

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
BẮC NINH**

(Đề có 02 trang)

**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II**

**NĂM HỌC: 2023 - 2024**

**Môn: Toán 11**

**Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)**

**I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)**

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $2^{x+1} = 8$  là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 2.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$  là

- A.  $f'(x) = x \cdot 3^{x-1}$ .                      B.  $f'(x) = 3^x$ .  
C.  $f'(x) = 3^x \ln 3$ .                      D.  $f'(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là

- A.  $\widehat{BSA}$ .                      B.  $\widehat{SAB}$ .                      C.  $\widehat{SBA}$ .                      D.  $\widehat{SBC}$ .

**Câu 4.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng  $a^2\sqrt{3}$  và chiều cao bằng  $2a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $2a^3\sqrt{3}$ .                      B.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 5.** Phương trình  $\log_2(x^2 - 2) = \log_2 x$  có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\ln(5x - 1) > 0$  là

- A.  $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$ .                      B.  $\left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$ .                      C.  $\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$ .                      D.  $\left(0; \frac{1}{5}\right)$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A.  $(SAB) \perp (ABC)$ .                      B.  $(SAC) \perp (ABC)$ .  
C.  $(SAB) \perp (SBC)$ .                      D.  $(SAB) \perp (SAC)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 1$ . Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình

$y' = 0$  ( $x_1 < x_2$ ). Giá trị của biểu thức  $S = 2x_2 - x_1$  bằng

- A. -9.                      B. 4.                      C. -4.                      D. 9.

**Câu 9.** Một vật chuyển động thẳng theo phương trình:  $S(t) = t^2 + 2t + 5$  (m), trong đó  $t$  là thời gian chuyển động được tính bằng giây (s),  $S(t)$  là quãng đường chuyển động của vật theo thời gian  $t$ . Tại thời điểm  $t = 2$  giây, vận tốc của vật là

- A. 13 m/s.                      B. 4 m/s.                      C. 8 m/s.                      D. 6 m/s.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị là  $(C)$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $A(0;1)$  là

- A.  $y = -x + 1$ .      B.  $y = -x - 1$ .      C.  $y = x + 1$ .      D.  $y = x - 1$ .

**Câu 11.** Cho số thực  $a > 0$ . Nếu  $x = \sqrt{3}$  là một nghiệm của bất phương trình  $a^x > a^{2024}$  (1) thì số nghiệm nguyên dương của bất phương trình (1) là

- A. 2024.      B. 2025.      C. 2023.      D. Vô số.

**Câu 12.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $O$ ,  $SO = a$ . Khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .      D.  $\frac{a}{2}$ .

## II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

### Câu 1 (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình:  $2^{x^2-x+1} = 2^x$ .  
b) Giải bất phương trình:  $\log(x+2) > \log(2x-3)$ .

### Câu 2 (2,0 điểm)

- a) Cho hàm số  $f(x) = \cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ . Tính  $f'(0)$ .  
b) Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$  có đồ thị là  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$

biết rằng tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

### Câu 3 (2,5 điểm)

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $H, M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$ ,  $SA$  và  $CD$ .

- a) Chứng minh rằng  $SH \perp (ABCD)$  và tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .  
b) Gọi  $\alpha$  là số đo góc nhị diện  $[A, SC, B]$ . Tính  $\cos \alpha$ .  
c) Tính theo  $a$  khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $SN$ .

### Câu 4 (0,5 điểm)

Một vật dao động điều hòa có phương trình dao động là  $x(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right)$ , trong đó  $t > 0$  là thời gian dao động và được tính bằng giây (s);  $x(t)$  là li độ của dao động và được tính bằng centimet (cm). Tại thời điểm lần đầu tiên vật đạt vận tốc bằng  $\frac{\pi}{2}$  (cm/s) thì gia tốc của vật bằng bao nhiêu?

===== Hết =====

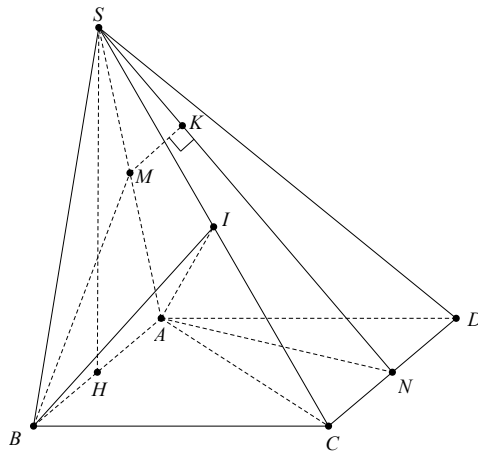
**I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)**

Với mỗi câu: Trả lời đúng được 0,25 điểm, trả lời sai 0 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	C	A	B	A	D	D	D	A	C	B

**II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
<b>1. (2,0 điểm)</b>		
	a) $2^{x^2-x+1} = 2^x \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = x$	0,5
	$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$	0,5
	b) $\log(x+2) > \log(2x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x+2 > 2x-3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < 5$	0,5
	Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{3}{2}; 5\right).$	0,25
<b>2. (2,5 điểm)</b>		
	a) Ta có: $f'(x) = -\frac{2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)}$	0,5
	$\Rightarrow f'(0) = -8.$	0,5
	b) Ta có: $y' = x^2 - 2x + 1$ Gọi $M\left(m; \frac{1}{3}m^3 - m^2 + m\right)$ là tiếp điểm. Vì tiếp tuyến tại $M$ của $(C)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng 1 hoặc $-1$ , tức là: $\begin{cases} y'(m) = 1 \\ y'(m) = -1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 1 = 1 \\ m^2 - 2m + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$	0,25
	+ Với $m = 0 \Rightarrow M(0;0) \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = x$ (loại vì tiếp tuyến đi qua $O$ )	0,25

	<p>+) Với <math>m = -3 \Rightarrow M(-3; -16) \Rightarrow</math> phương trình tiếp tuyến là: <math>y = x - \frac{4}{3}</math> (t/m)</p> <p>Vậy pt tiếp tuyến cần tìm là <math>y = x - \frac{4}{3}</math>.</p>	0,25
<b>3. (2,5 điểm)</b>		
<p>a) Vì <math>\Delta SAB</math> đều <math>\Rightarrow SH \perp AB</math></p> <p>Mà <math>(SAB) \perp (ABCD)</math></p> <p><math>\Rightarrow SH \perp (ABCD)</math></p>	 <p>(Vẽ đúng hình ý a được 0,25 điểm)</p>	0,25
<p>Vì <math>SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}</math></p> <p><math>\Delta SAB</math> là tam giác đều cạnh <math>a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><math>S_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><math>\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}</math>.</p>		0,5
<p>b) Dễ thấy <math>\Delta ABC</math> đều <math>\Rightarrow AC = BC = a \Rightarrow</math> các tam giác <math>SAC</math> và <math>SBC</math> lần lượt cân tại <math>A</math> và <math>B</math>.</p> <p>Gọi <math>I</math> là trung điểm của <math>SC \Rightarrow \begin{cases} AI \perp SC \\ BI \perp SC \end{cases} \Rightarrow \widehat{AIB}</math> là góc phẳng nhị diện <math>[A, SC, B]</math>.</p>	0,5	
<p>Ta có: <math>SC^2 = SH^2 + CH^2 = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow SI^2 = IC^2 = \frac{3a^2}{8}</math></p> <p><math>IA^2 = SA^2 - SI^2 = \frac{5a^2}{8}</math></p> <p>Tương tự: <math>IB^2 = \frac{5a^2}{8}</math></p> <p><math>\Rightarrow \cos \alpha = \cos \widehat{AIB} = \frac{IA^2 + IB^2 - AB^2}{2IA \cdot IB} = \frac{1}{5}</math>.</p>	0,5	
<p>c) Ta có: <math>\Delta ACD</math> đều <math>\Rightarrow AN \perp CD \Rightarrow AN \perp AB</math></p> <p><math>\Rightarrow AN \perp (SAB) \Rightarrow (SAN) \perp (SAB)</math></p> <p><math>\Delta SAB</math> đều <math>\Rightarrow BM \perp SA</math></p> <p><math>\Rightarrow BM \perp (SAN)</math></p> <p>Dựng <math>MK \perp SN</math> tại <math>K \Rightarrow MK</math> là đoạn vuông góc chung của <math>BM</math> và <math>SN</math></p> <p><math>\Rightarrow d(BM, SN) = MK</math></p>	0,25	

	$MK = MS \cdot \sin \widehat{MSK} = MS \cdot \frac{AN}{SN} = MS \cdot \frac{AN}{\sqrt{SA^2 + AN^2}} = \frac{a}{2} \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$ <p>Vậy: <math>d(BM, SN) = \frac{a\sqrt{21}}{14}.</math></p>	0,25
<b>4. (0,5 điểm)</b>		
	<p>Vận tốc tức thời của vật là <math>v(t) = x'(t) = -\pi \sin\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right)</math> (cm/s)</p> <p>Gia tốc tức thời của vật là <math>a(t) = x''(t) = -\frac{\pi^2}{4} \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right)</math> (cm/s<sup>2</sup>)</p> $v(t) = \frac{\pi}{2} \text{ (cm/s)} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8k \\ t = \frac{16}{3} + 8k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	<p>Với <math>t = 8k</math>          Do <math>t &gt; 0 \Rightarrow 8k &gt; 0 \Rightarrow k &gt; 0</math>          Mà <math>k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \geq 1 \Rightarrow t \geq 8</math> (1)</p> <p>Với <math>t = \frac{16}{3} + 8k</math>          Do <math>t &gt; 0 \Rightarrow \frac{16}{3} + 8k &gt; 0 \Rightarrow k &gt; -\frac{2}{3}</math>          Mà <math>k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \geq 0 \Rightarrow t \geq \frac{16}{3}</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra lần đầu tiên vật đạt vận tốc là <math>\frac{\pi}{2}</math> (cm/s) tại thời điểm <math>t = \frac{16}{3}</math> (s)</p> $\Rightarrow a\left(\frac{16}{3}\right) = \frac{\pi^2 \sqrt{3}}{8} \text{ (cm/s}^2\text{)}.$	0,25

**Lưu ý:** Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.