhỏ hơn giới hạn quang điện.
- C. Bước sóng nhỏ hơn giới hạn quang điện.
- D. Bước sóng lớn hơn giới hạn quang điện.

**Lời giải**

Để gây ra hiệu ứng quang điện, bức xạ chiếu vào kim loại phải thoả mãn định luật I quang điện : bước sóng của ánh sáng kích thích nhỏ hơn hoặc bằng giới hạn quang điện.

Đáp án C.

**Câu 2:** Phát biểu nào sau đây là không đúng?

- A. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc vào bản chất của kim loại.
- B. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc bước sóng của chùm ánh sáng kích thích.
- C. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc tần số của chùm ánh sáng kích thích.
- D. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc cường độ của chùm ánh sáng kích thích.

**Lời giải**

Từ công thức Anxxtanh về hiện tượng quang điện, suy ra động năng ban đầu cực đại của quang electron

$$\text{là: } \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{hc}{\lambda} - A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}$$

Suy ra động năng ban đầu cực đại của quang electron chỉ phụ thuộc vào bước sóng (hoặc tần số) của ánh sáng kích thích và bản chất của kim loại.

Đáp án D.

**Câu 3:** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dây Laiman nằm trong vùng tử ngoại.
- B. Dây Laiman nằm trong vùng ánh sáng nhìn thấy.
- C. Dây Laiman nằm trong vùng hồng ngoại.
- D. Dây Laiman một phần trong vùng ánh sáng nhìn thấy và một phần trong vùng tử ngoại.

**Lời giải**

Dãy Lai-man (Lyman) : gồm các vạch trong miền tử ngoại.

Dãy Ban-me (Balmer) : gồm các vạch nằm trong miền tử ngoại và một số vạch nằm trong miền ánh sáng nhìn thấy : vạch đỏ, vạch lam, vạch chàm, vạch tím.

Dãy Pa-sen (Paschen) : gồm các vạch nằm trong miền hồng ngoại

Đáp án A.

Câu 4: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Nguyên tử hấp thụ photon thì chuyển trạng thái dừng.
- B. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Nguyên tử bức xạ photon thì chuyển trạng thái dừng.
- C. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Mỗi khi chuyển trạng thái dừng nguyên tử bức xạ hoặc hấp thụ photon có năng lượng đúng bằng độ chênh lệch năng lượng giữa hai trạng thái đó.
- D. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Nguyên tử hấp thụ ánh sáng nào thì sẽ phát ra ánh sáng đó.

Lời giải

Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Mỗi khi chuyển trạng thái dừng nguyên tử bức xạ hoặc hấp thụ photon có năng lượng đúng bằng độ chênh lệch năng lượng giữa hai trạng thái đó

Đáp án C.

Câu 5: Phát biểu nào dưới đây về lưỡng tính sóng hạt là sai ?

- A. Hiện tượng giao thoa ánh sáng thể hiện tính chất sóng.
- B. Hiện tượng quang điện ánh sáng thể hiện tính chất hạt.
- C. Sóng điện từ có bước sóng càng ngắn càng thể hiện rõ tính chất sóng.
- D. Các sóng điện từ có bước sóng càng dài thì tính chất sóng càng thể hiện rõ hơn tính chất hạt.

Lời giải

Bước sóng càng ngắn, năng lượng càng lớn, khả năng đâm xuyên lớn, nên thể hiện rõ tính chất hạt.

Đáp án C.

**2. Bài tập tự luyện**

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hiện tượng quang điện là hiện tượng electron bị bứt ra khỏi kim loại khi chiếu vào kim loại ánh sáng thích hợp.
- B. Hiện tượng quang điện là hiện tượng electron bị bứt ra khỏi kim loại khi nó bị nung nóng.
- C. Hiện tượng quang điện là hiện tượng electron bị bứt ra khỏi kim loại khi đặt tấm kim loại vào trong một điện trường mạnh.
- D. Hiện tượng quang điện là hiện tượng electron bị bứt ra khỏi kim loại khi những tấm kim loại vào trong một dung dịch.

Câu 2: Chiếu một chùm bức xạ đơn sắc vào một tấm kẽm có giới hạn quang điện  $0,35\mu\text{m}$ . Hiện tượng quang điện sẽ không xảy ra khi chùm bức xạ có bước sóng

- A.  $0,1\mu\text{m}$ .
- B.  $0,2\mu\text{m}$ .
- C.  $0,3\mu\text{m}$ .
- D.  $0,4\mu\text{m}$ .

Câu 3: Giới hạn quang điện của mỗi kim loại là

- A. Bước sóng dài nhất của bức xạ chiếu vào kim loại đó mà gây ra được hiện tượng quang điện.
- B. Bước sóng ngắn nhất của bức xạ chiếu vào kim loại đó mà gây ra được hiện tượng quang điện.
- C. Công nhỏ nhất dùng để bứt electron ra khỏi bề mặt kim loại đó.
- D. Công lớn nhất dùng để bứt electron ra khỏi bề mặt kim loại đó.

Câu 4: Dòng quang điện đạt đến giá trị bão hòa khi

- A. Tất cả các electron bật ra từ catốt khi catốt được chiếu sáng đều đi về được anốt.
- B. Tất cả các electron bật ra từ catốt khi catốt được chiếu sáng đều quay trở về được catốt.
- C. Có sự cân bằng giữa số electron bật ra từ catốt và số electron bị hút quay trở lại catốt.

D. Số electron di từ catốt về anốt không đổi theo thời gian.

**Câu 5:** Dòng quang điện tồn tại trong tế bào quang điện (TBQD) khi

A. Chiếu vào catốt của tế bào quang điện một chùm bức xạ có cường độ lớn và hiệu điện thế giữa anốt và catốt của TBQD là  $U_{AK} > 0$ .

B. Chiếu vào catốt của tế bào quang điện một chùm bức xạ có bước sóng dài.

C. Chiếu vào catốt của tế bào quang điện một chùm bức xạ có bước sóng ngắn thích hợp.

D. Chiếu vào catốt của tế bào quang điện một chùm bức xạ có bước sóng ngắn thích hợp và hiệu điện thế giữa anốt và catốt của TBQD là  $U_{AK}$  phải lớn hơn hiệu điện thế hãm  $U_h$ .

**Câu 6:** Phát biểu nào sau đây là không đúng?

A. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc vào bản chất của kim loại.

B. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc bước sóng của chùm ánh sáng kích thích.

C. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc tần số của chùm ánh sáng kích thích.

D. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc cường độ của chùm ánh sáng kích thích.

**Câu 7:** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hiện tượng quang điện chỉ xảy ra khi giới hạn quang điện  $\lambda_0$  của kim loại làm catốt nhỏ hơn bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng kích thích.

B. Với ánh sáng kích thích có bước sóng  $\lambda \geq \lambda_0$  thì cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với cường độ chùm ánh sáng kích thích.

C. Hiệu điện thế hãm phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng kích thích và bản chất của kim loại dùng làm catốt.

D. Hiệu điện thế hãm phụ thuộc vào cường độ của chùm ánh sáng kích thích.

**Câu 8:** Chọn câu đúng:

A. Khi tăng cường độ của chùm ánh sáng kích thích lên hai lần thì cường độ dòng quang điện tăng lên hai lần.

B. Khi tăng bước sóng của chùm ánh sáng kích thích lên hai lần thì cường độ dòng quang điện tăng lên hai lần.

C. Khi giảm bước sóng của chùm ánh sáng kích thích xuống hai lần thì cường độ dòng quang điện tăng lên hai lần.

D. Khi ánh sáng kích thích gây ra được hiện tượng quang điện. Nếu giảm bước sóng của chùm bức xạ thì động năng ban đầu cực đại của electron quang điện tăng lên.

**Câu 9:** Chọn câu đúng

A. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế âm cần đặt giữa catốt và anốt của tế bào quang điện để triệt tiêu dòng quang điện.

B. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế âm cần đặt giữa catốt và anốt của tế bào quang điện để vừa đủ triệt tiêu dòng quang điện.

C. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế dương cần đặt giữa catốt và anốt của tế bào quang điện để triệt tiêu dòng quang điện.

D. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế dương cần đặt giữa catốt và anốt của tế bào quang điện để vừa đủ triệt tiêu dòng quang điện.

**Câu 10:** Theo quan điểm của thuyết lượng tử phát biểu nào sau đây là không đúng?

A. Chùm ánh sáng là một dòng hạt, mỗi hạt là một photon mang năng lượng.

B. Cường độ chùm sáng tỉ lệ thuận với số photon trong chùm.

C. Khi ánh sáng truyền đi các photon ánh sáng không đổi, không phụ thuộc khoảng cách đến nguồn sáng.

D. Các photon có năng lượng bằng nhau vì chúng lan truyền với vận tốc bằng nhau.

Câu 11: Phát biểu nào sau đây là không đúng?

A. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện không phụ thuộc vào cường độ của chùm ánh sáng kích thích.

B. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc vào bản chất kim loại dùng làm catốt.

C. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện không phụ thuộc vào bước sóng của chùm ánh sáng kích thích.

D. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc vào bước sóng của chùm ánh sáng kích thích.

Câu 12: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Để một chất bán dẫn trở thành vật dẫn thì bức xạ điện từ chiếu vào chất bán dẫn phải có bước sóng lớn hơn một giá trị  $\lambda_0$  phụ thuộc vào bản chất của chất bán dẫn.

B. Để một chất bán dẫn trở thành vật dẫn thì bức xạ điện từ chiếu vào chất bán dẫn phải có tần số lớn hơn một giá trị  $f_0$  phụ thuộc vào bản chất của chất bán dẫn.

C. Để một chất bán dẫn trở thành vật dẫn thì cường độ của chùm bức xạ điện từ chiếu vào chất bán dẫn phải lớn hơn một giá trị nào đó phụ thuộc vào bản chất của chất bán dẫn.

D. Để một chất bán dẫn trở thành vật dẫn thì cường độ của chùm bức xạ điện từ chiếu vào chất bán dẫn phải nhỏ hơn một giá trị nào đó phụ thuộc vào bản chất của chất bán dẫn.

Câu 13: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hiện tượng quang điện trong là hiện tượng bứt electron ra khỏi bề mặt kim loại khi chiếu vào kim loại ánh sáng có bước sóng thích hợp.

B. Hiện tượng quang điện trong là hiện tượng electron bị bắn ra khỏi kim loại khi kim loại bị đốt nóng.

C. Hiện tượng quang điện trong là hiện tượng electron liên kết được giải phóng thành electron dẫn khi chất bán dẫn được chiếu bằng bức xạ thích hợp.

D. Hiện tượng quang điện trong là hiện tượng điện trở của vật dẫn kim loại tăng lên khi chiếu ánh sáng vào kim loại.

Câu 14: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Quang trở là một linh kiện bán dẫn hoạt động dựa trên hiện tượng quang điện ngoài.

B. Quang trở là một linh kiện bán dẫn hoạt động dựa trên hiện tượng quang điện trong.

C. Điện trở của quang trở tăng nhanh khi quang trở được chiếu sáng.

D. Điện trở của quang trở không đổi khi quang trở được chiếu sáng bằng ánh sáng có bước sóng ngắn.

Câu 15: Trong hiện tượng quang dẫn của một chất bán dẫn. Năng lượng cần thiết để giải phóng một electron liên kết thành electron tự do là  $A$  thì bước sóng dài nhất của ánh sáng kích thích gây ra được hiện tượng quang dẫn ở chất bán dẫn đó được xác định từ công thức

A.  $\frac{hc}{A}$

B.  $\frac{hA}{c}$

C.  $\frac{c}{hA}$

D.  $\frac{A}{hc}$

Câu 16: Mẫu nguyên tử Bo khác mẫu nguyên tử Rơ-đơ-pho ở điểm nào dưới đây

A. Hình dạng quỹ đạo của các electron .

B. Lực tương tác giữa electron và hạt nhân nguyên tử.

C. Trạng thái có năng lượng ổn định.

D. Mô hình nguyên tử có hạt nhân.

Câu 17: Phát biểu nào sau đây là đúng nhất khi nói về nội dung tiên đề “các trạng thái dừng của nguyên tử” trong mẫu nguyên tử Bo?

- A. Trạng thái dừng là trạng thái có năng lượng xác định.
- B. Trạng thái dừng là trạng thái mà nguyên tử đứng yên.
- C. Trạng thái dừng là trạng thái mà năng lượng của nguyên tử không thay đổi được.
- D. Trạng thái dừng là trạng thái mà nguyên tử có thể tồn tại trong một khoảng thời gian xác định mà không bức xạ năng lượng.

Câu 18: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Nguyên tử hấp thụ photon thì chuyển trạng thái dừng.
- B. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Nguyên tử bức xạ photon thì chuyển trạng thái dừng.
- C. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Mỗi khi chuyển trạng thái dừng nguyên tử bức xạ hoặc hấp thụ photon có năng lượng đúng bằng độ chênh lệch năng lượng giữa hai trạng thái đó.
- D. Tiên đề về sự hấp thụ và bức xạ năng lượng của nguyên tử có nội dung là: Nguyên tử hấp thụ ánh sáng nào thì sẽ phát ra ánh sáng đó.

Câu 19: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dây Laiman nằm trong vùng tử ngoại.
- B. Dây Laiman nằm trong vùng ánh sáng nhìn thấy.
- C. Dây Laiman nằm trong vùng hồng ngoại.
- D. Dây Laiman một phần trong vùng ánh sáng nhìn thấy và một phần trong vùng tử ngoại.

Câu 20: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dây Banme nằm trong vùng tử ngoại.
- B. Dây Banme nằm trong vùng ánh sáng nhìn thấy.
- C. Dây Banme nằm trong vùng hồng ngoại.
- D. Dây Banme nằm một phần trong vùng ánh sáng nhìn thấy và một phần trong vùng tử ngoại.

Câu 21: Chọn câu đúng: Các vạch thuộc dãy Banme ứng với sự chuyển của electron từ các quỹ đạo ngoài về

- A. Quỹ đạo K.
- B. Quỹ đạo L.
- C. Quỹ đạo M.
- D. Quỹ đạo O.

Câu 22: Trong quang phổ của nguyên tử hydro, các vạch  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  trong dãy Banme có bước sóng nằm trong khoảng bước sóng của

- A. tia Rơnghen.
- B. ánh sáng nhìn thấy.
- C. tia hồng ngoại.
- D. tia tử ngoại.

Câu 23: Sự phát sáng của vật nào dưới đây là sự phát quang?

- A. Tia lửa điện.
- B. Hồ quang.
- C. Bóng đèn ống.
- D. Bóng đèn pin.

Câu 24: Tia laze không có đặc điểm nào sau đây :

- A. Độ đơn sắc cao.
- B. Độ định hướng cao .
- C. Cường độ lớn.
- D. Công suất lớn.

Câu 25: Trong laze rubi có sự biến đổi dạng năng lượng nào dưới đây thành quang năng :

- A. Điện năng.
- B. Nhiệt năng.
- C. Cơ năng.
- D. Quang năng.

Câu 26: Sự phát xạ cảm ứng là gì?

- A. Đó là sự phát ra photon bởi một nguyên tử.

B. Đó là sự phát xạ của một nguyên tử ở trạng thái kích thích dưới tác dụng của một điện từ trường có cùng tần số.

C. Đó là sự phát xạ đồng thời của hai nguyên tử có tương tác lẫn nhau.

D. Đó là sự phát xạ của một nguyên tử ở trạng thái kích thích, nếu hấp thụ thêm một photon có cùng tần số.

Câu 27: Bút laze mà ta thường dùng để chỉ bảng thuộc loại laze nào?

- A. Khí.                      B. Lông.                      C. Rắn.                      D. Bán dẫn.

Câu 28: Màu đỏ của rubi do ion nào phát ra?

- A. ion nhôm.                      B. ion ôxi.                      C. ion crôm.                      D. ion khác.

Câu 29: Chiều một chùm bức xạ đơn sắc vào tấm kẽm có giới hạn quang điện  $0,35\mu\text{m}$ . Hiện tượng quang điện sẽ không xảy ra khi chùm bức xạ chiếu vào tấm kẽm có bước sóng là :

- A.  $0,1\mu\text{m}$ .                      B.  $0,2\mu\text{m}$ .                      C.  $0,3\mu\text{m}$ .                      D.  $0,4\mu\text{m}$ .

Câu 30: Chọn câu đúng :

- A. Hiện tượng giao thoa dễ quan sát đối với ánh sáng có bước sóng ngắn.  
 B. Hiện tượng quang điện chứng tỏ tính chất sóng của ánh sáng.  
 C. Những sóng điện từ có tần số càng lớn thì tính chất sóng thể hiện càng rõ.  
 D. Sóng điện từ có bước sóng lớn thì năng lượng photon nhỏ.

Câu 31: Trong các ánh sáng đơn sắc sau đây. Ánh sáng nào có khả năng gây ra hiện tượng quang điện mạnh nhất :

- A. Ánh sáng tím.                      B. Ánh sáng lam.                      C. Ánh sáng đỏ.                      D. Ánh sáng lục.

Câu 32: Công thức liên hệ giữa giới hạn quang điện  $\lambda_0$ , công thoát A, hằng số Planck h và vận tốc ánh sáng c là :

- A.  $\lambda_0 = \frac{hA}{c}$ .                      B.  $\lambda_0 = \frac{A}{hc}$ .                      C.  $\lambda_0 = \frac{c}{hA}$ .                      D.  $\lambda_0 = \frac{hc}{A}$ .

Câu 33: Khi chiếu sóng điện từ xuống bề mặt tấm kim loại, hiện tượng quang điện xảy ra nếu :

- A. sóng điện từ có nhiệt độ đủ cao.  
 B. sóng điện từ có bước sóng thích hợp.  
 C. sóng điện từ có cường độ đủ lớn.  
 D. sóng điện từ phải là ánh sáng nhìn thấy được.

Câu 34: Electron quang điện bị bật ra khỏi bề mặt kim loại khi bị chiếu ánh sáng nếu :

- A. Cường độ của chùm sáng rất lớn.  
 B. Bước sóng của ánh sáng lớn.  
 C. Tần số ánh sáng nhỏ.  
 D. Bước sóng nhỏ hơn hay bằng một giới hạn xác định.

Câu 35: Phát biểu nào dưới đây về lưỡng tính sóng hạt là sai ?

- A. Hiện tượng giao thoa ánh sáng thể hiện tính chất sóng.  
 B. Hiện tượng quang điện ánh sáng thể hiện tính chất hạt.  
 C. Sóng điện từ có bước sóng càng ngắn càng thể hiện rõ tính chất sóng.  
 D. Các sóng điện từ có bước sóng càng dài thì tính chất sóng càng thể hiện rõ hơn tính chất hạt.

Câu 36: Giới hạn quang điện của mỗi kim loại là :

- A. Bước sóng dài nhất của bức xạ chiếu vào kim loại đó để gây ra được hiện tượng quang điện.  
 B. Bước sóng ngắn nhất của bức xạ chiếu vào kim loại đó để gây ra được hiện tượng quang điện.  
 C. Công nhỏ nhất dùng để bật electron ra khỏi kim loại đó.  
 D. Công lớn nhất dùng để bật electron ra khỏi kim loại đó.

Câu 37: Phát biểu nào sau đây là không đúng theo thuyết lượng tử ánh sáng ?

- A. Chùm ánh sáng là một chùm hạt, mỗi hạt được gọi là một photon mang năng lượng.
- B. Cường độ chùm ánh sáng tỉ lệ thuận với số photon trong chùm.
- C. Khi ánh sáng truyền đi các photon không đổi, không phụ thuộc vào khoảng cách đến nguồn sáng.
- D. Các photon có năng lượng bằng nhau vì chúng lan truyền với tốc độ bằng nhau.

Câu 38: Hiện tượng nào sau đây là hiện tượng quang điện ?

- A. Electron bức ra khỏi kim loại bị nung nóng.
- B. Electron bật ra khỏi kim loại khi ion đập vào.
- C. Electron bị bật ra khỏi kim loại khi kim loại có hiệu điện thế lớn.
- D. Electron bật ra khỏi mặt kim loại khi chiếu tia tử ngoại vào kim loại.

Câu 39: Hãy chọn câu đúng nhất. Chiếu chùm bức xạ có bước sóng  $\lambda$  vào kim loại có giới hạn quang điện  $\lambda_0$ . Hiện tượng quang điện xảy ra khi :

- A.  $\lambda > \lambda_0$ .
- B.  $\lambda < \lambda_0$ .
- C.  $\lambda = \lambda_0$ .
- D. Cả câu B và C.

Câu 40: Chọn câu đúng. Nếu chiếu một chùm tia hồng ngoại vào tấm kẽm tích điện âm, thì :

- A. Tấm kẽm mất dần điện tích dương.
- B. Tấm kẽm mất dần điện tích âm.
- C. Tấm kẽm trở nên trung hoà về điện.
- D. Điện tích âm của tấm kẽm không đổi.

Câu 41: Để gây được hiệu ứng quang điện, bức xạ rơi vào kim loại được thoả mãn điều kiện nào sau đây ?

- A. Tần số lớn hơn giới hạn quang điện.
- B. Tần số nhỏ hơn giới hạn quang điện.
- C. Bước sóng nhỏ hơn giới hạn quang điện.
- D. Bước sóng lớn hơn giới hạn quang điện.

Câu 42: Giới hạn quang điện tùy thuộc vào

- A. bản chất của kim loại.
- B. điện áp giữa anốt và catốt của tế bào quang điện.
- C. bước sóng của ánh sáng chiếu vào catốt.
- D. điện trường giữa anốt và catốt.

Câu 43: Chọn câu đúng. Theo thuyết phôtôn của Anh-xtanh, thì năng lượng

- A. của mọi phôtôn đều bằng nhau.
- B. của một phôtôn bằng một lượng tử năng lượng.
- C. giảm dần khi phôtôn ra xa dần nguồn sáng.
- D. của phôtôn không phụ thuộc vào bước sóng.

Câu 44: Với  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  lần lượt là năng lượng của phôtôn ứng với các bức xạ màu vàng, bức xạ tử ngoại và bức xạ hồng ngoại thì

- A.  $\epsilon_3 > \epsilon_1 > \epsilon_2$ .
- B.  $\epsilon_2 > \epsilon_1 > \epsilon_3$ .
- C.  $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ .
- D.  $\epsilon_2 > \epsilon_3 > \epsilon_1$ .

Câu 45: Gọi bước sóng  $\lambda_0$  là giới hạn quang điện của một kim loại,  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng kích thích chiếu vào kim loại đó, để hiện tượng quang điện xảy ra thì

- A. chỉ cần điều kiện  $\lambda > \lambda_0$ .
- B. phải có cả hai điều kiện:  $\lambda = \lambda_0$  và cường độ ánh sáng kích thích phải lớn.
- C. phải có cả hai điều kiện:  $\lambda > \lambda_0$  và cường độ ánh sáng kích thích phải lớn.
- D. chỉ cần điều kiện  $\lambda \leq \lambda_0$ .

Câu 46: Kim loại Kali (K) có giới hạn quang điện là  $0,55\mu m$ . Hiện tượng quang điện không xảy ra khi chiếu vào kim loại đó bức xạ nằm trong vùng

- A. ánh sáng màu tím.
- B. ánh sáng màu lam.



C. hồng ngoại.

D. tử ngoại.

Câu 47: Nếu quan niệm ánh sáng chỉ có tính chất sóng thì không thể giải thích được hiện tượng nào dưới đây ?

A. Khúc xạ ánh sáng.

B. Giao thoa ánh sáng.

C. Quang điện.

D. Phản xạ ánh sáng.

Câu 48: Lần lượt chiếu hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,75mm$  và  $\lambda_2 = 0,25mm$  vào một tấm kẽm có giới hạn quang điện  $\lambda_0 = 0,35mm$ . Bức xạ nào gây ra hiện tượng quang điện ?

A. Không có bức xạ nào trong hai bức xạ trên.

B. Chỉ có bức xạ  $\lambda_2$ .

C. Chỉ có bức xạ  $\lambda_1$ .

D. Cả hai bức xạ.

Câu 49: Trong thí nghiệm Hécxơ, nếu chiếu ánh sáng tím vào lá nhôm tích điện âm thì

A. điện tích âm của lá nhôm mất đi.

B. tấm nhôm sẽ trung hòa về điện.

C. điện tích của tấm nhôm không thay đổi.

D. tấm nhôm tích điện dương.

Câu 50: Khi chiếu vào kim loại một chùm ánh sáng mà không thấy các e thoát ra vì

A. chùm ánh sáng có cường độ quá nhỏ.

B. công thoát e nhỏ hơn năng lượng photon.

C. bước sóng ánh sáng lớn hơn giới hạn quang điện.

D. kim loại hấp thụ quá ít ánh sáng đó.

## ĐÁP ÁN

1 A	6 D	11 C	16 C	21 B	26 A	31 A	36 A	41 C	46 C
2 D	7 C	12 B	17 A	22 B	27 D	32 D	37 D	42 A	47 C
3 A	8 D	13 C	18 C	23 C	28 C	33 B	38 D	43 B	48 B
4 A	9 D	14 B	19 A	24 D	29 D	34 D	39 D	44 B	49 C
5 D	10 D	15 A	20 D	25 D	30 D	35 C	40 D	45 D	50 C

## II. Bài tập về hiện tượng quang điện

### 1. Bài toán sử dụng công thức Anhxtanh về hiện tượng quang điện

#### 1.1. Phương pháp

Để làm bài toán về sử dụng công thức Anhxtanh về hiện tượng quang điện, ta cần nhớ và nắm vững những công thức và kiến thức cơ bản sau. - Năng lượng của photon ánh sáng:

$$\epsilon = hf$$

Trong chân không:  $\epsilon = \frac{hc}{\lambda}$ .

- Công thức Anhxtanh về hiện tượng quang điện:

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_0^2_{\max}$$

Trong đó:

+  $\lambda$ : bước sóng ánh sáng kích thích. (m)

+  $A$ : công thoát của kim loại. (J)

+  $v_0_{\max}$ : Vận tốc ban đầu cực đại của quang electron. (m/s)

- Giới hạn quang điện:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}$$

- Công thoát của e ra khỏi kim loại:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0}$$

- Các hằng số và đổi đơn vị

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}; \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}; \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}; \quad 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}; \quad 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}; \quad 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

#### 1.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Giới hạn quang điện của kẽm là  $\lambda_0 = 0,35 \mu\text{m}$ . Tính công thoát của electron khỏi kẽm?  
 A. 3,549 eV.      B. 3,549 MeV.      C. 5,349 eV.      D. 5,349 MeV.

#### Lời giải

Ví dụ này chỉ đơn thuần sử dụng công thức, và chú ý thay số cho chuẩn đơn vị.

$$\text{Công thoát của e ra khỏi kim loại: } A = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,35 \cdot 10^{-6}} = 5,67 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,549 \text{ eV.}$$

Đáp án A.

Ví dụ 2: Giới hạn quang điện của kim loại dùng làm catot là  $0,66 \mu\text{m}$ . Tính:

a. Công thoát của kim loại dùng làm catot theo đơn vị J và eV.

b. Tính động năng cực đại ban đầu và độ lớn vận tốc cực đại của e quang điện khi bứt ra khỏi catot, biết ánh sáng chiếu vào có bước sóng là  $0,5 \mu\text{m}$ .

#### Lời giải

a. Công thoát của kim loại dùng làm catot là :

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,66 \cdot 10^{-6}} = 3,01 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,88 \text{ eV}$$

b. Theo công thức Anhxtanh về hiện tượng quang điện, động năng ban đầu cực đại của quang e khi bứt ra khỏi catot là:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_0^2_{\max} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2_{\max} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = 9,63 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Độ lớn vận tốc ban đầu cực đại của quang e là:

$$v_{0\max} = \sqrt{\frac{2hc}{m_e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} = \sqrt{\frac{2,6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-6}} \left( \frac{1}{0,5} - \frac{1}{0,66} \right)} = 4,6 \cdot 10^5$$

Đáp án B.

Ví dụ 3: Chiếu lần lượt hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 600\text{nm}$  và  $\lambda_2 = 0,3\mu\text{m}$  vào một tấm kim loại thì nhận được các quang e có vận tốc cực đại lần lượt là  $v_1 = 2,10^5\text{m/s}$  và  $v_2 = 4,10^5\text{m/s}$ . Chiếu bằng bức xạ có bước sóng  $\lambda_3 = 0,2\mu\text{m}$  thì vận tốc cực đại của quang điện tử là

- A.  $5 \cdot 10^5$  m/s.
- B.  $2\sqrt{7} \cdot 10^5$  m/s .
- C.  $\sqrt{6} \cdot 10^5$  m/s .
- D.  $6 \cdot 10^5$  m/s.

Lời giải

Theo công thức Anhxtanh về hiện tượng quang điện, ta có

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_1} = A + \frac{1}{2}mv_1^2 \\ \frac{hc}{\lambda_2} = A + \frac{1}{2}mv_2^2 \\ \frac{hc}{\lambda_3} = A + \frac{1}{2}mv_3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} hc \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \quad (1) \\ hc \left( \frac{1}{\lambda_3} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_1^2) \quad (2) \end{cases}$$

Lập tỉ số (2) và (1) ta có :  $\frac{v_3^2 - v_1^2}{v_2^2 - v_1^2} = \frac{\frac{1}{\lambda_3} - \frac{1}{\lambda_1}}{\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}} \Rightarrow \frac{v_3^2 - 4 \cdot 10^{10}}{16 \cdot 10^{10} - 4 \cdot 10^{10}} = 2 \Rightarrow v_3 = 2\sqrt{7} \cdot 10^5 \text{ (m/s)}$

Đáp án B.

Ví dụ 4: Chiếu lần lượt 3 bức xạ đơn sắc có bước sóng theo tỉ lệ  $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = 1 : 2 : 1,5$  vào catốt của một tế bào quang điện thì nhận được các electron quang điện có vận tốc ban đầu cực đại tương ứng và có tỉ lệ  $v_1 : v_2 : v_3 = 2 : 1 : k$ , với  $k$  bằng:

- A.  $\sqrt{3}$ .
- B.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .
- C.  $\sqrt{2}$ .
- D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Lời giải

Theo công thức Anhxtanh về hiện tượng quang điện, ta có

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda} = A + 4 \frac{mv^2}{2} \quad (1) \\ \frac{hc}{2\lambda} = A + \frac{mv^2}{2} \quad (2) \\ \frac{hc}{1,5\lambda} = A + k^2 \frac{mv^2}{2} \quad (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1) - (2) \Rightarrow \frac{hc}{2\lambda} = 3 \frac{mv^2}{2} \\ (3) - (2) \Rightarrow \frac{hc}{6\lambda} = (k^2 - 1) \frac{mv^2}{2} \end{cases} \Rightarrow 3 = \frac{3}{k^2 - 1} \Rightarrow k = \sqrt{2}$$

Đáp án C.

**2. Bài toán hiệu điện thế hãm, hiệu điện thế giữa anot và catot trong tế bào quang điện**

**2.1. Phương pháp**

Khảo sát hiện tượng quang điện dùng tế bào quang điện.

Tế bào quang điện là một bình bằng thạch anh đã hút hết không khí (tế bào quang điện chân không) bên trong có hai điện cực :

- Anot : là một vòng dây kim loại.
- Catot : có dạng 1 chỏm cầu bằng kim loại mà ta cần khảo sát.

Chiếu ánh sáng có bước sóng thỏa mãn định luật I quang điện vào catot thì xảy ra hiện tượng quang điện và trong mạch xuất hiện dòng điện gọi là dòng quang điện, tạo nên bởi các electron bị bật ra từ catot.

Gọi hiệu điện thế giữa anot (A) và catot (K) là  $U_{AK}$

- Khi  $U_{AK} > 0$ , giữa A và K xuất hiện một điện trường hướng từ A sang K. Điện trường này gây ra lực điện tác dụng lên các electron bật ra từ K, làm electron di chuyển từ K sang A tạo ra dòng điện. Khi ta tăng  $U_{AK}$  thì I tăng. Khi tăng  $U_{AK}$  đến một giá trị  $U_1$  nào đó thì I không tăng nữa mà có một giá trị xác định. Tức là khi  $U_{AK} \geq U_1$  thì cường độ dòng điện không đổi  $I = I_{bh}$ . Giá trị  $I_{bh}$  được gọi là cường độ dòng quang điện bão hòa.

- Khi  $U_{AK} < 0$ , giữa A và K xuất hiện một điện trường hướng từ K sang A. Điện trường này gây ra lực điện tác dụng lên các electron bật ra từ K, làm cản trở electron di từ K sang A.

Khi ta giảm  $U_{AK}$  cho nó càng âm thì độ lớn của nó càng lớn, điện trường càng lớn, lực điện tác dụng lên electron càng lớn làm cản trở electron càng lớn.

- Khi  $U_{AK}$  giảm đến một giá trị  $U_{AK} = -U_h$  ( $U_h > 0$ ) thì cường độ dòng điện bằng không. Tức là khi  $U_{AK} = -U_h$  thì cường độ dòng điện vẫn bằng không. Đây chính là điều kiện để dòng quang điện triệt tiêu. Trong đó  $U_h$  được gọi là hiệu điện thế hãm.

- Áp dụng định lí biến thiên động năng, ta có :

$$0 - \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = F_d \cdot d \cdot \cos(\pi) = -(-e)E \cdot d = eU_{AK} = -eU_h$$

Trong đó  $e = +1,6.10^{-19}C$  Từ đó ta suy ra mối liên hệ giữa động năng ban đầu cực đại của quang e và hiệu điện thế hãm là

$$\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = eU_h$$

- Nếu đặt vào hai đầu A và K một hiệu điện thế  $U_{AK}$  thì theo định lí biến thiên động năng, ta có:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = eU_{AK}$$

Trong đó v là vận tốc của electron khi đập vào A.

Từ đó suy ra

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_h + eU_{AK} = e(U_h + U_{AK}).$$

- Nếu chiếu một bức xạ điện từ vào một quả cầu kim loại đặt ra xa các vật khác thì quả cầu được tích điện đến điện thế cực đại  $V_m$  chính là hiệu điện thế hãm trong tế bào quang điện.

**2.2. Ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Catot của một tế bào quang điện có công thoát bằng 3,5eV.

- a. Tìm tần số giới hạn và giới hạn quang điện của kim loại ấy.
- b. Khi chiếu vào catot một bức xạ có bước sóng 250 nm có xảy ra hiện tượng quang điện không?
- c. Tìm hiệu điện thế giữa A và K để dòng quang điện bằng 0.
- d. Tìm động năng ban đầu cực đại của các electron quang điện.
- e. Tìm vận tốc của các electron quang điện khi bật ra khỏi K.

Lời giải

a. Tần số giới hạn quang điện là :

$$f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{A}{h} = \frac{3,5.1,6.10^{-19}}{6,625.10^{-34}} = 0,845.10^{15} \text{ Hz}$$

Giới hạn quang điện là

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{3,5.1,6.10^{-19}} = 3,55.10^{-7} \text{ m} = 0,355 \mu\text{m}$$

b. Vì  $\lambda = 250 \text{ nm} = 0,250 \mu\text{m} < \lambda_0 = 0,355 \mu\text{m}$  nên xảy ra hiện tượng quang điện.  
 c. Để dòng quang điện triệt tiêu thì :

$$\begin{aligned} eU_h &= \frac{mv_0^2_{\max}}{2} \\ U_h &= \frac{mv_0^2_{\max}}{2e} = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) \\ &= \frac{1}{1,6.10^{-19}} \left( \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{25.10^{-8}} - 3,5.1,6.10^{-19} \right) = 1,47 \text{ V} \end{aligned}$$

Vậy để dòng quang điện triệt tiêu thì  $U_{AK} = -U_h = -1,47 \text{ V}$ .

d. Động năng ban đầu cực đại

$$W = \frac{mv_0^2}{2} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = 6,625.10^{-34}.3.10^8 \left( \frac{1}{25.10^{-8}} - \frac{1}{35,5.10^{-8}} \right) = 0,235.10^{-18} \text{ J}$$

e. Vận tốc ban đầu cực đại của electron  $v_0 = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2.0,235.10^{-18}}{9,1.10^{-31}}} = 7,19.10^5 \text{ m/s}$ .

**Câu 2:** Chiếu một ánh sáng có bước sóng  $0,45 \mu\text{m}$  vào catốt của một tế bào quang điện. Công thoát kim loại làm catốt là  $2 \text{ eV}$ . Tìm hiệu điện thế giữa anot và catot để dòng quang điện triệt tiêu?

A.  $U_{AK} = -0,76 \text{ V}$  .                      B.  $U_{AK} = 0,76 \text{ V}$  .  
 C.  $U_{AK} = -0,38 \text{ V}$  .                      D.  $U_{AK} = 0,38 \text{ V}$  .

Lời giải

Để triệt tiêu dòng quang điện thì  $U_{AK} = -U_h$ , với  $U_h$  được xác định bởi

$$U_h = \frac{mv_0^2_{\max}}{2e} = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) = 0,76 \text{ V}$$

**Đáp án A.**

**Câu 3:** Lần lượt chiếu vào catốt của một tế bào quang điện hai bức xạ đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 0,6 \mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,5 \mu\text{m}$  thì hiệu điện thế hãm khác nhau ba lần. Giới hạn quang điện của kim loại làm catốt là:

A.  $0,745 \mu\text{m}$ .                      B.  $0,723 \mu\text{m}$  .                      C.  $0,667 \mu\text{m}$  .                      D.  $0,689 \mu\text{m}$  .

Lời giải

Khi dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 0,6 \mu\text{m}$  ta có

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_0^2_{\max} = \frac{hc}{\lambda_0} + eU_{h1}$$

Khi dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_2 = 0,5 \mu\text{m}$  ta có

$$\frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_0^2_{\max} = \frac{hc}{\lambda_0} + eU_{h2}$$

Vì  $\lambda_2 < \lambda_1 \Rightarrow U_{h_2} > U_{h_1} \Rightarrow U_{h_2} = 3U_{h_1}$ . Từ đó ta có :

$$\begin{cases} 3\frac{hc}{\lambda_1} = 3\frac{hc}{\lambda_0} + 3eU_{h_1} \\ \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_0} + e3U_{h_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{2}{\lambda_0}$$

Từ đó  $\Rightarrow \lambda_0 = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{3\lambda_2 - \lambda_1} = 0,667 \mu m$ .

Đáp án C.

**Câu 4:** Catốt của một tế bào trong quang điện có công thoát electron bằng 3,55eV. Người ta lần lượt chiếu vào catốt này các bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,390 \mu m$  và  $\lambda_2 = 0,270 \mu m$ . Với bức xạ nào thì hiện tượng quang điện xảy ra? Tính độ lớn của hiệu điện thế hãm trong trường hợp này. Cho vận tốc ánh sáng trong chân không  $= 3.10^8 m/s$ , hằng số Planck  $h = 6,625.10^{-34} J.s$ ; độ lớn của điện tích của electron  $|e| = 1,6.10^{-19} C$ ;  $1eV = 1,6.10^{-19} J$ .

A.  $U_h = -1,05V$ .

B.  $U_h = 1,05V$ .

C.  $U_h = -0,38V$ .

D.  $U_h = 0,38V$ .

Lời giải

Giới hạn quang điện

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{3,55.1,6.10^{-19}} \approx 0,350 \mu m$$

Ta có

$\lambda_1 > \lambda_0$ : không xảy ra hiện tượng quang điện.

$\lambda_2 < \lambda_0$ : xảy ra hiện tượng quang điện.

$$\text{Vì } eU_h = \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_0} + eU_h$$

$$\text{Suy ra độ lớn hiệu điện thế hãm: } U_h = \frac{hc}{e} \left( \frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda_0 \lambda_2} \right) = 1,05V.$$

Đáp án B.

**Câu 5:** Catốt của một tế bào quang điện có công thoát electron  $A = 1,88 eV$ . Chiếu một chùm sáng có bước sóng  $\lambda$  vào catốt này thì hiện tượng quang điện xảy ra. Để triệt tiêu hoàn toàn dòng quang điện thì hiệu điện thế hãm có độ lớn 1,15V. Biết rằng số Planck; vận tốc ánh sáng trong chân không  $c = 3.10^8 m/s$ ; độ lớn điện tích của electron  $|e| = 1,6.10^{-19} C$ ;  $1eV = 1,6.10^{-19} J$ . Tính bước sóng ?

A. 0,41  $\mu m$ .

B. 0,72  $\mu m$ .

C. 0,67  $\mu m$ .

D. 0,28  $\mu m$ .

Lời giải

Từ công thức Anhtxtanh về hiện tượng quang điện

$$\begin{aligned} \frac{hc}{\lambda} &= A + \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 = A + eU_h \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{hc}{A + eU_h} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{(1,88 + 1,15).1,6.10^{-19}} = 0,41.10^{-6} m \end{aligned}$$

Đáp án A.

**Câu 6:** Khi chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,180 \mu m$  vào katot của một tế bào quang điện thì hiện tượng quang điện xảy ra. Để triệt tiêu hoàn toàn dòng quang điện thì hiệu điện thế hãm có độ lớn 2,124V. Nếu đặt giữa anod và katot của tế bào quang điện hiệu điện thế  $U_{AK} = 8V$  thì động năng cực đại của electron quang điện khi nó tới anod bằng bao nhiêu?

A. 10,124eV.

B. 5,062eV.

C. 3,375eV.

D. 2,696eV.

Lời giải

Theo định lí biến thiên động năng, ta có  $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 = eU_{AK}$

Trong đó  $v$  là vận tốc của electron khi đập vào A.

Từ đó suy ra động năng của electron khi tới A là:  $\frac{1}{2}mv^2 = eU_h + eU_{AK} = e(U_h + U_{AK}) = 10,124eV$ .

**Đáp án A.**

Câu 7: Chiếu ánh sáng bước sóng  $\lambda = 0,42\mu m$  vào catốt của một tế bào quang điện có công thoát  $A = 2eV$ . Để triệt tiêu dòng quang điện thì hiệu điện thế đặt vào giữa anốt và catốt của tế bào quang điện đó phải thỏa mãn điều kiện gì? Biết rằng số Plăng  $h = 6,625.10^{-34} Js$ ; vận tốc ánh sáng trong chân không  $= 3.10^8 m/s$ ; độ lớn điện tích của electron  $|e| = 1,6.10^{-19} C$ ;  $1eV = 1,6.10^{-19} J$ .

A.  $U_{AK} \leq -0,958V$ .

B.  $U_{AK} \leq 0,958V$ .

C.  $U_{AK} \leq -0,525V$ .

D.  $U_{AK} \leq 0,525V$ .

Lời giải

Từ công thức Anhtxanh về hiện tượng quang điện:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_h \Rightarrow U_h = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) = 0,958V$$

Vậy để triệt tiêu dòng quang điện thì  $U_{AK} \leq -0,958V$ .

**Đáp án A.**

Câu 8: Katốt của tế bào quang điện có công thoát  $1,5eV$ , được chiếu bởi bức xạ đơn sắc  $\lambda$ . Lần lượt đặt vào tế bào, điện áp  $U_{AK} = 3V$  và  $U_{AK} = 15V$ , thì thấy vận tốc cực đại của electron khi đập vào anốt tăng gấp đôi. Giá trị của  $\lambda$  là:

A.  $0,259 \mu m$ .

B.  $0,795 \mu m$ .

C.  $0,497 \mu m$ .

D.  $0,211 \mu m$ .

Lời giải

Theo định lí biến thiên động năng:

$$\begin{cases} eU_{AK} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_{0\max}^2}{2} \\ eU'_{AK} = \frac{mv'^2}{2} - \frac{mv_{0\max}^2}{2} = 4 \cdot \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_{0\max}^2}{2} \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot \frac{mv^2}{2} = e(U'_{AK} - U_{AK})$$

Từ đó ta có  $\frac{mv^2}{2} = 4 eV$ . Suy ra  $\frac{mv_{0\max}^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - eU_{AK} = 1eV$

Bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm là

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_{0\max}^2}{2} = 1,5eV + 1 eV = 2,5eV \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{2,5eV} = 0,497 \mu m$$

**Đáp án C.**

Câu 9: Một quả cầu bằng đồng (Cu) cô lập về điện được chiếu bởi 1 bức xạ điện từ có  $\lambda = 0,14\mu m$ . Cho giới hạn quang điện của Cu là  $\lambda_0 = 0,3(\mu m)$ . Tính điện thế cực đại của quả cầu.

A.  $4,73 V$ .

B.  $2,69 V$ .

C.  $-4,73 V$ .

D.  $-2,69 V$ .

Lời giải

Ban đầu, quả cầu chưa tích điện. Khi chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,14\mu m$  vào quả cầu thì electron bị bứt ra khỏi bề mặt quả cầu và quả cầu tích điện dương, quả cầu có một điện thế. Số electron bị bứt ra khỏi bề mặt quả cầu ngày càng tăng, điện thế của quả cầu tăng dần và khi điện thế quả cầu đạt đến giá trị  $V_{max}$  thì các electron vừa mới bị bứt ra thêm lại bị hút trở lại quả cầu, và điện thế của quả cầu

không tăng nữa.

Vậy giá trị cực đại  $V_{max}$  của điện thế quả cầu chính là hiệu điện thế hãm trong tế bào quang điện.

Do đó ta có :  $eU_h = eV_{max} = \frac{1}{2}mv_{0max}^2$

Suy ra

$$V_{max} = \frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left( \frac{1}{0,14 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{0,3 \cdot 10^{-6}} \right) = 4,73V$$

Đáp án A.

**Câu 10:** Công thoát electron khỏi đồng là 4,57 eV. Chiều bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,14 \mu m$  vào một quả cầu bằng đồng đặt xa các vật khác. Tính giới hạn quang điện của đồng và điện thế cực đại mà quả cầu đồng tích được.

A. 4,1 V.

B. 4,3 V.

C. 4,57 V.

D. 3,5 V.

Lời giải

Giới hạn quang điện của đồng là :

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,57 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,27 \cdot 10^{-6} m$$

Lập luận tương tự bài trên, ta có điện thế cực đại

$$eV_{max} = \frac{hc}{\lambda} - A \Rightarrow V_{max} = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) = 4,3 V$$

Đáp án B.

**Câu 11:** Công thoát của electron đối với đồng là 4,47 eV.

a. Tính giới hạn quang điện của đồng?

b. Khi chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,14 \mu m$  vào một quả cầu bằng đồng cách li với vật khác thì tích điện đến điện thế cực đại là bao nhiêu ? Tính vận tốc ban đầu cực đại của quang electron.

c. Khi chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda'$  vào quả cầu bằng đồng cách li với các vật khác thì quả cầu đạt điện thế cực đại 3 (V). Tính  $\lambda'$  và vận tốc ban đầu cực đại của các electron quang điện.

Cho biết :  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} (J.s)$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 (m/s)$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} (kg)$ .

Lời giải

a. Giới hạn quang điện của đồng là  $\lambda_0 = \frac{hc}{A} = 278 \cdot 10^{-9} m = 278 nm$

b. Gọi điện thế cực đại của quả cầu bằng đồng là  $V_{max}$ .

Theo công thức Anhtxtanh về hiện tượng quang điện :  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_{0max}^2$

Mà điện thế cực đại của vật tính theo công thức:

$$\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = eV_{max} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = A + eV_{max} \Rightarrow V_{max} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{e} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,14 \cdot 10^{-6}} - 4,47 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,403 V$$

Lại có:  $\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = eV_{max} \Rightarrow v_{0max} = \sqrt{\frac{2 \cdot |e| V_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,4}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,244 \cdot 10^6 m/s$

c. Bước sóng có giá trị là  $\lambda' = \frac{hc}{A + eV'_{max}} = 0,166(\mu m)$ .

Vận tốc ban đầu cực đại

$$v_{0max} = \sqrt{\frac{2eV'_{max}}{m_e}} = 1,027 \cdot 10^6 (m/s)$$



**Câu 12:** Lần lượt chiếu hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,405(\mu m)$ ,  $\lambda_2 = 0,436(\mu m)$  vào bề mặt của một kim loại và đo hiệu điện thế hãm tương ứng  $U_{h1} = 1,15(V)$ ;  $U_{h2} = 0,93(V)$ . Cho biết:  $h = 6,625.10^{-34}(J.s)$ ;  $c = 3.10^8(m/s)$ ;  $e = 1,6.10^{-19}(C)$ . Tính công thoát của kim loại đó.

- A. 1,92 eV.                      B. 1,15 eV.                      C. 0,93 eV.                      D. 2,1 eV.

Lời giải

Theo công thức Anhtanh về hiện tượng quang điện, ta có  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_0^2}{2} = A + eU_h$

Từ đó ta có 
$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_1} = A + eU_{h1} \\ \frac{hc}{\lambda_2} = A + eU_{h2} \end{cases}$$

Suy ra công thoát của kim loại là :

$$A = \frac{1}{2} \left[ hc \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) - e(U_{h1} + U_{h2}) \right] = 1,92 (eV)$$

**Đáp án A.**

**Câu 13:** Chiếu bức xạ có tần số  $f_1$  vào quả cầu kim loại đặt cô lập thì xảy ra hiện tượng quang điện với điện thế cực đại của quả cầu là  $V_1$  và động năng ban đầu cực đại của e quang điện đúng bằng một nửa công thoát của kim loại. Chiếu tiếp bức xạ có tần số  $f_2 = f_1 + f$  vào quả cầu đó thì điện thế cực đại của quả cầu là  $5V_1$ . Hỏi chiếu riêng bức xạ có tần số  $f$  vào quả cầu trên (đang trung hòa về điện) thì điện thế cực đại của quả cầu là:

- A.  $2V_1$  .                      B.  $2,5V_1$ .                      C.  $4V_1$ .                      D.  $3V_1$ .

Lời giải

Chiếu bức xạ có tần số  $f_1$  thì:  $hf_1 = A + \frac{1}{2}mv_0^2_{max} = A + \frac{1}{2}A = 1,5A$

Điện thế cực đại là  $V_1$  nên ta có:  $eV_1 = W_{a0,max} = \frac{1}{2}A$ .

Chiếu bức xạ có tần số  $f_2 = f_1 + f$  thì:

$$hf_2 = A + eV_2$$

$$= A + e5V_1$$

$$= A + 5.0,5A$$

$$= 3,5A$$

$$= hf_1 + hf$$

Chiếu bức xạ có tần số  $f$  thì điện thế cực đại của quả cầu là:

$$V_{max} = \frac{1}{e}(hf - A) = \frac{1}{e}(hf_2 - hf_1 - A) = \frac{3,5A - 1,5A - A}{e} = \frac{A}{e}$$

Mà  $eV_1 = \frac{1}{2}A$  nên suy ra  $V_{max} = 2V_1$  .

**Đáp án A.**

**Câu 14:** Chiếu bức xạ có tần số  $f_1$  vào quả cầu kim loại đặt cô lập thì xảy ra hiện tượng quang điện với điện thế cực đại của quả cầu là  $V_1$  và động năng ban đầu cực đại của electron quang điện đúng bằng một phần ba công thoát của kim loại. Chiếu tiếp bức xạ có tần số  $f_2 = f_1 + f$  vào quả cầu kim loại đó thì điện thế cực đại của quả cầu là  $7V_1$ . Hỏi chiếu riêng bức xạ có tần số  $f$  vào quả cầu kim loại trên (đang trung hòa điện) thì điện thế cực đại của quả cầu là:

- A.  $2V_1$  .                      B.  $2,5V_1$  .                      C.  $4V_1$ ..                      D.  $3V_1$ ..

Lời giải

Tương tự như câu trên **Đáp án D.**

3. Bài toán về hiệu suất lượng tử

3.1. Phương pháp

- Số photon nguồn sáng phát ra trong 1 giây là

$$N = \frac{P}{\epsilon}$$

- Số photon tới catot trong mỗi giây chính bằng số photon mà nguồn phát ra  $N = \frac{P}{\epsilon}$ .

Trong đó

P là công suất của chùm sáng chiếu vào catot,

$\epsilon$  là năng lượng của mỗi photon có bước sóng  $\lambda$ .

- Số electron quang điện bật ra khỏi bề mặt kim loại trong mỗi giây là

$$n = \frac{I_{bh}}{e}$$

Trong đó  $I_{bh}$  là cường độ dòng quang điện bão hòa.

- Hiệu suất lượng tử xác định bởi

$$H = \frac{n}{N}$$

3.2. Ví dụ minh họa

Câu 1: Một ngọn đèn phát ra ánh sáng đơn sắc có  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$  sẽ phát ra bao nhiêu photon trong 10s nếu công suất đèn là P = 10W.

- A.  $3,0189.10^{20}$ .      B.  $6.10^{20}$ .      C.  $3,0189.10^{16}$ .      D.  $6,04.10^{16}$ .

Lời giải

Số photon phát ra trong 10s giây là

$$N' = 10N = 10 \frac{P}{\epsilon} = 10 \frac{P\lambda}{hc} = 10 \frac{10.0,6.10^{-6}}{6,625.10^{-34}.3.10^8} = 3,0189.10^{20}$$

Đáp án A.

Câu 2: Chiếu một chùm bức xạ vào tế bào quang điện có catot làm bằng Na thì cường độ dòng quang điện bão hòa là 3 mA. Số electron bị bật ra ra khỏi catot trong hai phút là bao nhiêu?

- A.  $3,25.10^{15}$ .      B.  $2,35.10^{14}$ .  
C.  $2,25.10^{15}$ .      D.  $4,45.10^{15}$ .

Lời giải

Số electron bật ra khỏi catot trong hai phút là :  $120n = 120 \frac{I_{bh}}{e} = 120 \frac{3.10^{-6}}{1,6.10^{-19}} = 2,25.10^{15}$  (electron)

Đáp án C.

Câu 3: Chiếu vào catốt một ánh sáng có bước sóng  $0,546\mu\text{m}$ , thì dòng quang điện bão hoà có giá trị là 2mA. Công suất bức xạ là 1,515 W. Tính hiệu suất lượng tử.

- A. 3%.      B. 0,3%.      C. 0,03%.      D. 30%.

Lời giải

Số photon tới catot trong mỗi giây là

$$N = \frac{P}{\epsilon} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{1,515.0,546.10^{-6}}{6,625.10^{-34}.3.10^8} = 4,16.10^{18}$$

Số electron quang điện bật ra khỏi bề mặt kim loại trong mỗi giây là

$$n = \frac{I_{bh}}{e} = \frac{2.10^{-3}}{1,6.10^{-19}} = 1,25.10^{16}$$

Hiệu suất lượng tử là

$$H = \frac{n}{N} = \frac{1,25 \cdot 10^{16}}{4,16 \cdot 10^{18}} = 0,3\%$$

Đáp án B.

**Câu 4:** Một tế bào quang điện có catốt làm bằng Asen có công thoát electron bằng 5,15 eV. Chiếu chùm sáng đơn sắc có bước sóng 0,20 μm vào catốt của tế bào quang điện thì thấy cường độ dòng quang điện bão hòa là 4,5 μA. Biết công suất chùm bức xạ là 3 mW. Xác định vận tốc cực đại của electron khi nó vừa bị bật ra khỏi catốt và hiệu suất lượng tử.

- A. 0,093%      B. 0,95%      C. 100%      D. 93%.

Lời giải

Động năng ban đầu cực đại của electron là :

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A \Rightarrow v_0^{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)} = 0,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Số photon tới catot trong mỗi giây là

$$N = \frac{P}{\epsilon} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{0,03 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}}{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{16}$$

Số electron quang điện bứt ra khỏi bề mặt kim loại trong mỗi giây là

$$n = \frac{I_{bh}}{e} = \frac{4,5 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,8 \cdot 10^{13}$$

Hiệu suất lượng tử là

$$H = \frac{n}{N} = 0,093\%$$

Đáp án A.

**Câu 5:** Nguồn sáng thứ nhất có công suất  $P_1$  phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 450nm$ . Nguồn sáng thứ hai có công suất  $P_2$  phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_2 = 0,60\mu m$ . Trong cùng một khoảng thời gian, tỉ số giữa số photon mà nguồn thứ nhất phát ra so với số photon mà nguồn thứ hai phát ra là 3:1. Tỉ số  $P_1$  và  $P_2$  là:

- A. 4.      B. 9/4.      C. 4/3.      D. 3.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} P_1 = N_1 \epsilon_1 \\ P_2 = N_2 \epsilon_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{N_1 \epsilon_1}{N_2 \epsilon_2} = \frac{N_1 \lambda_2}{N_2 \lambda_1} = 3 \cdot \frac{0,6}{0,45} = 4$$

Đáp án A.

**4. Bài toán về chiếu đồng thời hai bức xạ vào tế bào quang điện**

**Câu 1:** Chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,25\mu m$  vào catot của một tế bào quang điện cần một hiệu điện thế hãm  $U_1 = 3V$  để triệt tiêu dòng quang điện. Chiếu đồng thời  $\lambda_1$  và  $\lambda_2 = 0,15\mu m$  thì hiệu điện thế hãm khi đó là bao nhiêu ?

- A. 6,3 V.      B. 3 V.      C. 4,5 V.      D. 6,5 V.

Lời giải

Hiệu điện thế hãm phải có giá trị sao cho nó cản trở được tất cả các electron bứt ra từ catot để triệt tiêu

dòng quang điện.

Phương trình Anhtanh về hiện tượng quang điện

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A + eU_{h_1}$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = A + eU_{h_2}$$

Từ đó suy ra rằng bước sóng càng nhỏ thì hiệu điện thế hãm càng lớn. Vì  $\lambda_2 < \lambda_1$  nên hiệu điện thế hãm trong bài này là  $U_{h_2}$ . Ta có  $hc \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = e(U_{h_2} - U_{h_1})$  nên

$$U_{h_2} = \frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) + U_{h_1} = 6,306V$$

Đáp án A.

**Câu 2:** Chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,276\mu m$  vào catot của một tế bào quang điện làm bằng nhôm thì hiệu điện thế hãm để triệt tiêu dòng quang điện là  $1,05V$ . Thay bức xạ trên bằng bức xạ  $\lambda_2 = 0,248\mu m$  và catot giờ làm bằng đồng thì hiệu điện thế hãm để triệt tiêu dòng quang điện giờ là  $0,86V$ . Vậy khi chiếu đồng thời cả hai bức xạ  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$  vào catot giờ là hợp kim đồng và nhôm thì hiệu điện thế hãm để triệt tiêu dòng quang điện là

- A.  $1,05V$  .      B.  $1,55V$  .      C.  $0,86V$  .      D.  $1,91V$ .

Lời giải

Phương trình Anhtanh về hiện tượng quang điện

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_1} = A_{Al} + eU_{h_1} \\ \frac{hc}{\lambda_2} = A_{Cu} + eU_{h_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_{Al} = \frac{hc}{\lambda_1} - eU_{h_1} = 5,521 \cdot 10^{-19} J \\ A_{Cu} = \frac{hc}{\lambda_2} - eU_{h_2} = 6,638 \cdot 10^{-19} J \end{cases}$$

Vì  $\lambda_2 < \lambda_1$  nên nếu hiệu điện thế hãm là  $U_h$  thì ta có

$$\frac{hc}{\lambda_2} = A + eU_h$$

Từ phương trình trên, nếu công thoát càng nhỏ thì  $U_h$  càng lớn, mà công thoát của đồng lớn hơn công thoát của nhôm, nên ta có :

$$\frac{hc}{\lambda_2} = A_{Al} + eU_h$$

Từ đó suy ra

$$U_h = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda_2} - A_{Al} \right) = 1,55 V$$

Đáp án B.

**5. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Kết quả nào sau đây khi thí nghiệm với tế bào quang điện không đúng?

- A. Hiệu điện thế hãm phụ thuộc vào tần số ánh sáng kích thích.
- B. Khi hiệu điện thế giữa anốt và catốt là  $U_{AK} = 0$  vẫn có dòng quang điện.
- C. Cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với cường độ chùm sáng kích thích.
- D. Ánh sáng kích thích phải có tần số nhỏ hơn giới hạn quang điện.

**Câu 2:** Khi nói về thuyết lượng tử ánh sáng, phát biểu nào dưới đây là sai?

- A. Nguyên tử hay phân tử vật chất không hấp thụ hay bức xạ ánh sáng một cách liên tục mà thành từng phần riêng biệt, đứt quãng.
- B. Khi ánh sáng truyền đi, lượng tử ánh sáng không bị thay đổi và không phụ thuộc khoảng cách tới nguồn sáng.
- C. Năng lượng của lượng tử ánh sáng do lớn hơn năng lượng của lượng tử ánh sáng tím.
- D. Mỗi chùm sáng dù rất yếu cũng chứa một số rất lớn lượng tử ánh sáng.

**Câu 3:** Catốt của một tế bào quang điện làm bằng kim loại có giới hạn quang điện là  $\lambda_0 = 0,825\mu\text{m}$ . Chiếu đồng thời hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}$  và  $\lambda_2 = \frac{3\lambda_0}{4}$  vào catốt.  $Choi = 6,6.10^{-34}$ ,  $c = 3.10^8 \text{m/s}$ ,  $e = 1,6.10^{-19} \text{C}$ . Hiệu điện thế hãm để triệt tiêu dòng quang điện là

- A. 1,5 V.
- B. 2,0 V.
- C. 0,2 V.
- D. 0,5 V.

**Câu 4:** Kết nào sau đây khi thí nghiệm với tế bào quang điện không đúng?

- A. Khi  $U_{AK} = 0$  vẫn có thể có dòng quang điện.
- B. Đối với mỗi kim loại làm catốt, ánh sáng kích thích phải có bước sóng nhỏ hơn hoặc bằng một giới hạn  $\lambda_0$  nào đó.
- C. Hiệu điện thế hãm phụ thuộc vào cường độ chùm ánh sáng kích thích.
- D. Cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với cường độ chùm sáng kích thích.

**Câu 5:** Giới hạn quang điện của mỗi kim loại là

- A. bước sóng giới hạn của ánh sáng kích thích có thể gây ra hiện tượng quang điện.
- B. bước sóng liên kết với quang electron.
- C. bước sóng của ánh sáng kích thích.
- D. công thoát electron ở bề mặt kim loại đó.

**Câu 6:** Chọn câu sai. Chiếu ánh sáng có bước sóng thích hợp vào mặt một tấm đồng cô lập về điện. Ta có:

- A. Khi công của lực điện trường bằng với động năng ban đầu cực đại của các electron quang điện thì không còn electron quang điện bứt ra khỏi quả cầu.
- B. Quả cầu tích điện dương sẽ tạo một điện trường có tác dụng kéo các electron trở về quả cầu.
- C. Các photon bứt electron quang điện ra khỏi quả cầu nên quả cầu này tích điện dương.
- D. Điện thế V của quả cầu đạt giá trị cực đại  $V_{max}$  với  $V_{max} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{hc}{e\lambda_0}$  ( với  $e = 1,6.10^{-19} \text{C}$  ).

**Câu 7:** Chọn câu đúng.

- A. Khi tăng cường độ của chùm ánh sáng kích thích lên hai lần thì cường độ dòng quang điện tăng lên hai lần.
- B. Khi giảm bước sóng của chùm sáng kích thích xuống hai lần thì cường độ dòng quang điện tăng lên hai lần.
- C. Khi tăng bước sóng của chùm sáng kích thích lên hai lần thì cường độ dòng quang điện tăng lên hai lần.
- D. Khi ánh sáng kích thích gây ra được hiện tượng quang điện, nếu giảm bước sóng của chùm sáng kích thích thì động năng ban đầu cực đại của electron quang điện tăng lên.

Câu 8: Lần lượt chiếu vào catốt của tế bào quang điện hai bức xạ  $\lambda_1 = 0,26 \mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 1,2\lambda_1$  thì vận tốc ban đầu cực đại của electron quang điện bứt ra từ catốt lần lượt là  $v_1$  và  $v_2 = 0,75v_1$ . Giới hạn quang điện của kim loại làm catốt này bằng

- A.  $0,42 \mu\text{m}$ .      B.  $0,2 \mu\text{m}$ .      C.  $0,86 \mu\text{m}$ .      D.  $1,2 \mu\text{m}$ .

Câu 9: Chiếu ánh sáng có bước sóng thích hợp vào catốt của tế bào quang điện: Để triệt tiêu dòng quang điện cần hiệu điện thế hãm  $U_h$ . Phát biểu nào sau đây sai?

- A. khi cường độ chùm ánh sáng kích thích tăng thì  $U_h' = U_h$ .  
 B. năng lượng photon ánh sáng bằng công thoát của electron khỏi kim loại thì  $U_h = 0$ .  
 C. khi  $U_{AK} > U_h$  sẽ không có electron nào đến được anốt.  
 D. khi ánh sáng kích thích có bước sóng giảm thì  $U_h' > U_h$ .

Câu 10: Catốt của một tế bào quang điện làm bằng Xêđi là kim loại có công thoát electron A, được chiếu bởi bức xạ có bước sóng thích hợp. Cho cường độ dòng điện bão hòa  $I_{bh} = 2 \mu\text{A}$  và hiệu suất quang điện  $H = 0,5$

- A.  $2,5.10^{12}$  photon.      B.  $1,25.10^{15}$  photon.  
 C.  $12,5.10^{15}$  photon.      D.  $2,5.10^{15}$  photon.

Câu 11: Khi nói về thuyết lượng tử ánh sáng, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Ánh sáng được tạo bởi các hạt gọi là photon.  
 B. Photon có thể chuyển động hay đứng yên tùy thuộc vào nguồn sáng chuyển động hay đứng yên.  
 C. Năng lượng photon càng nhỏ khi cường độ chùm ánh sáng càng nhỏ.  
 D. Năng lượng của photon càng lớn khi tần số của ánh sáng ứng với photon đó càng nhỏ.

Câu 12: Chiếu vào một tế bào quang điện một chùm sáng đơn sắc có bước sóng  $0,48 \mu\text{m}$  thì có dòng quang điện xuất hiện, khi đó nếu đặt vào hai đầu cực anốt và catốt một hiệu điện thế hãm có độ lớn bằng  $1,88 \text{ V}$  thì sẽ làm cường độ dòng quang điện triệt tiêu. Công thoát của kim loại làm catốt bằng

- A.  $0,07 \text{ eV}$ .      B.  $0,707 \text{ eV}$ .      C.  $70,7 \text{ eV}$ .      D.  $7,07 \text{ eV}$ .

Câu 13: Dòng quang điện bão hòa xảy ra khi

- A. có bao nhiêu electron bay ra khỏi catốt thì có bấy nhiêu electron bay trở lại catốt.  
 B. tất cả các electron thoát ra khỏi catốt trong mỗi giây đều về anốt.  
 C. số electron bật ra khỏi catốt bằng số photon ánh sáng chiếu vào catốt.  
 D. các electron có vận tốc  $v_{\text{max}}$  đều đến anốt.

Câu 14: Hiệu điện thế giữa anốt và catốt của ống Rơn-ghe-n là  $20 \text{ kV}$ . Cho  $h = 6,625.10^{-34} \text{ Js}$ ;  $c = 3.10^8 \text{ m/s}$ ;  $e = -1,6.10^{-19} \text{ C}$ . Bước sóng nhỏ nhất của tia Rơn - ghen do ống Rơn - ghen phát ra bằng

- A.  $6,21.10^{-11} \text{ m}$ .      B.  $6,625.10^{-11} \text{ m}$ .  
 C.  $3,456.10^{-10} \text{ m}$ .      D.  $8,25.10^{-9} \text{ m}$ .

Câu 15: Năng lượng của photon sẽ được dùng

- A. một nửa để electron thắng lực liên kết trong tinh thể thoát ra ngoài và một nửa biến thành động năng ban đầu cực đại  $\frac{1}{2}mV_{\text{max}}^2$ .  
 B. để electron bù đắp năng lượng do va chạm với các ion và thắng lực liên kết trong tinh thể thoát ra ngoài.  
 C. để electron thắng lực liên kết trong tinh thể thoát ra ngoài, phần còn lại biến thành động năng ban đầu cực đại  $\frac{1}{2}mV_{\text{max}}^2$ .  
 D. để thắng được lực cản của môi trường ngoài, phần còn lại biến thành động năng ban đầu cực đại  $\frac{1}{2}mV_{\text{max}}^2$ .

**Câu 16:** Kim loại dùng làm catốt của một tế bào quang điện có công thoát electron  $A = 2,2 \text{ eV}$ . Chiếu vào catốt một bức xạ có bước sóng  $\lambda$ . Muốn triệt tiêu dòng quang điện, người ta phải đặt vào anốt và catốt một hiệu điện thế hãm. Bước sóng có giá trị

- A.  $0,477 \mu\text{m}$ .      B.  $0,377 \mu\text{m}$ .      C.  $0,677 \mu\text{m}$ .      D.  $0,577 \mu\text{m}$ .

**Câu 17:** Dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1$  chiếu vào catốt của một tế bào quang điện. Khi đặt vào anốt và catốt của tế bào quang điện này hiệu điện thế hãm  $U_{h1}$  thì dòng quang điện triệt tiêu. Khi dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_2$  thì dòng quang điện triệt tiêu khi hiệu điện thế hãm  $U_{h2} = 0,25U_{h1}$ . Tỷ số vận tốc ban đầu cực đại của electron quang điện  $\frac{V_{0\max 1}}{V_{0\max 2}}$  trên hai trường hợp trên là

- A. 0,5.      B. 2.      C. 4.      D. 2,5.

**Câu 18:** Trong thí nghiệm Hecxơ: chiếu một chùm sáng phát ra từ một hồ quang vào một tấm kẽm thì thấy các electron bật ra khỏi tấm kim loại. Khi chắn chùm sáng hồ quang bằng tấm thủy tinh dày thì thấy không có electron bật ra nữa, điều này chứng tỏ

- A. ánh sáng phát ra từ hồ quang có bước sóng nhỏ hơn giới hạn quang điện của kẽm.  
 B. tấm thủy tinh đã hấp thụ tất cả ánh sáng phát ra từ hồ quang.  
 C. tấm kim loại đã tích điện dương và mang điện thế dương.  
 D. chỉ có ánh sáng thích hợp mới gây ra được hiện tượng quang điện.

**Câu 19:** Electron bật ra khỏi kim loại khi có ánh sáng chiếu vào là vì

- A. ánh sáng đó có bước sóng xác định.  
 B. vận tốc của electron khi đến bề mặt kim loại lớn hơn vận tốc giới hạn của kim loại đó.  
 C. năng lượng photon lớn hơn công thoát của electron khỏi kim loại đó.  
 D. năng lượng photon ánh sáng đó lớn hơn năng lượng của electron.

**Câu 20:** Công thoát electron của một kim loại là  $7,64 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . Chiếu lần lượt vào bề mặt tấm kim loại này các bức xạ có bước sóng là  $\lambda_1 = 0,18 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0,21 \mu\text{m}$  và  $\lambda_3 = 0,35 \mu\text{m}$ . Lấy  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Bức xạ nào gây được hiện tượng quang điện đối với kim loại đó?

- A. Cả ba bức xạ.  
 B. Chỉ có bức xạ  $\lambda_1$ .  
 C. Không có bức xạ nào trong ba bức xạ trên.  
 D. Hai bức xạ ( $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ ).

**Câu 21:** Chiếu ánh sáng có bước sóng thích hợp vào catốt của tế bào quang điện: Để triệt tiêu dòng quang điện cần hiệu điện thế hãm  $U_h$ . Phát biểu nào sau đây sai?

- A. Khi  $U_{AK} > U_h$  sẽ không có electron nào đến được anốt.  
 B. Khi ánh sáng kích thích có bước sóng giảm thì  $U_h > U_h$ .  
 C. Khi cường độ chùm ánh sáng kích thích tăng thì  $U_h$  không đổi.  
 D. Khi  $U_h = 0$ , năng lượng photon ánh sáng bằng công thoát của electron khỏi kim loại.

**Câu 22:** Khi chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,46 \mu\text{m}$  vào một tấm kim loại và electron quang điện bật ra với động năng ban đầu cực đại là  $W_{0\max}$ . Thay bức xạ trên bởi bức xạ có bước sóng  $\lambda_2 = 0,32 \mu\text{m}$  thì electron quang điện bật ra với động năng ban đầu cực đại là  $3W_{0\max}$ . Giới hạn quang điện của kim loại bằng

- A.  $0,45 \mu\text{m}$ .      B.  $0,59 \mu\text{m}$ .      C.  $0,625 \mu\text{m}$ .      D.  $0,485 \mu\text{m}$ .

**Câu 23:** Chọn câu đúng

- A. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế âm cần đặt giữa catốt và anốt của tế bào quang điện để triệt tiêu dòng quang điện.  
 B. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế âm cần đặt giữa catốt và anốt của tế bào quang điện để vừa đủ triệt tiêu dòng quang điện.

C. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế dương cần đặt giữa catôt và anôt của tế bào quang điện để triệt tiêu dòng quang điện.

D. Hiệu điện thế hãm là hiệu điện thế dương cần đặt giữa catôt và anôt của tế bào quang điện để vừa đủ triệt tiêu dòng quang điện.

**Câu 24:** Phát biểu nào sau đây là không đúng?

A. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện không phụ thuộc vào cường độ của chùm ánh sáng kích thích.

B. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc vào bản chất kim loại dùng làm catôt.

C. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện không phụ thuộc vào bước sóng của chùm ánh sáng kích thích.

D. Động năng ban đầu cực đại của electron quang điện phụ thuộc vào bước sóng của chùm ánh sáng kích thích.

**Câu 25:** Chọn câu Đúng. Nếu chiếu một chùm tia hồng ngoại vào tấm kẽm tích điện âm, thì:

A. Tấm kẽm mất dần điện tích dương.      B. Tấm kẽm mất dần điện tích âm.

C. Tấm kẽm trở nên trung hoà về điện.      D. Điện tích âm của tấm kẽm không đổi.

**Câu 26:** Chọn câu trả lời Đúng. Giới hạn quang điện của mỗi kim loại là:

A. Bước sóng của ánh sáng kích thích chiếu vào kim loại.

B. Công thoát của các electron ở bề mặt kim loại đó.

C. Bước sóng giới hạn của ánh sáng kích thích để gây ra hiện tượng quang điện kim loại đó.

D. Hiệu điện thế hãm.

**Câu 27:** Để gây được hiệu ứng quang điện, bức xạ rơi vào kim loại được thoả mãn điều kiện nào sau đây?

A. Tần số lớn hơn giới hạn quang điện.      B. Tần số nhỏ hơn giới hạn quang điện.

C. Bước sóng nhỏ hơn giới hạn quang điện.      D. Bước sóng lớn hơn giới hạn quang điện.

**Câu 28:** Chọn phát biểu Đúng. Với một bức xạ có bước sóng thích hợp thì cường độ dòng quang điện bão hoà:

A. Triệt tiêu, khi cường độ chùm sáng kích thích nhỏ hơn một giá trị giới hạn.

B. tỉ lệ với bình phương cường độ chùm sáng.

C. tỉ lệ với căn bậc hai của cường độ chùm sáng.

D. tỉ lệ với cường độ chùm sáng.

**Câu 29:** Điều nào dưới đây sai, khi nói về những kết quả rút ra từ thí nghiệm với tế bào quang điện?

A. Hiệu điện thế giữa anôt và catôt của tế bào quang điện luôn có giá trị âm khi dòng quang điện triệt tiêu.

B. Dòng quang điện vẫn còn tồn tại ngay cả khi hiệu điện thế giữa anôt và catôt của tế bào quang điện bằng không.

C. Cường độ dòng quang điện bão hoà không phụ thuộc vào cường độ chùm sáng kích thích.

D. Giá trị của hiệu điện thế hãm phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng kích thích.

**Câu 30:** Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về hiện tượng quang điện?

A. Là hiện tượng hiện tượng electron bật ra khỏi bề mặt tấm kim loại khi có ánh sáng thích hợp chiếu vào nó.

B. Là hiện tượng hiện tượng electron bật ra khỏi bề mặt tấm kim loại khi tấm kim loại bị nung nóng.

C. Là hiện tượng hiện tượng electron bật ra khỏi bề mặt tấm kim loại bị nhiễm điện do tiếp xúc với một vật nhiễm điện khác.



D. Là hiện tượng hiện tượng electron bứt ra khỏi bề mặt tấm kim loại do bất kỳ nguyên nhân nào khác.

### III. Bài tập về quang phổ vạch của nguyên tử Hydro

#### 1. Phương pháp

- Bán kính quỹ đạo dừng thứ n của electron trong nguyên tử hydro:  $r_n = n^2 r_0$

Với  $r_0 = 5,3.10^{-11}m$  là bán kính Bo (ở quỹ đạo K)

- Khi nguyên tử đang ở mức năng lượng cao chuyển xuống mức năng lượng thấp thì phát ra photon, ngược lại chuyển từ mức năng lượng thấp chuyển lên mức năng lượng cao nguyên tử sẽ hấp thụ photon.

$$E_{cao} - E_{thấp} = hf$$

- Bước sóng dài nhất  $\lambda_{NM}$  khi e chuyển từ  $N \rightarrow M$ .

Bước sóng ngắn nhất  $\lambda_{\infty M}$  khi e chuyển từ  $\infty \rightarrow M$ .

- Bước sóng phát ra khi nguyên tử chuyển mức năng lượng:

$$\epsilon = E_n - E_m \quad hf_{nm} = \frac{hc}{\lambda_{nm}} = E_n - E_m \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{nm}} = \frac{E_n - E_m}{hc}$$

- Bước sóng phát ra khi nguyên tử chuyển mức năng lượng:

Các dãy Quang phổ của nguyên tử hydro

- Dãy Laiman: Khi e ( $n > 1$ ) chuyển về quỹ đạo K ( $m = 1$ ) thì phát ra các vạch thuộc dãy Laiman:

$$\frac{1}{\lambda_{n1}} = \frac{E_0}{hc} \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ với } n \geq 2$$

Các vạch thuộc vùng tử ngoại. - Dãy Banme: Khi e chuyển từ quỹ đạo ngoài ( $n > 2$ ) về quỹ đạo L ( $m = 2$ ) thì phát ra các vạch thuộc dãy Banme.  $\frac{1}{\lambda_{n2}} = \frac{E_0}{hc} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$  với  $n \geq 3$

Gồm 4 vạch :

đỏ  $H_\alpha(0,656\mu m)$ ,

lam  $H_\beta(0,486\mu m)$ ,

chàm  $H_\gamma(0,434\mu m)$ ,

tím  $H_\delta(0,410\mu m)$  và một phần ở vùng tử ngoại.

- Dãy Pasen : Khi các e chuyển từ quỹ đạo bên ngoài ( $n > 3$ ) về quỹ đạo M ( $m = 3$ )  $\frac{1}{\lambda_{n3}} = \frac{E_0}{hc} \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

với  $n \geq 4$

Các vạch thuộc vùng hồng ngoại

- Năng lượng electron trong nguyên tử hydro:  $E_n = \frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} (eV)$

với n là số tự nhiên dương là kí hiệu của lượng tử số.  $E_0 = -13,6 eV$ : năng lượng ở trạng thái cơ bản.

Các bức xạ của dãy Banmer ( nhìn thấy):

$$+ \text{Vạch đỏ } H_\alpha: \lambda_\alpha = \lambda_{ML} = \lambda_{32}: \frac{hc}{\lambda_{32}} = E_3 - E_2$$

$$+ \text{Vạch lam } H_\beta: \lambda_\beta = \lambda_{NL} = \lambda_{42}: \frac{hc}{\lambda_{42}} = E_4 - E_2$$

$$+ \text{Vạch chàm } H_\gamma: \lambda_\gamma = \lambda_{OL} = \lambda_{52}: \frac{hc}{\lambda_{52}} = E_5 - E_2$$

$$+ \text{Vạch tím } H_\delta: \lambda_\delta = \lambda_{PL} = \lambda_{62}: \frac{hc}{\lambda_{62}} = E_6 - E_2$$

Các vạch có bước sóng dài nhất của các dãy:

$$+ \text{Dãy Laiman: } \lambda_{21}: \frac{hc}{\lambda_{21}} = E_2 - E_1;$$

$$+ \text{Dãy Banmer: } \lambda_{32}: \frac{hc}{\lambda_{32}} = E_3 - E_2;$$

$$+ \text{Dãy Paschen: } \lambda_{43}: \frac{hc}{\lambda_{43}} = E_4 - E_3$$

- Khi nguyên tử ở trạng thái kích thích thứ n có thể (khả dĩ) phát ra số bức xạ điện từ cho bởi:

$N = C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!2!}$ ; trong đó  $C_n^2$  là tổ hợp chập 2 của n.

**2. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Trong nguyên tử hiđrô, bán kính Bo  $r_0 = 5,3.10^{-11}m$ . Bán kính quỹ đạo dừng N là :

- A.  $47,7.10^{-11}m$ .                                      B.  $21,2.10^{-11}m$ .  
C.  $84,8.10^{-11}m$ .                                      D.  $132,5.10^{-11}m$ .

Lời giải

Bán kính quỹ đạo  $r = n^2 r_0$ . Quỹ đạo dừng N ứng với  $n = 4$ . Bán kính quỹ đạo dừng N là  $r = 4^2.5,3.10^{-11} = 84,8.10^{-11}m$ .

Đáp án C.

**Ví dụ 2:** Nguyên tử Hydro bị kích thích chuyển lên quỹ đạo có năng lượng cao. Sau đó chuyển từ quỹ đạo có lượng  $E_3 \rightarrow E_1$  thì phát ra ánh sáng đơn sắc có tần số  $f_{31} = 4200Hz$ . Khi chuyển từ  $E_3 \rightarrow E_2$  thì phát ra ánh sáng đơn sắc có tần số  $f_{32} = 3200Hz$ . Tìm tần số của ánh sáng phát ra khi nó chuyển từ mức năng lượng  $E_2 \rightarrow E_1$  ?

- A. 1000Hz.                                      B. 7400Hz.                                      C. 100Hz.                                      D. 740Hz.

Lời giải

Ta có  $hf_{21} = E_2 - E_1 = (E_3 - E_1) - (E_3 - E_2) = hf_{31} - hf_{32}$ .

Từ đó suy ra khi chuyển từ mức năng lượng  $E_2$  về  $E_1$  thì  $f_{21} = f_{31} - f_{32} = 1000Hz$

Nhật xét : Cộng tần số như cộng vectơ :  $f_{32} + f_{21} = f_{31}$ .

Đáp án A.

**Ví dụ 3:** Trong quang phổ hiđrô, bước sóng  $\lambda (\mu m)$  của các vạch quang phổ như sau:

Vạch thứ nhất của dãy Lai-man  $\lambda_{21} = 0,1216\mu m$  ;

vạch  $H_\alpha$  của dãy Ban-me  $\lambda_{H\alpha} = 0,6563\mu m$

Vạch đầu của dãy Pa-sen  $\lambda_{43} = 1,8751\mu m$

Tính bước sóng của hai vạch quang phổ thứ hai, thứ ba của dãy Lai-man và của vạch  $H_\beta$

- A.  $0,072\mu m$ .                                      B.  $0,081\mu m$ .                                      C.  $0,097\mu m$ .                                      D.  $0,062\mu m$ .

Lời giải

Áp dụng công thức  $\frac{1}{\lambda_{mn}} = \frac{E_m - E_n}{hc}$  với  $m > n$ .

Vạch  $H_\beta$  ứng với e chuyển từ quỹ đạo dừng  $n = 4$  về  $n = 2$ .

Ta có :  $\frac{1}{\lambda_{42}} = \frac{1}{\lambda_{43}} + \frac{1}{\lambda_{32}} = \frac{1}{\lambda_{43}} + \frac{1}{\lambda_\alpha} \Rightarrow \lambda_{42} = \frac{\lambda_{43}\lambda_\alpha}{\lambda_{43} + \lambda_\alpha} = 0,4861\mu m$ .

Vạch thứ hai của dãy Lai man ứng với e chuyển từ quỹ đạo dừng  $n = 3$  về  $n = 1$

$\frac{1}{\lambda_{31}} = \frac{E_3 - E_1}{hc} = \frac{E_3 - E_2}{hc} + \frac{E_2 - E_1}{hc} = \frac{1}{\lambda_{32}} + \frac{1}{\lambda_{21}}$

Từ đó suy ra  $\lambda_{31} = 0,1026 (\mu m)$

Vạch thứ ba của dãy Lai man ứng với e chuyển từ quỹ đạo dừng  $n = 4$  về  $n = 1$

$\frac{1}{\lambda_{41}} = \frac{1}{\lambda_{42}} + \frac{1}{\lambda_{21}} \Rightarrow \lambda_{41} = \frac{\lambda_{42}\lambda_{21}}{\lambda_{42} + \lambda_{21}} = 0,097\mu m$

Đáp án C.

**Ví dụ 4:** Khi kích thích nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản, bán kính quỹ đạo dừng của electron tăng lên 9 lần. Tính các bước sóng của các bức xạ mà nguyên tử hiđrô có thể phát ra, biết rằng năng lượng của các trạng thái dừng của nguyên tử hiđrô là  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} (eV)$  với  $n = 1, 2, \dots$ . Cho  $h = 6,625.10^{-34} (J.s)$ ,  $c = 3.10^8 (m/s)$ .

- A. abc.                                      B. abc.                                      C. abc.                                      D. abc.

Lời giải

Bán kính quỹ đạo được xác định bởi  $r = n^2 r_0$ . Khi kích thích nguyên tử hydro ở trạng thái cơ bản, bán kính quỹ đạo dừng của electron tăng lên 9 lần nên suy ra  $n = 3$ . Sau đó electron trở về lớp trong có thể phát ra các bức xạ có bước sóng  $\lambda_{31}; \lambda_{32}; \lambda_{21}$ .

Dãy Lai-man :

$$\frac{1}{\lambda_{31}} = \frac{E_3 - E_1}{hc} \Rightarrow \lambda_{31} = 0,103(\mu m)$$

$$\frac{1}{\lambda_{21}} = \frac{E_2 - E_1}{hc} \Rightarrow \lambda_{21} = 0,121(\mu m)$$

Dãy Ban-me:  $\frac{1}{\lambda_{32}} = \frac{E_3 - E_2}{hc} \Rightarrow \lambda_{32} = 0,657(\mu m)$

Đáp án B.

Ví dụ 5: Electron trong nguyên tử hydro chuyển từ quỹ đạo dừng có mức năng lượng lớn về quỹ đạo dừng có mức năng lượng nhỏ hơn thì vận tốc electron tăng lên 4 lần. Electron đã chuyển từ quỹ đạo  
 A. N về L.                      B. N về K.                      C. N về M.                      D. M về L.

Lời giải

Lực Coulomb đóng vai trò là lực hướng tâm nên ta có  $k \frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$

Từ đó ta có 
$$\begin{cases} v_1^2 = k \frac{e^2}{m_e r_1} \\ v_2^2 = k \frac{e^2}{m_e r_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{r_2}{r_1} = 16 \Rightarrow r_2 = 16r_1.$$

Mà bán kính Bo  $r_n = n^2 r_0$  vậy  $n = 4$  ứng với quỹ đạo N và chuyển về quỹ đạo cơ bản là K. Đáp án B.

Ví dụ 6: Cho biết năng lượng cần thiết tối thiểu để bứt điện tử ra khỏi nguyên tử hydro từ trạng thái cơ bản là 13,6eV. Bước sóng ngắn nhất của vạch quang phổ trong dãy Pasen là  
 A.  $\lambda_{P \min} = 0,622\mu m$ .                      B.  $\lambda_{P \min} = 0,822\mu m$ .  
 C.  $\lambda_{P \min} = 0,730\mu m$ .                      D.  $\lambda_{P \min} = 0,922\mu m$ .

Lời giải

Ta có năng lượng ở trạng thái dừng n là  $E_n = \frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} (eV)$ .

Vạch có bước sóng ngắn nhất trong dãy Pasen ứng với mức năng lượng chuyển từ  $n = +\infty$  về  $n = 3$ .

Ta có  $\frac{hc}{\lambda_{\infty 3}} = E_{\infty} - E_3 = 0 - \frac{-13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2^3} = 2,72 \cdot 10^{-19} (J)$

Từ đó suy ra  $\lambda_{\infty 3} = \frac{hc}{2,72 \cdot 10^{-19}} = 0,73\mu m$ .

Đáp án C.

Ví dụ 7: Bước sóng của vạch quang phổ đầu tiên trong dãy Laiman là  $\lambda_0 = 122 \text{ nm}$ , của hai vạch  $H_{\alpha}$  và  $H_{\beta}$  trong dãy Banme lần lượt là  $\lambda_1 = 656 \text{ nm}$  và  $\lambda_2 = 486 \text{ nm}$ . Hãy tính bước sóng của vạch quang phổ thứ hai trong dãy Laiman và vạch đầu tiên trong dãy Pasen.  
 A. abc.                      B. abc.                      C. abc.                      D. abc.

Lời giải

Ta có  $\frac{hc}{\lambda_{31}} = E_3 - E_1 = (E_3 - E_2) + (E_2 - E_1) = \frac{hc}{\lambda_{32}} + \frac{hc}{\lambda_{31}}$

Mặt khác,  $\lambda_{32} = \lambda_1 = 656 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{31} = \lambda_0 = 122 \text{ nm}$ ,

do đó bước sóng của vạch quang phổ thứ hai trong dãy Laiman là :

$$\frac{1}{\lambda_{31}} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_{31} = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\lambda_0 + \lambda_1} = 103 \text{ nm}$$

Tương tự, ta có bước sóng của vạch đầu tiên trong dãy Pasen là :

$$\frac{1}{\lambda_{43}} = \frac{1}{\lambda_{42}} + \frac{1}{\lambda_{23}} = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_{43} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 1875 \text{ nm}$$

Đáp án D.

Ví dụ 8: Trong quang phổ vạch của nguyên tử hiđrô, vạch ứng với bước sóng dài nhất trong dãy Laiman là  $\lambda_1 = 0,1216 \mu\text{m}$  và vạch ứng với sự chuyển của electron từ quỹ đạo M về quỹ đạo K có bước sóng  $\lambda_2 = 0,1026 \mu\text{m}$ . Hãy tính bước sóng dài nhất  $\lambda_3$  trong dãy Banme.

- A. abc.                      B. abc.                      C. abc.                      D. abc.

Lời giải

Bước sóng dài nhất  $\lambda_3$  trong dãy Banme ứng với sự chuyển từ quỹ đạo M về quỹ đạo L.

Ta có  $\frac{hc}{\lambda_3} = E_M - E_L = (E_M - E_K) - (E_L - E_K) = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1}$ .

Suy ra  $\lambda_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 0,6566 \mu\text{m}$ .

Đáp án B.

Ví dụ 9: Các mức năng lượng của nguyên tử hiđrô ở trạng thái dừng được cho bởi công thức:  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$  với n là số nguyên; n = 1 ứng với mức cơ bản K; n = 2, 3, 4, ... ứng với các mức kích thích L, M, N, ...

- a. Tính năng lượng ion hoá của nguyên tử hiđrô.  
b. Tính bước sóng của vạch đỏ  $H_\alpha$  trong dãy Banme.

- A. abc.                      B. abc.                      C. abc.                      D. abc.

Lời giải

a. Để ion hóa nguyên tử hiđrô thì ta phải cung cấp cho nó một năng lượng để electron nhảy từ quỹ đạo K (n = 1) ra khỏi sự liên kết với hạt nhân (n = ∞).

Do đó năng lượng ion hóa của nguyên tử hiđrô là :

$$\Delta E = E_\infty - E_1 = 0 - \left( -\frac{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1^2} \right) = 21,76 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

b. Bước sóng của vạch đỏ trong dãy Banme là :  $\frac{hc}{\lambda_{32}} = E_3 - E_2 \Rightarrow \lambda_{32} = \frac{hc}{E_3 - E_2} = 0,656 \mu\text{m}$ .

Đáp án B.

Ví dụ 10: Biết bước sóng với vạch đầu tiên trong dãy Laiman là  $\lambda_{21} = 0,122 \mu\text{m}$  và vạch cuối cùng của dãy banme là  $\lambda_{\infty 2} = 0,365 \mu\text{m}$ . Tìm năng lượng ion hóa nguyên tử hidro.

- A. abc.                      B. abc.                      C. abc.                      D. abc.

Lời giải

Với vạch đầu tiên của dãy laiman ta có:  $\frac{hc}{\lambda_{21}} = E_L - E_K$  (1)

Với vạch cuối cùng của dãy banme ta có:  $\frac{hc}{\lambda_{\infty 2}} = E_\infty - E_L$  (2)

Năng lượng ion hóa nguyên tử hidro:  $E = E_\infty - E_K$

Từ (1) và (2) ta có  $E = \frac{hc}{\lambda_{21}} + \frac{hc}{\lambda_{\infty 2}} = 13,6 \text{ eV}$ .

Đáp án A.

Ví dụ 11: Kích thích cho các nguyên tử hidro chuyển từ trạng thái cơ bản lên trạng thái kích thích sao cho bán kính quỹ đạo dừng tăng 25 lần. Trong quang phổ phát xạ của nguyên tử hidro sau đó, tỉ số giữa bước sóng dài nhất và bước sóng ngắn nhất là:

- A.  $\frac{128}{3}$ .                      B.  $\frac{128}{9}$ .                      C.  $\frac{128}{16}$ .                      D.  $\frac{64}{3}$ .

Lời giải

Bán kính quỹ đạo được xác định bởi  $r = n^2 r_0$ .

Nguyên tử hidro chuyển từ trạng thái cơ bản lên trạng thái kích thích sao cho bán kính quỹ đạo dừng tăng 25 lần, suy ra  $n = 5$ .

Bước sóng dài nhất ứng với năng lượng bé nhất - chuyển từ trạng thái 5 sang trạng thái 4.

$$\lambda_{54} = \frac{hc}{E_5 - E_4}$$

Bước sóng ngắn nhất ứng với năng lượng lớn nhất - chuyển từ trạng thái 5 sang trạng thái 1.

$$\lambda_{51} = \frac{hc}{E_5 - E_1}$$

$$\text{Vậy } \frac{\lambda_{54}}{\lambda_{51}} = \frac{E_5 - E_1}{E_5 - E_4} = \frac{-\frac{13,6}{5^2} + \frac{13,6}{1^2}}{-\frac{13,6}{5^2} + \frac{13,6}{4^2}} = \frac{384}{9} = \frac{128}{3}$$

Đáp án A.

Ví dụ 12: Cho mức năng lượng của nguyên tử hidro xác định bằng công thức  $E_n = \frac{E_0}{n^2}$  ( $E_0 = -13,6\text{eV}, n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ). Để có thể bức xạ tối thiểu 6 photon thì Nguyên tử H phải hấp thụ photon có mức năng lượng là:

- A. 12,75 eV.      B. 10,2 eV      C. 12,09 eV.      D. 10,06 eV.

Lời giải

Để có thể bức xạ tối thiểu 6 photon nguyên tử Hidro phải hấp thụ photon để chuyển lên quỹ đạo từ N trở lên, tức là  $n \geq 4$ .

Năng lượng của photon hấp thụ  $\varepsilon = E_4 - E_1 = E_0 \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 12,75\text{eV}$

Đáp án A.

Ví dụ 13: Theo mẫu nguyên tử Bo thì trong nguyên tử hidro, bán kính quỹ đạo dừng của electron trên các quỹ đạo là  $r_n = n^2 r_0$ , với  $r_0 = 0,53 \cdot 10^{-10}\text{m}$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots$  là các số nguyên dương tương ứng với các mức năng lượng của các trạng thái dừng của nguyên tử. Gọi  $v$  là tốc độ của electron trên quỹ đạo K. Khi nhảy lên quỹ đạo M, electron có tốc độ bằng

- A.  $\frac{v}{9}$ .      B.  $3v$ .  
C.  $\frac{v}{\sqrt{3}}$ .      D.  $\frac{v}{3}$ .

Lời giải

Khi e chuyển động trong trên các quỹ đạo thì lực tĩnh điện Coulông đóng vai trò là lực hướng tâm

$$k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Leftrightarrow k \frac{|e^2|}{r} = mv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{ke^2}{mr}} = |e| \sqrt{\frac{k}{m \cdot n^2 r_0}} = \frac{|e|}{n} \sqrt{\frac{k}{mr_0}}$$

Ở quỹ đạo K thì  $n = 1$  suy ra tốc độ  $v = |e| \sqrt{\frac{k}{mr_0}}$ .

Ở quỹ đạo M thì  $n = 3$  suy ra tốc độ  $v' = \frac{|e|}{3} \sqrt{\frac{k}{mr_0}} = \frac{v}{3}$ .

Đáp án D.

Ví dụ 14: Mức năng lượng của nguyên tử Hydro có biểu thức  $E_n = \frac{E_0}{n^2} = \frac{-13,6}{n^2}$  eV. Khi kích thích nguyên tử hidro từ quỹ đạo dừng m lên quỹ đạo n bằng năng lượng 2,55eV, thấy bán kính quỹ đạo tăng 4 lần. Bước sóng nhỏ nhất mà nguyên tử hidro có thể phát ra là:

- A.  $1,46 \cdot 10^8\text{m}$ .      B.  $9,74 \cdot 10^8\text{m}$ .  
C.  $4,87 \cdot 10^7\text{m}$ .      D.  $1,22 \cdot 10^7\text{m}$ .

Lời giải

Khi kích thích nguyên tử hidro từ quỹ đạo dừng m lên quỹ đạo n bằng năng lượng 2,55eV, thấy bán kính quỹ đạo tăng 4 lần nên ta có  $\frac{r_n}{r_m} = \left(\frac{n}{m}\right)^2 = 4 \Rightarrow n = 2m$

Ta có  $E_n - E_m = -13,6 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = -13,6 \left(\frac{1}{4m^2} - \frac{1}{m^2}\right) = 2,55$ . Suy ra m = 2, n = 4.

Bước sóng nhỏ nhất ng tử hidro có thể phát ra:

$$\lambda = \frac{hc}{E_4 - E_1} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{-13,6 \left(\frac{1}{4^2} - 1\right)} = 9,74.10^{-8}m$$

Đáp án B.

**Ví dụ 15:** Chiếu 1 chùm bức xạ đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,1027(\mu m)$  qua khí hidro ở nhiệt độ và áp suất thích hợp thì chất khí này phát ra 3 bức xạ đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$  biết  $\lambda_3 = 0,6563(\mu m)$ , ứng với bức xạ đỏ. Năng lượng của nguyên tử hidro có biểu thức:  $E_n = \frac{-13,6}{n^2}(eV), n = 1, 2, 3, \dots$ . Giá trị của bước sóng  $\lambda_2$  là:

A. Không đủ dữ kiện để tính.                                      B. 0,1876( $\mu m$ ).  
 C. 0,1116( $\mu m$ ).    D. 0,1216( $\mu m$ ).

Lời giải

Năng lượng cung cấp cho đám nguyên tử H:

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{0,1027.10^{-6}} = 1,935.10^{-18}(J) = 12,095 (eV)$$

Gọi n là mức năng lượng cao nhất mà đám nguyên tử H sau khi bị kích thích chuyển lên, ta có:

$$\Delta E = E_n - E_1 = 13,6 - \frac{13,6}{n^2} = 12,095 \Rightarrow n = 3$$

Nguyên tử Hidro chỉ phát ra ba bức xạ, tức là các nguyên tử Hidro lúc đầu ở trạng thái cơ bản, sau đó hấp thụ năng lượng và ở mức cao nhất là M (n = 3).

Ba bức xạ ứng với:

- 1) Từ M → L sẽ phát ra bức xạ có bước sóng lớn nhất, tức là ứng với  $\lambda_3$ .
- 2) Từ M → K sẽ phát ra bức xạ có bước sóng nhỏ nhất, tức là ứng với  $\lambda_1$
- 3) Vậy còn lại là  $\lambda_2$ : ứng với từ mức L → K. Ta có : 0,1216( $\mu m$ ).

Đáp án D.

**3. Bài tập tự luyện**

**Câu 1:** Gọi  $\lambda_\alpha$  và  $\lambda_\beta$  lần lượt là 2 bước sóng của 2 vạch  $H_\alpha$  và  $H_\beta$  trong dãy Banme. Gọi  $\lambda_1$  là bước sóng của vạch đầu tiên trong dãy Pasen. Xác định mối liên hệ  $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \lambda_1$

- A.  $\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_\alpha} + \frac{1}{\lambda_\beta}$ .    B.  $\lambda_1 = \lambda_\beta - \lambda_\alpha$ .  
 C.  $\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_\beta} - \frac{1}{\lambda_\alpha}$ .    D.  $\lambda_1 = \lambda_\beta + \lambda_\alpha$ .

**Câu 2:** Gọi  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$  lần lượt là 2 bước sóng của 2 vạch quang phổ thứ nhất và thứ hai trong dãy Lai man. Gọi  $\lambda_\alpha$  là bước sóng của vạch trong dãy Banme. Xác định mối liên hệ  $\lambda_\alpha, \lambda_1, \lambda_2$

- A.  $\frac{1}{\lambda_\alpha} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$ .    B.  $\frac{1}{\lambda_\alpha} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}$ .  
 C.  $\frac{1}{\lambda_\alpha} = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}$ .    D.  $\lambda_\alpha = \lambda_1 + \lambda_2$ .

**Câu 3:** Trong quang phổ của hidro vạch thứ nhất của dãy Laiman  $\lambda = 0,1216\mu m$ ; vạch  $H_\alpha$  của dãy Banme  $\lambda_\alpha = 0,6560\mu m$ ; vạch đầu tiên của dãy Pasen  $\lambda_1 = 1,8751\mu m$ . Bước sóng của vạch thứ ba của dãy Laiman bằng

- A. 0,1026 $\mu m$ .                                      B. 0,0973 $\mu m$ .                                      C. 1,1250 $\mu m$ .                                      D. 0,1975 $\mu m$ .

Câu 4: Vạch quang phổ đầu tiên của các dãy Banme và Pasen trong quang phổ của nguyên tử hidro có bước sóng lần lượt là  $0,656\mu\text{m}$  và  $1,875\mu\text{m}$ . Bước sóng của vạch quang phổ thứ hai của dãy Banme là

- A.  $0,286\mu\text{m}$ .      B.  $0,093\mu\text{m}$ .      C.  $0,486\mu\text{m}$ .      D.  $0,103\mu\text{m}$ .

Câu 5: Bước sóng của vạch quang phổ thứ hai trong dãy Laiman là  $0,103\mu\text{m}$ , bước sóng của vạch quang phổ thứ nhất và thứ 2 trong dãy Banme là  $0,656\mu\text{m}$  và  $0,486\mu\text{m}$ . Bước sóng của vạch thứ 3 trong dãy Laiman là

- A.  $0,0224\mu\text{m}$ .      B.  $0,4324\mu\text{m}$ .      C.  $0,0976\mu\text{m}$ .      D.  $0,3627\mu\text{m}$ .

Câu 6: Bước sóng của vạch quang phổ thứ nhất trong dãy Laiman là  $0,122\mu\text{m}$ , bước sóng của vạch quang phổ thứ nhất và thứ 2 trong dãy Banme là  $0,656\mu\text{m}$  và  $0,486\mu\text{m}$ . Bước sóng của vạch đầu tiên trong dãy Pasen là

- A.  $1,8754\mu\text{m}$ .      B.  $1,3627\mu\text{m}$ .  
C.  $0,9672\mu\text{m}$ .      D.  $0,7645\mu\text{m}$ .

Câu 7: Biết bước sóng ứng với hai vạch đầu tiên trong dãy Laiman của quang phổ Hydro là  $\lambda_1 = 0,122\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,103\mu\text{m}$ . Bước sóng của vạch  $H_{\alpha}$  trong quang phổ nhìn thấy của nguyên tử Hydro bằng

- A.  $0,46\mu\text{m}$ .      B.  $0,625\mu\text{m}$ .      C.  $0,66\mu\text{m}$ .      D.  $0,76\mu\text{m}$ .

Câu 8: Vạch đầu tiên của dãy Laiman và vạch cuối cùng của dãy Banme trong quang phổ hidro có bước sóng  $\lambda_1 = 0,1218\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,3653\mu\text{m}$ . Năng lượng ion hóa (theo đơn vị eV) của nguyên tử hidro khi ở trạng thái cơ bản

- A.  $3,6\text{eV}$ .      B.  $26,2\text{eV}$ .      C.  $13,6\text{eV}$ .      D.  $10,4\text{eV}$ .

Câu 9: Vạch thứ hai của dãy Laiman có bước sóng  $\lambda = 0,1026\mu\text{m}$ . Cho biết năng lượng cần thiết tối thiểu để bứt electron ra khỏi nguyên tử hidro từ trạng thái cơ bản là  $13,6\text{eV}$ . Bước sóng ngắn nhất của vạch quang phổ trong dãy Pasen bằng

- A.  $0,482\mu\text{m}$ .      B.  $0,832\mu\text{m}$ .      C.  $0,725\mu\text{m}$ .      D.  $0,866\mu\text{m}$ .

Câu 10: Cho giá trị các mức năng lượng của nguyên tử hidro là  $E_1 = -13,6\text{eV}$ ;  $E_2 = -3,4\text{eV}$ ;  $E_3 = -1,5\text{eV}$ . Bước sóng dài nhất của bức xạ trong dãy Laiman là:

- A.  $0,12\mu\text{m}$ .      B.  $0,09\mu\text{m}$ .      C.  $0,65\mu\text{m}$ .      D.  $0,45\mu\text{m}$ .

Câu 11: Biết bán kính Bo  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}\text{m}$ . Bán kính quỹ đạo L của nguyên tử Hidro là

- A.  $21,2 \cdot 10^{-11}\text{m}$ .      B.  $10,6 \cdot 10^{-11}\text{m}$ .  
C.  $2,65 \cdot 10^{-11}\text{m}$ .      D. Đáp án khác.

Câu 12: Khi electron (electron) trong nguyên tử hidro chuyển từ quỹ đạo dừng có năng lượng  $-0,85\text{eV}$  sang quỹ đạo dừng có năng lượng  $-13,60\text{eV}$  thì nguyên tử phát bức xạ điện từ có bước sóng

- A.  $0,4340\mu\text{m}$ .      B.  $0,4860\mu\text{m}$ .      C.  $0,0974\mu\text{m}$ .      D.  $0,6563\mu\text{m}$ .

Câu 13: Trong quang phổ vạch của hidro (quang phổ của hidro), bước sóng của vạch thứ nhất trong dãy Laiman ứng với sự chuyển của electron (electron) từ quỹ đạo L về quỹ đạo K là  $0,1217\mu\text{m}$ , vạch thứ nhất của dãy Banme ứng với sự chuyển M đến L là  $0,6563\mu\text{m}$ . Bước sóng của vạch quang phổ thứ hai trong dãy Laiman ứng với sự chuyển M đến K bằng

- A.  $0,1027\mu\text{m}$ .      B.  $0,5346\mu\text{m}$ .      C.  $0,7780\mu\text{m}$ .      D.  $0,3890\mu\text{m}$ .

Câu 14: Trong nguyên tử hidro, xét các mức năng lượng từ K đến P có bao nhiêu khả năng kích thích để electron tăng bán kính quỹ đạo lên 4 lần ?

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

Câu 15: Trong nguyên tử hidro, electron từ quỹ đạo L chuyển về quỹ đạo K có năng lượng  $E_K = -13,6\text{eV}$ . Bước sóng bức xạ phát ra bằng là  $\lambda = 0,1218\mu\text{m}$ . Mức năng lượng ứng với quỹ đạo L bằng :

- A. 3,2eV. B. -3,4eV .  
 C. -4,1eV . D. -5,6eV.

Câu 16: Chùm nguyên tử H đang ở trạng thái cơ bản, bị kích thích phát sáng thì chúng có thể phát ra tối đa 3 vạch quang phổ. Khi bị kích thích electron trong nguyên tử H đã chuyển sang quỹ đạo :

- A. M. B. L. C. O. D. N.

Câu 17: Cho:  $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$  ;  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}\text{Js}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$  . Khi electron (electron) trong nguyên tử hiđrô chuyển từ quỹ đạo dừng có năng lượng  $E_m = -0,85\text{eV}$  sang quỹ đạo dừng có năng lượng  $E = -13,60\text{eV}$  thì nguyên tử phát bức xạ điện từ có bước sóng

- A. 0,0974  $\mu\text{m}$ . B. 0,4340  $\mu\text{m}$ . C. 0,4860  $\mu\text{m}$ . D. 0,6563  $\mu\text{m}$ .

Câu 18: Trong nguyên tử hiđrô, bán kính Bo là  $R_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}\text{m}$ . Bán kính quỹ đạo dừng N là

- A. 47,7  $\cdot 10^{-11}\text{m}$ . B. 84,8  $\cdot 10^{-11}\text{m}$ .  
 C. 21,2  $\cdot 10^{-11}\text{m}$ . D. 132,5  $\cdot 10^{-11}\text{m}$ .

Câu 19: Cho bán kính quỹ đạo Bo thứ nhất  $0,53 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . Bán kính quỹ đạo Bo thứ năm là:

- A. 2,65  $\cdot 10^{-10}\text{m}$ . B. 0,106  $\cdot 10^{-10}\text{m}$  .  
 C. 10,25  $\cdot 10^{-10}\text{m}$ . D. 13,25  $\cdot 10^{-10}\text{m}$ .

Câu 20: Biết hằng số Plăng  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}\text{ J.s}$  và độ lớn của điện tích nguyên tố là  $1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ . Khi nguyên tử hiđrô chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng  $-1,514\text{ eV}$  sang trạng thái dừng có năng lượng  $-3,407\text{ eV}$  thì nguyên tử phát ra bức xạ có tần số

- A. 2,571  $\cdot 10^{13}\text{ Hz}$ . B. 4,572  $\cdot 10^{14}\text{ Hz}$ .  
 C. 3,879  $\cdot 10^{14}\text{ Hz}$ . D. 6,542  $\cdot 10^{12}\text{ Hz}$ .

Câu 21: Cho:  $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ ;  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}\text{J.s}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$  . Khi electron (electron) trong nguyên tử hiđrô chuyển từ quỹ đạo dừng có năng lượng  $-0,85\text{ eV}$  sang quỹ đạo dừng có năng lượng  $-13,60\text{ eV}$  thì nguyên tử phát bức xạ điện từ có bước sóng

- A. 0,4340  $\mu\text{m}$ . B. 0,4860  $\mu\text{m}$ . C. 0,0974  $\mu\text{m}$ . D. 0,6563  $\mu\text{m}$ .

Câu 22: Một nguyên tử hiđrô chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng  $E_M = -1,5\text{eV}$  sang trạng thái năng lượng  $E_L = -3,4\text{eV}$  Bước sóng của bức xạ phát ra là:

- A. 0,434  $\mu\text{m}$ . B. 0,486  $\mu\text{m}$ . C. 0,564  $\mu\text{m}$ . D. 0,654  $\mu\text{m}$ .

Câu 23: Bước sóng dài nhất trong dãy Banme là 0,6560  $\mu\text{m}$ . Bước sóng dài nhất trong dãy Laiman là 0,1220  $\mu\text{m}$ . Bước sóng dài thứ hai của dãy Laiman là

- A. 0,0528  $\mu\text{m}$ . B. 0,1029  $\mu\text{m}$ . C. 0,1112  $\mu\text{m}$ . D. 0,1211  $\mu\text{m}$ .

Câu 24: Trong quang phổ vạch của hiđrô bước sóng dài nhất trong dãy Laiman bằng  $1215 \overset{0}{\text{Å}}$  , bước sóng ngắn nhất trongdãy Ban-me bằng  $3650 \overset{0}{\text{Å}}$ . Tìm năng lượng ion hoá nguyên tử hiđrô khi electron ở trên quỹ đạo có năng lượng thấp nhất là : ( cho  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}\text{J.s}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$ ;  $1 \overset{0}{\text{Å}} = 10^{-10}\text{ m}$  )

- A. 13,6 (eV). B. -13,6 (eV). C. 13,1 (eV). D. -13,1 (eV).

Câu 25: Mức năng lượng của các quỹ đạo dừng của nguyên tử hiđrô lần lượt từ trong ra ngoài là  $E_1 = -13,6\text{ eV}$ ;  $E_2 = -3,4\text{ eV}$ ;  $E_3 = -1,5\text{ eV}$ ;  $E_4 = -0,85\text{ eV}$ . Nguyên tử ở trạng thái cơ bản có khả năng hấp thụ các photon có năng lượng nào dưới đây để nhảy lên một trong các mức trên:

- A. 12,2 eV. B. 3,4 eV. C. 10,2 eV. D. 1,9 eV.

Câu 26: Trong nguyên tử hiđrô mức năng lượng ứng với quỹ đạo dừng thứ n được cho bởi:  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}\text{ eV}$ . Năng lượng ứng với vạch phổ  $H_\beta$  là:

- A. 2,55 eV. B. 13,6 eV. C. 3,4 eV. D. 1,9 eV.



Câu 27: Bước sóng ứng với bốn vạch quang phổ Hydro là vạch tím:  $0,4102\mu\text{m}$ ; vạch chàm:  $0,4340\mu\text{m}$ ; vạch lam:  $0,4861\mu\text{m}$ ; vạch đỏ:  $0,6563\mu\text{m}$ . Bốn vạch này ứng với sự chuyển của electron trong nguyên tử Hydro từ các quỹ đạo M, N, O và P về quỹ đạo L. Hỏi vạch lam ứng với sự chuyển nào ?

- A. Sự chuyển  $M \rightarrow L$ .  
 B. Sự chuyển  $N \rightarrow L$ .  
 C. Sự chuyển  $O \rightarrow L$ .  
 D. Sự chuyển  $P \rightarrow L$ .

Câu 28: Cho  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ . Mức năng lượng của các quỹ đạo dừng của nguyên tử hydro lần lượt từ trong ra ngoài là  $-13,6 \text{eV}$ ;  $-3,4 \text{eV}$ ;  $-1,5 \text{eV} \dots$  với:  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{eV}$ ;  $n = 1, 2, 3 \dots$  Khi electron chuyển từ mức năng lượng ứng với  $n = 3$  về  $n = 1$  thì sẽ phát ra bức xạ có tần số:

- A.  $2,9 \cdot 10^{14} \text{Hz}$ .  
 B.  $2,9 \cdot 10^{15} \text{Hz}$ .  
 C.  $2,9 \cdot 10^{16} \text{Hz}$ .  
 D.  $2,9 \cdot 10^{17} \text{Hz}$ .

Câu 29: Biết vạch thứ hai của dãy Lyman trong quang phổ của nguyên tử hydro có bước sóng là  $102,6 \text{nm}$  và năng lượng tối thiểu cần thiết để bứt electron ra khỏi nguyên tử từ trạng thái cơ bản là  $13,6 \text{eV}$ . Bước sóng ngắn nhất của vạch quang phổ trong dãy Pasen là

- A.  $83,2 \text{nm}$ .  
 B.  $0,8321 \mu\text{m}$ .  
 C.  $1,2818 \text{m}$ .  
 D.  $752,3 \text{nm}$ .

Câu 30: Bước sóng dài nhất trong dãy Banme là  $0,6560 \mu\text{m}$ . Bước sóng dài nhất trong dãy Laiman là  $0,1220 \mu\text{m}$ . Bước sóng dài thứ hai của dãy Laiman là

- A.  $0,0528 \mu\text{m}$ .  
 B.  $0,1029 \mu\text{m}$ .  
 C.  $0,1112 \mu\text{m}$ .  
 D.  $0,1211 \mu\text{m}$ .

Câu 31: Bước sóng của vạch quang phổ thứ nhất trong dãy Laiman là  $1220 \text{nm}$ , bước sóng của vạch quang phổ thứ nhất và thứ hai của dãy Banme là  $0,656 \mu\text{m}$  và  $0,4860 \mu\text{m}$ . Bước sóng của vạch thứ ba trong dãy Laiman là

- A.  $0,0224 \mu\text{m}$ .  
 B.  $0,4324 \mu\text{m}$ .  
 C.  $0,0975 \mu\text{m}$ .  
 D.  $0,3672 \mu\text{m}$ .

Câu 32: Khi electron ở quỹ đạo dừng thứ n thì năng lượng của nguyên tử Hydro được tính theo công thức  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{eV}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Khi electron trong nguyên tử Hydro chuyển từ quỹ đạo dừng thứ  $n = 3$  sang quỹ đạo dừng  $n = 2$  thì nguyên tử Hydro phát ra photon ứng với bức xạ có bước sóng bằng:

- A.  $0,4350 \mu\text{m}$ .  
 B.  $0,4861 \mu\text{m}$ .  
 C.  $0,6576 \mu\text{m}$ .  
 D.  $0,4102 \mu\text{m}$ .

Câu 33: Tần số lớn nhất và bước sóng nhỏ nhất của dãy Laiman là:

- A.  $f_{\max} = \frac{E_0}{hc}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{h}{E_0}$ .  
 B.  $f_{\max} = \frac{E_0}{h}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{h}{E_0}$ .  
 C.  $f_{\max} = \frac{E_0}{h}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_0}$ .  
 D.  $f_{\max} = \frac{E_0}{hc}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_0}$ .

Câu 34: Tần số lớn nhất và bước sóng nhỏ nhất của dãy Banme là:

- A.  $f_{\max} = \frac{E_0}{4hc}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{4h}{E_0}$ .  
 B.  $f_{\max} = \frac{E_0}{4h}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{4hc}{E_0}$ .  
 C.  $f_{\max} = \frac{E_0}{4h}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{4h}{E_0}$ .  
 D.  $f_{\max} = \frac{E_0}{4hc}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{4hc}{E_0}$ .

Câu 35: Tần số lớn nhất và bước sóng nhỏ nhất của dãy Pasen là:

- A.  $f_{\max} = \frac{E_0}{9h}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{9hc}{E_0}$ .  
 B.  $f_{\max} = \frac{E_0}{9hc}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{9h}{E_0}$ .  
 C.  $f_{\max} = \frac{E_0}{9hc}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{9hc}{E_0}$ .  
 D.  $f_{\max} = \frac{E_0}{9h}$ ;  $\lambda_{\min} = \frac{9h}{E_0}$ .

## ĐÁP ÁN

1	5	9	13	17	21	25	29	33
2	6	10	14	18	22	26	30	34
3	7	11	15	19	23	27	31	
4	8	12	16	20	24	28	32	35

#### IV. Bài tập về tia Rơnghen (tia X)

- Tia X là sóng điện từ có bước sóng từ  $10^{-8}$  m đến  $10^{-11}$  m.
- Cách tạo ra tia X: Ống phát ra tia X đơn giản là các ống tia catot, trong đó có lắp thêm một điện cực bằng kim loại có nguyên tử lượng lớn để chắn dòng tia catot. Cực kim loại này gọi là đối catot.
- Các electron từ âm cực (Katot) được tăng tốc trong điện trường mạnh, nên có động năng lớn. Khi electron đập vào đối âm cực, chúng xuyên qua lớp vỏ nguyên tử, tương tác với hạt nhân và electron ở bên trong và phát ra sóng điện từ có bước sóng cực ngắn (tia X).

##### 1. Bước sóng nhỏ nhất, tần số lớn nhất của tia X

###### 1.1. Phương pháp

Gọi  $U_{AK}$  là điện áp đặt vào Anốt và Catốt của ống Cu-lít-giơ (ống Rơnghen).

Theo định lí biến thiên động năng, ta có :

$$W_{dA} - W_{dK} = eU_{AK}$$

Nếu coi động năng của electron khi bứt ra khỏi Catốt vô cùng nhỏ thì ta có

$$W_{dA} = eU_{AK}$$

Khi đến Anốt, các electron có năng lượng là  $W_{dA}$ , năng lượng này sẽ chuyển hóa thành nhiệt lượng làm nóng Anốt và một phần năng lượng phát ra tia X. Vậy ta có

$$W_{dA} = eU_{AK} = Q + \frac{hc}{\lambda_X} \geq \frac{hc}{\lambda_X}$$

Từ đó suy ra  $\lambda_X \geq \frac{hc}{eU_{AK}}$ . Dấu bằng xảy ra khi  $Q = 0$ , tức là toàn bộ động năng của electron khi đập vào Anốt chuyển thành năng lượng của tia X.

Vậy bước sóng ngắn nhất của tia X phát ra là:

$$\lambda_{X \min} = \frac{hc}{eU_{AK}}$$

Tần số lớn nhất của tia X là :

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{X \min}}$$

###### 1.2. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Trong một ống Rơn ghen. Biết hiệu điện thế giữa anot và catot là  $U = 2.10^6$  (V). Hãy tìm bước sóng nhỏ nhất  $\lambda_{\min}$  của tia Rơn ghen do ống phát ra? Bỏ qua động năng ban đầu của electron khi bứt ra khỏi catot

- A. 0,31 pm.      B. 0,62 pm.      C. 0,93 pm.      D. 0,46 pm.

*Lời giải*

Bước sóng ngắn nhất của tia X phát ra là:  $\lambda_{X \min} = \frac{hc}{eU_{AK}}$ .

Thay số với  $U_{AK} = 2.10^6 = 20.10^5$  (V);  $h = 6,625.10^{-34}$  (Js);  $e = 1,6.10^{-19}$  (C);  $c = 3.10^8$  (m/s).

Ta có

$$\lambda_{\min} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{1,6.10^{-19}.2.10^6} = 0,62.10^{-12} \text{ (m)} = 0,62 \text{ (pm)}$$

**Đáp án B.**

**Ví dụ 2:** Hiệu điện thế giữa anot và catot của ống Rơnghen là 18,75kV. Bỏ qua động năng ban đầu của electron khi bứt khỏi catot. Tần số lớn nhất mà tia Rơnghen phát ra là bao nhiêu? Cho  $e = 1,6.10^{-19}$ C,  $h = 6,625.10^{-34}$ Js,  $c = 3.10^8$ m/s.

- A.  $3,8.10^{18}$ Hz.      B.  $6,3.10^{18}$ Hz.      C.  $4,2.10^{18}$ Hz.      D.  $2,1.10^{18}$ Hz.



Ví dụ 2: Một ống Cu-lit-giơ có công suất trung bình 300W, hiệu điện thế giữa anốt và catốt có giá trị 10 kV. Tính tốc độ cực đại của các electron khi tới anốt.

- A. 0,57.10<sup>8</sup>m/s.      B. 0,32.10<sup>8</sup>m/s.      C. 0,64.10<sup>8</sup>m/s.      D. 0,58.10<sup>8</sup>m/s.

Lời giải

Nếu bỏ qua động năng ban đầu của e, ta có vận tốc của electron khi tới anốt là :

$$W_{dA} = eU_{AK} = \frac{m_e v_A^2}{2} \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2eU_{AK}}{m_e}} = 0,58.10^8 \text{ m/s}$$

Đáp án D.

Ví dụ 3: Khi tăng hiệu điện thế của một ống tia X lên n lần với n > 1, thì bước sóng cực tiểu của tia X mà ống phát ra giảm một lượng Δλ. Hiệu điện thế ban đầu của ống là :

- A.  $\frac{hc}{e(n-1)\Delta\lambda}$ .      B.  $\frac{hc(n-1)}{en\Delta\lambda}$ .  
 C.  $\frac{hc}{en\Delta\lambda}$ .      D.  $\frac{hc(n-1)}{e\Delta\lambda}$ .

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} eU_{AK} = \frac{hc}{\lambda} \\ enU_{AK} = \frac{hc}{\lambda - \Delta\lambda} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{U_{AK}} = \frac{e\lambda}{hc} \\ \frac{1}{nU_{AK}} = \frac{e(\lambda - \Delta\lambda)}{hc} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{U_{AK}} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{e\Delta\lambda}{hc}$$

Từ đó suy ra hiệu điện thế ban đầu của ống là

$$U_{AK} = \frac{hc(n-1)}{en\Delta\lambda}$$

Đáp án B.

2.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Trong ống Cu-lit-giơ để tạo ra tia X (tia Rơn-ghen), biết tốc độ của electron tới anốt là 5.10<sup>7</sup> m/s. Bỏ qua động năng ban đầu của electron khi bật ra khỏi catốt. Để giảm tốc độ của electron khi đến anốt 4. 10<sup>6</sup> m/s thì hiệu điện thế giữa hai đầu ống phải giảm là

- A. 1465 V.      B. 1092 V.      C. 1535 V.      D. 1635 V.

Câu 2: Điện áp cực đại giữa anốt và catốt của một ống Cu-lit-giơ là U<sub>0</sub> = 18200V. Bỏ qua động năng của electron khi bật khỏi catốt. Tính bước sóng ngắn nhất của tia X do ống phát ra. Cho h = 6,625.10<sup>-34</sup> Js ; c = 3.10<sup>8</sup> m/s ; |e| = 1,6.10<sup>-19</sup> C :

- A. 68pm .      B. 6,8pm .      C. 34pm .      D. 3,4pm .

Câu 3: Điện áp cực đại giữa anốt và catốt của một ống Cu-lit-giơ là 18,75 kV. Biết độ lớn điện tích electron (electron), tốc độ sáng trong chân không và hằng số Plăng lần lượt là 1,6.10<sup>-19</sup>C ; 3.10<sup>8</sup>m/s và 6,625.10<sup>-34</sup> Js. Bỏ qua động năng ban đầu của electron. Bước sóng nhỏ nhất của tia Ronghen do ống phát ra là

- A. 0,4625. 10<sup>-9</sup> m.      B. 0,5625. 10<sup>-10</sup> m.  
 C. 0,6625. 10<sup>-9</sup> m.      D. 0,6625. 10<sup>-10</sup> m.

Câu 4: Ống Cu-lit-giơ hoạt động với hiệu điện thế cực đại 50(kV). Bước sóng nhỏ nhất của tia X mà ống có thể tạo ra là:(lấy gần đúng). Cho h = 6,625.10<sup>-34</sup> Js ; c = 3.10<sup>8</sup> m/s ; |e| = 1,6.10<sup>-19</sup> C :

- A. 0,25(Angstrom).      B. 0,75(Angstrom).      C. 2(Angstrom).      D. 0,5(Angstrom).

Câu 5: Điện áp cực đại giữa anốt và catốt của một ống Cu-lit-giơ là U<sub>0</sub> = 25 kV. Coi vận tốc ban đầu của chùm electron (electron) phát ra từ catốt bằng không. Cho h = 6,625.10<sup>-34</sup> Js ; c = 3.10<sup>8</sup> m/s ; |e| = 1,6.10<sup>-19</sup> C . Tần số lớn nhất của tia Ronghen do ống này có thể phát ra là

A. 6,038. 10<sup>18</sup> Hz.

B. 60,380.10<sup>15</sup> Hz.

C. 6,038. 10<sup>15</sup> Hz.

D. 60,380.10<sup>18</sup> Hz.

Câu 6: Một ống Cu-lít-giơ phát ra bức xạ có bước sóng ngắn nhất là  $2,65.10^{-11}$  m. Bỏ qua động năng ban đầu của các electron khi thoát ra khỏi bề mặt catốt. Cho  $h = 6,625.10^{-34}$  Js ;  $c = 3.10^8$  m/s ;  $|e| = 1,6.10^{-19}$  C . . Điện áp cực đại giữa hai cực của ống là :

A. 46875V.

B. 4687,5V .

C. 15625V .

D. 1562,5V .

Câu 7: Một ống Cu-lít-giơ phát ra bức xạ có bước sóng nhỏ nhất là  $5 \text{ \AA}$  . Cho điện tích electron là  $1,6.10^{-19}$  C, hằng số Planck là  $6,625.10^{-34}$  Js, vận tốc của ánh sáng trong chân không là  $3.10^8$  m/s. Hiệu điện thế cực đại  $U_0$  giữa anốt và catốt là bao nhiêu ?

A. 2500 V.

B. 2485 V.

C. 1600 V.

D. 3750 V.

Câu 8: Một ống Cu-lít-giơ phát ra bức xạ có bước sóng ngắn nhất là  $6,21.10^{-11}$  m. Biết độ lớn điện tích electron (electron), tốc độ sáng trong chân không và hằng số Plăng lần lượt là  $1,6.10^{-19}$  C,  $3.10^8$  m/s và  $6,625.10^{-34}$  J.s. Bỏ qua động năng ban đầu của electron. Điện áp cực đại giữa anốt và catốt của ống là

A. 2 kV.

B. 20 kV.

C. 2,15 kV.

D. 21,15 kV.

## ĐÁP ÁN

1 B

2 A

3 D

4 A

5 A

6 A

7 B

8 D

### V. Bài tập tự luyện

Câu 1: (CD 2007): Giới hạn quang điện của một kim loại làm catốt của tế bào quang điện là  $\lambda_0 = 0,50 \mu\text{m}$  . Biết vận tốc ánh sáng trong chân không và hằng số Plăng lần lượt là  $3.10^8$  m/s và  $6,625.10^{-34}$  J.s . Chiếu vào catốt của tế bào quang điện này bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,35 \mu\text{m}$  , thì động năng ban đầu cực đại của electron (electron) quang điện là

A.  $1,70.10^{-19}$  J.

B.  $70,00.10^{-19}$  J.

C.  $0,70.10^{-19}$  J.

D.  $17,00.10^{-19}$  J.

Câu 2: (CD 2007): Trong quang phổ vạch của hiđrô (quang phổ của hiđrô), bước sóng của vạch thứ nhất trong dãy Laiman ứng với sự chuyển của electron (electron) từ quỹ đạo L về quỹ đạo K là  $0,1217 \mu\text{m}$  , vạch thứ nhất của dãy Banme ứng với sự chuyển M sang L là  $0,6563 \mu\text{m}$  . Bước sóng của vạch quang phổ thứ hai trong dãy Laiman ứng với sự chuyển M sang K bằng

A.  $0,1027 \mu\text{m}$  .

B.  $0,5346 \mu\text{m}$  .

C.  $0,7780 \mu\text{m}$  .

D.  $0,3890 \mu\text{m}$  .

Câu 3: (CD 2007): Công thoát electron (electron) ra khỏi một kim loại là  $A = 1,88$  eV. Biết hằng số Plăng  $h = 6,625.10^{-34}$  J.s, vận tốc ánh sáng trong chân không  $c = 3.10^8$  m/s và  $1 \text{ eV} = 1,6.10^{-19}$  J . Giới hạn quang điện của kim loại đó là

A.  $0,33 \mu\text{m}$ .

B.  $0,22 \mu\text{m}$ .

C.  $0,66. 10^{-19} \mu\text{m}$ .

D.  $0,66 \mu\text{m}$ .

Câu 4: (CD 2007): Một ống Ronghen phát ra bức xạ có bước sóng ngắn nhất là  $6,21.10^{-11}$  m. Biết độ lớn điện tích electron (electron), vận tốc ánh sáng trong chân không và hằng số Plăng lần lượt là  $1,6.10^{-19}$  C;  $3.10^8$  m/s và  $6,625.10^{-34}$  J.s . Bỏ qua động năng ban đầu của electron. Hiệu điện thế giữa anốt và catốt của ống là

A. 2,00 kV.

B. 2,15 kV.

C. 20,00 kV.

D. 21,15 kV.

Câu 5: (ĐH - 2007): Cho:  $1 \text{ eV} = 1,6.10^{-19}$  J;  $h = 6,625.10^{-34}$  J.s;  $c = 3.10^8$  m/s . Khi electron (electron) trong nguyên tử hiđrô chuyển từ quỹ đạo dừng có năng lượng  $E_m = - 0,85 \text{ eV}$  sang quỹ đạo dừng có năng lượng  $E_n = - 13,60 \text{ eV}$  thì nguyên tử phát bức xạ điện từ có bước sóng

- A. 0,4340  $\mu\text{m}$ .      B. 0,4860  $\mu\text{m}$ .      C. 0,0974  $\mu\text{m}$ .      D. 0,6563  $\mu\text{m}$ .

Câu 6: (DH - 2007): Hiệu điện thế giữa anốt và catốt của một ống Rơnghen là 18,75 kV. Biết độ lớn điện tích electron (electron), vận tốc ánh sáng trong chân không và hằng số Plăng lần lượt là  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ ,  $3 \cdot 10^8 \text{m/s}$  và  $6,625 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$ . Bỏ qua động năng ban đầu của electron. Bước sóng nhỏ nhất của tia Rơnghen do ống phát ra là

- A.  $0,4625 \cdot 10^{-9} \text{m}$ .      B.  $0,6625 \cdot 10^{-10} \text{m}$ .  
C.  $0,5625 \cdot 10^{-10} \text{m}$ .      D.  $0,6625 \cdot 10^{-9} \text{m}$ .

Câu 7: (DH - 2007): Lần lượt chiếu vào catốt của một tế bào quang điện các bức xạ điện từ gồm bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,26 \mu\text{m}$  và bức xạ có bước sóng  $\lambda_2 = 1,2\lambda_1$  thì vận tốc ban đầu cực đại của các electron quang điện bứt ra từ catốt lần lượt là  $v_1$  và  $v_2$   $12v_2 = 3v_1/4$ . Giới hạn quang điện  $\lambda_0$  của kim loại làm catốt này là

- A. 1,45  $\mu\text{m}$ .      B. 0,90  $\mu\text{m}$ .      C. 0,42  $\mu\text{m}$ .      D. 1,00  $\mu\text{m}$ .

Câu 8: (CD 2008): Gọi  $\lambda_\alpha$  và  $\lambda_\beta$  lần lượt là hai bước sóng ứng với các vạch đỏ  $H_\alpha$  và vạch lam  $H_\beta$  của dãy Banme (Balmer),  $\lambda_1$  là bước sóng dài nhất của dãy Pasen (Paschen) trong quang phổ vạch của nguyên tử hiđrô. Biểu thức liên hệ giữa  $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \lambda_1$  là

- A.  $\lambda_1 = \lambda_\alpha - \lambda_\beta$ .      B.  $\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_\beta} - \frac{1}{\lambda_\alpha}$ .  
C.  $\lambda_1 = \lambda_\alpha + \lambda_\beta$ .      D.  $\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_\beta} + \frac{1}{\lambda_\alpha}$ .

Câu 9: (CD 2008): Biết hằng số Plăng  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$  và độ lớn của điện tích nguyên tố là  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Khi nguyên tử hiđrô chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng  $-1,514 \text{eV}$  sang trạng thái dừng có năng lượng  $-3,407 \text{eV}$  thì nguyên tử phát ra bức xạ có tần số

- A.  $2,571 \cdot 10^{13} \text{Hz}$ .      B.  $4,572 \cdot 10^{14} \text{Hz}$ .  
C.  $3,879 \cdot 10^{14} \text{Hz}$ .      D.  $6,542 \cdot 10^{12} \text{Hz}$ .

Câu 10: (CD 2008): Khi truyền trong chân không, ánh sáng đỏ có bước sóng  $\lambda_1 = 720 \text{nm}$ , ánh sáng tím có bước sóng  $\lambda_2 = 400 \text{nm}$ . Cho hai ánh sáng này truyền trong một môi trường trong suốt thì chiết suất tuyệt đối của môi trường đó đối với hai ánh sáng này lần lượt là  $n_1 = 1,33$  và  $n_2 = 1,34$ . Khi truyền trong môi trường trong suốt trên, tỉ số năng lượng của photon có bước sóng  $\lambda_1$  so với năng lượng của photon có bước sóng  $\lambda_2$  bằng

- A. 5/9.      B. 9/5.  
C. 133/134.      D. 134/133.

Câu 11: Chiếu lên bề mặt catốt của một tế bào quang điện chùm sáng đơn sắc có bước sóng  $0,485 \mu\text{m}$  thì thấy có hiện tượng quang điện xảy ra. Biết hằng số Plăng  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$ , vận tốc ánh sáng trong chân không  $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ , khối lượng nghỉ của electron (electron) là  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$  và vận tốc ban đầu cực đại của electron quang điện là  $4 \cdot 10^5 \text{m/s}$ . Công thoát electron của kim loại làm catốt bằng

- A.  $6,4 \cdot 10^{-20} \text{J}$ .      B.  $6,4 \cdot 10^{-21} \text{J}$ .      C.  $3,37 \cdot 10^{-18} \text{J}$ .      D.  $6,4 \cdot 10^{-19} \text{J}$ .

Câu 12: Khi chiếu lần lượt hai bức xạ có tần số là  $f_1, f_2$  ( $f_1 < f_2$ ) vào một quả cầu kim loại đặt cô lập thì đều xảy ra hiện tượng quang điện với điện thế cực đại của quả cầu lần lượt là  $V_1, V_2$ . Nếu chiếu đồng thời hai bức xạ trên vào quả cầu này thì điện thế cực đại của nó là

- A.  $(V_1 + V_2)$ .      B.  $|V_1 - V_2|$ .  
C.  $V_2$ .      D.  $V_1$ .

Câu 13: Hiệu điện thế giữa anốt và catốt của một ống Rơnghen là  $U = 25 \text{kV}$ . Coi vận tốc ban đầu của chùm electron (electron) phát ra từ catốt bằng không. Biết hằng số Plăng  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$ , điện tích nguyên tố bằng  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Tần số lớn nhất của tia Rơnghen do ống này có thể phát ra là

- A.  $60,380 \cdot 10^{18} \text{Hz}$ .      B.  $6,038 \cdot 10^{15} \text{Hz}$ .

C.  $60,380.10^{15}$ Hz.

D.  $6,038.10^{18}$ Hz.

Câu 14: Công suất bức xạ của Mặt Trời là  $3,9.10^{26}$  W. Năng lượng Mặt Trời tỏa ra trong một ngày là

A.  $3,3696.10^{30}$  J.

B.  $3,3696.10^{29}$  J.

C.  $3,3696.10^{32}$  J.

D.  $3,3696.10^{31}$  J.

Câu 15: Trong chân không, bức xạ đơn sắc vàng có bước sóng là  $0,589 \mu\text{m}$ . Lấy  $h = 6,625.10^{-34}$ J.s;  $c = 3.10^8$  m/s và  $e = 1,6.10^{-19}$ C. Năng lượng của photon ứng với bức xạ này có giá trị là

A. 2,11 eV.

B. 4,22 eV.

C. 0,42 eV.

D. 0,21 eV.

Câu 16: Đối với nguyên tử hiđrô, các mức năng lượng ứng với các quỹ đạo dừng K, M có giá trị lần lượt là: -13,6 eV; -1,51 eV. Cho  $h = 6,625.10^{-34}$  J.s;  $c = 3.10^8$  m/s và  $e = 1,6.10^{-19}$  C. Khi electron chuyển từ quỹ đạo dừng M về quỹ đạo dừng K, thì nguyên tử hiđrô có thể phát ra bức xạ có bước sóng

A.  $102,7 \mu\text{m}$ .

B.  $102,7 \text{nm}$ .

C.  $102,7 \text{nm}$ .

D.  $102,7 \text{pm}$ .

Câu 17: Một nguồn phát ra ánh sáng có bước sóng  $662,5 \text{nm}$  với công suất phát sáng là  $1,5.10^{-4}$  W. Lấy  $h = 6,625.10^{-34}$  J.s;  $c = 3.10^8$  m/s. Số photon được nguồn phát ra trong 1 s là

A.  $5.10^{14}$ .

B.  $6.10^{14}$ .

C.  $4.10^{14}$ .

D.  $3.10^{14}$ .

Câu 18: Một đám nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái kích thích mà electron chuyển động trên quỹ đạo dừng N. Khi electron chuyển về các quỹ đạo dừng bên trong thì quang phổ vạch phát xạ của đám nguyên tử đó có bao nhiêu vạch?

A. 3.

B. 1.

C. 6.

D. 4.

Câu 19: Công thoát electron của một kim loại là  $7,64.10^{-19}$ J. Chiếu lần lượt vào bề mặt tấm kim loại này các bức xạ có bước sóng là  $\lambda_1 = 0,18 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0,21 \mu\text{m}$  và  $\lambda_3 = 0,35 \mu\text{m}$ . Lấy  $h = 6,625.10^{-34}$  J.s,  $c = 3.10^8$  m/s. Bức xạ nào gây được hiện tượng quang điện đối với kim loại đó?

A. Hai bức xạ ( $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ ).

B. Không có bức xạ nào trong ba bức xạ trên.

C. Cả ba bức xạ ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  và  $\lambda_3$ ).

D. Chỉ có bức xạ  $\lambda_1$ .

Câu 20: Đối với nguyên tử hiđrô, khi electron chuyển từ quỹ đạo M về quỹ đạo K thì nguyên tử phát ra photon có bước sóng  $0,1026 \mu\text{m}$ . Lấy  $h = 6,625.10^{-34}$ J.s,  $e = 1,6.10^{-19}$  C và  $c = 3.10^8$  m/s. Năng lượng của photon này bằng

A. 1,21 eV.

B. 11,2 eV.

C. 12,1 eV.

D. 121 eV.

Câu 21: Chiếu đồng thời hai bức xạ có bước sóng  $0,452 \mu\text{m}$  và  $0,243 \mu\text{m}$  vào catốt của một tế bào quang điện. Kim loại làm catốt có giới hạn quang điện là  $0,5 \mu\text{m}$ . Lấy  $h = 6,625.10^{-34}$  J.s,  $c = 3.10^8$  m/s và  $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg. Vận tốc ban đầu cực đại của các electron quang điện bằng

A.  $2,29.10^4$  m/s.

B.  $9,24.10^5$  m/s.

C.  $9,61.10^5$  m/s.

D.  $1,34.10^6$  m/s.

Câu 22: (Đề ĐH - CD 2010) Khi electron ở quỹ đạo dừng thứ n thì năng lượng của nguyên tử hiđrô được tính theo công thức  $-\frac{13,6}{n^2}$  (eV) ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Khi electron trong nguyên tử hiđrô chuyển từ quỹ đạo dừng  $n = 3$  sang quỹ đạo dừng  $n = 2$  thì nguyên tử hiđrô phát ra photon ứng với bức xạ có bước sóng bằng

A.  $0,4350 \mu\text{m}$ .

B.  $0,4861 \mu\text{m}$ .

C.  $0,6576 \mu\text{m}$ .

D.  $0,4102 \mu\text{m}$ .

Câu 23: (ĐH - CD 2010) Một chất có khả năng phát ra ánh sáng phát quang với tần số  $f = 6.10^{14}$  Hz. Khi dùng ánh sáng có bước sóng nào dưới đây để kích thích thì chất này không thể phát quang?

A.  $0,55 \mu\text{m}$ .

B.  $0,45 \mu\text{m}$ .

C.  $0,38 \mu\text{m}$ .

D.  $0,40 \mu\text{m}$ .

Câu 24: (DH - CD 2010) Theo mẫu nguyên tử Bo, bán kính quỹ đạo K của electron trong nguyên tử hiđrô là  $r_0$ . Khi electron chuyển từ quỹ đạo N về quỹ đạo L thì bán kính quỹ đạo giảm bớt

- A.  $12r_0$ .      B.  $4r_0$ .      C.  $9r_0$ .      D.  $16r_0$ .

Câu 25: (DH - CD 2010) Một kim loại có công thoát electron là  $7,2 \cdot 10^{-19}$  J. Chiếu lần lượt vào kim loại này các bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,18 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0,21 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_3 = 0,32 \mu\text{m}$  và  $\lambda_4 = 0,35 \mu\text{m}$ . Những bức xạ có thể gây ra hiện tượng quang điện ở kim loại này có bước sóng là

- A.  $\lambda_1, \lambda_2$  và  $\lambda_3$ .      B.  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ .  
C.  $\lambda_2, \lambda_3$  và  $\lambda_4$ .      D.  $\lambda_3$  và  $\lambda_4$ .

Câu 26: Một nguồn sáng chỉ phát ra ánh sáng đơn sắc có tần số  $5 \cdot 10^{14}$  Hz. Công suất bức xạ điện từ của nguồn là 10 W. Số photon mà nguồn phát ra trong một giây xấp xỉ bằng

- A.  $3,02 \cdot 10^{19}$ .      B.  $0,33 \cdot 10^{19}$ .      C.  $3,02 \cdot 10^{20}$ .      D.  $3,24 \cdot 10^{19}$ .

Câu 27: (DH - CD-2010) Nguyên tử hiđrô chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng  $E_n = -1,5$  eV sang trạng thái dừng có năng lượng  $E_m = -3,4$  eV. Bước sóng của bức xạ mà nguyên tử hiđrô phát ra xấp xỉ bằng

- A.  $0,654 \cdot 10^{-7}$  m.      B.  $0,654 \cdot 10^{-6}$  m.      C.  $0,654 \cdot 10^{-5}$  m.      D.  $0,654 \cdot 10^{-4}$  m.

Câu 28: (DH - 2011) Một chất phát quang được kích thích bằng ánh sáng có bước sóng  $0,26 \mu\text{m}$  thì phát ra ánh sáng có bước sóng  $0,52 \mu\text{m}$ . Giả sử công suất của chùm sáng phát quang bằng 20

- A.  $\frac{1}{10}$ .      B.  $\frac{4}{5}$ .      C.  $\frac{2}{5}$ .      D.  $\frac{1}{5}$ .

Câu 29: Trong nguyên tử hiđrô, bán kính Bo là  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}$  m. Ở một trạng thái kích thích của nguyên tử hiđrô, electron chuyển động trên quỹ đạo dừng có bán kính là  $r = 2,12 \cdot 10^{-10}$  m. Quỹ đạo đó có tên gọi là quỹ đạo dừng

- A. L.      B. N.      C. O.      D. M.

Câu 30: Khi electron ở quỹ đạo dừng thứ n thì năng lượng của nguyên tử hiđrô được xác định bởi công thức  $E_n = \frac{-13,6}{n^2}$  (eV) (với  $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Khi electron trong nguyên tử hiđrô chuyển từ quỹ đạo dừng  $n = 3$  về quỹ đạo dừng  $n = 1$  thì nguyên tử phát ra photon có bước sóng  $\lambda_1$ . Khi electron chuyển từ quỹ đạo dừng  $n = 5$  về quỹ đạo dừng  $n = 2$  thì nguyên tử phát ra photon có bước sóng  $\lambda_2$ . Mối liên hệ giữa hai bước sóng  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$  là

- A.  $\lambda_2 = 5\lambda_1$ .      B.  $27\lambda_2 = 128\lambda_1$ .  
C.  $\lambda_2 = 4\lambda_1$ .      D.  $189\lambda_2 = 800\lambda_1$ .

Câu 31: (DH - 2011) Khi chiếu một bức xạ điện từ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,30 \mu\text{m}$  vào catốt của một tế bào quang điện thì xảy ra hiện tượng quang điện và hiệu điện thế hãm lúc đó là 2 V. Nếu đặt vào giữa anốt và catốt của tế bào quang điện trên một hiệu điện thế  $U_{AK} = -2$  V và chiếu vào catốt một bức xạ điện từ khác có bước sóng  $\lambda_2 = 0,15 \mu\text{m}$  thì động năng cực đại của electron quang điện ngay trước khi tới anốt bằng

- A.  $1,325 \cdot 10^{-18}$  J.      B.  $6,625 \cdot 10^{-19}$  J.  
C.  $9,825 \cdot 10^{-19}$  J.      D.  $3,425 \cdot 10^{-19}$  J.

Câu 32: (CD-2011) Các nguyên tử hydro đang ở trạng thái dừng ứng với electron chuyển động trên quỹ đạo có bán kính gấp 9 lần so với bán kính Bo. Khi chuyển về các trạng thái dừng có năng lượng thấp hơn thì các nguyên tử sẽ phát ra các bức xạ có tần số khác nhau. Có thể có nhiều nhất bao nhiêu tần số?

- A. 2.      B. 4.      C. 1.      D. 3.

Câu 33: (CD-2011) : Giữa anốt và catốt của một ống phát tia X có hiệu điện thế không đổi là 25 kV. Bỏ qua động năng của electron khi bứt ra từ catốt. Bước sóng ngắn nhất của tia X mà ống có thể phát ra bằng

- A. 31,57 pm.      B. 39,73 pm.      C. 49,69 pm.      D. 35,15 pm.





Câu 44: Gọi  $\epsilon_{\text{B}}$ ,  $\epsilon_{\text{L}}$ ,  $\epsilon_{\text{T}}$  lần lượt là năng lượng của photon ánh sáng đỏ, photon ánh sáng lam và photon ánh sáng tím. Ta có

- A.  $\epsilon_{\text{B}} > \epsilon_{\text{L}} > \epsilon_{\text{T}}$ .  
 B.  $\epsilon_{\text{T}} > \epsilon_{\text{L}} > \epsilon_{\text{B}}$ .  
 C.  $\epsilon_{\text{T}} > \epsilon_{\text{B}} > \epsilon_{\text{L}}$ .  
 D.  $\epsilon_{\text{L}} > \epsilon_{\text{T}} > \epsilon_{\text{B}}$ .

Câu 45: Nguồn sáng thứ nhất có công suất  $P_1$  phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 450\text{nm}$ . Nguồn sáng thứ hai có công suất  $P_2$  phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda_2 = 0,60\mu\text{m}$ . Trong cùng một khoảng thời gian, tỉ số giữa số photon mà nguồn thứ nhất phát ra so với số photon mà nguồn thứ hai phát ra là 3:1. Tỉ số  $P_1$  và  $P_2$  là:

- A. 4.                      B. 9/4.                      C. 4/3.                      D. 3.

Câu 46: Trong chân không, người ta đặt một nguồn sáng điểm tại A có công suất phát sáng không đổi. Lần lượt thay đổi nguồn sáng tại A là ánh sáng tím bước sóng  $\lambda_1 = 380\text{ nm}$  và ánh sáng lục bước sóng  $\lambda_2 = 547,2\text{ nm}$ . Dùng một máy dò ánh sáng, có độ nhạy không đổi và chỉ phụ thuộc vào số hạt photon đến máy trong một đơn vị thời gian, dịch chuyển máy ra xa A từ từ. Khoảng cách xa nhất mà máy còn dò được ánh sáng ứng với nguồn màu tím và nguồn màu lục lần lượt là  $r_1$  và  $r_2$ . Biết  $|r_1 r_2| = 30\text{ km}$ . Giá trị  $r_1$  là

- A. 180 km.                      B. 210 km.                      C. 150 km.                      D. 120 km.

Câu 47: Khi nói về photon, phát biểu nào dưới đây đúng?

- A. Năng lượng của photon càng lớn khi bước sóng ánh sáng ứng với photon đó càng lớn.  
 B. Photon có thể tồn tại trong trạng thái đứng yên.  
 C. Với mỗi ánh sáng đơn sắc có tần số  $f$  xác định, các photon đều mang năng lượng như nhau.  
 D. Năng lượng của photon ánh sáng tím nhỏ hơn năng lượng của photon ánh sáng đỏ.

Câu 48: Giới hạn quang điện của một kim loại là  $0,75\ \mu\text{m}$ . Công thoát electron ra khỏi kim loại này bằng

- A.  $2,65.10^{-19}\text{J}$ .                      B.  $26,5.10^{-19}\text{J}$ .                      C.  $2,65.10^{-32}\text{J}$ .                      D.  $26,5.10^{-32}\text{J}$ .

Câu 49: Các mức năng lượng của các trạng thái dừng của nguyên tử hiđrô được xác định bằng biểu thức  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$  (eV) ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Nếu nguyên tử hiđrô hấp thụ một photon có năng lượng 2,55 eV thì bước sóng nhỏ nhất của bức xạ mà nguyên tử hiđrô đó có thể phát ra là

- A.  $1,46.10^{-8}\text{ m}$ .                      B.  $1,22.10^{-8}\text{ m}$ .                      C.  $4,87.10^{-8}\text{ m}$ .                      D.  $9,74.10^{-8}\text{ m}$ .

Câu 50: Biết bán kính Bo là  $r_0 = 5,3.10^{-11}\text{m}$ . Bán kính quỹ đạo dừng M trong nguyên tử hiđrô bằng

- A.  $84,8.10^{-11}\text{m}$ .                      B.  $21,2.10^{-11}\text{m}$ .                      C.  $132,5.10^{-11}\text{m}$ .                      D.  $47,7.10^{-11}\text{m}$ .

Câu 51: Gọi  $\epsilon_{\text{B}}$  là năng lượng của photon ánh sáng đỏ;  $\epsilon_{\text{L}}$  là năng lượng của photon ánh sáng lục;  $\epsilon_{\text{V}}$  là năng lượng của photon ánh sáng vàng. Sắp xếp nào sau đây đúng?

- A.  $\epsilon_{\text{B}} > \epsilon_{\text{V}} > \epsilon_{\text{L}}$ .                      B.  $\epsilon_{\text{L}} > \epsilon_{\text{B}} > \epsilon_{\text{V}}$ .  
 C.  $\epsilon_{\text{V}} > \epsilon_{\text{L}} > \epsilon_{\text{B}}$ .                      D.  $\epsilon_{\text{L}} > \epsilon_{\text{V}} > \epsilon_{\text{B}}$ .

Câu 52: Giả sử một nguồn sáng chỉ phát ra ánh sáng đơn sắc có tần số  $7,5.10^{14}\text{Hz}$ . Công suất phát xạ của nguồn là 10W. Số photon mà nguồn sáng phát ra trong một giây xấp xỉ bằng:

- A.  $0,33.10^{20}$ .                      B.  $2,01.10^{19}$ .                      C.  $0,33.10^{19}$ .                      D.  $2,01.10^{20}$ .

1.A	2.A	3.D	4.C	5.C	6.B	7.C	8.B	9.B	10.A
11.D	12.C	13.D	14.D	15.A	16.C	17.A	18.C	19.A	20.C
21.C	22.C	23.A	24.A	25.B	26.A	27.B	28.C	29.A	30.D
31.B	32.D	33.C	34.D	35.C	36.A	37.C	38.C	39.A	40.A
41.B	42.C	43.C	44.B	45.A	46.C	47.C	48.A	49.D	50.D
51.D	52.B								

CHƯƠNG 7

# SƠ LƯỢC VỀ THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HỢP

## A. LÍ THUYẾT

### I. Thuyết tương đối hẹp

#### 1. Các tiên đề của Anhtanh

- Hiện tượng vật lí xảy ra như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính, hay phương trình biểu diễn hiện tượng vật lí trong các hệ quy chiếu quán tính có cùng một dạng.
- Vận tốc của ánh sáng trong chân không có cùng độ lớn  $c$  trong mọi hệ quy chiếu quán tính.  $c$  là giới hạn của các vận tốc vật lí.  $c = 299792458$  m/s. ( $c \approx 3.10^8$  m/s).

#### 2. Một số kết quả của thuyết tương đối

- Độ dài của một thanh bị co lại dọc theo phương chuyển động của nó

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- Đồng hồ gắn với quan sát viên chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ gắn với quan sát viên đứng yên.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Trong đó  $\Delta t_0$  là khoảng thời gian gắn với quan sát viên chuyển động,  $\Delta t$  là khoảng thời gian gắn với quan sát viên đứng yên.

### II. Hệ thức Anhtanh giữa năng lượng và khối lượng

#### 1. Khối lượng tương đối tính

Khối lượng của vật chuyển động với vận tốc  $v$  (khối lượng tương đối tính) là:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Với  $m_0$  là khối lượng nghỉ (khối lượng khi vận tốc bằng không).

#### 2. Hệ thức Anhtanh giữa năng lượng và khối lượng

Nếu một vật có khối lượng  $m$  thì có năng lượng  $E$  tỉ lệ với  $m$

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Nếu  $v \ll c$  thì:

$$E \approx m_0 \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{v^2}{c^2}\right) c^2 = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

- Đối với hệ kín, khối lượng và năng lượng nghỉ không nhất thiết được bảo toàn, nhưng năng lượng toàn phần (bao gồm cả động năng và năng lượng nghỉ) được bảo toàn.
- Cơ học cổ điển là trường hợp riêng của cơ học tương đối tính khi vận tốc chuyển động rất nhỏ so với vận tốc ánh sáng.

**3. Năng lượng photon**

Theo thuyết lượng tử ánh sáng, năng lượng photon xác định bởi

$$\epsilon = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

Kí hiệu  $m_{ph}$  là khối lượng tương đối tính của photon.

Mặt khác năng lượng của photon theo Anhtxtanh

$$\epsilon = m_{ph}c^2 \Rightarrow m_{ph} = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{hf}{c^2} = \frac{hc}{c^2\lambda} = \frac{h}{c\lambda}$$

Mà  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Suy ra khối lượng nghỉ của photon là

$$m_{0ph} = m_{ph}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Vì  $v = c$  nên  $m_{0ph} = 0$ . Vậy khối lượng nghỉ của photon bằng 0.

Động lượng photon:

$$p = m_{ph}c = \frac{\epsilon}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

**III. So sánh giữa cơ học Newton và cơ học tương đối tính**

Ở bảng này  $m$  là khối lượng nghỉ.

So sánh	Cơ học Newton	Cơ học tương đối tính
a) Phương trình chuyển động:	$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$	$\frac{d}{dt} \left( \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F}$
b) Xung lượng:	$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
c) Khối lượng:	$m$	$m^* = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
d) Động năng:	$\frac{1}{2}mv^2$	$mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$
e) Năng lượng nghỉ:	0	$mc^2$
f) Liên hệ giữa năng lượng và động lượng	$W_d = \frac{p^2}{2m}$	$\frac{W}{c} = \sqrt{p^2 + (mc)^2}$

## B. BÀI TẬP

### I. Bài tập về hai tiên đề của Anhtanh

Ví dụ 1: Chọn câu đúng.

Khi nguồn sáng chuyển động, vận tốc truyền ánh sáng trong chân không có giá trị.

- A. nhỏ hơn c.
- B. lớn hơn c.
- C. lớn hơn hoặc nhỏ hơn c phụ thuộc vào phương truyền và vận tốc của nguồn sáng.
- D. luôn bằng c, không phụ thuộc vào phương truyền và vận tốc của nguồn sáng.

Lời giải

Theo tiên đề 2 của Anhtanh ta có vận tốc truyền ánh sáng trong chân không có giá trị luôn bằng c, không phụ thuộc vào phương truyền và vận tốc của nguồn sáng

Đáp án D.

Ví dụ 2: Chọn câu đúng.

Khi một cái thước chuyển động theo phương chiều dài của nó, độ dài của thước

- A. dãn ra theo tỉ lệ  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .
- B. co lại tỉ lệ với vận tốc của thước.
- C. dãn ra phụ thuộc vào vận tốc của thước.
- D. co lại theo tỉ lệ  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .

Lời giải

Theo công thức chiều dài của vật chuyển động

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Đáp án D.

Ví dụ 3: Một chiếc thước có chiều dài 30cm, chuyển động với vận tốc  $v = 0,8c$  theo chiều dài của thước thì co lại là:

- A. 10 cm.
- B. 12 cm.
- C. 15 cm.
- D. 18 cm.

Lời giải

Khi thước chuyển động theo chiều dài của thước thì chiều dài của thước là

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 18 \text{ cm}$$

Đáp án D.

Ví dụ 4: Người quan sát đồng hồ đứng yên được 50 phút, cũng thời gian đó người quan sát chuyển động với vận tốc  $v = 0,8c$  sẽ thấy thời gian đồng hồ là:

- A. 20 phút.
- B. 25 phút.
- C. 30 phút.
- D. 40 phút.

Lời giải

Ta có

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 50 \sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}} = 30$$

Đáp án C.

Ví dụ 5: Sau 30 phút đồng hồ chuyển động với vận tốc  $v = 0,8c$  chạy chậm hơn đồng hồ gắn với người quan sát đứng yên là:

- A. 20 phút.                      B. 25 phút.                      C. 30 phút.                      D. 35 phút.

Lời giải

Ta có thời gian của đồng hồ gắn với người quan sát đứng yên là

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{30}{\sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}}} = 50$$

Suy ra sau 30 phút thì đồng hồ gắn với người chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ gắn với người quan sát đứng yên là  $\Delta t - \Delta t_0 = 20$  phút.

Đáp án A.

Ví dụ 6: Điều nào dưới đây đúng, khi nói về các tiên đề của Anh-xtanh?

- A. Các hiện tượng vật lí xảy ra như nhau đối với mọi hệ quy chiếu quán tính.  
 B. Phương trình diễn tả các hiện tượng vật lí có cùng một dạng trong mọi hệ quy chiếu quán tính.  
 C. Vận tốc ánh sáng trong chân không đối với mọi hệ qui chiếu quán tính có cùng giá trị  $c$ , không phụ thuộc vào vận tốc của nguồn sáng hay máy thu.  
 D. A, B và C đều đúng.

Lời giải

Theo tiên đề I của Anh-xtanh: Các định luật vật lí có cùng một dạng như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính.

Đáp án B.

## II. Bài tập về hệ thức Anhxtanh giữa năng lượng và khối lượng

Ví dụ 1: Chọn câu Đúng. Theo thuyết tương đối, khối lượng tương đối tính của một vật có khối lượng nghỉ  $m_0$  chuyển động với vận tốc  $v$  là:

- A.  $m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}$ .                      B.  $m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ .  
 C.  $m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ .                      D.  $m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$ .

Lời giải

Khối lượng tương đối tính

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Đáp án B.

Ví dụ 2: Chọn câu Đúng. Hệ thức Anh-xtanh giữa khối lượng và năng lượng là:

- A.  $W = \frac{m}{c}$ .                                      B.  $W = mc$ .  
 C.  $W = \frac{mc}{c}$ .                                      D.  $W = mc^2$ .

Lời giải



Năng lượng và động lượng tương đối tính là

$$\begin{cases} E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \Rightarrow E = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{E}{c}\right)^2 = \frac{m_0^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2}\right)}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0^2 c^2 + \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0^2 c^2 + p^2$$

$$\Rightarrow \boxed{E = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}}$$

Biểu thức đóng khung bên trên chính là năng lượng toàn phần. Vì năng lượng toàn phần bằng tổng động năng và năng lượng nghỉ, nên ta có động năng là

$$W_d = c\sqrt{p^2 + (m_0 c)^2} - m_0 c^2$$

Đáp án C.

Ví dụ 6: Vận tốc của một electron có động lượng là  $p$  sẽ là

A.  $v = \frac{c}{\sqrt{(m_0 c)^2 - p^2}}$

B.  $v = \frac{c}{\sqrt{(m_0 c)^2 + p^2}}$

C.  $v = \frac{pc}{\sqrt{(m_0 c)^2 - p^2}}$

D.  $v = \frac{pc}{\sqrt{(m_0 c)^2 + p^2}}$

Lời giải

Động lượng tương đối tính

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Leftrightarrow p^2 = \frac{m_0^2}{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{v^2} = \frac{m_0^2}{p^2} + \frac{1}{c^2} \Leftrightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\frac{m_0^2}{p^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{pc}{\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}}$$

Đáp án D.

Ví dụ 7: Động lượng của một hạt có khối lượng nghỉ  $m$ , động năng  $K$  là:

A.  $p = \sqrt{\left(\frac{K}{c}\right)^2 - 2m_0 K}$

B.  $p = \sqrt{\left(\frac{K}{c}\right)^2 + 2m_0 K}$

C.  $p = \sqrt{\left(\frac{K}{c}\right)^2 + m_0 K}$

D.  $p = \sqrt{\left(\frac{K}{c}\right)^2 - m_0 K}$

Lời giải

Ở các ví dụ trên ta đã tính được hệ thức giữa năng lượng và động lượng của vật là

$$E = c\sqrt{p^2 + (m_0 c)^2}$$

Mặt khác, năng lượng bằng tổng động năng và năng lượng nghỉ, nên ta có

$$K + m_0 c^2 = c\sqrt{p^2 + (m_0 c)^2} \Leftrightarrow \left(\frac{K}{c} + m_0 c\right)^2 = p^2 + (m_0 c)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{K}{c}\right)^2 + 2m_0 K = p^2$$

Đáp án B.



# CHƯƠNG 8

## HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ

### A. LÍ THUYẾT

#### I. Cấu tạo hạt nhân nguyên tử

##### 1. Cấu tạo hạt nhân nguyên tử

Hạt nhân nguyên tử có kích thước rất nhỏ (đường kính cỡ  $10^{-4}$  m đến  $10^{-5}$  m) và được cấu tạo bởi những hạt nhỏ hơn gọi là nuclon. Có hai loại nuclon là: proton và notron.

Nuclon	Kí hiệu	Khối lượng theo kg	Khối lượng theo u ( $1u = 1,66055 \cdot 10^{-27}$ kg)	Điện tích
Proton	${}^1_1H$	$m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}$ kg	$m_p = 1,00728$ u	$+e = +1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Notron	${}^1_0n$	$m_n = 1,67493 \cdot 10^{-27}$ kg	$m_n = 1,00866$ u	Không mang điện tích.

*Bảng 8.1: Hai loại nuclon: proton và notron*

##### 2. Kí hiệu hạt nhân



Trong đó

- X là tên hạt nhân
- A = số nuclon: số khối
- Z = số proton = điện tích hạt nhân (nguyên tử số)
- N = A - Z: số notron

**Chú ý:** Lớp vỏ nguyên tử được cấu tạo bởi các hạt electron có khối lượng rất nhỏ so với khối lượng của các hạt nuclon (nhỏ hơn cỡ 1840 lần) nên khối lượng nguyên tử chủ yếu tập trung ở hạt nhân. Khối lượng nguyên tử được lấy gần đúng bằng khối lượng hạt nhân.

Ví dụ:  ${}^{27}_{13}Al$  có Z = 13, A = 27 nên N = 27 - 13 = 14.

##### 3. Bán kính hạt nhân

Bán kính hạt nhân xác định bởi

$$R = 1,2 \cdot 10^{-15} A^{\frac{1}{3}} \text{ m}$$

Trong đó

- R là bán kính hạt nhân
- A là số khối

Ví dụ:

+ Bán kính hạt nhân H:  $R = 1,2 \cdot 10^{-15}$  m

+ Bán kính hạt nhân Al:  $R = 3,6 \cdot 10^{-15}$  m

##### 4. Lực hạt nhân

Hạt nhân được cấu tạo bởi hạt mang điện và không mang điện nhưng chúng vô cùng bền vững, chứng tỏ rằng các nuclon liên kết với nhau bởi lực rất mạnh, gọi là lực hạt nhân.

Lực hạt nhân có bản chất khác với lực hấp dẫn, lực Coulông, lực từ,... đồng thời mạnh hơn rất nhiều so với các lực đó.

Lực hạt nhân có bán kính tác dụng trong phạm vi hạt nhân nguyên tử (khoảng  $10^{-15}$  m).

**5. Đồng vị**

Đồng vị là những nguyên tử có cùng số proton ( $Z$ ), nhưng khác số nơtron ( $N$ ) dẫn tới khác số nuclôn ( $A$ ).

Ví dụ: Hidrô có ba đồng vị:  ${}^1_1H$ ;  ${}^2_1H$  ( ${}^2D$ );  ${}^3_1H$  ( ${}^3T$ )

Các đồng vị thường có tính chất hóa học tương tự nhau và được xếp cùng một ô trong bảng tuần hoàn.

Có hai loại đồng vị:

+ Đồng vị bền là đồng vị mà hạt nhân của nó không có một biến đổi tự phát nào trong suốt quá trình tồn tại. Trong thiên nhiên có khoảng 300 đồng vị bền.

+ Đồng vị phóng xạ (không bền) là đồng vị mà hạt nhân của nó tự động phát ra những tia phóng xạ và biến đổi thành hạt nhân của nguyên tố khác. Có khoảng vài nghìn đồng vị phóng xạ tự nhiên và nhân tạo.

**6. Khối lượng nguyên tử, khối lượng hạt nhân**

Vì nếu tính theo đơn vị thông thường  $kg$  thì một hạt nhân viết theo đơn vị  $kg$  sẽ rất dài. Do vậy, trong Vật Lí hạt nhân, người ta đưa ra khái niệm khối lượng nguyên tử.

Khối lượng nguyên tử, kí hiệu là  $u$  và có giá trị bằng  $\frac{1}{12}$  khối lượng đồng vị cacbon  ${}^{12}_6C$  (vì vậy, đôi khi đơn vị này còn gọi là *đơn vị cacbon*)

$$1u = \frac{1}{12} \cdot \frac{12}{N_A} g = \frac{1}{12} \cdot \frac{12}{6,0221 \cdot 10^{23}} g \approx 1,66055 \cdot 10^{-27} kg$$

**Chú ý:**

- Một nguyên tử có khối lượng xấp xỉ bằng số khối  $A$  khi tính theo đơn vị khối lượng nguyên tử  $u$ . Ví dụ  ${}^{27}_{13}Al$  có khối lượng nguyên tử xấp xỉ  $27u$ .
- Hệ thức Anh-xtanh  $E = mc^2$  hay  $m = \frac{E}{c^2}$  chứng tỏ rằng khối lượng còn có thể đo bằng đơn vị của năng lượng chia cho  $c^2$ , cụ thể là nó có thể đo bằng  $eV/c^2$  hoặc  $MeV/c^2$  (ở đây  $1eV \approx 1,6 \cdot 10^{-19} J$ ). Ta hãy tính năng lượng có trong  $1u$ :

$$\begin{aligned} E = mc^2 &\Rightarrow 1u \cdot c^2 = 1,66055 \cdot 10^{-27} kg \cdot (299792458)^2 (m/s)^2 \\ &= 1,492427912 \cdot 10^{-10} J \\ &= \frac{1,492427912 \cdot 10^{-10}}{1,60217656535 \times 10^{-19}} eV \\ &= 931500275 eV \\ &\approx 931,5 MeV \end{aligned}$$

Từ đó ta có

$1u = 931,5 MeV/c^2$

**II. Hiện tượng phóng xạ**

**1. Khái niệm**

Hiện tượng phóng xạ là hiện tượng một hạt nhân không bền vững tự phát phân rã, phát ra các tia phóng xạ và biến đổi thành hạt nhân khác.

Người ta quy ước gọi hạt nhân phóng xạ là *hạt nhân mẹ* và hạt nhân sản phẩm phân rã là *hạt nhân con*.

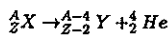
**2. Đặc điểm**

Quá trình phân rã phóng xạ chỉ do các nguyên nhân bên trong gây ra và hoàn toàn không chịu tác động của các yếu tố bên ngoài như: nhiệt độ, áp suất,...

**3. Các tia phóng xạ**

**3.1. Tia  $\alpha$**

Hạt nhân mẹ  $X$  phân rã tạo thành hạt nhân con  $Y$ , đồng thời phát ra tia phóng xạ  $\alpha$  theo phản ứng

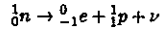


- Bản chất là dòng hạt nhân  $^4_2\text{He}$  mang điện tích dương, vì thế khi bay vào điện trường giữa hai bản của tụ điện thì sẽ bị lệch về bản tụ âm.
- Ion hóa chất khí mạnh, khả năng đâm xuyên yếu (không xuyên qua được tấm bìa dày cỡ 1mm).
- Hạt  $\alpha$  phóng ra từ hạt nhân có vận tốc khoảng  $2.10^7$  m/s và bay ngoài không khí khoảng 8 cm.
- Phóng xạ  $\alpha$  làm hạt nhân con lùi 2 ô trong bảng hệ thống tuần hoàn.

**3.2. Tia  $\beta$**

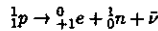
Tia  $\beta$  gồm 2 loại

- Tia  $\beta^-$  hay  $^0_{-1}e$ : là loại tia phổ biến, có bản chất là chùm electron mang điện tích  $-e$ . Hạt này được sinh ra khi bên trong hạt nhân có sự biến đổi



Ở đây  $^0_0\nu$  là hạt neutrino.

- Tia  $\beta^+$  hay  $^0_{+1}e$ : hiếm hơn  $\beta^-$ , bản chất là chùm hạt có khối lượng như electron nhưng mang điện tích  $+e$ , gọi là các pozitron. Hạt này được sinh ra khi bên trong hạt nhân có sự biến đổi



Ở đây  $^0_0\bar{\nu}$  là phản hạt neutrino.

Các tia  $\beta$  khi bay trong điều trường thì bị lệch nhiều hơn so với các tia  $\alpha$  do khối lượng của chúng nhẹ hơn khối lượng của tia  $\alpha$  nhiều lần.

Các tia  $\beta$  khi mới phóng ra có vận tốc rất lớn, có thể đạt xấp xỉ bằng tốc độ ánh sáng. Có thể bay tới vài mét trong không khí và có thể xuyên qua lá nhôm dày cỡ milimét.

Các tia  $\beta$  có thể làm ion hóa môi trường nhưng yếu hơn so với tia  $\alpha$

**3.3. Tia  $\gamma$**

Tia  $\gamma$  có bản chất là sóng điện từ có bước sóng rất ngắn. Đây là chùm photon mang năng lượng lớn, có khả năng đâm xuyên rất mạnh và là tia nguy hiểm với con người. Khả năng đâm xuyên lớn hơn nhiều so với tia  $\alpha$  và tia  $\beta$ .

**4. Định luật phóng xạ**

**4.1. Đặc tính của quá trình phóng xạ**

- Có bản chất là quá trình biến đổi hạt nhân.
- Có tính tự phát và không điều khiển được, không phụ thuộc vào tác động của các yếu tố phụ thuộc vào môi trường bên ngoài như nhiệt độ, áp suất...
- Là một quá trình ngẫu nhiên: với một hạt nhân phóng xạ cho trước, thời điểm phân hủy của nó là không xác định. Ta chỉ có thể nói đến xác suất phân hủy của hạt nhân đó. Như vậy ta không thể khảo sát sự biến đổi của một hạt nhân đơn lẻ.

**4.2. Định luật phóng xạ**

Xét một mẫu phóng xạ. Gọi  $N_0$  là số hạt nhân của mẫu phóng xạ tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ . Số hạt nhân của mẫu phóng xạ tại thời điểm  $t$  là

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

Hay có thể viết

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t} = N_0 e^{-\lambda t}$$

Với  $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$  gọi là hằng số phóng xạ, đặc trưng cho từng chất phóng xạ.

$T$  là chu kì bán rã, là thời gian số lượng hạt nhân còn lại 1 nửa so với ban đầu.

Trong quá trình phân rã, số hạt nhân phóng xạ giảm theo thời gian theo định luật hàm số mũ

Vì  $m = \frac{N}{N_A} M$  nên khối lượng của chất phóng xạ tỉ lệ thuận với số hạt nhân phóng xạ. Do đó ta có

$$m = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

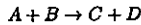
Với  $m$  là khối lượng của chất phóng xạ tại thời điểm  $t$ ,  $m_0$  là khối lượng của chất phóng xạ tại thời điểm ban đầu.

### III. Phản ứng hạt nhân

#### 1. Định nghĩa phản ứng hạt nhân

Phản ứng hạt nhân là mọi quá trình dẫn đến sự biến đổi hạt nhân.

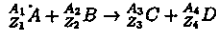
Phản ứng hạt nhân có thể viết dưới dạng sau đây



Trong đó A, B là các hạt nhân tương tác (hạt nhân mẹ) và C, D là các hạt sản phẩm (hạt nhân con).

#### 2. Các định luật bảo toàn trong phản ứng hạt nhân

Xét phản ứng hạt nhân



##### 2.1. Định luật bảo toàn số khối

Trong phản ứng hạt nhân, tổng số nuclon hay số khối của các hạt tương tác bằng tổng số nuclon của các hạt sản phẩm.

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$

##### 2.2. Định luật bảo toàn điện tích

Trong phản ứng hạt nhân, tổng đại số điện tích các hạt tương tác bằng tổng đại số của các hạt sản phẩm.

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$$

##### 2.3. Định luật bảo toàn năng lượng toàn phần

Năng lượng toàn phần bao gồm động năng và năng lượng nghỉ (xem phần thuyết tương đối hẹp).

Trong phản ứng hạt nhân, tổng năng lượng toàn phần của các hạt tương tác bằng tổng năng lượng toàn phần của các hạt sản phẩm.

##### 2.4. Định luật bảo toàn động lượng

Trong phản ứng hạt nhân, vectơ tổng động lượng của các hạt tương tác bằng vectơ tổng động lượng của các hạt sản phẩm.

##### 2.5. Chú ý

- Không có định luật bảo toàn khối lượng
- Số khối được bảo toàn nhưng số nơtron không bảo toàn

### 3. Năng lượng trong phản ứng hạt nhân

Do tính chất không bảo toàn khối lượng nghỉ, nhưng lại bảo toàn năng lượng toàn phần của hệ trong phản ứng hạt nhân, nên các phản ứng hạt nhân có thể tỏa ra năng lượng hoặc thu vào năng lượng.

Gọi  $m_{\text{trước}}$  là tổng khối lượng nghỉ của các hạt trước phản ứng và  $m_{\text{sau}}$  là tổng khối lượng nghỉ của các hạt sau phản ứng.

Năng lượng tỏa ra hay thu vào của phản ứng hạt nhân là

$$\Delta E = (m_{\text{trước}} - m_{\text{sau}}) c^2$$

- Nếu  $m_{\text{trước}} > m_{\text{sau}}$  thì phản ứng tỏa năng lượng.
- Nếu  $m_{\text{trước}} < m_{\text{sau}}$  thì phản ứng thu năng lượng.

#### 4. Độ hụt khối và năng lượng liên kết

##### 4.1. Độ hụt khối

Khi một hạt nhân  ${}^A_Z X$  tạo thành từ  $Z$  hạt proton và  $N$  hạt neutron thì tổng khối lượng của các hạt nuclon riêng rẽ tạo thành hạt nhân là

$$m_0 = Zm_p + Nm_n$$

Tuy nhiên, các phép đo chính xác đã chứng tỏ rằng, khi hạt nhân tạo thành thì khối lượng của hạt nhân là  $m$  luôn nhỏ hơn  $m_0$  một lượng  $\Delta m$ . Lượng này xác định bởi

$$\Delta m = m_0 - m = Zm_p + Nm_n - m \Rightarrow \Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m$$

##### 4.2. Năng lượng liên kết

Năng lượng liên kết là năng lượng tỏa ra khi các nuclon riêng rẽ tạo thành hạt nhân. Hay, năng lượng liên kết là năng lượng cần thiết để phá vỡ hạt nhân thành các nuclon riêng rẽ.

$$\Delta E_{lk} = E_0 - E = m_0c^2 - mc^2 = (m_0 - m)c^2 = \Delta mc^2$$

Hạt nhân có độ hụt khối càng lớn thì năng lượng liên kết càng lớn.

Năng lượng liên kết riêng là năng lượng liên kết tính cho mỗi nuclon của hạt nhân đó

$$\Delta E_{lkr} = \frac{\Delta E_{lk}}{A}$$

Hạt nhân có năng lượng liên kết riêng càng lớn thì càng bền vững và ngược lại.

### IV. Phản ứng phân hạch, phản ứng nhiệt hạch

#### 1. Phản ứng phân hạch

##### 1.1. Khái niệm

Phân hạch là phản ứng trong đó một hạt nhân nặng vỡ thành hai mảnh nhẹ hơn.

##### 1.2. Đặc điểm

- Phản ứng phân hạch là phản ứng tỏa năng lượng lớn, cỡ 200 MeV.
- Trong phản ứng có sự hấp thụ neutron, các neutron có động năng nhỏ gọi là neutron chậm.
- Mỗi phản ứng phân hạch sinh ra từ 2 đến 3 neutron và các neutron này có thể thực hiện được các phản ứng tiếp theo.
- Các hạt nhân trung bình trong phản ứng có số khối từ 80 đến 160.

##### 1.3. Phản ứng phân hạch dây chuyền

Giả sử sau một lần phân hạch có  $k$  neutron được giải phóng đến kích thích các hạt nhân khác tạo nên những phân hạch mới. Sau  $n$  lần phân hạch liên tiếp, số neutron giải phóng là  $k^n$  và kích thích  $k^n$  phân hạch mới.

- Khi  $k < 1$  thì phản ứng phân hạch dây chuyền tắt nhanh
- Khi  $k = 1$  phản ứng phân hạch dây chuyền tự duy trì và năng lượng phát ra không đổi theo thời gian
- Khi  $k > 1$  phản ứng phân hạch dây chuyền tự duy trì, năng lượng phát ra tăng nhanh và có thể gây nên bùng nổ.

Muốn  $k \geq 1$  thì khối lượng của chất phân hạch phải đủ lớn để số neutron bị "bắt" nhỏ hơn nhiều so với số neutron được giải phóng.

**Khối lượng tới hạn** là khối lượng tối thiểu của chất phân hạch để phản ứng phân hạch dây chuyền duy trì được trong đó.

1.4. Phản ứng phân hạch có điều kiện

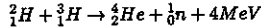
- Phản ứng phân hạch có điều kiện này được thực hiện trong các lò phản ứng hạt nhân, tương ứng với trường hợp  $k = 1$ .
- Để đảm bảo cho  $k = 1$  thì người ta dùng những thanh điều khiển có chứa bo hay cadimi.
- Năng lượng tỏa ra từ lò phản ứng không đổi theo thời gian.

2. Phản ứng nhiệt hạch

2.1. Định nghĩa

Phản ứng nhiệt hạch là quá trình trong đó hai hay nhiều hạt nhân nhẹ hợp lại thành một hạt nhân nặng hơn.

Ví dụ



2.2. Điều kiện để phản ứng nhiệt hạch xảy ra

- Ban đầu phải biến đổi hỗn hợp nhiên liệu chuyển sang trạng thái plasma tạo bởi các hạt nhân và các electron tự do. Sau đó phải tăng nhiệt độ của hỗn hợp plasma lên cỡ 100 triệu độ để phản ứng xảy ra.
- Mật độ hạt nhân trong plasma ( $n$ ) phải đủ lớn
- Thời gian duy trì trạng thái plasma  $\tau$  ở nhiệt độ cao 100 triệu độ phải đủ lớn. Kết hợp các điều kiện này, Lo-xơn (Lawson) đã chứng minh hệ thức nêu lên điều kiện cơ bản để xảy ra phản ứng nhiệt hạch là

$$n\tau \geq (10^{14} \div 10^{16}) \frac{s}{cm^3}$$

2.3. Năng lượng nhiệt hạch

Tuy năng lượng tỏa ra của một phản ứng nhiệt hạch ít hơn nhiều so với một phản ứng phân hạch, nhưng tính theo khối lượng nhiên liệu thì phản ứng nhiệt hạch tỏa ra năng lượng lớn hơn sự phân hạch nhiều lần.

Năng lượng nhiệt hạch là nguồn gốc năng lượng của hầu hết các sao.

Năng lượng nhiệt hạch trên Trái Đất, với những ưu việt không gây ô nhiễm (sạch) và nguyên liệu dồi dào sẽ là nguồn năng lượng của thế kỉ XXI.

## B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

### I. Bài tập về hiện tượng phóng xạ

#### 1. Bài toán tìm lượng chất phóng xạ

##### 1.1. Phương pháp

- Xác định số nguyên tử (số hạt nhân) và khối lượng còn lại của chất phóng xạ sau thời gian phóng xạ  $t$

- Số nguyên tử còn lại sau thời gian phóng xạ  $t$

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 e^{-\lambda t}$$

- Khối lượng còn lại sau thời gian phóng xạ  $t$

$$m = m_0 2^{-\frac{t}{T}} = m_0 e^{-\lambda t}$$

Với  $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ .

- Quan hệ giữa khối lượng và số nguyên tử

$$m = \frac{N}{N_A} M$$

Trong đó

- $m$  là khối lượng chất
- $N$  là số nguyên tử
- $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$  hạt/mol là số Avôgadrô
- $M$  là khối lượng nguyên tử (g/mol). Một nguyên tử có khối lượng xấp xỉ bằng số khối khi tính theo đơn vị khối lượng nguyên tử  $u$ .
- Xác định số nguyên tử và khối lượng bị phóng xạ của chất phóng xạ sau thời gian phóng xạ  $t$
- Khối lượng bị phóng xạ sau thời gian phóng xạ  $t$

$$\Delta m = m_0 - m = m_0 - m_0 2^{-\frac{t}{T}} = m_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T}})$$

- Số nguyên tử bị phóng xạ sau thời gian phóng xạ  $t$

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T}})$$

- Xác định số nguyên tử và khối lượng hạt nhân mới tạo thành sau thời gian phóng xạ  $t$
- Một hạt nhân bị phóng xạ thì sinh ra một hạt nhân mới, do đó số hạt nhân mới tạo thành sau thời gian phóng xạ  $t$  bằng số hạt nhân bị phóng xạ trong thời gian đó

$$N' = \Delta N = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T}})$$

- Khối lượng hạt nhân mới tạo thành sau thời gian phóng xạ  $t$ :

$$m' = \frac{N'}{N_A} M'$$

( $M'$  là khối lượng nguyên tử của hạt nhân mới tạo thành, có giá trị xấp xỉ  $A'$  là số khối của hạt nhân mới tạo thành nếu tính theo đơn vị  $u$ )

1.2. Ví dụ minh họa

Câu 1: Ban đầu có 100g lượng chất phóng xạ  ${}_{27}^{60}\text{Co}$  với chu kì bán rã  $T = 5,33$  năm. Sau 25 năm, khối lượng và số hạt Coban còn lại bao nhiêu?  
 A.  $m = 3,873\text{g}; N = 0,389.10^{23}$  hạt.  
 B.  $m = 2,873\text{g}; N = 0,286^{23}$  hạt.  
 C.  $m = 4,873\text{g}; N = 0,490.10^{23}$  hạt.  
 D.  $m = 3,365\text{g}; N = 0,338.10^{23}$  hạt.

Lời giải

Khối lượng Co còn lại sau 25 năm là

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = 100 \cdot 2^{-\frac{25}{5.33}} \approx 3,873\text{g}$$

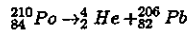
Số hạt Co còn lại sau 25 năm:  $N = \frac{m}{A} \cdot N_A = \frac{3,873}{60} \cdot 6,02.10^{23} = 0,389.10^{23}$  (hạt).

Đáp án A.

Câu 2: Ban đầu có  $m_0 = 21$  g chất phóng xạ  ${}_{84}^{210}\text{Po}$ , chất này phóng xạ ra hạt  $\alpha$  và biến thành một hạt nhân bền. Hãy tìm thể tích khí Heli sinh ra ở điều kiện tiêu chuẩn trong thời gian 30 ngày. Biết chu kì bán rã của  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  là  $T = 138$  ngày.  
 A.  $V = 3,12$  lít.      B.  $V = 3,13$  lít.      C.  $V = 1,31$  lít.      D.  $V = 0,131$  lít.

Lời giải

Phương trình phóng xạ:



Từ phương trình phóng xạ ta thấy cứ một hạt  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  phóng xạ sẽ có 1 hạt  ${}_2^4\text{He}$  tạo thành. Do đó số hạt  ${}_2^4\text{He}$  tạo thành đúng bằng số hạt  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  đã phóng xạ.

Số hạt  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  ban đầu là:

$$N_0 = \frac{m_0}{A} \cdot N_A = \frac{21}{210} \cdot 6,02.10^{23} = 6.02.10^{22}$$

Số hạt  ${}_2^4\text{He}$  tạo thành sau 30 ngày:

$$N = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right) = 6,02.10^{22} \cdot \left(1 - 2^{-\frac{30}{138}}\right) = 0,842.10^{22}$$

Thể tích khí  ${}_2^4\text{He}$  sinh ra ở điều kiện tiêu chuẩn sau 30 ngày

$$V = \frac{N}{N_A} \cdot 22,4 = \frac{0,842.10^{22}}{6,02.10^{23}} \cdot 22,4 = 0,313 \text{ (lít)}$$

Đáp án B.

Câu 3: Cho một hạt nhân mẹ  ${}_{Z_M}^{A_M}M$  phóng xạ ra tia phóng xạ  $x$  và biến đổi thành hạt nhân con  ${}_{Z_C}^{A_C}C$  theo phản ứng:  ${}_{Z_M}^{A_M}M \rightarrow x + {}_{Z_C}^{A_C}C$ . Sau một thời gian khối lượng hạt nhân mẹ bị mất đi là  $\Delta m_M$ . Tính khối lượng hạt nhân con tạo thành trong khoảng thời gian đó.

- A.  $m_C = \Delta m_M \frac{A_M}{A_C}$ .      B.  $m_C = \Delta m_M \frac{A_C}{A_M}$ .  
 C.  $m_C = \frac{\Delta m_M}{A_M}$ .      D.  $m_C = \frac{\Delta m_M}{A_C}$ .

Lời giải

Khi 1 hạt nhân mẹ bị mất đi thì có 1 hạt nhân con được tạo thành. Do đó, số lượng hạt nhân mẹ bị phân rã luôn luôn bằng số lượng hạt tạo thành.



Gọi  $N_C$  là số hạt nhân con được tạo thành thì ta có

$$\Delta N = \Delta N_M = N_C = \frac{\Delta m_M N_A}{A_M}$$

Khối lượng hạt nhân con được tạo thành  $m_C$

$$m_C = \frac{N_C}{N_A} M_C = \frac{\Delta N}{N_A} M_C = \frac{\Delta m_M N_A}{N_A} M_C = \Delta m_M \frac{M_C}{M_M} \Rightarrow m_C = \Delta m_M \frac{M_C}{M_M}$$

Khi khối lượng của các hạt tính gần đúng bằng số khối thì

$$m_C = \Delta m_M \frac{A_C}{A_M}$$

**Đáp án B.**

Ta có thể lập luận theo kiểu "Hóa học" như sau: vì khi 1 hạt nhân mẹ mất đi thì có 1 hạt nhân con được tạo thành, nên tỉ lệ ở phương trình phản ứng là 1:1. Do đó số mol của hạt nhân mẹ mất đi bằng số mol của hạt nhân con tạo thành. Do đó

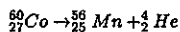
$$\frac{m_C}{M_C} = \frac{\Delta m_M}{M_M} \Rightarrow m_C = \Delta m_M \frac{M_C}{M_M}$$

**Câu 4:** Ban đầu có 100g chất phóng xạ  ${}^{60}_{27}\text{Co}$ , chu kì bán rã  $T=5,33$  năm. Coban phóng xạ ra hạt  $\alpha$  và biến thành Mangan  ${}^{56}_{25}\text{Mn}$ . Hãy tính khối lượng  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  đã phóng xạ và khối lượng  ${}^{56}_{25}\text{Mn}$  được tạo thành trong thời gian 15 năm?

- A.  $\Delta m_{\text{Co}} = 75,78 \text{ g}; m_{\text{Mn}} = 70,06\text{g}$ .      B.  $\Delta m_{\text{Co}} = 85,78 \text{ g}; m_{\text{Mn}} = 80,06\text{g}$ .  
 C.  $\Delta m_{\text{Co}} = 83,78 \text{ g}; m_{\text{Mn}} = 78,06\text{g}$ .      D.  $\Delta m_{\text{Co}} = 82,43 \text{ g}; m_{\text{Mn}} = 79,05\text{g}$ .

Lời giải

Phương trình phản ứng



Khối lượng  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  đã phóng xạ sau 15 năm:

$$\Delta m_{\text{Co}} = m_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right) = 100 \left(1 - 2^{-\frac{15}{5,33}}\right) = 85,78\text{g}$$

Khối lượng  ${}^{56}_{25}\text{Mn}$  được tạo thành là

$$m_{\text{Mn}} = \Delta m \frac{M_{\text{Mn}}}{M_{\text{Co}}} \approx \Delta m \frac{A_{\text{Mn}}}{A_{\text{Co}}} = 85,78 \cdot \frac{56}{60} = 80,06\text{g}$$

**Đáp án B.**

**Câu 5:** Ban đầu có  $m_0(\text{g})$  chất phóng xạ  ${}^{60}_{27}\text{Co}$ , chu kì bán rã  $T=5,33$  năm. Coban phóng xạ ra  $\alpha$  và biến thành Mangan  ${}^{56}_{25}\text{Mn}$ . Sau bao lâu thì tỉ số khối lượng  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  còn lại và khối lượng Mangan  ${}^{56}_{25}\text{Mn}$  tạo thành bằng  $\frac{15}{14}$

- A. 5,33 năm.      B. 10,66 năm.      C. 21,32 năm.      D. 15,33 năm.

Lời giải

Giả sử thời điểm  $t$  tỉ số khối lượng Mangan  ${}^{56}_{25}\text{Mn}$  tạo thành và khối lượng  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  còn lại bằng  $\frac{14}{15}$ .

Khối lượng Mangan tạo thành là

$$m_{\text{Mn}} = A_{\text{Mn}} \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Khối lượng Co còn lại là

$$m_{Co} = A_{Co} 2^{-\frac{t}{T}}$$

Từ đó ta có

$$\begin{aligned} \frac{m_{Co}}{m_{Mn}} &= \frac{A_{Co} \cdot 2^{-\frac{t}{T}}}{A_{Mn} \cdot (1 - 2^{-\frac{t}{T}})} = \frac{60 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}}{56 \cdot (1 - 2^{-\frac{t}{T}})} = \frac{15}{14} \\ \Rightarrow \frac{1 - 2^{-\frac{t}{T}}}{2^{-\frac{t}{T}}} &= 1 \Rightarrow 2^{-\frac{t}{T}} = 0,5 \Rightarrow \frac{t}{T} = 1 \Rightarrow t = T = 5,33 \end{aligned}$$

Đáp án A.

Câu 6: Ngày nay, tỉ lệ khối lượng  $\frac{{}^{235}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} = \frac{8}{1103}$ , biết chu kì bán rã của  ${}^{235}\text{U}$  và  ${}^{238}\text{U}$  lần lượt là  $T_1 = 7,04 \cdot 10^8$  năm,  $T_2 = 4,46 \cdot 10^9$  năm. Trái Đất được hình thành cách ngày nay 4,5 tỉ năm. Hãy tìm tỉ lệ khối lượng  $\frac{{}^{235}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} = \frac{m_{01}}{m_{02}}$  tại thời điểm Trái đất mới hình thành, biết trong quá trình tồn tại  ${}^{235}\text{U}$  và  ${}^{238}\text{U}$  không được tạo ra thêm bởi các phóng xạ khác.  
 A.  $\frac{m_{01}}{m_{02}} = 0,404$ .    B.  $\frac{m_{01}}{m_{02}} = 0,303$ .    C.  $\frac{m_{01}}{m_{02}} = 0,04$ .    D.  $\frac{m_{01}}{m_{02}} = 0,044$ .

Lời giải

Gọi  $m_{01}, m_{02}$  lần lượt là khối lượng ban đầu của  ${}^{235}\text{U}$  và  ${}^{238}\text{U}$ . Tại thời điểm hiện tại, tỉ lệ khối lượng mỗi chất tương ứng còn lại là:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_{01} 2^{-\frac{t}{T_1}}}{m_{02} 2^{-\frac{t}{T_2}}} \Rightarrow \frac{m_{01}}{m_{02}} = \frac{m_1}{m_2} \cdot 2^{\frac{t}{T_1} - \frac{t}{T_2}} = \frac{8}{1103} \cdot 2^{\frac{4,5 \cdot 10^9}{7,04 \cdot 10^8} - \frac{4,5 \cdot 10^9}{4,46 \cdot 10^9}} = 0,303$$

Đáp án B.

Câu 7: Hiện nay urani tự nhiên chứa hai đồng vị phóng xạ  ${}^{235}\text{U}$  và  ${}^{238}\text{U}$ , với tỉ lệ số hạt  ${}^{235}\text{U}$  và số hạt  ${}^{238}\text{U}$  là 7/1000. Biết chu kì bán rã của  ${}^{235}\text{U}$  và  ${}^{238}\text{U}$  lần lượt là  $7,00 \cdot 10^8$  năm và  $4,50 \cdot 10^9$  năm. Cách đây bao nhiêu năm, urani tự nhiên có tỷ lệ số hạt  ${}^{235}\text{U}$  và số hạt  ${}^{238}\text{U}$  là 3/100?  
 A. 2,74 tỉ năm.    B. 1,74 tỉ năm.    C. 2,22 tỉ năm.    D. 3,15 tỉ năm.

Lời giải

Hiện nay, số hạt  ${}^{235}\text{U}$  và  ${}^{238}\text{U}$  là số hạt còn lại, có tỉ lệ là

$$\frac{N_{0235} \cdot 2^{-\frac{t_0}{T_{235}}}}{N_{0238} \cdot 2^{-\frac{t_0}{T_{238}}}} = \frac{7}{1000}$$

Cách đây  $t$  năm, tỉ lệ số hạt  ${}^{235}\text{U}$  và  ${}^{238}\text{U}$  là  $\frac{3}{100}$  nên ta có

$$\frac{N_{0235} \cdot 2^{-\frac{(t_0 - t)}{T_{235}}}}{N_{0238} \cdot 2^{-\frac{(t_0 - t)}{T_{238}}}} = \frac{3}{100}$$

Lập tỉ số ta được

$$\frac{N_{0_{235}} \cdot 2 \frac{T_{235}}{T_{238}} - \frac{-t_0}{T_{238}}}{N_{0_{235}} \cdot 2 \frac{T_{235}}{T_{238}} - \frac{-t_0}{T_{238}}} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{t}{2 \frac{T_{235}}{T_{238}}} = 2 \left( \frac{1}{T_{238}} - \frac{1}{T_{235}} \right) = \frac{7}{30}$$

Từ đó

$$t = \frac{\frac{7}{30}}{\frac{1}{T_{238}} - \frac{1}{T_{235}}} = \frac{\log_2 \frac{30}{7}}{\frac{1}{4,5 \cdot 10^6} - \frac{1}{7 \cdot 10^8}} = 1,7404$$

tỉ năm.

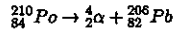
Đáp án B.

**Câu 8:** Đồng vị phóng xạ  $^{210}_{84}\text{Po}$  phân rã  $\alpha$ , biến đổi thành đồng vị bền  $^{206}_{82}\text{Pb}$  với chu kì bán rã là 138 ngày. Ban đầu có một mẫu  $^{210}_{84}\text{Po}$  tinh khiết. Đến thời điểm  $t$ , tổng số hạt  $\alpha$  và số hạt nhân  $^{206}_{82}\text{Pb}$  (được tạo ra) gấp 14 lần số hạt nhân  $^{210}_{84}\text{Po}$  còn lại. Giá trị của  $t$  bằng

A. 552 ngày.      B. 414 ngày.      C. 828 ngày.      D. 276 ngày.

Lời giải

- Ta có phương trình



- Tại thời điểm  $t$ , số hạt  $^{210}_{84}\text{Po}$  bị phân rã là

$$N_1 = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T}})$$

- Theo phương trình, cứ 1  $^{210}_{84}\text{Po}$  phân rã thì tạo ra được 1 hạt  $4\alpha$  và 1 hạt  $^{206}_{82}\text{Pb}$ . Như vậy,  $N_1$  hạt Po bị phân rã thì  $N_1$  hạt  $4\alpha$  và  $N_1$  hạt  $^{206}_{82}\text{Pb}$  được tạo thành. Do đó tổng số hạt tạo thành là  $2N_1$ .

- Số hạt Po còn lại sau thời gian  $t$  là

$$N_2 = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

- Theo bài ra, ta có:

$$\frac{2N_1}{N_2} = \frac{2N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T}})}{N_0 2^{-\frac{t}{T}}} = 14 \Rightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 8 \Rightarrow t = 3T = 3 \cdot 138 = 414 \text{ ngày}$$

Đáp án B.

2. Bài toán tìm chu kì phóng xạ

2.1. Phương pháp

Sử dụng các công thức về số hạt, khối lượng của lượng chất phóng xạ đã học ở phần trên.

2.2. Ví dụ minh họa

**Câu 1:** Máy đếm xung của một chất phóng xạ, trong lần đo thứ nhất đếm được  $\Delta N_1$  hạt phân rã trong khoảng thời gian  $\Delta t$ . Lần đo thứ hai sau lần đo thứ nhất là  $t$ , máy đếm được  $\Delta N_2$  hạt phân rã trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$ . Tìm chu kì bán rã của chất phóng xạ. Biết  $\Delta N_1 = 100$ ;  $\Delta N_2 = 10$ ;  $t = 1$  ngày.

A. 0,825 ngày.      B. 0,301 ngày.      C. 0,251 ngày.      D. 0,515 ngày.

Lời giải

Gọi  $N_1$  là số hạt nguyên tử của chất phóng xạ khi đo ở lần thứ nhất. Số phân rã trong khoảng thời gian  $\Delta t$

$$\Delta t \text{ ở lần đo đầu tiên là: } \Delta N_1 = N_1(1 - 2^{-\frac{\Delta t}{T}}).$$

Gọi  $N_2$  là số hạt nguyên tử của chất phóng xạ khi đo ở lần thứ hai. Số phân rã trong khoảng thời gian  $\Delta t$

$$\Delta t \text{ ở lần đo thứ hai là: } \Delta N_2 = N_2(1 - 2^{-\frac{\Delta t}{T}}).$$

Lập tỉ số

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{N_1(1 - 2^{-\frac{\Delta t}{T}})}{N_2(1 - 2^{-\frac{\Delta t}{T}})} = \frac{N_1}{N_2}$$

Mặt khác, ta có khi đo lần thứ 2 thì số hạt ban đầu của lần 2 chính bằng số hạt còn lại sau khi đo lần 1, tức là

$$N_2 = N_1 2^{-\frac{t}{T}}$$

Từ đó ta có

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_1}{N_1 2^{-\frac{t}{T}}} = 2^{\frac{t}{T}}$$

Vậy chu kì là

$$\frac{t}{T} = \log_2 \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} \Rightarrow T = \frac{t}{\log_2 \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2}} = 0,301.$$

Đáp án B.

**Câu 2:** Để đo chu kì bán rã của một chất phóng xạ người ta dùng máy đếm xung bắt đầu đếm từ thời điểm  $t_0 = 0$ . Đến thời điểm  $t_1 = 12$  giờ, máy đếm được  $\Delta N_1$  hạt bị phân rã. Đến thời điểm  $t_2 = 3t_1 = 36$  giờ, máy đếm được  $\Delta N_2$  hạt đã bị phân rã. Biết  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{4}{7}$ , tìm chu kì bán rã của chất phóng xạ trên?

A. 24h.      B. 12h.      C. 30h.      D. 18h.

Lời giải

Gọi  $N_0$  là số hạt nguyên tử của chất phóng xạ ở thời điểm ban đầu.

Số hạt đã bị phân rã ở thời điểm  $t_1, t_2$  lần lượt là:

$$\begin{cases} \Delta N_1 = N_0(1 - 2^{-\frac{t_1}{T}}) \\ \Delta N_2 = N_0(1 - 2^{-\frac{t_2}{T}}) \end{cases}$$

Lập tỉ số ta được

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{N_0(1 - 2^{-\frac{t_1}{T}})}{N_0(1 - 2^{-\frac{t_2}{T}})} = \frac{1 - 2^{-\frac{12}{T}}}{1 - 2^{-\frac{36}{T}}} = \frac{4}{7} \Rightarrow 2^{-\frac{12}{T}} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = T = 12$$

Đáp án B.

3. Bài toán tính tuổi thọ của cổ vật

Câu 1: Độ phóng xạ của mẫu tượng gỗ bằng  $k$  lần độ phóng xạ của một khúc gỗ cùng loại mới chặt hạ. Tìm tuổi thọ của mẫu tượng gỗ trên, biết chu kì bán rã của  $C_{14}$  là  $T$ . Cho biết  $k = 0,25$ ;  $T = 5600$  năm

- A. 14200 năm.      B. 16200 năm.      C. 11200 năm.      D. 10200 năm.

Lời giải

Gọi  $H_0$ ,  $H$  lần lượt là độ phóng xạ của khúc gỗ mới chặt và của pho tượng cổ. Ta có:

$$H = H_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = kH_0 \Rightarrow \frac{t}{T} = -\log_2 k \Rightarrow t = -T \log_2 k$$

Với  $k = 0,25$ ;  $T = 5600$  năm ta được tuổi thọ của mẫu tượng gỗ trên là

$$t = -T \cdot \log_2 k = -5600 \cdot \log_2 0,25 = 11200$$

Đáp án C.

Câu 2:  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  là chất phóng xạ ra hạt  $\alpha$  và biến đổi thành hạt nhân chì  ${}_{82}^{206}\text{Po}$  với chu kì bán rã là  $T = 138$  ngày. Một mẫu chất, ở thời điểm ban đầu là Ponoli nguyên chất, ở thời điểm khảo sát tỉ số khối lượng chì tạo thành và khối lượng Po còn lại là 0,2. Tìm tuổi thọ của mẫu chất trên?

- A. 30 ngày.      B. 27,60 ngày.      C. 90 ngày.      D. 36,94 ngày.

Lời giải

Gọi  $m_0$  là khối lượng ban đầu của  ${}_{84}^{210}\text{Po}$ , thì tại thời điểm  $t$ . Ta có Khối lượng Ponoli còn lại là

$$m_{Po} = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Khối lượng  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  đã phóng xạ là

$$\Delta m_{Po} = m_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Cứ một hạt nhân  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  phóng xạ sẽ tạo ra một hạt nhân  ${}_{82}^{206}\text{Po}$  nên số mol của  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  đã phóng xạ bằng số mol của  ${}_{82}^{206}\text{Po}$  tạo thành. Do đó khối lượng  ${}_{82}^{206}\text{Po}$  tạo thành là

$$m_{Pb} = \Delta m_{Po} \cdot \frac{206}{210} = m_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right) \cdot \frac{206}{210}$$

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} \frac{m_{Pb}}{m_{Po}} &= \frac{m_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right) \cdot \frac{206}{210}}{m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}} = 0,2 \Rightarrow \frac{1 - 2^{-\frac{t}{T}}}{2^{-\frac{t}{T}}} = 0,2 \cdot \frac{210}{206} = \frac{21}{103} \\ \Rightarrow 2^{-\frac{t}{T}} &= \frac{103}{124} \Rightarrow t = -T \cdot \log_2 \frac{103}{124} = -138 \cdot \log_2 \frac{103}{124} = 36,94 \end{aligned}$$

Đáp án D.

Câu 3: Giả sử tại một thời điểm  $t$  nào đó, tỉ lệ khối lượng giữa  ${}_{92}^{235}\text{U}$  và  ${}_{92}^{238}\text{U}$  là 0,005. Biết chu kì bán rã của  ${}_{92}^{235}\text{U}$  và  ${}_{92}^{238}\text{U}$  lần lượt là  $T_1 = 7,04 \cdot 10^8$  năm và  $T_2 = 4,46 \cdot 10^9$  năm.

Khi Trái Đất bắt đầu hình thành thì tỉ lệ khối lượng giữa  ${}_{92}^{235}\text{U}$  và  ${}_{92}^{238}\text{U}$  là 0,3. Biết trong quá trình tồn tại  ${}_{92}^{235}\text{U}$  và  ${}_{92}^{238}\text{U}$  không được tạo ra thêm bởi các phóng xạ khác. Hãy tìm tuổi thọ của Trái Đất tại thời điểm đó?

- A.  $4,49 \cdot 10^9$  năm.      B.  $5,94 \cdot 10^9$  năm.  
C.  $6,94 \cdot 10^9$  năm.      D.  $4,44 \cdot 10^9$  năm.

Lời giải

Gọi  $m_{01}, m_{02}$  lần lượt là khối lượng ban đầu của của  ${}^{235}_{92}\text{U}$  và  ${}^{238}_{92}\text{U}$ . Tại thời điểm  $t$ , tỉ lệ khối lượng mỗi chất tương ứng còn lại là

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_{01}2^{-\frac{t}{T_1}}}{m_{02}2^{-\frac{t}{T_2}}} = \frac{m_{01}}{m_{02}} 2^{-\frac{t}{T_1} + \frac{t}{T_2}} = 0,3 \cdot 2^{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)t} = 0,005$$

Từ đó ta có  $2^{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)t} = \frac{0,005}{0,3} = \frac{1}{60} \Rightarrow \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \log_2 \frac{1}{60}$

$$2^{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)t} = \frac{0,005}{0,3} = \frac{1}{60} \Rightarrow t = \frac{\log_2 \frac{1}{60}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} = \frac{\log_2 \frac{1}{60}}{\frac{1}{4,46 \cdot 10^8} - \frac{1}{7,04 \cdot 10^8}} = 4,94 \cdot 10^9 \text{ năm}$$

Đáp án A.

**4. Bài toán tính độ phóng xạ**

**4.1. Phương pháp**

Độ phóng xạ  $H$  của một lượng chất là đại lượng đặc trưng cho tính phóng xạ mạnh hay yếu của lượng chất đó và được đo bằng số phân rã trong 1 giây.

Đơn vị của độ phóng xạ là Becqueren (Bq). 1 Bq = 1 phân rã/s. Ngoài ra, đơn vị của độ phóng xạ còn được tính bởi đơn vị Curi (Ci). 1 Ci =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Bq.

Độ phóng xạ phụ thuộc vào số hạt nhân của chất phóng xạ và cũng giảm theo thời gian với quy luật hàm số mũ.

$$H_t = \lambda N_t = \lambda N_0 2^{-\frac{t}{T}} = H_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

- $H_0$  là độ phóng xạ ban đầu:  $H_0 = \lambda N_0$

- $H_t$  là độ phóng xạ tại thời điểm  $t$

**Chú ý:** Khi tính độ phóng xạ thì chu kì  $T$  và thời gian  $t$  phải có đơn vị là giây (s).

**4.2. Ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Khối lượng ban đầu của chất phóng xạ  ${}^{23}_{11}\text{Na}$  là  $m_0 = 0,23$  g, với chu kì bán rã  $T = 62$  s. Tính độ phóng xạ sau 10 phút. Sau bao lâu độ phóng xạ của chất bằng  $\frac{1}{5}$  độ phóng xạ ban đầu?

- A.  $H = 8,23 \cdot 10^{18}$  Bq,  $t = 413$  s.                      B.  $H = 3,82 \cdot 10^{18}$  Bq,  $t = 413$  s.  
 C.  $H = 3,82 \cdot 10^{18}$  Bq,  $t = 143,96$  s.                      D.  $H = 8,23 \cdot 10^{16}$  Bq,  $t = 143,96$  s.

Lời giải

1. Độ phóng xạ ban đầu là

$$H_0 = \lambda N_0 = \lambda \frac{m_0}{M} \cdot N_A \approx \lambda \frac{m_0}{A} \cdot N_A = \frac{\ln 2}{62} \cdot \frac{0,23}{23} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,73 \cdot 10^{19} \text{ (Bq)}$$

Độ phóng xạ sau thời gian 10 phút là

$$H = H_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = 6,73 \cdot 10^{19} \cdot 2^{-\frac{600}{62}} = 8,22 \cdot 10^{16} \text{ (Bq)}$$

2. Giả sử sau  $t$  giây, độ phóng xạ bằng  $\frac{1}{5}$  độ phóng xạ ban đầu, ta có

$$\frac{H}{H_0} = \frac{H_0 2^{-\frac{t}{T}}}{H_0} = 2^{-\frac{t}{T}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{t}{T} = -\log_2 \frac{1}{5} \Rightarrow t = -T \log_2 \frac{1}{5} = -62 \log_2 \frac{1}{5} = 143,96 \text{ s}$$

Đáp án D.

Câu 2: Có hai mẫu chất phóng xạ  $^{210}_{84}\text{Po}$  có khối lượng ban đầu giống nhau. Tại thời điểm hiện tại mẫu thứ nhất có tuổi thọ lớn hơn mẫu thứ hai là  $\Delta = t_2 - t_1 = 100$  ngày và độ phóng xạ của mẫu thứ nhất là  $H_1 = 605, 15 \cdot 10^3$  Bq. Biết chu kì phóng xạ của  $P_0$  là  $T = 138$  ngày. Tìm độ phóng xạ  $H_2$  ?  
 A.  $10^6$  Bq.                      B. 1200 Bq.                      C. 2420,6 Bq.                      D. 1210,3 Bq.

Lời giải

Gọi  $H_0$  là độ phóng xạ ban đầu của mỗi mẫu chất; gọi  $t_1$  và  $t_2$  lần lượt là tuổi thọ của mẫu phóng xạ thứ nhất và thứ hai, ta có:

$$\begin{cases} H_1 = H_0 2^{-\frac{t_1}{T}} \Rightarrow 2^{-\frac{t_1}{T}} = \frac{H_1}{H_0} \Rightarrow t_1 = -T \log_2 \frac{H_1}{H_0} \\ H_2 = H_0 2^{-\frac{t_2}{T}} \Rightarrow 2^{-\frac{t_2}{T}} = \frac{H_2}{H_0} \Rightarrow t_2 = -T \log_2 \frac{H_2}{H_0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = t_1 - t_2 = T \left( \log_2 \frac{H_2}{H_0} - \log_2 \frac{H_1}{H_0} \right) = T \log_2 \frac{H_2}{H_1}$$

Từ đó suy ra:  $\log_2 \frac{H_2}{H_1} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = 2^{-\frac{\Delta t}{T}} \Rightarrow H_2 = H_1 \cdot 2^{-\frac{\Delta t}{T}} = 605, 15 \cdot 10^3 \cdot 2^{-\frac{100}{138}} = 10^6$  Bq.

Đáp án A.

**II. Bài tập về hạt nhân, phản ứng hạt nhân**

**1. Bài toán đại cương về hạt nhân, phản ứng hạt nhân**

**1.1. Phương pháp**

Chúng ta đi tìm lại một số kiến thức và một số lưu ý sau:

- Cấu tạo hạt nhân

$${}^A_Z X$$

Trong đó  $X$  là tên hạt nhân,  $Z$  là số hiệu nguyên tử (hay số proton, hay số thứ tự trong bảng tuần hoàn),  $A$  là số khối (hay tổng số nuclon trong hạt nhân).  $A = Z + N$ ,  $N$  là số neutron.

- Đồng vị

Đồng vị là các nguyên tố có cùng số proton nhưng khác nhau về số neutron dẫn đến số khối  $A$  khác nhau. Ví dụ  ${}^{12}_6\text{C}$ ;  ${}^{13}_6\text{C}$ ;  ${}^{14}_6\text{C}$

- Độ hụt khối

Độ hụt khối của hạt nhân xác định bởi

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m$$

Trong đó:

- $m_p$  là khối lượng của một proton  $m_p = 1,0073$  u.
- $m_n$  là khối lượng của một neutron  $m_n = 1.0087$  u.
- $m$  là khối lượng hạt nhân
- $\Delta m$  là độ hụt khối.
- Đơn vị: u, kg, MeV/c<sup>2</sup>. Đổi đơn vị

$$1u = 1,66055 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

- Năng lượng liên kết

Năng lượng liên kết của hạt nhân xác định bởi

$$\Delta E_{lk} = \Delta mc^2$$

Trong đó:

- $\Delta m$  là độ hụt khối.
- $\Delta E_{ik}$  là năng lượng liên kết.
- Đơn vị:  $MeV$ ,  $eV$  và  $J$ . Đổi đơn vị  $\begin{cases} 1MeV = 10^6eV \\ 1eV = 1,6 \cdot 10^{-19}J \end{cases}$

**Chú ý:** Vì  $1u = 931,5 MeV/c^2$  nên khi tính năng lượng liên kết, nếu độ hụt khối tính đơn vị là  $u$  thì ta có đơn vị của năng lượng liên kết là  $MeV$ .

- **Năng lượng liên kết riêng**  
Năng lượng liên kết riêng của hạt nhân là năng lượng liên kết tính cho mỗi nuclon.

$$\Delta E_{ikr} = \frac{\Delta E_{ik}}{A}$$

**1.2. Ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Hạt nhân  ${}^2_1D$  (dơteri) có khối lượng  $m = 2,00136 u$ . Biết  $m = 1,0073u$ ;  $m = 1,0087u$ . Hãy xác định độ hụt khối của hạt nhân D.  
A.  $0,0064u$  .      B.  $0,001416u$  .      C.  $0,003u$  .      D.  $0,01464u$ .

Lời giải

Độ hụt khối của hạt nhân D là

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_D = 1,0073 + 1,0087 - 2,00136 = 0,01464u$$

Đáp án D.

**Câu 2:** Hạt nhân  ${}^2_1D$  (dơteri) có khối lượng  $m = 2,00136u$ . Biết  $m = 1,0073u$ ;  $m = 1,0087u$ ;  $c = 3.10^8$  m/s. Hãy xác định năng lượng liên kết của hạt nhân D.  
A.  $1,364MeV$  .      B.  $1,643MeV$  .      C.  $13,64MeV$  .      D.  $14,64MeV$ .

Lời giải

Ta có năng lượng liên kết của hạt nhân D là

$$\begin{aligned} \Delta E_{ik} &= \Delta mc^2 = (Zm_p + (A - Z) \cdot m_n - m_D) c^2 \\ &= (1,0073 + 1,0087 - 2,00136) \cdot 931,5 \\ &= 13,64MeV \end{aligned}$$

Đáp án C.

**Câu 3:** Hạt nhân  ${}^2_1D$  (dơteri) có khối lượng  $m = 2,00136u$ . Biết  $m = 1,0073u$ ;  $m = 1,0087u$ ;  $c = 3.10^8$  m/s. Hãy xác định năng lượng liên kết riêng của hạt nhân D.  
A.  $1,364MeV/\text{nuclon}$  .      B.  $6,82MeV/\text{nuclon}$  .  
C.  $13,64MeV/\text{nuclon}$  .      D.  $14,64MeV/\text{nuclon}$ .

Lời giải

Ta có năng lượng liên kết riêng của hạt nhân D là

$$\begin{aligned} \Delta E_{ikr} &= \frac{\Delta E_{ik}}{A} = \frac{(Zm_p + (A - Z) \cdot m_n - m_D) c^2}{A} \\ &= \frac{(1,0073 + 1,0087 - 2,00136) \cdot 931,5}{2} \\ &= \frac{13,64}{2} MeV = 6,82 MeV \end{aligned}$$

Đáp án B.



Câu 4: Hạt nhân B có bán kính gấp 2 lần bán kính của hạt nhân A. Biết rằng số khối của A là 8, Hãy xác định số khối của B.

- A. 70.                      B. 64.                      C. 16.                      D. 32.

Lời giải

Ta có bán kính hạt nhân xác định bởi  $R = 1,2 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$  (m) nên do đó

$$\frac{R_B}{R_A} = \sqrt[3]{\frac{A_B}{A_A}} \Leftrightarrow 2 = \sqrt[3]{\frac{A_B}{8}} \Leftrightarrow A_B = 64$$

Đáp án B.

Câu 5: Một lò phản ứng phân hạch có công suất 200 W. Cho rằng toàn bộ năng lượng mà lò phản ứng này sinh ra đều do sự phân hạch của  $^{235}\text{U}$  và đồng vị này chỉ bị tiêu hao bởi quá trình phân hạch. Coi mỗi năm có 365 ngày; mỗi phân hạch sinh ra 200 MeV; số A-vơ-ga-đrô  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Khối lượng  $^{235}\text{U}$  mà lò phản ứng tiêu thụ trong 3 năm là:

- A. 461,6 g.                      B. 461,6 kg.                      C. 230,8 kg.                      D. 230,8 g.

Lời giải

Năng lượng mà lò phản ứng tạo ra trong 3 năm là :

$$Q = 3.86400.365.200.10^6 = 1,89216.10^{16} \text{ (J)}.$$

Vì một phân hạch tạo ra  $200 \text{ MeV} = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ J}$  nên số phân hạch trong 3 năm là :

$$N = \frac{Q}{3,2 \cdot 10^{-11}} = 5,913.10^{26}.$$

Một phân hạch sẽ tiêu hao 1 nguyên tử  $^{235}\text{U}$ , nên số nguyên tử  $^{235}\text{U}$  bị tiêu hao cũng chính là  $N = 5,913.10^{26}$ . Số mol của  $^{235}\text{U}$  bị tiêu thụ là

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{5,913.10^{26}}{6,02.10^{23}} = 982,226 \text{ mol}$$

Khối lượng của  $^{235}\text{U}$  mà lò phản ứng tiêu thụ là:

$$m = nA = 982,226.235 = 230823,09 \text{ g} \approx 230,8 \text{ kg}$$

Chọn C.

### 1.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Hạt nhân  $^{17}_8\text{O}$  có

- A. 8 proton; 17 notron.                      B. 9 proton; 17 notron.  
C. 8 proton; 9 noton.                      D. 9 proton; 8 notron.

Câu 2: Hạt nhân có 3 proton và 4 notron có kí hiệu là:

- A.  $^4_3\text{X}$ .                      B.  $^3_4\text{X}$ .                      C.  $^7_4\text{X}$ .                      D.  $^7_3\text{X}$ .

Câu 3: Số notron của  $^{36}_{13}\text{S}$  là bao nhiêu?

- A. 23.                      B. 36.                      C. 13.                      D. 49.

Câu 4: Số nuclon của  $^{27}_{13}\text{Al}$  là bao nhiêu?

- A. 27.                      B. 13.                      C. 14.                      D. 40.

Câu 5: Trong các ký hiệu sau. Ký hiệu nào là ký hiệu của proton?

- A.  $^1_1\text{p}$ .                      B.  $^1_1\text{p}$ .                      C.  $^0_1\text{p}$ .                      D. không đáp án.

Câu 6: Trong các ký hiệu sau. Ký hiệu nào là của electron?

- A.  ${}^1_0e$  .                      B.  ${}_1e$  .                      C.  ${}^0_{-1}e$  .                      D. không đáp án.

Câu 7: Trong các ký hiệu sau. Ký hiệu nào là của notron?

- A.  ${}^1_0n$  .                      B.  ${}^1_1n$  .                      C.  ${}^0_{-1}n$  .                      D. không đáp án.

Câu 8: Ký hiệu  ${}^2_1H$  là của hạt nhân?

- A. hidro .                      B. triti .                      C. doteri .                      D. notron.

Câu 9: Ký hiệu  ${}^3_1H$  là của?

- A. hidro .                      B. triti .                      C. doteri .                      D. notron.

Câu 10: Từ kí hiệu của một hạt nhân nguyên tử là  ${}^6_3X$ , kết luận nào dưới đây chưa chính xác

- A. Hạt nhân của nguyên tử này có 6 nuclon .  
 B. Đây là nguyên tố đứng thứ 3 trong bảng HTTH.  
 C. Hạt nhân này có 3 proton và 3 notron .  
 D. Hạt nhân này có 3 proton nhiều electron.

Câu 11: Khẳng định nào là đúng về hạt nhân nguyên tử?

- A. lực tĩnh điện liên kết các nuclon trong hạt nhân.  
 B. Khối lượng của nguyên tử xấp xỉ khối lượng hạt nhân.  
 C. Bán kính của nguyên tử bằng bán kính hạt nhân.  
 D. Điện tích của nguyên tử bằng điện tích hạt nhân.

Câu 12: Hạt nhân được cấu tạo từ những hạt nhỏ hơn là

- A. electron và proton .                      B. electron và notron.  
 C. proton và notron .                      D. electron, proton và notron.

Câu 13: Proton chính là hạt nhân nguyên tử

- A. Cacbon  ${}^{12}_6C$  .                      B. ôxi  ${}^{16}_8O$ .  
 C. Heli  ${}^4_2He$  .                      D. hidro  ${}^1_1H$  .

Câu 14: Liên hệ nào sau đây của đơn vị khối lượng nguyên tử u là sai?

- A. u có trị số bằng  $\frac{1}{12}$  khối lượng của đồng vị  ${}^{12}_6C$  .  
 B. khối lượng của một nuclon xấp xỉ bằng 1u.  
 C. Hạt nhân  ${}^A_ZX$  có khối lượng xấp xỉ  $Z.u$  .  
 D.  $1u = 931,5 \frac{MeV}{c^2}$ .

Câu 15: Các hạt nhân có cùng số proton với nhau gọi là

- A. Đồng vị .                      B. Đồng đẳng .                      C. Đồng phân .                      D. Đồng khối.

Câu 16: Chọn đúng đối với hạt nhân nguyên tử

- A. Khối lượng hạt nhân xem như khối lượng nguyên tử .  
 B. Bán kính hạt nhân xem như bán kính nguyên tử.  
 C. Hạt nhân nguyên tử gồm các hạt proton và electron .  
 D. lực tĩnh điện liên kết các nuclon trong nhân nguyên tử.

Câu 17: Chất đồng vị là:

- A. các chất mà hạt nhân cùng số proton .  
 B. các chất mà hạt nhân cùng số nucleon.  
 C. các chất cùng một vị trí trong bảng phân loại tuần hoàn .  
 D. A và C đúng.

Câu 18: Viết ký hiệu 2 hạt nhân chứa 2p và 1n; 3p và 5n:

- A.  ${}^2_2X$  và  ${}^5_3Y$  .                      B.  ${}^3_2X$  và  ${}^5_3Y$  .                      C.  ${}^2_1X$  và  ${}^5_3Y$  .                      D.  ${}^2_2X$  và  ${}^5_3Y$  .

Câu 19: Chọn đúng.

- A. Hạt nhân càng bền khi độ hụt khối càng lớn.
- B. Trong hạt nhân số proton luôn luôn bằng số neutron.
- C. Khối lượng của proton nhỏ hơn khối lượng của neutron.
- D. Khối lượng của hạt nhân bằng tổng khối lượng của các nucleon.

Câu 20: Chọn trả lời đúng. Kí hiệu của hai hạt nhân, hạt X có một proton và hai neutron; hạt Y có 3 proton và 4 neutron.

- A.  ${}^1_1X$ ;  ${}^4_3Y$ .
- B.  ${}^2_1X$ ;  ${}^4_3Y$ .
- C.  ${}^3_2X$ ;  ${}^4_3Y$ .
- D.  ${}^1_1X$ ;  ${}^7_3Y$ .

Câu 21: Trong nguyên tử đồng vị phóng xạ  ${}^{235}_{92}\text{U}$  có:

- A. 92 electron và tổng số proton và electron là 235.
- B. 92 proton và tổng số proton và electron là 235.
- C. 92 proton và tổng số proton và neutron là 235.
- D. 92 proton và tổng số neutron là 235.

Câu 22: Phát biểu nào sai khi nói về hạt nhân nguyên tử:

- A. Nhân mang điện dương vì số hạt dương nhiều hơn hạt âm.
- B. Số nucleon cũng là số khối A.
- C. Tổng số neutron = số khối A - bậc số Z.
- D. hạt nhân nguyên tử chứa Z proton.

Câu 23: Đơn vị khối lượng nguyên tử là:

- A. Khối lượng của một nguyên tử hydro.
- B.  $\frac{1}{12}$  Khối lượng của một nguyên tử cacbon 12.
- C. Khối lượng của một nguyên tử Cacbon.
- D. Khối lượng của một nucleon.

Câu 24: Đồng vị hạt nhân  ${}^7_3\text{Li}$  là hạt nhân có:

- A. Z=3, A=6.
- B. Z=3, A=8.
- C. Z=4, A=7.
- D. B, A đều đúng.

Câu 25: Hạt nhân nguyên tử được cấu tạo từ:

- A. Các neutron.
- B. Các nucleon.
- C. Các proton.
- D. Các electron.

Câu 26: Đơn vị đo khối lượng trong vật lý hạt nhân.

- A. Đơn vị đo khối lượng nguyên tử(u).
- B. Kg.
- C. Đơn vị  $eV/c^2$  hoặc  $MeV/c^2$ .
- D. Tất cả đều đúng.

Câu 27: Các hạt nhân có cùng số Z nhưng khác nhau về số A gọi là:

- A. Đồng vị.
- B. Đồng đẳng.
- C. Đồng phân.
- D. Đồng khối.

Câu 28: Nito tự nhiên có khối lượng nguyên tử là  $m = 14,0067u$  và gồm hai đồng vị chính là  $N_{14}$  có khối lượng nguyên tử  $m_{14} = 14,00307u$  và  $N_{15}$  có khối lượng nguyên tử là  $m_{15} = 15,00011u$ . Tỷ lệ hai đồng vị trong nito là:

- A. 98,26%  $N_{14}$  và 1,74%  $N_{15}$ .
- B. 1,74%  $N_{14}$  và 98,26%  $N_{15}$ .
- C. 99,64%  $N_{14}$  và 0,36%  $N_{15}$ .
- D. 0,36%  $N_{14}$  và 99,64%  $N_{15}$ .

Câu 29: Nguyên tử  ${}^{36}_{13}\text{S}$ . Tìm khối lượng hạt nhân của lưu huỳnh theo đơn vị u? Biết  $m_p = 1,00728u$ ;  $m_n = 1,00866u$ ;  $m_e = 5,486.10^{-4}u$ .

- A. 36 u.
- B. 36,29382u.
- C. 36,3009518u.
- D. Đáp án khác.

Câu 30: Nguyên tử  ${}^{36}_{13}\text{S}$ . Tìm khối lượng nguyên tử của lưu huỳnh theo đơn vị u? Biết  $m_p = 1,00728u$ ;  $m_n = 1,00866u$ ;  $m_e = 5,486.10^{-4}u$ .

- A. 36 u.
- B. 36,29382u.
- C. 36,3009518u.
- D. Đáp án khác.



Câu 43: Khối lượng của hạt nhân Heli ( $\frac{4}{2}\text{He}$  là  $m_{He} = 4,00150\text{u}$ . Biết  $m_p = 1,00728\text{u}$ ;  $m_n = 1,00866\text{u}$ .  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$ . Tính năng lượng liên kết riêng của mỗi hạt nhân Heli?

- A. 7J . B. 7,07eV . C. 7,07MeV . D. 70,7eV.

Câu 44: Năng lượng liên kết của  $^{20}_{10}\text{Ne}$  là 160,64 MeV. Xác định khối lượng của nguyên tử Ne? Biết  $m_n = 1,00866\text{u}$ ;  $m_p = 1,0073\text{u}$ ;  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$

- A. 19,987g . B. 19,987MeV/c<sup>2</sup> . C. 19,987u . D. 20u.

Câu 45: Nguyên tử sắt  $^{56}_{26}\text{Fe}$  có khối lượng là 55,934939u. Biết  $m_p = 1,00728\text{u}$ ;  $m_n = 1,00866\text{u}$ ,  $m = 5,486.10^{-4}\text{u}$ . Tính năng lượng liên kết riêng của hạt nhân sắt?

- A. 7,878 MeV/nucleon . B. 7,878 eV/nucleon .  
C. 8,7894 MeV/nucleon . D. 8,7894 eV/nucleon.

Câu 46: Một hạt nhân có số khối A, số proton Z, năng lượng liên kết E<sub>Lk</sub>. Khối lượng proton và neutron tương ứng là m<sub>p</sub> và m<sub>n</sub>, vận tốc ánh sáng là c. Khối lượng của hạt nhân đó là

- A.  $Am_n + Zm_p - E_{Lk}/c^2$  .  
B.  $(A - Z)m_n + Zm_p - E_{Lk}/c^2$  .  
C.  $(A - Z)m_n + Zm_p + E_{Lk}/c^2$  .  
D.  $Am_n + Zm_p + E_{Lk}/c^2$  .

Câu 47: Hạt nhân  $^{60}_{27}\text{Co}$  có khối lượng là 59,940(u), biết khối lượng proton: 1,0073(u), khối lượng neutron là 1,0087(u), năng lượng liên kết riêng của hạt nhân  $^{60}_{27}\text{Co}$  là ( $1\text{u} = 931\text{MeV}/c^2$ ):

- A. 10,26(MeV) . B. 12,44(MeV) . C. 8,53(MeV) . D. 8,444(MeV).

Câu 48: Hạt nhân deuteri  $^2_1\text{D}$  có khối lượng 2,0136u. Biết khối lượng của proton là 1,0073u và khối lượng của neutron là 1,0087u. Năng lượng liên kết riêng của hạt nhân  $^2_1\text{D}$  là, biết  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$ .

- A. 1,86MeV . B. 2,23MeV . C. 1,1178MeV . D. 2,02MeV.

Câu 49: Biết  $m_p = 1,007276\text{u}$ ,  $m_n = 1,008665\text{u}$  và hai hạt nhân neon  $^{20}_{10}\text{Ne}$ ,  $^4_2\text{He}$  có khối lượng lần lượt  $m_{Ne} = 19,98695\text{u}$ ,  $m_\alpha = 4,001506\text{u}$ . Chọn trả lời đúng:

- A. Hạt nhân neon bền hơn hạt  $\alpha$ .  
B. Hạt nhân  $\alpha$  bền hơn hạt neon.  
C. Cả hai hạt nhân neon và  $\alpha$  đều bền như nhau.  
D. Không thể so sánh độ bền của hai hạt nhân.

Câu 50: Uranni thiên nhiên có khối lượng nguyên tử  $m = 237,93\text{u}$  gồm hai đồng vị chính là  $^{235}\text{U}$  và  $^{238}\text{U}$ . Khối lượng hạt nhân của  $^{235}\text{U}$  là  $m_1 = 234,99\text{u}$  và  $^{238}\text{U}$  là  $m_2 = 237,95\text{u}$ . Tỷ lệ các đồng vị trong uranni thiên nhiên là

- A. 6,8%  $^{235}\text{U}$  và 93,20%  $^{238}\text{U}$ . B. 0,68%  $^{235}\text{U}$  và 99,32%  $^{238}\text{U}$  .  
C. 99,32%  $^{235}\text{U}$  và 0,68%  $^{238}\text{U}$ . D. 93,20%  $^{235}\text{U}$  và 6,8%  $^{238}\text{U}$  .

Câu 51: Khối lượng hạt nhân  $^{235}\text{U}$  là  $m = 234,9895\text{MeV}$ , khối lượng proton là 1,0073u, khối lượng neutron là 1,0087u. Năng lượng liên kết của hạt nhân  $^{235}\text{U}$  là:

- A.  $W_{Lk} = 248\text{MeV}$  . B.  $W_{Lk} = 2064\text{MeV}$  .  
C.  $W_{Lk} = 987\text{MeV}$  . D.  $W_{Lk} = 1794\text{MeV}$  .

Câu 52: Một hạt nhân  $^{89}_{37}\text{Co}$  có khối lượng  $m = 59,9405\text{u}$ . Biết khối lượng proton là 1,0073u, khối lượng neutron là 1,0087u. Biết  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$  Năng lượng liên kết riêng của hạt nhân là:

- A. 8,44 MeV/nucleon . B. 7,85 MeV/nucleon . C. 8,86 MeV/nucleon . D. 7,24 MeV/nucleon.

Câu 53: Cần năng lượng bao nhiêu để tách các hạt nhân trong 1 gam  $\frac{4}{2}\text{He}$  thành các proton và neutron tự do? Cho biết  $m_{He} = 4,0015\text{u}$ ;  $m_n = 1,0087\text{u}$ ;  $m_p = 1,0073\text{u}$ ;  $1\text{u}.c^2 = 931\text{MeV}$ .

- A.  $5,36.10^{11}\text{J}$  . B.  $4,54.10^{11}\text{J}$  . C.  $6,83.10^{11}\text{J}$  . D.  $8,27.10^{11}\text{J}$  .

Câu 54: Sau khi được tách ra từ hạt nhân  ${}^4_2\text{He}$ , tổng khối lượng của 2 proton và 2 neutron lớn hơn khối lượng hạt nhân  ${}^4_2\text{He}$  một lượng là 0,0305u. Nếu  $1u = 931 \text{ MeV}/c^2$ , năng lượng ứng với mỗi nuclôn, đủ để tách chúng ra khỏi hạt nhân  ${}^4_2\text{He}$  là bao nhiêu?

- A. 7,098875MeV. B.  $2,745 \cdot 10^{15} \text{ J}$ .  
 C. 28,3955MeV. D.  $0,2745 \cdot 10^{16} \text{ MeV}$ .

Câu 55: Khối lượng hạt nhân deuteri ( ${}^2_1\text{D}$ ) là  $m = 1875,67 \text{ MeV}/c^2$  proton là  $938,28 \text{ MeV}/c^2$  và neutron là  $939,57 \text{ MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết của hạt nhân deuteri là:

- A.  $W_{Lk} = 1,58 \text{ MeV}$ . B.  $W_{Lk} = 2,18 \text{ MeV}$ .  
 C.  $W_{Lk} = 2,64 \text{ MeV}$ . D.  $W_{Lk} = 3,25 \text{ MeV}$ .

Câu 56: Khối lượng của hạt nhân  ${}^{10}_4\text{Be}$  là 10,0113(u), khối lượng của neutron là 1,0086u, khối lượng của proton là  $m = 1,0072u$ . Độ hụt khối của hạt nhân  ${}^{10}_4\text{Be}$  là:

- A. 0,9110u. B. 0,0691u. C. 0,0561u. D. 0,0811u.

Câu 57: Khối lượng của hạt nhân  ${}^{10}_4\text{Be}$  là 10,0113(u), khối lượng của neutron là 1,0086u, khối lượng của proton là  $m = 1,0072u$  và  $1u = 931 \text{ MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết của hạt nhân  ${}^{10}_4\text{Be}$  là:

- A. 6,4332MeV. B. 0,64332MeV. C. 64,332MeV. D. 6,4332KeV.

Câu 58: Đơn vị khối lượng nguyên tử (u).

- A.  $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ g}$ . B.  $1u = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ .  
 C.  $1u = 9,1 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ . D.  $1u = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ g}$ .

Câu 59: Đường kính của các hạt nhân nguyên tử cỡ

- A.  $10^{-3} - 10^{-8} \text{ m}$ . B.  $10^{-6} - 10^{-9} \text{ m}$ .  
 C.  $10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$ . D.  $10^{-16} - 10^{-20} \text{ m}$ .

Câu 60: Hạt nhân B có bán kính gấp 2 lần bán kính của hạt nhân A. Biết rằng số khối của A là 8, Hãy xác định số khối của B.

- A. 70. B. 64. C. 16. D. 32.

Câu 61: Tính số lượng phân tử trong một gam khí  $\text{O}_2$  biết nguyên tử lượng của  $\text{O}$  là 15,99

- A.  $188 \cdot 10^{19}$ . B.  $188 \cdot 10^{20}$ . C.  $18,8 \cdot 10^{18}$ . D.  $188 \cdot 10^{24}$ .

Câu 62: Số nguyên tử có trong  $2\text{g } {}^{10}_5\text{B}$

- A.  $3,96 \cdot 10^{23}$  hạt. B.  $4,05 \cdot 10^{23}$  hạt. C.  $12,04 \cdot 10^{22}$  hạt. D.  $6,02 \cdot 10^{23}$  hạt.

Câu 63: Tính số phân tử nitơ trong 1 gam khí nitơ. Biết khối lượng nguyên tử lượng của nitơ là 13,999(u). Biết  $1u = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ .

- A.  $43 \cdot 10^{20}$ . B.  $43 \cdot 10^{21}$ . C.  $215 \cdot 10^{21}$ . D.  $215 \cdot 10^{20}$ .

Câu 64: Biết số Avogadro  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  hạt/mol và khối lượng của hạt nhân bằng số khối của nó. Số proton (proton) có trong 0,27 gam  ${}^{27}_{13}\text{Al}$  là

- A.  $7,826 \cdot 10^{22}$ . B.  $9,826 \cdot 10^{22}$ . C.  $8,826 \cdot 10^{22}$ . D.  $6,826 \cdot 10^{22}$ .

Câu 65: Hạt nhân triti ( ${}^3_1\text{T}$ ) có

- A. 3 nuclôn, trong đó có 1 proton. B. 3 neutron (neutron) và 1 proton.  
 C. 3 nuclôn, trong đó có 1 neutron (neutron). D. 3 proton và 1 neutron (neutron).

Câu 66: Hạt nhân càng bền vững khi có

- A. số nuclôn càng nhỏ. B. số nuclôn càng lớn.  
 C. năng lượng liên kết càng lớn. D. năng lượng liên kết riêng càng lớn.

Câu 67: Năng lượng liên kết riêng là năng lượng liên kết

- A. tính cho một nuclôn. B. tính riêng cho hạt nhân ấy.  
 C. của một cặp proton-proton. D. của một cặp proton-neutron (neutron).

Câu 68: Phát biểu nào là sai?

- A. Các đồng vị phóng xạ đều không bền.
- B. Các nguyên tử mà hạt nhân có cùng số proton nhưng có số neutron (notron) khác nhau gọi là đồng vị.
- C. Các đồng vị của cùng một nguyên tố có số neutron khác nhau nên tính chất hóa học khác nhau.
- D. Các đồng vị của cùng một nguyên tố có cùng vị trí trong bảng hệ thống tuần hoàn.

Câu 69: Biết số Avogadrô là  $6,02.10^{23}$ , khối lượng mol của urani  $^{238}_{92}\text{U}$  trong 119 gam urani  $^{238}\text{U}$  là 238 g/mol. Số neutron (notron)

- A.  $8,8.10^{25}$
- B.  $1,2.10^{25}$
- C.  $4,4.10^{25}$
- D.  $2,2.10^{25}$

Câu 70: Cho:  $m_C = 12\text{u}$ ;  $m_p = 1,00728\text{u}$ ;  $m_n = 1,00867\text{u}$ ;  $1\text{u} = 1,66058.10^{-27}\text{kg}$ . Năng lượng tối thiểu để tách hạt nhân  $^{12}_6\text{C}$  thành các nuclôn riêng biệt bằng

- A. 72,7 MeV.
- B. 89,1 MeV.
- C. 44,7 MeV.
- D. 8,94 MeV.

Câu 71: Hạt nhân  $^{37}_{17}\text{Cl}$  có khối lượng nghỉ bằng 36,956563u. Biết khối lượng của neutron (notron) là 1,008670u, khối lượng của proton (proton) là 1,007276u và  $u = 931\text{MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết riêng của hạt nhân  $^{37}_{17}\text{Cl}$  bằng

- A. 9,2782 MeV.
- B. 7,3680 MeV.
- C. 8,2532 MeV.
- D. 8,5684 MeV.

Câu 72: Biết số Avogadrô  $N_A = 6,02.10^{23}$  hạt/mol và khối lượng của hạt nhân bằng số khối của nó. Số proton có trong 0,27 gam  $^{27}_{13}\text{Al}$  là

- A.  $6,826.10^{22}$ .
- B.  $8,826.10^{22}$ .
- C.  $9,826.10^{22}$ .
- D.  $7,826.10^{22}$ .

Câu 73: Biết  $N_A = 6,02.10^{23}$ . Trong 59,5 g  $^{235}_{92}\text{U}$  có số neutron xấp xỉ là

- A.  $2,38.10^{23}$ .
- B.  $2,20.10^{25}$ .
- C.  $1,19.10^{25}$ .
- D.  $9,21.10^{24}$ .

Câu 74: Biết khối lượng của proton; neutron; hạt nhân  $^{16}_8\text{O}$  lần lượt là 1,0073 u; 1,0087 u; 15,9904 u và  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết của hạt nhân  $^{16}_8\text{O}$  xấp xỉ bằng

- A. 14,25 MeV.
- B. 18,76 MeV.
- C. 128,17 MeV.
- D. 190,81 MeV.

Câu 75: Hạt nhân  $^4_2\text{Be}$  có khối lượng 10,0135u. Khối lượng của neutron 1,0087u, khối lượng của proton (proton) là 1,0073u,  $1\text{u} = 931\text{MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết riêng của hạt nhân  $^4_2\text{Be}$  là

- A. 0,6321 MeV.
- B. 63,2152 MeV.
- C. 6,3215 MeV.
- D. 632,1531 MeV.

Câu 76: Giả sử hai hạt nhân X và Y có độ hụt khối bằng nhau và số nuclôn của hạt nhân X lớn hơn số nuclôn của hạt nhân Y thì

- A. hạt nhân Y bền vững hơn hạt nhân X.
- B. hạt nhân X bền vững hơn hạt nhân Y.
- C. năng lượng liên kết riêng của hai hạt nhân bằng nhau.
- D. năng lượng liên kết của hạt nhân X lớn hơn năng lượng liên kết của hạt nhân Y.

Câu 77: Một hạt có khối lượng nghỉ  $m_0$ . Theo thuyết tương đối, động năng của hạt này khi chuyển động với tốc độ  $0,6c$  ( $c$  là tốc độ ánh sáng trong chân không) là

- A.  $1,25m_0c^2$ .
- B.  $0,36m_0c^2$ .
- C.  $0,25m_0c^2$ .
- D.  $0,225m_0c^2$ .

Câu 78: Cho ba hạt nhân X, Y và Z có số nuclôn tương ứng là  $A_X, A_Y, A_Z$  với  $A_X = 2A_Y = 0,5A_Z$ . Biết năng lượng liên kết của từng hạt nhân tương ứng là  $\Delta E_X, \Delta E_Y, \Delta E_Z$  với  $\Delta E_Z < \Delta E_X < \Delta E_Y$ . Sắp xếp các hạt nhân này theo thứ tự tính bền vững giảm dần là

- A. Y, X, Z.
- B. Y, Z, X.
- C. X, Y, Z.
- D. Z, X, Y.

Câu 79: Cho khối lượng của proton; neutron;  $^{40}_{18}\text{Ar}$ ;  $^6_3\text{Li}$  lần lượt là: 1,0073u; 1,0087u; 39,9525u; 6,0145u và  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$ . So với năng lượng liên kết riêng của hạt nhân  $^6_3\text{Li}$  thì năng lượng liên kết riêng của hạt nhân  $^{40}_{18}\text{Ar}$

- A. lớn hơn một lượng là 5,20 MeV.  
 C. nhỏ hơn một lượng là 3,42 MeV.

- B. lớn hơn một lượng là 3,42 MeV.  
 D. nhỏ hơn một lượng là 5,20 MeV.

Câu 80: So với hạt nhân  $^{29}_{14}\text{Si}$ , hạt nhân  $^{40}_{20}\text{Ca}$  có nhiều hơn

- A. 11 nơtron và 6 proton.  
 C. 6 nơtron và 5 proton.

- B. 5 nơtron và 6 proton.  
 D. 5 nơtron và 12 proton.

Câu 81: Theo thuyết tương đối, một electron có động năng bằng một nửa năng lượng nghỉ của nó thì electron này chuyển động với tốc độ bằng

- A.  $2,41 \cdot 10^8$  m/s.  
 C.  $1,67 \cdot 10^8$  m/s.

- B.  $2,24 \cdot 10^8$  m/s.  
 D.  $2,75 \cdot 10^8$  m/s.

## ĐÁP ÁN

1 A	10 D	19 C	28 C	37 A	46 B	55 B	64 A	73 B
2 D	11 B	20 D	29 D	38 A	47 D	56 B	65 A	74 C
3 A	12 C	21 C	30 D	39 B	48 C	57 C	66 D	75 C
4 A	13 D	22 A	31 A	40 C	49 A	58 B	67 A	76 A
5 B	14 D	23 B	32 D	41 C	50 B	59 C	68 C	77 C
6 C	15 A	24 D	33 D	42 A	51 D	60 B	69 C	78 A
7 A	16 A	25 B	34 A	43 C	52 A	61 B	70 B	79 B
8 C	17 D	26 D	35 D	44 C	53 C	62 C	71 D	80 B
9 B	18 B	27 A	36 C	45 C	54 A	63 D	72 D	81 B



**2. Bài toán năng lượng, các định luật bảo toàn trong phản ứng hạt nhân**

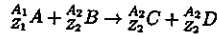
**2.1. Phương pháp**

Để làm tốt các bài tập dạng này, chúng ta cần nắm vững các kiến thức sau

- Biểu thức tính năng lượng tỏa ra, thu vào của phản ứng hạt nhân
- Mối liên hệ giữa động năng và động lượng của hạt
- Phương pháp chung giải bài toán phản ứng hạt nhân

**Biểu thức tính năng lượng tỏa ra, thu vào của phản ứng hạt nhân**

Xét phản ứng hạt nhân



Ta có năng lượng tỏa ra hay thu vào của phản ứng hạt nhân là

$$\Delta E = (m_{tr} - m_s) c^2$$

Nếu  $\Delta E > 0$  thì phản ứng tỏa năng lượng, nếu  $\Delta E < 0$  thì phản ứng thu năng lượng.

Sử dụng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần trong phản ứng hạt nhân, ta hoàn toàn có thể chứng minh được  $\Delta E$  còn có thể được tính bởi công thức sau (4 công thức dưới đây này rất quan trọng và ta cần phải nhớ rõ!)

$$\begin{aligned} \Delta E &= (m_{tr} - m_s) c^2 = [(m_A + m_B) - (m_C + m_D)] c^2 \\ &= (\Delta m_s - \Delta m_t) c^2 = [(\Delta m_D + \Delta m_C) - (\Delta m_A + \Delta m_B)] c^2 \\ &= \Delta E_{iks} - \Delta E_{ikt} = (\Delta E_{ikD} + \Delta E_{ikC}) - (\Delta E_{ikA} + \Delta E_{ikB}) \\ &= K_s - K_t = (K_D + K_C) - (K_A + K_B) \end{aligned}$$

Trong đó

- $m_A, m_B, m_C, m_D$  là khối lượng của các hạt nhân.
- $\Delta m_A, \Delta m_B, \Delta m_C, \Delta m_D$  là độ hụt khối của các hạt nhân.
- $\Delta E_{ikA}, \Delta E_{ikB}, \Delta E_{ikC}, \Delta E_{ikD}$  là năng lượng liên kết của các hạt nhân.
- $K_A, K_B, K_C, K_D$  là động năng của các hạt.

**Mối liên hệ giữa động năng và động lượng của hạt**

Động lượng và động năng của hạt xác định bởi

$$\begin{cases} p = mv \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}m^2v^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

Như vậy ta có  $K = \frac{p^2}{2m}$  hay  $p = \sqrt{2mK}$ .

**Phương pháp chung giải bài toán phản ứng hạt nhân**

Trong bài toán phản ứng hạt nhân, để tìm động lượng, động năng hay vận tốc của mỗi hạt, phương pháp chung của ta là như sau

- **Bước 1:** Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần

$$\begin{aligned} \Delta E &= (m_{tr} - m_s) c^2 = [(m_A + m_B) - (m_C + \Delta m_D)] c^2 \\ &= (\Delta m_s - \Delta m_t) c^2 = [(\Delta m_D + \Delta m_C) - (\Delta m_A + \Delta m_B)] c^2 \\ &= \Delta E_{iks} - \Delta E_{ikt} = (\Delta E_{ikD} + \Delta E_{ikC}) - (\Delta E_{ikA} + \Delta E_{ikB}) \\ &= K_s - K_t = (K_D + K_C) - (K_A + K_B) \end{aligned}$$

Từ biểu thức này và dữ kiện bài toán, ta được một phương trình liên hệ giữa các đại lượng cần tính.

- Bước 2: Áp dụng định luật bảo toàn động lượng

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_C + \vec{p}_D$$

Sau đó, có thể dựa vào giản đồ vectơ (hoặc phương pháp bình phương hai vế rồi dùng tích vô hướng của hai vectơ) và mối liên hệ giữa động lượng và động năng để có được phương trình liên hệ tiếp theo giữa các đại lượng cần tính.

- Bước 3: Kết hợp 2 phương trình liên hệ giữa các ẩn, giải hệ phương trình và suy ra kết quả bài toán.

Chú ý: Có những bài ta chỉ cần từ 1 trong 2 phương trình trên là đã suy ra được kết quả bài toán.

### 2.2. Ví dụ minh họa

**Câu 1:** Cho hạt  $\alpha$  bắn phá vào hạt nhân nhôm ( ${}_{13}^{27}\text{Al}$ ) đang đứng yên, sau phản ứng sinh ra hạt neutron và hạt nhân X. Biết  $m_\alpha = 4,0015u$ ,  $m_{\text{Al}} = 26,974u$ ,  $m_X = 29,970u$ ,  $m_n = 1,0087u$ ,  $1\text{uc}^2 = 931\text{ MeV}$ . Phản ứng này tỏa hay thu bao nhiêu năng lượng? Chọn kết quả đúng?

- A. Tỏa năng lượng 2,9792 MeV.                      B. Tỏa năng lượng 2,9466MeV.  
C. Thu năng lượng 2,9792 MeV.                      D. Thu năng lượng 2,9466MeV.

#### Lời giải

Phương trình phản ứng:  ${}^4_2\alpha + {}_{13}^{27}\text{Al} \rightarrow {}_0^1n + {}_{13}^{30}\text{X}$

Đề bài cho các giá trị khối lượng nên ta sẽ dùng

$$\begin{aligned} \Delta E &= (m_r - m_s) c^2 \\ &= (m_\alpha + m_{\text{Al}} - m_n - m_X) c^2 \\ &= (4,0015 + 26,974 - 29,97 - 1,0087) .931 \\ &= -2,9792\text{MeV} \end{aligned}$$

Vì  $\Delta E < 0$  nên phản ứng thu năng lượng 2,9792 MeV.

Đáp án C.

**Câu 2:** Phản ứng hạt nhân nhân tạo giữa hai hạt A và B tạo ra hai hạt C và D, Biết tổng động năng của các hạt trước phản ứng là 10 MeV, tổng động năng của các hạt sau phản ứng là 15 MeV. Xác định năng lượng tỏa ra trong phản ứng?

- A. Thu 5 MeV.                      B. Tỏa 15 MeV.                      C. Tỏa 5 MeV.                      D. Thu 10 MeV.

#### Lời giải

Đề bài cho các giá trị động năng nên ta có

$$\Delta E = (K_s - K_t) = (K_D + K_C) - (K_A + K_B) = 15 - 10 = 5\text{ MeV}$$

Vì  $\Delta E > 0$  nên phản ứng tỏa năng lượng 5 MeV.

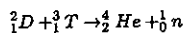
Đáp án C.

**Câu 3:** Độ hụt khối khi tạo thành các hạt nhân  ${}^2_1\text{D}$ ,  ${}^3_1\text{T}$ ,  ${}^4_2\text{He}$  lần lượt là  $\Delta m_D = 0,0024u$ ;  $\Delta m_T = 0,0087u$ ;  $\Delta m_{\text{He}} = 0,0305u$ . Phản ứng hạt nhân  ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n$  tỏa hay thu bao nhiêu năng lượng?

- A. Tỏa 18,0614 eV.                      B. Thu 18,0614 eV.  
C. Thu 18,0614 MeV.                      D. Tỏa 18,0614 MeV.

#### Lời giải

Ta có phương trình phản ứng





Lời giải

- Đề bài yêu cầu tính động năng, nên ta sẽ dùng biểu thức  $\Delta E$  cho động năng. Vì ban đầu  ${}_{92}^{234}\text{U}$  đứng yên nên động năng của nó bằng 0.

$$\Delta E = K_s - K_t = (K_\alpha + K_X) - 0 = K_\alpha + K_X \Rightarrow K_\alpha + K_X = 14,15 \quad (1)$$

- Phương trình liên hệ tiếp theo ta dựa vào định luật bảo toàn động lượng

Vì ban đầu  ${}_{92}^{234}\text{U}$  đứng yên nên động lượng bằng 0, nên theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$0 = \vec{p}_X + \vec{p}_\alpha \Rightarrow \vec{p}_X = -\vec{p}_\alpha \Rightarrow p_X^2 = p_\alpha^2$$

Vì  $p^2 = 2mK$  nên ta có

$$2m_\alpha K_\alpha = 2m_X K_X \Leftrightarrow 4K_\alpha = 230K_X \quad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) ta được  $K_\alpha = 13,91 \text{ MeV}$

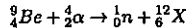
Đáp án C.

Câu 7: Hạt  $\alpha$  có động năng 5,3 (MeV) bắn vào một hạt nhân  ${}^9_4\text{Be}$  đứng yên, gây ra phản ứng:  ${}^9_4\text{Be} + \alpha \rightarrow n + X$ . Hạt n chuyển động theo phương vuông góc với phương chuyển động của hạt  $\alpha$ . Cho biết phản ứng tỏa ra một năng lượng 5,7 (MeV). Tính động năng của hạt nhân X. Coi khối lượng theo đơn vị u có giá trị xấp xỉ bằng số khối.

- A. 18,3 MeV      B. 0,5 MeV      C. 8,3 MeV      D. 2,48 MeV.

Lời giải

- Phương trình phản ứng



- Đề bài yêu cầu tính động năng, nên ta sẽ dùng biểu thức  $\Delta E$  cho động năng. Vì ban đầu  ${}^9_4\text{Be}$  đứng yên nên động năng của nó bằng 0.

$$\Delta E = K_s - K_t = (K_n + K_X) - (0 + K_\alpha) \Leftrightarrow K_n + K_X - 5,3 = 5,7 \Leftrightarrow K_n + K_X = 11 \quad (1)$$

- Phương trình liên hệ tiếp theo ta dựa vào định luật bảo toàn động lượng

Vì ban đầu  ${}_{92}^{234}\text{Be}$  đứng yên nên động lượng bằng 0, nên theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$0 + \vec{p}_\alpha = \vec{p}_X + \vec{p}_n$$

Vì hạt n chuyển động theo phương vuông góc với phương chuyển động của hạt  $\alpha$  nên ta có

$$(\vec{p}_\alpha - \vec{p}_n)^2 = (\vec{p}_X)^2 \Leftrightarrow p_\alpha^2 + p_n^2 - 2p_\alpha p_n \cos 90^\circ = p_X^2 \Leftrightarrow p_\alpha^2 + p_n^2 = p_X^2$$

(Chú ý, ta sử dụng giản đồ vectơ có thể dễ dàng suy ra biểu thức trên. Tuy nhiên, ta thực hiện bình phương như trên sẽ làm được trường hợp tổng quát là khi  $\vec{p}_\alpha, \vec{p}_n$  hợp với nhau góc bất kì. Bạn đọc nhớ rằng, cứ cho góc lệch pha giữa hai hạt nào thì ta chuyển vectơ động lượng của hai hạt đó sang một bên, sau đó bình phương hai vế sẽ xuất hiện tích vô hướng của hai vectơ động lượng, tức là xuất hiện góc hợp bởi giữa hai vectơ đó để ta sử dụng)

Vì  $p^2 = 2mK$  nên ta có

$$\begin{aligned} 2m_\alpha K_\alpha + 2m_n K_n &= 2m_X K_X \Leftrightarrow m_\alpha K_\alpha + m_n K_n = m_X K_X \\ \Leftrightarrow 4 \cdot 5,3 + 1 \cdot K_n &= 12K_X \\ \Leftrightarrow 21,2 + K_n &= 12K_X \quad (2) \end{aligned}$$

Giải hệ (1) và (2) ta được  $K_X = 2,48 \text{ MeV}$

Đáp án D.

**Câu 8:** Dùng một hạt  $\alpha$  có động năng  $7,7 \text{ MeV}$  bắn vào hạt nhân  ${}^{14}_7\text{N}$  đang đứng yên gây ra phản ứng  $\alpha + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^1_1\text{p} + {}^{17}_8\text{O}$ . Hạt proton bay ra theo phương vuông góc với phương bay tới của hạt  $\alpha$ . Cho khối lượng các hạt nhân  $m_\alpha = 4,0015u$ ;  $m_p = 1,0073u$ ;  $m_{N14} = 13,9992u$ ;  $m_{O17} = 16,9947u$ . Biết  $1u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ . Động năng của hạt  ${}^{17}_8\text{O}$  là:

- A. 6,145 MeV.      B. 2,214 MeV.      C. 1,345 MeV.      D. 2,075 MeV.

Lời giải

Bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng:

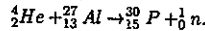
$$\begin{cases} \Delta E = (m_\alpha + m_N - m_p - m_O)c^2 = K_p + K_O - K_\alpha \\ P_\alpha^2 + P_p^2 = P_O^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta E = K_p + K_O - K_\alpha \\ 2m_\alpha K_\alpha + 2m_p K_p = 2m_O K_O \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_\alpha K_\alpha + m_p (\Delta E + K_\alpha - K_O) = m_O K_O$$

$$\Rightarrow K_O = \frac{m_p \Delta E + (m_\alpha + m_p) K_\alpha}{m_p + m_O} = \frac{1,0073 \cdot (-1,211) + (4,0015 + 1,0073) \cdot 7,7}{1,0073 + 16,9947} = 2,075 \text{ MeV}$$

Chọn D.

**Câu 9:** Bắn hạt  $\alpha$  vào hạt nhân nguyên tử nhôm đang đứng yên gây ra phản ứng:



Biết phản ứng thu năng lượng là  $2,70 \text{ MeV}$ ; giả sử hai hạt tạo thành bay ra với cùng vận tốc và phản ứng không kèm bức xạ  $\gamma$ . Lấy khối lượng của các hạt tính theo đơn vị  $u$  có giá trị bằng số khối của chúng. Động năng của hạt  $\alpha$  là

- A. 2,70 MeV.      B. 3,10 MeV.      C. 1,35 MeV.      D. 1,55 MeV.

Lời giải

- Phản ứng thu năng lượng nên ta có

$$\Delta E = K_p + K_n - K_\alpha = -2,7 \text{ MeV. (1)}$$

- Vì hai hạt tạo thành bay ra với cùng vận tốc nên ta có

$$\frac{K_p}{K_n} = \frac{m_p}{m_n} = 30. (2)$$

- Bảo toàn động lượng:  $\vec{P}_\alpha = \vec{P}_p + \vec{P}_n$ , vì hai hạt bay ra với cùng vận tốc nên ta có  $\vec{P}_p$  và  $\vec{P}_n$  cùng phương, suy ra  $P_\alpha = P_p + P_n$ , hay

$$\sqrt{2m_\alpha K_\alpha} = \sqrt{2m_p K_p} + \sqrt{2m_n K_n}. (3)$$

- Thay (2) vào (3) có  $2\sqrt{K_\alpha} = 30\sqrt{K_n} + \sqrt{K_n}$ , hay  $K_n = \frac{2^2}{31^2} K_\alpha$ . Từ đó suy ra  $K_p = 30 \cdot \frac{2^2}{31^2} K_\alpha$ .

- Thay các giá trị trên vào (1) ta có  $-\frac{27}{31} K_\alpha = -2,7 \text{ MeV}$ , tính được  $K_\alpha = 3,1 \text{ MeV}$ .

Đáp án B.

**Câu 10:** Bắn hạt proton có động năng 5,5 MeV vào hạt nhân  ${}^7_3\text{Li}$  đang đứng yên, gây ra phản ứng hạt nhân  $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow 2\alpha$ . Giả sử phản ứng không kèm theo bức xạ  $\gamma$ , hai hạt  $\alpha$  có cùng động năng và bay theo hai hướng tạo với nhau góc  $160^\circ$ . Coi khối lượng của mỗi hạt tính theo đơn vị u gần đúng bằng số khối của nó. Năng lượng mà phản ứng tỏa ra là

- A. 14,6 MeV.      B. 10,2 MeV.      C. 17,3 MeV.      D. 20,4 MeV.

Lời giải

- Vì hai hạt  $\alpha$  bay ra có cùng động năng, nên động lượng của chúng cũng bằng nhau.
- Theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$\begin{aligned} \vec{P}_p &= \vec{P}_{\alpha_1} + \vec{P}_{\alpha_2} \Leftrightarrow (\vec{P}_p)^2 = (\vec{P}_{\alpha_1} + \vec{P}_{\alpha_2})^2 \\ &\Leftrightarrow (P_p)^2 = (P_{\alpha})^2 + (P_{\alpha})^2 + 2P_{\alpha}P_{\alpha} \cos 160 \\ &\Leftrightarrow 2m_p K_p = 2 \cdot 2m_{\alpha} K_{\alpha} + 2 \cdot 2m_{\alpha} K_{\alpha} \cdot \cos 160 \\ &\Leftrightarrow K_{\alpha} = \frac{m_p K_p}{2m_{\alpha} (1 + \cos 160)} \end{aligned}$$

- Thay số ta có

$$K_{\alpha} = \frac{1 \cdot 5,5}{2 \cdot 4 \cdot (1 + \cos 160)} = 11,4 \text{ MeV.}$$

- Năng lượng tỏa ra từ phản ứng là

$$\Delta E = 2K_{\alpha} - K_p = 2 \cdot 11,4 - 5,5 = 17,3 \text{ (MeV).}$$

Đáp án C.

2.3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Chọn đúng. Xét phóng xạ:  ${}^A_ZY \rightarrow \alpha + {}^{A-X}_{Z-X}X$ . Trong đó  $Z_X$  và  $A_X$  là:

- A.  $Z_X = Z - 2$  và  $A_X = A - 2$ .  
 B.  $Z_X = Z$  và  $A_X = A$ .  
 C.  $Z_X = Z - 2$  và  $A_X = A - 4$ .  
 D.  $Z_X = Z + 1$  và  $A_X = A$ .

Câu 2: Chọn đúng. Xét phóng xạ:  ${}^A_ZY \rightarrow \beta^+ + {}^{A-X}_{Z-X}X$ . Trong đó  $Z_X$  và  $A_X$  là:

- A.  $Z_X = Z - 1$  và  $A_X = A$ .  
 B.  $Z_X = Z - 2$  và  $A_X = A - 2$ .  
 C.  $Z_X = Z - 2$  và  $A_X = A - 4$ .  
 D.  $Z_X = Z + 1$  và  $A_X = A$ .

Câu 3: Chọn đúng. Xét phóng xạ:  ${}^A_ZY \rightarrow \gamma + {}^{A-X}_{Z-X}X$ . Trong đó  $Z_X$  và  $A_X$  là:

- A.  $Z_X = Z + 1$  và  $A_X = A$ .  
 B.  $Z_X = Z - 2$  và  $A_X = A - 4$ .  
 C.  $Z_X = Z$  và  $A_X = A$ .  
 D.  $Z_X = Z - 1$  và  $A_X = A$ .

Câu 4:  $U^{238}$  sau một loạt phóng xạ biến đổi thành chì, hạt sơ cấp và hạt alpha. Phương trình biểu diễn biến đổi:

- A.  ${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + 6\alpha + 2{}^0_{-1}e$ .  
 B.  ${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + 8\alpha + 6{}^0_{-1}e$ .  
 C.  ${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + 4\alpha + {}^0_{-1}e$ .  
 D.  ${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + \alpha + {}^0_{-1}e$ .

Câu 5: Chọn trả lời đúng: Phương trình phóng xạ:  ${}^{35}_{17}Cl + {}^A_ZX \rightarrow n + {}^{37}_{18}Ar$ . Trong đó  $Z, A$  là:

- A.  $Z = 1; A = 1$ .  
 B.  $Z = 1; A = 3$ .  
 C.  $Z = 2; A = 3$ .  
 D.  $Z = 2; A = 4$ .

Câu 6: Tìm giá trị  $x$  và  $y$  trong phản ứng hạt nhân:  ${}^{226}_{88}Ra \rightarrow n + {}^x_yRn$

- A.  $x = 222; y = 84$ .  
 B.  $x = 222; y = 86$ .  
 C.  $x = 224; y = 84$ .  
 D.  $x = 224; y = 86$ .

Câu 7: Hạt nhân  ${}^{234}_{92}U$  phóng xạ phát ra hạt  $\alpha$ , phương trình phóng xạ là:

- A.  ${}^{234}_{92}U \rightarrow \alpha + {}^{232}_{90}Th$ .  
 B.  ${}^{234}_{92}U \rightarrow \alpha + {}^{232}_{90}Th$ .  
 C.  ${}^{234}_{92}U \rightarrow \alpha + {}^{230}_{90}U$ .  
 D.  ${}^{234}_{92}U \rightarrow {}^4_2He + {}^{232}_{88}Th$ .

Câu 8: Hạt nhân urani  ${}^{234}_{92}U$  phân rã phóng xạ cho hạt nhân con Thori  ${}^{234}_{90}Th$  thì đó là sự phóng xạ:

- A.  $\alpha$ .  
 B.  $\beta^-$ .  
 C.  $\beta^+$ .  
 D.  $\gamma$ .

Câu 9: Xác định ký hiệu hạt nhân nguyên tử X của phương trình:  ${}^4_2He + {}^{27}_{13}Al \rightarrow {}^{30}_{15}P + X$

- A.  ${}^1_0n$ .  
 B.  ${}^{24}_{11}Na$ .  
 C.  ${}^{23}_{11}Na$ .  
 D.  ${}^{24}_{10}Ne$ .

Câu 10: Chọn trả lời đúng. Trong lò phản ứng hạt nhân của nhà máy điện nguyên tử hệ số nhân neutron có trị số.

- A.  $S > 1$ .  
 B.  $S \neq 1$ .  
 C.  $S < 1$ .  
 D.  $S = 1$ .

Câu 11: Người ta có thể kiểm soát phản ứng dây chuyền bằng cách:

- A. làm chậm neutron bằng than chì.  
 B. Hấp thụ nơ tron chậm bằng các thanh Cadimi.  
 C. làm chậm nơ tron bằng nước nặng.  
 D. A và C.

Câu 12: Chọn đúng. Lý do của việc tìm cách thay thế năng lượng phân hạch bằng năng lượng nhiệt hạch là:

- A. Tính trên một cùng đơn vị khối lượng thì phản ứng nhiệt hạch tỏa ra năng lượng nhiều hơn phản ứng phân hạch.  
 B. Nguyên liệu của phản ứng nhiệt hạch có nhiều trong thiên nhiên. Phản ứng nhiệt hạch dễ kiểm soát.  
 C. Phản ứng nhiệt hạch dễ kiểm soát.  
 D. Năng lượng nhiệt hạch sạch hơn năng lượng phân hạch.

**Câu 13:** Các phản ứng hạt nhân không tuân theo

- A. Định luật bảo toàn điện tích .
- B. Định luật bảo toàn số khối.
- C. Định luật bảo toàn động lượng .
- D. Định luật bảo toàn khối lượng.

**Câu 14:** Trong phản ứng hạt nhân, proton

- A. có thể biến thành neutron và ngược lại .
- B. có thể biến thành nucleon và ngược lại.
- C. được bảo toàn .
- D. A và C đúng.

**Câu 15:** Bổ sung vào phần thiếu của sau: " Một phản ứng hạt nhân tỏa năng lượng thì khối lượng của các hạt nhân trước phản ứng ..... khối lượng của các hạt nhân sinh ra sau phản ứng "

- A. nhỏ hơn .
- B. bằng với (để bảo toàn năng lượng).
- C. lớn hơn .
- D. có thể nhỏ hoặc lớn hơn.

**Câu 16:** Câu nào sau đây là sai khi nói về sự phóng xạ.

- A. Tổng khối lượng của hạt nhân tạo thành có khối lượng lớn hơn khối lượng hạt nhân mẹ.
- B. không phụ thuộc vào các tác động bên ngoài.
- C. hạt nhân con bền hơn hạt nhân mẹ.
- D. là phản ứng hạt nhân tự xảy ra.

**Câu 17:** Khi nói về phản ứng hạt nhân tỏa năng lượng, điều nào sau đây là sai?

- A. Các hạt nhân sản phẩm bền hơn các hạt nhân tương tác.
- B. Tổng độ hụt các hạt tương tác nhỏ hơn tổng độ hụt khối các hạt sản phẩm.
- C. Tổng khối lượng các hạt tương tác nhỏ hơn tổng khối lượng các hạt sản phẩm.
- D. Tổng năng lượng liên kết của các hạt sản phẩm lớn hơn tổng năng lượng liên kết của các hạt tương tác.

**Câu 18:** Phản ứng sau đây không phải là phản ứng hạt nhân nhân tạo

- A.  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow \alpha + {}_{90}^{234}\text{Th}$  .
- B.  ${}_{13}^{27}\text{Al} + \alpha \rightarrow {}_{15}^{30}\text{P} + {}_0^1\text{n}$  .
- C.  ${}_{2}^4\text{He} + {}_7^{14}\text{N} \rightarrow {}_8^{17}\text{O} + {}_1^1\text{p}$ .
- D.  ${}_{92}^{238}\text{U} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_{92}^{239}\text{U}$  .

**Câu 19:** Tìm phát biểu Sai:

- A. Hai hạt nhân rất nhẹ như hiđrô, heli kết hợp lại với nhau, thu năng lượng là phản ứng nhiệt hạch.
- B. Phản ứng hạt nhân sinh ra các hạt có tổng khối lượng bé hơn khối lượng các hạt ban đầu là phản ứng tỏa năng lượng.
- C. Urani thường được dùng trong phản ứng phân hạch.
- D. Phản ứng nhiệt hạch tỏa ra năng lượng lớn hơn phản ứng phân hạch nếu khi dùng cùng một khối lượng nhiên liệu.

**Câu 20:** Chọn phát biểu không đúng

- A. Hạt nhân có năng lượng liên kết riêng càng lớn thì càng bền vững.
- B. Khi lực hạt nhân liên kết các nucleon để tạo thành hạt nhân thì luôn có sự hụt khối.
- C. Chỉ những hạt nhân nặng mới có tính phóng xạ.
- D. Trong một hạt nhân có số neutron không nhỏ hơn số proton thì hạt nhân đó có cả hai loại hạt này.

**Câu 21:** Nhận xét nào về phản ứng phân hạch và phản ứng nhiệt hạch là không đúng?

- A. Sự phân hạch là hiện tượng một hạt nhân nặng hấp thụ một neutron chậm rồi vỡ thành hai hạt nhân trung bình cùng với 2 hoặc 3 neutron.
- B. Phản ứng nhiệt hạch chỉ xảy ra ở nhiệt độ rất cao.
- C. Bom khinh khí được thực hiện bởi phản ứng phân hạch.
- D. Con người chỉ thực hiện được phản ứng nhiệt hạch dưới dạng không kiểm soát được.



Câu 22: Khi một hạt nhân nguyên tử phóng xạ lần lượt một tia  $\alpha$  rồi một tia  $\beta^-$  thì hạt nhân nguyên tử sẽ biến đổi như thế nào?

- A. Số khối giảm 4, số proton giảm 1.                      B. Số khối giảm 4, số proton giảm 2.  
C. Số khối giảm 4, số proton tăng 1.                      D. Số khối giảm 2, số proton giảm 1.

Câu 23: Một nguyên tử  $^{235}\text{U}$  phân hạch tỏa ra 200MeV. Nếu 2g chất đó bị phân hạch thì năng lượng tỏa ra.

- A. 9,6.10<sup>10</sup>J.                      B. 16.10<sup>10</sup>J.                      C. 12,6.10<sup>10</sup>J.                      D. 16,4.10<sup>10</sup>J.

Câu 24: Dưới tác dụng của bức xạ  $\gamma$ , hạt nhân  $^9\text{Be}$  có thể tách thành hai hạt nhân  $^4\text{He}$  Biết  $m_{Li} = 9,0112u$ ;  $m_{He} = 4,0015$ ;  $m = 1,0087u$ . Để phản ứng trên xảy ra thì bức xạ Gamma phải có tần số tối thiểu là bao nhiêu?

- A. 2,68.10<sup>20</sup> Hz.                      B. 1,58.10<sup>20</sup>Hz.  
C. 4,02.10<sup>20</sup>Hz.                      D. 1,12.10<sup>20</sup>Hz.

Câu 25: Hạt nhân  $^{222}\text{Rn}$  phóng xạ  $\alpha$ . Phần trăm năng lượng tỏa ra biến đổi thành động năng của hạt  $\alpha$ :

- A. 76%.                      B. 98,2%.                      C. 92%.                      D. 85%.

Câu 26: Bom nhiệt hạch dùng làm phản ứng  $\text{D} + \text{T} \rightarrow \text{He} + \text{n} + 18\text{MeV}$ . Nếu có một kmol He tạo thành thì năng lượng tỏa ra là: (khối lượng nguyên tử đã biết).

- A. 23,5.10<sup>14</sup> J.                      B. 28,5.10<sup>14</sup>J.  
C. 25,5.10<sup>14</sup>J.                      D. 17,34.10<sup>14</sup> J.

Câu 27: Năng lượng liên kết riêng của  $^{235}\text{U}$  là 7,7MeV khối lượng hạt nhân  $^{235}\text{U}$  là: ( $m = 1,0073u$ ;  $m = 1,0087u$ )

- A. 234,0015u.                      B. 236,0912u.                      C. 234,9721u.                      D. 234,1197u.

Câu 28: Năng lượng cần thiết để phân chia hạt nhân  $^{12}\text{C}$  thành 3 hạt  $\alpha$  (cho  $m = 12,000u$ ;  $m = 4,0015u$ ;  $m = 1,0087u$ ). Bước sóng ngắn nhất của tia gamma để phản ứng xảy ra.

- A. 301.10<sup>-5</sup>Å<sup>0</sup>.                      B. 296.10<sup>-5</sup>Å<sup>0</sup>.  
C. 396.10<sup>-5</sup>Å<sup>0</sup>.                      D. 189.10<sup>-5</sup>Å<sup>0</sup>.

Câu 29: Khi bắn phá  $^{27}\text{Al}$  bằng hạt  $\alpha$ . Phản ứng xảy ra theo phương trình:  $^{27}\text{Al} + \alpha \rightarrow ^{30}\text{P} + \frac{1}{0}\text{n}$ . Biết khối lượng hạt nhân  $m_{Al} = 26,974u$ ;  $m_P = 29,970u$ ,  $m_\alpha = 4,0013u$ . Bỏ qua động năng của các hạt sinh ra thì năng lượng tối thiểu để hạt  $\alpha$  để phản ứng xảy ra.

- A. 2,5MeV.                      B. 6,5MeV.                      C. 1,4MeV.                      D. 3,1671MeV.

Câu 30: Hạt He có khối lượng 4,0013u. Năng lượng tỏa ra khi tạo thành một mol He:

- A. 2,06.10<sup>12</sup>J.                      B. 2,754.10<sup>12</sup>J.  
C. 20,6.10<sup>12</sup>J.                      D. 27,31.10<sup>12</sup>J.

Câu 31: Bắn hạt  $\alpha$  vào hạt nhân  $^{14}\text{N}$  ta có phản ứng  $^{14}\text{N} + \alpha \rightarrow \frac{17}{8}\text{P} + p$ . Nếu các hạt sinh ra có cùng vận tốc  $v$  với hạt  $\alpha$  ban đầu. Tính tỉ số của động năng của các ban đầu và các hạt mới sinh ra.

- A. 3/4.                      B. 2/9.                      C. 1/3.                      D. 5/2.

Câu 32: Xét phản ứng:  $A \rightarrow B + \alpha$ . Hạt nhân mẹ đứng yên, hạt nhân con và hạt  $\alpha$  có khối lượng và động năng lần lượt là  $m_B, W_B$ ,  $m_\alpha$  và  $W_\alpha$ . Tỉ số giữa  $W_B$  và  $W_\alpha$

- A.  $\frac{m_B}{m_\alpha}$ .                      B.  $\frac{2m_\alpha}{m_B}$ .                      C.  $\frac{m_\alpha}{m_B}$ .                      D.  $4\frac{m_\alpha}{m_B}$ .

Câu 33: Năng lượng cần thiết để phân chia hạt nhân  $^{12}\text{C}$  thành 3 hạt  $\alpha$  (cho  $m_C = 11,9967u$ ;  $m_\alpha = 4,0015u$ )

- A. 5,598MeV.                      B. 8,191MeV.                      C. 6,025MeV.                      D. 7,2657MeV.

**Câu 34:** Một nhà máy điện nguyên tử dùng  $^{235}\text{U}$  phân hạch tỏa ra 200MeV. Hiệu suất của nhà máy là 30%. Nếu công suất của nhà máy là 1920MW thì khối lượng  $^{235}\text{U}$  cần dùng trong một ngày:  
 A. 0,6744kg.      B. 1,0502kg.      C. 2,5964kg.      D. 6,7455kg.

**Câu 35:** Polôni phóng xạ biến thành chì theo phản ứng:  $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow \alpha + ^{206}_{82}\text{Pb}$ . Biết  $m_{\text{Po}} = 209,9373\text{u}$ ;  $m_{\text{He}} = 4,0015\text{u}$ ;  $m_{\text{Pb}} = 205,9294\text{u}$ . Năng lượng cực đại tỏa ra ở phản ứng trên là:  
 A.  $95,4 \cdot 10^{-14}\text{J}$ .      B.  $86,7 \cdot 10^{-14}\text{J}$ .  
 C.  $5,93 \cdot 10^{-14}\text{J}$ .      D.  $106,5 \cdot 10^{-14}\text{J}$ .

**Câu 36:** Tính năng lượng tỏa ra khi có 1 mol  $^{235}_{92}\text{U}$  tham gia phản ứng:  $^{235}_{92}\text{U} + \frac{1}{0}\text{n} \rightarrow ^3_0\text{n} + ^{94}_{36}\text{Kr} + ^{139}_{56}\text{Ba}$ . Cho biết:  $m_{\text{U}} = 235,04\text{u}$ ;  $m_{\text{Kr}} = 93,93\text{u}$ ;  $m_{\text{Ba}} = 138,91\text{u}$ ;  $m_{\text{n}} = 1,0063\text{u}$ ;  $1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ .  
 A.  $1,8 \cdot 10^{11}\text{kJ}$ .      B.  $0,9 \cdot 10^{11}\text{kJ}$ .  
 C.  $1,68 \cdot 10^{10}\text{kJ}$ .      D.  $1,1 \cdot 10^9\text{kJ}$ .

**Câu 37:** Một hạt nhân có khối lượng  $m = 5,0675 \cdot 10^{-27}\text{kg}$  đang chuyển động với động năng 4,78MeV. Động lượng của hạt nhân là  
 A.  $2,4 \cdot 10^{-20}\text{kg.m/s}$ .      B.  $3,875 \cdot 10^{-20}\text{kg.m/s}$ .  
 C.  $8,8 \cdot 10^{-20}\text{kg.m/s}$ .      D.  $7,75 \cdot 10^{-20}\text{kg.m/s}$ .

**Câu 38:** Hạt Polôni ( $A = 210, Z = 84$ ) đứng yên phóng xạ hạt  $\alpha$  tạo thành chì Pb. Hạt  $\alpha$  sinh ra có động năng  $K_{\alpha} = 61,8\text{MeV}$ . Năng lượng tỏa ra trong phản ứng là  
 A. 63MeV.      B. 66MeV.      C. 68MeV.      D. 72MeV.

**Câu 39:** Độ hụt khối khi tạo thành các hạt nhân  $^2_1\text{D}$ ;  $^3_1\text{T}$ ;  $^4_2\text{He}$  lần lượt là  $\Delta m_{\text{D}} = 0,0024\text{u}$ ;  $\Delta m_{\text{T}} = 0,0087\text{u}$ ;  $\Delta m_{\text{He}} = 0,0305\text{u}$ . Phản ứng hạt nhân  $^2_1\text{D} + ^3_1\text{T} \rightarrow ^4_2\text{He} + \frac{1}{0}\text{n}$  tỏa hay thu bao nhiêu năng lượng?  
 A. Tỏa 18,0614 eV.      B. Thu 18,0614 eV.      C. Thu 18,0614 MeV.      D. Tỏa 18,0711 MeV.

**Câu 40:** Bom nhiệt hạch dùng phản ứng:  $\text{D} + \text{T} \rightarrow \alpha + \text{n}$ . Biết khối lượng của các hạt nhân D, T và  $\alpha$  lần lượt là  $m_{\text{D}} = 2,0136\text{u}$ ,  $m_{\text{T}} = 3,0160\text{u}$ ,  $m_{\alpha} = 4,0015\text{u}$  và  $m_{\text{n}} = 1,0087\text{u}$ ;  $1\text{u} = 931(\text{MeV}/c^2)$ . Năng lượng tỏa ra khi 1 kmol heli được tạo thành là  
 A.  $1,09 \cdot 10^{25}\text{MeV}$ .      B.  $1,74 \cdot 10^{12}\text{kJ}$ .  
 C.  $2,89 \cdot 10^{15}\text{kJ}$ .      D. 18,07 MeV.

**Câu 41:** Người ta dùng proton bắn phá hạt nhân Beri đứng yên. Hai hạt sinh ra là Heli và X. Biết proton có động năng  $K = 5,45\text{MeV}$ , Hạt Heli có vận tốc vuông góc với vận tốc của hạt proton và có động năng  $K_{\text{He}} = 4\text{MeV}$ . Cho rằng độ lớn của khối lượng của một hạt nhân (do bằng đơn vị u) xấp xỉ bằng số khối A của nó. Động năng của hạt X bằng  
 A. 6,225MeV.      B. 1,225MeV.      C. 4,125MeV.      D. 3,575MeV.

**Câu 42:** Người ta dùng hạt proton bắn vào một hạt nhân bia đứng yên để gây ra phản ứng tạo thành hai hạt giống nhau bay ra với cùng độ lớn động năng và theo các hướng lập với nhau một góc lớn hơn 120°. Biết số khối của hạt nhân bia lớn hơn 3. Kết luận nào sau đây đúng?  
 A. Không đủ dữ liệu để kết luận.  
 B. Phản ứng trên là phản ứng tỏa năng lượng.  
 C. Năng lượng của phản ứng trên bằng 0.  
 D. Phản ứng trên là phản ứng thu năng lượng.

**Câu 43:** Cho hạt  $\alpha$  bắn phá vào hạt nhân nhôm  $^{27}_{13}\text{Al}$  đang đứng yên, sau phản ứng sinh ra hạt neutron và hạt nhân X. Biết  $m_{\alpha} = 4,0015\text{u}$ ,  $m_{\text{Al}} = 26,974\text{u}$ ,  $m_{\text{X}} = 29,970\text{u}$ ,  $m_{\text{n}} = 1,0087\text{u}$ ,  $1\text{u}^2 = 931\text{MeV}$ . Phản ứng này tỏa hay thu bao nhiêu năng lượng? Chọn kết quả đúng?  
 A. Tỏa năng lượng 2,9792MeV.      B. Tỏa năng lượng 2,9466MeV.  
 C. Thu năng lượng 2,9792MeV.      D. Thu năng lượng 2,9466MeV.

Câu 44: Một proton có động năng  $W_p = 1,5MeV$  bắn vào hạt nhân  ${}^7_3Li$  đang đứng yên thì sinh ra 2 hạt X có bản chất giống nhau và không kèm theo bức xạ gamma. Tính động năng của mỗi hạt X? Cho  $m_{Li} = 7,0144u; m_p = 1,0073u; m_X = 4,0015u; 1uc^2 = 931MeV$ .

- A. 9,4549MeV.      B. 9,6MeV.      C. 9,7MeV.      D. 4,5MeV.

Câu 45: Cho phản ứng hạt nhân  $D + Li \rightarrow n + X$ . Động năng của các hạt D, Li, n và X lần lượt là: 4 MeV; 0; 12 MeV và 6 MeV.

- A. Phản ứng thu năng lượng 14 MeV.      B. Phản ứng thu năng lượng 13 MeV.  
C. Phản ứng toả năng lượng 14 MeV.      D. Phản ứng toả năng lượng 13 MeV.

Câu 46: Hạt nhân  ${}^{236}_{88}Ra$  phóng ra 3 hạt  $\alpha$  và một hạt  $\beta^-$  trong chuỗi phóng xạ liên tiếp. Khi đó hạt nhân con tạo thành là

- A.  ${}^{222}_{84}X$ .      B.  ${}^{244}_{83}X$ .      C.  ${}^{222}_{83}X$ .      D.  ${}^{224}_{84}X$ .

Câu 47: Hạt Triti (T) và Doteri (D) tham gia phản ứng nhiệt hạch tạo thành hạt  $\alpha$  và nơtron. Cho biết độ hụt khối của các hạt  $m_T = 0,0087u; m_D = 0,0024u; m_\alpha = 0,0305u, 1u = 931MeV/c^2$ . Năng lượng tỏa ra từ một phản ứng là:

- A. 18,0614 J.      B. 38,7296 MeV.      C. 38,7296 J.      D. 18,0614 MeV.

Câu 48: Tính năng lượng tối thiểu cần thiết để tách hạt nhân Oxy ( $O_{16}$ ) thành 4 hạt alpha. Cho khối lượng của các hạt:  $m_O = 15,99491u; m_\alpha = 4,0015u; 1u = 931MeV/c^2$

- A. 10,32477 MeV.      B. 10,32480 MeV.      C. 10,32478 MeV.      D. 10,33 MeV.

Câu 49: Phản ứng hạt nhân:  $D + D \rightarrow {}^3_2He + n$ . Cho biết độ hụt khối của D là 0,0024u và tổng năng lượng nghỉ của các hạt trước phản ứng nhiều hơn tổng năng lượng nghỉ của các hạt sau phản ứng là 3,25 MeV,  $1uc^2 = 931MeV$ . Năng lượng liên kết của hạt nhân  ${}^3_2He$  là

- A. 7,7187 MeV.      B. 7,7188 MeV.      C. 7,7189 MeV.      D. 7,7186 MeV.

Câu 50: Nhà máy điện hạt nhân có công suất phát điện  $182.10^7W$ , dùng năng lượng phân hạch của hạt nhân U235 với hiệu suất 30%. Trung bình mỗi hạt U235 phân hạch toả ra năng lượng 200 MeV. Trong 365 ngày hoạt động nhà máy tiêu thụ một khối lượng U235 nguyên chất là

- A. 2333 kg.      B. 2461 kg.      C. 2362 kg.      D. 2263 kg.

Câu 51: Hạt nhân  ${}^{226}_{88}Ra$  ban đầu đang đứng yên thì phóng ra hạt  $\alpha$  có động năng 4,80MeV. Coi khối lượng mỗi hạt nhân xấp xỉ với số khối của nó. Năng lượng toàn phần tỏa ra trong sự phân rã này là

- A. 4,89MeV.      B. 4,92MeV.      C. 4,97MeV.      D. 5,12MeV.

Câu 52: Hạt  $\alpha$  có động năng  $K_\alpha = 3,51MeV$  bay đến đập vào hạt nhân nhôm đứng yên gây ra phản ứng  ${}^{27}_{13}Al + \alpha \rightarrow {}^{30}_{15}P + X$ . Giả sử hai hạt sinh ra có cùng động năng. Tìm vận tốc của hạt nhân photpho và hạt nhân X. Biết rằng phản ứng thu vào năng lượng  $4,176.10^{-13}J$ . Có thể lấy gần đúng khối lượng của các hạt sinh ra theo số khối  $m_p = 30u$  và  $m_X = 1u$ .

- A.  $V_p = 7,1.10^5m/s; V_X = 3,9.10^5m/s$ .  
B.  $V_p = 7,1.10^6m/s; V_X = 3,9.10^6m/s$ .  
C.  $V_p = 1,7.10^6m/s; V_X = 9,3.10^6m/s$ .  
D.  $V_p = 1,7.10^5m/s; V_X = 9,3.10^5m/s$ .

Câu 53: Cho hạt  $\alpha$  bắn phá vào hạt nhân  ${}^{14}_7N$  đứng yên gây ra phản ứng:  $\alpha + {}^{14}_7N \rightarrow {}^{17}_8O + {}^1_1p$ . Ta thấy hai hạt nhân sinh ra có cùng vận tốc (cả hướng và độ lớn) thì động năng của hạt  $\alpha$  là 1,56MeV. Xem khối lượng hạt nhân tính theo đơn vị u ( $1u = 1,66.10^{-27}kg$ ) gần đúng bằng số khối của nó. Năng lượng của phản ứng hạt nhân là:

- A. -1,21MeV.      B. -2,11MeV.      C. 1,67MeV.      D. 1,21MeV.

Câu 54: Bắn một hạt proton có khối lượng  $m_p$  vào hạt nhân  ${}^7_3\text{Li}$  đứng yên. Phản ứng tạo ra hai hạt nhân X giống hệt nhau có khối lượng  $m_X$  bay ra có cùng độ lớn vận tốc và cùng hợp với phương ban đầu của proton một góc  $45^\circ$ . Tỷ số độ lớn vận tốc của hạt X ( $v'$ ) và hạt proton ( $v$ ) là:

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{v'}{v} &= \sqrt{2} \frac{m_p}{m_X} & \text{B. } \frac{v'}{v} &= 2 \frac{m_p}{m_X} \\ \text{C. } \frac{v'}{v} &= \frac{m_p}{m_X} & \text{D. } \frac{v'}{v} &= \frac{m_p}{\sqrt{2}m_X} \end{aligned}$$

Câu 55: Cho phản ứng hạt nhân sau:  $\alpha + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{p}$ . Hạt  $\alpha$  chuyển động với động năng 9,7MeV đến bắn vào hạt N đứng yên, sau phản ứng hạt p có động năng  $K_p = 7$  MeV. Cho biết  $m_n = 1,003074$  u;  $m_p = 1,007825$  u;  $m_O = 16,999133$  u;  $m_\alpha = 4,002603$  u. Xác định góc giữa các phương chuyển động của hạt  $\alpha$  và hạt p?

- A.  $41^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $25^\circ$ .                      D.  $52^\circ$ .

Câu 56: Hạt  ${}^{210}\text{Po}$  phóng xạ  $\alpha$  giải phóng 10 MeV. Tính tốc độ của hạt  $\alpha$  và hạt nhân con

- A.  $2,18 \cdot 10^7$  m/s và  $0,24 \cdot 10^6$  m/s.                      B.  $2,17 \cdot 10^7$  m/s và  $0,42 \cdot 10^6$  m/s.  
C.  $2 \cdot 10^7$  m/s và  $0,24 \cdot 10^6$  m/s.                      D.  $2,18 \cdot 10^7$  m/s và  $0,54 \cdot 10^6$  m/s.

Câu 57: Cho một proton có động năng  $K_p = 2,5$  MeV bắn phá hạt nhân  ${}^7_3\text{Li}$  đang đứng yên. Biết  $m_p = 1,0073$ u;  $m_{Li} = 7,01442$  u;  $m_X = 4,0015$ u;  $1u = 931,5$  MeV/ $c^2$ . Sau phản ứng xuất hiện hai hạt X giống hệt nhau có cùng động năng và hợp với phương chuyển động của proton một góc  $\varphi$  như nhau. Coi phản ứng không kèm bức xạ  $\gamma$ . Giá trị của  $\varphi$  là:

- A.  $39,45^\circ$ .                      B.  $41,35^\circ$ .                      C.  $78,9^\circ$ .                      D.  $82,7^\circ$ .

Câu 58: Cho phương trình phóng xạ của 1 hạt:  $X^A \rightarrow Y^{A_1} + Z^{A_2} + \Delta E$ . Biết phản ứng không kèm theo tia  $\gamma$  và khối lượng các hạt lấy bằng số khối.  $\Delta E$  là năng lượng tỏa ra từ phản ứng trên,  $K_1; K_2$  là động năng của các hạt sau phản ứng. Tìm hệ thức đúng.

- A.  $K_1 = \frac{A_2}{A} \Delta E$ .  
B.  $K_1 = \frac{A_1}{A} \Delta E$ .  
C.  $K_1 = \frac{A_2}{A_2} \Delta E$ .  
D.  $K_1 = \frac{A_2}{A_1} \Delta E$ .

Câu 59: Cho phương trình phóng xạ của 1 hạt:  $X^A \rightarrow Y^{A_1} + Z^{A_2} + \gamma + \Delta E$ . Biết khối lượng các hạt lấy bằng số khối.  $\Delta E$  là năng lượng tỏa ra từ phản ứng trên,  $K_1; K_2$  là động năng của các hạt sau phản ứng. Tìm hệ thức đúng.

- A.  $K_1 = \frac{A_2}{A} (\Delta E + \epsilon)$ .  
B.  $K_1 = \frac{A_1}{A} \Delta E$ .  
C.  $K_1 = \frac{A_2}{A_2} \Delta E$ .  
D.  $K_1 = \frac{A_2}{A_1} \Delta E$ .

Câu 60: Các phản ứng hạt nhân tuân theo định luật bảo toàn

- A. số nuclôn.                      B. số notrôn (nơtron).  
C. khối lượng.                      D. số prôtôn.

Câu 61: Xét một phản ứng hạt nhân  ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ . Biết khối lượng của các hạt nhân  ${}^2_1\text{H}$  là  $m_H = 2,0135$ u;  $m_{He} = 3,0149$  u;  $m_n = 1,0087$  u;  $1 u = 931$  MeV/ $c^2$ . Năng lượng phản ứng trên tỏa ra là

- A. 7,4990 MeV.                      B. 2,7390 MeV.                      C. 1,8820 MeV.                      D. 3,1654 MeV.

Câu 62: Phản ứng nhiệt hạch là sự

- A. kết hợp hai hạt nhân rất nhẹ thành một hạt nhân nặng hơn trong điều kiện nhiệt độ rất cao.  
B. kết hợp hai hạt nhân có số khối trung bình thành một hạt nhân rất nặng ở nhiệt độ rất cao.  
C. phân chia một hạt nhân nhẹ thành hai hạt nhân nhẹ hơn kèm theo sự tỏa nhiệt.

D. phân chia một hạt nhân rất nặng thành các hạt nhân nhẹ hơn.

Câu 63: Phản ứng nhiệt hạch là

- A. Nguồn gốc năng lượng của Mặt Trời.
- B. Sự tách hạt nhân nặng thành các hạt nhân nhẹ nhờ nhiệt độ cao.
- C. Phản ứng hạt nhân thu năng lượng.
- D. Phản ứng kết hợp hai hạt nhân có khối lượng trung bình thành một hạt nhân nặng.

Câu 64: Hạt nhân A đang đứng yên thì phân rã thành hạt nhân B có khối lượng  $m_B$  và hạt  $\alpha$  có khối lượng  $m_\alpha$ . Tỷ số giữa động năng của hạt nhân B và động năng của hạt  $\alpha$  ngay sau phân rã bằng:

- A.  $\frac{m_\alpha}{m_B}$ .
- B.  $\left(\frac{m_B}{m_\alpha}\right)^2$ .
- C.  $\frac{m_B}{m_\alpha}$ .
- D.  $\left(\frac{m_\alpha}{m_B}\right)^2$ .

Câu 65: Cho phản ứng hạt nhân:  ${}^{23}_{11}\text{Na} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{20}_{10}\text{Ne}$ . Lấy khối lượng các hạt nhân  ${}^{23}_{11}\text{Na}$ ;  ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ ;  ${}^4_2\text{He}$ ;  ${}^1_1\text{H}$  lần lượt là 22,9837u; 19,9869u; 4,0015u; 1,0073u và  $1u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ . Trong phản ứng này, năng lượng

- A. Thu vào là 3,4524 MeV.
- B. Thu vào là 2,4219 MeV.
- C. Tỏa ra là 2,4219 MeV.
- D. Tỏa ra là 3,4524 MeV.

Câu 66: Trong sự phân hạch của hạt nhân  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , gọi  $k$  là hệ số nhân neutron. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Nếu  $k < 1$  thì phản ứng phân hạch dây chuyền xảy ra và năng lượng tỏa ra tăng nhanh.
- B. Nếu  $k > 1$  thì phản ứng phân hạch dây chuyền tự duy trì và có thể gây nên bùng nổ.
- C. Nếu  $k > 1$  thì phản ứng phân hạch dây chuyền không xảy ra.
- D. Nếu  $k = 1$  thì phản ứng phân hạch dây chuyền không xảy ra.

Câu 67: Cho phản ứng hạt nhân:  ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + X$ . Lấy độ hụt khối của hạt nhân T, hạt nhân D, hạt nhân He lần lượt là 0,009106 u; 0,002491 u; 0,030382 u và  $1u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ . Năng lượng tỏa ra của phản ứng xấp xỉ bằng

- A. 15,017 MeV.
- B. 200,025 MeV.
- C. 17,498 MeV.
- D. 21,076 MeV.

Câu 68: Hạt nhân  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  đang đứng yên thì phóng xạ  $\alpha$ , ngay sau phóng xạ đó, động năng của hạt  $\alpha$

- A. lớn hơn động năng của hạt nhân con.
- B. Chỉ có thể nhỏ hơn hoặc bằng động năng của hạt nhân con.
- C. Bằng động năng của hạt nhân con.
- D. Nhỏ hơn động năng của hạt nhân con.

Câu 69: Dùng một prôtôn có động năng 5,45 MeV bắn vào hạt nhân  ${}^9_4\text{Be}$  đang đứng yên. Phản ứng tạo ra hạt nhân X và hạt  $\alpha$ . Hạt  $\alpha$  bay ra theo phương vuông góc với phương tới của prôtôn và có động năng 4 MeV. Khi tính động năng của các hạt, lấy khối lượng các hạt tính theo đơn vị khối lượng nguyên tử bằng số khối của chúng. Năng lượng tỏa ra trong phản ứng này bằng

- A. 3,125 MeV.
- B. 4,225 MeV.
- C. 1,145 MeV.
- D. 2,125 MeV.

Câu 70: Phóng xạ và phân hạch hạt nhân

- A. đều có sự hấp thụ neutron chậm.
- B. đều là phản ứng hạt nhân thu năng lượng.
- C. đều không phải là phản ứng hạt nhân.
- D. đều là phản ứng hạt nhân tỏa năng lượng.

Câu 71: Cho phản ứng hạt nhân  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 17,6 \text{ MeV}$ . Năng lượng tỏa ra khi tổng hợp được 1 g khí heli xấp xỉ bằng

- A.  $4,24 \cdot 10^8 \text{ J}$ .
- B.  $4,24 \cdot 10^5 \text{ J}$ .
- C.  $5,03 \cdot 10^{11} \text{ J}$ .
- D.  $4,24 \cdot 10^{11} \text{ J}$ .

Câu 72: Dùng hạt prôtôn có động năng 1,6 MeV bắn vào hạt nhân liti  ${}^7_3\text{Li}$  đứng yên. Giả sử sau phản ứng thu được hai hạt giống nhau có cùng động năng và không kèm theo tia  $\gamma$ . Biết năng lượng tỏa ra của phản ứng là 17,4 MeV. Động năng của mỗi hạt sinh ra là

- A. 19,0 MeV.      B. 15,8 MeV.      C. 9,5 MeV.      D. 7,9 MeV.

Câu 73: Phản ứng nhiệt hạch là

- A. sự kết hợp hai hạt nhân có số khối trung bình tạo thành hạt nhân nặng hơn.  
 B. phản ứng hạt nhân thu năng lượng.  
 C. phản ứng trong đó một hạt nhân nặng vỡ thành hai mảnh nhẹ hơn.  
 D. phản ứng hạt nhân tỏa năng lượng.

Câu 74: Pôlôni  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  phóng xạ  $\alpha$  và biến đổi thành chì Pb. Biết khối lượng các hạt nhân Po;  $\alpha$ ; Pb lần lượt là: 209,937303 u; 4,001506 u; 205,929442 u và  $1u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ . Năng lượng tỏa ra khi một hạt nhân pôlôni phân rã xấp xỉ bằng

- A. 5,92 MeV.      B. 2,96 MeV.      C. 29,60 MeV.      D. 59,20 MeV.

Câu 75: Giả sử trong một phản ứng hạt nhân, tổng khối lượng của các hạt trước phản ứng nhỏ hơn tổng khối lượng các hạt sau phản ứng là 0,02 u. Phản ứng hạt nhân này

- A. toả năng lượng 1,863 MeV.      B. thu năng lượng 1,863 MeV.  
 C. toả năng lượng 18,63 MeV.      D. thu năng lượng 18,63 MeV.

Câu 76: Bắn một prôtôn vào hạt nhân Li đứng yên. Phản ứng tạo ra hai hạt nhân X giống nhau bay ra với cùng tốc độ và theo các phương hợp với phương tới của prôtôn các góc bằng nhau là  $60^\circ$ . Lấy khối lượng của mỗi hạt nhân tính theo đơn vị u bằng số khối của nó. Tỉ số giữa tốc độ của prôtôn và tốc độ của hạt nhân X là

- A.  $\frac{1}{4}$ .      B. 2.      C.  $\frac{1}{2}$ .      D. 4.

Câu 77: Một hạt nhân X đứng yên, phóng xạ  $\alpha$  và biến thành hạt nhân Y. Gọi  $m_1$  và  $m_2$ ,  $v_1$  và  $v_2$ ,  $K_1$  và  $K_2$  tương ứng là khối lượng, tốc độ, động năng của hạt  $\alpha$  và hạt nhân Y. Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{K_2}{K_1}$ .      B.  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{K_1}{K_2}$ .  
 C.  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{K_1}{K_2}$ .      D.  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{K_1}{K_2}$ .

## ĐÁP ÁN

1 C	9 A	17 C	25 B	33 D	41 D	49 B	57 D	65 C	73 D
2 A	10 D	18 A	26 D	34 D	42 D	50 A	58 A	66 B	
3 C	11 B	19 A	27 C	35 A	43 C	51 A	59 A	67 C	74 A
4 B	12 A	20 C	28 B	36 C	44 A	52 C	60 A	68 A	
5 A	13 D	21 C	29 D	37 C	45 C	53 A	61 D	69 D	75 D
6 B	14 A	22 A	30 B	38 A	46 B	54 D	62 A	70 D	76 D
7 B	15 C	23 D	31 B	39 D	47 D	55 D	63 A	71 D	
8 A	16 A	24 D	32 C	40 B	48 D	56 B	64 A	72 C	77 D

CHƯƠNG 9

BÀI TẬP CHUYÊN ĐỀ ĐỒ THỊ

Đối với những bài toán đồ thị, tùy vào mỗi bài tập mà có những cách tiếp cận khác nhau. Tuy nhiên, ta thường gặp các bài toán đồ thị về dao động điều hòa. Do đó nhìn đồ thị ta cần xác định được biên độ (đại lượng cực đại) của dao động; từ đường tròn và các số liệu trong bài có thể xác định được chu kì cũng như tần số của vật.

Ta sẽ qua những ví dụ cụ thể, phân tích chi tiết để hiểu rõ hơn.

Câu 1: Một vật dao động điều hòa có đồ thị của li độ như hình vẽ.

Phương trình dao động của vật là

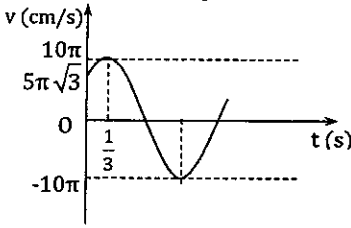
A. $x = 10\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm.	B. $x = 10\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right)$ cm.
C. $x = 10\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right)$ cm.	D. $x = 10\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right)$ cm.

Lời giải

- + Giả sử phương trình dao động có dạng:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cm.
  - + Từ đồ thị ta thấy ngay  $A = 10$  cm (vì theo trục tung li độ của vật biến thiên từ -10 cm đến 10 cm).
  - + Lúc  $t = 0$  vật có li độ  $x = -5\sqrt{3}$  cm và li độ  $x$  đang giảm dần, chứng tỏ hàm  $x$  nghịch biến.
- Vậy  $x' = v < 0$ , vậy khi  $t = 0$  ta có: 
$$\begin{cases} x = A\cos\varphi = 10\cos\varphi = -5\sqrt{3} \\ v = -A\omega\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{5\pi}{6}$$
- Lúc  $t = 0$ , vật đang đi qua vị trí có li độ  $x = -5\sqrt{3}$  cm theo chiều âm, sau 2s vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.
- Dùng vòng tròn lượng giác ta dễ dàng tìm được tổng thời gian dao động của vật là:
- $$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T}{3} = 2s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s.}$$
- Vậy phương trình dao động của vật là:  $x = 10\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.

Đáp án C.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa có đồ thị của vận tốc theo thời gian như hình vẽ.



Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 20\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

B.  $x = 20\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

C.  $x = 20\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

D.  $x = 20\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.

**Lời giải**

Giả sử phương trình dao động có dạng:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cm.

+ Từ đồ thị ta có:  $A\omega = 10$  cm/s.

+ Lúc  $t = 0$  vật có vận tốc  $v = 5\pi$  cm/s và đang tăng dần, chứng tỏ vật phải nằm ở phía âm của hệ trục và chuyển động về vị trí cân bằng.

Khi  $t = 0$  có  $\begin{cases} x = A\cos\varphi < 0 \\ v = -A\omega\sin\varphi = 5\pi\sqrt{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi < 0 \\ \sin\varphi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3} \end{cases}$

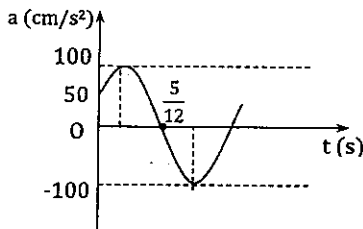
+ Lúc  $t = 0$  vật đang đi qua vị trí có  $v = 5\pi\sqrt{3}$  cm/s ( $x = -\frac{A}{2}$ ) theo chiều dương. Sau  $\frac{1}{3}$ s, vật có vận tốc cực đại (VTCB). Khi đó thời gian đi của vật là:  $t = \frac{T}{12} = \frac{1}{3}$ s  $\Rightarrow T = 4$ s  $\Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}$  rad/s.

+ Từ biểu thức:  $A\omega = 10 \Rightarrow A = \frac{10\pi}{\omega} = \frac{10\pi}{\frac{\pi}{2}} = 20$  cm.

Vậy suy ra phương trình  $x = 20\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

**Đáp án B.**

Câu 3: Gia tốc theo thời gian của một vật dao động điều hòa có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 2,5\cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

B.  $x = 2,5\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

C.  $x = 2,5\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

D.  $x = 2\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.

**Lời giải**



Giả sử phương trình dao động có dạng:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cm.

+ Dựa vào đồ thị ta có:  $A\omega^2 = 100 \text{ cm/s}^2$ .

+ Lúc  $t = 0$  vật có gia tốc  $a = 50 \text{ cm/s}^2$  và đang tăng, có nghĩa là tại thời điểm ban đầu vật có li độ âm và đang chuyển động về phía âm (vì  $a = -\omega^2 x$ ).

$$\text{Khi } t = 0 \text{ ta có: } \begin{cases} a = -A\omega^2 \cos\varphi = 50 \\ v = -A\omega \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -100 \cos\varphi = 50 \\ -A\omega \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3}$$

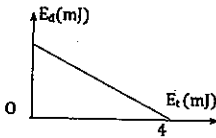
+ Lúc  $t = 0$ , vật đang đi qua vị trí có gia tốc  $a = 50 \text{ cm/s}^2$  ( $x = -\frac{A}{2}$ ) sau  $\frac{5}{12}$  vật qua vị trí có gia tốc  $a = 0$  (VTCB) và theo chiều ngược lại nên ta có:  $\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{5T}{12} = \frac{5}{12} \text{ s} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$ .

+ Từ biểu thức:  $A\omega^2 = 100 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow A = \frac{100}{\omega^2} = \frac{100}{(2\pi)^2} = 2,5 \text{ cm}$ .

Vậy phương trình dao động:  $x = 2,5\cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  cm.

Đáp án A.

**Câu 4:** Động năng dao động của một con lắc lò xo được mô tả theo thế năng dao động của nó bằng đồ thị (hình vẽ).



Cho biết khối lượng của vật bằng 100g, vật dao động giữa hai vị trí cách nhau 8 cm. Tính chu kì dao động của vật

A. 0,4πs.

B. 0,2πs.

C. 0,6πs.

D. 0,8πs.

Lời giải

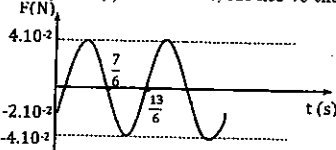
Từ đồ ta ta thấy, thế năng đạt giá trị lớn nhất  $E_{max} = 4\text{mJ} \Rightarrow E = 4\text{mJ}$ .

Khoảng cách 2 biên bằng 8 cm  $\Rightarrow A = 4\text{cm}$ .

Vậy ta có:  $E = \frac{1}{2}m\omega^2.A^2 \Rightarrow \omega = 5\text{rad/s} \Rightarrow T = 0,4\pi$  (s).

Đáp án A.

**Câu 5:** Một vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$ , dao động điều hòa theo phương trình có dạng  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Biết đồ thị lực kéo về thời gian  $F(t)$  như hình vẽ.



A.  $x = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

B.  $x = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

C.  $x = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

D.  $x = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

Lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là

Lời giải

Quan sát đồ thị ta có:  $\frac{T}{2} = \frac{13}{6} - \frac{7}{6} = 1 \text{ s} \Rightarrow T = 2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$ .  $\Rightarrow k = m\omega^2 = 1 \text{ N/m}$ .

Mà:  $|F_{max}| = kA \Rightarrow A = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$ .

+ Lúc  $t = 0$ :  $F_k = -kx = -2.10^{-2} \text{ m} \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$  và có độ lớn  $F_k$  đang nhỏ dần (vật đang chuyển động

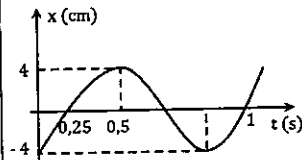
về VTGB) nên suy ra  $v < 0$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \varphi = 2 \text{ cm} \\ v = -A \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$

Vậy phương trình dao động của vật là :  $x = 4 \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{3} \right)$  cm.

Đáp án A.

**Câu 6:** Một dao động điều hòa có đồ thị như hình vẽ.



Vận tốc cực đại và gia tốc cực đại có giá trị nào sau đây:

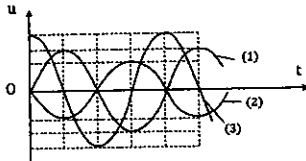
- A.  $8\pi$  (cm/s);  $16\pi^2$  cm/s<sup>2</sup>.      B.  $8\pi$  (cm/s);  $8\pi^2$  cm/s<sup>2</sup>.  
 C.  $4\pi$  (cm/s);  $16\pi^2$  cm/s<sup>2</sup>.      D.  $4\pi$  (cm/s);  $12\pi^2$  cm/s<sup>2</sup>.

**Lời giải**

Để tính được vận tốc cực đại  $\omega A$  và gia tốc cực đại  $\omega^2 A$  ta cần tính được  $\omega$  và  $A$ .

Nhìn đồ thị, ta có: Từ thời điểm 0,25 s đến thời điểm 0,5 s vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương và đến biên dương. Từ đó ta có  $\frac{T}{4} = 0,5 - 0,25 \Rightarrow \omega = 2\pi \Rightarrow \begin{cases} v_{\max} = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ cm/s} \\ a_{\max} = (2\pi)^2 \cdot 4 = 16\pi^2 \text{ cm/s}^2 \end{cases}$

Đáp án A.



**Câu 7:** Mạch điện RLC nối tiếp

cuộn dây thuần cảm, cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = I_0 \cos \omega t$ . Các đường biểu diễn hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu các phần tử R, L, C như hình vẽ. Các hiệu điện thế tức thời  $u_R, u_L, u_C$  theo thứ tự là:

- A. (1), (3), (2).      B. (3), (1), (2).      C. (2), (1), (3).      D. (3), (2), (1).

**Lời giải**

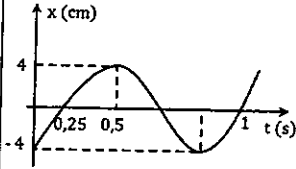
Ta thấy (1) và (2) ngược pha nên đây là  $u_L u_C$  vậy nên (3) là  $u_R$

Ta chú ý rằng khi  $t = \frac{T}{4}$  thì  $u_R = U_{0R} \cos(\varphi_R) = 0$

$\Rightarrow \varphi_R = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_L = \frac{\pi}{2} + \varphi_R = \pi \Rightarrow u_L = U_{0L} \cos(\varphi_L) = -U_{0L} \Rightarrow (2) u_L v(1) u_C$

Đáp án D.

Câu 8: Một dao động điều hòa có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình của dao động có dạng nào sau đây:

A.  $x = 4 \cos(2\pi t + \pi)$  cm.

B.  $x = 2 \cos(\pi t)$  cm.

C.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

D.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)$  cm.

Lời giải

- Từ đồ thị ta có, tại thời điểm  $t = 0$  vật đang ở biên âm và xu hướng đi theo chiều dương. Suy ra pha ban đầu là  $\pi$ .

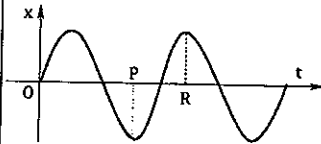
- Dễ thấy biên độ  $A = 4$  cm.

- Tính  $\omega$ : Từ thời điểm 0,25 s đến thời điểm 0,5 s vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương và đến biên dương. Từ đó ta có  $\frac{T}{4} = 0,5 - 0,25 \Rightarrow \omega = 2\pi$

Vậy phương trình dao động của vật là  $x = 4 \cos(2\pi t + \pi)$  cm

Đáp án A.

Câu 9: Đồ thị hình bên biểu diễn sự phụ thuộc của li độ vào thời gian của một vật dao động điều hòa.



Đoạn PR trên trục thời gian t biểu thị

A. hai lần chu kỳ ( $2T$ ).

B. hai lần tần số ( $2f$ ).

C. một nửa bước sóng ( $\frac{\lambda}{2}$ ).

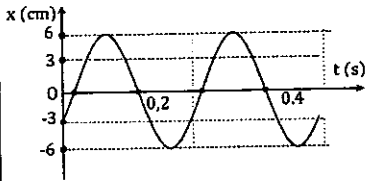
D. một phần hai chu kỳ ( $\frac{T}{2}$ ).

Lời giải

Tại P vật đang đi qua cân bằng theo chiều âm, sau đó vật đi đến R theo chiều dương với khoảng thời gian là ngắn nhất, và bằng  $\frac{T}{2}$ .

Đáp án D.

Câu 10: Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox, với O trùng với vị trí cân bằng của chất điểm. Đường biểu diễn sự phụ thuộc li độ x chất điểm theo thời gian t cho ở hình vẽ.



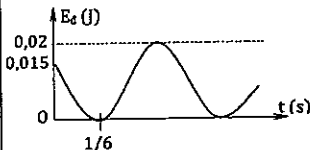
Phương trình vận tốc của chất điểm là

- A.  $v = 60\pi \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm/s.
- B.  $v = 60\pi \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm/s.
- C.  $v = 60\pi \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm/s.
- D.  $v = 60\pi \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm/s.

**Lời giải**

- Dựa vào đồ thị ta có  $T = 0,4 - 0,2 = 0,2 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$
  - Tại thời điểm ban đầu vật qua vị trí -3 cm theo chiều âm, suy ra phương trình dao động của vật là  $x = 6 \cos\left(10\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow v = x' = 60\pi \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm/s.
- Đáp án B.

Câu 11: Một vật có khối lượng 400 g dao động điều hòa có đồ thị động năng như hình vẽ.



Tại thời điểm  $t = 0$  vật đang chuyển động theo chiều dương, lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là

- A.  $x = 10\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm.
- B.  $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.
- C.  $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm.
- D.  $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị, ta có:

- Động năng cực đại là cơ năng và bằng 0,02 J.
- $\frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{m v_{\max}^2}{2} = 0,02 \Rightarrow v_{\max} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ m/s} = 10\sqrt{10} \text{ cm/s}$
- Tại thời điểm  $t = 0$  ta có  $W_d = 0,015 \Rightarrow |v| = \sqrt{\frac{2W_d}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,015}{0,4}} = \frac{\sqrt{30}}{20} \text{ m/s} = 5\sqrt{30} \text{ cm/s}$

Vì vật đang chuyển động theo chiều dương nên  $v = +5\sqrt{30} \text{ cm/s}$

Dựa vào đường tròn của vận tốc, ta có pha ban đầu của vận tốc là  $\varphi_v = \frac{\pi}{6}$ .

Suy ra pha ban đầu của li độ là  $\varphi_x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$ .

- Tại thời điểm  $t = \frac{1}{6} \text{ s}$  thì động năng triệt tiêu ( $v = 0$ ), do đó dựa vào đường tròn ta có

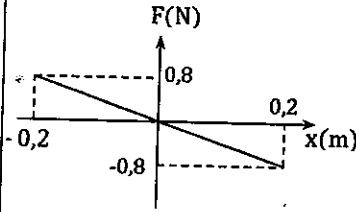
$$t = \frac{1}{6} = \frac{T}{6} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\text{- Biên độ } A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{10\sqrt{10}}{2\pi} = 5 \text{ cm}$$

Phương trình dao động:  $x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

Đáp án D.

Câu 12: Một vật có khối lượng  $m = 0,01\text{kg}$  dao động điều hoà quanh vị trí  $x = 0$  dưới tác dụng của lực được chỉ ra trên đồ thị bên (hình vẽ).



A. 0,256s.

B. 0,152s.

Chu kì dao động của vật bằng:

C. 0,314s.

D. 1,255s.

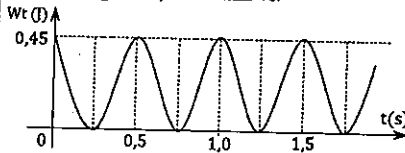
Lời giải

Nhìn vào đồ thị, ta có

$$\begin{cases} F_{\max} = kA = 0,8 \\ A = 0,2 \end{cases} \Rightarrow k = 4 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4}{0,01}} = 20 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{20} = 0,314$$

Đáp án C.

Câu 13: Một vật có khối lượng 1kg dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng. Đồ thị dao động của thế năng của vật như hình vẽ.



Cho  $\pi^2 = 10$  thì biên độ dao động của vật là:

A. 60 cm.

B. 3,75 cm.

C. 15 cm.

D. 30 cm.

Lời giải

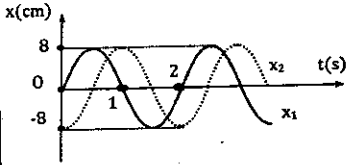
Nhìn vào đồ thị ta có:

- Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp thế năng đạt cực đại là 0,5 s, chính là khoảng thời gian vật chuyển động từ biên này đến biên kia. Suy ra  $\frac{T}{2} = 0,5 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$ .
- Thế năng cực đại là cơ năng, ta có

$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,45}{1 \cdot (2\pi)^2}} = 0,15\text{m}$$

Đáp án C.

Câu 14: Cho 2 dao động điều hoà  $x_1; x_2$  cùng phương, cùng tần số có đồ thị như hình vẽ.



Dao động tổng hợp của  $x_1; x_2$  có phương trình:

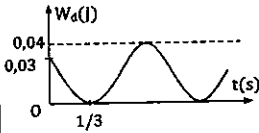
- A.  $x = 8\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$  cm.      B.  $x = 8\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  cm.  
 C.  $x = 8\sqrt{2}\cos\left(2\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$  cm.      D.  $x = 8\sqrt{2}\cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{4}\right)$  cm.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có  $T = 2 \Rightarrow \omega = \pi \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 8\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = 8\cos(\pi t + \pi) \end{cases} \Rightarrow x = x_1 + x_2 = 8\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$

Đáp án C.

Câu 15: Một vật có khối lượng 400g dao động điều hoà có đồ thị động năng như hình vẽ.



Tại thời điểm  $t = 0$  vật đang chuyển động theo chiều dương, lấy

$\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là:

- A.  $x = 10\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).      B.  $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).  
 C.  $x = 10\sqrt{2}\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).      D.  $x = 10\cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  (cm).

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- Động năng cực đại là cơ năng và bằng 0,04 J.

$$\frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = 0,04 \Rightarrow v_{\max} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ m/s} = 20\sqrt{5} \text{ cm/s}$$

- Tại thời điểm  $t = 0$  ta có

$$W_d = 0,03 \Rightarrow |v| = \sqrt{\frac{2W_d}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,03}{0,4}} = \frac{\sqrt{15}}{10} \text{ m/s} = 10\sqrt{15} \text{ cm/s}$$

Vì vật đang chuyển động theo chiều dương nên  $v = +10\sqrt{15} \text{ cm/s}$ , nhìn đồ thị ta thấy sau thời điểm  $t = 0$  thì động năng giảm, nên tốc độ giảm. Do đó dựa vào đường tròn của vận tốc, ta có pha ban đầu của vận tốc là  $\varphi_v = \frac{\pi}{6}$ .

Suy ra pha ban đầu của li độ là  $\varphi_x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$ .

- Tại thời điểm  $t = \frac{1}{3} \text{ s}$  thì động năng triệt tiêu ( $v = 0$ ), do đó dựa vào đường tròn ta có

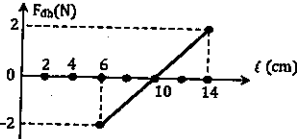
$$t = \frac{1}{3} = \frac{T}{6} \Rightarrow T = 2\text{s} \Rightarrow \omega = \pi \text{ (rad/s)}$$

- Biên độ  $A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{20\sqrt{5}}{\pi} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$

Phương trình dao động:  $x = 10\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$ .

Đáp án A.

Câu 16: Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa mà lực đàn hồi và chiều dài của lò xo có mối liên



hệ được cho bởi đồ thị hình vẽ.

Độ cứng của lò xo bằng:

- A. 100 N/m.      B. 150 N/m.      C. 50 N/m.      D. 200 N/m.

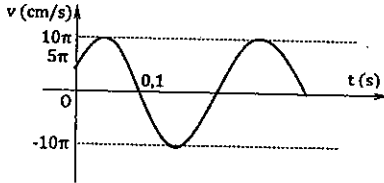
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có

$$\begin{cases} F_{dh-max} = k(\Delta l + A) = 2 \\ F_{dh-min} = k(\Delta l - A) = -2 \\ l_{max} = l_0 + \Delta l + A = 14 \\ l_{min} = l_0 + \Delta l - A = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = 4 \\ F_{dh-max} - F_{dh-min} = 2kA = 4 \end{cases} \Rightarrow k = \frac{2}{A} = \frac{2}{0,04} = 50 N/m$$

Đáp án C.

Câu 17: Một vật dao động điều hòa có đồ thị vận tốc - thời gian như hình vẽ.



- A.  $x = 1,2 \cos\left(\frac{25\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right)$  cm.  
 C.  $x = 2,4 \cos\left(\frac{10\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

Phương trình dao động của vật là

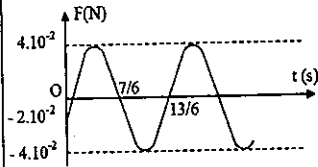
- B.  $x = 1,2 \cos\left(\frac{25\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm.  
 D.  $x = 1,2 \cos\left(\frac{10\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có  $\begin{cases} \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = 0,1 \Rightarrow \omega = \frac{25\pi}{3} \\ v = 10\pi \cos\left(\frac{25\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow x = \frac{10\pi}{25\pi} \cos\left(\frac{25\pi}{3}t - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 1,2 \cos\left(\frac{25\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right)$

Đáp án A.

**Câu 18:** Một vật có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ , dao động điều hoà theo phương trình có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Biết đồ thị lực kéo về theo thời gian  $F(t)$  như hình vẽ.



Lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ .

C.  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ .

B.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ .

D.  $x = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ .

**Lời giải**

Từ đồ thị, ta có:  $\frac{T}{2} = \frac{13}{6} - \frac{7}{6} = 1 \text{ (s)} \Rightarrow T = 2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow k = m \cdot \omega^2 = 1 \text{ (N/m)}$ .

+ ) Ta có:  $|F_{\max}| = kA \Rightarrow A = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$ .

+ ) Lúc  $t = 0 \text{ (s)}$  từ đồ thị, ta có:  $F_k = kx = 2 \cdot 10^2 \text{ m} \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$  và  $F_k$  đang tăng dần (vật đang chuyển động về VTGB)  $v < 0$

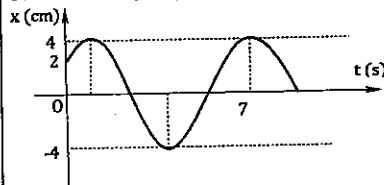
$$\Rightarrow \begin{cases} x = A \cos \varphi = 2 \text{ cm} \\ v = -A \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Vậy, phương trình dao động của vật là:  $x = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$ .

**Lưu ý:** Pha ban đầu của các đáp án đều là  $\frac{\pi}{3}$  nên ta không cần phải tính pha trong quá trình tính toán nữa!

Đáp án D.

**Câu 19:** Đồ thị li độ của một vật dao động điều hòa có dạng như hình vẽ.



Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}\left(t - \frac{\pi}{3}\right)\right) \text{ cm}$ .

C.  $x = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$ .

B.  $x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}(t - 1)\right) \text{ cm}$ .

D.  $x = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{7}t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$ .

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị ta có:

- Tại thời điểm ban đầu, chất điểm đi qua vị trí  $x = 2 \text{ cm}$  theo chiều dương, suy ra pha ban đầu là  $-\frac{\pi}{3}$ .

- Thời gian vật đi từ vị trí ban đầu đến biên dương lần thứ hai là:

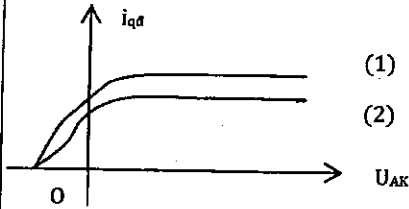
$$\frac{T}{6} + T = 7 \Rightarrow T = 6 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$$

Vậy phương trình dao động của vật là  $x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}(t - 1)\right) \text{ cm}$ .

Đáp án B.



Câu 20: Hình vẽ bên là hai đường đặc trưng vôn-ampe của một tế bào quang điện.



Trong cả hai trường hợp thì tế bào được chiếu sáng bởi ánh sáng đơn sắc. So sánh các đường cong có thể nhận xét rằng: Đường cong (1) ứng với ánh sáng chiếu vào tế bào quang điện :

- A. Cường độ nhỏ hơn và tần số như nhau.
- B. Cường độ lớn hơn và tần số lớn hơn.
- C. Cường độ nhỏ hơn và tần số nhỏ hơn.
- D. Cường độ lớn hơn và tần số như nhau.

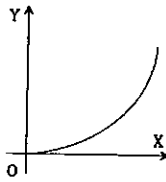
Lời giải

Vì cùng  $U_{hm}$  nên cùng 1 năng lượng do đó cùng tần số.

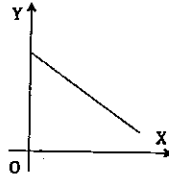
Cường độ dòng điện 1 lớn hơn 2 nên cường độ sáng cũng vậy.

Đáp án D.

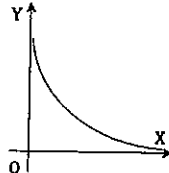
Câu 21: Một chất phóng xạ có số nguyên tử ban đầu ( $t=0$ ) là  $N_0$ , số nguyên tử chất phóng xạ vào thời điểm  $t$  là  $N_t$ . Trong các đồ thị sau đây đồ thị nào biểu thị sự phụ thuộc của  $\ln N_t$  vào thời điểm  $t$  ( $Y = \ln N_t, X = t$ ).



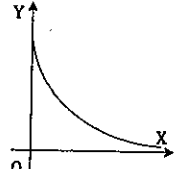
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 2.

C. Hình 4.

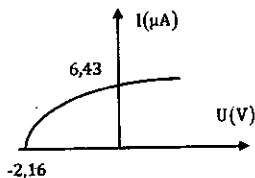
D. Hình 1.

Lời giải

$$\ln N_t = \ln \left( N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \right) = \ln N_0 - \frac{t}{T} \ln 2 \Rightarrow \text{phương trình đó có dạng đường thẳng.}$$

Đáp án B.

**Câu 22:** Một chùm bức xạ bước sóng  $\lambda$ , có công suất P chiếu vào bề mặt catot của 1 tế bào quang điện. Ta thu được đường đặc trưng vôn - ampe như hình vẽ.



Kim loại làm catot có công thoát  $2,4(eV)$  và hiệu suất quang điện là  $0,005$ . Dựa vào số liệu của đồ thị bên để tính bước sóng  $\lambda$  và công suất P.

A.  $\lambda = 0,27 \mu m, P = 5,9 \text{ mW}$ .

B.  $\lambda = 0,27 \mu m, P = 4,9 \text{ mW}$ .

C.  $\lambda = 0,25 \mu m, P = 4,9 \text{ mW}$ .

D.  $\lambda = 0,25 \mu m, P = 5,9 \text{ mW}$ .

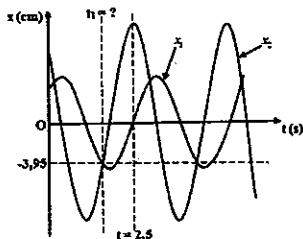
**Lời giải**

$$U_h = -2,16 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = (|U_h| + A) \cdot e \Rightarrow \lambda = 0,27 \mu m$$

$$\text{Ta có } n_e = \frac{6,43 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,005} \Rightarrow P = n_e \cdot \frac{hc}{\lambda} = 5,9 \text{ (mW)}$$

Đáp án A.

**Câu 23:** Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng chu kì T và có cùng trục tọa độ Oxt có phương trình dao động điều hòa lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  (cm) và  $x_2 = v_1 T$  (cm) được biểu diễn trên đồ thị như hình vẽ.



Biết tốc độ dao động cực đại của chất điểm bằng  $53,4$  (cm/s). Giá trị của  $t_1$  gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 0,56.

B. 0,52.

C. 0,75.

D. 0,64.

**Lời giải**

Ta có thể tóm lược các dữ kiện đề bài từ đồ thị và các phương trình:

$$\text{Phương trình dao động các vật: } \begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi) \\ x_2 = v_1 T = (x_1)' T = -2\pi A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \end{cases}$$

Nhìn vào đồ thị: tại thời điểm  $t_1$ , hai vật gặp nhau ở tọa độ  $x = -3,95$ , tại thời điểm  $t = 2,5$ (s) vật 1 đang ở vị trí cân bằng theo chiều dương, vật 2 đang ở vị trí biên dương.

Xét tại thời điểm  $t_1$  thì  $x_1 = x_2$

$$\text{Điều này tương đương } A_1 \cos(\omega t_1 + \varphi_1) = -2\pi A_1 \sin(\omega t_1 + \varphi_1) \Rightarrow \varphi = \omega t_1 + \varphi_1 = \arctan\left(-\frac{1}{2\pi}\right) +$$

$k\pi \{k \in \mathbb{Z}\}$

$$\text{Tại thời điểm } t = 2,5 \text{ (s) thì } \begin{cases} x_1 = 0 \\ v_1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \omega t + \varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$$

Từ đó ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \omega t_1 + \varphi_1 = \arctan\left(-\frac{1}{2\pi}\right) + k\pi \\ \omega t + \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \omega(t_1 - t) = \arctan\left(-\frac{1}{2\pi}\right) + \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Ta thấy hai thời điểm  $t_1$  và  $t$  là hai thời điểm gần nhau nhất và  $t_1 < t = 2,5$  nên ta tìm được  $k = -1$

Từ đó ta có: 
$$t_1 = \frac{\arctan\left(-\frac{1}{2\pi}\right) - \frac{\pi}{2}}{\omega} + 2,5$$

Mặt khác ta cũng có  $v_{max} = \omega \cdot A_{th}$ . Hai dao động trên vuông pha với nhau nên  $A_{th} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = A_1\sqrt{1 + 4\pi^2}$

Do vậy nên:  $v_{max} = \omega A_1\sqrt{1 + 4\pi^2} \Rightarrow A_1 = \frac{v_{max}}{\omega\sqrt{1 + 4\pi^2}}$

Thay vào phương trình  $x_2$  ta suy ra: 
$$x_2 = -2\pi \frac{v_{max}}{\omega\sqrt{1 + 4\pi^2}} \sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{2\pi}\right)\right) = -3,95 \Rightarrow \omega = \frac{-2\pi v_{max} \cdot \sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{2\pi}\right)\right)}{-3,95\sqrt{1 + 4\pi^2}}$$

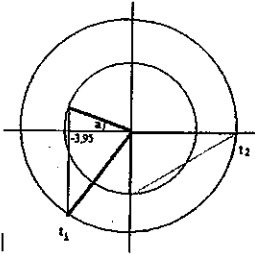
Bằng máy tính ta tính được  $\omega \approx 2,1$  (rad/s)  $\Rightarrow T \approx 2,994$  (s)

Thay vào phương trình tính  $t_1$  ta tính được  $t_1 \approx 1,636$  (s)

Từ đó ta có tỉ lệ  $\delta = \frac{t_1}{T} \approx 0,546$ . Từ đó ta có đáp án A

Nhận xét: Bài toán này là một câu về đồ thị khá hay, theo xu hướng ra đề gần đây.

Lời giải khác gọn hơn:



Ta có:  $x_1 = x_2 \Leftrightarrow A \cos \alpha = 2\pi A \sin \alpha = 3,95 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow \alpha = 9^\circ \\ A = \frac{3,95}{\cos 9^\circ} = 4 \text{ (cm)} \end{cases}$

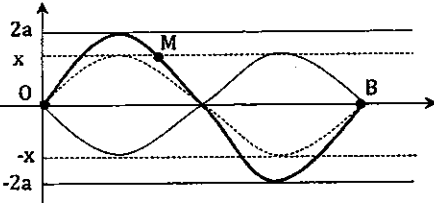
Mặt khác hai dao động vuông pha nên  $v_{max} = \frac{2\pi}{T} A\sqrt{1 + 4\pi^2} = 53,4 \Rightarrow T = 3$  (s)

Từ  $t_1$  đến  $t_2$  vec-tơ quay quét được một góc bằng  $99^\circ$  trên đường tròn lượng giác

$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{T} (2,5 - t_1) = 1,73 \Rightarrow t_1 = 1,675$  (s)  $\Rightarrow \frac{t_1}{T} = 0,56$

Đáp án A.

Câu 24: Sóng dừng trên sợi dây đàn hồi OB chiều dài L mô tả như hình bên



. Điểm O trùng với gốc tọa độ của trục tung. Sóng tới điểm B có biên độ a. Thời điểm ban đầu hình ảnh sóng là đường nét liền đậm, sau thời gian  $\Delta t$  và  $5\Delta t$  thì hình ảnh sóng lần lượt là đường nét đứt và đường nét liền mờ. Biết rằng trạng thái đường nét liền mờ của dây là sợi dây không đuối (tức là mọi điểm đang có xu hướng đi về vị trí biên âm), tốc độ truyền sóng là v. Tốc độ dao động cực đại của điểm M được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $2\pi \frac{va}{L}$ .      B.  $\pi \frac{va}{L}$ .      C.  $2\pi\sqrt{2} \frac{va}{L}$ .      D.  $\pi\sqrt{3} \frac{va}{2L}$ .

**Lời giải**

Điểm bụng có biên độ 2a.

Từ đồ thị ta thấy đi từ li độ 2a đến li độ -2a hết thời gian  $\Delta t + 5\Delta t = 6\Delta t = \frac{T}{2}$ . Từ đây suy ra  $\Delta t = \frac{T}{12}$

Vẽ đường tròn lượng giác ra, tương ứng ta có  $x = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

Điểm M có biên độ  $A_M = x = a\sqrt{3}$

Mặt khác bước sóng  $\lambda = L = v.T = \frac{2\pi v}{\omega}$  nên tần số góc  $\omega = \frac{2\pi v}{L}$

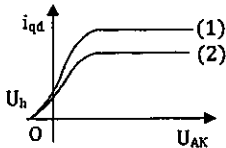
Vậy tốc độ dao động cực đại của điểm M là  $v_{maxM} = \omega.A_M = 2\pi\sqrt{3} \cdot \frac{va}{L}$

Mở rộng: Nếu ở trạng thái đường nét liền mà sợi dây đang đuối (tức là mọi điểm đang có xu hướng đi về vị trí cân bằng thì  $\Delta t = \frac{T}{8}$ , từ đó biên độ của điểm M là  $A_M = x = a\sqrt{2}$

Tương ứng ta có tốc độ cực đại của điểm M là  $v_{maxM} = \omega.A_M = 2\pi\sqrt{2} \cdot \frac{va}{L}$

Đáp án C.

Câu 25: Hình vẽ trong bài là đồ thị ghi được trong kết quả của thí nghiệm với tế bào quang điện.



Hãy chọn phương án đúng:

- A. Đó là đặc tuyến vôn-ampe của một tế bào quang điện với hai loại ánh sáng đơn sắc khác nhau có cùng cường độ.  
 B. Đó là đặc tuyến vôn-ampe của một tế bào quang điện với hai chế độ chiếu sáng khác nhau của một loại ánh sáng đơn sắc.  
 C. Đó là đặc tuyến vôn-ampe của hai bào quang điện được chiếu sáng bởi một loại ánh sáng đơn sắc có cường độ khác nhau.  
 D. Đó là đặc tuyến vôn-ampe của hai bào quang điện được chiếu sáng bởi hai loại ánh sáng đơn sắc khác nhau có cùng cường độ.

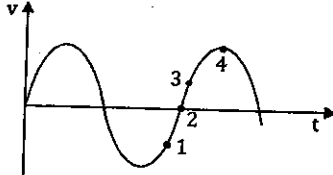
Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy:

- + Hai đường cong cùng xuất phát từ một giá trị  $-U_h$  nên ánh sáng đơn sắc được dùng giống nhau.
- + Hai đường cong có một phần song song với nhau, khác nhau về cường độ dòng điện bão hòa, do đó cường độ chiếu sáng khác nhau. Đó là đặc tuyến vôn-ampe của hai bào quang điện được chiếu sáng bởi một loại ánh sáng đơn sắc có cường độ khác nhau.

Đáp án C.

Câu 26: Đồ thị vận tốc - thời gian của một dao động điều hòa được cho trên hình vẽ.



Chọn câu đúng:

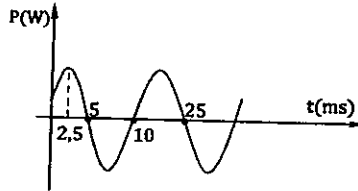
- A. Tại vị trí 3 gia tốc của vật âm.
- B. Tại vị trí 2 li độ của vật âm.
- C. Tại vị trí 4 gia tốc của vật dương.
- D. Tại vị trí 1 li độ có giá trị âm.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta có, tại vị trí 1 vận tốc có giá trị âm và đang có xu hướng đến 2 (vận tốc bằng 0). Tức là vật đang đi theo chiều âm và xu hướng về biên. Điều này chỉ xảy ra khi vật có li độ âm, đang hướng về biên âm.

Đáp án D.

Câu 27: Đồ thị biểu diễn thời gian dòng điện sinh công dương cung cấp cho mạch điện được thể hiện



qua đồ thị sau (hình vẽ).

Biết rằng hiện điện thế hai đầu đoạn mạch là  $u = 100\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)V$ , mạch gồm điện trở  $R = 100\Omega$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ , mạch có tính cảm kháng. Biểu thức cường độ dòng điện trong mạch là :

- A.  $i = \cos\left(50\pi t - \frac{7\pi}{12}\right)(A)$ .
- B.  $i = \cos\left(100\pi t - \frac{7\pi}{12}\right)(A)$ .
- C.  $i = \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(A)$ .
- D.  $i = \cos\left(50\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(A)$ .

Lời giải

Công thức tính thời gian dòng điện trong một chu kì đã được đề trong cuốn siêu phẩm:  $\frac{2(\pi - |\varphi|)}{2\pi}T$ .

Theo đồ thị -  $T_p = 20(ms)$ , thời gian dòng điện sinh công âm ( trong một chu kỳ của  $P$  ) là 5 ms.

Nên trong một chu kì của  $i$  hoặc  $u$  thì  $T = 40$  ms và thời gian dòng điện sinh công dương là:  $(20-5)2=30ms$ .

Do đó ta có  $\frac{2(\pi - |\varphi|)}{2\pi}T = \frac{3}{4}T \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4}$ .

Theo bài ra mạch có tính cảm kháng nên ta có :  $\varphi = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{R}{Z} = \cos \varphi \Rightarrow Z = R\sqrt{2} = 100\sqrt{2}\Omega$ .

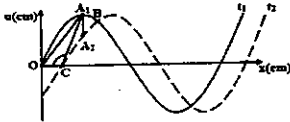
$$\rightarrow I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{100\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = 1(A) \Rightarrow T = 40ms \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 50\pi$$

$$\Rightarrow i = \cos(50\pi t - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}) \rightarrow i = \cos(50\pi t - \frac{7\pi}{12})(A).$$

Nhận xét : Có nhiều bạn đến đây chọn lại chọn đáp án B , nên chú ý rằng chu kì của i bằng hai lần chu kì của công suất tức thời nhé !

Đáp án A.

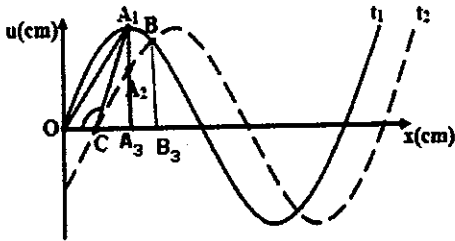
Câu 28: Tại điểm O trên mặt nước có một nguồn sóng đang lan truyền với bước sóng là  $\lambda$  , tốc độ truyền sóng là  $v$  và biên độ là  $a$  gần với trục tọa độ như hình vẽ.



Tại thời điểm  $t_1$  sóng có dạng nét liền và tại thời điểm  $t_2$  sóng có dạng nét đứt. Biết  $u_{A_1}^2 = u_B^2 + u_{A_2}^2$  và  $v_C = -\frac{\pi}{2}v$ ,  $A_1, A_2$  có cùng vị trí trên phương truyền sóng. Góc  $A_1CO$  gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $107,3^\circ$       B.  $106,1^\circ$       C.  $108,5^\circ$       D.  $109,7^\circ$

Lời giải



Gọi  $A_3$  và  $B_3$  là hình chiếu của  $A_1$  và  $B$  trên  $Ox$

Điểm C đang ở vị trí cân bằng nên ta có  $v_C = \frac{\pi v}{2} = \omega a = \frac{2\pi}{T}a \Rightarrow a = \frac{\lambda}{4}$

Xét thời điểm từ  $t_1$  tới  $t_2$

+ Điểm B dao động từ  $u_B$  đến biên rồi lại về  $u_B$

+ Điểm  $A_1$  dao động đến  $A_2$

Kết hợp với điều kiện  $u_{A_1}^2 = u_B^2 + u_{A_2}^2$  ta suy ra các đại lượng:

+)  $\Delta t = \frac{T}{6}, u_{A_2} = \frac{a}{2}, u_B = \frac{a\sqrt{3}}{2}, u_{A_1} = a$

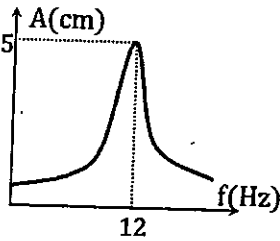
+)  $OC = \frac{\lambda}{6}, OA_3 = \frac{\lambda}{4}, CA_3 = \frac{\lambda}{12}$

+)  $OA_1 = 0,25\sqrt{2}\lambda, CA_1 = \sqrt{\frac{1}{144}\lambda^2 + (0,25)^2\lambda^2} = \frac{\sqrt{10}}{12}\lambda$

Khi đó  $\cos \widehat{A_1CO} = \frac{CA_1^2 + OC^2 - OA_1^2}{2CA_1OC} = -\frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \widehat{A_1CO} \approx 108,5^\circ$

Đáp án C.

Câu 29: Một vật nặng được gắn vào một lò xo có độ cứng 40N/m thực hiện dao động cưỡng bức. Sự phụ thuộc của biên độ dao động này vào tần số của lực cưỡng bức được biểu diễn như trên hình vẽ.



Hãy xác định năng lượng toàn phần của hệ khi cộng hưởng.

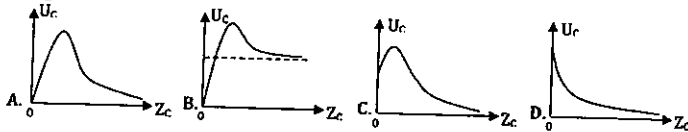
- A.  $5 \cdot 10^{-2}$  J.      B.  $10^{-1}$  J.      C.  $1,25 \cdot 10^{-2}$  J.      D.  $2 \cdot 10^{-2}$  J.

Lời giải

Năng lượng toàn phần của hệ khi cộng hưởng:  $W = \frac{1}{2}kA_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot \left(\frac{5}{100}\right)^2 = 5 \cdot 10^{-2} (J)$

Đáp án A.

Câu 30: Cho mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Hiệu điện thế đặt vào hai đầu mạch là  $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$ , với  $U$  và  $\omega$  không đổi. Đồ thị nào biểu diễn đúng nhất sự phụ thuộc của hiệu điện thế hiệu dụng trên tụ điện vào dung kháng?



- A. Đồ thị A.      B. Đồ thị B.  
 C. Đồ thị C.      D. Đồ thị D.

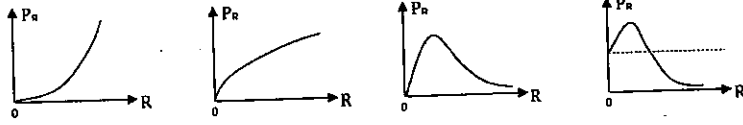
Lời giải

Hiệu điện thế hiệu dụng trên tụ điện  $U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

- + Khi  $Z_C = 0 \Rightarrow U_C = 0$
- + Khi  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$  thì  $U_C$  lớn nhất
- + Khi  $Z_C \rightarrow \infty$  thì  $U_C \rightarrow U$

Đáp án B.

Câu 31: Một mạch điện không phân nhánh gồm một cuộn thuần cảm  $L$ , một tụ điện  $C$  và một biến trở  $R$  được mắc vào một hiệu điện thế xoay chiều  $u = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t$  (V). Đồ thị nào sau đây mô tả tốt nhất sự phụ thuộc của công suất của mạch điện theo  $R$ ?



A. Đồ thị A.

B. Đồ thị B.

C. Đồ thị C.

D. Đồ thị D.

**Lời giải**

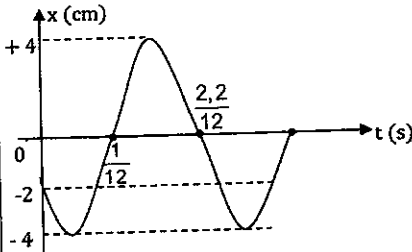
+ Khi  $R = 0$ , mạch gồm cuộn dây thuần cảm và tụ điện nên không tiêu thụ điện năng, hay nói cách khác, công suất tỏa nhiệt trên mạch bằng 0.

+ Khi  $R = R_0 = |Z_L - Z_C|$  thì công suất tỏa nhiệt trên mạch lớn nhất

+ Khi  $R$  tiến tới vô cùng thì công suất tiến dần tới 0.

Đáp án C.

Câu 32: Hình vẽ là đồ thị biểu diễn độ dời dao động  $x$  theo thời gian  $t$  của một vật dao động điều hòa.



Viết phương trình dao động của vật.

A.  $x = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).

B.  $x = 4\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).

C.  $x = 4\cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm).

D.  $x = 4\cos\left(20t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).

**Lời giải**

Nhìn vào đồ thị ta thấy:

+ Biên độ của vật bằng 4 cm.

+ Hai lần liên tiếp vật đi qua vị trí cân bằng là  $t = \frac{2,2}{12} - \frac{1}{12} = 0,1$  (s). Mà khoảng thời gian vật đi qua vị trí cân bằng hai lần liên tiếp là một nửa chu kì nên ta có chu kì dao động  $T = 0,2$  (s), do đó tần số góc của dao động  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$  (rad/s) do đó đáp án C và D bị loại.

+ Tại thời điểm  $t=0$ , vật qua vị trí  $x=-2$ , nên  $4\cos(10\pi \cdot 0 + \varphi) = -2$ , do đó đáp án B bị loại.

Đáp án A.





điểm 2 là:

$$x_2 = 6 \cos \left( \frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ (cm)}.$$

- Hai chất điểm có cùng li độ khi  $x_1 = x_2$  tương đương

$$6 \cos \left( \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} \right) = 6 \cos \left( \frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = - \left( \frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} \right) + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3k \\ t = 0,5 + m \end{cases}$$

- Nhìn đồ thị, ta thấy trong khoảng thời gian từ  $0 < t < T_2 + \frac{T_2}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3,75$  s thì hai đồ thị cắt nhau 5 lần. Do đó

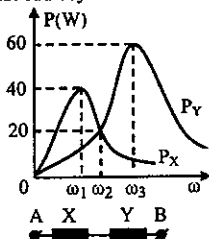
$$\begin{cases} 0 < t = 3k < 3,75 \\ 0 < t = 0,5 + m < 3,75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < k < 1,25 \\ -0,5 < m < 3,25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ m = 0; 1; 2; 3 \end{cases}$$

- Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần 5 ứng với  $m = 3$ , tức là  $t = 0,5 + 3 = 3,5$  s.

**Đáp án D.**

Ngoài ra, nhìn đồ thị, nếu tính ý, chúng ta thấy điểm cắt lần thứ 5 ứng với thời điểm nằm trong khoảng  $2T_1 + \frac{T_1}{4} < t < T_2 + \frac{T_2}{4}$ , tức là  $3,375 < t < 3,75$ , dựa vào 4 đáp án ta có thể chọn ngay D.

**Câu 35:** Lần lượt đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  ( $U$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu của đoạn mạch  $X$  và vào hai đầu của đoạn mạch  $Y$ ; với  $X$  và  $Y$  là các đoạn mạch có  $R, L, C$  mắc nối tiếp. Trên hình vẽ,  $P_X$  và  $P_Y$  lần lượt biểu diễn quan hệ công suất tiêu thụ của  $X$  với  $\omega$  và của  $Y$  với  $\omega$ . Sau đó, đặt điện áp  $u$  lên hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm  $X$  và  $Y$  mắc nối tiếp. Biết cảm kháng của hai cuộn cảm thuần mắc nối tiếp (có cảm kháng  $Z_{L1}$  và  $Z_{L2}$ ) là  $Z_L = Z_{L1} + Z_{L2}$  và dung kháng của hai tụ điện mắc nối tiếp (có dung kháng  $Z_{C1}$  và  $Z_{C2}$ ) là  $Z_C = Z_{C1} + Z_{C2}$ . Khi  $\omega = \omega_2$ , công suất tiêu thụ của đoạn mạch  $AB$  có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?



A. 14 W.

B. 10 W.

C. 22 W.

D. 18 W.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- Khi  $\omega = \omega_1$  thì công suất trên đoạn mạch  $X$  đạt giá trị cực đại, tức là

$$\frac{U^2}{R_1} = 40.$$

- Khi  $\omega = \omega_3$  thì công suất trên đoạn mạch  $Y$  đạt giá trị cực đại, tức là

$$\frac{U^2}{R_2} = 60.$$

Từ đó ta có

$$2R_1 = 3R_2 \quad (1)$$

- Khi  $\omega = \omega_2$

+ Đối với đoạn mạch X:

$$P_X = R_1 \frac{U^2}{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = R_1 \frac{40R_1}{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = 20 \quad (2)$$

+ Đối với đoạn mạch Y:

$$P_Y = R_2 \frac{U^2}{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = R_2 \frac{60R_2}{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = 20 \quad (3)$$

+ Đối với đoạn mạch gồm X và Y nối tiếp:

$$P_{XY} = (R_1 + R_2) \frac{U^2}{(R_1 + R_2)^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2} - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2} \\ = (R_1 + R_2) \frac{40R_1}{(R_1 + R_2)^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2} - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2} \quad (4)$$

Chuẩn hóa cho  $R_1 = 1$ , từ (1) ta có  $R_2 = \frac{2}{3}$ . Từ (2) và chú ý khi  $\omega = \omega_2$  thì mạch X có tính cảm kháng nên ta có

$$\frac{40}{1 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = 20 \Rightarrow Z_{L_1} - Z_{C_1} = 1.$$

Từ (3) và chú ý khi  $\omega = \omega_2$  thì mạch Y có tính dung kháng nên ta có:

$$\frac{60\left(\frac{2}{3}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = 20 \Rightarrow Z_{L_2} - Z_{C_2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy

$$P_{XY} = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \frac{40}{\left(1 + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = 23,97 \text{ W.}$$

### Đáp án C.

**Bình luận:** Sẽ có rất nhiều người thắc mắc vì sao lại có thể chuẩn hóa cho  $R_1 = 1$ , liệu chuẩn hóa các đại lượng khác có được không? Và khi nào có thể chuẩn hóa được?

Chuẩn hóa theo các đại lượng khác hoàn toàn có thể. Và hoàn toàn chuẩn hóa với số bất kì (chứ không phải là chỉ chuẩn hóa với đại lượng 1).

Để tính được (4) ta cần tìm được 4 ẩn  $R_1, R_2, (Z_{L_1} - Z_{C_1}), (Z_{L_2} - Z_{C_2})$ . Thế nhưng ta chỉ có 3 phương trình (1), (2), (3) liên hệ giữa các ẩn. Phải chăng sẽ không giải được?

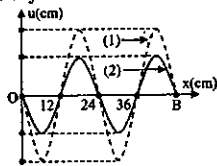
Vì các phương trình (1), (2), (3) là các phương trình đồng bậc với các ẩn. Do đó từ ba phương trình này, ta hoàn toàn có thể tính 3 ẩn theo 1 ẩn còn lại. Mặt khác, biểu thức (4) là tỉ số của hai biểu thức đồng bậc giữa các ẩn nên ta hoàn toàn có thể tính được kết quả của bài toán. Vì sao lại vậy?

Giả sử từ 3 phương trình, ta biểu diễn được 3 ẩn còn lại theo  $R_1$  chẳng hạn, sau đó thay vào (4) thì tỉ số và mẫu số sẽ là một biểu thức đồng bậc theo  $R_1$ , và khi chia cho nhau thì sẽ mất  $R_1$  đi.

Như vậy, việc xuất hiện  $R_1$  là không có ý nghĩa gì (các ẩn khác cũng thế). Và ta hoàn toàn có thể gán cho  $R_1$  bất kì một giá trị nào đó mà không làm sai lệch đi kết quả của bài toán.

Dãy chính là bản chất của việc chuẩn hóa. Bạn đọc có thể tham khảo bài số 24 trong file *Lời giải chi tiết đề thi Đại học khối A 2013 - Tăng Hải Tuân*, cũng sử dụng chuẩn hóa. Gần đây (cuối năm 2014), tác giả Nguyễn Đình Yên đã tổng quát hóa lên từ các tài liệu trước đó và viết nên một chuyên đề về phương pháp này, gọi là "Phương pháp chuẩn hóa số liệu".

**Câu 36:** Trên một sợi dây OB căng ngang, hai đầu cố định đang có sóng dừng với tần số  $f$  xác định. Gọi M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm. Hình vẽ mô tả hình dạng sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường 1) và  $t_2 = t_1 + \frac{11}{12f}$  (đường 2). Tại thời điểm  $t_1$ , li độ của phần tử dây ở N bằng biên độ của phần tử dây ở M và tốc độ của phần tử dây ở M là 60 cm/s. Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của phần tử dây ở P là



- A.  $20\sqrt{3}$  cm/s.                      B. 60 cm/s.  
 C.  $-20\sqrt{3}$  cm/s.                    D. -60 cm/s.

Lời giải

- Từ đồ thị ta có  $\frac{\lambda}{2} = 12 \Rightarrow \lambda = 24$ cm.  
 - Vì M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm nên nếu gọi A là biên độ của bụng thì A chính là biên độ của N (vì  $BN = 6 = \frac{\lambda}{4}$ ). Ta có

$$\begin{cases} A_N = A \\ A_M = A \left| \sin \frac{2\pi BM}{\lambda} \right| = A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 4}{12} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2} A \\ A_P = A \left| \sin \frac{2\pi PM}{\lambda} \right| = A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 38}{12} \right| = \frac{1}{2} A \end{cases}$$

- Mặt khác, vì M và N thuộc cùng một bó sóng, nên M và N cùng pha. P thuộc bó sóng thứ 4 kể từ bó sóng chứa M nên P ngược pha với M. Vậy M và N cùng pha và ngược pha với P. Khi đó ta có

$$\begin{cases} \frac{x_M}{x_N} = \frac{A_M}{A_N} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} A}{A} \\ \frac{v_P}{v_M} = -\frac{v_{\max P}}{v_{\max M}} = -\frac{\omega A_P}{\omega A_M} = -\frac{\frac{1}{2} A}{\frac{\sqrt{3}}{2} A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{\sqrt{3}}{2} x_N \\ v_P = -\frac{1}{\sqrt{3}} v_M \end{cases}$$

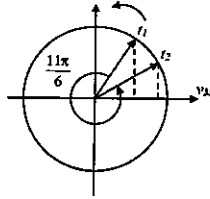
- Như vậy, để tính được  $v_P$  tại thời điểm  $t_2$  thì ta sẽ tính  $v_M$  tại thời điểm  $t_2$ . Ta sẽ sử dụng đường tròn để tính vận tốc  $v_M$  tại thời điểm  $t_2$ , muốn tính được thì ta phải biết tại thời điểm  $t_1$  thì  $v_M$  có giá trị là bao nhiêu (âm hay dương), đang tăng hay đang giảm. Đồ thị sẽ cho ta xác định được điều này.  
 - Nhìn đồ thị ta thấy, tại thời điểm  $t_1$ , hình dạng sợi dây là (1), nếu phần tử tại M đang đi xuống thì sau  $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{11}{12f} = \frac{11T}{12}$ , tức là sau gần 1 chu kì hình dạng sóng không thể là (2). Vậy M phải đi lên, tức là tại thời điểm  $t_1$  M đang đi lên với vận tốc  $v_M = +60$  cm/s và đang giảm.  
 - Tại thời điểm  $t_1$  ta có:

$$x_N = A_M \Rightarrow x_M = \frac{\sqrt{3}}{2} x_N = \frac{\sqrt{3}}{2} A_M$$

mà

$$\left(\frac{x_M}{A_M}\right)^2 + \left(\frac{v_M}{v_{M \max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{v_M}{v_{M \max}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow v_{M \max} = 2|v_M| = 120 \text{ (cm/s)}$$

- Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{11}{12f}$  thì vector  $\vec{v}_{M \max}$  quét được thêm góc  $\frac{11}{12f} \cdot 2\pi f = \frac{11\pi}{6}$ , sử dụng đường tròn ta có



- Tại thời điểm  $t_2$  thì

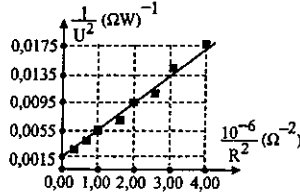
$$v_M = v_{M \max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 120 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3} \text{ (cm/s)}$$

- Từ đó suy ra

$$v_P = -\frac{1}{\sqrt{3}} v_M = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 60\sqrt{3} = -60 \text{ (cm/s)}$$

Đáp án D.

**Câu 37:** Một học sinh xác định điện dung của tụ điện bằng cách đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi,  $\omega = 314 \text{ rad/s}$ ) vào hai đầu một đoạn mạch gồm tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với biến trở  $R$ . Biết  $\frac{1}{U^2} = \frac{2}{U_0^2} + \frac{2}{U_0^2 \omega^2 C^2} \cdot \frac{1}{R^2}$ , trong đó, điện áp  $U$  giữa hai đầu  $R$  được đo bằng đồng hồ đo điện đa năng hiện số. Dựa vào kết quả thực nghiệm đo được trên hình vẽ, học sinh này tính được giá trị của  $C$  là



A.  $1,95 \cdot 10^{-3} \text{ F}$ .

B.  $5,20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ .

C.  $5,20 \cdot 10^{-3} \text{ F}$ .

D.  $1,95 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ .

Lời giải

Cách hiểu thứ nhất:

- Ta không thể coi  $x = \frac{10^{-6}}{R^2} (\Omega^{-2})$  là hoành độ được, mà chỉ có thể coi  $x = \frac{1}{R^2} (\Omega^{-2})$  là hoành độ.

- Vì ta có  $R^2$  có đơn vị (thứ nguyên) là  $\Omega^2$ , nên  $\frac{1}{R^2}$  có thứ nguyên là  $\Omega^{-2}$ , chứ không thể hiểu  $\frac{10^{-6}}{R^2}$  có thứ nguyên là  $\Omega^{-2}$ .

- Do đó trục hoành ghi  $\frac{10^{-6}}{R^2} (\Omega^{-2}) = 10^{-6} \times \frac{1}{R^2} (\Omega^{-2})$  thì ta hiểu là: mỗi giá trị trên trục hoành đem nhân với  $10^{-6}$  thì được giá trị  $\frac{1}{R^2} (\Omega^{-2})$ . Ví dụ: trục hoành ghi 1,00 thì ta có  $\frac{1}{R^2} = 1,00 \times 10^{-6} (\Omega^{-2})$ .

- Quay trở lại bài toán, đặt  $y = \frac{1}{U^2}$ ,  $x = \frac{1}{R^2}$ ,  $a = \frac{2}{U_0^2 \omega^2 C^2}$ ,  $b = \frac{2}{U_0^2}$  thì ta có

$$y = ax + b$$

- Từ đồ thị thực nghiệm, vì 2 điểm thực nghiệm  $(x; y) = \{(1 \times 10^{-6}; 0,0055), (2 \times 10^{-6}; 0,0095)\}$  thuộc

đường thẳng  $y = ax + b$  nên ta có

$$\begin{cases} 0,0055 = 1 \times 10^{-6}a + b \\ 0,0095 = 2 \times 10^{-6}a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4000 \\ b = 1,5 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

- Từ đó ta có  $\begin{cases} a = \frac{2}{U_0^2 \omega^2 C^2} \\ b = \frac{2}{U_0^2} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{b}{\omega^2 C^2} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{b}{a}}$ .

Thay số ta được  $C = \frac{1}{314} \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{4000}} = 1,95 \text{ (}\mu\text{F)}$ .

Đáp án D.

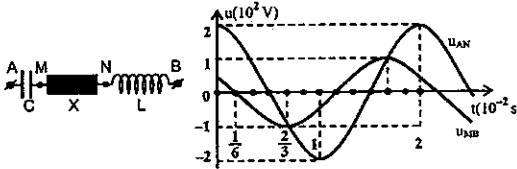
Cách hiểu thứ hai:

- Trục hoành ghi 1,00 thì ta hiểu  $\frac{10^{-6}}{R^2} = 1,00$ .

- Khi đó, bằng cách làm tương tự, ta tính được  $C = 1,95 \text{ (F)}$

Không có đáp án.

**Câu 38:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp (hình vẽ). Biết tụ điện có dung kháng  $Z_C$ , cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và  $3Z_L = 2Z_C$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AN và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch MB như hình vẽ.



Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là

- A. 173 V.      B. 86 V.      C. 122 V.      D. 102 V.

Lời giải

- Nhìn vào đồ thị, ta thấy tại thời điểm  $t = 0$ ,  $u_{AN} = 200 \text{ (V)}$  (đang ở biên dương) và đang giảm, nên

$$u_{AN} = 200 \cos(\omega t) \text{ (V)}$$

- Cũng tại  $t = 0$ , ta có  $u_{MB} = 50 = \frac{1}{2}U_{0MB} \text{ (V)}$  và đang giảm, nên

$$u_{MB} = 100 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V)}$$

- Vì  $u_C$  và  $u_L$  ngược pha, và  $3Z_L = 2Z_C$  nên  $u_C = -1,5u_L$ .

- Ta có :

$$\begin{cases} u_{AN} = u_C + u_X \\ u_{MB} = u_L + u_X \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_{AN} = u_C + u_X \\ 1,5u_{MB} = 1,5u_L + 1,5u_X \end{cases}$$

- Cộng vế với vế 2 phương trình của hệ trên, chú ý  $u_C = -1,5u_L$ , ta thu được :

$$u_X = \frac{1,5u_{MB} + u_{AN}}{2,5} = 60 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) + 80 \cos(\omega t) = 20\sqrt{37} \cos(\omega t + \varphi)$$

- Từ đó suy ra điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là  $U_{MN} = U_X = \frac{20\sqrt{37}}{\sqrt{2}} \approx 86 \text{ V}$ .

Đáp án B.



- Cũng tại thời điểm  $t = 0$  ta thấy  $i_2 = -6 \text{ mA}$  (đang ở biên âm) và đang tăng, nên phương trình  $i_2$  có dạng

$$i_1 = 6 \cos(2.10^3 \pi t - \pi) \text{ mA},$$

suy ra phương trình điện tích

$$q_2 = \frac{3}{\pi} \cos\left(2.10^3 \pi t - \frac{3\pi}{2}\right) \mu\text{C}.$$

- Tổng điện tích tại thời điểm  $t$  bất kì là :

$$q_1 + q_2 = \frac{5}{\pi} \cos(\omega t + \varphi) \leq \frac{5}{\pi}.$$

- Vậy giá trị lớn nhất của  $q_1 + q_2$  là  $\frac{5}{\pi} (\mu\text{C})$ .

Đáp án C.



CHƯƠNG 10

# CHUYÊN ĐỀ THÍ NGHIỆM THỰC HÀNH

## A. SAI SỐ TRONG THÍ NGHIỆM THỰC HÀNH

### I. PHÉP ĐO

Do một đại lượng là so sánh nó với đại lượng cùng loại được quy ước làm đơn vị.

Công cụ dùng để thực hiện việc so sánh trên gọi là dụng cụ đo. Phép so sánh trực tiếp qua dụng cụ đo gọi là phép đo trực tiếp.

Phép đo trực tiếp	Dụng cụ đo
Đo chiều dài	Thước dài
Đo thời gian	Đồng hồ

Một số đại lượng không thể đo trực tiếp mà được xác định thông qua công thức liên hệ với các đại lượng đo trực tiếp. Phép đo như vậy gọi là phép đo gián tiếp.

Phép đo gián tiếp	Phép đo trực tiếp	Dụng cụ đo
Đo gia tốc rơi tự do bằng con lắc đơn	Chiều dài dây treo	Thước dài
$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow g = 4\pi^2 \frac{\ell}{T^2}$	Đo thời gian thực hiện một dao động (Chu kì dao động)	Đồng hồ

### II. CÁC LOẠI SAI SỐ

#### 1. Sai số hệ thống

Sai số hệ thống là sai số có tính quy luật, ổn định.

Nguyên nhân

+ do đặc điểm cấu tạo của dụng cụ còn gọi là sai số dụng cụ. Ví dụ Vật có chiều dài thực là 10,7 mm.

Nhưng khi dùng thước đo chiều dài có độ chia nhỏ nhất là 1 mm thì không thể đo chính xác chiều dài được mà chỉ có thể đo được 10 mm hoặc 11 mm.

+ do không hiệu chỉnh dụng cụ đo về mốc 0 nên số liệu thu được trong các lần đo có thể luôn tăng lên hoặc luôn giảm.

Khắc phục sai số hệ thống

+ Sai số dụng cụ không khắc phục được mà thường được lấy bằng một nửa độ chia nhỏ nhất hoặc 1 độ chia nhỏ nhất (tùy theo yêu cầu của đề).

+ Sai số hệ thống do lệch mức 0 được khắc phục bằng cách hiệu chỉnh chính xác điểm 0 của các dụng cụ.

#### 2. Sai số ngẫu nhiên

Sai số ngẫu nhiên là sai số không có nguyên nhân rõ ràng.

Nguyên nhân sai số có thể do hạn chế về giác quan người đo, do thao tác không chuẩn, do điều kiện làm thí nghiệm không ổn định, do tác động bên ngoài ...

Để khắc phục sai số ngẫu nhiên người ta đo nhiều lần và tính giá trị trung bình coi đó là giá trị gần đúng với giá trị thực.

Nếu trong các lần đo mà có nghi ngờ sai sót do thu được số liệu khác xa với giá trị thực thì cần đo lại và loại bỏ số liệu nghi sai sót.

### III. CÁCH TÍNH GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH VÀ SAI SỐ TRỰC TIẾP

Giá trị trung bình:  $\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n}$

Sai số tuyệt đối của mỗi lần đo:  $\Delta A_1 = |\bar{A} - A_1|$ ;  $\Delta A_2 = |\bar{A} - A_2|$ ; ...;  $\Delta A_n = |\bar{A} - A_n|$

Sai số tuyệt đối trung bình: 
$$\begin{cases} \Delta \bar{A} = \frac{\Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_n}{n} \quad (n \geq 5) \quad (\text{VL } 10 \text{ CB}). \\ \Delta \bar{A} = \Delta A_{\text{max}} \quad (n \leq 5) \end{cases}$$

Sai số tuyệt đối của phép đo: 
$$\begin{cases} \Delta A = \Delta \bar{A} + \Delta A' \quad (\text{VL } 10 \text{ CB}) \\ \Delta A = \frac{A_{\text{max}} - A_{\text{min}}}{2} \quad (\text{VL } 10 \text{ NC}) \end{cases}$$

Sai số tỉ đối (tương đối):

Nhận xét: cách tính sai số tuyệt đối của phép đo sách NC dễ và nhận hơn sách CB, Do vậy dùng cách tính nào để phải nêu rõ ràng.

### IV. GHI KẾT QUẢ

Kết quả đo:  $A = \bar{A} \pm \Delta A$

Trong đó:

$\bar{A}$ : Giá trị gần đúng nhất với giá trị thực

$\Delta \bar{A}$ : Sai số tuyệt đối trung bình (sai số ngẫu nhiên)

$\Delta A'$ : Sai số dụng cụ

A: Kết quả đo

Khi ghi kết quả cần lưu ý: (Theo SGK Vật lí 10, Vật lí 10 NC, SGK Vật lí 10 NC)

+ Sai số tuyệt đối thường chỉ được viết đến 1 hoặc tối đa là 2 chữ số có nghĩa.

+ Giá trị trung bình được viết đến bậc thập phân tương ứng.

+ Sai số của kết quả không nhỏ hơn sai số của của dụng cụ đo kém chính xác nhất.

+ Số chữ số có nghĩa của kết quả không nhiều hơn số chữ số có nghĩa của dữ kiện kém chính xác nhất.

Số chữ số có nghĩa là tất cả các con số tính từ trái qua phải kể từ chữ số đầu tiên khác không.

Số chữ số có nghĩa càng nhiều cho biết kết quả có sai số càng nhỏ.

Ví dụ: Khi đo gia tốc rơi tự do, một học sinh tính được  $\bar{g} = 9,786345(m/s^2)$ ;  $\Delta g = 0,025479(m/s^2)$  thì kết quả được ghi như thế nào?

Hướng dẫn:

Nếu sai số tuyệt đối lấy 1 CSCN:  $g = \bar{g} \pm \Delta g = 9,79 \pm 0,03 \quad (m/s^2)$

Nếu lấy sai số tuyệt đối 2 CSCN:  $g = \bar{g} \pm \Delta g = 9,786 \pm 0,025 \quad (m/s^2)$

### V. CÁCH TÍNH SAI SỐ GIÁN TIẾP

Sai số gián tiếp của một tổng hoặc một hiệu bằng tổng sai số tuyệt đối của các số hạng.

Ví dụ:  $F = X + Y \quad Z \Rightarrow \Delta F = \Delta X + \Delta Y + \Delta Z$

Sai số gián tiếp của một tích hoặc một thương bằng tổng sai số tỉ đối của các thừa số.

Ví dụ:  $F = \frac{X \cdot Y}{Z} \Rightarrow \delta F = \delta X + \delta Y + \delta Z$  hay  $\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Delta Z}{Z}$

Sai số gián tiếp của một lũy thừa:  $\frac{\Delta X^n}{X^n} = n \frac{\Delta X}{X}$

Sai số gián tiếp của một căn số:  $\frac{\Delta \sqrt[n]{X}}{\sqrt[n]{X}} = \frac{1}{n} \frac{\Delta X}{X}$

Các hằng số phải được lấy gần đúng đến số lẻ thập phân sao cho sai số tỉ đối của phép lấy gần đúng nhỏ hơn 10 lần tổng sai số tỉ đối của các đại lượng trong công thức.

Ví dụ: Đo đường kính một đường tròn người ta thu được kết quả  $d = 50,6 \pm 0,1 \text{ mm}$ . Diện tích của đường tròn đó tính theo công thức  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ .

Cách chọn số  $\pi$  khi tính toán trong công thức là.



A.  $T = 2,04 \pm 0,08 \text{ s}$  .

B.  $T = 2,04 \pm 0,05 \text{ s}$  .

C.  $T = 2,040 \pm 0,063 \text{ s}$  .

D.  $T = 2,04 \pm 0,06 \text{ s}$  .

III. Sai số tuyệt đối của phép đo được tính theo công thức  $\Delta T = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2}$ . Kết quả của phép đo chu kì là:

A.  $T = 2,040 \pm 0,065 \text{ s}$  .

B.  $T = 2,04 \pm 0,05 \text{ s}$  .

C.  $T = 2,04 \pm 0,07 \text{ s}$  .

D.  $T = 2,04 \pm 0,06 \text{ s}$  .

Câu 7 Trong bài toán thực hành của chương trình vật lý 12, bằng cách sử dụng con lắc đơn để đo gia tốc rơi tự do là  $g = \bar{g} \pm \Delta g$  ( $\Delta g$  là sai số tuyệt đối trong phép đo). Bằng cách đo gián tiếp thì xác định được chu kỳ và chiều dài của con lắc đơn là  $T = 1,795 \pm 0,001 \text{ (s)}$ ;  $l = 0,800 \pm 0,001 \text{ (m)}$ . Gia tốc rơi tự do có giá trị là:

A.  $9,8 \pm 0,018 \text{ (m/s}^2\text{)}$  .

B.  $9,802 \pm 0,023 \text{ (m/s}^2\text{)}$  .

C.  $9,80 \pm 0,02 \text{ (m/s}^2\text{)}$  .

D.  $9,802 \pm 0,018 \text{ (m/s}^2\text{)}$  .

Câu 8 Một học sinh tiến hành thí nghiệm đo bước sóng ánh sáng bằng phương pháp giao thoa khe Y-âng. Học sinh đó đo được khoảng cách hai khe  $a = 1,50 \pm 0,01 \text{ (mm)}$ ; khoảng cách từ hai khe đến màn  $D = 580 \pm 1 \text{ (mm)}$  và khoảng cách giữa 3 vân sáng liên tiếp là  $L = 5,00 \pm 0,02 \text{ (mm)}$ . Sai số tỉ đối (tương đối) của phép đo là

A. 0,6 % .

B. 1,2 % .

C. 0,5 % .

D. 5,8 % .

Câu 9 Một học sinh dùng cân và đồng hồ đếm giây để đo độ cứng của lò xo. Dùng cân để cân vật nặng khối lượng  $m = 100 \pm 2 \text{ g}$ . Gắn vật vào lò xo và kích thích cho con lắc dao động rồi dùng đồng hồ đếm giây đo thời gian của một dao động cho kết quả  $T = 2,00 \pm 0,02 \text{ s}$ . Bỏ qua sai số của  $\pi$ . Sai số tương đối của phép đo là:

A. 1% .

B. 3% .

C. 2% .

D. 4% .

Câu 10 Một học sinh dùng đồng hồ bấm giây để đo chu kỳ dao động điều hòa  $T$  của một vật bằng cách đo thời gian mỗi dao động. Năm lần đo cho kết quả thời gian của mỗi dao động lần lượt là 2,00s; 2,05s; 2,00s; 2,05s; 2,05s. Thang chia nhỏ nhất của đồng hồ là 0,01s. Sai số tuyệt đối trung bình bằng trung bình cộng sai số tuyệt đối của mỗi lần đo. Sai số dụng cụ bằng 1 độ chia nhỏ nhất. Kết quả của phép đo chu kỳ được biểu diễn bằng

A.  $T = 2,03 \pm 0,02 \text{ (s)}$  .

B.  $T = 2,030 \pm 0,024 \text{ (s)}$  .

C.  $T = 2,03 \pm 0,03 \text{ (s)}$  .

D.  $T = 2,030 \pm 0,034 \text{ (s)}$  .

Câu 11 Để đo tốc độ truyền sóng  $v$  trên một sợi dây đàn hồi AB, người ta nối đầu A vào một nguồn dao động có tần số  $f = 100 \pm 2 \text{ Hz}$ . Đầu B được gắn cố định. Người ta đo khoảng cách giữa hai điểm trên dây gần nhất không dao động với kết quả  $d = 0,020 \pm 0,001 \text{ m}$ . Tốc độ truyền sóng trên sợi dây AB là

A.  $v = 4,00 \pm 0,28 \text{ (m/s)}$  .

B.  $v = 4,00 \pm 0,07 \text{ (m/s)}$  .

C.  $v = 4,0 \pm 0,3 \text{ (m/s)}$  .

D.  $v = 2,00 \pm 0,07 \text{ (m/s)}$  .

CHƯƠNG 11

**ĐỀ THI ĐẠI HỌC, ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CÁC NĂM GẦN ĐÂY**

**A. Đề thi THPT Quốc gia 2015**

**I. Đề bài**

Câu 1: Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là  $m$  dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình  $x = A \cos \omega t$ . Mốc tính thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của con lắc là

- A.  $m\omega A^2$ .      B.  $\frac{1}{2}m\omega A^2$ .      C.  $m\omega^2 A^2$ .      D.  $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ .

Câu 2: Một vật nhỏ dao động theo phương trình  $x = 5 \cos(\omega t + 0,5\pi)$  (cm). Pha ban đầu của dao động là

- A.  $\pi$ .      B.  $0,5\pi$ .      C.  $0,25\pi$ .      D.  $1,5\pi$ .

Câu 3: Một mạch dao động điện từ lí tưởng gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Chu kì dao động riêng của mạch là

- A.  $T = \pi\sqrt{LC}$ .      B.  $T = \sqrt{2\pi LC}$ .  
C.  $T = \sqrt{LC}$ .      D.  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .

Câu 4: Một chất điểm dao động theo phương trình  $x = 6 \cos \omega t$  (cm). Dao động của chất điểm có biên độ là

- A. 2 cm.      B. 6 cm.      C. 3 cm.      D. 12 cm.

Câu 5: Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$ . Con lắc dao động điều hòa với tần số góc là

- A.  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ .      B.  $2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ .      C.  $\sqrt{\frac{m}{k}}$ .      D.  $\sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Câu 6: Ở Việt Nam, mạng điện dân dụng một pha có điện áp hiệu dụng là

- A.  $220\sqrt{2}$  V.      B. 100 V.      C. 220 V.      D.  $100\sqrt{2}$  V.

Câu 7: Quang điện trở có nguyên tắc hoạt động dựa trên hiện tượng

- A. quang - phát quang.      B. quang điện ngoài.  
C. quang điện trong.      D. nhiệt điện.

Câu 8: Một sóng cơ có tần số  $f$ , truyền trên dây đàn hồi với tốc độ truyền sóng  $v$  và bước sóng  $\lambda$ . Hệ thức đúng là

- A.  $v = \lambda f$ .      B.  $v = \frac{f}{\lambda}$ .  
C.  $v = \frac{\lambda}{f}$ .      D.  $v = 2\pi f \lambda$ .

Câu 9: Một sóng dọc truyền trong một môi trường thì phương dao động của các phần tử môi trường

- A. là phương ngang.      B. là phương thẳng đứng.  
C. trùng với phương truyền sóng.      D. vuông góc với phương truyền sóng.

Câu 10: Sóng điện từ

- A. là sóng dọc và truyền được trong chân không.  
B. là sóng ngang và truyền được trong chân không.

- C. là sóng dọc và không truyền được trong chân không.
- D. là sóng ngang và không truyền được trong chân không.

Câu 11: Một sóng cơ truyền dọc theo trục Ox có phương trình  $u = A \cos(20\pi t - \pi x)$  (cm), với t tính bằng s: Tần số của sóng này bằng

- A. 15 Hz.
- B. 10 Hz.
- C. 5 Hz.
- D. 20 Hz.

Câu 12: Theo thuyết lượng tử ánh sáng, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Photon ứng với ánh sáng đơn sắc có năng lượng càng lớn nếu ánh sáng đó có tần số càng lớn.
- B. Năng lượng của photon giảm dần khi photon ra xa dần nguồn sáng.
- C. Photon tồn tại trong cả trạng thái đứng yên và trạng thái chuyển động.
- D. Năng lượng của mọi loại photon đều bằng nhau.

Câu 13: Hạt nhân càng bền vững khi có

- A. năng lượng liên kết riêng càng lớn.
- B. số proton càng lớn.
- C. số nuclon càng lớn.
- D. năng lượng liên kết càng lớn.

Câu 14: Cường độ dòng điện  $I = 2 \cos 100\pi t$  (A) có pha tại thời điểm t là

- A.  $50\pi t$ .
- B.  $100\pi t$ .
- C. 0.
- D.  $70\pi t$ .

Câu 15: Hai dao động có phương trình lần lượt là:  $x_1 = 5 \cos(2\pi t + 0,75\pi)$  (cm) và  $x_2 = 10 \cos(2\pi t + 0,5\pi)$  (cm). Độ lệch pha của hai dao động này có độ lớn bằng

- A. 0,25π.
- B. 1,25π.
- C. 0,50π.
- D. 0,75π.

Câu 16: Công thoát của electron khỏi một kim loại là  $6,625 \cdot 10^{-19}$  J. Biết  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  J.s,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. Giới hạn quang điện của kim loại này là

- A. 300 nm.
- B. 350 nm.
- C. 360 nm.
- D. 260 nm.

Câu 17: Khi nói về tia hồng ngoại và tia tử ngoại, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Bước sóng của tia hồng ngoại lớn hơn bước sóng của tia tử ngoại.
- B. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều gây ra hiện tượng quang điện đối với mọi kim loại.
- C. Một vật bị nung nóng phát ra tia tử ngoại, khi đó vật không phát ra tia hồng ngoại.
- D. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều làm ion hóa mạnh các chất khí.

Câu 18: Khi nói về quang phổ vạch phát xạ, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Quang phổ vạch phát xạ của một nguyên tố là một hệ thống những vạch tối nằm trên nền màu của quang phổ liên tục.
- B. Quang phổ vạch phát xạ của một nguyên tố là một hệ thống những vạch sáng riêng lẻ, ngăn cách nhau bởi những khoảng tối.
- C. Quang phổ vạch phát xạ do chất rắn hoặc chất lỏng phát ra khi bị nung nóng.
- D. Trong quang phổ vạch phát xạ của hiđrô, ở vùng ánh sáng nhìn thấy có bốn vạch đặc trưng là vạch đỏ, vạch cam, vạch chàm và vạch tím.

Câu 19: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (với  $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C. Khi  $\omega = \omega_0$  thì trong mạch có cộng hưởng điện. Tần số góc  $\omega_0$  là

- A.  $2\sqrt{LC}$ .
- B.  $\frac{2}{\sqrt{LC}}$ .
- C.  $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ .
- D.  $\sqrt{LC}$ .

Câu 20: Ở Trường Sa, để có thể xem các chương trình truyền hình phát sóng qua vệ tinh, người ta dùng anten thu sóng trực tiếp từ vệ tinh, qua bộ xử lí tín hiệu rồi đưa đến màn hình. Sóng điện từ mà anten thu trực tiếp từ vệ tinh thuộc loại

- A. sóng trung.      B. sóng ngắn.      C. sóng dài.      D. sóng cực ngắn.

Câu 21: Một vật nhỏ khối lượng 100 g dao động theo phương trình  $x = 8\cos 10t$  (x tính bằng cm, t tính bằng s). Động năng cực đại của vật bằng

- A. 32 mJ.      B. 64 mJ.      C. 16 mJ.      D. 128 mJ.

Câu 22: Cho 4 tia phóng xạ: tia  $\alpha$ , tia  $\beta^+$ , tia  $\beta^-$  và tia  $\gamma$  đi vào một miền có điện trường đều theo phương vuông góc với đường sức điện. Tia phóng xạ không bị lệch khỏi phương truyền ban đầu là

- A. tia  $\gamma$ .      B. tia  $\beta^-$ .  
C. tia  $\beta^+$ .      D. tia  $\alpha$ .

Câu 23: Hạt nhân  $^{14}_6\text{C}$  và hạt nhân  $^{14}_7\text{N}$  có cùng

- A. điện tích.      B. số nucleôn.      C. số prôtôn.      D. số notron.

Câu 24: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (t tính bằng s) vào hai đầu một tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F). Dung kháng của tụ điện là

- A. 150  $\Omega$ .      B. 200  $\Omega$ .      C. 50  $\Omega$ .      D. 100  $\Omega$ .

Câu 25: Đặt điện áp  $u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu một điện trở thuần 100  $\Omega$ . Công suất tiêu thụ của điện trở bằng

- A. 800 W.      B. 200 W.      C. 300 W.      D. 400 W.

Câu 26: Chiếu một chùm sáng đơn sắc hẹp tới mặt bên của một lăng kính thủy tinh đặt trong không khí. Khi đi qua lăng kính, chùm sáng này

- A. không bị lệch khỏi phương truyền ban đầu.  
B. bị đổi màu.  
C. bị thay đổi tần số.  
D. không bị tán sắc.

Câu 27: Cho khối lượng của hạt nhân  $^{107}_{47}\text{Ag}$  là 106,8783u; của notron là 1,0087u; của prôtôn là 1,0073u. Độ hụt khối của hạt nhân  $^{107}_{47}\text{Ag}$  là

- A. 0,9868u.      B. 0,6986u.      C. 0,6868u.      D. 0,9686u.

Câu 28: Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn cảm thuần mắc nối tiếp với điện trở thuần. Biết điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở là 100 V. Hệ số công suất của đoạn mạch bằng

- A. 0,8.      B. 0,7.      C. 1.      D. 0,5.

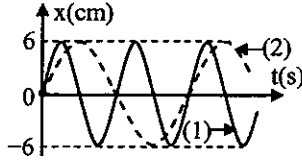
Câu 29: Sự phát sáng nào sau đây là hiệu tượng quang - phát quang?

- A. Sự phát sáng của con đom đóm.  
B. Sự phát sáng của đèn dây tóc.  
C. Sự phát sáng của đèn ống thông dụng.  
D. Sự phát sáng của đèn LED.

Câu 30: Khi nói về tia X, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Tia X có khả năng đâm xuyên kém hơn tia hồng ngoại.  
B. Tia X có tần số nhỏ hơn tần số của tia hồng ngoại.  
C. Tia X có bước sóng lớn hơn bước sóng của ánh sáng nhìn thấy.  
D. Tia X có tác dụng sinh lí: nó hủy diệt tế bào.

Câu 31: Đồ thị li độ theo thời gian của chất điểm 1 (đường 1) và chất điểm 2 (đường 2) như hình vẽ, tốc độ cực đại của chất điểm 2 là  $4\pi$  (cm/s). Không kể thời điểm  $t = 0$ , thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ 5 là



- A. 4,0 s.                      B. 3,25 s.                      C. 3,75 s.                      D. 3,5 s.

Câu 32: Một đám nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái cơ bản. Khi chiếu bức xạ có tần số  $f_1$  vào đám nguyên tử này thì chúng phát ra tối đa 3 bức xạ. Khi chiếu bức xạ có tần số  $f_2$  vào đám nguyên tử này thì chúng phát ra tối đa 10 bức xạ. Biết năng lượng ứng với các trạng thái dừng của nguyên tử hiđrô được tính theo biểu thức  $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$  ( $E_0$  là hằng số dương,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Tỉ số  $\frac{f_1}{f_2}$  là

- A.  $\frac{10}{3}$ .                      B.  $\frac{27}{25}$ .                      C.  $\frac{3}{10}$ .                      D.  $\frac{25}{27}$ .

Câu 33: Hai mạch dao động điện từ lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với cùng cường độ dòng điện cực đại  $I_0$ . Chu kì dao động riêng của mạch thứ nhất là  $T_1$ , của mạch thứ hai là  $T_2 = 2T_1$ . Khi cường độ dòng điện trong hai mạch có cùng độ lớn và nhỏ hơn  $I_0$  thì độ lớn điện tích trên một bản tụ điện của mạch dao động thứ nhất là  $q_1$  và của mạch dao động thứ hai là  $q_2$ . Tỉ số  $\frac{q_1}{q_2}$  là

- A. 2.                      B. 1,5.                      C. 0,5.                      D. 2,5.

Câu 34: Tại nơi có  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài dây treo 1 m, đang dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad. Ở vị trí có li độ góc 0,05 rad, vật nhỏ của con lắc có tốc độ là

- A. 2,7 cm/s.                      B. 27,1 cm/s.                      C. 1,6 cm/s.                      D. 15,7 cm/s.

Câu 35: Một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng. Trên dây, những điểm dao động với cùng biên độ  $A_1$  có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn  $d_1$  và những điểm dao động với cùng biên độ  $A_2$  có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn  $d_2$ . Biết  $A_1 > A_2 > 0$ . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $d_1 = 0,5d_2$ .                      B.  $d_1 = 4d_2$ .                      C.  $d_1 = 0,25d_2$ .                      D.  $d_1 = 2d_2$ .

Câu 36: Tại vị trí O trong một nhà máy, một còi báo cháy (xem là nguồn điểm) phát âm với công suất không đổi. Từ bên ngoài, một thiết bị xác định mức cường độ âm chuyển động thẳng từ M hướng đến O theo hai giai đoạn với vận tốc ban đầu bằng không và gia tốc có độ lớn  $0,4 \text{ m/s}^2$  cho đến khi dừng lại tại N (cổng nhà máy). Biết  $NO = 10 \text{ m}$  và mức cường độ âm (do còi phát ra) tại N lớn hơn mức cường độ âm tại M là 20 dB. Cho rằng môi trường truyền âm đẳng hướng và không hấp thụ âm. Thời gian thiết bị đó chuyển động từ M đến N có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 27 s.                      B. 32 s.                      C. 47 s.                      D. 25 s.

Câu 37: Trong một thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2m. Nguồn sáng phát ánh sáng trắng có bước sóng trong khoảng từ 380 nm đến 760 nm. M là một điểm trên màn, cách vân sáng trung tâm 2 cm. Trong các bước sóng của các bức xạ cho vân sáng tại M, bước sóng dài nhất là

- A. 417 nm.                      B. 570 nm.                      C. 714 nm.                      D. 760 nm.

Câu 38: Tại mặt nước, hai nguồn kết-hợp được đặt ở A và B cách nhau 68 mm, dao động điều hòa cùng tần số, cùng pha, theo phương vuông góc với mặt nước. Trên đoạn AB, hai phần tử nước dao động với biên độ cực đại có vị trí cân bằng cách nhau một đoạn ngắn nhất là 10 mm. Điểm C là vị trí cân bằng



của phần tử ở mặt nước sao cho  $AC \perp BC$ . Phần tử nước ở C dao động với biên độ cực đại. Khoảng cách BC lớn nhất bằng

- A. 37,6 mm.      B. 67,6 mm.      C. 64,0 mm.      D. 68,5 mm.

**Câu 39:** Một lò xo đồng chất, tiết diện đều được cắt thành ba lò xo có chiều dài tự nhiên là  $l$  (cm),  $(l - 10)$  (cm) và  $(l - 20)$  (cm). Lần lượt gắn mỗi lò xo này (theo thứ tự trên) với vật nhỏ khối lượng  $m$  thì được ba con lắc có chu kì dao động riêng tương ứng là:  $2$  s;  $\sqrt{3}$  s và  $T$ . Biết độ cứng của các lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên của nó. Giá trị của  $T$  là

- A. 1,00 s.      B. 1,28 s.      C. 1,41 s.      D. 1,50 s.

**Câu 40:** Trong một thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát đồng thời hai ánh sáng đơn sắc: ánh sáng đỏ có bước sóng 686 nm, ánh sáng lam có bước sóng  $\lambda$ , với

$$450\text{nm} < \lambda < 510\text{nm}.$$

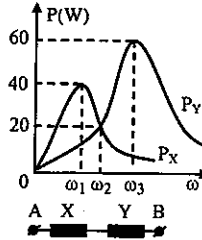
Trên màn, trong khoảng giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm có 6 vân sáng lam. Trong khoảng này có bao nhiêu vân sáng đỏ?

- A. 4.      B. 7.      C. 5.      D. 6.

**Câu 41:** Đồng vị phóng xạ  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  phân rã  $\alpha$ , biến đổi thành đồng vị bền  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  với chu kì bán rã là 138 ngày. Ban đầu có một mẫu  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  tinh khiết. Đến thời điểm  $t$ , tổng số hạt  $\alpha$  và số hạt nhân  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  (được tạo ra) gấp 14 lần số hạt nhân  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  còn lại. Giá trị của  $t$  bằng

- A. 552 ngày.      B. 414 ngày.      C. 828 ngày.      D. 276 ngày.

**Câu 42:** Lần lượt đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  ( $U$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu của đoạn mạch X và vào hai đầu của đoạn mạch Y; với X và Y là các đoạn mạch có R, L, C mắc nối tiếp. Trên hình vẽ,  $P_X$  và  $P_Y$  lần lượt biểu diễn quan hệ công suất tiêu thụ của X với  $\omega$  và của Y với  $\omega$ . Sau đó, đặt điện áp  $u$  lên hai đầu đoạn mạch AB gồm X và Y mắc nối tiếp. Biết cảm kháng của hai cuộn cảm thuần mắc nối tiếp (có cảm kháng  $Z_{L1}$  và  $Z_{L2}$ ) là  $Z_L = Z_{L1} + Z_{L2}$  và dung kháng của hai tụ điện mắc nối tiếp (có dung kháng  $Z_{C1}$  và  $Z_{C2}$ ) là  $Z_C = Z_{C1} + Z_{C2}$ . Khi  $\omega = \omega_2$ , công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?



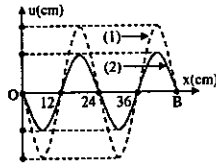
- A. 14 W.      B. 10 W.      C. 22 W.      D. 18 W.

**Câu 43:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  ( $U_0$  không đổi,  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $f = f_1 = 25\sqrt{2}$  Hz hoặc  $f = f_2 = 100$  Hz thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện có cùng giá trị  $U_0$ . Khi  $f = f_0$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở đạt cực đại. Giá trị của  $f_0$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 70 Hz.      B. 80 Hz.      C. 67 Hz.      D. 90 Hz.

**Câu 44:** Trên một sợi dây OB căng ngang, hai đầu cố định đang có sóng dừng với tần số  $f$  xác định. Gọi M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm. Hình vẽ mô tả hình dạng sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường 1) và  $t_2 = t_1 + \frac{11}{12f}$  (đường 2). Tại thời điểm  $t_1$ , li độ

của phần tử dây ở N bằng biên độ của phần tử dây ở M và tốc độ của phần tử dây ở M là 60 cm/s. Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của phần tử dây ở P là

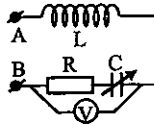


- A.  $20\sqrt{3}$  cm/s.
- B. 60 cm/s.
- C.  $-20\sqrt{3}$  cm/s.
- D. -60 cm/s.

**Câu 45:** Lần lượt đặt các điện áp xoay chiều  $u_1$ ,  $u_2$  và  $u_3$  có cùng giá trị hiệu dụng nhưng tần số khác nhau vào hai đầu một đoạn mạch có R, L, C nối tiếp thì cường độ dòng điện trong mạch tương ứng là:  $i_1 = I\sqrt{2} \cos(150\pi t + \frac{\pi}{3})$ ,  $i_2 = I\sqrt{2} \cos(200\pi t + \frac{\pi}{3})$  và  $i_3 = I \cos(100\pi t - \frac{\pi}{3})$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

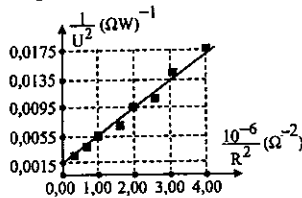
- A.  $i_2$  sớm pha so với  $u_2$ .
- B.  $i_3$  sớm pha so với  $u_3$ .
- C.  $i_1$  trễ pha so với  $u_1$ .
- D.  $i_1$  cùng pha với  $i_2$ .

**Câu 46:** Đặt một điện áp xoay chiều có tần số 50 Hz và giá trị hiệu dụng 20 V vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng có tổng số vòng dây của cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp là 2200 vòng. Nối hai đầu cuộn thứ cấp với đoạn mạch AB (hình vẽ); trong đó, điện trở R có giá trị không đổi, cuộn cảm thuần có độ tự cảm 0,2 H và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh điện dung C đến giá trị  $C = \frac{10^{-3}}{3\pi^2}$  (F) thì vôn kế (lí tưởng) chỉ giá trị cực đại bằng 103,9V (lấy là  $60\sqrt{3}$  V). Số vòng dây của cuộn sơ cấp là



- A. 400 vòng.
- B. 1650 vòng.
- C. 550 vòng.
- D. 1800 vòng.

**Câu 47:** Một học sinh xác định điện dung của tụ điện bằng cách đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi,  $\omega = 314$  rad/s) vào hai đầu một đoạn mạch gồm tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với biến trở R. Biết  $\frac{1}{U^2} = \frac{2}{U_0^2} + \frac{2}{U_0^2 \omega^2 C^2} \cdot \frac{1}{R^2}$ , trong đó, điện áp U giữa hai đầu R được đo bằng đồng hồ đo điện đa năng hiện số. Dựa vào kết quả thực nghiệm đo được trên hình vẽ, học sinh này tính được giá trị của C là



- A.  $1,95 \cdot 10^{-3}$  F.
- B.  $5,20 \cdot 10^{-6}$  F.
- C.  $5,20 \cdot 10^{-3}$  F.
- D.  $1,95 \cdot 10^{-6}$  F.

**Câu 48:** Một lò xo nhẹ có độ cứng 20 N/m, đầu trên được treo vào một điểm cố định, đầu dưới gắn vật nhỏ A có khối lượng 100 g; vật A được nối với vật nhỏ B có khối lượng 100 g bằng một sợi dây mềm,

mảnh, nhẹ, không đàn và đủ dài. Từ vị trí cân bằng của hệ, kéo vật B thẳng đứng xuống dưới một đoạn 20 cm rồi thả nhẹ để vật B đi lên với vận tốc ban đầu bằng không. Khi vật B bắt đầu đổi chiều chuyển động thì bất ngờ bị tuột khỏi dây nối. Bỏ qua các lực cản, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khoảng thời gian từ khi vật B bị tuột khỏi dây nối đến khi rơi đến vị trí được thả ban đầu là

- A. 0,30 s.                      B. 0,68 s.                      C. 0,26 s.                      D. 0,28 s.

Câu 49: Bắn hạt proton có động năng 5,5 MeV vào hạt nhân  ${}^7_3\text{Li}$  đang đứng yên, gây ra phản ứng hạt nhân  $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow 2\alpha$ . Giả sử phản ứng không kèm theo bức xạ  $\gamma$ , hai hạt  $\alpha$  có cùng động năng và bay theo hai hướng tạo với nhau góc  $160^\circ$ . Coi khối lượng của mỗi hạt tính theo đơn vị u gần đúng bằng số khối của nó. Năng lượng mà phản ứng tỏa ra là

- A. 14,6 MeV.                      B. 10,2 MeV.                      C. 17,3 MeV.                      D. 20,4 MeV.

Câu 50: Đặt điện áp  $u = 400 \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở R và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{8\pi} \text{ F}$  hoặc  $C = \frac{2}{3} C_1$  thì công suất của đoạn mạch có cùng giá trị. Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{15\pi} \text{ F}$  hoặc  $C = 0,5C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi nối một ampe kế xoay chiều (lí tưởng) với hai đầu tụ điện thì số chỉ của ampe kế là

- A. 2,8 A.                      B. 1,4 A.                      C. 2,0 A.                      D. 1,0A.

### ĐÁP ÁN

1 D	6 C	11 B	16 A	21 A	26 D	31 D	36 B	41 B	46 C
2 B	7 C	12 A	17 A	22 A	27 A	32 D	37 C	42 C	47 D
3 D	8 A	13 A	18 B	23 B	28 D	33 C	38 B	43 A	48 A
4 B	9 C	14 B	19 C	24 D	29 C	34 B	39 C	44 D	49 C
5 D	10 B	15 A	20 D	25 D	30 D	35 D	40 A	45 B	50 C

**II. Giải chi tiết**

**Câu 1:** Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là  $m$  dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình  $x = A \cos \omega t$ . Mốc tính thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của con lắc là

- A.  $m\omega A^2$ .      B.  $\frac{1}{2}m\omega A^2$ .      C.  $m\omega^2 A^2$ .      D.  $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ .

Lời giải

Cơ năng của con lắc là  $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ .

Đáp án D.

**Câu 2:** Một vật nhỏ dao động theo phương trình  $x = 5 \cos(\omega t + 0,5\pi)$  (cm). Pha ban đầu của dao động là

- A.  $\pi$ .      B.  $0,5\pi$ .      C.  $0,25\pi$ .      D.  $1,5\pi$ .

Lời giải

Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  thì  $\varphi$  là pha ban đầu của dao động.

Đáp án B.

**Câu 3:** Một mạch dao động điện từ lí tưởng gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Chu kì dao động riêng của mạch là

- A.  $T = \pi\sqrt{LC}$ .      B.  $T = \sqrt{2\pi LC}$ .  
C.  $T = \sqrt{LC}$ .      D.  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .

Lời giải

Chu kì dao động riêng của mạch là  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .

Đáp án D.

**Câu 4:** Một chất điểm dao động theo phương trình  $x = 6 \cos \omega t$  (cm). Dao động của chất điểm có biên độ là

- A. 2 cm.      B. 6 cm.      C. 3 cm.      D. 12 cm.

Lời giải

Dao động  $x = 6 \cos \omega t$  của chất điểm có biên độ là 6 cm.

Đáp án B.

**Câu 5:** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$ . Con lắc dao động điều hòa với tần số góc là

- A.  $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ .      B.  $2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ .      C.  $\sqrt{\frac{m}{k}}$ .      D.  $\sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Lời giải

Con lắc dao động điều hòa với tần số góc là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Đáp án D.

**Câu 6:** Ở Việt Nam, mạng điện dân dụng một pha có điện áp hiệu dụng là

- A.  $220\sqrt{2}$  V.      B. 100 V.      C. 220 V.      D.  $100\sqrt{2}$  V.

Lời giải

Ở Việt Nam, mạng điện dân dụng một pha có điện áp hiệu dụng là 220 V.



**Câu 12:** Theo thuyết lượng tử ánh sáng, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Photon ứng với ánh sáng đơn sắc có năng lượng càng lớn nếu ánh sáng đó có tần số càng lớn.
- B. Năng lượng của photon giảm dần khi photon ra xa dần nguồn sáng.
- C. Photon tồn tại trong cả trạng thái đứng yên và trạng thái chuyển động.
- D. Năng lượng của mọi loại photon đều bằng nhau.

Lời giải

- A. Đúng, vì năng lượng của photon tỉ lệ thuận với tần số.
- B. Sai, vì năng lượng của photon không phụ thuộc vào khoảng cách từ photon đến nguồn.
- C. Sai, vì photon không tồn tại trong trạng thái đứng yên.
- D. Sai, photon có tần số khác nhau thì năng lượng khác nhau.

Đáp án A.

**Câu 13:** Hạt nhân càng bền vững khi có

- A. năng lượng liên kết riêng càng lớn.
- B. số proton càng lớn.
- C. số nucleon càng lớn.
- D. năng lượng liên kết càng lớn.

Lời giải

Hạt nhân càng bền vững khi có năng lượng liên kết riêng càng lớn.

Đáp án A.

**Câu 14:** Cường độ dòng điện  $I = 2 \cos 100\pi t$  (A) có pha tại thời điểm  $t$  là

- A.  $50\pi$ .
- B.  $100\pi$ .
- C. 0.
- D.  $70\pi$ .

Lời giải

Sai lầm thường thấy câu này là chọn đáp án C (pha bằng 0).

Chú ý cường độ dòng điện  $I = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$  có pha tại thời điểm  $t$  là  $(\omega t + \varphi)$ , có pha ban đầu là  $\varphi$ .

Đáp án B.

**Câu 15:** Hai dao động có phương trình lần lượt là:  $x_1 = 5 \cos(2\pi t + 0,75\pi)$  (cm) và  $x_2 = 10 \cos(2\pi t + 0,5\pi)$  (cm). Độ lệch pha của hai dao động này có độ lớn bằng

- A.  $0,25\pi$ .
- B.  $1,25\pi$ .
- C.  $0,50\pi$ .
- D.  $0,75\pi$ .

Lời giải

Độ lệch pha  $\Delta\varphi = (2\pi t + 0,75\pi) - (2\pi t + 0,5\pi) = 0,25\pi$ .

Đáp án A.

**Câu 16:** Công thoát của electron khỏi một kim loại là  $6,625 \cdot 10^{-19}$  J. Biết  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  J.s,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. Giới hạn quang điện của kim loại này là

- A. 300 nm.
- B. 350 nm.
- C. 360 nm.
- D. 260 nm.

Lời giải

Giới hạn quang điện  $\lambda_0 = \frac{hc}{A} = 300$  nm.

Đáp án A.

Câu 17: Khi nói về tia hồng ngoại và tia tử ngoại, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Bước sóng của tia hồng ngoại lớn hơn bước sóng của tia tử ngoại.
- B. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều gây ra hiện tượng quang điện đối với mọi kim loại.
- C. Một vật bị nung nóng phát ra tia tử ngoại, khi đó vật không phát ra tia hồng ngoại.
- D. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều làm ion hóa mạnh các chất khí.

Lời giải

Bước sóng của tia hồng ngoại lớn hơn bước sóng của tia tử ngoại.

Đáp án A.

Câu 18: Khi nói về quang phổ vạch phát xạ, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Quang phổ vạch phát xạ của một nguyên tố là một hệ thống những vạch tối nằm trên nền màu của quang phổ liên tục.
- B. Quang phổ vạch phát xạ của một nguyên tố là một hệ thống những vạch sáng riêng lẻ, ngăn cách nhau bởi những khoảng tối.
- C. Quang phổ vạch phát xạ do chất rắn hoặc chất lỏng phát ra khi bị nung nóng.
- D. Trong quang phổ vạch phát xạ của hiđrô, ở vùng ánh sáng nhìn thấy có bốn vạch đặc trưng là vạch đỏ, vạch cam, vạch chàm và vạch tím.

Lời giải

Quang phổ vạch phát xạ của một nguyên tố là một hệ thống những vạch sáng riêng lẻ, ngăn cách nhau bởi những khoảng tối.

Đáp án B.

Câu 19: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (với  $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $\omega = \omega_0$  thì trong mạch có cộng hưởng điện. Tần số góc  $\omega_0$  là

- A.  $2\sqrt{LC}$ .
- B.  $\frac{2}{\sqrt{LC}}$ .
- C.  $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ .
- D.  $\sqrt{LC}$ .

Lời giải

Tần số góc  $\omega_0$  để trong mạch có cộng hưởng điện là  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Đáp án C.

Câu 20: Ở Trường Sa, để có thể xem các chương trình truyền hình phát sóng qua vệ tinh, người ta dùng anten thu sóng trực tiếp từ vệ tinh, qua bộ xử lí tín hiệu rồi đưa đến màn hình. Sóng điện từ mà anten thu trực tiếp từ vệ tinh thuộc loại

- A. sóng trung.
- B. sóng ngắn.
- C. sóng dài.
- D. sóng cực ngắn.

Lời giải

Sóng điện từ mà anten thu trực tiếp từ vệ tinh thuộc loại sóng cực ngắn, vì trong 4 sóng trên thì chỉ sóng cực ngắn có thể xuyên qua tầng điện li, các sóng còn lại bị phản xạ tại tầng điện li.

Đáp án D.

Câu 21: Một vật nhỏ khối lượng 100 g dao động theo phương trình  $x = 8\cos 10t$  ( $x$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng s). Động năng cực đại của vật bằng

- A. 32 mJ.
- B. 64 mJ.
- C. 16 mJ.
- D. 128 mJ.





Đáp án D.

Câu 27: Cho khối lượng của hạt nhân  $^{107}_{47}\text{Ag}$  là 106,8783u; của neutron là 1,0087u; của proton là 1,0073u. Độ hụt khối của hạt nhân  $^{107}_{47}\text{Ag}$  là  
 A. 0,9868u.      B. 0,6986u.      C. 0,6868u.      D. 0,9686u.

Lời giải

Độ hụt khối

$$\begin{aligned} \Delta m &= 47m_p + (107 - 47)m_n - m_{\text{Ag}} \\ &= 47 \cdot 1,0073 + (107 - 47) \cdot 1,0087 - 106,8783 \\ &= 0,9868u \end{aligned}$$

Đáp án A.

Câu 28: Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn cảm thuần mắc nối tiếp với điện trở thuần. Biết điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở là 100 V. Hệ số công suất của đoạn mạch bằng  
 A. 0,8.      B. 0,7.      C. 1.      D. 0,5.

Lời giải

Hệ số công suất của đoạn mạch  $\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{100}{200} = 0,5$ .

Đáp án D.

Câu 29: Sự phát sáng nào sau đây là hiện tượng quang - phát quang?  
 A. Sự phát sáng của con đom đóm.  
 B. Sự phát sáng của đèn dây tóc.  
 C. Sự phát sáng của đèn ống thông dụng.  
 D. Sự phát sáng của đèn LED.

Lời giải

Sự phát sáng của đèn ống thông dụng là hiện tượng quang - phát quang.

Đáp án C.

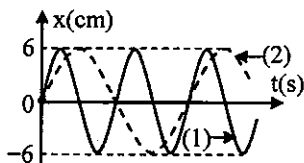
Câu 30: Khi nói về tia X, phát biểu nào sau đây đúng?  
 A. Tia X có khả năng đâm xuyên kém hơn tia hồng ngoại.  
 B. Tia X có tần số nhỏ hơn tần số của tia hồng ngoại.  
 C. Tia X có bước sóng lớn hơn bước sóng của ánh sáng nhìn thấy.  
 D. Tia X có tác dụng sinh lí: nó hủy diệt tế bào.

Lời giải

- A. Sai, tia X có khả năng đâm xuyên mạnh hơn tia hồng ngoại.
- B. Sai, tia X có tần số lớn hơn tần số của tia hồng ngoại.
- C. Sai, tia X có bước sóng nhỏ hơn bước sóng của ánh sáng nhìn thấy.
- D. Đúng, tia X có tác dụng sinh lí: nó hủy diệt tế bào.

Đáp án D.

Câu 31: Đồ thị li độ theo thời gian của chất điểm 1 (đường 1) và chất điểm 2 (đường 2) như hình vẽ, tốc độ cực đại của chất điểm 2 là  $4\pi$  (cm/s). Không kể thời điểm  $t = 0$ , thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ 5 là



A. 4,0 s.

B. 3,25 s.

C. 3,75 s.

D. 3,5 s.

Lời giải

- Ta có  $\omega_2 = \frac{v_{2max}}{A} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$  (rad/s).

- Nhìn đồ thị ta có  $T_2 = 2T_1$  suy ra  $\omega_1 = 2\omega_2 = \frac{4\pi}{3}$  (rad/s).

- Chất điểm 1: Tại  $t = 0$  vật đi qua cân bằng theo chiều dương, nên phương trình dao động của chất điểm 1 là:

$$x_1 = 6 \cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

- Chất điểm 2: Tại  $t = 0$  vật đi qua cân bằng theo chiều dương, nên phương trình dao động của chất điểm 2 là:

$$x_2 = 6 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

- Hai chất điểm có cùng li độ khi  $x_1 = x_2$  tương đương

$$6 \cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 6 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = -\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3k \\ t = 0,5 + m \end{cases}$$

- Nhìn đồ thị, ta thấy trong khoảng thời gian từ  $0 < t < T_2 + \frac{T_2}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3,75$  s thì hai đồ thị cắt nhau 5 lần. Do đó

$$\begin{cases} 0 < t = 3k < 3,75 \\ 0 < t = 0,5 + m < 3,75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < k < 1,25 \\ -0,5 < m < 3,25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ m = 0; 1; 2; 3 \end{cases}$$

- Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần 5 ứng với  $m = 3$ , tức là  $t = 0,5 + 3 = 3,5$  s.

**Đáp án D.**

Ngoài ra, nhìn đồ thị, nếu tính ý, chúng ta thấy điểm cắt lần thứ 5 ứng với thời điểm nằm trong khoảng  $2T_1 + \frac{T_1}{4} < t < T_2 + \frac{T_2}{4}$ , tức là  $3,375 < t < 3,75$ , dựa vào 4 đáp án ta có thể chọn ngay D.

Câu 32: Một đám nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái cơ bản. Khi chiếu bức xạ có tần số  $f_1$  vào đám nguyên tử này thì chúng phát ra tối đa 3 bức xạ. Khi chiếu bức xạ có tần số  $f_2$  vào đám nguyên tử này thì chúng phát ra tối đa 10 bức xạ. Biết năng lượng ứng với các trạng thái dừng của nguyên tử hiđrô được tính theo biểu thức  $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$  ( $E_0$  là hằng số dương,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Tỷ số  $\frac{f_1}{f_2}$  là

A.  $\frac{10}{3}$ .

B.  $\frac{27}{25}$ .

C.  $\frac{3}{10}$ .

D.  $\frac{25}{27}$ .

Lời giải

- Số bức xạ phát ra tối đa khi nguyên tử từ mức cơ bản lên mức  $n$  là

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$$

- Khi chiếu bức xạ có tần số  $f_1$  vào đám nguyên tử, chúng phát ra tối đa 3 bức xạ, nên ta có

$$\frac{n(n-1)}{2} = 3 \Rightarrow n = 3.$$

- Khi chiếu bức xạ có tần số  $f_2$  vào đám nguyên tử, chúng phát ra tối đa 10 bức xạ, nên ta có

$$\frac{m(m-1)}{2} = 10 \Rightarrow m = 5.$$

- Theo tiên đề Bo, ta có

$$\begin{cases} hf_1 = E_3 - E_1 & \Rightarrow f_1 = \frac{E_0}{3^2} - \left(\frac{E_0}{1^2}\right) \\ hf_2 = E_5 - E_1 & \Rightarrow f_2 = \frac{E_0}{5^2} - \left(\frac{E_0}{1^2}\right) \end{cases} = \frac{25}{27}$$

Đáp án D.

**Câu 33:** Hai mạch dao động điện từ lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với cùng cường độ dòng điện cực đại  $I_0$ . Chu kì dao động riêng của mạch thứ nhất là  $T_1$ , của mạch thứ hai là  $T_2 = 2T_1$ . Khi cường độ dòng điện trong hai mạch có cùng độ lớn và nhỏ hơn  $I_0$  thì độ lớn điện tích trên một bản tụ điện của mạch dao động thứ nhất là  $q_1$  và của mạch dao động thứ hai là  $q_2$ . Tỉ số  $\frac{q_1}{q_2}$  là

- A. 2.                      B. 1,5.                      C. 0,5.                      D. 2,5.

Lời giải

- Ta có  $i$  và  $q$  vuông pha nhau, nên ta có  $q^2 + \left(\frac{i}{\omega}\right)^2 = Q_0^2$ , suy ra

$$\begin{cases} q_1^2 + \left(\frac{i_1}{\omega_1}\right)^2 = Q_{01}^2 \\ q_2^2 + \left(\frac{i_2}{\omega_2}\right)^2 = Q_{02}^2 \end{cases} \xrightarrow{|i_1| = |i_2| = i} \begin{cases} q_1^2 = \left(\frac{I_0}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{i}{\omega_1}\right)^2 = \frac{1}{\omega_1^2} (I_0^2 - i^2) \\ q_2^2 = \left(\frac{I_0}{\omega_2}\right)^2 - \left(\frac{i}{\omega_2}\right)^2 = \frac{1}{\omega_2^2} (I_0^2 - i^2) \end{cases} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2} = 0,5.$$

Đáp án C.

**Câu 34:** Tại nơi có  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài dây treo 1 m, đang dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad. Ở vị trí có li độ góc 0,05 rad, vật nhỏ của con lắc có tốc độ là

- A. 2,7 cm/s.                      B. 27,1 cm/s.                      C. 1,6 cm/s.                      D. 15,7 cm/s.

Lời giải

Tốc độ của con lắc

$$v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot (\cos 0,05 - \cos 0,1)} = 0,271 \text{ (m/s)} = 27,1 \text{ (cm/s)}.$$

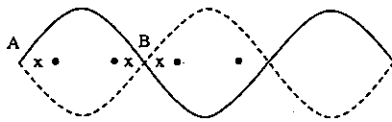
Đáp án B.

**Câu 35:** Một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng. Trên dây, những điểm dao động với cùng biên độ  $A_1$  có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn  $d_1$  và những điểm dao động với cùng biên độ  $A_2$  có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn  $d_2$ . Biết  $A_1 > A_2 > 0$ . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $d_1 = 0,5d_2$ .                      B.  $d_1 = 4d_2$ .                      C.  $d_1 = 0,25d_2$ .                      D.  $d_1 = 2d_2$ .

Lời giải

- Các điểm dao động cùng biên độ khi các điểm đó cách nút một khoảng như nhau.
- Giả sử những điểm dao động cùng biên độ cách nút một khoảng  $x, x \leq \frac{\lambda}{4}$ .



- Vì các điểm này có vị trí cân bằng liên tiếp và cách đều nhau, nên từ hình vẽ, ta có:

$$\begin{cases} x + d + x = \frac{\lambda}{2} \\ x + x = d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{\lambda}{4} \\ x = \frac{\lambda}{8} \end{cases}$$

- Vì  $A_1 > A_2 > 0$  nên ta có

+ Khi  $x = \frac{\lambda}{8}$  thì ta có những điểm có cùng biên độ  $A_2$  và có vị trí cân bằng cách đều nhau một khoảng  $d_2 = \frac{\lambda}{4}$ .

+ Khi  $x = \frac{\lambda}{4}$  thì ta có những điểm cùng biên độ  $A_1$  (điểm bụng) và có vị trí cân bằng cách đều nhau một khoảng  $d_1 = 2x = \frac{\lambda}{2}$ .

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\lambda}{2} \\ d_2 = \frac{\lambda}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\frac{\lambda}{4}} = 2 \Rightarrow d_1 = 2d_2.$$

Đáp án D.

**Câu 36:** Tại vị trí O trong một nhà máy, một còi báo cháy (xem là nguồn điểm) phát âm với công suất không đổi. Từ bên ngoài, một thiết bị xác định mức cường độ âm chuyển động thẳng từ M hướng đến O theo hai giai đoạn với vận tốc ban đầu bằng không và gia tốc có độ lớn  $0,4 \text{ m/s}^2$  cho đến khi dừng lại tại N (cổng nhà máy). Biết  $NO = 10 \text{ m}$  và mức cường độ âm (do còi phát ra) tại N lớn hơn mức cường độ âm tại M là 20 dB. Cho rằng môi trường truyền âm đẳng hướng và không hấp thụ âm. Thời gian thiết bị đó chuyển động từ M đến N có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 27 s.      B. 32 s.      C. 47 s.      D. 25 s.

Lời giải

Đây là một bài có sử dụng kiến thức chuyển động thẳng biến đổi đều lớp 10 đã được học. Sai lầm thường thấy là lời giải sau:



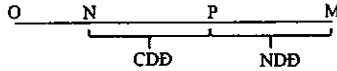
- Ta có

$$L_N - L_M = 10 \log \frac{I_N}{I_M} = 10 \log \left( \frac{OM}{ON} \right)^2 \Rightarrow 20 = 10 \log \left( \frac{OM}{ON} \right)^2 \Rightarrow OM = 10 \cdot ON = 100 \text{ (m)}.$$

- Thời gian thiết bị chuyển động từ M đến N với gia tốc có độ lớn  $|a| = 0,4 \text{ m/s}^2$  là

$$MN = \frac{|a|t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2MN}{|a|}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 90}{0,4}} = 21,12 \text{ (s)}$$

- Sai lầm ở đây do việc không đọc kĩ đề bài. Đề bài nói rằng, thiết bị từ M chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0 theo hướng đến O theo hai giai đoạn với gia tốc không đổi, và dừng lại tại N.
- Như vậy, giai đoạn 1, vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với vận tốc ban đầu bằng 0, với gia tốc có độ lớn 0,4 m/s<sup>2</sup> đến vị trí P nào đó, khi đó tại P vật có vận tốc là v. Sau đó, giai đoạn 2, thiết bị chuyển động thẳng chậm dần đều từ vị trí P và dừng tại cổng N.



- Quá trình chuyển động nhanh dần đều từ M đến P:

$$v_P = v_M + |a|t_{MP} = 0 + |a|t_{MP} \Rightarrow t_{MP} = \frac{v_P}{|a|}$$

- Quá trình chuyển động chậm dần đều từ P đến N:

$$v_N = v_P - |a|t_{PN} \Rightarrow 0 = v_P - |a|t_{PN} \Rightarrow t_{PN} = \frac{v_P}{|a|}$$

- Từ đó suy ra  $t_{MP} = t_{PN} = t$ .
- Quãng đường thiết bị chuyển động từ M đến N là

$$MN = MP + PN = \frac{1}{2}|a|t_{MP}^2 + \frac{1}{2}|a|t_{PN}^2 = \frac{1}{2}|a|t^2 + \frac{1}{2}|a|t^2 = |a|t^2$$

- Thời gian thiết bị chuyển động từ M đến N là

$$\Delta t = t + t = 2t = 2\sqrt{\frac{MN}{|a|}} = 2\sqrt{\frac{90}{0,4}} = 30 \text{ (s)}$$

Đáp án B.

**Câu 37:** Trong một thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2m. Nguồn sáng phát ánh sáng trắng có bước sóng trong khoảng từ 380 nm đến 760 nm. M là một điểm trên màn, cách vân sáng trung tâm 2 cm. Trong các bước sóng của các bức xạ cho vân sáng tại M, bước sóng dài nhất là

A. 417 nm.      B. 570 nm.      C. 714 nm.      D. 760 nm.

Lời giải

- Ta có  $x_M = k\frac{\lambda D}{a} \Rightarrow 20 = k\frac{\lambda \cdot 2}{0,5} = 4k\lambda \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{\lambda} \\ \lambda = \frac{5}{k} \end{cases}$
- Ta có  $0,38 \leq \lambda = \frac{5}{k} \leq 0,76 \Rightarrow 6,6 \leq k \leq 13,2$ .
- Bước sóng dài nhất ứng với k nguyên nhỏ nhất, suy ra k = 7. Vậy bước sóng dài nhất là

$$\lambda_{\max} = \frac{5}{7} = 0,714\mu\text{m} = 714 \text{ nm.}$$

Đáp án C.

**Câu 38:** Tại mặt nước, hai nguồn kết hợp được đặt ở A và B cách nhau 68 mm, dao động điều hòa cùng tần số, cùng pha, theo phương vuông góc với mặt nước. Trên đoạn AB, hai phần tử nước dao động với biên độ cực đại có vị trí cân bằng cách nhau một đoạn ngắn nhất là 10 mm. Điểm C là vị trí cân bằng của phần tử ở mặt nước sao cho  $AC \perp BC$ . Phần tử nước ở C dao động với biên độ cực đại. Khoảng cách BC lớn nhất bằng

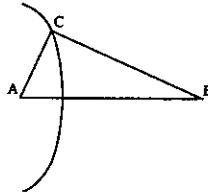
A. 37,6 mm.      B. 67,6 mm.      C. 64,0 mm.      D. 68,5 mm.

Lời giải

- Hai phần tử nước dao động với biên độ cực đại có vị trí cách nhau một đoạn ngắn nhất là 10 mm chính là khoảng cách giữa hai điểm cực đại liên tiếp nằm trên đoạn AB. Khi đó ta có

$$\frac{\lambda}{2} = 10 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ (mm)}$$

- Để BC lớn nhất thì C phải thuộc cực đại xa B nhất (gần A nhất).



- Ta có:  $|k| \leq \frac{AB}{\lambda} = \frac{68}{20} = 3,4$  nên  $k_{\max} = 3$  suy ra C thuộc cực đại bậc 3. Do đó

$$\begin{cases} CB - CA = 3\lambda = 60 \\ CB^2 + CA^2 = AB^2 = 68^2 \end{cases} \Rightarrow CB^2 + (CB - 60)^2 = 68^2 \Leftrightarrow \begin{cases} CB = 67,6 \\ CB = -7,6 \end{cases}$$

- Vì  $CB > 0$  nên  $CB = 67,6$  mm.

Đáp án B.

**Câu 39:** Một lò xo đồng chất, tiết diện đều được cắt thành ba lò xo có chiều dài tự nhiên là  $l$  (cm),  $(l - 10)$  (cm) và  $(l - 20)$  (cm). Lần lượt gắn mỗi lò xo này (theo thứ tự trên) với vật nhỏ khối lượng  $m$  thì được ba con lắc có chu kì dao động riêng tương ứng là: 2 s;  $\sqrt{3}$  s và  $T$ . Biết độ cứng của các lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên của nó. Giá trị của  $T$  là

- A. 1,00 s.      B. 1,28 s.      C. 1,41 s.      D. 1,50 s.

Lời giải

- Vì độ cứng lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên, nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \\ \frac{T_1}{T_3} = \sqrt{\frac{l_1}{l_3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{l}{l-10}} \\ \frac{2}{T} = \sqrt{\frac{l}{l-20}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l = 40 \\ T = \frac{2}{\sqrt{l-20}} \Rightarrow T = \sqrt{2} \text{ (s)}. \end{cases}$$

Đáp án C.

**Câu 40:** Trong một thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát đồng thời hai ánh sáng đơn sắc: ánh sáng đỏ có bước sóng 686 nm, ánh sáng lam có bước sóng  $\lambda$ , với

$$450\text{nm} < \lambda < 510\text{nm}.$$

Trên màn, trong khoảng giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm có 6 vân sáng lam. Trong khoảng này có bao nhiêu vân sáng đỏ?

- A. 4.      B. 7.      C. 5.      D. 6.

Lời giải

- Xét hai vân gần nhất cùng màu với vân sáng trung tâm: vân trung tâm và vân trùng thứ nhất.
- Vì trong khoảng trên có 6 vân sáng lam nên vân trùng thứ nhất có vân sáng lam bậc 7. Ta có

$$k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \frac{k_2}{k_1} \Rightarrow \lambda = 686 \cdot \frac{k_d}{7} = 98k_d \text{ (nm)}$$

- Vì  $450 \text{ nm} < \lambda_1 < 510 \text{ nm}$  nên

$$450 < 98k_d < 510 \Leftrightarrow 4,59 < k_d < 5,20 \Rightarrow k_d = 5.$$

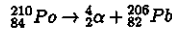
- Vậy vị trí vân trùng thứ nhất có vân sáng đỏ bậc 5. Suy ra trong khoảng này có 4 vân sáng đỏ.
- Đáp án A.**

**Câu 41:** Đồng vị phóng xạ  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  phân rã  $\alpha$ , biến đổi thành đồng vị bền  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  với chu kì bán rã là 138 ngày. Ban đầu có một mẫu  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  tinh khiết. Đến thời điểm  $t$ , tổng số hạt  $\alpha$  và số hạt nhân  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  (được tạo ra) gấp 14 lần số hạt nhân  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  còn lại. Giá trị của  $t$  bằng

A. 552 ngày.      B. 414 ngày.      C. 828 ngày.      D. 276 ngày.

Lời giải

- Ta có phương trình



- Tại thời điểm  $t$ , số hạt  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  bị phân rã là

$$N_1 = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right)$$

- Theo phương trình, cứ 1  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  phân rã thì tạo ra được 1 hạt  ${}_2^4\alpha$  và 1 hạt  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ . Như vậy,  $N_1$  hạt Po bị phân rã thì  $N_1$  hạt  ${}_2^4\alpha$  và  $N_1$  hạt  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  được tạo thành. Do đó tổng số hạt tạo thành là  $2N_1$ .
- Số hạt Po còn lại sau thời gian  $t$  là

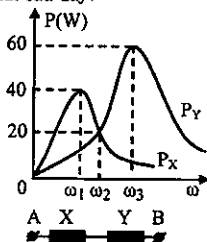
$$N_2 = N_0 2^{-\frac{t}{T}}.$$

- Theo bài ra, ta có:

$$\frac{2N_1}{N_2} = \frac{2N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right)}{N_0 2^{-\frac{t}{T}}} = 14 \Rightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 8 \Rightarrow t = 3T = 3 \cdot 138 = 414 \text{ ngày}$$

**Đáp án B.**

Câu 42: Lần lượt đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  ( $U$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu của đoạn mạch X và vào hai đầu của đoạn mạch Y; với X và Y là các đoạn mạch có R, L, C mắc nối tiếp. Trên hình vẽ,  $P_X$  và  $P_Y$  lần lượt biểu diễn quan hệ công suất tiêu thụ của X với  $\omega$  và của Y với  $\omega$ . Sau đó, đặt điện áp  $u$  lên hai đầu đoạn mạch AB gồm X và Y mắc nối tiếp. Biết cảm kháng của hai cuộn cảm thuần mắc nối tiếp (có cảm kháng  $Z_{L_1}$  và  $Z_{L_2}$ ) là  $Z_L = Z_{L_1} + Z_{L_2}$  và dung kháng của hai tụ điện mắc nối tiếp (có dung kháng  $Z_{C_1}$  và  $Z_{C_2}$ ) là  $Z_C = Z_{C_1} + Z_{C_2}$ . Khi  $\omega = \omega_2$ , công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?



A. 14 W.

B. 10 W.

C. 22 W.

D. 18 W.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- Khi  $\omega = \omega_1$  thì công suất trên đoạn mạch X đạt giá trị cực đại, tức là

$$\frac{U^2}{R_1} = 40.$$

- Khi  $\omega = \omega_3$  thì công suất trên đoạn mạch Y đạt giá trị cực đại, tức là

$$\frac{U^2}{R_2} = 60.$$

Từ đó ta có

$$2R_1 = 3R_2 \quad (1)$$

- Khi  $\omega = \omega_2$

+ Đối với đoạn mạch X:

$$P_X = R_1 \frac{U^2}{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = R_1 \frac{40R_1}{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = 20 \quad (2)$$

+ Đối với đoạn mạch Y:

$$P_Y = R_2 \frac{U^2}{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = R_2 \frac{60R_2}{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = 20 \quad (3)$$

+ Đối với đoạn mạch gồm X và Y nối tiếp:

$$P_{XY} = (R_1 + R_2) \frac{U^2}{(R_1 + R_2)^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2} - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2}$$

$$= (R_1 + R_2) \frac{40R_1}{(R_1 + R_2)^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2} - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2} \quad (4)$$

Chuẩn hóa cho  $R_1 = 1$ , từ (1) ta có  $R_2 = \frac{2}{3}$ . Từ (2) và chú ý khi  $\omega = \omega_2$  thì mạch X có tính cảm kháng nên ta có

$$\frac{40}{1 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = 20 \Rightarrow Z_{L_1} - Z_{C_1} = 1.$$



Từ (3) và chú ý khi  $\omega = \omega_2$  thì mạch Y có tính dung kháng nên ta có:

$$\frac{60\left(\frac{2}{3}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = 20 \Rightarrow Z_{L_2} - Z_{C_2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Vậy

$$P_{XY} = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \frac{40}{\left(1 + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = 23,97 \text{ W.}$$

**Đáp án C.**

**Bình luận:** Sẽ có rất nhiều người thắc mắc vì sao lại có thể chuẩn hóa cho  $R_1 = 1$ , liệu chuẩn hóa các đại lượng khác có được không? Và khi nào có thể chuẩn hóa được?

Chuẩn hóa theo các đại lượng khác hoàn toàn có thể. Và hoàn toàn chuẩn hóa với số bất kì (chứ không phải là chỉ chuẩn hóa với đại lượng 1).

Để tính được (4) ta cần tìm được 4 ẩn  $R_1, R_2, (Z_{L_1} - Z_{C_1}), (Z_{L_2} - Z_{C_2})$ . Thế nhưng ta chỉ có 3 phương trình (1), (2), (3) liên hệ giữa các ẩn. Phải chăng sẽ không giải được?

Vì các phương trình (1), (2), (3) là các phương trình đồng bậc với các ẩn. Do đó từ ba phương trình này, ta hoàn toàn có thể tính 3 ẩn theo 1 ẩn còn lại. Mặt khác, biểu thức (4) là tỉ số của hai biểu thức đồng bậc giữa các ẩn nên ta hoàn toàn có thể tính được kết quả của bài toán. Vì sao lại vậy?

Giả sử từ 3 phương trình, ta biểu diễn được 3 ẩn còn lại theo  $R_1$  chẳng hạn, sau đó thay vào (4) thì tử số và mẫu số sẽ là một biểu thức đồng bậc theo  $R_1$ , và khi chia cho nhau thì sẽ mất  $R_1$  đi.

Như vậy, việc xuất hiện  $R_1$  là không có ý nghĩa gì (các ẩn khác cũng thế). Và ta hoàn toàn có thể gán cho  $R_1$  bất kì một giá trị nào đó mà không làm sai lệch đi kết quả của bài toán.

Đây chính là bản chất của việc chuẩn hóa. Bạn đọc có thể tham khảo bài số 24 trong file *Lời giải chi tiết đề thi Đại học khối A 2013 - Tăng Hải Tuân*, cũng sử dụng chuẩn hóa. Gần đây (cuối năm 2014), tác giả Nguyễn Đình Yên đã tổng quát hóa lên từ các tài liệu trước đó và viết nên một chuyên đề về phương pháp này, gọi là "Phương pháp chuẩn hóa số liệu".

**Câu 43:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  ( $U_0$  không đổi,  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $f = f_1 = 25\sqrt{2}$  Hz hoặc  $f = f_2 = 100$  Hz thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện có cùng giá trị  $U_0$ . Khi  $f = f_0$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở đạt cực đại. Giá trị của  $f_0$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 70 Hz.                      B. 80 Hz.                      C. 67 Hz.                      D. 90 Hz.

Lời giải

- Khi  $f = f_0$  thì  $U_R$  max nên  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

- Ta có:

$$U_C = U_0 \Leftrightarrow Z_C \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow Z_C^2 = 2R^2 + 2(Z_L - Z_C)^2$$

$$\Leftrightarrow 2L^2C^2\omega^4 - (4LC - 2R^2C^2)\omega^2 + 1 = 0$$

- Vì theo đề bài thì có 2 giá trị  $f$  để  $U_C = U_0$  nên phương trình trên chắc chắn có nghiệm, khi đó ta có thể dùng định lí Viet:

$$\begin{cases} \omega_1^2 + \omega_2^2 = \frac{4LC - 2R^2C^2}{2L^2C^2} \\ \omega_1^2\omega_2^2 = \frac{1}{2L^2C^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1^2 + \omega_2^2 = \frac{2}{LC} - \frac{R^2}{L^2} < \frac{2}{LC} = 2\omega_0^2 \\ \omega_1^2\omega_2^2 = \frac{\omega_0^4}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1^2 + f_2^2 < 2f_0^2 \quad (2) \\ f_0 = \sqrt{2f_1^2 f_2^2} \quad (1) \end{cases}$$

- Nhận xét:

+ Nếu chỉ sử dụng (1) thì có thể suy ra ngay  $f_0 = \sqrt{2 \cdot (25\sqrt{2})^2 \cdot (100)^2} = 70,7$  Hz và chọn đáp án A.

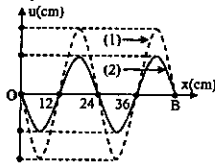
+ Tuy nhiên, có thể thấy rằng nếu sử dụng (2) thì ta có  $f_0 > \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{2}} = 75$  nên loại ngay đáp án A và C và phân vân giữa B và D.

+ Nếu kết hợp (1) và (2) thì: từ (1) ta có  $f_0 = 70,7$  Hz và từ (2) ta có  $f_0 > 75$  Hz tức là

$$70,7 > 75 \text{ ?!!!}$$

- Bộ Giáo dục đã phản hồi về bài toán này: "Các dữ kiện của câu hỏi thi này đúng về mặt Toán học mà chưa đủ ý nghĩa Vật lí."

**Câu 44:** Trên một sợi dây OB căng ngang, hai đầu cố định đang có sóng dừng với tần số  $f$  xác định. Gọi M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm. Hình vẽ mô tả hình dạng sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường 1) và  $t_2 = t_1 + \frac{11}{12f}$  (đường 2). Tại thời điểm  $t_1$ , li độ của phần tử dây ở N bằng biên độ của phần tử dây ở M và tốc độ của phần tử dây ở M là 60 cm/s. Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của phần tử dây ở P là



A.  $20\sqrt{3}$  cm/s.

B. 60 cm/s.

C.  $-20\sqrt{3}$  cm/s.

D. -60 cm/s.

Lời giải

- Từ đồ thị ta có  $\frac{\lambda}{2} = 12 \Rightarrow \lambda = 24$ cm.

- Vì M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm nên nếu gọi A là biên độ của bụng thì A chính là biên độ của N (vì  $BN = 6 = \frac{\lambda}{4}$ ). Ta có

$$\begin{cases} A_N = A \\ A_M = A \left| \sin \frac{2\pi BM}{\lambda} \right| = A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 4}{12} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2} A \\ A_P = A \left| \sin \frac{2\pi PM}{\lambda} \right| = A \left| \sin \frac{2\pi \cdot 38}{12} \right| = \frac{1}{2} A \end{cases}$$

- Mặt khác, vì M và N thuộc cùng một bó sóng, nên M và N cùng pha. P thuộc bó sóng thứ 4 kể từ bó sóng chứa M nên P ngược pha với M. Vậy M và N cùng pha và ngược pha với P. Khi đó ta có

$$\begin{cases} \frac{x_M}{x_N} = \frac{A_M}{A_N} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}A}{A} \\ \frac{v_P}{v_M} = -\frac{v_{\max P}}{v_{\max M}} = -\frac{\omega A_P}{\omega A_M} = -\frac{\frac{1}{2}A}{\frac{\sqrt{3}}{2}A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{\sqrt{3}}{2}x_N \\ v_P = -\frac{1}{\sqrt{3}}v_M \end{cases}$$

- Như vậy, để tính được  $v_P$  tại thời điểm  $t_2$  thì ta sẽ tính  $v_M$  tại thời điểm  $t_2$ . Ta sẽ sử dụng đường tròn để tính vận tốc  $v_M$  tại thời điểm  $t_2$ , muốn tính được thì ta phải biết tại thời điểm  $t_1$  thì  $v_M$  có giá trị là bao nhiêu (âm hay dương), đang tăng hay đang giảm. Đồ thị sẽ cho ta xác định được điều này.

- Nhìn đồ thị ta thấy, tại thời điểm  $t_1$ , hình dạng sợi dây là (1), nếu phân tử tại M đang đi xuống thì sau  $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{11}{12f} = \frac{11T}{12}$ , tức là sau gần 1 chu kì hình dạng sóng không thể là (2). Vậy M phải đi lên, tức là tại thời điểm  $t_1$  M đang đi lên với vận tốc  $v_M = +60 \text{ cm/s}$  và đang giảm.

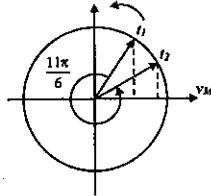
- Tại thời điểm  $t_1$  ta có:

$$x_N = A_M \Rightarrow x_M = \frac{\sqrt{3}}{2}x_N = \frac{\sqrt{3}}{2}A_M$$

mà

$$\left(\frac{x_M}{A_M}\right)^2 + \left(\frac{v_M}{v_{M \max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{v_M}{v_{M \max}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow v_{M \max} = 2|v_M| = 120 \text{ (cm/s)}$$

- Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{11}{12f}$  thì vector  $\vec{v}_{M \max}$  quét được thêm góc  $\frac{11}{12f} \cdot 2\pi f = \frac{11\pi}{6}$ , sử dụng đường tròn ta có



- Tại thời điểm  $t_2$  thì

$$v_M = v_{M \max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 120 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3} \text{ (cm/s)}.$$

- Từ đó suy ra

$$v_P = -\frac{1}{\sqrt{3}}v_M = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 60\sqrt{3} = -60 \text{ (cm/s)}$$

Đáp án D.

**Câu 45:** Lần lượt đặt các điện áp xoay chiều  $u_1, u_2$  và  $u_3$  có cùng giá trị hiệu dụng nhưng tần số khác nhau vào hai đầu một đoạn mạch có R, L, C nối tiếp thì cường độ dòng điện trong mạch tương ứng là:  $i_1 = I\sqrt{2} \cos\left(150\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ ,  $i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  và  $i_3 = I \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

A.  $i_2$  sớm pha so với  $u_2$ .

B.  $i_3$  sớm pha so với  $u_3$ .

C.  $i_1$  trễ pha so với  $u_1$ .

D.  $i_1$  cùng pha với  $i_2$ .

Lời giải

- Sai lầm thường thấy là chọn D vì thấy rằng  $i_1$  và  $i_2$  cùng pha ban đầu, nhưng chú ý tần số góc của  $i_1$

và  $i_2$  là khác nhau, nên dù nó cùng pha ban đầu nhưng hiệu số pha của nó không phải là một số nguyên lần  $2\pi$  nên nó không cùng pha.

- Ta thấy khi  $\omega = \omega_1 = 150\pi$  hoặc  $\omega = \omega_1 = 200\pi$  thì cường độ hiệu dụng là như nhau, bằng  $I$  nên phương trình sau có hai nghiệm

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow \omega^2 L^2 - 2\frac{L}{C} + \frac{1}{\omega^2 C^2} + R^2 - \left(\frac{U}{I}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \omega^4 L^2 - \left(2\frac{L}{C} + \left(\frac{U}{I}\right)^2\right)\omega^2 + \frac{1}{C^2} = 0.$$

- Theo định lí Viet, ta có

$$\omega_1^2 \omega_2^2 = \frac{1}{L^2 C^2} \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

- Trong đó  $\omega_0$  là giá trị  $\omega$  để cường độ hiệu dụng đạt giá trị cực đại, có giá trị là

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} = \sqrt{150\pi \cdot 200\pi} \approx 173\pi$$

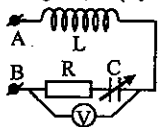
- Từ đó ta có

$$\omega_3 < \omega_0 \Rightarrow \omega_3^2 < \frac{1}{LC} \Rightarrow Z_{L3} < Z_{C3} \Rightarrow \tan \varphi_3 = \frac{Z_{L3} - Z_{C3}}{R} < 0 \Rightarrow \varphi_3 < 0.$$

- Vậy  $i_3$  sớm pha so với  $u_3$ .

Đáp án B.

**Câu 46:** Đặt một điện áp xoay chiều có tần số 50 Hz và giá trị hiệu dụng 20 V vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng có tổng số vòng dây của cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp là 2200 vòng. Nối hai đầu cuộn thứ cấp với đoạn mạch AB (hình vẽ); trong đó, điện trở R có giá trị không đổi, cuộn cảm thuần có độ tự cảm 0,2 H và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh điện dung C đến giá trị  $C = \frac{10^{-3}}{3\pi^2}$  (F) thì vôn kế (lí tưởng) chỉ giá trị cực đại bằng 103,9V (lấy là  $60\sqrt{3}$  V). Số vòng dây của cuộn sơ cấp là



A. 400 vòng.

B. 1650 vòng.

C. 550 vòng.

D. 1800 vòng.

Lời giải

- Ta có  $Z_C = 30\pi$  ( $\Omega$ ) và  $Z_L = 20\pi$  ( $\Omega$ ).

- Khi nối hai đầu cuộn thứ cấp với đoạn mạch AB thì ta có  $U_2 = U_{AB}$ . Ta có

$$U_{RC} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \cdot \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$= \frac{U_2}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_C^2}}}$$

$$= \frac{U_2}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}}}$$

$$= \frac{U_2}{\sqrt{1 + y}}$$

- Ta thấy  $U_{RC}$  max khi  $y = \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}$  min. Phương trình này tương đương với

$$y Z_C^2 + 2Z_L Z_C + y R^2 - Z_L^2 = 0.$$

+ Nếu  $y = 0$  thì  $Z_C = \frac{Z_L}{2}$ .

+ Nếu  $y \neq 0$ , để tồn tại giá trị lớn nhất của  $y$  thì phương trình trên phải có nghiệm, tức là

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - y(yR^2 - Z_L^2) \geq 0 \Leftrightarrow -y^2 R^2 + y Z_L^2 + Z_L^2 \geq 0 \Rightarrow y \geq \frac{Z_L^2 - \sqrt{Z_L^4 + 4R^2 Z_L^2}}{2R^2}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $\Delta' = 0 \Leftrightarrow Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2} \Rightarrow R = 10\sqrt{3}\pi$ .

- Vậy  $y_{\min} = \frac{Z_L^2 - \sqrt{Z_L^4 + 4R^2 Z_L^2}}{2R^2}$ . Do đó

$$U_{RC \max} = \frac{U_2}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - \sqrt{Z_L^4 + 4R^2 Z_L^2}}{2R^2}}} = \frac{2U_2 R}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2 - 2Z_L \sqrt{Z_L^2 + 4R^2} + Z_L^2}} = \frac{2U_2 R}{\sqrt{Z_L^2 + 4R^2} - Z_L}$$

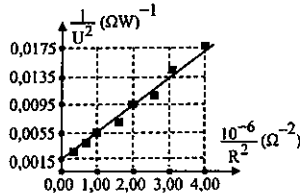
- Mà  $U_{RC \max} = \frac{2U_2 R}{\sqrt{Z_L^2 + 4R^2} - Z_L} = 60\sqrt{3} \Rightarrow U_2 = 60$  (V).

- Ta có:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} + 1 = \frac{U_2}{U_1} + 1 \Leftrightarrow \frac{2200}{N_1} = \frac{60}{20} + 1 \Leftrightarrow N_1 = 550$$

Đáp án C.

**Câu 47:** Một học sinh xác định điện dung của tụ điện bằng cách đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi,  $\omega = 314$  rad/s) vào hai đầu một đoạn mạch gồm tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với biến trở  $R$ . Biết  $\frac{1}{U^2} = \frac{2}{U_0^2} + \frac{2}{U_0^2 \omega^2 C^2} \cdot \frac{1}{R^2}$ , trong đó, điện áp  $U$  giữa hai đầu  $R$  được đo bằng đồng hồ đo điện đa năng hiện số. Dựa vào kết quả thực nghiệm đo được trên hình vẽ, học sinh này tính được giá trị của  $C$  là



A.  $1,95 \cdot 10^{-3}$  F.

B.  $5,20 \cdot 10^{-6}$  F.

C.  $5,20 \cdot 10^{-3}$  F.

D.  $1,95 \cdot 10^{-6}$  F.

Lời giải

Cách hiểu thứ nhất:

- Ta không thể coi  $x = \frac{10^{-6}}{R^2}$  ( $\Omega^{-2}$ ) là hoành độ được, mà chỉ có thể coi  $x = \frac{1}{R^2}$  ( $\Omega^{-2}$ ) là hoành độ.

- Vì ta có  $R^2$  có đơn vị (thứ nguyên) là  $\Omega^2$ , nên  $\frac{1}{R^2}$  có thứ nguyên là  $\Omega^{-2}$ , chứ không thể hiểu  $\frac{10^{-6}}{R^2}$  có thứ nguyên là  $\Omega^{-2}$ .

- Do đó trục hoành ghi  $\frac{10^{-6}}{R^2}$  ( $\Omega^{-2}$ ) =  $10^{-6} \times \frac{1}{R^2}$  ( $\Omega^{-2}$ ) thì ta hiểu là: mỗi giá trị trên trục hoành đem

nhân với  $10^{-6}$  thì được giá trị  $\frac{1}{R^2}$  ( $\Omega^{-2}$ ). Ví dụ: trực hoành ghi 1,00 thì ta có  $\frac{1}{R^2} = 1,00 \times 10^{-6}$  ( $\Omega^{-2}$ ).

- Quay trở lại bài toán, đặt  $y = \frac{1}{U^2}$ ,  $x = \frac{1}{R^2}$ ,  $a = \frac{2}{U_0^2 \omega^2 C^2}$ ,  $b = \frac{2}{U_0^2}$  thì ta có

$$y = ax + b$$

- Từ đồ thị thực nghiệm, vì 2 điểm thực nghiệm  $(x; y) = \{(1 \times 10^{-6}; 0,0055), (2 \times 10^{-6}; 0,0095)\}$  thuộc đường thẳng  $y = ax + b$  nên ta có

$$\begin{cases} 0,0055 = 1 \times 10^{-6}a + b \\ 0,0095 = 2 \times 10^{-6}a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4000 \\ b = 1,5 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

- Từ đó ta có  $\begin{cases} a = \frac{2}{U_0^2 \omega^2 C^2} \\ b = \frac{2}{U_0^2} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{b}{\omega^2 C^2} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{b}{a}}$ .

Thay số ta được  $C = \frac{1}{314} \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{4000}} = 1,95$  ( $\mu F$ ).

Đáp án D.

Cách hiểu thứ hai:

- Trực hoành ghi 1,00 thì ta hiểu  $\frac{10^{-6}}{R^2} = 1,00$ .

- Khi đó, bằng cách làm tương tự, ta tính được  $C = 1,95$  ( $F$ )

Không có đáp án.

**Câu 48:** Một lò xo nhẹ có độ cứng 20 N/m, đầu trên được treo vào một điểm cố định, đầu dưới gắn vật nhỏ A có khối lượng 100 g; vật A được nối với vật nhỏ B có khối lượng 100 g bằng một sợi dây mềm, mảnh, nhẹ, không đàn và đủ dài. Từ vị trí cân bằng của hệ, kéo vật B thẳng đứng xuống dưới một đoạn 20 cm rồi thả nhẹ để vật B đi lên với vận tốc ban đầu bằng không. Khi vật B bắt đầu đổi chiều chuyển động thì bất ngờ bị tuột khỏi dây nối. Bỏ qua các lực cản, lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Khoảng thời gian từ khi vật B bị tuột khỏi dây nối đến khi rơi đến vị trí được thả ban đầu là

- A. 0,30 s.      B. 0,68 s.      C. 0,26 s.      D. 0,28 s.

Lời giải

- Sai lầm thường thấy của bài toán này là lời giải như sau:

- Chọn trục tọa độ Ox chiều dương hướng xuống, O trùng với vị trí cân bằng của hệ.

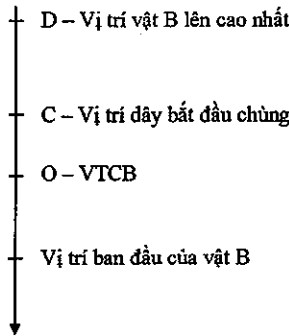
- Từ vị trí cân bằng của hệ, kéo vật B thẳng đứng xuống dưới một đoạn 20 cm rồi thả nhẹ để vật đi lên với vận tốc ban đầu bằng 0, nên suy ra biên độ của vật B là 20 cm.

- Vật B bắt đầu đổi chiều khi vật B lên đến biên âm, khi đó vật B bị tuột khỏi dây nối và rơi tự do đến vị trí được thả ban đầu hết quãng đường là 40 cm, thời gian là

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4}{10}} = 0,28 \text{ (s)}.$$

- Sai lầm ở lời giải trên khi cho rằng vật B đổi chiều khi vật B lên đến biên âm.

- Nguyên nhân gây sai lầm, là do trong quá trình chuyển động của vật B từ dưới lên trên, sẽ có lúc dây nối hai vật sẽ bị chùng (lực căng dây  $T = 0$ ). Khi đó vật B sẽ không gắn liền với vật A nữa mà vật B tiếp tục chuyển động lên như một chuyển động ném thẳng đứng lên trên, với vận tốc ban đầu bằng vận tốc của B khi dây bắt đầu chùng.



- Giả sử khi vật B ở điểm C là vị trí có li độ  $x$  thì dây bắt đầu chùng, khi đó theo định luật II Newton cho vật B, ta có:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

- Chiều lên chiều dương, ta có  $P - T = ma \Leftrightarrow mg - T = -m\omega^2x$ , dây chùng khi  $T = 0$  nên ta có

$$mg = -m\omega^2x \Rightarrow x = -\frac{g}{\omega^2} = -\frac{g}{\frac{k}{2m}} \Rightarrow x = -0,1 \text{ m} = -10 \text{ cm}$$

- Khi đó, vật B có vận tốc là (chú ý chiều dương hướng xuống, vật đang đi lên, nên vận tốc mang dấu âm)

$$v = -\omega\sqrt{A^2 - x^2} = -\sqrt{\frac{k}{2m}}\sqrt{A^2 - x^2} = -\sqrt{\frac{20}{2 \cdot 0,1}}\sqrt{0,2^2 - 0,1^2} = -\sqrt{3} \text{ (m/s)}$$

- Như vậy, khi dây bắt đầu chùng, thì B chuyển động ném lên với vận tốc  $v = -\sqrt{3}$  (m/s), với gia tốc là  $g$ , chuyển động này là chuyển động chậm dần đều, vật B sẽ lên đến vị trí cao nhất là D.

- Thời gian vật B chuyển động từ C đến D là

$$v_D = v_C + gt \Rightarrow t_{CD} = \frac{v_D - v_C}{g} = \frac{0 - (-\sqrt{3})}{10} = \frac{\sqrt{3}}{10} \text{ (s)}$$

- Đến D, vật B đổi chiều chuyển động và rơi tự do. Thời gian vật B rơi tự do từ D xuống C là

$$t_{DC} = t_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{10} \text{ (s)}$$

- Khi đó, ở C, vật B đang có vận tốc  $v_C = +\sqrt{3}$  (m/s).

- Thời gian vật B rơi tự do từ C xuống vị trí ban đầu là (với khoảng cách từ C đến vị trí ban đầu là  $s = 0,1 + 0,2 = 0,3\text{m}$ ) là

$$s = v_C t + \frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow 5t^2 + \sqrt{3}t = 0,3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0,127 \\ t = -0,473 \end{cases}$$

- Vậy thời gian cần tìm là

$$\Delta t = \frac{\sqrt{3}}{10} + 0,127 = 0,3 \text{ (s)}.$$

**Đáp án A.**

**Câu 49:** Bắn hạt proton có động năng 5,5 MeV vào hạt nhân  ${}^7_3\text{Li}$  đang đứng yên, gây ra phản ứng hạt nhân  $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow 2\alpha$ . Giả sử phản ứng không kèm theo bức xạ  $\gamma$ , hai hạt  $\alpha$  có cùng động năng và bay theo hai hướng tạo với nhau góc  $160^\circ$ . Coi khối lượng của mỗi hạt tính theo đơn vị u gần đúng bằng số khối của nó. Năng lượng mà phản ứng tỏa ra là

- A. 14,6 MeV.      B. 10,2 MeV.      C. 17,3 MeV.      D. 20,4 MeV.

**Lời giải**

- Vì hai hạt  $\alpha$  bay ra có cùng động năng, nên động lượng của chúng cũng bằng nhau.
- Theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$\begin{aligned} \vec{P}_p &= \vec{P}_{\alpha_1} + \vec{P}_{\alpha_2} \Leftrightarrow (\vec{P}_p)^2 = (\vec{P}_{\alpha_1} + \vec{P}_{\alpha_2})^2 \\ &\Leftrightarrow (P_p)^2 = (P_{\alpha})^2 + (P_{\alpha})^2 + 2P_{\alpha}P_{\alpha} \cos 160 \\ &\Leftrightarrow 2m_p K_p = 2 \cdot 2m_{\alpha} K_{\alpha} + 2 \cdot 2m_{\alpha} K_{\alpha} \cdot \cos 160 \\ &\Leftrightarrow K_{\alpha} = \frac{m_p K_p}{2m_{\alpha} (1 + \cos 160)} \end{aligned}$$

- Thay số ta có

$$K_{\alpha} = \frac{1 \cdot 5,5}{2 \cdot 4 \cdot (1 + \cos 160)} = 11,4 \text{ MeV.}$$

- Năng lượng tỏa ra từ phản ứng là

$$\Delta E = 2K_{\alpha} - K_p = 2 \cdot 11,4 - 5,5 = 17,3 \text{ (MeV).}$$

**Đáp án C.**

**Câu 50:** Đặt điện áp  $u = 400 \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở R và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{8\pi}$  F hoặc  $C = \frac{2}{3}C_1$  thì công suất của đoạn mạch có cùng giá trị. Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{15\pi}$  F hoặc  $C = 0,5C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi nối một ampe kế xoay chiều (lí tưởng) với hai đầu tụ điện thì số chỉ của ampe kế là

- A. 2,8 A.      B. 1,4 A.      C. 2,0 A.      D. 1,0 A.

**Lời giải**

- Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{8\pi}$  F hoặc  $C = \frac{2}{3}C_1$  thì công suất của đoạn mạch có cùng giá trị nên ta có  $Z_{C_1}, Z_{C_2}$  là nghiệm của phương trình

$$P = R \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow Z_C^2 - 2Z_L Z_C + Z_L^2 + R^2 - \frac{RU^2}{P} = 0$$

- Theo định lí Viet, ta có

$$Z_{C_1} + Z_{C_2} = 2Z_L \Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} = \frac{80 + \frac{3}{2} \cdot 80}{2} = 100 \text{ (}\Omega\text{)}$$

- Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{15\pi}$  F hoặc  $C = 0,5C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có cùng giá trị nên ta có  $Z_{C_1}, Z_{C_2}$  là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} U_C &= Z_C \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow Z_C^2 - 2Z_L Z_C + Z_L^2 + R^2 - Z_C^2 \frac{U^2}{U_C^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(1 - \frac{U^2}{U_C^2}\right) Z_C^2 - 2Z_L Z_C + Z_L^2 + R^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (Z_L^2 + R^2) \cdot \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \cdot \frac{1}{Z_C} + \left(1 - \frac{U^2}{U_C^2}\right) = 0. \end{aligned}$$



- Theo định lí Viet, ta có

$$\frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} = \frac{2Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow \frac{1}{150} + \frac{1}{150 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 100}{R^2 + 100^2} \Rightarrow R = 100 \text{ (}\Omega\text{)}$$

- Khi nối một ampe kế xoay chiều (lí tưởng) với hai đầu tụ điện thì mạch chỉ còn R và L. Cường độ hiệu dụng (cũng chính là số chỉ của Ampe kế) trong mạch lúc này là

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + 100^2}} = 2 \text{ (A)}$$

Đáp án C.

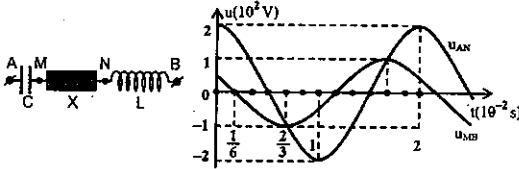
**B. Đề thi Đại học 2014**

**I. Đề bài**

**Câu 1:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ khối lượng 100g đang dao động điều hòa theo phương ngang, mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng. Từ thời điểm  $t_1 = 0$  đến  $t_2 = \frac{\pi}{48}$  s, động năng của con lắc tăng từ 0,096 J đến giá trị cực đại rồi giảm về 0,064 J. Ở thời điểm  $t_2$ , thế năng của con lắc bằng 0,064 J. Biên độ dao động của con lắc là

- A. 5,7 cm.      B. 7,0 cm.      C. 8,0 cm.      D. 3,6 cm.

**Câu 2:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp (hình vẽ). Biết tụ điện có dung kháng  $Z_C$ , cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và  $3Z_L = 2Z_C$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AN và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch MB như hình vẽ.



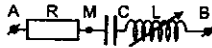
Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là

- A. 173 V.      B. 86 V.      C. 122 V.      D. 102 V.

**Câu 3:** Khi nói về tia hồng ngoại và tia tử ngoại, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại gây ra hiện tượng quang điện đối với mọi kim loại.
- B. Tần số của tia hồng ngoại nhỏ hơn tần số của tia tử ngoại.
- C. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều làm ion hóa mạnh các chất khí.
- D. Một vật bị nung nóng phát ra tia tử ngoại, khi đó vật không phát ra tia hồng ngoại.

**Câu 4:** Đặt điện áp  $u = 180\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) (với  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). R là điện trở thuần, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch MB và độ lớn góc lệch pha của cường độ dòng điện so với điện áp  $u$  khi  $L = L_1$  là  $U$  và  $\varphi_1$ , còn khi  $L = L_2$  thì tương ứng là  $\sqrt{8}U$  và  $\varphi_2$ . Biết  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ . Giá trị  $U$  bằng



- A. 135 V.      B. 180 V.      C. 90 V.      D. 60 V.

**Câu 5:** Một sóng cơ truyền dọc theo một sợi dây đàn hồi rất dài với biên độ 6 mm. Tại một thời điểm, hai phần tử trên dây cùng lệch khỏi vị trí cân bằng 3 mm, chuyển động ngược chiều và cách nhau một khoảng ngắn nhất là 8 cm (tính theo phương truyền sóng). Gọi  $\delta$  là tỉ số của tốc độ dao động cực đại của một phần tử trên dây với tốc độ truyền sóng.  $\delta$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,105.      B. 0,179.      C. 0,079.      D. 0,314.

**Câu 6:** Để ước lượng độ sâu của một giếng cạn nước, một người dùng đồng hồ bấm giây, ghé sát tai vào miệng giếng và thả một hòn đá rơi tự do từ miệng giếng; sau 3 s thì người đó nghe thấy tiếng hòn đá đập vào đáy giếng. Giả sử tốc độ truyền âm trong không khí là 330 m/s, lấy  $g = 9,9 \text{ m/s}^2$ . Độ sâu ước lượng của giếng là

- A. 43 m.      B. 45 m.      C. 39 m.      D. 41 m.

Câu 7: Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo thẳng dài 14 cm với chu kì 1 s. Từ thời điểm vật qua vị trí có li độ 3,5 cm theo chiều dương đến khi gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu lần thứ hai, vật có tốc độ trung bình là

- A. 27,3 cm/s.      B. 28,0 cm/s.      C. 27,0 cm/s.      D. 26,7 cm/s.

Câu 8: Một học sinh làm thực hành xác định số vòng dây của hai máy biến áp lí tưởng A và B có các cuộn dây với số vòng dây (là số nguyên) lần lượt là  $N_{1A}$ ,  $N_{2A}$ ,  $N_{1B}$ ,  $N_{2B}$ . Biết  $N_{2A} = kN_{1A}$ ;  $N_{2B} = 2kN_{1B}$ ;  $k > 1$ ;  $N_{1A} + N_{2A} + N_{1B} + N_{2B} = 3100$  vòng và trong bốn cuộn dây có hai cuộn có số vòng dây đều bằng N. Dùng kết hợp hai máy biến áp này thì có thể tăng điện áp hiệu dụng U thành 18U hoặc 2U. Số vòng dây N là

- A. 600 hoặc 372.      B. 900 hoặc 372.      C. 900 hoặc 750.      D. 750 hoặc 600.

Câu 9: Trong một thí nghiệm giao thoa sóng nước, hai nguồn  $S_1$  và  $S_2$  cách nhau 16 cm, dao động theo phương vuông góc với mặt nước, cùng biên độ, cùng pha, cùng tần số 80 Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 40 cm/s. Ở mặt nước, gọi d là đường trung trực của đoạn  $S_1S_2$ . Trên d, điểm M ở cách  $S_1$  10 cm; điểm N dao động cùng pha với M và gần M nhất sẽ cách M một đoạn có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 7,8 mm.      B. 6,8 mm.      C. 9,8 mm.      D. 8,8 mm.

Câu 10: Theo mẫu Bo về nguyên tử hiđrô, nếu lực tương tác tĩnh điện giữa electron và hạt nhân khi electron chuyển động trên quỹ đạo dừng L là F thì khi electron chuyển động trên quỹ đạo dừng N, lực này sẽ là

- A.  $\frac{F}{16}$ .      B.  $\frac{F}{9}$ .      C.  $\frac{F}{4}$ .      D.  $\frac{F}{25}$ .

Câu 11: Trong môi trường đẳng hướng và không hấp thụ âm, có 3 điểm thẳng hàng theo đúng thứ tự A; B; C với  $AB = 100$  m,  $AC = 250$  m. Khi đặt tại A một nguồn điểm phát âm công suất P thì mức cường độ âm tại B là 100 dB. Bỏ nguồn âm tại A, đặt tại B một nguồn điểm phát âm công suất 2P thì mức cường độ âm tại A và C là

- A. 103 dB và 99,5 dB.      B. 100 dB và 96,5 dB.  
C. 103 dB và 96,5 dB.      D. 100 dB và 99,5 dB.

Câu 12: Một vật có khối lượng 50 g, dao động điều hòa với biên độ 4 cm và tần số góc 3 rad/s. Động năng cực đại của vật là

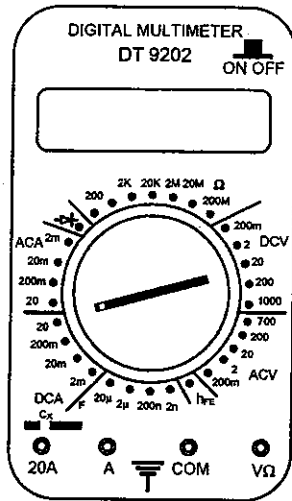
- A. 7,2 J.      B.  $3,6 \cdot 10^{-4}$  J.      C.  $7,2 \cdot 10^{-4}$  J.      D. 3,6 J.

Câu 13: Trong chân không, một ánh sáng có bước sóng là  $0,60 \mu\text{m}$ . Năng lượng của photon ánh sáng này bằng

- A. 4,07 eV.      B. 5,14 eV.      C. 3,34 eV.      D. 2,07 eV.

Câu 14: Các thao tác cơ bản khi sử dụng đồng hồ đa năng hiện số (hình vẽ) để đo điện áp xoay chiều cỡ 120 V gồm:

- Nhấn nút ON OFF để bật nguồn của đồng hồ.
  - Cho hai đầu đo của hai dây đo tiếp xúc với hai đầu đoạn mạch cần đo điện áp.
  - Vặn đầu đánh dấu của núm xoay tới chấm có ghi 200, trong vùng ACV.
  - Cắm hai đầu nối của hai dây đo vào hai ổ COM và VΩ.
  - Chờ cho các chữ số ổn định, đọc trị số của điện áp.
- g. Kết thúc các thao tác đo, nhấn nút ON OFF để tắt nguồn của đồng hồ.



Thứ tự đúng các thao tác là

- A. a, b, d, c, e, g.    B. c, d, a, b, e, g.    C. d, a, b, c, e, g.    D. d, b, a, c, e, g.

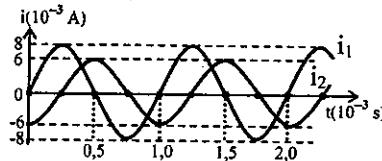
Câu 15: Một động cơ điện tiêu thụ công suất điện 110 W, sinh ra công suất cơ học bằng 88 W. Tỷ số của công suất cơ học với công suất hao phí ở động cơ bằng

- A. 3.    B. 4.    C. 2.    D. 5.

Câu 16: Một vật dao động cưỡng bức dưới tác dụng của một ngoại lực biến thiên điều hòa với tần số  $f$ . Chu kỳ dao động của vật là

- A.  $\frac{1}{2\pi f}$ .    B.  $\frac{2\pi}{f}$ .  
C.  $2f$ .    D.  $\frac{1}{f}$ .

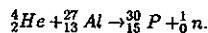
Câu 17: Hai mạch dao động điện từ LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với các cường độ dòng điện tức thời trong hai mạch là  $i_1$  và  $i_2$  được biểu diễn như hình vẽ.



Tổng điện tích của hai tụ điện trong hai mạch ở cùng một thời điểm có giá trị lớn nhất bằng

- A.  $\frac{4}{\pi} \mu C$ .    B.  $\frac{3}{\pi} \mu C$ .  
C.  $\frac{5}{\pi} \mu C$ .    D.  $\frac{10}{\pi} \mu C$ .

Câu 18: Bắn hạt  $\alpha$  vào hạt nhân nguyên tử nhôm đang đứng yên gây ra phản ứng:



Biết phản ứng thu năng lượng là 2,70 MeV; giả sử hai hạt tạo thành bay ra với cùng vận tốc và phản ứng không kèm bức xạ  $\gamma$ . Lấy khối lượng của các hạt tính theo đơn vị  $u$  có giá trị bằng số khối của chúng.

Động năng của hạt  $\alpha$  là

- A. 2,70 MeV.      B. 3,10 MeV.      C. 1,35 MeV.      D. 1,55 MeV.

Câu 19: Trong phản ứng hạt nhân không có sự bảo toàn

- A. năng lượng toàn phần.      B. số nuclôn.  
C. động lượng.      D. số neutron.

Câu 20: Trong chân không, các bức xạ có bước sóng tăng dần theo thứ tự đúng là

- A. ánh sáng nhìn thấy; tia tử ngoại; tia X; tia gamma; sóng vô tuyến và tia hồng ngoại.  
B. sóng vô tuyến; tia hồng ngoại; ánh sáng nhìn thấy; tia tử ngoại; tia X và tia gamma.  
C. tia gamma; tia X; tia tử ngoại; ánh sáng nhìn thấy; tia hồng ngoại và sóng vô tuyến.  
D. tia hồng ngoại; ánh sáng nhìn thấy; tia tử ngoại; tia X; tia gamma và sóng vô tuyến.

Câu 21: Trong chân không, bước sóng ánh sáng lục bằng

- A. 546 mm.      B. 546  $\mu\text{m}$ .      C. 546 pm.      D. 546 nm.

Câu 22: Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 1,2 s. Trong một chu kì, nếu tỉ số của thời gian lò xo giãn với thời gian lò xo nén bằng 2 thì thời gian mà lực đàn hồi ngược chiều lực kéo về là

- A. 0,2 s.      B. 0,1 s.      C. 0,3 s.      D. 0,4 s.

Câu 23: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 1 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2 m. Nguồn sáng đơn sắc có bước sóng 0,45  $\mu\text{m}$ . Khoảng vân giao thoa trên màn bằng

- A. 0,2 mm.      B. 0,9 mm.      C. 0,5 mm.      D. 0,6 mm.

Câu 24: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch chỉ có tụ điện thì cường độ dòng điện trong mạch là  $i = I_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (A). Giá trị của  $\varphi$  bằng

- A.  $\frac{3\pi}{4}$ .      B.  $\frac{\pi}{2}$ .  
C.  $-\frac{3\pi}{4}$ .      D.  $-\frac{\pi}{2}$ .

Câu 25: Gọi  $n_d$ ,  $n_t$  và  $n_v$  lần lượt là chiết suất của một môi trường trong suốt đối với các ánh sáng đơn sắc đỏ, tím và vàng. Sắp xếp nào sau đây đúng?

- A.  $n_d < n_v < n_t$ .      B.  $n_v > n_d > n_t$ .  
C.  $n_d > n_t > n_v$ .      D.  $n_t > n_d > n_v$ .

Câu 26: Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có cảm kháng với giá trị bằng R. Độ lệch pha của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch với cường độ dòng điện trong đoạn mạch bằng

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .      B. 0.      C.  $\frac{\pi}{2}$ .      D.  $\frac{\pi}{3}$ .

Câu 27: Hiện tượng chùm ánh sáng trắng đi qua một lăng kính, bị phân tách thành các chùm sáng đơn sắc là hiện tượng

- A. phản xạ toàn phần.      B. phản xạ ánh sáng.  
C. tán sắc ánh sáng.      D. giao thoa ánh sáng.

Câu 28: Chùm ánh sáng laze không được ứng dụng

- A. trong truyền tin bằng cáp quang.      B. làm dao mổ trong y học.  
C. làm nguồn phát siêu âm.      D. trong đầu đọc đĩa CD.

Câu 29: Tia  $\alpha$

- A. có vận tốc bằng vận tốc ánh sáng trong chân không.  
B. là dòng các hạt nhân  ${}^4_2\text{He}$ .  
C. không bị lệch khi đi qua điện trường và từ trường.

D. là dòng các hạt nhân nguyên tử hiđrô.

**Câu 30:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V) (với  $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm đèn sợi đốt có ghi 220 V - 100 W, cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi đó đèn sáng đúng công suất định mức. Nếu nối tắt hai bản tụ điện thì đèn chỉ sáng với công suất bằng 50 W. Trong hai trường hợp, coi điện trở của đèn như nhau, bỏ qua độ tự cảm của đèn. Dung kháng của tụ điện không thể là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 345  $\Omega$ .                      B. 484  $\Omega$ .                      C. 475  $\Omega$ .                      D. 274  $\Omega$ .

**Câu 31:** Một tụ điện có điện dung  $C$  tích điện  $Q_0$ . Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_1$  hoặc với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_2$  thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại là 20 mA hoặc 10 mA. Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_3 = (9L_1 + 4L_2)$  thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại là

- A. 9 mA.                      B. 4 mA.                      C. 10 mA.                      D. 5 mA.

**Câu 32:** Trong các hạt nhân nguyên tử:  ${}^4_2\text{He}$ ;  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ ;  ${}^{238}_{92}\text{U}$  và  ${}^{230}_{90}\text{Th}$ , và hạt nhân bền vững nhất là

- A.  ${}^4_2\text{He}$ .                      B.  ${}^{230}_{90}\text{Th}$ .                      C.  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ .                      D.  ${}^{238}_{92}\text{U}$ .

**Câu 33:** Trên một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định với khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là 6 cm. Trên dây có những phần tử sóng dao động với tần số 5 Hz và biên độ lớn nhất là 3 cm. Gọi N là vị trí của một nút sóng; C và D là hai phần tử trên dây ở hai bên của N và có vị trí cân bằng cách N lần lượt là 10,5 cm và 7 cm. Tại thời điểm  $t_1$ , phần tử C có li độ 1,5 cm và đang hướng về vị trí cân bằng. Vào thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{79}{40}$ , phần tử D có li độ là:

- A. - 0,75 cm.                      B. 1,50 cm.                      C. - 1,50 cm.                      D. 0,75 cm.

**Câu 34:** Một mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với điện tích cực đại của tụ điện là  $Q_0$  và cường độ dòng điện cực đại trong mạch là  $I_0$ . Dao động điện từ tự do trong mạch có chu kì là

- A.  $T = \frac{4\pi Q_0}{I_0}$ .                      B.  $T = \frac{\pi Q_0}{2I_0}$ .  
C.  $T = \frac{2\pi Q_0}{I_0}$ .                      D.  $T = \frac{3\pi Q_0}{I_0}$ .

**Câu 35:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc  $\omega$ . Vật nhỏ của con lắc có khối lượng 100 g. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật nhỏ qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Tại thời điểm  $t = 0,95$  s, vận tốc  $v$  và li độ  $x$  của vật nhỏ thỏa mãn  $v = -\omega x$  lần thứ 5. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Độ cứng của lò xo là

- A. 85 N/m.                      B. 37 N/m.                      C. 20 N/m.                      D. 25 N/m.

**Câu 36:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad; tần số góc 10 rad/s và pha ban đầu 0,79 rad. Phương trình dao động của con lắc là

- A.  $\alpha = 0,1 \cos(20\pi t - 0,79)$  (rad).  
B.  $\alpha = 0,1 \cos(10t + 0,79)$  (rad).  
C.  $\alpha = 0,1 \cos(20\pi t + 0,79)$  (rad).  
D.  $\alpha = 0,1 \cos(10t - 0,79)$  (rad).

**Câu 37:** Đồng vị là những nguyên tử mà hạt nhân có cùng số

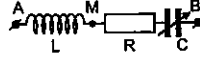
- A. proton nhưng khác số nuclôn.                      B. nuclôn nhưng khác số neutron.  
C. nuclôn nhưng khác số proton.                      D. neutron nhưng khác số proton.

**Câu 38:** Trong âm nhạc, khoảng cách giữa hai nốt nhạc trong một quãng được tính bằng cung và nửa cung (nc). Mỗi quãng tám được chia thành 12 nc. Hai nốt nhạc cách nhau nửa cung thì hai âm (cao, thấp) tương ứng với hai nốt nhạc này có tần số thỏa mãn  $f_c^{12} = 2f_l^{12}$ . Tập hợp tất cả các âm trong một quãng tám gọi là một gam (âm giai). Xét một gam với khoảng cách từ nốt Đồ đến các nốt tiếp theo Rê,

Mi, Fa, Sol, La, Si, Đô tương ứng là 2 nc, 4 nc, 5 nc, 7 nc, 9 nc, 11 nc, 12 nc. Trong gam này, nếu âm ứng với nốt La có tần số 440 Hz thì âm ứng với nốt Sol có tần số là

- A. 330 Hz. B. 392 Hz. C. 494 Hz. D. 415 Hz.

Câu 39: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). Cuộn cảm thuần có độ tự cảm L xác định;  $R = 200\Omega$ ; tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh điện dung C để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB đạt giá trị cực tiểu là  $U_1$  và giá trị cực đại là  $U_2 = 400$  V. Giá trị  $U_1$  là



- A. 173 V. B. 80 V. C. 111 V. D. 200 V.

Câu 40: Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + 0,35)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - 1,57)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là  $x = 20 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Giá trị cực đại của  $(A_1 + A_2)$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 25 cm. B. 20 cm. C. 40 cm. D. 35 cm.

Câu 41: Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  ( $f$  thay đổi được,  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Biết  $2L > R^2C$ . Khi  $f = 60$  Hz hoặc  $f = 90$  Hz thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi  $f = 30$  Hz hoặc  $f = 120$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi  $f = f_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch MB lệch pha một góc  $135^\circ$  so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của  $f_1$  bằng

- A. 60 Hz. B. 80 Hz. C. 50 Hz. D. 120 Hz.

Câu 42: Trong mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do, điện tích của một bản tụ điện và cường độ dòng điện qua cuộn cảm thuần biến thiên điều hòa theo thời gian

- A. luôn ngược pha nhau. B. luôn cùng pha nhau.  
C. với cùng biên độ. D. với cùng tần số.

Câu 43: Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos \omega t$  (cm). Quãng đường vật đi được trong một chu kì là

- A. 10 cm. B. 5 cm. C. 15 cm. D. 20 cm.

Câu 44: Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình  $x = 6 \cos \pi t$  ( $x$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng s). Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Tốc độ cực đại của chất điểm là 18,8 cm/s.  
B. Chu kì của dao động là 0,5 s.  
C. Gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại là  $113 \text{ cm/s}^2$ .  
D. Tần số của dao động là 2 Hz.

Câu 45: Số nuclôn của hạt nhân  ${}_{90}^{230}\text{Th}$  nhiều hơn số nuclôn của hạt nhân  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  là

- A. 6. B. 126. C. 20. D. 14.

Câu 46: Công thoát electron của một kim loại là 4,14 eV. Giới hạn quang điện của kim loại này là

- A. 0,6  $\mu\text{m}$ . B. 0,3  $\mu\text{m}$ . C. 0,4  $\mu\text{m}$ . D. 0,2  $\mu\text{m}$ .

Câu 47: Dòng điện có cường độ  $i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (A) chạy qua điện trở thuần  $100\Omega$ . Trong 30 giây, nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở là

- A. 12 kJ. B. 24 kJ. C. 4243 J. D. 8485 J.

Câu 48: Điện áp  $u = 141\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) có giá trị hiệu dụng bằng

A. 141 V.                      B. 200 V.                      C. 100 V.                      D. 282 V.

Câu 49: Một sóng cơ truyền trên một sợi dây rất dài với tốc độ 1 m/s và chu kì 0,5 s. Sóng cơ này có bước sóng là

A. 150 cm.                      B. 100 cm.                      C. 50 cm.                      D. 25 cm.

Câu 50: Tia X

A. mang điện tích âm nên bị lệch trong điện trường.

B. cùng bản chất với sóng âm.

C. có tần số nhỏ hơn tần số của tia hồng ngoại.

D. cùng bản chất với tia tử ngoại.

## ĐÁP ÁN

1 C	6 D	11 A	16 D	21 D	26 A	31 B	36 B	41 B	46 B
2 B	7 C	12 B	17 C	22 A	27 C	32 C	37 A	42 D	47 A
3 B	8 A	13 D	18 B	23 B	28 C	33 C	38 B	43 D	48 A
4 D	9 A	14 B	19 D	24 A	29 B	34 C	39 C	44 A	49 C
5 B	10 A	15 B	20 C	25 A	30 D	35 D	40 D	45 C	50 D



**II. Giải chi tiết**

**Câu 1:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ khối lượng 100g đang dao động điều hòa theo phương ngang, mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng. Từ thời điểm  $t_1 = 0$  đến  $t_2 = \frac{\pi}{48}$  s, động năng của con lắc tăng từ 0,096 J đến giá trị cực đại rồi giảm về 0,064 J. Ở thời điểm  $t_2$ , thế năng của con lắc bằng 0,064 J. Biên độ dao động của con lắc là

A. 5,7 cm.                      B. 7,0 cm.                      C. 8,0 cm.                      D. 3,6 cm.

Lời giải

- Ở thời điểm  $t_2$  ta thấy, con lắc có động năng là 0,064 J và thế năng là 0,064 J. Suy ra cơ năng của con lắc là :  $0,064 \text{ J} + 0,064 \text{ J} = 0,128 \text{ J}$ .

- Có cơ năng tức là có  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = 0,128 \text{ J}$  (1), mà đề bài cho khối lượng, như vậy để tính biên độ ta cần tính được  $\omega$ .

- Tại thời điểm  $t_1 = 0$  ta có  $W_d = 0,096 \text{ J}$  nên suy ra thế năng  $W_t = 0,128 - 0,096 = 0,032 \text{ J}$ , mà  $\frac{W_t}{W} = \left(\frac{x}{A}\right)^2$ , hay  $x = \pm A \cdot \sqrt{\frac{W_t}{W}}$ , nên li độ tại thời điểm này là :

$$x_1 = \pm \frac{A}{2}$$

- Tương tự, tại thời điểm  $t_2$  ta có  $W_t = 0,064 \text{ J}$  nên li độ tại thời điểm này là

$$x_2 = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

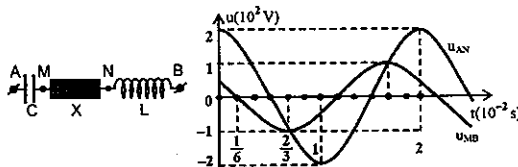
- Theo bài ra, từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$ , động năng của con lắc tăng đến giá trị cực đại rồi giảm, tức là thế năng của con lắc giảm đến 0 rồi tăng, tương ứng với vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = +\frac{A}{2}$ , qua vị trí cân bằng, rồi đến  $x_2 = -\frac{A}{\sqrt{2}}$  hoặc ngược lại. Cả hai trường hợp đều cho ta góc quét được trên đường tròn là  $\frac{5\pi}{12}$ , ứng với thời gian  $\frac{5T}{24}$ . Vậy ta có

$$\frac{\pi}{48} = \frac{5T}{24} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s.}$$

- Thay  $\omega = 20 \text{ rad/s}$  vào (1) ta tính được  $A = 8 \text{ cm}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 2:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp (hình vẽ). Biết tụ điện có dung kháng  $Z_C$ , cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và  $3Z_L = 2Z_C$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AN và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch MB như hình vẽ.



Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là

- A. 173 V.                      B. 86 V.                      C. 122 V.                      D. 102 V.

Lời giải

- Nhìn vào đồ thị, ta thấy tại thời điểm  $t = 0$ ,  $u_{AN} = 200$  (V) (đang ở biên dương) và đang giảm, nên

$$u_{AN} = 200 \cos(\omega t) \text{ (V)}.$$

- Cũng tại  $t = 0$ , ta có  $u_{MB} = 50 = \frac{1}{2} U_{0MB}$  (V) và đang giảm, nên

$$u_{MB} = 100 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V)}.$$

- Vì  $u_C$  và  $u_L$  ngược pha, và  $3Z_L = 2Z_C$  nên  $u_C = -1,5u_L$ .

- Ta có:

$$\begin{cases} u_{AN} = u_C + u_X \\ u_{MB} = u_L + u_X \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_{AN} = u_C + u_X \\ 1,5u_{MB} = 1,5u_L + 1,5u_X \end{cases}$$

- Cộng vế với vế 2 phương trình của hệ trên, chú ý  $u_C = -1,5u_L$ , ta thu được:

$$u_X = \frac{1,5u_{MB} + u_{AN}}{2,5} = 60 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) + 80 \cos(\omega t) = 20\sqrt{37} \cos(\omega t + \varphi).$$

- Từ đó suy ra điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là  $U_{MN} = U_X = \frac{20\sqrt{37}}{\sqrt{2}} \approx 86$  V.

Đáp án B.

**Câu 3:** Khi nói về tia hồng ngoại và tia tử ngoại, phát biểu nào sau đây đúng?

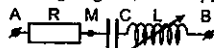
- A. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại gây ra hiện tượng quang điện đối với mọi kim loại.
- B. Tần số của tia hồng ngoại nhỏ hơn tần số của tia tử ngoại.
- C. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều làm ion hóa mạnh các chất khí.
- D. Một vật bị nung nóng phát ra tia tử ngoại, khi đó vật không phát ra tia hồng ngoại.

Lời giải

Tần số của tia hồng ngoại nhỏ hơn tần số của tia tử ngoại.

Đáp án B.

**Câu 4:** Đặt điện áp  $u = 180\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) (với  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). R là điện trở thuần, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch MB và độ lớn góc lệch pha của cường độ dòng điện so với điện áp  $u$  khi  $L = L_1$  là  $U$  và  $\varphi_1$ , còn khi  $L = L_2$  thì tương ứng là  $\sqrt{3}U$  và  $\varphi_2$ . Biết  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ . Giá trị  $U$  bằng



A. 135 V.

B. 180 V.

C. 90 V.

D. 60 V.

Lời giải

Cách 1: (Thuận tủy đại số, nhưng dài)

- Ta có

$$\begin{aligned} U_{MB} &= \frac{U_{AB}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \sqrt{(Z_L - Z_C)^2} \\ &= \frac{U_{AB}}{\sqrt{\left(\frac{R}{Z_L - Z_C}\right)^2 + 1}} \\ &= \frac{U_{AB}}{\sqrt{\frac{1}{\tan^2 \varphi} + 1}} \\ &= U_{AB} \sin |\varphi| \end{aligned}$$

- Suy ra

$$\left\{ \begin{array}{l} U = U_{AB} \sin |\varphi_1| \\ \sqrt{8}U = U_{AB} \sin |\varphi_2| \end{array} \right. \xrightarrow{\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ} \left( \frac{U}{U_{AB}} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{8}U}{U_{AB}} \right)^2 = 1 \Rightarrow \boxed{U = \frac{U_{AB}}{3} = 60.}$$

Cách 2: Giản đồ

- Vẽ giản đồ chung gốc, ta cũng suy ra được  $U_{MB} = U_{AB} \sin |\varphi|$ . Đến đây tính như Cách 1.

Đáp án D.

**Câu 5:** Một sóng cơ truyền dọc theo một sợi dây đàn hồi rất dài với biên độ 6 mm. Tại một thời điểm, hai phần tử trên dây cùng lệch khỏi vị trí cân bằng 3 mm, chuyển động ngược chiều và cách nhau một khoảng ngắn nhất là 8 cm (tính theo phương truyền sóng). Gọi  $\delta$  là tỉ số của tốc độ dao động cực đại của một phần tử trên dây với tốc độ truyền sóng.  $\delta$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,105.                      B. 0,179.                      C. 0,079.                      D. 0,314.

Lời giải

- Hai phần tử trên dây cùng lệch khỏi vị trí cân bằng 3 mm =  $\frac{1}{2}A$ , chuyển động ngược chiều nhau, nên dựa vào đường tròn ta suy ra hai phần tử này dao động lệch pha nhau góc  $\frac{2\pi}{3}$ .

- Gọi khoảng cách giữa hai phần tử trên dây là  $d$ , thì độ lệch pha của hai phần tử này xác định bởi

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$$

- Vì hai phần tử này cách nhau một khoảng ngắn nhất là 8 cm nên  $k = 0$ , suy ra

$$\lambda = \frac{2\pi d_{min}}{\frac{2\pi}{3}} = 24 \text{ cm.}$$

- Tỉ số của tốc độ dao động cực đại của một phần tử trên dây với tốc độ truyền sóng là :

$$\delta = \frac{\omega A}{v} = \frac{2\pi A}{Tv} = \frac{2\pi A}{\lambda} = 0,157.$$

Đáp án B.

**Câu 6:** Để ước lượng độ sâu của một giếng cạn nước, một người dùng đồng hồ bấm giây, ghé sát tai vào miệng giếng và thả một hòn đá rơi tự do từ miệng giếng; sau 3 s thì người đó nghe thấy tiếng hòn đá đập vào đáy giếng. Giả sử tốc độ truyền âm trong không khí là 330 m/s, lấy  $g = 9,9 \text{ m/s}^2$ . Độ sâu ước lượng của giếng là

- A. 43 m.                      B. 45 m.                      C. 39 m.                      D. 41 m.

Lời giải

- Sau 3s sau khi thả, người đó nghe thấy tiếng hòn đá đập vào đáy giếng, thời gian 3s đó chính là : thời gian hòn đá rơi từ miệng giếng đến đáy giếng + thời gian tiếng động của hòn đá truyền từ đáy giếng lên đến miệng giếng, vào tai ta khiến tai ta nghe được.

- Thời gian hòn đá rơi từ miệng giếng đến đáy giếng là (quá trình này là chuyển động rơi tự do của hòn đá) :

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- Thời gian tiếng động phát ra truyền từ đáy giếng đến miệng giếng là (quá trình này là chuyển động thẳng đều của âm thanh với tốc độ truyền âm  $v = 330 \text{ m/s}$ ) :

$$t_2 = \frac{h}{v}$$

- Từ đó ta có

$$3 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$$

- Giải ra ta được  $\sqrt{h} = 6,4$  m, hay  $h = 41$  m.

**Nhật xét :** Bài toán này nếu em nào lên 12 mới học Vật lí và chỉ học kiến thức lớp 12 thì chết chắc, vì bài này liên quan đến kiến thức về chuyển động rơi tự do của lớp 10.

Đáp án D.

**Câu 7:** Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo thẳng dài 14 cm với chu kì 1 s. Từ thời điểm vật qua vị trí có li độ 3,5 cm theo chiều dương đến khi gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu lần thứ hai, vật có tốc độ trung bình là

- A. 27,3 cm/s.      B. 28,0 cm/s.      C. 27,0 cm/s.      D. 26,7 cm/s.

Lời giải

- Để tính được tốc độ trung bình của vật, ta cần tính tổng quãng đường vật đi được, và thời gian đi hết quãng đường đó.

- Chiều dài quỹ đạo của vật là 14 cm, nên biên độ dao động là  $A = 7$  cm.

- Gia tốc của vật  $a = -\omega^2 x$ , mà  $-A \leq x \leq +A$ , suy ra  $-\omega^2 A \leq a \leq \omega^2 A$ , nên gia tốc đạt giá trị cực tiểu khi  $x = A$ , (rất nhiều học sinh nhầm rằng gia tốc đạt giá trị cực tiểu là bằng 0, điều này sai, nhưng nếu nói ĐỘ LỚN của gia tốc đạt giá trị cực tiểu là bằng 0 thì đúng).

- Từ đó ta hình dung được quỹ đạo đường đi của vật như sau : thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ 3,5 cm theo chiều dương, đến biên dương lần thứ nhất (gia tốc cực tiểu lần thứ nhất), đi tiếp 1 chu kì sẽ đến biên dương lần thứ hai (gia tốc cực tiểu lần thứ hai).

- Tổng quãng đường vật đi được là :  $3,5 + 4 \cdot 7 = 31,5$  cm.

- Tổng thời gian vật đi quãng đường đó là :  $\frac{T}{6} + T = \frac{7T}{6} = \frac{7}{6}$  s.

- Tốc độ trung bình là :

$$v_{tb} = \frac{31,5}{\frac{7}{6}} = 27 \text{ cm/s.}$$

Đáp án C.

**Câu 8:** Một học sinh làm thực hành xác định số vòng dây của hai máy biến áp lí tưởng A và B có các cuộn dây với số vòng dây (là số nguyên) lần lượt là  $N_{1A}, N_{2A}, N_{1B}, N_{2B}$ . Biết  $N_{2A} = kN_{1A}$ ;  $N_{2B} = 2kN_{1B}$ ;  $k > 1$ ;  $N_{1A} + N_{2A} + N_{1B} + N_{2B} = 3100$  vòng và trong bốn cuộn dây có hai cuộn có số vòng dây đều bằng N. Dùng kết hợp hai máy biến áp này thì có thể tăng điện áp hiệu dụng U thành 18U hoặc 2U. Số vòng dây N là

- A. 600 hoặc 372.      B. 900 hoặc 372.      C. 900 hoặc 750.      D. 750 hoặc 600.

Lời giải

- Nếu dùng 2 máy có thể tăng U lên thành 2U vì : ta sẽ cho máy thứ hai làm máy tăng áp, tăng áp từ U lên 2kU, rồi dùng máy thứ nhất làm máy giảm áp, giảm từ 2kU xuống 2U.

- Như vậy để tăng từ U lên thành 18U ta phải dùng hai máy này đều là máy tăng áp. Do đó ta có :  $k \cdot 2k = 18$ , suy ra  $k = 3$ .

- Vì  $k = 3$  nên  $\begin{cases} N_{2A} = 3N_{1A} \\ N_{2B} = 6N_{1B} \end{cases}$

- Ta có  $N_{1A} + N_{2A} + N_{1B} + N_{2B} = 3100$ , và vì trong bốn cuộn dây có hai cuộn có số vòng dây đều bằng N, nên có các trường hợp sau :

+  $N_{1A} = N_{1B} \Rightarrow N + 3N + N + 6N = 3100 \Rightarrow N = 281,8$ .

$$+ N_{1A} = N_{2B} \Rightarrow N + 3N + \frac{N}{6} + N = 3100 \Rightarrow N = 600.$$

$$+ N_{2A} = N_{1B} \Rightarrow \frac{N}{3} + N + N + 6N = 3100 \Rightarrow N = 372.$$

$$+ N_{2A} = N_{2B} \Rightarrow \frac{N}{3} + N + \frac{N}{6} + N = 3100 \Rightarrow N = 1200.$$

Đáp án A.

**Câu 9:** Trong một thí nghiệm giao thoa sóng nước, hai nguồn  $S_1$  và  $S_2$  cách nhau 16 cm, dao động theo phương vuông góc với mặt nước, cùng biên độ, cùng pha, cùng tần số 80 Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 40 cm/s. Ở mặt nước, gọi  $d$  là đường trung trực của đoạn  $S_1S_2$ . Trên  $d$ , điểm  $M$  ở cách  $S_1$  10 cm; điểm  $N$  dao động cùng pha với  $M$  và gần  $M$  nhất sẽ cách  $M$  một đoạn có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 7,8 mm.

B. 6,8 mm.

C. 9,8 mm.

D. 8,8 mm.

Lời giải

- Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = 0,5$  cm.

- Giả sử phương trình dao động của hai nguồn là  $u = a \cos \omega t$ .

- Ta sẽ tìm điểm  $N_1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán, nằm phía trên điểm  $M$ ; tìm điểm  $N_2$  thỏa mãn yêu cầu bài toán, nằm phía dưới điểm  $M$ , sau đó so sánh  $N_1M$  và  $N_2M$ .

- Xét hai điểm điểm  $N_1, N_2$  lần lượt nằm trên  $M$  và nằm dưới  $M$ , thuộc  $d$ , cách  $S_1$  một khoảng là  $d_1 > S_1M$  và  $d_2 < S_1M$ .

- Phương trình sóng tại  $M$  do hai nguồn cùng pha truyền tới là :

$$u_M = 2a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi M S_1}{\lambda} \right).$$

- Phương trình sóng tại  $N_1, N_2$  do hai nguồn cùng pha truyền tới là :

$$u_{N_1} = 2a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right),$$

$$u_{N_2} = 2a \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right).$$

- Để  $N_1, N_2$  dao động cùng pha với  $M$  thì độ lệch pha phải bằng  $k2\pi$ . Ta có :

$$\begin{cases} \frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{2\pi S_1 M}{\lambda} = k_1 2\pi \\ \frac{2\pi d_2}{\lambda} - \frac{2\pi S_1 M}{\lambda} = k_2 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 = S_1 M + k_1 \lambda > S_1 M \\ d_2 = S_1 M + k_2 \lambda < S_1 M \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 > 0 \\ k_2 < 0 \end{cases}$$

- Vì  $N_1$  và  $N_2$  là điểm gần  $M$  nhất, nên  $k_1 = 1$  và  $k_2 = -1$ . Từ đó ta có:

$$\begin{cases} d_1 = 10 + 0,5 = 10,5 \text{ cm} \\ d_2 = 10 - 0,5 = 9,5 \text{ cm} \end{cases}$$

- Suy ra  $\begin{cases} N_1 M = \sqrt{10,5^2 - 8^2} - \sqrt{10^2 - 8^2} \approx 0,8 \text{ cm} \\ N_2 M = \sqrt{10^2 - 8^2} - \sqrt{9,5^2 - 8^2} \approx 0,88 \text{ cm} \end{cases}$

- Vì  $N_1 M < N_2 M$  nên điểm  $N$  gần  $M$  nhất dao động cùng pha với  $M$  cách  $M$  một khoảng nhỏ nhất bằng 8 mm.

Đáp án A.

**Câu 10:** Theo mẫu Bo về nguyên tử hiđrô, nếu lực tương tác tĩnh điện giữa electron và hạt nhân khi electron chuyển động trên quỹ đạo dừng L là F thì khi electron chuyển động trên quỹ đạo dừng N, lực này sẽ là

- A.  $\frac{F}{16}$                       B.  $\frac{F}{9}$                       C.  $\frac{F}{4}$                       D.  $\frac{F}{25}$

Lời giải

- Lực tương tác tĩnh điện giữa electron và hạt nhân ở quỹ đạo dừng thứ n:

$$F_n = k \frac{e^2}{r_n^2} = k \frac{e^2}{(n^2 r_0)^2} = k \frac{e^2}{r_0^2} \cdot \frac{1}{n^4}$$

- Từ đó ta có :

$$\frac{F_4}{F_2} = \frac{2^4}{4^4} = \frac{1}{16}$$

hay  $F_4 = \frac{F}{16}$

**Đáp án A.**

**Câu 11:** Trong môi trường đẳng hướng và không hấp thụ âm, có 3 điểm thẳng hàng theo đúng thứ tự A; B; C với AB = 100 m, AC = 250 m. Khi đặt tại A một nguồn điểm phát âm công suất P thì mức cường độ âm tại B là 100 dB. Bỏ nguồn âm tại A, đặt tại B một nguồn điểm phát âm công suất 2P thì mức cường độ âm tại A và C là

- A. 103 dB và 99,5 dB.                      B. 100 dB và 96,5 dB.  
C. 103 dB và 96,5 dB.                      D. 100 dB và 99,5 dB.

Lời giải

- Ban đầu, đặt tại A một nguồn điểm phát âm công suất P, ta có

$$L_B = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{P}{4\pi AB^2 I_0} = 100 \text{ dB.}$$

- Lúc sau, bỏ nguồn âm tại A, đặt tại B một nguồn điểm phát âm công suất 2P thì mức cường độ âm tại điểm A là :

$$L_A = 10 \log \frac{2P}{4\pi AB^2 I_0} = 10 \log 2 + 10 \log \frac{P}{4\pi AB^2 I_0} = 103 \text{ dB.}$$

- Mức cường độ âm tại C là :

$$L_C = L_A + 10 \log \frac{AB^2}{BC^2} = 99,5 \text{ dB.}$$

**Đáp án A.**

**Câu 12:** Một vật có khối lượng 50 g, dao động điều hòa với biên độ 4 cm và tần số góc 3 rad/s. Động năng cực đại của vật là

- A. 7,2 J.                      B.  $3,6 \cdot 10^{-4}$  J.                      C.  $7,2 \cdot 10^{-4}$  J.                      D. 3,6 J.

Lời giải

- Động năng cực đại của vật chính là cơ năng trong dao động, ta có

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} 0,05 \cdot 3^2 \cdot 0,04^2 = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$$

**Đáp án B.**

**Câu 13:** Trong chân không, một ánh sáng có bước sóng là  $0,60 \mu\text{m}$ . Năng lượng của photon ánh sáng này bằng  
 A.  $4,07 \text{ eV}$ .                      B.  $5,14 \text{ eV}$ .                      C.  $3,34 \text{ eV}$ .                      D.  $2,07 \text{ eV}$ .

**Lời giải**

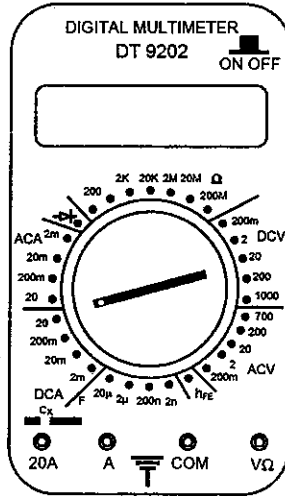
- Năng lượng của photon ánh sáng này là :

$$\epsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,6 \cdot 10^{-6}} = 3,3125 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{3,3125 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 2,07 \text{ eV}.$$

**Đáp án D.**

**Câu 14:** Các thao tác cơ bản khi sử dụng đồng hồ đa năng hiện số (hình vẽ) để đo điện áp xoay chiều cỡ  $120 \text{ V}$  gồm:

- a. Nhấn nút ON OFF để bật nguồn của đồng hồ.
- b. Cho hai đầu đo của hai dây đo tiếp xúc với hai đầu đoạn mạch cần đo điện áp.
- c. Vận đầu đánh dấu của núm xoay tới chấm có ghi 200, trong vùng ACV.
- d. Cắm hai đầu nối của hai dây đo vào hai ổ COM và  $V\Omega$ .
- e. Chờ cho các chữ số ổn định, đọc trị số của điện áp.
- g. Kết thúc các thao tác đo, nhấn nút ON OFF để tắt nguồn của đồng hồ.



Thứ tự đúng các thao tác là

- A. a, b, d, c, e, g.
- B. c, d, a, b, e, g.
- C. d, a, b, c, e, g.
- D. d, b, a, c, e, g.

**Lời giải**

Các thao tác khi sử dụng đồng hồ đa năng hiện số :

- Vận đầu đánh dấu của núm xoay tới chấm có ghi 200, trong vùng ACV.
- Cắm hai đầu nối của hai dây đo vào hai ổ COM và  $V\Omega$ .
- Nhấn nút ON OFF để bật nguồn của đồng hồ.
- Cho hai đầu đo của hai dây đo tiếp xúc với hai đầu đoạn mạch cần đo điện áp.
- Chờ cho các chữ số ổn định, đọc trị số của điện áp.
- Kết thúc các thao tác đo, nhấn nút ON OFF để tắt nguồn của đồng hồ.

Đáp án B.

**Câu 15:** Một động cơ điện tiêu thụ công suất điện 110 W, sinh ra công suất cơ học bằng 88 W. Tỷ số của công suất cơ học với công suất hao phí ở động cơ bằng

- A. 3.                      B. 4.                      C. 2.                      D. 5.

Lời giải

- Công suất hao phí của động cơ :  $\Delta P = 110 - 88 = 22W$ .
- Tỷ số của công suất cơ học với công suất hao phí :  $\frac{P}{\Delta P} = \frac{88}{22} = 4$ .

Đáp án B.

**Câu 16:** Một vật dao động cưỡng bức dưới tác dụng của một ngoại lực biến thiên điều hòa với tần số f. Chu kì dao động của vật là

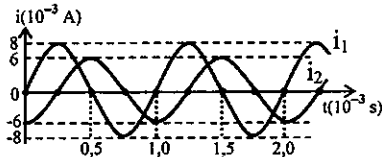
- A.  $\frac{1}{2\pi f}$ .                      B.  $\frac{2\pi}{f}$ .
- C.  $2f$ .                      D.  $\frac{1}{f}$ .

Lời giải

Chu kì dao động của vật dao động cưỡng bức chính là chu kì của ngoại lực biến thiên điều hòa. Vậy chu kì dao động của vật là  $\frac{1}{f}$ .

Đáp án D.

**Câu 17:** Hai mạch dao động điện từ LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với các cường độ dòng điện tức thời trong hai mạch là  $i_1$  và  $i_2$  được biểu diễn như hình vẽ.



Tổng điện tích của hai tụ điện trong hai mạch ở cùng một thời điểm có giá trị lớn nhất bằng

- A.  $\frac{4}{\pi} \mu C$ .                      B.  $\frac{3}{\pi} \mu C$ .
- C.  $\frac{5}{\pi} \mu C$ .                      D.  $\frac{10}{\pi} \mu C$ .

Lời giải

Cách 1:

- Dựa vào đồ thị, ta thấy  $i_1$  nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $i_2$ . Biết được điều này là do tại thời điểm  $t = 0$  thì  $i_1 = 0$  và đang tăng, còn  $i_2 = -I_{02}$  và đang tăng.
- Từ đó suy ra được  $q_1$  cũng nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $q_2$ . Do đó

$$\left(\frac{q_1}{Q_{01}}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{Q_{02}}\right)^2 = 1.$$

- Mặt khác, sử dụng bất đẳng thức quen thuộc  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$ , ta có

$$1 = \left(\frac{q_1}{Q_{01}}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{Q_{02}}\right)^2 \geq \frac{(q_1 + q_2)^2}{Q_{01}^2 + Q_{02}^2}$$



hay

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &\leq \sqrt{Q_{01}^2 + Q_{02}^2} \\ &= \sqrt{I_{01}^2 + I_{02}^2} \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \cdot T \\ &= \frac{\sqrt{(8 \cdot 10^{-3})^2 + (6 \cdot 10^{-3})^2}}{2\pi} \cdot 10^{-3} \\ &= \frac{5}{\pi} (\mu C). \end{aligned}$$

- Dạng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{q_1}{Q_{01}} = \frac{q_2}{Q_{02}}$ , nên giá trị lớn nhất của  $q_1 + q_2$  là  $\frac{5}{\pi} (\mu C)$ .

Cách 2:

- Từ đề thị dễ thấy  $i_1$  và  $i_2$  có cùng tần số góc  $\omega = \frac{2\pi}{10^{-3}} = 2 \cdot 10^3 \pi$  rad/s.

- Tại thời điểm  $t = 0$  ta thấy  $i_1 = 0$  và đang tăng nên phương trình của  $i_1$  có dạng :

$$i_1 = 8 \cos\left(2 \cdot 10^3 \pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ mA},$$

suy ra phương trình điện tích

$$q_1 = \frac{4}{\pi} \cos(2 \cdot 10^3 \pi t - \pi) \mu C$$

- Cũng tại thời điểm  $t = 0$  ta thấy  $i_2 = -6$  mA (đang ở biên âm) và đang tăng, nên phương trình  $i_2$  có dạng

$$i_2 = 6 \cos(2 \cdot 10^3 \pi t - \pi) \text{ mA},$$

suy ra phương trình điện tích

$$q_2 = \frac{3}{\pi} \cos\left(2 \cdot 10^3 \pi t - \frac{3\pi}{2}\right) \mu C.$$

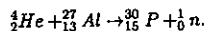
- Tổng điện tích tại thời điểm  $t$  bất kì là :

$$q_1 + q_2 = \frac{5}{\pi} \cos(\omega t + \varphi) \leq \frac{5}{\pi}.$$

- Vậy giá trị lớn nhất của  $q_1 + q_2$  là  $\frac{5}{\pi} (\mu C)$ .

Đáp án C.

**Câu 18:** Bắn hạt  $\alpha$  vào hạt nhân nguyên tử nhôm đang đứng yên gây ra phản ứng:



Biết phản ứng thu năng lượng là 2,70 MeV; giả sử hai hạt tạo thành bay ra với cùng vận tốc và phản ứng không kèm bức xạ  $\gamma$ . Lấy khối lượng của các hạt tính theo đơn vị  $u$  có giá trị bằng số khối của chúng. Động năng của hạt  $\alpha$  là

- A. 2,70 MeV.      B. 3,10 MeV.      C. 1,35 MeV.      D. 1,55 MeV.

Lời giải

- Phản ứng thu năng lượng nên ta có

$$\Delta E = K_P + K_n - K_\alpha = -2,7 \text{ MeV. (1)}$$

- Vì hai hạt tạo thành bay ra với cùng vận tốc nên ta có

$$\frac{K_P}{K_n} = \frac{m_P}{m_n} = 30. (2)$$

- Bảo toàn động lượng :  $\vec{P}_\alpha = \vec{P}_P + \vec{P}_n$ , vì hai hạt bay ra với cùng vận tốc nên ta có  $\vec{P}_P$  và  $\vec{P}_n$  cùng phương, suy ra  $P_\alpha = P_P + P_n$ , hay

$$\sqrt{2m_\alpha K_\alpha} = \sqrt{2m_P K_P} + \sqrt{2m_n K_n}. \quad (3)$$

- Thay (2) vào (3) có  $2\sqrt{K_\alpha} = 30\sqrt{K_n} + \sqrt{K_n}$ , hay  $K_n = \frac{2^2}{31^2} K_\alpha$ . Từ đó suy ra  $K_P = 30 \cdot \frac{2^2}{31^2} K_\alpha$ .

- Thay các giá trị trên vào (1) ta có  $-\frac{27}{31} K_\alpha = -2,7 \text{ MeV}$ , tính được  $K_\alpha = 3,1 \text{ MeV}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 19:** Trong phản ứng hạt nhân không có sự bảo toàn

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| A. năng lượng toàn phần. | B. số nuclôn. |
| C. động lượng.           | D. số notron. |

Lời giải

Trong phản ứng hạt nhân không có sự bảo toàn số notron, chỉ có sự bảo toàn: Điện tích, năng lượng toàn phần, số khối (số nuclôn) và động lượng.

**Đáp án D.**

**Câu 20:** Trong chân không, các bức xạ có bước sóng tăng dần theo thứ tự đúng là

- A. ánh sáng nhìn thấy; tia tử ngoại; tia X; tia gamma; sóng vô tuyến và tia hồng ngoại.  
 B. sóng vô tuyến; tia hồng ngoại; ánh sáng nhìn thấy; tia tử ngoại; tia X và tia gamma.  
 C. tia gamma; tia X; tia tử ngoại; ánh sáng nhìn thấy; tia hồng ngoại và sóng vô tuyến.  
 D. tia hồng ngoại; ánh sáng nhìn thấy; tia tử ngoại; tia X; tia gamma và sóng vô tuyến.

Lời giải

Trong chân không, các bức xạ có bước sóng tăng dần là : tia gamma; tia X; tia tử ngoại; ánh sáng nhìn thấy; tia hồng ngoại và sóng vô tuyến

**Đáp án C.**

**Câu 21:** Trong chân không, bước sóng ánh sáng lục bằng

- A. 546 nm.      B. 546  $\mu\text{m}$ .      C. 546 pm.      D. 546 nm.

Lời giải

Bước sóng của ánh sáng lục là 546 nm.

**Đáp án D.**

**Câu 22:** Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 1,2 s. Trong một chu kì, nếu tỉ số của thời gian lò xo giãn với thời gian lò xo nén bằng 2 thì thời gian mà lực đàn hồi ngược chiều lực kéo về là

- A. 0,2 s.      B. 0,1 s.      C. 0,3 s.      D. 0,4 s.

Lời giải

- Chọn chiều dương hướng lên trên.

- Trong quá trình dao động của vật, lò xo có nén nên  $\Delta t < A$ .

- Theo bài ra, ta có

$$\frac{t_{\text{đãn}}}{t_{\text{nén}}} = \frac{T - t_{\text{nén}}}{t_{\text{nén}}} = 2 \Rightarrow t_{\text{nén}} = \frac{T}{3}$$

- Trong khoảng thời gian  $\frac{T}{3}$ , lò xo bị nén khi vật chuyển động từ vị trí có li độ  $x = \Delta l$  theo chiều dương, đến biên dương, rồi từ biên dương trở về vị trí  $x = \Delta l$  theo chiều âm. Góc quét được của chất điểm

tương ứng trên đường tròn là  $\frac{2\pi}{3}$ . Sử dụng đường tròn dễ dàng suy ra  $\Delta l = \frac{A}{2}$ .

- Lực kéo về luôn hướng về VTCB, lực đàn hồi là lực đẩy nếu lò xo nén, lực kéo nếu lò xo dãn.
- Từ đó, nhìn vào hình vẽ, ta thấy: trong 1 chu kì, thời gian lực đàn hồi ngược chiều với lực kéo về gồm :  
+ thời gian vật đi từ vị trí cân bằng theo chiều dương đến vị trí có li độ  $x = \Delta l = \frac{A}{2}$  theo chiều dương  
+ thời gian vật đi từ vị trí có li độ  $x = \Delta l = \frac{A}{2}$  theo chiều âm đến vị trí cân bằng theo chiều âm
- Vậy thời gian cần tính là  $\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,2 \text{ s}$ .

Đáp án A.

**Câu 23:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 1 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2 m. Nguồn sáng đơn sắc có bước sóng 0,45  $\mu\text{m}$ . Khoảng vân giao thoa trên màn bằng

- A. 0,2 mm.                      B. 0,9 mm.                      C. 0,5 mm.                      D. 0,6 mm.

Lời giải

Khoảng vân giao thoa xác định bởi

$$i = \frac{\lambda D}{a} = 0,9 \text{ mm}.$$

Đáp án B.

**Câu 24:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch chỉ có tụ điện thì cường độ dòng điện trong mạch là  $i = I_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (A). Giá trị của  $\varphi$  bằng

- A.  $\frac{3\pi}{4}$ .                                      B.  $\frac{\pi}{2}$ .  
C.  $\frac{-3\pi}{4}$ .                                      D.  $\frac{-\pi}{2}$ .

Lời giải

Mạch chỉ có tụ điện thì cường độ dòng điện sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với hiệu điện thế. Vậy  $\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$ .

Đáp án A.

**Câu 25:** Gọi  $n_d$ ,  $n_t$  và  $n_v$  lần lượt là chiết suất của một môi trường trong suốt đối với các ánh sáng đơn sắc đỏ, tím và vàng. Sắp xếp nào sau đây đúng?

- A.  $n_d < n_v < n_t$ .                                      B.  $n_v > n_d > n_t$ .  
C.  $n_d > n_t > n_v$ .                                      D.  $n_t > n_d > n_v$ .

Lời giải

Ta có  $\lambda_d > \lambda_v > \lambda_t$  nên  $n_d < n_v < n_t$ .

Đáp án A.

**Câu 26:** Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có cảm kháng với giá trị bằng R. Độ lệch pha của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch với cường độ dòng điện trong đoạn mạch bằng

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .                                      B. 0.                                      C.  $\frac{\pi}{2}$ .                                      D.  $\frac{\pi}{3}$ .

Lời giải

Ta có  $\tan \varphi = \frac{Z_L}{R} = 1$  nên  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ .

Đáp án A.



tương đương

$$2 [R^2 + (Z_L - Z_C)^2] = R^2 + Z_L^2,$$

$$Z_L^2 - 4Z_L Z_C + R^2 + 2Z_C^2 = 0.$$

- Coi đây là phương trình bậc hai theo  $Z_L$ , phương trình này có nghiệm khi  $\Delta' \geq 0$ , tương đương với  $2Z_C^2 - R^2 \geq 0$  hay  $Z_C \geq \frac{R}{\sqrt{2}} = 242\sqrt{2} \approx 342 \Omega$ .

Đáp án D.

**Câu 31:** Một tụ điện có điện dung C tích điện  $Q_0$ . Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_1$  hoặc với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_2$  thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại là 20 mA hoặc 10 mA. Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L_3 = (9L_1 + 4L_2)$  thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại là

A. 9 mA.                      B. 4 mA.                      C. 10 mA.                      D. 5 mA.

Lời giải

- Ta có  $I_0 = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}}$  suy ra  $L = \frac{Q_0^2}{C} \cdot \frac{1}{I_0^2}$ , tức là L tỉ lệ với  $\frac{1}{I_0^2}$ . Do đó

$$\frac{1}{I_{03}^2} = 9 \cdot \frac{1}{I_{01}^2} + 4 \cdot \frac{1}{I_{02}^2}.$$

- Từ phương trình trên suy ra  $I_{03} = 4$  mA.

Đáp án B.

**Câu 32:** Trong các hạt nhân nguyên tử:  ${}^4_2\text{He}$ ;  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ ;  ${}^{238}_{92}\text{U}$  và  ${}^{230}_{90}\text{Th}$ , và hạt nhân bền vững nhất là

A.  ${}^4_2\text{He}$ .                      B.  ${}^{230}_{90}\text{Th}$ .                      C.  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ .                      D.  ${}^{238}_{92}\text{U}$ .

Lời giải

- Để so sánh tính bền vững của hạt nhân, ta phải so sánh năng lượng liên kết riêng của chúng.  
 - Hạt nhân có năng lượng liên kết riêng càng lớn thì càng bền vững. Đối với các hạt có số khối A trong khoảng từ 50 đến 70 thì năng lượng liên kết riêng của chúng có giá trị lớn nhất, cỡ 8,8 MeV.

Đáp án C.

**Câu 33:** Trên một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định với khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là 6 cm. Trên dây có những phần tử sóng dao động với tần số 5 Hz và biên độ lớn nhất là 3 cm. Gọi N là vị trí của một nút sóng; C và D là hai phần tử trên dây ở hai bên của N và có vị trí cân bằng cách N lần lượt là 10,5 cm và 7 cm. Tại thời điểm  $t_1$ , phần tử C có li độ 1,5 cm và đang hướng về vị trí cân bằng. Vào thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{79}{40}$ , phần tử D có li độ là:

A. - 0,75 cm.                      B. 1,50 cm.                      C. - 1,50 cm.                      D. 0,75 cm.

Lời giải

- Khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là 6 cm nên  $\frac{\lambda}{2} = 6$  cm, suy ra  $\lambda = 12$  cm.  
 - Biên độ của bụng  $2A = 3$  cm.  
 - Phương trình dao động của phần tử M bất kì cách nút một khoảng  $d$  là

$$u = 2a \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

- Biên độ của phần tử tại C và D là :

$$A_C = 2A \left| \sin \frac{2\pi d_C}{\lambda} \right| = 3 \cdot \left| \sin \frac{2\pi \cdot 10,5}{12} \right| = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ cm}$$

$$A_D = 2A \left| \sin \frac{2\pi d_D}{\lambda} \right| = 3 \cdot \left| \sin \frac{2\pi \cdot 7}{12} \right| = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

- Phần tử tại C và D ở hai bờ sóng đối xứng nhau qua nút N nên chúng dao động ngược pha với nhau. Tại thời điểm  $t_1$  ta có  $u_C = 1,5 \text{ cm}$  và đang hướng về vị trí cân bằng nên  $\cos\left(\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Khi đó

$$u_D = -A_D \cos\left(\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{A_D}{\sqrt{2}} \text{ và cũng đang hướng về vị trí cân bằng.}$$

- Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{79}{40} = t_1 + 9T + \frac{7T}{8}$ , dựa vào đường tròn ta thấy, chất điểm tương ứng trên đường tròn quét thêm được góc  $9 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$  rad, khi đó phần tử tại D đang ở biên âm, tức là

$$u_D = -1,5 \text{ cm}$$

Đáp án C.

**Câu 34:** Một mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với điện tích cực đại của tụ điện là  $Q_0$  và cường độ dòng điện cực đại trong mạch là  $I_0$ . Dao động điện từ tự do trong mạch có chu kì là

A.  $T = \frac{4\pi Q_0}{I_0}$ .

B.  $T = \frac{\pi Q_0}{2I_0}$ .

C.  $T = \frac{2\pi Q_0}{I_0}$ .

D.  $T = \frac{3\pi Q_0}{I_0}$ .

Lời giải

Chu kì của dao động điện từ tự do trong mạch là  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{I_0}{Q_0}} = \frac{2\pi Q_0}{I_0}$ .

Đáp án C.

**Câu 35:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc  $\omega$ . Vật nhỏ của con lắc có khối lượng 100 g. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật nhỏ qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Tại thời điểm  $t = 0,95 \text{ s}$ , vận tốc  $v$  và li độ  $x$  của vật nhỏ thỏa mãn  $v = -\omega x$  lần thứ 5. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Độ cứng của lò xo là

A. 85 N/m.

B. 37 N/m.

C. 20 N/m.

D. 25 N/m.

Lời giải

- Để tính được độ cứng của lò xo, ta cần tính được  $\omega$ , hay tính được chu kì của vật.

- Khi  $v = -\omega x$  ta có  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = x^2 + x^2$ , suy ra  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ . Vậy, khi  $v = -\omega x$  thì vật đi qua vị trí có li độ  $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$  theo chiều âm, hoặc qua vị trí có li độ  $x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$  theo chiều dương.

- Từ đó suy ra : 1 chu kì sẽ có hai lần vận tốc và li độ thỏa mãn  $v = -\omega x$ , dựa vào đường tròn suy ra

$$0,95 = 2T + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} \Rightarrow T = 0,4 \text{ s.}$$

- Độ cứng của lò xo  $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 25 \text{ N/m}$ .

Đáp án D.

**Câu 36:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad; tần số góc 10 rad/s và pha ban đầu 0,79 rad. Phương trình dao động của con lắc là

A.  $\alpha = 0,1 \cos(20\pi t - 0,79) \text{ (rad)}$ .

B.  $\alpha = 0,1 \cos(10t + 0,79) \text{ (rad)}$ .

C.  $\alpha = 0,1 \cos(20\pi t + 0,79) \text{ (rad)}$ .

D.  $\alpha = 0,1 \cos(10t - 0,79) \text{ (rad)}$ .

Lời giải

Phương trình dao động của con lắc là :  $\alpha = 0,1 \cos(10t + 0,79)$  (rad).

Đáp án B.

**Câu 37:** Đồng vị là những nguyên tử mà hạt nhân có cùng số

- A. proton nhưng khác số nuclôn.      B. nuclôn nhưng khác số neutron.  
C. nuclôn nhưng khác số proton.      D. neutron nhưng khác số proton.

Lời giải

Đồng vị là những nguyên tử mà hạt nhân có cùng số proton nhưng khác số nuclôn (số khối).

Đáp án A.

**Câu 38:** Trong âm nhạc, khoảng cách giữa hai nốt nhạc trong một quãng được tính bằng cung và nửa cung (nc). Mỗi quãng tám được chia thành 12 nc. Hai nốt nhạc cách nhau nửa cung thì hai âm (cao, thấp) tương ứng với hai nốt nhạc này có tần số thỏa mãn  $f_c^{12} = 2f_t^{12}$ . Tập hợp tất cả các âm trong một quãng tám gọi là một gam (âm giai). Xét một gam với khoảng cách từ nốt Đô đến các nốt tiếp theo Rê, Mi, Fa, Sol, La, Si, Đô tương ứng là 2 nc, 4 nc, 5 nc, 7 nc, 9 nc, 11 nc, 12 nc. Trong gam này, nếu âm ứng với nốt La có tần số 440 Hz thì âm ứng với nốt Sol có tần số là

- A. 330 Hz.      B. 392 Hz.      C. 494 Hz.      D. 415 Hz.

Lời giải

- Trong âm nhạc, ta biết cao độ tăng dần : Đô Rê Mi Fa Sol La Si Đô. (Ronaldo hiển nhiên cao hơn Messi rồi :))

- Gọi tần số ứng với nốt Sol là  $f_7$  và ứng với nốt La là  $f_9$ . Hai nốt này cách nhau 2nc.

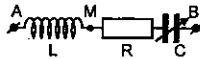
- Theo bài ra, hai nốt nhạc cách nhau nửa cung thì hai âm (cao, thấp) tương ứng với hai nốt nhạc này có tần số thỏa mãn  $f_c^{12} = 2f_t^{12}$ , tức là thỏa mãn  $f_c = \sqrt[12]{2}f_t$ .

Sử dụng công thức này, ta được  $f_9 = \sqrt[12]{2}f_8 = (\sqrt[12]{2})^2 f_7$ .

- Từ đó suy ra  $f_7 = \frac{440}{(\sqrt[12]{2})^2} = 392$  Hz.

Đáp án B.

**Câu 39:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). Cuộn cảm thuần có độ tự cảm L xác định;  $R = 200\Omega$ ; tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh điện dung C để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB đạt giá trị cực tiểu là  $U_1$  và giá trị cực đại là  $U_2 = 400$  V. Giá trị  $U_1$  là



- A. 173 V.      B. 80 V.      C. 111 V.      D. 200 V.

Lời giải

- Hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB là

$$U_{MB} = \frac{U}{Z} Z_{MB} = \frac{U}{Z} \frac{Z_{MB}}{Z} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + y}}$$

trong đó  $y = \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}$ .

- Ta có

$$y' = \frac{-2Z_L(-Z_C^2 + Z_L Z_C + R^2)}{(R^2 + Z_C^2)^2},$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow Z_C = \frac{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}$$

- Lập bảng biến thiên, ta thấy  $y_{max}$  khi  $Z_C = 0$  và  $y_{min}$  khi  $Z_C = \frac{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}$ . Từ đó

$$U_{MB \max} = U_2 = \frac{2RU}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L} = 400 \text{ V} \Rightarrow Z_L = 300 \text{ V}$$

$$U_{MB \min} = U_1 = \frac{RU}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{200 \cdot 200}{\sqrt{200^2 + 300^2}} = 111 \text{ V}$$

Đáp án C.

Câu 40: Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + 0,35)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - 1,57)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là  $x = 20 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Giá trị cực đại của  $(A_1 + A_2)$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 25 cm.                      B. 20 cm.                      C. 40 cm.                      D. 35 cm.

Lời giải

- Biên độ tổng hợp :  $20^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(0,35 + 1,57)$ . Sử dụng bất đẳng thức quen thuộc  $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$ , ta có :

$$20^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(0,35 + 1,57)$$

$$= (A_1 + A_2)^2 - 2,68A_1 A_2$$

$$\geq (A_1 + A_2)^2 - 2,68 \cdot \frac{(A_1 + A_2)^2}{4}$$

$$= 0,329 \cdot (A_1 + A_2)^2.$$

- Từ đó suy ra  $(A_1 + A_2) \leq 34,87$  cm. Vậy giá trị cực đại của  $(A_1 + A_2)$  là 34,87 cm.

Đáp án D.

Câu 41: Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  ( $f$  thay đổi được,  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Biết  $2L > R^2 C$ . Khi  $f = 60$  Hz hoặc  $f = 90$  Hz thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi  $f = 30$  Hz hoặc  $f = 120$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi  $f = f_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch MB lệch pha một góc  $135^\circ$  so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của  $f_1$  bằng

- A. 60 Hz.                      B. 80 Hz.                      C. 50 Hz.                      D. 120 Hz.

Lời giải

- Vì  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$  nên  $u$  giống với  $u$  của máy phát điện xoay chiều 1 pha.



- Hai giá trị của tần số  $f_2$  và  $f_3$  cho cùng  $I$ , nên ta có :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{k\omega}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\Leftrightarrow R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = \frac{k^2}{I^2}\omega^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C^2} \cdot \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{\omega^2} + \left(L^2 - \frac{k}{I}\right) = 0$$

Theo Vi-et, ta có

$$\frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} = 2LC - (RC)^2. \quad (1)$$

- Hai giá trị của tần số  $f_4$  và  $f_5$  cho cùng  $U_C$ , ta có :

$$U_C = \frac{\frac{1}{\omega C}U}{Z} = \frac{\frac{1}{\omega C}k\omega}{Z} = \frac{1}{Z}$$

Nhận xét rằng tử số không thay đổi khi  $\omega$  thay đổi. Như vậy, bài toán "Mạch RLC có  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ , khi thay đổi  $f$  thấy có 2 giá trị của  $f$  làm cho  $U_C$  như nhau" giống với bài toán : "Mạch RLC có  $U$  không đổi, khi thay đổi  $f$  thấy có 2 giá trị của  $f$  làm cho  $U_R$  như nhau", ta có ngay kết quả

$$\omega_4\omega_5 = \frac{1}{LC} \quad (2).$$

- Khi  $f = f_1$  ta có  $u_{AM}$  trễ pha  $135^\circ$  so với  $u_{MB}$ , mà  $u_R$  trễ pha  $90^\circ$  so với  $u_{MB}$ , nên  $u_R$  sớm pha  $45^\circ$  so với  $u_{AM}$ . Tức là cường độ dòng điện sớm pha  $45^\circ$  so với  $u_{AM}$ .

Ta có  $\tan \varphi_{AM} = \tan(-45^\circ) = \frac{-Z_{C1}}{R}$ , nên suy ra  $Z_{C1} = R$  hay

$$\omega_1 = \frac{1}{RC}.$$

- Thay (2) vào (1) ta rút được

$$RC = \frac{1}{\omega_1} = \sqrt{\frac{2}{\omega_4\omega_5} - \left(\frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2}\right)}.$$

- Từ đó suy ra

$$f_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{f_4f_5} - \left(\frac{1}{f_2^2} + \frac{1}{f_3^2}\right)}} = 80,5 \text{ Hz}$$

**Đáp án B.**

**Câu 42:** Trong mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện tử tự do, điện tích của một bản tụ điện và cường độ dòng điện qua cuộn cảm thuần biến thiên điều hòa theo thời gian

A. luôn ngược pha nhau.

B. luôn cùng pha nhau.

C. với cùng biên độ.

D. với cùng tần số.

*Lời giải*

Điện tích của một bản tụ điện và cường độ dòng điện qua cuộn cảm thuần biến thiên điều hòa theo thời gian với cùng tần số và vuông pha nhau.

**Đáp án D.**

**Câu 43:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos \omega t$  (cm). Quãng đường vật đi được trong một chu kì là

- A. 10 cm.                      B. 5 cm.                      C. 15 cm.                      D. 20 cm.

Lời giải

Quãng đường vật đi được trong 1 chu kì là  $4A = 20$  cm.

Đáp án D.

**Câu 44:** Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình  $x = 6 \cos \pi t$  (x tính bằng cm, t tính bằng s). Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Tốc độ cực đại của chất điểm là 18,8 cm/s.  
 B. Chu kì của dao động là 0,5 s.  
 C. Gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại là  $113 \text{ cm/s}^2$ .  
 D. Tần số của dao động là 2 Hz.

Lời giải

- A. Tốc độ cực đại của chất điểm là  $|v_{\max}| = 6\pi = 18,8$  cm/s. Vậy A đúng.  
 B. Chu kì của dao động là 2 s. Vậy B sai.  
 C. Gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại là  $6\pi^2 = 59,16$  cm/s<sup>2</sup>. Vậy C sai.  
 D. Tần số của dao động là 0,5 Hz. Vậy D sai.

Đáp án A.

**Câu 45:** Số nuclôn của hạt nhân  ${}_{90}^{230}\text{Th}$  nhiều hơn số nuclôn của hạt nhân  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  là

- A. 6.                      B. 126.                      C. 20.                      D. 14.

Lời giải

Số nuclôn của hạt nhân  ${}_{90}^{230}\text{Th}$  nhiều hơn số nuclôn của hạt nhân  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  là  $230 - 210 = 20$ .

Đáp án C.

**Câu 46:** Công thoát electron của một kim loại là 4,14 eV. Giới hạn quang điện của kim loại này là

- A. 0,6  $\mu\text{m}$ .                      B. 0,3  $\mu\text{m}$ .                      C. 0,4  $\mu\text{m}$ .                      D. 0,2  $\mu\text{m}$ .

Lời giải

Giới hạn quang điện  $\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,3 \mu\text{m}$ .

Đáp án B.

**Câu 47:** Dòng điện có cường độ  $i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (A) chạy qua điện trở thuần  $100\Omega$ . Trong 30 giây, nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở là

- A. 12 kJ.                      B. 24 kJ.                      C. 4243 J.                      D. 8485 J.

Lời giải

Nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở  $R$  trong 30 giây là :  $Q = RI^2t = 100 \cdot 2^2 \cdot 30 = 12$  kJ.

Đáp án A.

**Câu 48:** Điện áp  $u = 141\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) có giá trị hiệu dụng bằng

- A. 141 V.                      B. 200 V.                      C. 100 V.                      D. 282 V.

Lời giải

Điện áp  $u = 141\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) có giá trị hiệu dụng bằng 141 V.

Đáp án A.

Câu 49: Một sóng cơ truyền trên một sợi dây rất dài với tốc độ 1 m/s và chu kì 0,5 s. Sóng cơ này có bước sóng là

- A. 150 cm.                      B. 100 cm.                      C. 50 cm.                      D. 25 cm.

Lời giải

Bước sóng của sóng cơ này là  $\lambda = vT = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$ .

Đáp án C.

Câu 50: Tia X

- A. mang điện tích âm nên bị lệch trong điện trường.  
B. cùng bản chất với sóng âm.  
C. có tần số nhỏ hơn tần số của tia hồng ngoại.  
D. cùng bản chất với tia tử ngoại.

Lời giải

- A. Tia X không mang điện.  
B. Tia X có bản chất là sóng điện từ, sóng âm là sóng cơ.  
C. Tia X có tần số lớn hơn tần số của tia hồng ngoại.  
D. Tia X và tia tử ngoại cùng bản chất là sóng điện từ.

Đáp án D.

## C. Đề thi Đại học 2013

### I. Đề bài

Câu 1: Sóng điện từ có tần số 10MHz truyền trong chân không với bước sóng là:

- A. 3 m.                      B. 6 m.                      C. 60 m.                      D. 30 m.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 5cm, chu kì 2s. Tại thời điểm  $t = 0$  s vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là:

- A.  $x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      B.  $x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.  
 C.  $x = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      D.  $x = 5 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

Câu 3: Đặt điện áp  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở 20 Ω, cuộn cảm có độ tự cảm  $\frac{0,8}{\pi} H$  và tụ điện có điện dung  $\frac{10^{-3}}{6\pi} F$ . Khi điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở bằng  $110\sqrt{3} V$  thì điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm có độ lớn bằng:

- A. 440 V.                      B. 330 V.                      C.  $440\sqrt{3} V$ .                      D.  $330\sqrt{3} V$ .

Câu 4: Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81cm và 64cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi  $\Delta t$  là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị  $\Delta t$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 2,36 s.                      B. 8,12 s.                      C. 0,45 s.                      D. 7,20 s.

Câu 5: Hạt nhân có độ hụt khối càng lớn thì:

- A. Năng lượng liên kết riêng càng nhỏ.                      B. Năng lượng liên kết càng lớn.  
 C. Năng lượng liên kết càng nhỏ.                      D. Năng lượng liên kết riêng càng lớn.

Câu 6: Trên một sợi dây đàn hồi dài 1m, hai đầu cố định, đang có sóng dừng với 5 nút sóng (kể cả hai đầu dây). Bước sóng của sóng truyền trên dây là:

- A. 0,5 m.                      B. 2 m.                      C. 1 m.                      D. 1,5 m.

Câu 7: Dùng một hạt  $\alpha$  có động năng 7,7 MeV bắn vào hạt nhân  ${}^4_7N$  đang đứng yên gây ra phản ứng  $\alpha + {}^4_7N \rightarrow {}^1_1p + {}^{11}_6O$ . Hạt proton bay ra theo phương vuông góc với phương bay tới của hạt  $\alpha$ . Cho khối lượng các hạt nhân  $m_\alpha = 4,0015u$ ;  $m_p = 1,0073u$ ;  $m_{N14} = 13,9992u$ ;  $m_{O17} = 16,9947u$ . Biết  $1u = 931,5 MeV/c^2$ . Động năng của hạt  ${}^{11}_6O$  là:

- A. 6,145 MeV.                      B. 2,214 MeV.                      C. 1,345 MeV.                      D. 2,075 MeV.

Câu 8: Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ lần lượt là  $A_1 = 8$  cm;  $A_2 = 15$  cm và lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ . Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ bằng:

- A. 23 cm.                      B. 7 cm.                      C. 11 cm.                      D. 17 cm.

Câu 9: Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_1$  một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V. Khi nối hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_2$  vào hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_2$  để hồ bằng 12,5 V. Khi nối hai đầu của cuộn thứ cấp của  $M_2$  với hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp của  $M_2$  để hồ bằng 50 V. Bỏ qua mọi hao phí.  $M_1$  có tỉ số giữa số vòng dây cuộn sơ cấp và số vòng cuộn thứ cấp là:

- A. 8.                      B. 4.                      C. 6.                      D. 5.

Câu 10: Các mức năng lượng của các trạng thái dừng của nguyên tử hydro được xác định bằng biểu thức  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} eV$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Nếu nguyên tử hydro hấp thụ một photon có năng lượng 2,55 eV thì bước sóng nhỏ nhất của bức xạ mà nguyên tử hydro có thể phát ra là:

- A.  $9,74.10^{-8} m$ .      B.  $1,46.10^{-8} m$ .      C.  $1,22.10^{-8} m$ .      D.  $4,87.10^{-8} m$ .

Câu 11: Giới hạn quang điện của một kim loại là  $0,75\mu m$ . Công thoát electron ra khỏi kim loại bằng:

- A.  $2,65.10^{-32} J$ .      B.  $26,5.10^{-32} J$ .      C.  $26,5.10^{-19} J$ .      D.  $2,65.10^{-19} J$ .

Câu 12: Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo dài 12 cm. Dao động này có biên độ:

- A. 12 cm.      B. 14 cm.      C. 6 cm.      D. 3 cm.

Câu 13: Một khung dây dẫn phẳng dẹt hình chữ nhật có diện tích  $60 cm^2$ , quay đều quanh một trục đối xứng (thuộc mặt phẳng khung) trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ vuông góc với trục quay và có độ lớn 0,4 T. Từ thông cực đại qua khung dây là:

- A.  $1,2.10^{-3} Wb$ .      B.  $4,8.10^{-3} Wb$ .      C.  $2,4.10^{-3} Wb$ .      D.  $0,6.10^{-3} Wb$ .

Câu 14: Một sóng hình sin đang truyền trên một sợi dây theo chiều dương của trục Ox. Hình vẽ mô tả hình dạng của sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường nét đứt) và  $t_2 = t_1 + 0,3(s)$  (đường liền nét). Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của điểm N trên dây là

- A.  $-39,3 cm/s$ .      B.  $65,4 cm/s$ .      C.  $-65,4 cm/s$ .      D.  $39,3 cm/s$ .

Câu 15: Gọi  $\epsilon_D$  là năng lượng của pho ton ánh sáng đỏ,  $\epsilon_L$  là năng lượng của photon ánh sáng lục,  $\epsilon_V$  là năng lượng của photon ánh sáng vàng. Sắp xếp nào sau đây đúng:

- A.  $\epsilon_V > \epsilon_L > \epsilon_D$ .      B.  $\epsilon_L > \epsilon_V > \epsilon_D$ .      C.  $\epsilon_L > \epsilon_D > \epsilon_V$ .      D.  $\epsilon_D > \epsilon_V > \epsilon_L$ .

Câu 16: Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 2\pi ft V$  ( $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại. Khi  $f = f_2 = f_1\sqrt{2}$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở đạt cực đại. Khi  $f = f_3$  thì điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại  $U_{Lmax}$ . Giá trị của  $U_{Lmax}$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 85 V.      B. 145 V.      C. 57 V.      D. 173 V.

Câu 17: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là  $0,52 rad$  và  $1,05 rad$ . Khi  $L = L_0$  điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện là  $\varphi$ . Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A.  $0,41 rad$ .      B.  $1,57 rad$ .      C.  $0,83 rad$ .      D.  $0,26 rad$ .

Câu 18: Đặt điện áp có  $u = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t) V$ . Vào hai đầu một đoạn mạch gồm điện trở có  $R = 100\Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$  và cuộn cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi} H$ . Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là:

- A.  $i = 2,2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) A$ .      B.  $i = 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) A$ .  
C.  $i = 2,2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) A$ .      D.  $i = 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) A$ .

Câu 19: Khi nói về pho ton phát biểu nào dưới đây đúng

- A. Với mỗi ánh sáng đơn sắc có tần số xác định, các pho ton đều mang năng lượng như nhau.  
B. Photon có thể tồn tại trong trạng thái đứng yên.  
C. Năng lượng của pho ton càng lớn khi bước sóng ánh sáng ứng với pho ton đó càng lớn.  
D. Năng lượng của pho ton ánh sáng tím nhỏ hơn năng lượng của pho ton ánh sáng đỏ.

Câu 20: Biết bán kính Bo là  $r_0 = 5,3.10^{-11} m$ . Bán kính quỹ đạo dừng M trong nguyên tử hidro là:

- A.  $132,5.10^{-11} m$ .      B.  $84,8.10^{-11} m$ .      C.  $21,2.10^{-11} m$ .      D.  $47,7.10^{-11} m$ .

Câu 21: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nếu thay ánh sáng đơn sắc màu lam bằng ánh sáng đơn sắc màu vàng và giữ nguyên các điều kiện khác thì trên màn quan sát:

A. Khoảng vân tăng lên.

B. Khoảng vân giảm xuống.

C. Vị trí vân trung tâm thay đổi.

D. Khoảng vân không thay đổi.

**Câu 22:** Trên một đường thẳng cố định trong môi trường đẳng hướng, không hấp thụ âm và phản xạ âm, một máy thu ở cách nguồn âm một khoảng  $d$  thu được âm có mức cường độ âm là  $L$ ; khi dịch chuyển máy thu ra xa nguồn âm thêm 9 m thì mức cường độ âm thu được là  $L - 20(\text{dB})$ . Khoảng cách  $d$  là:

A. 1 m.

B. 9 m.

C. 8 m.

D. 10 m.

**Câu 23:** Đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn cảm thuần, đoạn mạch  $X$  và tụ điện (hình vẽ). Khi đặt vào hai đầu A, B điện áp  $u_{AB} = U_0 \cos(\omega t + \varphi) V$  ( $U_0, \omega, \varphi$  không đổi) thì  $LC\omega^2 = 1$ ,  $U_{AN} = 25\sqrt{2} V$  và  $U_{MB} = 50\sqrt{2} V$ , đồng thời  $U_{AN}$  sớm pha  $\frac{\pi}{3}$  so với  $U_{MB}$ . Giá trị của  $U_0$  là:

A.  $12,5\sqrt{7}V$ .

B.  $12,5\sqrt{14}V$ .

C.  $25\sqrt{7}V$ .

D.  $25\sqrt{14}V$ .

**Câu 24:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2}$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V. Khi  $C = 3C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

A. 130 V.

B. 64 V.

C. 95 V.

D. 75 V.

**Câu 25:** Hai mạch dao động điện từ lý tưởng đang có dao động điện từ tự do. Điện tích của tụ điện trong mạch dao động thứ nhất và thứ hai lần lượt là  $q_1$  và  $q_2$  với  $4q_1^2 + q_2^2 = 1, 3 \cdot 10^{-17}$ ,  $q$  tính bằng C. Ở thời điểm  $t$ , điện tích của tụ điện và cường độ dòng điện trong mạch dao động thứ nhất lần lượt là  $10^{-9} C$  và 6 mA, cường độ dòng điện trong mạch dao động thứ hai có độ lớn bằng:

A. 10 mA.

B. 6 mA.

C. 4 mA.

D. 8 mA.

**Câu 26:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp gồm điện trở 69,1  $\Omega$ , cuộn cảm có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung 176,8  $\mu F$ . Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây của máy phát. Biết ro to máy phát có hai cặp cực. Khi rô to quay đều với tốc độ  $n_1 = 1350$  vòng/ phút hoặc  $n_2 = 1800$  vòng/ phút thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB là như nhau. Độ tự cảm  $L$  có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây:

A. 0,7 H.

B. 0,8 H.

C. 0,6 H.

D. 0,2 H.

**Câu 27:** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 20%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 20% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là:

A. 87,7%.

B. 89,2%.

C. 92,8%.

D. 85,8%.

**Câu 28:** Trong chân không, ánh sáng có bước sóng lớn nhất trong số các ánh sáng đỏ, vàng, lam, tím là:

A. Ánh sáng vàng.

B. Ánh sáng lam.

C. Ánh sáng tím.

D. Ánh sáng đỏ.

**Câu 29:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100 g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, tại  $t = 0$ , tác dụng lực  $F = 2N$  lên vật nhỏ (hình vẽ) cho con lắc dao động điều hòa đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{3} s$  thì ngừng tác dụng lực  $F$ . Dao động điều hòa của con lắc sau khi không còn lực  $F$  tác dụng có giá trị biên độ gần giá trị nào nhất sau đây:

A. 9 cm.

B. 7 cm.

C. 5 cm.

D. 11 cm.

**Câu 30:** Trong một thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, bước sóng ánh sáng đơn sắc là 600nm, khoảng cách giữa hai khe hẹp là 1mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn là 2m. Khoảng vân quan sát được trên màn có giá trị bằng:

- A. 1,5 mm.      B. 0,3 mm.      C. 1,2 mm.      D. 0,9 mm.

**Câu 31:** Một nguồn phát sóng dao động điều hòa tạo ra sóng tròn đồng tâm  $O$  truyền trên mặt nước với bước sóng  $\lambda$ . Hai điểm  $M$  và  $N$  thuộc mặt nước, nằm trên hai phương truyền sóng mà các phần tử nước dao động. Biết  $OM = 8\lambda$ ;  $ON = 12\lambda$  và  $OM$  vuông góc  $ON$ . Trên đoạn  $MN$ , số điểm mà phần tử nước dao động ngược pha với dao động của nguồn  $O$  là:

- A. 5.      B. 6.      C. 7.      D. 4.

**Câu 32:** Tia nào sau đây không phải là tia phóng xạ:

- A. Tia  $\gamma$ .      B. Tia  $\beta^+$ .      C. Tia  $\alpha$ .      D. Tia X.

**Câu 33:** Một hạt có khối lượng nghỉ  $m_0$ . Theo thuyết tương đối, khối lượng động (khối lượng tương đối tính) của hạt này khi chuyển động với tốc độ  $0,6c$  ( $c$  là tốc độ ánh sáng trong chân không) là:

- A.  $1,75m_0$ .      B.  $1,25m_0$ .      C.  $0,36m_0$ .      D.  $0,25m_0$ .

**Câu 34:** Một vật nhỏ khối lượng 100g dao động điều hòa với chu kì 0,2s và cơ năng là 0,18J (mốc thế năng tại vị trí cân bằng); lấy  $\pi^2 = 10$ . Tại li độ  $3\sqrt{2}cm$ , tỉ số động năng và thế năng là:

- A. 1.      B. 4.      C. 3.      D. 2.

**Câu 35:** Một lò phản ứng phân hạch có công suất 200 W. Cho rằng toàn bộ năng lượng mà lò phản ứng này sinh ra đều do sự phân hạch của  $^{235}U$  và đồng vị này chỉ bị tiêu hao bởi quá trình phân hạch. Coi mỗi năm có 365 ngày; mỗi phân hạch sinh ra 200 MeV; số A-vô-ga-dro  $N_A = 6,02.10^{23}mol^{-1}$ . Khối lượng  $^{235}U$  mà lò phản ứng tiêu thụ trong 3 năm là:

- A. 461,6 g.      B. 461,6 kg.      C. 230,8 kg.      D. 230,8 g.

**Câu 36:** Gọi  $M, N, I$  là các điểm trên một lò xo nhẹ, được treo thẳng đứng ở điểm  $O$  cố định. Khi lò xo có chiều dài tự nhiên thì  $OM = MN = NI = 10$  cm. Gắn vật nhỏ vào đầu dưới  $I$  của lò xo và kích thích để vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình dao động tỉ số độ lớn lực kéo lớn nhất và độ lớn lực kéo nhỏ nhất tác dụng lên  $O$  bằng 3; lò xo giãn đều; khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm  $M$  và  $N$  là 12 cm. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Vật dao động với tần số là:

- A. 2,9 Hz.      B. 2,5 Hz.      C. 3,5 Hz.      D. 1,7 Hz.

**Câu 37:** Một vật nhỏ dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \cos 4\pi t$  (t tính bằng s). Tính từ  $t = 0$ ; khoảng thời gian ngắn nhất để gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại là:

- A. 0,083 s.      B. 0,104 s.      C. 0,167 s.      D. 0,125 s.

**Câu 38:** Giả sử một vệ tinh dùng trong truyền thông đang đứng yên so với mặt đất ở một độ cao xác định trong mặt phẳng Xích đạo Trái Đất; đường thẳng nối vệ tinh với tâm trái đất đi qua kinh tuyến số ). Coi Trái Đất như một quả cầu, bán kính là 6370km; khối lượng là  $6.10^{24}$  kg và chu kì quay quanh trục của nó là 24h; hằng số hấp dẫn  $G = 6,67.10^{-11} N.m^2/kg^2$ . Sóng cực ngắn  $f > 30MHz$  phát từ vệ tinh truyền thẳng đến các điểm nằm trên Xích Đạo Trái Đất trong khoảng kinh độ nào dưới đây:

- A. Từ kinh độ  $85^{\circ}20'$  D đến kinh độ  $85^{\circ}20'$  T.  
 B. Từ kinh độ  $79^{\circ}20'$  D đến kinh độ  $79^{\circ}20'$  T.  
 C. Từ kinh độ  $81^{\circ}20'$  D đến kinh độ  $81^{\circ}20'$  T.  
 D. Từ kinh độ  $83^{\circ}20'$  T đến kinh độ  $83^{\circ}20'$  D.

**Câu 39:** Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng nước, hai nguồn kết hợp  $O_1$  và  $O_2$  dao động cùng pha, cùng biên độ. Chọn hệ trục tọa độ vuông góc  $xOy$  thuộc mặt nước với gốc tọa độ là vị trí đặt nguồn  $O_1$  còn nguồn  $O_2$  nằm trên trục  $Oy$ . Hai điểm  $P$  và  $Q$  nằm trên  $Ox$  có  $OP = 4,5cm$  và  $OQ = 8cm$ . Dịch chuyển nguồn  $O_2$  trên trục  $Oy$  đến vị trí sao cho góc  $PO_2Q$  có giá trị lớn nhất thì phần tử nước tại  $P$  không dao động còn phần tử nước tại  $Q$  dao động với biên độ cực đại. Biết giữa  $P$  và  $Q$  không còn cực đại nào khác. Trên đoạn  $OP$ , điểm gần  $P$  nhất mà các phần tử nước dao động với biên độ cực đại cách  $P$  một đoạn là:

- A. 3,4 cm.                      B. 2,0 mm.                      C. 2,5 mm.                      D. 1,1 cm.

Câu 40: Hiện nay urani tự nhiên chứa hai đồng vị phóng xạ  $^{235}\text{U}$  và  $^{238}\text{U}$ , với tỉ lệ số hạt  $^{235}\text{U}$  và số hạt  $^{238}\text{U}$  là  $7/1000$ . Biết chu kì bán rã của  $^{235}\text{U}$  và  $^{238}\text{U}$  lần lượt là  $7,00.10^8$  năm và  $4,50.10^9$  năm. Cách đây bao nhiêu năm, urani tự nhiên có tỷ lệ số hạt  $^{235}\text{U}$  và số hạt  $^{238}\text{U}$  là  $3/100?$

- A. 2,74 tỉ năm.                      B. 1,74 tỉ năm.                      C. 2,22 tỉ năm.                      D. 3,15 tỉ năm.

Câu 41: Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng nước, hai nguồn sóng kết hợp dao động cùng pha đặt tại hai điểm A và B cách nhau 16cm. Sóng truyền trên mặt nước với bước sóng 3cm. Trên đoạn AB, số điểm mà tại đó phần tử nước dao động với biên độ cực đại là:

- A. 9.                                      B. 10.                                      C. 11.                                      D. 12.

Câu 42: Thực hiện thí nghiệm Y-âng về giao thoa với ánh sáng có bước sóng  $\lambda$ . Khoảng cách giữa hai khe hẹp là 1mm. Trên màn quan sát, tại điểm M cách vân trung tâm 4,2mm có vân sáng bậc 5. Giữ cố định các điều kiện khác, di chuyển dần màn quan sát dọc theo đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa hai khe ra xa cho đến khi vân giao thoa tại M chuyển thành vân tối lần thứ hai thì khoảng dịch màn là 0,6m. Bước sóng  $\lambda$  bằng:

- A. 0,6  $\mu\text{m}$ .                              B. 0,5  $\mu\text{m}$ .                              C. 0,7  $\mu\text{m}$ .                              D. 0,4  $\mu\text{m}$ .

Câu 43: Khi nói về quang phổ vạch phát xạ, phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Quang phổ vạch phát xạ của một nguyên tố là hệ thống những vạch sáng riêng lẻ, ngăn cách nhau bởi những khoảng tối.  
 B. Quang phổ vạch phát xạ của nguyên tố hóa học khác nhau thì khác nhau.  
 C. Quang phổ vạch phát xạ do chất rắn hoặc chất lỏng phát ra khi bị nung nóng.  
 D. Trong quang phổ vạch phát xạ của nguyên tử hydro, ở vùng ánh sáng nhìn thấy có bốn vạch đặc trưng là: vạch đỏ, vạch lam, vạch chàm, vạch tím.

Câu 44: Cho khối lượng của hạt proton, neutron và hạt de-tơ-ri  $^2\text{D}$  lần lượt là: 1,0073u; 1,0087u và 2,0136u. Biết  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết của hạt nhân  $^2\text{D}$  là:

- A. 2,24 MeV.                              B. 3,06 MeV.                              C. 1,12 MeV.                              D. 4,48 MeV.

Câu 45: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$  V vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở cuộn cảm và tụ điện thì cường độ dòng điện qua mạch là  $i = I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$  A. Hệ số công suất của đoạn mạch bằng:

- A. 0,5.                                      B. 0,87.                                      C. 1,00.                                      D. 0,71.

Câu 46: Giả sử một nguồn sáng chỉ phát ra ánh sáng đơn sắc có tần số  $7,5.10^{14}$  Hz. Công suất phát xạ của nguồn là 10 W. Số photon mà nguồn phát ra trong một giây xấp xỉ bằng:

- A. 0,33.10<sup>20</sup>.                              B. 0,33.10<sup>19</sup>.                              C. 2,01.10<sup>19</sup>.                              D. 2,01.10<sup>20</sup>.

Câu 47: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  V vào hai đầu một điện trở thuần  $R = 110\Omega$  thì cường độ dòng điện qua điện trở có giá trị hiệu dụng bằng 2A. Giá trị của  $U$  bằng:

- A.  $220\sqrt{2}$  V.                              B. 220 V.                                      C. 110 V.                                      D.  $110\sqrt{2}$  V.

Câu 48: Một vật dao động điều hòa với biên độ 4cm và chu kì 2s. Quãng đường vật đi được trong 4s là:

- A. 64 cm.                                      B. 16 cm.                                      C. 32 cm.                                      D. 8 cm.

Câu 49: Một mạch dao động LC lý tưởng đang thực hiện dao động điện từ tự do. Biết điện tích cực đại của tụ điện là  $q_0$  và cường độ dòng điện cực đại trong mạch là  $I_0$ . Tại thời điểm cường độ dòng điện trong mạch bằng  $0,5I_0$  thì điện tích của tụ điện có độ lớn:

- A.  $\frac{q_0\sqrt{2}}{2}$ .                                      B.  $\frac{q_0\sqrt{3}}{2}$ .                                      C.  $\frac{q_0}{2}$ .                                      D.  $\frac{q_0\sqrt{5}}{2}$ .



Câu 50: Một con lắc đơn có chiều dài 121 cm, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Chu kì dao động của con lắc là:

A. 0,5 s.

B. 2 s.

C. 1 s.

D. 2,2 s.

## ĐÁP ÁN

1 D	6 A	11 D	16 B	21 A	26 C	31 B	36 B	41 C	46 C
2 D	7 D	12 C	17 C	22 A	27 A	32 D	37 A	42 A	47 B
3 A	8 D	13 C	18 A	23 C	28 D	33 B	38 C	43 C	48 C
4 C	9 A	14 D	19 A	24 C	29 A	34 A	39 B	44 A	49 B
5 B	10 A	15 B	20 D	25 D	30 C	35 C	40 B	45 B	50 D

II. Giải chi tiết

**Câu 1:** Sóng điện từ có tần số 10MHz truyền trong chân không với bước sóng là:  
 A. 3 m.                      B. 6 m.                      C. 60 m.                      D. 30 m.

Lời giải

Ta có bước sóng

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^6} = 30m.$$

Chọn D.

**Câu 2:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 5cm, chu kì 2s. Tại thời điểm  $t = 0$  s vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là:  
 A.  $x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      B.  $x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.  
 C.  $x = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm.                      D.  $x = 5 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

Lời giải

Chu kì  $T = 2 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$ .

Qua cân bằng theo chiều dương nên pha ban đầu là  $-\frac{\pi}{2}$ .

Phương trình  $x = 5 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Chọn D.

**Câu 3:** Đặt điện áp  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$  V vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở 20 Ω, cuộn cảm có độ tự cảm  $\frac{0,8}{\pi}$  H và tụ điện có điện dung  $\frac{10^{-3}}{6\pi}$  F. Khi điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở bằng  $110\sqrt{3}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm có độ lớn bằng:  
 A. 440 V.                      B. 330 V.                      C.  $440\sqrt{3}$  V.                      D.  $330\sqrt{3}$  V.

Lời giải

Dễ thấy

$$\begin{aligned} Z_L &= 80\Omega, Z_C = 60\Omega \\ \Rightarrow I &= \frac{U}{Z} = \frac{220}{\sqrt{20^2 + (80 - 60)^2}} = \frac{11\sqrt{2}}{2} \\ \Rightarrow \begin{cases} U_{0R} = 220 \\ U_{0L} = 880 \end{cases} \end{aligned}$$

$u_L$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_R$  nên

$$\begin{aligned} \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 &= 1 \\ \Rightarrow |u_L| &= U_{0L} \sqrt{1 - \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2} = 880 \sqrt{1 - \left(\frac{110\sqrt{3}}{220}\right)^2} = 440V. \end{aligned}$$

Chọn A.

**Câu 4:** Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81cm và 64cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi  $\Delta t$  là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị  $\Delta t$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 2,36 s.                      B. 8,12 s.                      C. 0,45 s.                      D. 7,20 s.

**Lời giải**

Ta có  $l_1 = 81 > l_2 = 64 \Rightarrow f_1 < f_2 \Rightarrow$  con lắc 1 dao động nhanh hơn con lắc 2. Con lắc 1 sẽ đi đến biên trước, rồi quay lại và gặp con lắc 2 (tại vị trí có li độ góc bằng nhau).

Giả sử ban đầu 2 con lắc đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương, khi đó phương trình li độ góc của hai con lắc là :

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_0 \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ \alpha_2 = \alpha_0 \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Dây song song khi chúng cùng li độ góc, tức là

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \alpha_2 &\Leftrightarrow \alpha_0 \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) = \alpha_0 \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Leftrightarrow \omega_1 t - \frac{\pi}{2} &= -\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Leftrightarrow t &= \frac{2 \cdot \frac{\pi}{2}}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{g}{l_1}} + \sqrt{\frac{g}{l_2}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{9,8}{0,81}} + \sqrt{\frac{9,8}{0,64}}} = 0,43 \end{aligned}$$

(Có dấu trừ bởi vì khi gặp nhau thì pha của chúng đối nhau.)

Gần với đáp án C nhất.

Chọn C.

**Câu 5:** Hạt nhân có độ hụt khối càng lớn thì:

- A. Năng lượng liên kết riêng càng nhỏ.                      B. Năng lượng liên kết càng lớn.  
C. Năng lượng liên kết càng nhỏ.                      D. Năng lượng liên kết riêng càng lớn.

**Lời giải**

Năng lượng liên kết  $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ . Độ hụt khối càng lớn thì năng lượng liên kết càng lớn.

Chọn B.

**Câu 6:** Trên một sợi dây đàn hồi dài 1m, hai đầu cố định, đang có sóng dừng với 5 nút sóng (kể cả hai đầu dây). Bước sóng của sóng truyền trên dây là:

- A. 0,5 m.                      B. 2 m.                      C. 1 m.                      D. 1,5 m.

**Lời giải**

5 nút sóng kể cả 2 đầu nên  $l = 4 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,5m$ .

Chọn A.

**Câu 7:** Dùng một hạt  $\alpha$  có động năng 7,7 MeV bắn vào hạt nhân  ${}^{14}_7N$  đang đứng yên gây ra phản ứng  $\alpha + {}^{14}_7N \rightarrow {}^1_1p + {}^{17}_8O$ . Hạt proton bay ra theo phương vuông góc với phương bay tới của hạt  $\alpha$ . Cho khối lượng các hạt nhân  $m_\alpha = 4,0015u$ ;  $m_p = 1,0073u$ ;  $m_{N14} = 13,9992u$ ;  $m_{O17} = 16,9947u$ . Biết  $1u = 931,5MeV/c^2$ . Động năng của hạt  ${}^{17}_8O$  là:

- A. 6,145 MeV.                      B. 2,214 MeV.                      C. 1,345 MeV.                      D. 2,075 MeV.

**Lời giải**

Bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng:

$$\begin{cases} \Delta E = (m_\alpha + m_N - m_p - m_0) c^2 = K_p + K_O - K_\alpha \\ P_\alpha^2 + P_p^2 = P_O^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta E = K_p + K_O - K_\alpha \\ 2m_\alpha K_\alpha + 2m_p K_p = 2m_O K_O \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_\alpha K_\alpha + m_p (\Delta E + K_\alpha - K_O) = m_O K_O$$

$$\Rightarrow K_O = \frac{m_p \Delta E + (m_\alpha + m_p) K_\alpha}{m_p + m_O} = \frac{1,0073 \cdot (-1,211) + (4,0015 + 1,0073) 7,7}{1,0073 + 16,9947} = 2,075 \text{ MeV}$$

Chọn D.

**Câu 8:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ lần lượt là  $A_1 = 8 \text{ cm}$ ;  $A_2 = 15 \text{ cm}$  và lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ . Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ bằng:  
 A. 23 cm.      B. 7 cm.      C. 11 cm.      D. 17 cm.

Lời giải

Hai dao động vuông pha nên  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 17 \text{ cm}$ .

Chọn D.

**Câu 9:** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_1$  một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V. Khi nối hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_2$  vào hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_2$  để hở bằng 12,5 V. Khi nối hai đầu của cuộn thứ cấp của  $M_2$  với hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp của  $M_2$  để hở bằng 50 V. Bỏ qua mọi hao phí.  $M_1$  có tỉ số giữa số vòng dây cuộn sơ cấp và số vòng cuộn thứ cấp là:  
 A. 8.      B. 4.      C. 6.      D. 5.

Lời giải

Khi nối hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_2$  vào hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  ta có

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U_2}{U_2'} = \frac{N_2'}{N_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2'} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_2'}{N_2}$$

Khi nối hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_2$  với hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  ta có

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U_2}{U_2''} = \frac{N_2''}{N_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2''} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_2''}{N_1}$$

Từ đó ta có

$$\frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{U_1}{U_2''} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{\sqrt{U_2' U_2''}} = \frac{200}{\sqrt{12,5 \cdot 50}} = 8.$$

Chọn A.

**Câu 10:** Các mức năng lượng của các trạng thái dừng của nguyên tử hydro được xác định bằng biểu thức  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Nếu nguyên tử hydro hấp thụ một pho ton có năng lượng 2,55 eV thì bước sóng nhỏ nhất của bức xạ mà nguyên tử hydro có thể phát ra là:  
 A.  $9,74 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ .      B.  $1,46 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ .      C.  $1,22 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ .      D.  $4,87 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ .

Lời giải

Chọn A.

**Câu 11:** Giới hạn quang điện của một kim loại là  $0,75\mu\text{m}$ . Công thoát electron ra khỏi kim loại bằng:  
 A.  $2,65.10^{-32} \text{ J}$ .    B.  $26,5.10^{-32} \text{ J}$ .    C.  $26,5.10^{-19} \text{ J}$ .    D.  $2,65.10^{-19} \text{ J}$ .

Lời giải

Giới hạn quang điện  $A = \frac{hc}{\lambda_0} = 2,65.10^{-19} \text{ J}$ .

Chọn D.

**Câu 12:** Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo dài 12 cm. Dao động này có biên độ:  
 A. 12 cm.    B. 14 cm.    C. 6 cm.    D. 3 cm.

Lời giải

$2A = l \Rightarrow A = \frac{l}{2} = 6 \text{ cm}$ .

Chọn C.

**Câu 13:** Một khung dây dẫn phẳng dẹt hình chữ nhật có diện tích  $60 \text{ cm}^2$ , quay đều quanh một trục đối xứng (thuộc mặt phẳng khung) trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ vuông góc với trục quay và có độ lớn  $0,4 \text{ T}$ . Từ thông cực đại qua khung dây là:  
 A.  $1,2.10^{-3} \text{ Wb}$ .    B.  $4,8.10^{-3} \text{ Wb}$ .    C.  $2,4.10^{-3} \text{ Wb}$ .    D.  $0,6.10^{-3} \text{ Wb}$ .

Lời giải

Từ thông cực đại qua khung dây  $\Phi = BS = 2,4.10^{-3} \text{ Wb}$ .

Chọn C.

**Câu 14:** Một sóng hình sin đang truyền trên một sợi dây theo chiều dương của trục Ox. Hình vẽ mô tả hình dạng của sợi dây tại thời điểm  $t_1$  (đường nét đứt) và  $t_2 = t_1 + 0,3(s)$  (đường liền nét). Tại thời điểm  $t_2$ , vận tốc của điểm N trên dây là  
 A.  $-39,3 \text{ cm/s}$ .    B.  $65,4 \text{ cm/s}$ .    C.  $-65,4 \text{ cm/s}$ .    D.  $39,3 \text{ cm/s}$ .

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy khoảng cách gần nhau nhất giữa hai điểm dao động cùng pha là

$$\lambda = \frac{30}{6} \cdot 8 = 40 \text{ cm}$$

Vận tốc truyền sóng trên dây

$$v = \frac{\frac{30}{6} \cdot 3}{0,3} = 50 \text{ cm/s}$$

Tần số

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{50}{40} = 1,25 \text{ Hz}$$

Tại thời điểm  $t_2$  điểm N có li độ bằng 0 và đang có xu hướng di về biên âm, suy ra vật đang có vận tốc cực đại  $v_{\text{max}} = \omega A = 2\pi \cdot 1,25 \cdot 5 = 39,3 \text{ cm/s}$ .

Chọn D.

**Câu 15:** Gọi  $\epsilon_D$  là năng lượng của pho ton ánh sáng đỏ,  $\epsilon_L$  là năng lượng của photon ánh sáng lục,  $\epsilon_V$  là năng lượng của photon ánh sáng vàng. Sắp xếp nào sau đây đúng:  
 A.  $\epsilon_V > \epsilon_L > \epsilon_D$ .    B.  $\epsilon_L > \epsilon_V > \epsilon_D$ .    C.  $\epsilon_L > \epsilon_D > \epsilon_V$ .    D.  $\epsilon_D > \epsilon_V > \epsilon_L$ .

Lời giải

Vì  $\lambda_D > \lambda_V > \lambda_L \Rightarrow \epsilon_D < \epsilon_V < \epsilon_L$ .

Chọn B.

**Câu 16:** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  V ( $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại. Khi  $f = f_2 = f_1\sqrt{2}$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở đạt cực đại. Khi  $f = f_3$  thì điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại  $U_{L_{max}}$ . Giá trị của  $U_{L_{max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 85 V.                      B. 145 V.                      C. 57 V.                      D. 173 V.

Lời giải

Ta có :

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2L}{C} - R^2} \\ \omega_2 = \sqrt{2}\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega_1 \cdot \omega_3 = \omega_2^2 = 2\omega_1^2 \Rightarrow \omega_3 = 2\omega_1. \\ \omega_3 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L/C - R^2}} \end{cases}$$

Từ đó suy ra

$$\frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L/C - R^2}} = 2 \cdot \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2L}{C} - R^2} \Leftrightarrow \frac{L}{C} = 2 \frac{L}{C} - R^2 \Leftrightarrow \frac{L}{C} = R^2 \Leftrightarrow R^2 \frac{C}{L} = 1.$$

Vậy

$$U_{L_{max}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{2U}{\sqrt{\frac{4R^2C}{L} - \left(\frac{R^2C}{L}\right)^2}} = \frac{2 \cdot 120}{\sqrt{4 - 1}} = 138,56V.$$

Gần với đáp án B nhất.

Chọn B.

**Câu 17:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là  $0,52$  rad và  $1,05$  rad. Khi  $L = L_0$  điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện là  $\varphi$ . Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 0,41 rad.                      B. 1,57 rad.                      C. 0,83 rad.                      D. 0,26 rad.

Lời giải

Khi  $U_{L_{max}}$  thì

$$\begin{cases} Z_{L_0} = \frac{2Z_{L_1}Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \\ \tan \varphi = \frac{Z_{L_0} - Z_C}{R} = \frac{\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} - Z_C}{R} = \frac{R}{Z_C} \end{cases}$$

Vậy ta cần tính  $\frac{R}{Z_C}$  Để ý rằng  $\tan(0,52) \cdot \tan(1,05) = 1$  nên ta đặt

$$\begin{cases} x = \tan(0,52) = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{R} = x \\ y = \tan(1,51) = \frac{Z_{L_2} - Z_C}{R} = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L_1} = xR + Z_C \\ Z_{L_2} = yR + Z_C \\ xy = 1 \end{cases}$$

Do tính thuần nhất nên để cho gọn ta chuẩn hóa  $R = 1$ , khi đó

$$\begin{cases} Z_{L_1} = x + Z_C \\ Z_{L_2} = y + Z_C \\ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right) = \frac{Z_C}{1 + Z_C^2} \end{cases}$$

Từ đó

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x + Z_C} + \frac{1}{y + Z_C} \right) &= \frac{Z_C}{1 + Z_C^2} \\ \Leftrightarrow x + y + 2Z_C(1 - xy) &= (x + y)Z_C^2 \\ \Leftrightarrow x + y &= (x + y)Z_C^2 \\ \Leftrightarrow Z_C &= 1 \end{aligned}$$

Suy ra  $\tan \varphi = \frac{1}{1} = 1$ , vậy  $\varphi = \frac{\pi}{4} \approx 0,785$ . Gần với C nhất.  
Chọn C.

**Câu 18:** Đặt điện áp có  $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)$  V. Vào hai đầu một đoạn mạch gồm điện trở có  $R = 100\Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  F và cuộn cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H. Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là:

- A.  $i = 2,2 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$  A.      B.  $i = 2,2\sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$  A.  
C.  $i = 2,2 \cos \left( 100\pi t - \frac{\pi}{4} \right)$  A.      D.  $i = 2,2\sqrt{2} \cos \left( 100\pi t - \frac{\pi}{4} \right)$  A.

Lời giải

$$\begin{cases} I_0 = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + (200 - 100)^2}} = 2,2A \\ \tan \varphi = \frac{100 - 200}{100} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Từ đó suy ra  $i$  sớm pha hơn  $u$  một góc  $\frac{\pi}{4}$ . Vậy

$$i = 2,2 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right) (A)$$

Chọn A.

**Câu 19:** Khi nói về pho ton phát biểu nào dưới đây đúng

- A. Với mỗi ánh sáng đơn sắc có tần số xác định, các pho ton đều mang năng lượng như nhau.  
B. Photon có thể tồn tại trong trạng thái đứng yên.  
C. Năng lượng của pho ton càng lớn khi bước sóng ánh sáng ứng với pho ton đó càng lớn.  
D. Năng lượng của pho ton ánh sáng tím nhỏ hơn năng lượng của pho ton ánh sáng đỏ.

Lời giải

Chọn A.

**Câu 20:** Biết bán kính Bo là  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}$  m. Bán kính quỹ đạo dừng M trong nguyên tử hidro là:  
A.  $132,5 \cdot 10^{-11}$  m.      B.  $84,8 \cdot 10^{-11}$  m.      C.  $21,2 \cdot 10^{-11}$  m.      D.  $47,7 \cdot 10^{-11}$  m.

Lời giải





Lời giải

Ta có

$$\frac{U_{d_1}}{U_{d_2}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_0})^2}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3})^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C_0})^2}} = \frac{45}{135} = \frac{1}{3}$$

Từ đó

$$8R^2 + 9\left(Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3}\right)^2 = (Z_L - Z_{C_0})^2.$$

Mặt khác

$$\tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{(Z_L - Z_{C_0})\left(\frac{Z_{C_0}}{3} - Z_L\right)}{R^2} = 1 \Leftrightarrow R^2 = (Z_L - Z_{C_0})\left(\frac{Z_{C_0}}{3} - Z_L\right).$$

Suy ra

$$8(Z_L - Z_{C_0})\left(\frac{Z_{C_0}}{3} - Z_L\right) + 9\left(Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3}\right)^2 = (Z_L - Z_{C_0})^2.$$

Do tính thuần nhất, chuẩn hóa

$$Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3} = 1$$

khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3} = 1 \\ -8(Z_L - Z_{C_0}) + 9 = (Z_L - Z_{C_0})^2 \\ \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C_0}}{R} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3} = 1 \\ Z_L - Z_{C_0} = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = 6 \\ Z_{C_0} = 15 \end{cases}$$

Từ  $8R^2 + 9\left(Z_L - \frac{Z_{C_0}}{3}\right)^2 = (Z_L - Z_{C_0})^2$  suy ra  $R = 3$ .

Từ đó

$$U_{d_1} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_0})^2}} \Rightarrow U = \frac{45}{\sqrt{3^2 + 6^2}} \sqrt{3^2 + (15 - 6)^2} = 45\sqrt{2}.$$

Vậy  $U_0 = 90V$ . Gần đáp án C nhất.

Chọn C.

**Câu 25:** Hai mạch dao động điện từ lý tưởng đang có dao động điện từ tự do. Điện tích của tụ điện trong mạch dao động thứ nhất và thứ hai lần lượt là  $q_1$  và  $q_2$  với  $4q_1^2 + q_2^2 = 1, 3 \cdot 10^{-17}$ ,  $q$  tính bằng C. Ở thời điểm  $t$ , điện tích của tụ điện và cường độ dòng điện trong mạch dao động thứ nhất lần lượt là  $10^{-9} C$  và  $6 mA$ , cường độ dòng điện trong mạch dao động thứ hai có độ lớn bằng :

A. 10 mA.      B. 6 mA.      C. 4 mA.      D. 8 mA.

Lời giải

Thay  $q_1 = 10^{-9}(C)$  vào  $4q_1^2 + q_2^2 = 1, 3 \cdot 10^{-17} \Rightarrow q_2 = 3 \cdot 10^{-9}(C)$ .

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian phương trình  $4q_1^2 + q_2^2 = 1, 3 \cdot 10^{-17}$  thu được  $8q_1 i_1 + 2q_2 i_2 = 0$ .

Từ đó tính được  $|i_2| = 8 mA$ .

Chọn D.

Câu 26: Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp gồm điện trở 69, 1 Ω, cuộn cảm có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung 176, 8 μF. Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây của máy phát. Biết ro to máy phát có hai cặp cực. Khi rô to quay đều với tốc độ  $n_1 = 1350$  vòng/ phút hoặc  $n_2 = 1800$  vòng/ phút thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB là như nhau. Độ tự cảm L có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây :

A. 0, 7 H.

B. 0, 8 H.

C. 0, 6 H.

D. 0, 2 H.

Lời giải

Công suất tiêu thụ như nhau thì cường độ hiệu dụng cũng như nhau.

Cường độ hiệu dụng trong mạch là

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\
 &= \frac{\omega NBS}{\sqrt{2} \sqrt{R^2 - 2\frac{L}{C} + \omega^2 L^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \\
 &= \frac{NBS}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\omega^4 C^2} + \frac{(R^2 - 2\frac{L}{C})}{\omega^2} + L^2}} \\
 &= \frac{NBS}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{y}}
 \end{aligned}$$

Xét

$$y = \frac{x^2}{C^2} + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)x + L^2, \quad x = \frac{1}{\omega^2}.$$

Vì khi ro to của máy quay đều với vận tốc  $n_1 = 22,5$  vòng/giây hoặc  $n_2 = 30$  vòng/giây thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là như nhau nên theo Vi-et ta có :

$$x_1 + x_2 = \left(2\frac{L}{C} - R^2\right) C^2 = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{4\pi^2 p^2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{C}{2} \left[ \frac{\frac{1}{4\pi^2 p^2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}\right)}{C^2} + R^2 \right] \approx 0, 477.$$

Gần đáp án C nhất.

Chọn C.

**Nhận xét:** Câu này giống hệt bài đã thảo luận ở đây <http://vatliophothong.vn/t/4173/>

Câu 27: Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 20%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 20% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là:

A. 87, 7%.

B. 89, 2%.

C. 92, 8%.

D. 85, 8%.

Lời giải

Ta có

$$H_1 = \frac{P'_1}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P_1}{P_1} = 0, 9 \Rightarrow \begin{cases} P'_1 = 0, 9P_1 \\ \Delta P_1 = 0, 1P_1 \end{cases}$$

Vì lúc sau công suất sử dụng điện của dân cư này tăng 20% (do nhiệt độ ngoài trời quá nóng so với quy định, khiến người người nhà nhà bật quạt và điều hòa thì bảo sao công suất sử dụng điện tăng) nên ta có

$$P'_2 = 1,2P'_1 = 1,2 \cdot 0,9P_1 = 1,08P_1.$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} &= \frac{P_1 - P'_1}{P_2 - P'_2} \Leftrightarrow \frac{R \frac{P_1^2}{U^2 \cos^2 \varphi}}{R \frac{P_2^2}{U^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{P_1 - P'_1}{P_2 - P'_2} \\ \Leftrightarrow \frac{P_1^2}{P_2^2} &= \frac{0,1P_1}{P_2 - 1,08P_1} \\ \Leftrightarrow P_1P_2 - 1,08P_1^2 - 0,1P_2^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{P_1}{P_2} = 0,812 \\ \frac{P_1}{P_2} = 0,114 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{cases} H_2 = \frac{P'_2}{P_2} = 1,08 \frac{P_1}{P_2} = 1,08 \cdot 0,812 = 87,7\% \\ H_2 = \frac{P'_2}{P_2} = 1,08 \frac{P_1}{P_2} = 1,08 \cdot 0,114 = 12,3\% \end{cases}$$

Vì công suất hao phí không vượt quá 20% nên hiệu suất lớn hơn 80%. Chọn nghiệm 87,7%.  
Chọn A.

**Câu 28:** Trong chân không, ánh sáng có bước sóng lớn nhất trong số các ánh sáng đỏ, vàng, lam, tím là:

- A. Ánh sáng vàng. B. Ánh sáng lam. C. Ánh sáng tím. D. Ánh sáng đỏ.

Lời giải

Ánh sáng đỏ có bước sóng lớn nhất trong chân không, thuộc dãy trên.  
Chọn D.

**Câu 29:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100 g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, tại  $t = 0$ , tác dụng lực  $F = 2N$  lên vật nhỏ (hình vẽ) cho con lắc dao động điều hòa đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{3}s$  thì ngừng tác dụng lực  $F$ . Dao động điều hòa của con lắc sau khi không còn lực  $F$  tác dụng có giá trị biên độ gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 9 cm. B. 7 cm. C. 5 cm. D. 11 cm.

Lời giải

Chu kỳ dao động  $T = \frac{\pi}{10}s$ .

Ban đầu vật đang ở VTCB thì có  $F$  tác dụng, vì vậy VTCB sẽ mới là  $O'$  cách VTCB cũ  $O$  là:

$$\frac{F}{k} = 0,05m = 5cm.$$

Ta có

$$Fx_0 = \frac{mv_{O'}^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} \Rightarrow v_{O'} = 1m/s.$$

Biên độ

$$A' = \frac{v_{O'}}{\omega} = \frac{1}{20} = 5cm.$$

Sau thời gian  $\frac{\pi}{3} = \frac{10T}{3} = 3T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$  vật đang di theo chiều âm, có tọa độ so với vị trí cân bằng mới  $\frac{A'}{2} = 2,5 \text{ cm}$  và

$$v' = -\omega\sqrt{A'^2 - x_{O'}^2} = -50\sqrt{3}\text{cm/s.}$$

Thời tác dụng lực  $F$  thì VTGB lại ở  $O$  vì vậy nên tọa độ so với gốc  $O$  là  $x = 5 + 2,5 = 7,5 \text{ cm}$ , biên độ mới là

$$A = \sqrt{0,075^2 + \frac{(0,5\sqrt{3})^2}{20^2}} = 8,67 \text{ cm}$$

Gần đáp án A nhất.

Chọn A.

**Câu 30:** Trong một thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, bước sóng ánh sáng đơn sắc là  $600\text{nm}$ , khoảng cách giữa hai khe hẹp là  $1\text{mm}$ , khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn là  $2\text{m}$ . Khoảng vân quan sát được trên màn có giá trị bằng:

- A.  $1,5 \text{ mm}$ .      B.  $0,3 \text{ mm}$ .      C.  $1,2 \text{ mm}$ .      D.  $0,9 \text{ mm}$ .

Lời giải

Khoảng vân  $i = \frac{\lambda D}{a} = 1,2\text{mm}$ .

Chọn C.

**Câu 31:** Một nguồn phát sóng dao động điều hòa tạo ra sóng tròn đồng tâm  $O$  truyền trên mặt nước với bước sóng  $\lambda$ . Hai điểm  $M$  và  $N$  thuộc mặt nước, nằm trên hai phương truyền sóng mà các phần tử nước dao động. Biết  $OM = 8\lambda$ ;  $ON = 12\lambda$  và  $OM$  vuông góc  $ON$ . Trên đoạn  $MN$ , số điểm mà phần tử nước dao động ngược pha với dao động của nguồn  $O$  là:

- A. 5.      B. 6.      C. 7.      D. 4.

Lời giải

Phương trình tại một điểm  $P$  thuộc đoạn  $MN$ , cách  $O$  một khoảng  $d$ , có độ lệch pha so với nguồn là  $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$ .

Để tại  $P$  ngược pha với nguồn thì

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow d = \frac{(2k+1)\lambda}{2}$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  xuống  $MN$ . Khi đó ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} \Rightarrow OH = 6,66\lambda$$

Trên đoạn  $MH$  ta có

$$OH \leq d \leq OM \Rightarrow 6,66\lambda \leq \frac{(2k+1)\lambda}{2} \leq 8\lambda \Rightarrow 6,16 \leq k \leq 7,5$$

Vậy trên  $MH$  có 1 điểm thỏa mãn.

Trên đoạn  $NH$  ta có

$$OH \leq d \leq ON \Rightarrow 6,66\lambda \leq \frac{(2k+1)\lambda}{2} \leq 12\lambda \Rightarrow 6,16 \leq k \leq 11,5$$

Vậy trên đoạn  $NH$  có 5 điểm thỏa mãn.

Tổng cộng có 6 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

**Câu 32:** Tia nào sau đây không phải là tia phóng xạ:

- A. Tia  $\gamma$ .                      B. Tia  $\beta^+$ .                      C. Tia  $\alpha$ .                      D. Tia X.

Lời giải

Tia X không phải là tia phóng xạ.

Chọn D.

**Câu 33:** Một hạt có khối lượng nghỉ  $m_0$ . Theo thuyết tương đối, khối lượng động (khối lượng tương đối tính) của hạt này khi chuyển động với tốc độ  $0,6c$  ( $c$  là tốc độ ánh sáng trong chân không) là:

- A.  $1,75m_0$ .                      B.  $1,25m_0$ .                      C.  $0,36m_0$ .                      D.  $0,25m_0$ .

Lời giải

Ta có

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{0,6^2 c^2}{c^2}}} = 1,25m_0.$$

Chọn B.

**Câu 34:** Một vật nhỏ khối lượng 100g dao động điều hòa với chu kì 0,2s và cơ năng là 0,18J (mốc thế năng tại vị trí cân bằng); lấy  $\pi^2 = 10$ . Tại li độ  $3\sqrt{2}cm$ , tỉ số động năng và thế năng là:

- A. 1.                                  B. 4.                                  C. 3.                                  D. 2.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = 100 \\ \frac{kA^2}{2} = 0,18 \Rightarrow A^2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow \frac{W_d}{W_t} = \frac{W - W_t}{W_t} = \left(\frac{A}{x}\right)^2 - 1 = \frac{3,6 \cdot 10^{-3}}{(0,03\sqrt{2})^2} - 1 = 1.$$

Chọn A.

**Câu 35:** Một lò phản ứng phân hạch có công suất 200 W. Cho rằng toàn bộ năng lượng mà lò phản ứng này sinh ra đều do sự phân hạch của  $^{235}U$  và đồng vị này chỉ bị tiêu hao bởi quá trình phân hạch. Coi mỗi năm có 365 ngày; mỗi phân hạch sinh ra 200 MeV; số A-vô-ga-đrô  $N_A = 6,02.10^{23}mol^{-1}$ . Khối lượng  $^{235}U$  mà lò phản ứng tiêu thụ trong 3 năm là:

- A. 461,6 g.                      B. 461,6 kg.                      C. 230,8 kg.                      D. 230,8 g.

Lời giải

Năng lượng mà lò phản ứng tạo ra trong 3 năm là :

$$Q = 3.86400.365.200.10^6 = 1,89216.10^{16}(J).$$

Vì một phân hạch tạo ra 200MeV =  $3,2 \cdot 10^{-11}J$  nên số phân hạch trong 3 năm là :

$$N = \frac{Q}{3,2 \cdot 10^{-11}} = 5,913.10^{26}.$$

Một phân hạch sẽ tiêu hao 1 nguyên tử  $^{235}U$ , nên số nguyên tử  $^{235}U$  bị tiêu hao cũng chính là  $N = 5,913.10^{26}$ .

Số mol của  $^{235}U$  bị tiêu thụ là

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{5,913.10^{26}}{6,02.10^{23}} = 982,226 \text{ mol}$$

Khối lượng của  $^{235}\text{U}$  mà lò phản ứng tiêu thụ là :

$$m = nA = 982, 226.235 = 230823, 09g \approx 230, 8kg$$

Chọn C.

**Câu 36:** Gọi  $M, N, I$  là các điểm trên một lò xo nhẹ, được treo thẳng đứng ở điểm  $O$  cố định. Khi lò xo có chiều dài tự nhiên thì  $OM = MN = NI = 10\text{ cm}$ . Gắn vật nhỏ vào đầu dưới  $I$  của lò xo và kích thích để vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình dao động tỉ số độ lớn lực kéo lớn nhất và độ lớn lực kéo nhỏ nhất tác dụng lên  $O$  bằng 3; lò xo giãn đều; khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm  $M$  và  $N$  là  $12\text{ cm}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Vật dao động với tần số là:

- A. 2,9 Hz.      B. 2,5 Hz.      C. 3,5 Hz.      D. 1,7 Hz.

Lời giải

Vì khoảng cách lớn nhất giữa  $M$  và  $N$  là  $12\text{ cm}$ , tức là độ dài đoạn  $MN$  lớn nhất bằng  $12\text{ cm}$ . Mà độ dài đoạn  $MN$  ban đầu là  $10\text{ cm}$ , suy ra độ giãn lớn nhất của lò xo giới hạn bởi hai đầu  $MN$  là  $12 - 10 = 2\text{ cm}$ . Vì lò xo giãn đều và ban đầu  $OM = MN = NI$  nên ở mọi thời điểm,  $OM, MN$  và  $NI$  luôn có độ dài bằng nhau. Suy ra độ giãn của chúng ở mọi thời điểm cũng bằng nhau. Vậy độ giãn lớn nhất của lò xo là  $\Delta\ell_{\max} = 3.2 = 6\text{ cm}$ .

Mà ta có

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{k\Delta\ell_{\max}}{k\Delta\ell_{\min}} = \frac{\Delta\ell_{\max}}{\Delta\ell_{\min}} = 3 \Rightarrow \Delta\ell_{\min} = \frac{6}{3} = 2\text{ cm}.$$

Vậy

$$\Delta\ell = \frac{\Delta\ell_{\max} + \Delta\ell_{\min}}{2} = 4\text{ cm}.$$

Suy ra

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{\pi^2 \Delta\ell}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10}{10.0,04}} = 2,5\text{ Hz}.$$

Chọn B.

**Câu 37:** Một vật nhỏ dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \cos 4\pi t$  ( $t$  tính bằng s). Tính từ  $t = 0$ ; khoảng thời gian ngắn nhất để gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại là:

- A. 0,083 s.      B. 0,104 s.      C. 0,167 s.      D. 0,125 s.

Lời giải

Thời gian ngắn nhất vật có gia tốc có độ lớn bằng nửa độ lớn gia tốc cực đại là  $\frac{T}{6} = 0,083\text{ s}$ .

Chọn A.

**Câu 38:** Giả sử một vệ tinh dừng trong truyền thông đang đứng yên so với mặt đất ở một độ cao xác định trong mặt phẳng xích đạo Trái Đất; đường thẳng nối vệ tinh với tâm trái đất đi qua kinh tuyến số ). Coi Trái Đất như một quả cầu, bán kính là  $6370\text{ km}$ ; khối lượng là  $6.10^{24}\text{ kg}$  và chu kỳ quay quanh trục của nó là  $24\text{ h}$ ; hằng số hấp dẫn  $G = 6,67.10^{-11}\text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ . Sóng cực ngắn  $f > 30\text{ MHz}$  phát từ vệ tinh truyền thẳng đến các điểm nằm trên Xích Đạo Trái Đất trong khoảng kinh độ nào dưới đây:

- A. Từ kinh độ  $85^{\circ}20'$  Đ đến kinh độ  $85^{\circ}20'$  T.  
 B. Từ kinh độ  $79^{\circ}20'$  Đ đến kinh độ  $79^{\circ}20'$  T.  
 C. Từ kinh độ  $81^{\circ}20'$  Đ đến kinh độ  $81^{\circ}20'$  T.  
 D. Từ kinh độ  $83^{\circ}20'$  T đến kinh độ  $83^{\circ}20'$  Đ.

Lời giải

Để vệ tinh ở trong mặt phẳng xích đạo và đứng yên so với mặt đất thì vệ tinh này phải chuyển động tròn xung quanh Trái Đất cùng chiều và cùng vận tốc góc  $\omega$  quay xung quanh trục của Trái Đất với chu

kỳ  $T = 24h$ .

Gọi tốc độ dài của vệ tinh trên quỹ đạo là  $v = (h + R)\omega$ , độ cao của nó so với mặt đất là  $h$ .

Lực hướng tâm do chuyển động tròn của vệ tinh đóng vai trò lực hấp dẫn của Trái Đất đối với vệ tinh, ta có:

$$\frac{mv^2}{(h + R)} = \frac{GmM}{(h + R)^2} \Leftrightarrow \frac{(h + R)^2\omega^2}{(h + R)} = \frac{GM}{(h + R)^2}$$

Từ đó suy ra  $h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R = 35952 \text{ km}$  Ta có thể coi sóng cực ngắn truyền thẳng từ vệ tinh xuống mặt đất. Từ hình vẽ ta thấy vùng nằm giữa kinh tuyến đi qua A và B sẽ nhận được tín hiệu từ vệ tinh. Ta có:

$$\cos \varphi = \frac{R}{R + h} = \frac{6370}{6370 + 35952} = 0,1505 \Rightarrow \varphi = 81^{\circ}20'$$

Như vậy, vùng nhận được tín hiệu từ vệ tinh nằm trong khoảng từ kinh độ  $81^{\circ}20'$  D đến kinh độ  $81^{\circ}20'$  T. Chọn C.

**Câu 39:** Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng nước, hai nguồn kết hợp  $O_1$  và  $O_2$  dao động cùng pha, cùng biên độ. Chọn hệ trục tọa độ vuông góc  $xOy$  thuộc mặt nước với gốc tọa độ là vị trí đặt nguồn  $O_1$  còn nguồn  $O_2$  nằm trên trục  $Oy$ . Hai điểm  $P$  và  $Q$  nằm trên  $Ox$  có  $OP = 4,5 \text{ cm}$  và  $OQ = 8 \text{ cm}$ . Dịch chuyển nguồn  $O_2$  trên trục  $Oy$  đến vị trí sao cho góc  $PO_2Q$  có giá trị lớn nhất thì phần tử nước tại  $P$  không dao động còn phần tử nước tại  $Q$  dao động với biên độ cực đại. Biết giữa  $P$  và  $Q$  không còn cực đại nào khác. Trên đoạn  $OP$ , điểm gần  $P$  nhất mà các phần tử nước dao động với biên độ cực đại cách  $P$  một đoạn là:

A. 3,4 cm.

B. 2,0 mm.

C. 2,5 mm.

D. 1,1 cm.

**Lời giải**

Các bạn tự vẽ hình nhé. Đặt  $OO_2 = x$ . Xét  $\triangle PQO_2$ , sử dụng định lý hàm sin và bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, ta có

$$\begin{aligned} \frac{PQ}{\sin \alpha} &= \frac{PO_2}{\sin \widehat{QO_2}} = \frac{\sqrt{OP^2 + x^2}}{\frac{x}{\sqrt{OQ^2 + x^2}}} = \frac{\sqrt{(OP^2 + x^2)}(x + OQ^2)}{x} \\ &\geq \frac{OPx + OQx}{x} \\ &= OP + OQ \\ &= 12,5. \end{aligned}$$

Suy ra  $\sin \alpha \leq \frac{3,5}{12,5} = \frac{7}{25}$ . Vì  $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$  nên  $\sin \alpha \leq \frac{7}{25} \Leftrightarrow \alpha \leq \arcsin \frac{7}{25}$ .

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{OP}{x} = \frac{x}{OG} \Leftrightarrow x = \sqrt{OP \cdot OG} = \sqrt{4,5 \cdot 8} = 6 \text{ cm}$ . Giả sử tại  $Q$  là cực đại bậc  $k$  thuộc hypebol cực đại bậc  $k$ . Vì giữa  $P$  và  $Q$  không có cực đại nào khác, nên  $Q$  là cực tiểu gây ra bởi hypebol cực tiểu gần hypebol cực đại bậc  $k$  nhất (gần về phía điểm  $O$ ), hypebol cực tiểu này có bậc cũng là  $k$ . Ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} O_2Q - OQ = k\lambda \\ O_2P - OP = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{OQ^2 + x^2} - OQ = k\lambda \\ \sqrt{OP^2 + x^2} - OP = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \frac{k\lambda}{(2k + 1)\frac{\lambda}{2}} &= \frac{\sqrt{6^2 + 8^2} - 8}{\sqrt{4,5^2 + 6^2} - 4,5} = \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow k &= 1 \end{aligned}$$

Từ đó suy ra  $\lambda = 2 \text{ cm}$ .

Bây giờ giả sử một điểm  $M$  nào đó thuộc  $OP$  và cách  $O$  1 đoạn  $y$ .

Để điểm  $M$  dao động với biên độ cực đại, và gần  $P$  nhất thì  $M$  phải thuộc cực đại bậc  $k + 1 = 2$ .

Khi đó ta có :  $O_2M - y = 2\lambda$ , tương đương với  $\sqrt{y^2 + 6^2} - y = 4 \Leftrightarrow y = 2,5 \text{ cm}$ .

Đến đây nhiều bạn tính được bằng 2,5 cm nhìn đáp án thấy cũng có 2,5 cm sướng quá khoan luôn 2,5 cm và bạn đã ra đi.

Vì đề bài người ta hỏi là khoảng cách giữa điểm đó và P nên đáp án đúng là  $4,5 - 2,5 = 2 \text{ cm}$ .

Chọn B.

**Câu 40:** Hiện nay urani tự nhiên chứa hai đồng vị phóng xạ  $^{235}\text{U}$  và  $^{238}\text{U}$ , với tỉ lệ số hạt  $^{235}\text{U}$  và số hạt  $^{238}\text{U}$  là 7/1000. Biết chu kì bán rã của  $^{235}\text{U}$  và  $^{238}\text{U}$  lần lượt là  $7,00 \cdot 10^8$  năm và  $4,50 \cdot 10^9$  năm. Cách đây bao nhiêu năm, urani tự nhiên có tỷ lệ số hạt  $^{235}\text{U}$  và số hạt  $^{238}\text{U}$  là 3/100?

- A. 2,74 tỉ năm.      B. 1,74 tỉ năm.      C. 2,22 tỉ năm.      D. 3,15 tỉ năm.

Hiện nay, số hạt  $^{235}\text{U}$  và  $^{238}\text{U}$  là số hạt còn lại, có tỉ lệ là

$$\frac{N_{0^{235}} \cdot 2^{\frac{-t}{T_{235}}}}{N_{0^{238}} \cdot 2^{\frac{-t}{T_{238}}}} = \frac{7}{1000}$$

Cách đây  $t$  năm, tỉ lệ số hạt  $^{235}\text{U}$  và  $^{238}\text{U}$  là  $\frac{3}{100}$  nên ta có

$$\frac{N_{0^{235}} \cdot 2^{\frac{-(t_0 - t)}{T_{235}}}}{N_{0^{238}} \cdot 2^{\frac{-(t_0 - t)}{T_{238}}}} = \frac{3}{100}$$

Lập tỉ số ta được

$$\frac{\frac{N_{0^{235}} \cdot 2^{\frac{-t_0}{T_{235}}}}{N_{0^{238}} \cdot 2^{\frac{-t_0}{T_{238}}}}}{\frac{N_{0^{235}} \cdot 2^{\frac{-(t_0 - t)}{T_{235}}}}{N_{0^{238}} \cdot 2^{\frac{-(t_0 - t)}{T_{238}}}}} = \frac{\frac{7}{1000}}{\frac{3}{100}} \Leftrightarrow \frac{2^{\frac{t}{T_{238}}}}{2^{\frac{t}{T_{235}}}} = 2^t \left( \frac{1}{T_{238}} - \frac{1}{T_{235}} \right) = \frac{7}{30}$$

Từ đó

$$t = \frac{\frac{7}{\log_2 \frac{30}{7}}}{\frac{1}{T_{238}} - \frac{1}{T_{235}}} = \frac{\frac{7}{\log_2 \frac{30}{7}}}{\frac{1}{4,5 \cdot 10^9} - \frac{1}{7 \cdot 10^8}} = 1,7404$$

tỉ năm.

Chọn B.

**Câu 41:** Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng nước, hai nguồn sóng kết hợp dao động cùng pha đặt tại hai điểm A và B cách nhau 16cm. Sóng truyền trên mặt nước với bước sóng 3cm. Trên đoạn AB, số điểm mà tại đó phần tử nước dao động với biên độ cực đại là:

- A. 9.      B. 10.      C. 11.      D. 12.

**Lời giải**

Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB là số giá trị của  $k$  thỏa mãn

$$\frac{-AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda} \Leftrightarrow -\frac{16}{3} < k < \frac{16}{3} \Leftrightarrow k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5.$$



Vậy có 11 điểm.

Chọn C.

**Câu 42:** Thực hiện thí nghiệm Y-âng về giao thoa với ánh sáng có bước sóng  $\lambda$ . Khoảng cách giữa hai khe hẹp là 1mm. Trên màn quan sát, tại điểm M cách vân trung tâm 4,2mm có vân sáng bậc 5. Giữ cố định các điều kiện khác, di chuyển dần màn quan sát dọc theo đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa hai khe ra xa cho đến khi vân giao thoa tại M chuyển thành vân tối lần thứ hai thì khoảng dịch màn là 0,6m. Bước sóng  $\lambda$  bằng:

- A. 0,6  $\mu\text{m}$ .      B. 0,5  $\mu\text{m}$ .      C. 0,7  $\mu\text{m}$ .      D. 0,4  $\mu\text{m}$ .

Lời giải

Tại M cách vân trung tâm 4,2 mm là vân sáng bậc 5, suy ra  $i = \frac{4,2}{5} = 0,84$  mm. Khi đó vân tối gần nhất ở dưới M là vân tối thứ 4.

Vì  $i = \frac{\lambda D}{a}$  nên khi dịch màn ra xa, khoảng vân sẽ tăng lên. Do đó khi dịch dần nguồn ra xa, tại M sẽ tối lần thứ nhất khi tại đó là vân tối thứ 3, sẽ tối lần thứ hai khi tại đó là vân tối thứ 2.

Khoảng vân lúc sau là

$$i' = \frac{\lambda(D + \Delta D)}{a} = i + \frac{\lambda \Delta D}{a}$$

Như vậy ta có

$$4,2 = \frac{(2.3 + 1)}{2} \left( 0,84 + \frac{\lambda.0,6}{1} \right) \Rightarrow \lambda = 0,6\mu\text{m}.$$

Chọn A.

Nhận xét.

Đề bài có một chỗ rất đáng chú ý, đó là "... đến khi vân giao thoa tại M chuyển thành vân tối lần thứ hai thì khoảng dịch màn là 0,6 m".

Theo lập luận ở trên, thì khi đó tại M là vân tối thứ hai nên dù học sinh không suy luận được như trên thì vẫn tính ra đáp án đúng nếu cho luôn tại M là vân tối thứ hai.

**Câu 43:** Khi nói về quang phổ vạch phát xạ, phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Quang phổ vạch phát xạ của một nguyên tố là hệ thống những vạch sáng riêng lẻ, ngăn cách nhau bởi những khoảng tối.  
 B. Quang phổ vạch phát xạ của nguyên tố hóa học khác nhau thì khác nhau.  
 C. Quang phổ vạch phát xạ do chất rắn hoặc chất lỏng phát ra khi bị nung nóng.  
 D. Trong quang phổ vạch phát xạ của nguyên tử hydro, ở vùng ánh sáng nhìn thấy có bốn vạch đặc trưng là: vạch đỏ, vạch lam, vạch chàm, vạch tím.

Lời giải

Câu C sai, quang phổ vạch phát xạ do các chất khí, hay hơi ở áp suất thấp phát ra khi bị kích thích.

Chọn C.

**Câu 44:** Cho khối lượng của hạt proton, notron và hạt de-tê-ri  ${}^2_1\text{D}$  lần lượt là: 1,0073u; 1,0087u và 2,0136u. Biết  $1\text{u} = 931,5\text{MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết của hạt nhân  ${}^2_1\text{D}$  là:

- A. 2,24 MeV.      B. 3,06 MeV.      C. 1,12 MeV.      D. 4,48 MeV.

Lời giải

Năng lượng liên kết

$$\Delta E = (m_p + m_n - m_D) c^2 = (1,0073 + 1,0087 - 2,0136) . 931,5 = 2,24\text{MeV}.$$

Chọn A.

Câu 45: Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right) V$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở cuộn cảm và tụ điện thì cường độ dòng điện qua mạch là  $i = I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ . Hệ số công suất của đoạn mạch bằng:

- A. 0,5.                      B. 0,87.                      C. 1,00.                      D. 0,71.

Lời giải

Độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$

$$\varphi = -\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{6}$$

Hệ số công suất

$$\cos \varphi = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 0,87$$

Chọn B.

Câu 46: Giả sử một nguồn sáng chỉ phát ra ánh sáng đơn sắc có tần số  $7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . Công suất phát xạ của nguồn là  $10 \text{ W}$ . Số photon mà nguồn phát ra trong một giây xấp xỉ bằng:

- A.  $0,33 \cdot 10^{20}$ .                      B.  $0,33 \cdot 10^{19}$ .                      C.  $2,01 \cdot 10^{19}$ .                      D.  $2,01 \cdot 10^{20}$ .

Lời giải

Số photon mà nguồn sáng phát ra trong  $1 \text{ s}$  là

$$N = \frac{P}{\epsilon} = \frac{P}{hf} = \frac{10}{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 7,5 \cdot 10^{14}} = 2,01 \cdot 10^{19}$$

Chọn C.

Câu 47: Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t V$  vào hai đầu một điện trở thuần  $R = 110\Omega$  thì cường độ dòng điện qua điện trở có giá trị hiệu dụng bằng  $2A$ . Giá trị của  $U$  bằng:

- A.  $220\sqrt{2} V$ .                      B.  $220 V$ .                      C.  $110 V$ .                      D.  $110\sqrt{2} V$ .

Lời giải

Định luật Ôm :  $U = RI = 110 \cdot 2 = 220V$ .

Chọn B.

Câu 48: Một vật dao động điều hòa với biên độ  $4 \text{ cm}$  và chu kì  $2 \text{ s}$ . Quãng đường vật đi được trong  $4 \text{ s}$  là:

- A.  $64 \text{ cm}$ .                      B.  $16 \text{ cm}$ .                      C.  $32 \text{ cm}$ .                      D.  $8 \text{ cm}$ .

Lời giải

Thời gian  $4 \text{ s} = 2T$ , mà  $1$  chu kì đi được  $4A$  nên  $2T$  đi được  $8A = 32 \text{ cm}$ .

Chọn C.

Câu 49: Một mạch dao động LC lý tưởng đang thực hiện dao động điện từ tự do. Biết điện tích cực đại của tụ điện là  $q_0$  và cường độ dòng điện cực đại trong mạch là  $I_0$ . Tại thời điểm cường độ dòng điện trong mạch bằng  $0,5I_0$  thì điện tích của tụ điện có độ lớn:

- A.  $\frac{q_0\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{q_0\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{q_0}{2}$ .                      D.  $\frac{q_0\sqrt{5}}{2}$ .

Lời giải

Ta có hệ thức liên hệ :

$$q_0^2 = q^2 + \frac{i^2}{\omega^2} \Rightarrow |q| = \sqrt{q_0^2 - \frac{i^2}{\omega^2}} = \sqrt{q_0^2 - \frac{(0,5I_0)^2}{\left(\frac{I_0}{q_0}\right)^2}} = \frac{q_0\sqrt{3}}{2}$$

Chọn B.

Câu 50: Một con lắc đơn có chiều dài 121 cm, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Chu kì dao động của con lắc là:  
A. 0,5 s.                      B. 2 s.                      C. 1 s.                      D. 2,2 s.

Lời giải

$$\text{Ta có } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\sqrt{\frac{\pi^2 l}{g}} = 2\sqrt{1,21} = 2,2\text{s.}$$

Chọn D.

## Tài liệu tham khảo

- [1] Diễn đàn Vật lí phổ thông,  
<https://vatliphothong.vn>
- [2] Thư viện Vật lí,  
<http://thuvienvatly.com>
- [3] Câu Lạc Bộ Yêu Vật Lí,  
<https://www.facebook.com/clubyevatli/>
- [4] Violet,  
<http://violet.vn>
- [5] Bộ giáo dục và đào tạo. *Sách giáo khoa Vật lí 10, 11, 12 (CB,NC)*. Nhà xuất bản giáo dục.
- [6] Tăng Hải Tuân (Chủ biên), Trần Văn Quân. *Tuyển tập điện xoay chiều Diễn đàn Vật lí phổ thông*.
- [7] Lê Văn Thành. *Phương pháp ôn luyện thi Đại học, Cao đẳng môn Vật lí theo chủ đề (2 tập)*. Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.
- [8] Nguyễn Anh Vinh. *Cẩm nang ôn luyện thi THPT Quốc gia, DH, CD môn Vật lí (2 tập)*. Nhà xuất bản ĐHQG Hà Nội.
- [9] Chu Văn Biên. *Phương pháp giải đồ vectơ*.
- [10] Phạm Văn Cường (Chủ biên), Bùi Thu Thảo, Nguyễn Ngọc Ánh. *Chinh phục bài tập Vật lí tập 1 - Dao động cơ*. Nhà xuất bản ĐHQG Hà Nội.
- [11] Bùi Đình Hiếu, Nguyễn Đình Yên. *Chinh phục bài tập Vật lí tập 2 - Điện xoay chiều*. Nhà xuất bản ĐHQG Hà Nội.
- [12] Nguyễn Hồng Khánh. *Giáo trình luyện thi Đại học*.
- [13] Đoàn Văn Lượng. *Các chuyên đề ôn thi Đại học môn Vật lí*.
- [14] Nguyễn Đình Yên. *Phương pháp chuẩn hóa số liệu*.
- [15] Tăng Hải Tuân. *Giải chi tiết đề thi Đại học môn Vật lí khối A 2013*.
- [16] Tăng Hải Tuân. *Giải chi tiết đề thi Đại học môn Vật lí khối A, A1 2014*.
- [17] Tăng Hải Tuân. *Giải chi tiết đề thi THPT Quốc gia môn Vật lí 2015*.