

CHUYÊN ĐỀ 1 CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

§1: GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Đơn vị đo góc và cung tròn, độ dài cung tròn

a) Đơn vị radian: Cung tròn có độ dài bằng bán kính gọi là cung có số đo 1 radian, gọi tắt là cung 1 radian. Góc ở tâm chắn cung 1 radian gọi là góc có số đo 1 radian, gọi tắt là góc 1 radian. 1 radian còn viết tắt là 1 rad.

Vì tính thông dụng của đơn vị radian người ta thường không viết radian hay rad sau số đo của cung và góc.

b) Độ dài cung tròn. Quan hệ giữa độ và radian:

Cung tròn bán kính R có số đo α $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, có số đo a° $0 \leq a \leq 360$ và có độ dài là l thì:

$$l = R\alpha = \frac{\pi a}{180} \cdot R \text{ do đó } \frac{\alpha}{\pi} = \frac{a}{180}$$

Đặc biệt: $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$, $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$.

2. Góc và cung lượng giác.

a) Đường tròn định hướng: Đường tròn định hướng là một đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương, chiều ngược lại gọi là chiều âm. Ta quy ước chọn chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ gọi là chiều dương (cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm).

b) Khái niệm góc, cung lượng giác và số đo của chúng.

Cho đường tròn định hướng tâm O và hai tia Ou, Ov lần lượt cắt đường

tròn tại U và V . Tia Om cắt đường tròn tại M , tia Om chuyển động theo một chiều (âm hoặc dương) quay quanh O khi đó điểm M cũng chuyển động theo một chiều trên đường tròn.

- Tia Om chuyển động theo một chiều từ Ou đến trùng với tia Ov thì ta nói tia Om đã quét được một **góc lượng giác** tia đầu là Ou , tia cuối là Ov . Kí hiệu $\overset{p}{Ou, Ov}$
- Điểm M chuyển động theo một từ điểm U đến trùng với điểm V thì ta nói điểm M đã vạch nên một **cung lượng giác** điểm đầu U , điểm cuối V . Kí hiệu là $\overset{p}{UV}$

- Tia Om quay đúng một vòng theo chiều dương thì ta nói tia Om quay góc 360° (hay 2π), quay hai vòng thì ta nói nó quay góc $2.360^\circ = 720^\circ$ (hay 4π), quay theo chiều âm một phần tư vòng ta nói nó quay góc -90° (hay $-\frac{\pi}{2}$), quay theo chiều âm ba vòng bốn phần bảy ($\frac{25}{7}$ vòng) thì nói nó quay góc $-\frac{25}{7}.360^\circ$ (hay $-\frac{50\pi}{7}$)...

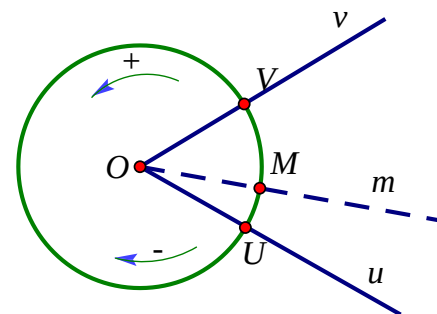
- Ta coi số đo của góc lượng giác $\overset{p}{Ou, Ov}$ là số đo của cung lượng giác $\overset{p}{UV}$

c) Hệ thức Sa-lơ.

- Với ba tia Ou, Ov, Ow tùy ý ta có:

$$\text{Số } Ou, Ov + \text{Số } Ov, Ow = \text{Số } Ou, Ow + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Số } Ou, Ov - \text{Số } Ou, Ow = \text{Số } Ow, Ov + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$



- Với ba điểm tùy ý U, V, W trên đường tròn định hướng ta có :

$$\overset{\text{p}}{\text{Sđ}UV} + \overset{\text{p}}{\text{Sđ}VW} = \overset{\text{p}}{\text{Sđ}UW} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\overset{\text{p}}{\text{Sđ}UV} - \overset{\text{p}}{\text{Sđ}UW} = \overset{\text{p}}{\text{Sđ}WV} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

Câu 1: Góc có số đo 108° đổi ra radian là

- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: áp dụng công thức đổi độ ra rad $\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180}$.

Cách 2:

$\frac{3\pi}{5}$ tương ứng 108° .

$\frac{\pi}{10}$ tương ứng 18° .

$\frac{3\pi}{2}$ tương ứng 270° .

$\frac{\pi}{4}$ tương ứng 45° .

Câu 2: Biết một số đo của góc $(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi$. Giá trị tổng quát của góc (Ox, Oy) là

- A. $(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + k\pi$. B. $(Ox, Oy) = \pi + k2\pi$.
C. $(Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $(Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

- A. 240° . B. 135° . C. 72° . D. 270° .

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức đổi rad sang độ $n = \frac{\alpha \cdot 180}{\pi}$.

Câu 4: Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là

- A. 15° . B. 18° . C. 20° . D. 25° .

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức đổi rad sang độ $n = \frac{\alpha \cdot 180}{\pi}$.

$$n = \frac{\pi}{9} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 20^\circ.$$

Câu 5: Cho $(Ox, Oy) = 22^\circ 30' + k360^\circ$. Với k bằng bao nhiêu thì $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30'$?

- A. $k \in \emptyset$. B. $k = 3$. C. $k = -5$. D. $k = 5$.

Lời giải

Chọn D.

$$(Ox, Oy) = 1822^{\circ}30' = 22^{\circ}30' + 5.360^{\circ} \Rightarrow k = 5.$$

Câu 6: Góc có số đo $\frac{\pi}{24}$ đổi sang độ là

- A. 7° . B. $7^{\circ}30'$. C. 8° . D. $8^{\circ}30'$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 7: áp dụng công thức đổi rad sang độ $n = \frac{\alpha.180}{\pi}$.

$$n = \frac{\pi}{24} \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} = 7,5^{\circ} = 7^{\circ}30'.$$

Câu 8: Góc có số đo 120° đổi sang radian là góc

- A. $\frac{\pi}{10}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$$120^{\circ} = \frac{120^{\circ} \cdot \pi}{180^{\circ}} = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 9: Số đo góc $22^{\circ}30'$ đổi sang radian là:

- A. $\frac{\pi}{8}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$22^{\circ}30' = \frac{22^{\circ}30' \cdot \pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{8}.$$

Câu 10: Đổi số đo góc 105° sang radian bằng

- A. $\frac{5\pi}{12}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{9\pi}{12}$. D. $\frac{5\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn B.

$$105^{\circ} = \frac{105^{\circ} \cdot \pi}{180^{\circ}} = \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 11: Giá trị k để cung $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ thỏa mãn $10\pi < \alpha < 11\pi$ là

- A. $k = 4$. B. $k = 6$. C. $k = 7$. D. $k = 5$.

Lời giải

Chọn D.

$$10\pi < \alpha < 11\pi \Leftrightarrow 10\pi < \frac{\pi}{2} + k.2\pi < 11\pi \Leftrightarrow \frac{19\pi}{2} < k2\pi < \frac{21\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{19}{4} < k < \frac{21}{4} \Leftrightarrow k = 5.$$

Câu 12: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (l) đi qua O . Xác định số đo của các góc giữa tia OA với trục (l) , biết trục (l) đi qua đỉnh A của hình vuông.

- A. $180^{\circ} + k360^{\circ}$. B. $90^{\circ} + k360^{\circ}$. C. $-90^{\circ} + k360^{\circ}$. D. $k360^{\circ}$.

Lời giải

Chọn D.

Vì trục (l) đi qua đỉnh A và tâm O của hình vuông nên trục $(l) \equiv OA$ nên số đo của các góc giữa tia OA với trục (l) bằng $0^{\circ} + k360^{\circ} = k360^{\circ}$.

Câu 13: Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi}$ cm. Tìm độ dài của cung $\frac{\pi}{2}$ trên đường tròn.

- A. 10 cm. B. 5 cm. C. $\frac{20}{\pi^2}$ cm. D. $\frac{\pi^2}{20}$ cm.

Lời giải

Chọn B.

Độ dài của cung $\frac{\pi}{2}$ rad = 90° trên đường tròn được tính bằng công thức:

$$\frac{\pi \cdot a^\circ}{180} \cdot R = \frac{\pi}{180} \cdot 90 \cdot \frac{10}{\pi} = 5 \text{ cm}.$$

Câu 14: Một đường tròn có bán kính $R = 10$ cm. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng:

- A. 7 cm. B. 9 cm. C. 11 cm. D. 13 cm.

Lời giải

Chọn A.

Độ dài của cung 40° trên đường tròn được tính bằng công thức: $\frac{\pi \cdot a^\circ}{180} \cdot R = \frac{\pi}{180} \cdot 40 \cdot 10 \approx 7 \text{ cm}.$

Câu 15: Góc 18° có số đo bằng radian là

- A. $\frac{\pi}{18}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{\pi}{360}$. D. π .

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \Rightarrow 18^\circ = 18 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{10} \text{ rad}.$

Câu 16: Góc $\frac{\pi}{18}$ có số đo bằng độ là:

- A. 18° . B. 36° . C. 10° . D. 12° .

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ \Rightarrow \frac{\pi}{18} \text{ rad} = \left(\frac{\pi}{18} \cdot \frac{180}{\pi} \right)^\circ = 10^\circ.$

Câu 17: Một đường tròn có bán kính 20 cm. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo $\frac{\pi}{15}$ (tính gần đúng đến hàng phần trăm).

- A. 4,19 cm. B. 4,18 cm. C. 95,49 cm. D. 95,50 cm.

Lời giải

Chọn B.

Độ dài của cung $\frac{\pi}{15}$ rad = 12° trên đường tròn được tính bằng công thức:

$$\frac{\pi \cdot a^\circ}{180} \cdot R = \frac{\pi}{180} \cdot 12 \cdot 20 \approx 4,18 \text{ cm}.$$

Câu 18: Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A. Số đo của một cung lượng giác luôn là một số không âm.
B. Số đo của một cung lượng giác luôn không vượt quá 2π .
C. Số đo của một cung lượng giác luôn là một số thực thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.
D. Số đo của một cung lượng giác là một số thực.

Lời giải

Chọn C.

Câu 19: Chọn điểm $A(1;0)$ làm điểm đầu của cung lượng giác trên đường tròn lượng giác. Tìm điểm cuối M của cung lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$.

- A. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ I.
- B. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ II.
- C. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ III.
- D. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ IV.

Lời giải

Chọn A.

Theo giả thiết ta có: $\overset{b}{AM} = \frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$, suy ra điểm M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ I.

Câu 20: Một đường tròn có bán kính 15 cm. Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là :

- A. $\frac{5\pi}{2}$.
- B. $\frac{5\pi}{3}$.
- C. $\frac{2\pi}{5}$.
- D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Theo công thức tính độ dài cung tròn ta có $l = R\alpha = \frac{\pi a}{180} \cdot R$ nên

$$\text{Ta có } l = \frac{\pi a}{180} \cdot R = \frac{\pi 30}{180} \cdot 15 = \frac{5\pi}{3}.$$

Câu 21: Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Tìm số đo (rad) của cung có độ dài là 3 cm :

- A. 0,5.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Theo công thức tính độ dài cung tròn ta có $l = R\alpha = \frac{\pi a}{180} \cdot R$ nên

$$\text{Ta có } \alpha = \frac{l}{R} = \frac{3}{6} = 0,5.$$

Câu 22: Góc có số đo $-\frac{3\pi}{16}$ được đổi sang số đo độ là :

- A. $33^\circ 45'$.
- B. $-29^\circ 30'$.
- C. $-33^\circ 45'$.
- D. $-32^\circ 55'$.

Lời giải

Chọn C.

Lời giải

$$\text{Vì } 1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \text{ nên } \frac{-3\pi}{16} = \left(\frac{-3\pi}{16} \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ = \left(\frac{-135}{4}\right)^\circ = -33.75^\circ = -33^\circ 45'.$$

Câu 23: Số đo radian của góc 30° là :

- A. $\frac{\pi}{6}$.
- B. $\frac{\pi}{4}$.
- C. $\frac{\pi}{3}$.
- D. $\frac{\pi}{16}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Vì } 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad nên } 30^\circ = 30 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}.$$

Câu 24: Số đo độ của góc $\frac{\pi}{4}$ là :

- A. 60° .
- B. 90° .
- C. 30° .
- D. 45° .

Lời giải

Chọn D.

Theo công thức đổi đơn vị độ sang radian ta có số đo độ của góc $\frac{\pi}{4}$ là 45° .

Câu 25: Số đo radian của góc 270° là :

- A. π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{4}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{27}$.

Lời giải

Chọn B.

Theo công thức đổi đơn vị số đo radian của góc 270° là $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 26: Góc $63^\circ 48'$ bằng (với $\pi = 3,1416$)

- A. 1,114rad. B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. 1,113rad.

Lời giải

Chọn A.

Theo công thức đổi đơn vị, ta có số đo cung đã cho có số đo bằng $\frac{63^\circ 48'}{180^\circ} \cdot \pi \approx 1.114 \text{radial}$, với $\pi \approx 3,1416$.

Câu 27: Cung tròn bán kính bằng 8,43 cm có số đo 3,85rad có độ dài là:

- A. $-\frac{2}{21}$ cm. B. 32,45 cm. C. $\frac{1}{2}$ cm. D. 32,5 cm.

Lời giải

Chọn D.

Theo công thức tính độ dài cung ta có độ dài cung có số đo 3,85rad là $l = R \cdot \alpha = 8,43 \cdot 3,85 = 32,4555 \text{ cm}$. Làm tròn kết quả thu được ta có đáp án là D.

Câu 28: Xét góc lượng giác $(OA; OM) = \alpha$, trong đó M là điểm không nằm trên các trục tọa độ Ox và Oy . Khi đó M thuộc góc phần tư nào để $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ cùng dấu

- A. I và (II). B. I và (III). C. I và (IV). D. (II) và (III).

Lời giải

Chọn B.

Dựa theo định nghĩa các giá trị lượng giác trên đường tròn lượng giác.

Câu 29: Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C.

Vì α là góc tù, nên $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0$

Câu 30: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$, $\delta = \frac{19\pi}{6}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau:

- A. α và β ; γ và δ . B. β và γ ; α và δ . C. α , β , γ . D. β , γ , δ .

Lời giải

Chọn B.

$$\alpha = -\frac{5\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} - 2\pi; \gamma = \frac{25\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 8\pi; \delta = \frac{19\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} + 2\pi.$$

$\Rightarrow \beta$ và γ ; α và δ là các cặp góc lượng giác có điểm cuối trùng nhau.

Câu 31: Cho $a = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Để $a \in (19; 27)$ thì giá trị của k là

- A. $k = 2$, $k = 3$. B. $k = 3$, $k = 4$. C. $k = 4$, $k = 5$. D. $k = 5$, $k = 6$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1:

$$k = 2 \Rightarrow a = \frac{9\pi}{2} \notin (19; 27); k = 3 \Rightarrow a = \frac{13\pi}{2} \in (19; 27); k = 4 \Rightarrow a = \frac{17\pi}{2} \in (19; 27);$$

$$k = 5 \Rightarrow a = \frac{21\pi}{2} \notin (19; 27).$$

Cách 2:

$$19 < \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) < 27 \Leftrightarrow k = \{3; 4\}.$$

Câu 32: Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo bằng $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác (OA, OB) ?

A. $\frac{6\pi}{5}$.

B. $-\frac{11\pi}{5}$.

C. $\frac{9\pi}{5}$.

D. $\frac{31\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

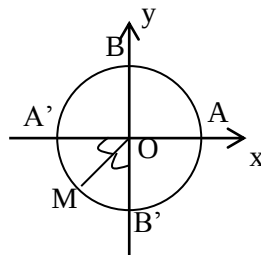
$$* \frac{6\pi}{5} = \frac{\pi}{5} + \pi.$$

$$* -\frac{11\pi}{5} = -\frac{\pi}{5} - 2\pi.$$

$$* \frac{9\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} + \pi.$$

$$* \frac{31\pi}{5} = \frac{\pi}{5} + 6\pi.$$

Câu 33: Cung α có mút đầu là A và mút cuối là M thì số đo của α là



A. $\frac{3\pi}{4} + k\pi$.

B. $-\frac{3\pi}{4} + k\pi$.

C. $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

D. $-\frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Cung α có mút đầu là A và mút cuối là M theo chiều dương có số đo là $\frac{5\pi}{4} + k2\pi$ nên loại A, C.

Cung α có mút đầu là A và mút cuối là M theo chiều âm có số đo là $-\frac{3\pi}{4}$ và chỉ có duy nhất một điểm M trên đường tròn lượng giác nên loại B.

Câu 34: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và trục (i) đi qua O . Xác định số đo góc giữa tia OA với trục (i) , biết trục (i) đi qua trung điểm I của cạnh AB .

A. $45^\circ + k360^\circ$.

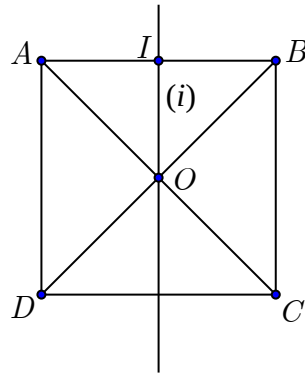
B. $95^\circ + k360^\circ$.

C. $135^\circ + k360^\circ$.

D. $155^\circ + k360^\circ$.

Lời giải

Chọn A



$AOB = 90^\circ$ và $OA = OB$

Tam giác AOB vuông cân tại O

(i) đi qua trung điểm của AB nên $(i) \perp AB$

$\Rightarrow (i)$ là đường phân giác của góc AOB nên $(\overrightarrow{OA}, (i)) = 45^\circ$.

- Câu 35:** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là
A. 30° . B. 40° . C. 50° . D. 60° .

Lời giải

Chọn C.

Một bánh xe có 72 răng nên 1 răng tương ứng $\frac{360^\circ}{72} = 5^\circ$

Khi di chuyển được 10 răng là $10 \cdot 5^\circ = 50^\circ$.

- Câu 36:** Tìm khẳng định **sai**:

- A. Với ba tia Ou, Ov, Ow , ta có: $\text{sđ}(Ou, Ov) + \text{sđ}(Ov, Ow) = \text{sđ}(Ou, Ow) - 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. Với ba điểm U, V, W trên đường tròn định hướng: $\text{sđ} \overset{p}{UV} + \text{sđ} \overset{p}{VW} = \text{sđ} \overset{p}{UW} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. Với ba tia Ou, Ov, Ox , ta có: $\text{sđ}(Ou, Ov) = \text{sđ}(Ox, Ov) - \text{sđ}(Ox, Ou) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. Với ba tia Ou, Ov, Ow , ta có: $\text{sđ}(Ov, Ou) + \text{sđ}(Ov, Ow) = \text{sđ}(Ou, Ow) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D.

Sử dụng hệ thức **Sa-lơ** về số đo của góc lượng giác thì ba khẳng định ở câu A, B, C đều đúng.

- Câu 37:** Trên đường tròn lượng giác gốc A cho các cung có số đo:

- (I). $\frac{\pi}{4}$.
(II). $-\frac{7\pi}{4}$.
(III). $\frac{13\pi}{4}$.
(IV). $-\frac{5\pi}{4}$.

Hỏi các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

- A. Chỉ (I) và (II). B. Chỉ (I), (II) và (III).
C. Chỉ (II), (III) và (IV). D. Chỉ (I), (II) và (IV).

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $-\frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 2\pi$; $\frac{13\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi$; $-\frac{5\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 2\pi$.

Suy ra chỉ có hai cung $\frac{\pi}{4}$ và $-\frac{7\pi}{4}$ có điểm cuối trùng nhau.

Câu 38: Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng 6,5 cm (lấy $\pi = 3,1416$).

- A. 22054 cm. B. 22063 cm. C. 22054 mm. D. 22044 cm.

Lời giải

Chọn A.

Lời giải

Theo công thức tính độ dài cung tròn ta có $l = R\alpha = \frac{\pi a}{180} \cdot R$ nên

Trong 3 phút bánh xe quay được $\frac{60 \cdot 180}{20} = 540$ vòng, bánh xe lăn được:

$$l = 6,5 \cdot 540 \cdot 2\pi \approx 6,5 \cdot 540 \cdot 2 \cdot 3,1416 \text{ (cm)} \approx 22054 \text{ (cm)}.$$

Câu 39: Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết số đo $(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó số đo (OA, AC) bằng:

- A. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B.

Tia AO quay một góc 45° theo chiều âm (cùng chiều kim đồng hồ) sẽ trùng tia AC nên góc số đo $(OA, AC) = -45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 40: Trong mặt phẳng định hướng cho ba tia Ou, Ov, Ox . Xét các hệ thức sau:

(I). $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ou, Ox) + sđ(Ox, Ov) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(II). $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) + sđ(Ox, Ou) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(III). $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ov, Ox) + sđ(Ox, Ou) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hệ thức nào là hệ thức Sa-lơ về số đo các góc:

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Chỉ (III). D. Chỉ (I) và (III).

Lời giải

Chọn A.

Hệ thức Sa-lơ: Với ba tia tùy ý Ou, Ov, Ox , ta có

$$sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ox) = sđ(Ou, Ox) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 41: Góc lượng giác có số đo α (rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu và tia cuối với nó có số đo dạng :

- A. $\alpha + k180^\circ$ (k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k).
B. $\alpha + k360^\circ$ (k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k).
C. $\alpha + k2\pi$ (k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k).
D. $\alpha + k\pi$ (k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k).

Lời giải

Chọn C.

Nếu một góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo α radian thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu Ou , tia cuối Ov có số đo $\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, mỗi góc tương ứng với một giá trị của k . Các cung

lượng giác tương ứng trên đường tròn định hướng tâm O cũng có tính chất như vậy. Tương tự cho đơn vị độ.

- Câu 42:** Cho hai góc lượng giác có số đo $(Ox, Ou) = -\frac{5\pi}{2} + m2\pi$, $m \in \mathbb{Z}$ và số đo $(Ox, Ov) = -\frac{\pi}{2} + n2\pi$, $n \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Ou và Ov trùng nhau. B. Ou và Ov đối nhau.
C. Ou và Ov vuông góc. D. Tạo với nhau một góc $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: số đo $(Ox, Ou) = -\frac{5\pi}{2} + m2\pi = -\frac{\pi}{2} - 2\pi + m2\pi = -\frac{\pi}{2} + (m-1)2\pi$ $m \in \mathbb{Z}$.

Vậy $n = m-1$ do đó Ou và Ov trùng nhau.

- Câu 43:** Nếu góc lượng giác có số đo $(Ox, Oz) = -\frac{63\pi}{2}$ thì hai tia Ox và Oz
- A. Trùng nhau. B. Vuông góc.
C. Tạo với nhau một góc bằng $\frac{3\pi}{4}$. D. Đối nhau.

Lời giải

Chọn B.

Ta có số đo $(Ox, Oz) = -\frac{63\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{64\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 32\pi$ nên hai tia Ox và Oz vuông góc.

- Câu 44:** Cho hai góc lượng giác có số đo $(Ox, Ou) = 45^\circ + m360^\circ$, $m \in \mathbb{Z}$ và số đo $(Ox, Ov) = -135^\circ + n360^\circ$, $n \in \mathbb{Z}$. Ta có hai tia Ou và Ov
- A. Tạo với nhau góc 45° . B. Trùng nhau.
C. Đối nhau. D. Vuông góc.

Lời giải

Chọn C.

$(Ox, Ov) = -135^\circ + n360^\circ = 225^\circ + n360^\circ = 45^\circ + 180^\circ + n360^\circ$ ($n \in \mathbb{Z}$).

Vậy, Ta có hai tia Ou và Ov đối nhau

- Câu 45:** Sau khoảng thời gian từ 0 giờ đến 3 giờ thì kim giây đồng hồ sẽ quay được số vòng bằng:
- A. 12960. B. 32400. C. 324000. D. 64800.

Lời giải

Chọn B.

Từ 0 đến 3 giờ kim giờ quay 9 vòng (tính theo chiều ngược kim đồng hồ)

Kim phút quay $9.60 = 540$ vòng

Kim giây $540.60 = 32400$ vòng

- Câu 46:** Góc có số đo 120° được đổi sang số đo rad là :

- A. 120π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. α . D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$180^\circ = \pi \Rightarrow 120^\circ = \frac{120\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$.

- Câu 47:** Biết góc lượng giác α có số đo là $-\frac{137}{5}\pi$ thì góc (Ou, Ov) có số đo dương nhỏ nhất là:
- A. $0,6\pi$. B. $27,4\pi$. C. $1,4\pi$. D. $0,4\pi$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $-\frac{137}{5}\pi = -27,4\pi$. Vậy góc dương nhỏ nhất là $28\pi - 27,4\pi = 0,6\pi$.

Câu 48: Cung nào sau đây có mút trung với B hoặc B'

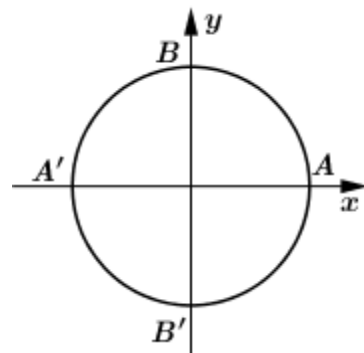
- A. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\alpha = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $\alpha = 90^\circ + k360^\circ$. D. $\alpha = -90^\circ + k180^\circ$.

Lời giải

Chọn D.

$$B'B = 180^\circ = \pi$$

Cung có mút trùng với B hoặc B' có chu kì π hoặc 180° .



Câu 49: Trên đường tròn định hướng gốc A có bao nhiêu điểm M thỏa mãn

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\tan^2 x} + \frac{1}{\cot^2 x} = 6, \text{ với } x \text{ là số đo của cung } AM?$$

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 10.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ĐK: } \sin 2x \neq 0$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\tan^2 x} + \frac{1}{\cot^2 x} = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} + \cot^2 x + \tan^2 x = 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\sin^2 x} + \frac{2}{\cos^2 x} = 8 \Leftrightarrow \frac{2}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = 8 \Leftrightarrow \frac{4}{\sin^2 2x} = 8 \Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 4x = 0.$$

Biểu diễn trên vòng tròn lượng giác ta thấy có 8 điểm cuối M thỏa ycbt.

Câu 50: Khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác các cung lượng giác nào trong các cung lượng giác có số đo dưới đây có cùng ngọn cung với cung lượng giác có số đo 4200° .

- A. 130° . B. 120° . C. -120° . D. $\frac{\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $4200^\circ = -120^\circ + 12 \cdot 360^\circ$ nên cung có số đo -120° có ngọn cung trùng với ngọn cung có số đo 4200° .

Câu 51: Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài 10,57 cm và kim phút dài 13,34 cm. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là:

- A. 2,77 cm. B. 2,9 cm. C. 2,76 cm. D. 2,8 cm.

Lời giải

Chọn A.

Trong 30 phút mũi kim giờ chạy trên đường tròn có bán kính 10,57 cm và đi được cung có số đo là $\frac{\pi}{24}$ nên độ dài đoạn đường mũi kim giờ đi được là $10,57 \cdot \frac{\pi}{24} \approx 2,77$ cm.

Câu 52: Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn số $AM = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 12.

Lời giải

Chọn A.

$$k = 0, AM = \frac{\pi}{3}; k = 1, AM = \frac{2\pi}{3}; k = 2, AM = \frac{3\pi}{3}; k = 3, AM = \frac{4\pi}{3};$$

$$k = 4, AM = \frac{5\pi}{3}; k = 5, AM = 2\pi; k = 6, AM = \frac{7\pi}{3}.$$

Câu 53: Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết số $(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó số (Ox, BC) bằng:

A. $175^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

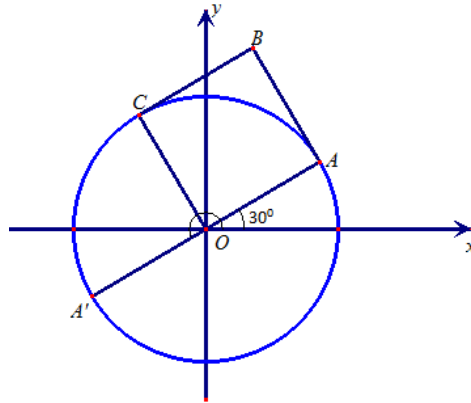
B. $-210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

C. $\sin a = \frac{5}{13}; \cos b = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < a < \pi; 0 < b < \frac{\pi}{2} \right)$.

D. $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D.



$$sđ(Ox, BC) = sđ(Ox, OA') = 210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}.$$

Câu 54: Xét góc lượng giác $\frac{\pi}{4}$, trong đó M là điểm biểu diễn của góc lượng giác. Khi đó M thuộc góc phần tư nào ?

A. I.

B. II.

C. III.

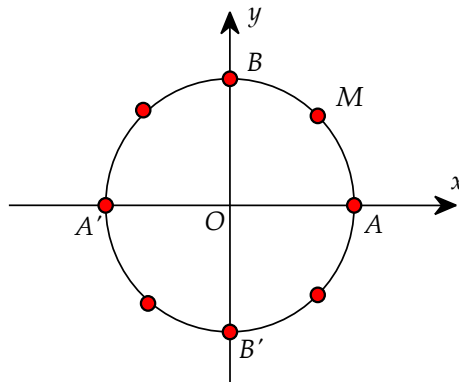
D. IV.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\frac{\pi}{4} = \frac{1}{8} \cdot 2\pi$. Ta chia đường tròn thành tám phần bằng nhau.

Khi đó điểm M là điểm biểu diễn bởi góc có số đo $\frac{\pi}{4}$.



Câu 55: Cho L, M, N, P lần lượt là các điểm chính giữa các cung AB, BC, CD, DA . Cung α có mút đầu trùng với A và có số đo $\alpha = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$. Mút cuối của α trùng với điểm nào trong các điểm L, M, N, P ?

A. L hoặc N .

B. M hoặc P .

C. M hoặc N .

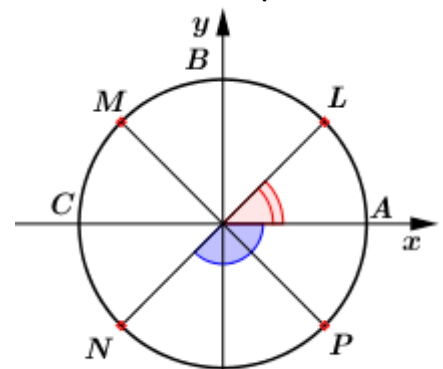
D. L hoặc P .

Lời giải

Chọn A.

Vì L là điểm chính giữa AB nên $AL = \frac{\pi}{4}$

Vì N là điểm chính giữa CD nên $AN = -\frac{3\pi}{4}$



Ta có $AN = \frac{-3\pi}{4}$ và $AL = AN + \pi$

Vậy L hoặc N là mút cuối của $\alpha = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$.

Câu 56: Cung α có mút đầu là A và mút cuối trùng với một trong bốn điểm M, N, P, Q . Số đo của α là

- A. $\alpha = 45^\circ + k.180^\circ$. B. $\alpha = 135^\circ + k.360^\circ$. C. $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}$. D. $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

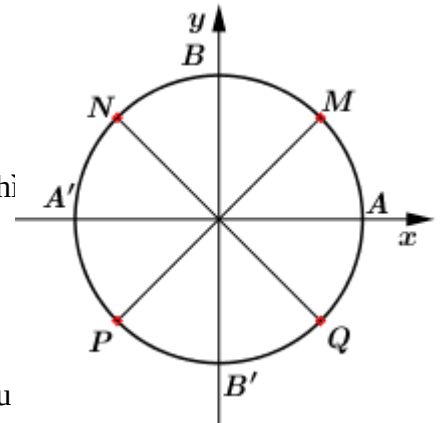
Chọn D.

Số đo cung $AM = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

Ta có $MN = NP = PQ = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$

Để mút cuối cùng trùng với một trong bốn điểm M, N, P, Q thì chu kì của cung α là $\frac{\pi}{2}$

Vậy số đo cung $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.



Câu 57: Biết OMB' và ONB' là các tam giác đều. Cung α có mút đầu hoặc N . Tính số đo của α ?

- A. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}$. B. $\alpha = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$. C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{2\pi}{3}$. D. $\alpha = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Cung α có mút đầu là A và mút cuối là B nên $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (1)

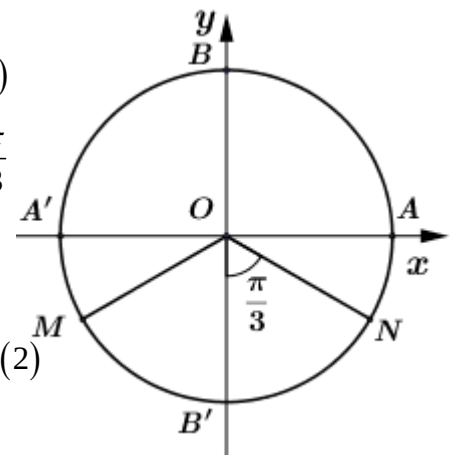
OMB' và ONB' là các tam giác đều nên $MOB' = NOB' = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow BA'M = MB'N = \frac{2\pi}{3}$

Cung α có mút đầu là A và mút cuối là M hoặc N nên $AM = AB + BM = AB + \frac{2\pi}{3}$, $AN = AM + MN = AM + \frac{2\pi}{3}$ (2)

Chu kì của cung α là $\frac{2\pi}{3}$

Từ (1), (2) ta có $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{2\pi}{3}$.

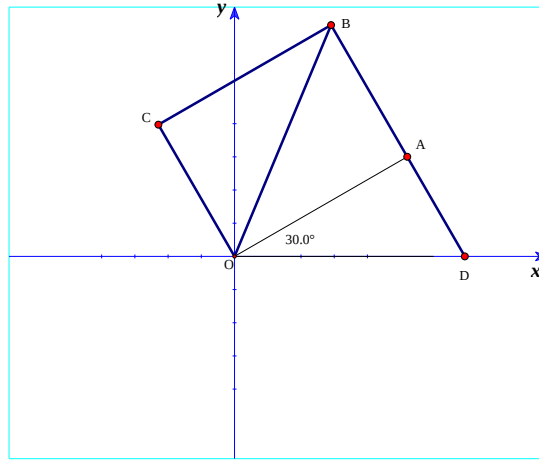


Câu 58: Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết $sđ(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $sđ(Ox, AB)$ bằng

- A. $120^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$. B. $60^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$.
C. $-30^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$. D. $60^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B.



Xét tam giác OBD, ta có $OBD = 45^\circ$, $BOD = 75^\circ \Rightarrow BDO = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$.