

§ I. DẠY CƯỜNG VỀ HÀM SỐ

① **Định nghĩa**

Cho $D \subset \mathbb{R}$, $D \neq \emptyset$. Hàm số f xác định trên D là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D$ với một và chỉ một số $y \in \mathbb{R}$. Trong đó:

- x được gọi là biến số (đối số), y được gọi là giá trị của hàm số f tại x . Kí hiệu: $y = f(x)$.
- D được gọi là tập xác định của hàm số.
- $T = \{y = f(x) \mid x \in D\}$ được gọi là tập giá trị của hàm số.

② **Cách cho hàm số**: cho bằng bảng, biểu đồ, công thức $y = f(x)$.

Tập xác định của hàm $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

③ **Chiều biến thiên của hàm số**: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D . Khi đó:

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

④ **Tính chẵn lẻ của hàm số**

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

- Hàm số f được gọi là **hàm số chẵn** nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số f được gọi là **hàm số lẻ** nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.
- Tính chất của đồ thị hàm số chẵn và hàm số lẻ:
 - + Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.
 - + Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ O làm tâm đối xứng.

⑤ **Đồ thị của hàm số**

- **Đồ thị** của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy với mọi $x \in D$.
- **Chú ý**: Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường. Khi đó ta nói $y = f(x)$ là **phương trình** của đường đó.

Câu 1. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2|x-1| + 3|x| - 2$?

- A.** $(2; 6)$. **B.** $(1; -1)$. **C.** $(-2; -10)$. **D.** $(0; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 2. Cho hàm số: $y = \frac{x-1}{2x^2-3x+1}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số:

- A.** $M_1(2; 3)$. **B.** $M_2(0; -1)$. **C.** $M_3(12; -12)$. **D.** $M_4(1; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 3. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{2}{x-1}, & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1}, & x \in [0; 2] \\ x^2 - 1, & x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$, ta được kết quả:

A. $\frac{2}{3}$.

B. 15.

C. $\sqrt{5}$.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-x+3}$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x^2 - x + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \begin{cases} \sqrt{3-x} & , x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{\frac{1}{x}} & , x \in (0; +\infty) \end{cases}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus [0;3]$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0;3\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số không xác định tại $x = 0$ Chọn A.

Câu 6. Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0;1)$ khi:

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m \geq 1$.

C. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$.

D. $m \geq 2$ hoặc $m < 1$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định khi $x - 2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m - 1$

Do đó hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0;1)$ khi: $2m - 1 < 0$ hoặc $2m - 1 \geq 1$

hay $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số: $f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x^2 + 1}$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x^2 + 1 \neq 0$ (luôn đúng).Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Câu 8. Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{2x-3}$

A. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $|2x-3| \geq 0$ (luôn đúng).

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Câu 9. Cho hàm số: $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là:

A. $[-2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} / x \neq 1 \text{ và } x \geq -2\}$.

Lời giải

Chọn C.

Với $x \leq 0$ thì ta có hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ luôn xác định. Do đó tập xác định của hàm số

$f(x) = \frac{1}{x-1}$ là $(-\infty; 0]$.

Với $x > 0$ thì ta có hàm số $g(x) = \sqrt{x+2}$ luôn xác định. Do đó tập xác định của hàm số $g(x) = \sqrt{x+2}$ là $(0; +\infty)$.

Vậy tập xác định là $D = (-\infty; 0] \cup (0; +\infty) = \mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Có thể kết luận gì về chiều biến thiên của hàm số $y = f(x) + g(x)$ trên khoảng $(a; b)$?

A. Đồng biến.

B. Nghịch biến.

C. Không đổi.

D. Không kết luận được.

Lời giải

Chọn A.

Ta có hàm số $y = f(x) + g(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào tăng trên khoảng $(-1; 0)$?

A. $y = x$.

B. $y = \frac{1}{x}$.

C. $y = |x|$.

D. $y = x^2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có hàm số $y = x$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó hàm số $y = x$ tăng trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 12. Trong các hàm số sau đây: $y = |x|$, $y = x^2 + 4x$, $y = -x^4 + 2x^2$ có bao nhiêu hàm số chẵn?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có cả ba hàm số đều có tập xác định $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

+) Xét hàm số $y = |x|$. Ta có $y(-x) = |-x| = |x| = y(x)$. Do đó đây là hàm chẵn.

+) Xét hàm số $y = x^2 + 4x$. Ta có $y(-1) = -3 \neq y(1) = 5$, và $y(-1) = -3 \neq -y(1) = -5$. Do đó đây là hàm không chẵn cũng không lẻ.

+) Xét hàm số $y = -x^4 + 2x^2$. Ta có $y(-x) = -(-x)^4 + 2(-x)^2 = -x^4 + 2x^2 = y(x)$. Do đó đây là hàm chẵn.

Câu 13. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = -\frac{x}{2}$.

B. $y = -\frac{x}{2} + 1$.

C. $y = -\frac{x-1}{2}$.

D. $y = -\frac{x}{2} + 2$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = -\frac{x}{2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -\frac{-x}{2} = \frac{x}{2} = -f(x)$ nên $y = -\frac{x}{2}$ là hàm số lẻ.

Câu 14. Xét tính chẵn, lẻ của hai hàm số $f(x) = |x+2| - |x-2|$, $g(x) = -|x|$.

A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số chẵn.

B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số lẻ.

D. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(x)$: Với mọi $x \in D$ ta có $-x \in D$ và

$$f(-x) = |-x+2| - |-x-2| = |-(x-2)| - |-(x+2)| = |x-2| - |x+2| = -(|x+2| - |x-2|) = -f(x)$$

Nên $f(x)$ là hàm số lẻ.

Xét hàm số $g(x)$: Với mọi $x \in D$ ta có $-x \in D$ và $g(-x) = -|-x| = -|x| = g(x)$ nên $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 15. Xét tính chất chẵn lẻ của hàm số $y = 2x^3 + 3x + 1$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **đúng**?

A. y là hàm số chẵn.

B. y là hàm số lẻ.

C. y là hàm số không có tính chẵn lẻ.

D. y là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = 2x^3 + 3x + 1$

Với $x = 1$, ta có: $y(-1) = -4 \neq y(1) = 6$ và $y(-1) = -4 \neq -y(1) = -6$

Nên y là hàm số không có tính chẵn lẻ.

Câu 16. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^2 + 3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. y là hàm số chẵn.

B. y là hàm số lẻ.

C. y là hàm số không có tính chẵn lẻ.

D. y là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = 3x^4 - 4x^2 + 3$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và $y(-x) = 3(-x)^4 - 4(-x)^2 + 3 = 3x^4 - 4x^2 + 3$ nên

$y = 3x^4 - 4x^2 + 3$ là hàm số chẵn.

Câu 17. Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là hàm số lẻ?

A. $y = x^3 + 1$.

B. $y = x^3 - x$.

C. $y = x^3 + x$.

D. $y = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^3 + 1$.

Ta có: với $x = 2$ thì $y(-2) = (-2)^3 + 1 = -7$ và $-y(2) = -9 \neq y(-2)$.

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là hàm số chẵn?

A. $y = |x+1| + |1-x|$.

B. $y = |x+1| - |1-x|$.

C. $y = |x^2+1| + |1-x^2|$.

D. $y = |x^2+1| - |1-x^2|$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = |x+1| + |1-x|$

Với $x=1$ ta có: $y(-1) = -2; y(1) = 2$ nên $y(1) \neq y(-1)$. Vậy $y = |x+1| + |1-x|$ không là hàm số chẵn.

Câu 19. Cho hàm số: $y = \frac{x-1}{2x^2-3x+1}$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc đồ thị của hàm số ?

A. $M_1(2; 3)$.

B. $M_2(0; -1)$.

C. $M_3\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$.

D. $M_4(1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x=0$ vào hàm số ta thấy $y=-1$. Vậy $M_2(0; -1)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 20. Cho hàm số: $y = f(x) = |2x-3|$. Tìm x để $f(x) = 3$.

A. $x = 3$.

B. $x = 3$ hay $x = 0$.

C. $x = \pm 3$.

D. $x = \pm 1$.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = 3 \Leftrightarrow |2x-3| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=3 \\ 2x-3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=0 \end{cases}.$$

Câu 21. Cho hàm số: $y = f(x) = \sqrt{x^3-9x}$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $f(0) = 2; f(-3) = -4$.

B. $f(2)$ không xác định; $f(-3) = -5$.

C. $f(-1) = \sqrt{8}; f(2)$ không xác định.

D. Tất cả các câu trên đều đúng.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^3 - 9x \geq 0$. (do chưa học giải bất phương trình bậc hai nên không giải ra

điều kiện $\begin{cases} x \geq 3 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$)

$$f(-1) = \sqrt{-1^3 - 9 \cdot (-1)} = \sqrt{8} \text{ và } 2^3 - 9 \cdot 2 = -10 < 0 \text{ nên } f(2) \text{ không xác định.}$$

Câu 22. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases}.$$

Câu 23. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ là:

A. $D = (1; 3]$.

B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = \emptyset$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x < 1 \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

C. $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

D. $D = \emptyset$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -4 \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 25. Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{|2x-3|}$?

A. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \sqrt{|2x-3|}$ xác định khi và chỉ khi $|2x-3| \geq 0$ (luôn đúng $\forall x \in \mathbb{R}$)

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Câu 26. Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^4-3x^2+x+7}{x^4-2x^2+1}} - 1$ có tập xác định là:

A. $-2; -1 \cup 1; 3$.

B. $-2; -1 \cup 1; 3$.

C. $-2; 3 \setminus \{-1; 1\}$.

D. $-2; -1 \cup -1; 1 \cup 1; 3$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^4-3x^2+x+7}{x^4-2x^2+1}} - 1$ xác định khi và chỉ khi

$$\frac{x^4-3x^2+x+7}{x^4-2x^2+1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+x+6}{x^2-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+x+6 \geq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 3 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}.$$

Câu 27. Cho hàm số: $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là tập hợp nào sau đây?

A. $[-2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} | x \neq 1; x \geq -2\}$.

Lời giải

Chọn C.

Với $x \leq 0$, Hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ xác định khi và chỉ khi $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ luôn đúng $\forall x \leq 0$

Với $x > 0$, Hàm số $y = \sqrt{x+2}$ xác định khi và chỉ khi $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ luôn đúng $\forall x > 0$

Câu 28. Hàm số $y = \sqrt{\frac{7-x}{\sqrt{4x^2-19x+12}}}$ có tập xác định là :

A. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right] \cup [4; 7]$.

B. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup [4; 7)$.

C. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right] \cup (4; 7)$.

D. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup (4; 7]$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \sqrt{\frac{7-x}{\sqrt{4x^2-19x+12}}}$ xác định khi và chỉ khi

$$\frac{7-x}{\sqrt{4x^2-19x+12}} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7-x \geq 0 \\ 4x^2-19x+12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq 4 \\ x \leq \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right] \cup [4; 7].$$

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-3}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $D = [3; +\infty)$.

C. $D = (3; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-3}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$.

Câu 30. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-5} + \frac{1}{\sqrt{13-x}}$ là

A. $D = [5; 13]$.

B. $D = (5; 13)$.

C. $(5; 13]$.

D. $[5; 13)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \sqrt{x-5} + \frac{1}{\sqrt{13-x}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ 13-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x < 13 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 13$.

Câu 31. Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là:

A. $\left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; -\sqrt{3}\right] \cup \left[\sqrt{3}; +\infty\right) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

C. $\left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}; +\infty\right) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

D. $\left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x^2-3}+x-2 \neq 0 \\ x^2-3 \geq 0 \end{cases}$

Ta có $x^2 - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases}$.

Xét $\sqrt{x^2 - 3} + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 3 = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x}{x^2 + 1}$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 + 1 \neq 0$ luôn đúng.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Câu 33. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \frac{1}{|x|-2}$ là

A. $D = (-1; +\infty) \setminus \{\pm 2\}$.

B. $D = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

C. $D = [-1; +\infty) \setminus \{-2\}$.

D. $D = (-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} |x| - 2 \neq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \geq -1 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x) = 3x^4 - 4x^2 + 3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $y = f(x)$ là hàm số chẵn.

B. $y = f(x)$ là hàm số lẻ.

C. $y = f(x)$ là hàm số không có tính chẵn lẻ.

D. $y = f(x)$ là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = 3(-x)^4 - 4(-x)^2 + 3 = 3x^4 - 4x^2 + 3 = f(x), \forall x \in D \end{cases}$

Do đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 35. Cho hai hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ và $g(x) = -x^3 + x^2$. Khi đó

A. $f(x)$ và $g(x)$ cùng lẻ.

B. $f(x)$ lẻ, $g(x)$ chẵn.

C. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ.

D. $f(x)$ lẻ, $g(x)$ không chẵn không lẻ.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -f(x), \forall x \in D \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ.

$$\text{Xét hàm số } g(x) = -x^3 + x^2$$

$$\text{Ta có } g(-1) = 2 \neq \pm g(1) = 0 \quad \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ -x^4 + x^2 + 1 = g(x), \forall x \in D \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = g(x)$ là không chẵn, không lẻ.

Câu 36. Cho hai hàm số $f(x) = |x+2| - |x-2|$ và $g(x) = -x^4 + x^2 + 1$. Khi đó:

- A.** $f(x)$ và $g(x)$ cùng chẵn. **B.** $f(x)$ và $g(x)$ cùng lẻ.
C. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ. **D.** $f(x)$ lẻ, $g(x)$ chẵn.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Xét hàm số } f(x) = |x+2| - |x-2|$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = |-x+2| - |-x-2| = |x-2| - |x+2| = -f(x), \forall x \in D \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ.

$$\text{Xét hàm số } g(x) = -x^4 + x^2 + 1$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ g(-x) = -(-x)^4 + (-x)^2 + 1 = -x^4 + x^2 + 1 = g(x), \forall x \in D \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 37. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ và $g(x) = -x^4 + x^2 - 1$. Khi đó:

- A.** $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm lẻ. **B.** $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm chẵn.
C. $f(x)$ lẻ, $g(x)$ chẵn. **D.** $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định của hàm $f(x): D_1 = \mathbb{R} \setminus 0$ nên $x \in D_1 \Rightarrow -x \in D_1$

$$f(-x) = -\frac{1}{x} = -f(x)$$

Tập xác định của hàm $g(x): D_2 = \mathbb{R}$ nên $x \in D_2 \Rightarrow -x \in D_2$

$$g(-x) = -(-x)^4 + (-x)^2 - 1 = -x^4 + x^2 - 1 = g(x)$$

Vậy $f(x)$ lẻ, $g(x)$ chẵn.

Câu 38. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không** phải là hàm số chẵn.

- A.** $y = |x+1| + |1-x|$. **B.** $y = |x+1| - |1-x|$. **C.** $y = |x^2+1| + |x^2-1|$. **D.** $y = \frac{|x+1| + |1-x|}{x^2+4}$.

Lời giải

Chọn B.

$$y = f(x) = |x+1| - |1-x| \Rightarrow f(-x) = |-x+1| - |1+x| = -(|x+1| - |1-x|) = -f(x)$$

Vậy $y = |x+1| - |1-x|$ không là hàm số chẵn.

Câu 39. Trong các hàm số sau, hàm số nào tăng trên khoảng $(-1;0)$?

- A.** $y = x$. **B.** $y = \frac{1}{x}$. **C.** $y = |x|$. **D.** $y = x^2$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: Đặt $D = (-1;0)$

Xét $x_1; x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = x$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = x_1 - x_2 < 0$$

Suy ra hàm số $y = x$ tăng trên khoảng $(-1;0)$.

Cách khác: Hàm số $y = x$ là hàm số bậc nhất có $a = 1 > 0$ nên tăng trên $\mathbb{R}$. Vậy $y = x$ tăng trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 40. Câu nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y = a^2x + b$ đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $a < 0$.

B. Hàm số $y = a^2x + b$ đồng biến khi $b > 0$ và nghịch biến khi $b < 0$.

C. Với mọi b , hàm số $y = -a^2x + b$ nghịch biến khi $a \neq 0$.

D. Hàm số $y = a^2x + b$ đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $b < 0$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Xét $x_1; x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = -a^2x + b$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = a^2(x_2 - x_1) > 0 \forall a \neq 0.$$

Vậy hàm số $y = -a^2x + b$ nghịch biến khi $a \neq 0$.

Cách khác $y = -a^2x + b$ là hàm số bậc nhất khi $a \neq 0$ khi đó $-a^2 < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 41. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{1}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$, nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$, nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Xét $x_1; x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2}$$

Trên $(-\infty;0) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} < 0$ nên hàm số đồng biến.

Trên $(0;+\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x+1}$. Khi đó:

- A. $f(x)$ tăng trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- B. $f(x)$ tăng trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- C. $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. $f(x)$ giảm trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Xét $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \frac{4}{x+1}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4}{x_1+1} - \frac{4}{x_2+1} = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

Trên $(-\infty; -1) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Trên $(-1; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 43. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
- B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y = f(x) = \frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$.

Mà $y = \frac{1}{x-1}$ giảm trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ (thiếu chứng minh) nên hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x+2}$. Kết quả nào sau đây đúng?

- A. $f(0) = 2; f(1) = \frac{\sqrt{15}}{3}$.
- B. $f(0) = 2; f(-3) = -\frac{11}{24}$.
- C. $f(2) = 1; f(-2)$ không xác định.
- D. $f(0) = 2; f(1) = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $y = f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x+2}$, ta có: $f(0) = 2; f(1) = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{x-1}, & x < 0 \end{cases}$. Giá trị $f(0), f(2), f(-2)$ là

A. $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = 2.$

B. $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = -\frac{1}{3}.$

C. $f(0) = 0; f(2) = 1, f(-2) = -\frac{1}{3}.$

D. $f(0) = 0; f(2) = 1; f(-2) = 2.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(0) = 0, f(2) = \frac{2}{3}$ (do $x \geq 0$) và $f(-2) = -\frac{1}{3}$ (do $x < 0$).

Câu 46. Cho hàm số: $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

A. $(1; +\infty).$

B. $[1; +\infty).$

C. $[1; 3) \cup (3; +\infty).$

D. $(1; +\infty) \setminus \{3\}.$

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Câu 47. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - x - 20} + \sqrt{6-x}$ có tập xác định là

A. $(-\infty; -4) \cup (5; 6].$

B. $(-\infty; -4) \cup (5; 6).$

C. $(-\infty; -4] \cup [5; 6].$

D. $(-\infty; -4) \cup [5; 6).$

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \vee x \geq 5 \\ x \leq 6 \end{cases}$

Do đó tập xác định là $(-\infty; -4] \cup [5; 6].$

Câu 48. Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^3}{|x|-2}}$ có tập xác định là:

A. $(-2; 0] \cup (2; +\infty).$

B. $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty).$

C. $(-\infty; -2) \cup (0; 2).$

D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi và chỉ

khi $\frac{x^3}{|x|-2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 \geq 0 \\ |x|-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ |x| > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < -2 \vee x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x \leq 0 \end{cases}$.

Do đó tập xác định là $(-2; 0] \cup (2; +\infty).$

Câu 49. Xét tính chẵn lẻ của hàm số: $y = 2x^3 + 3x + 1$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. y là hàm số chẵn.

B. y là hàm số lẻ.

C. y là hàm số không có tính chẵn lẻ.

D. y là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $y = f(x) = 2x^3 + 3x + 1$ là $\mathbb{R}$

Với $x = 1$, ta có $f(-1) = -2 - 3 + 1 = -4$ và $f(1) = 6, -f(1) = -6$

Suy ra: $f(-1) \neq f(1), f(-1) \neq -f(1)$

Do đó y là hàm số không có tính chẵn lẻ.

Câu 50. Cho hai hàm số: $f(x) = |x+2| + |x-2|$ và $g(x) = x^3 + 5x$. Khi đó

A. $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ lẻ, $g(x)$ chẵn.

D. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = |x+2| + |x-2|$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có $-x \in \mathbb{R}$ và

$$f(-x) = |-x+2| + |-x-2| = |-(x-2)| + |-(x+2)| = |x-2| + |x+2| = f(x)$$

Nên $f(x)$ là hàm số chẵn.

Xét hàm số $g(x) = x^3 + 5x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có $-x \in \mathbb{R}$ và

$$g(-x) = g(x) = (-x)^3 + 5(-x) = -x^3 - 5x = -(x^3 + 5x) = -g(x)$$

Nên $g(x)$ là hàm số lẻ.