

CHUYÊN ĐỀ 3 CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

§1: GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Đơn vị đo góc và cung tròn, độ dài cung tròn

a) Đơn vị radian: Cung tròn có độ dài bằng bán kính gọi là cung có số đo 1 radian, gọi tắt là cung 1 radian. Góc ở tâm chắn cung 1 radian gọi là góc có số đo 1 radian, gọi tắt là góc 1 radian. 1 radian còn viết tắt là 1 rad.

Vì tính thông dụng của đơn vị radian người ta thường không viết radian hay rad sau số đo của cung và góc.

b) Độ dài cung tròn. Quan hệ giữa độ và radian:

Cung tròn bán kính R có số đo α $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, có số đo a° $0 \leq a \leq 360$ và có độ dài là l thì:

$$l = R\alpha = \frac{\pi a}{180} \cdot R \text{ do đó } \frac{\alpha}{\pi} = \frac{a}{180}$$

Đặc biệt: $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$, $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$.

2. Góc và cung lượng giác.

a) Đường tròn định hướng: Đường tròn định hướng là một đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương, chiều ngược lại gọi là chiều âm. Ta quy ước chọn chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ gọi là chiều dương (cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm).

b) Khái niệm góc, cung lượng giác và số đo của chúng.

Cho đường tròn định hướng tâm O và hai tia Ou, Ov lần lượt cắt đường

tròn tại U và V . Tia Om cắt đường tròn tại M , tia Om chuyển động theo một chiều (âm hoặc dương) quay quanh O khi đó điểm M cũng chuyển động theo một chiều trên đường tròn.

- Tia Om chuyển động theo một chiều từ Ou đến trùng với tia Ov thì ta nói tia Om đã quét được một **góc lượng giác** tia đầu là Ou , tia cuối là Ov . Kí hiệu $\overset{p}{Ou, Ov}$
- Điểm M chuyển động theo một từ điểm U đến trùng với điểm V thì ta nói điểm M đã vạch nên một **cung lượng giác** điểm đầu U , điểm cuối V . Kí hiệu là $\overset{p}{UV}$

- Tia Om quay đúng một vòng theo chiều dương thì ta nói tia Om quay góc 360° (hay 2π), quay hai vòng thì ta nói nó quay góc $2 \cdot 360^\circ = 720^\circ$ (hay 4π), quay theo chiều âm một phần tư vòng ta nói nó quay góc -90° (hay $-\frac{\pi}{2}$), quay theo chiều âm ba vòng bốn phần bảy ($\frac{25}{7}$ vòng) thì nói nó quay góc $-\frac{25}{7} \cdot 360^\circ$ (hay $-\frac{50\pi}{7}$)...

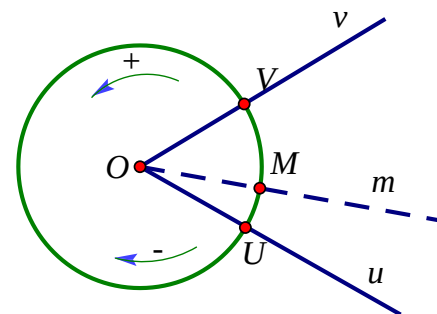
- Ta coi số đo của góc lượng giác $\overset{p}{Ou, Ov}$ là số đo của cung lượng giác $\overset{p}{UV}$

c) Hệ thức Sa-lơ.

- Với ba tia Ou, Ov, Ow tùy ý ta có:

$$\text{Số } Ou, Ov + \text{Số } Ov, Ow = \text{Số } Ou, Ow + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Số } Ou, Ov - \text{Số } Ou, Ow = \text{Số } Ow, Ov + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$



- Với ba điểm tùy ý U, V, W trên đường tròn định hướng ta có :

$$\overset{\text{p}}{\text{Sđ}}UV + \overset{\text{p}}{\text{Sđ}}VW = \overset{\text{p}}{\text{Sđ}}UW + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\overset{\text{p}}{\text{Sđ}}UV - \overset{\text{p}}{\text{Sđ}}UW = \overset{\text{p}}{\text{Sđ}}WV + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

§3. MỘT SỐ CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức cộng:

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$$

2. Công thức nhân đôi, hạ bậc:

a) Công thức nhân đôi.

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

b) Công thức hạ bậc.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

3. Công thức biến đổi tích thành tổng.

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$$

$$\sin a \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$$

4. Công thức biến đổi tổng thành tích.

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a + b}{2} \cdot \cos \frac{a - b}{2}$$

$$\tan a + \tan b = \frac{\sin(a + b)}{\cos a \cdot \cos b}$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a + b}{2} \cdot \sin \frac{a - b}{2}$$

$$\tan a - \tan b = \frac{\sin(a - b)}{\cos a \cdot \cos b}$$

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a + b}{2} \cdot \cos \frac{a - b}{2}$$

$$\cot a + \cot b = \frac{\sin(a + b)}{\sin a \cdot \sin b}$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a + b}{2} \cdot \sin \frac{a - b}{2}$$

$$\cot a - \cot b = \frac{\sin(b - a)}{\sin a \cdot \sin b}$$

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$.

B. $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$.

C. $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$.

D. $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

Lời giải.

Chọn B.

Công thức đúng là $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$.

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 3. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

B. $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Câu 4. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\tan(a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

B. $\tan(a - b) = \tan a - \tan b$.

C. $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

D. $\tan(a + b) = \tan a + \tan b$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 + \tan a \tan b}$.

Câu 5. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$.

B. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$.

C. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$.

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) - \cos(a + b)]$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$.

Câu 6. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 7. Rút gọn biểu thức : $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ)$, ta được :

- A. $\sin 2a$. B. $\cos 2a$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ) &= \sin[(a-17^\circ) - (a+13^\circ)] \\ &= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 8. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos \frac{37\pi}{12} &= \cos\left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

Câu 9. Giá trị $\sin \frac{47\pi}{6}$ là :

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\sin \frac{47\pi}{6} = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6} + 4.2\pi\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 10. Giá trị $\cos \frac{37\pi}{3}$ là :

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\cos \frac{37\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 12\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 6.2\pi\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Giá trị $\tan \frac{29\pi}{4}$ là :

- A. 1. B. -1. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\tan \frac{29\pi}{4} = \tan\left(7\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1.$$

Câu 12. Giá trị của các hàm số lượng giác $\sin \frac{5\pi}{4}$, $\sin \frac{5\pi}{3}$ lần lượt bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\sin \frac{5\pi}{4} = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\sin \frac{5\pi}{3} = \sin \left(\pi + \frac{2\pi}{3} \right) = -\sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 13. Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng :

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{\pi}{7} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)}{\sin \frac{\pi}{7}} \\ &= \frac{\sin \frac{3\pi}{7} + \sin \left(-\frac{\pi}{7} \right) + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \left(-\frac{3\pi}{7} \right) + \sin \pi + \sin \left(-\frac{5\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \left(-\frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 14. Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng :

- A. $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$. B. $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$. C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{7\pi}{24}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{3}).$$

Câu 15. Biểu thức $A = \frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng :

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Chọn A.

$$A = \frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ = \frac{1 - 4\sin 10^\circ \cdot \sin 70^\circ}{2\sin 10^\circ} = \frac{2\sin 80^\circ}{2\sin 10^\circ} = \frac{2\sin 10^\circ}{2\sin 10^\circ} = 1.$$

Câu 16. Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng :

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ &= \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{1}{2} (\cos 120^\circ + \cos 20^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(-\frac{\cos 10^\circ}{2} + \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}. \end{aligned}$$

Câu 17. Tích số $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ bằng :

- A. $\frac{1}{8}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned}\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{4 \sin \frac{\pi}{7}} \\ &= -\frac{\sin \frac{8\pi}{7}}{8 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{8}.\end{aligned}$$

Câu 18. Giá trị đúng của biểu thức $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$ bằng :

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\begin{aligned}A &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 70^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{\sin 110^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ}}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{1}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{1}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3} \cos 40^\circ} + \frac{2}{\cos 50^\circ} = 2 \left(\frac{\cos 50^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \\ &= 2 \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) = 4 \frac{\sin 100^\circ}{\sqrt{3} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{8 \cos 10^\circ}{\sqrt{3} \cos 10^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

Câu 19. Giá trị của biểu thức $A = \tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12}$ bằng :

A. 14.

B. 16.

C. 18.

D. 10.

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned}A &= \tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = \tan^2 \frac{\pi}{12} + \cot^2 \frac{\pi}{12} = \left(\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4} \right)^2 + \frac{1}{\left(\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4} \right)^2} \\ &= (2 - \sqrt{3})^2 + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^2} = 14.\end{aligned}$$

Câu 20. Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$ có giá trị bằng :

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned}M &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(23^\circ - 360^\circ) + \sin(-53^\circ + 360^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 23^\circ) \\ &= \cos(-53^\circ) \cdot \sin 23^\circ + \sin(-53^\circ) \cdot \cos 23^\circ = \sin(23^\circ - 53^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Câu 21. Kết quả rút gọn của biểu thức $A = \frac{\cos(-288^\circ) \cdot \cot 72^\circ}{\tan(-162^\circ) \cdot \sin 108^\circ} - \tan 18^\circ$ là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$A = \frac{\cos(-288^\circ) \cdot \cot 72^\circ}{\tan(-162^\circ) \cdot \sin 108^\circ} - \tan 18^\circ = \frac{\cos(72^\circ - 360^\circ) \cdot \cot 72^\circ}{\tan(18^\circ - 180^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 18^\circ)} - \tan 18^\circ$$
$$= \frac{\cos 72^\circ \cdot \cot 72^\circ}{\tan 18^\circ \cdot \cos 18^\circ} - \tan 18^\circ = \frac{\cos^2 72^\circ}{\sin 72^\circ \cdot \sin 18^\circ} - \tan 18^\circ = \frac{\sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ \cdot \sin 18^\circ} - \tan 18^\circ = 0$$

Câu 22. Rút gọn biểu thức : $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$, ta được :

- A.** $\cos 50^\circ$. **B.** $\cos 58^\circ$. **C.** $\sin 50^\circ$. **D.** $\sin 58^\circ$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ = \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \sin 54^\circ \cdot \sin 4^\circ = \cos 58^\circ$.

Câu 23. Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$ bằng :

- A.** 4. **B.** -4. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải.

Chọn C.

$$A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$$
$$= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ$$
$$= \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ.$$

Ta có

$$\tan 9^\circ - \tan 27^\circ + \tan 81^\circ - \tan 63^\circ = \frac{-\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}$$
$$= \sin 18^\circ \left(\frac{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \right) = \frac{\sin 18^\circ (\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \sin 9^\circ \cdot \sin 27^\circ)}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ}$$
$$= \frac{4 \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{(\cos 72^\circ + \cos 90^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{4 \sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = 4.$$

$$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4.$$

Vậy $A = 8$.

Câu 24. Cho A, B, C là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng :

- A.** $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{5}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\tan(A + B + C) = \frac{\tan(A + B) + \tan C}{1 - \tan(A + B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} + \tan C}{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \cdot \tan C} = 1 \text{ suy ra } A + B + C = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 25. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

- A.** $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = 1, \text{ suy ra } a + b = \frac{\pi}{4}$$

Câu 26. Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng :

- A.** $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** π .

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x+y = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 27. Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A. $\frac{11}{113}$. B. $\frac{13}{113}$. C. $\frac{15}{113}$. D. $\frac{17}{113}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\cot a = 15 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 a} = 226 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 a = \frac{1}{226} \\ \cos^2 a = \frac{225}{226} \end{cases} \Rightarrow \sin 2a = \pm \frac{15}{113}.$$

Câu 28. Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a+b)$ là :

- A. $\frac{2\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{3\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{4\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{5\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \quad \begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{aligned} \sin 2(a+b) &= 2 \sin(a+b) \cdot \cos(a+b) = 2(\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a)(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b) \\ &= \frac{4\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}. \end{aligned}$$

Câu 29. Biểu thức $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ không phụ thuộc x và bằng :

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x\right)^2 \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Câu 30. Giá trị của biểu thức $A = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$ bằng

- A. -1. B. 1. C. -2. D. 0.

Lời giải.

Chọn B.

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ \\ &= \frac{[\tan 46^\circ + \tan(180^\circ + 46^\circ)] \cos(360^\circ + 46^\circ)}{\cos(360^\circ - 44^\circ)} - \cot 72^\circ \cdot \tan 72^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{2 \tan 46^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 = \frac{2 \tan 46^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\sin 46^\circ} - 1 = 1.$$

Câu 31. Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

A. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}.$

B. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}.$

C. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}.$

D. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có : $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b}$ (Chia cả tử và mẫu cho $\cos a \cos b$)
 $= \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}.$

Câu 32. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức **SAI**.

A. $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C.$

B. $\cos(A+B-C) = -\cos 2C.$

C. $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}.$

D. $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}.$

Lời giải.

Chọn D.

Ta có:

$$A+B+C=\pi \Rightarrow \frac{A+B+3C}{2} = \frac{\pi}{2} + C \Rightarrow \sin \frac{A+B+3C}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + C \right) = \cos C. \text{ A đúng.}$$

$$A+B-C=\pi-2C \Rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi-2C) = -\cos 2C. \text{ B đúng.}$$

$$\frac{A+B-2C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \Rightarrow \tan \frac{A+B-2C}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \right) = \cot \frac{3C}{2}. \text{ C đúng.}$$

$$\frac{A+B+2C}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \Rightarrow \cot \frac{A+B+2C}{2} = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \right) = -\tan \frac{C}{2}. \text{ D sai.}$$

Câu 33. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức **SAI**.

A. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}.$

B. $\cos(A+B+2C) = -\cos C.$

C. $\sin(A+C) = -\sin B.$

D. $\cos(A+B) = -\cos C.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có:

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$A+B+2C=\pi+C \Rightarrow \cos(A+B+2C) = \cos(\pi+C) = -\cos C. \text{ B đúng.}$$

$$A+C=\pi-B \Rightarrow \sin(A+C) = \sin(\pi-B) = \sin B. \text{ C sai.}$$

$$A+B=\pi-C \Rightarrow \cos(A+B) = \cos(\pi-C) = -\cos C. \text{ D đúng.}$$

Câu 34. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây **SAI** ?

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$

B. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C.$

C. $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cot B \cot C.$

D. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$+ \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}. \text{ A đúng.}$$

$$+ \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \Leftrightarrow -\tan A(1 - \tan B \tan C) = \tan B + \tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan A = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \Leftrightarrow \tan A = -\tan(B + C). \text{ B đúng.}$$

$$+ \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C \Leftrightarrow \cot A(\cot B \cot C - 1) = \cot B + \cot C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cot A} = \frac{\cot B \cot C - 1}{\cot B + \cot C} \Leftrightarrow \tan A = \cot(B + C). \text{ C sai.}$$

$$+ \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \left(\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} = \tan \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right). \text{ D đúng.}$$

Câu 35. Biết $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ và $\alpha \neq k\pi$. Giá trị của biểu thức :

$$A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} \text{ không phụ thuộc vào } \alpha \text{ và bằng}$$

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}.$

B. $\frac{5}{\sqrt{3}}.$

C. $\frac{\sqrt{3}}{5}.$

D. $\frac{3}{\sqrt{5}}.$

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \sin \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{5}, \text{ thay vào biểu thức } A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}}.$$

Câu 36. Nếu $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$ thì $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$ bằng :

A. $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$

B. $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}.$

C. $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$

D. $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}.$

Lời giải.

Chọn A.

Ta có:

$$\tan \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\tan \frac{\beta}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + 4 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$$

Câu 37. Biểu thức $A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là :

A. $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}.$

B. $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}.$

C. $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}.$

D. $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1} = \frac{\cos 4\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha}{\sqrt{3}\sin 4\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}.$$

Câu 38. Kết quả nào sau đây **SAI** ?

A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ.$

B. $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}.$

C. $\cos 20^\circ + 2\sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2}\sin 65^\circ.$

D. $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3}\sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}.$

Lời giải.

Chọn A.

Ta có : $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ} \Leftrightarrow \sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 72^\circ - \cos 90^\circ) - \frac{1}{2}(\cos 36^\circ - \cos 60^\circ) = 0 \Leftrightarrow 2\cos 72^\circ - 2\cos 36^\circ + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 36^\circ - 2\cos 36^\circ - 1 = 0 \text{ (đúng vì } \cos 36^\circ = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \text{)}. \text{ Suy ra B đúng.}$$

Tương tự, ta cũng chứng minh được các biểu thức ở C và D đúng.

Biểu thức ở đáp án A sai.

Câu 39. Nếu $5\sin \alpha = 3\sin(\alpha + 2\beta)$ thì :

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2\tan \beta.$

B. $\tan(\alpha + \beta) = 3\tan \beta.$

C. $\tan(\alpha + \beta) = 4\tan \beta.$

D. $\tan(\alpha + \beta) = 5\tan \beta.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$5\sin \alpha = 3\sin(\alpha + 2\beta) \Leftrightarrow 5\sin[(\alpha + \beta) - \beta] = 3\sin[(\alpha + \beta) + \beta]$$

$$\Leftrightarrow 5\sin(\alpha + \beta)\cos \beta - 5\cos(\alpha + \beta)\sin \beta = 3\sin(\alpha + \beta)\cos \beta + 3\cos(\alpha + \beta)\sin \beta$$

$$\Leftrightarrow 2\sin(\alpha + \beta)\cos \beta = 8\cos(\alpha + \beta)\sin \beta \Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 4\frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 4\tan \beta.$$

Câu 40. Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Giá trị của $\cos(a+b)$, bằng :

A. $\frac{3}{5}\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$

B. $-\frac{3}{5}\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$

C. $\frac{3}{5}\left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$

D. $-\frac{3}{5}\left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$

Lời giải.

Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$$

Câu 41. Biết $\cos\left(a-\frac{b}{2}\right)=\frac{1}{2}$ và $\sin\left(a-\frac{b}{2}\right)>0$; $\sin\left(\frac{a}{2}-b\right)=\frac{3}{5}$ và $\cos\left(\frac{a}{2}-b\right)>0$. Giá trị $\cos(a+b)$ bằng:

- A. $\frac{24\sqrt{3}-7}{50}$. B. $\frac{7-24\sqrt{3}}{50}$. C. $\frac{22\sqrt{3}-7}{50}$. D. $\frac{7-22\sqrt{3}}{50}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos\left(a-\frac{b}{2}\right)=\frac{1}{2} \\ \sin\left(a-\frac{b}{2}\right)>0 \end{cases} \Rightarrow \sin\left(a-\frac{b}{2}\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(a-\frac{b}{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{a}{2}-b\right)=\frac{3}{5} \\ \cos\left(\frac{a}{2}-b\right)>0 \end{cases} \Rightarrow \cos\left(\frac{a}{2}-b\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\frac{a}{2}-b\right)}=\frac{4}{5}.$$

$$\cos\frac{a+b}{2}=\cos\left(a-\frac{b}{2}\right)\cos\left(\frac{a}{2}-b\right)+\sin\left(a-\frac{b}{2}\right)\sin\left(\frac{a}{2}-b\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3\sqrt{3}+4}{10}.$$

$$\cos(a+b)=2\cos^2\frac{a+b}{2}-1=\frac{24\sqrt{3}-7}{50}.$$

Câu 42. Rút gọn biểu thức : $\cos(120^\circ-x)+\cos(120^\circ+x)-\cos x$ ta được kết quả là

- A. 0. B. $-\cos x$. C. $-2\cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos(120^\circ-x)+\cos(120^\circ+x)-\cos x &= -\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \cos x \\ &= -2\cos x \end{aligned}$$

Câu 43. Cho biểu thức $A=\sin^2(a+b)-\sin^2 a-\sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng :

- A. $A=2\cos a.\sin b.\sin(a+b)$. B. $A=2\sin a.\cos b.\cos(a+b)$.
C. $A=2\cos a.\cos b.\cos(a+b)$. D. $A=2\sin a.\sin b.\cos(a+b)$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có :

$$\begin{aligned} A &= \sin^2(a+b)-\sin^2 a-\sin^2 b = \sin^2(a+b)-\frac{1-\cos 2a}{2}-\frac{1-\cos 2b}{2} \\ &= \sin^2(a+b)-1+\frac{1}{2}(\cos 2a+\cos 2b) = -\cos^2(a+b)+\cos(a+b)\cos(a-b) \\ &= \cos(a+b)[\cos(a-b)-\cos(a+b)] = 2\sin a \sin b \cos(a+b). \end{aligned}$$

Câu 44. Cho $\sin a = \frac{3}{5}$; $\cos a < 0$; $\cos b = \frac{3}{4}$; $\sin b > 0$. Giá trị $\sin(a-b)$ bằng :

- A. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\frac{9}{4}\right)$. B. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\frac{9}{4}\right)$. C. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\frac{9}{4}\right)$. D. $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\frac{9}{4}\right)$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{4}{5} \\ \cos a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos b = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases}$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4}\right).$$

Câu 45. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng :

- A.** $-\frac{113}{144}$. **B.** $-\frac{115}{144}$. **C.** $-\frac{117}{144}$. **D.** $-\frac{119}{144}$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có :

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 46. Xác định hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau :

- A.** $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$.
- B.** $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
- C.** $\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$.
- D.** $\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có :

$$\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \cos 40^\circ + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos 40^\circ \cos \alpha + \sin 40^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}.$$

A đúng.

$$\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ B đúng.}$$

$$\begin{aligned} & \cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) \\ &= \cos^2 x + \cos(a+x) [-2 \cos a \cos x + \cos(a+x)] = \cos^2 x - \cos(a+x) \cos(a-x) \\ &= \cos^2 x - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2x) = \cos^2 x - \cos^2 a - \cos^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ C đúng.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \sin^2 x + \sin(a-x)(2 \sin x \cos a + \sin(a-x)) \\ &= \sin^2 x + \sin(a-x) \sin(a+x) = \sin^2 x + \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 2a) \\ &= \sin^2 x - \cos^2 a - \sin^2 x + 1 = \sin^2 a. \text{ D sai.} \end{aligned}$$

Câu 47. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

- A.** $A = \tan 6x$. **B.** $A = \tan 3x$.
- C.** $A = \tan 2x$. **D.** $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 48. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

- A.** $\sin a + 1 = 2 \sin\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$ **B.** $\sin a + 1 = 2 \cos\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$
C. $\sin a + 1 = 2 \sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right).$ **D.** $\sin a + 1 = 2 \cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{2}\right).$

Lời giải.

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin a + 1 &= 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} + \sin^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{a}{2} = \left(\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2} \right)^2 = 2 \sin^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\ &= 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{a}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned}$$

Câu 49. Biết $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha$, $\cot \beta$, $\cot \gamma$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng :

- A.** 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= \frac{\pi}{2}, \text{ suy ra } \cot \beta = \tan(\alpha + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \gamma} = \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} = \frac{2 \cot \beta}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} \\ \Rightarrow \cot \alpha \cot \gamma &= 3. \end{aligned}$$

Câu 50. Cho A , B , C là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

- A.** $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$
B. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$
C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$
D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có :

$$\begin{aligned} \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C &= \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} + \cos^2 C \\ &= 1 + \cos(A+B) \cos(A-B) + \cos^2 C = 1 - \cos C \cos(A-B) - \cos C \cos(A+B) \\ &= 1 - \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C. \end{aligned}$$