

CHUYÊN ĐỀ 3

DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

§4. DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Nhị thức bậc nhất và dấu của nó.

a) Định nghĩa nhị thức bậc nhất:

Nhị thức bậc nhất (đối với x) là biểu thức dạng $ax + b$, trong đó a và b là hai số cho trước với $a \neq 0$.

$x_0 = -\frac{b}{a}$ được gọi là nghiệm của nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$.

b) Dấu của nhị thức bậc nhất

Định lý: Nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$ cùng dấu với hệ số a khi x lớn hơn nghiệm và trái dấu với hệ số a khi x nhỏ hơn nghiệm của nó.

2. Một số ứng dụng.

a) Giải bất phương trình tích

- Dạng $P(x) > 0$ (1) (trong đó $P(x)$ là tích các nhị thức bậc nhất.)
- Cách giải: Lập bảng xét dấu của $P(x)$. Từ đó suy ra tập nghiệm của (1).

b) Giải bất phương trình chứa ẩn ở mẫu

- Dạng $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ (2) (trong đó $P(x)$, $Q(x)$ là tích những nhị thức bậc nhất.)
- Cách giải: Lập bảng xét dấu của $\frac{P(x)}{Q(x)}$. Từ đó suy ra tập nghiệm của (2).

Chú ý: 1) Không nên qui đồng và khử mẫu.

2) Rút gọn bớt các nhị thức có lũy thừa bậc chẵn (cần lưu ý trong việc rút gọn để tránh làm mất nghiệm).

c) Giải bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối (GTTĐ)

• Tương tự như giải phương trình chứa ẩn trong dấu GTTĐ, ta thường sử dụng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ để khử dấu GTTĐ.

Chú ý: Với $B > 0$ ta có $|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$; $|A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A < -B \\ A > B \end{cases}$.

Câu 1. Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = 23x - 20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.
 B. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(-\infty; \frac{20}{23}\right)$.
 C. $f(x) > 0$ với $x > -\frac{5}{2}$.
 D. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$5x - 1 > \frac{2x}{5} + 3 \Leftrightarrow 25x - 5 - 2x - 15 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}.$$

Câu 2. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x(x-6) + 5 - 2x - (10 + x(x-8))$ luôn dương?

- A. $\emptyset$.
 B. $\mathbb{R}$.
 C. $(-\infty; 5)$.
 D. $(5; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$x(x-6)+5-2x-(10+x(x-8))>0 \Leftrightarrow 0x>5 \text{ vô nghiệm.}$$

Vậy $x \in \emptyset$.

Câu 3. Các giá trị của x thỏa mãn điều kiện đa thức $f(x) = \frac{1}{x+2} + x - 1 - \frac{1}{x+1} - \sqrt{x^2+1}$

- A. $x \neq -2$ và $x \neq -1$. B. $x > -1$. C. $x \neq -1$. D. $x \neq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ x^2+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -1 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -1 \end{cases}.$$

Câu 4. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{2}{1-x} - 1$ âm?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\frac{2}{1-x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2-1+x}{1-x} < 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{1-x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}.$$

Câu 5. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = (x-1)(x+3)$ không âm

- A. $(-3; 1)$. B. $[-3; 1]$. C. $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$. D. $(-\infty, -3) \cup [1, +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $(x-1)(x+3) \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$. Vậy $x \in [-3; 1]$.

Câu 6. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{-4x+1}{3x+1} + 3$ không dương

- A. $\left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right]$ B. $\left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right]$ D. $\left[-\frac{4}{5}, +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \frac{-4x+1}{3x+1} + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{5x+4}{3x+1} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{5} \leq x \leq -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } x \in \left[-\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}\right].$$

Câu 7. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{4}{x+3} - 2$ không dương

- A. $(-\infty, -3) \cup [-1, +\infty)$. B. $(-3, -1]$. C. $[-1, +\infty)$. D. $(-\infty, -1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \frac{4}{x+3} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq -1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x \in (-\infty, -3] \cup [-1, +\infty).$$

Câu 8. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = |2x-5| - 3$ không dương

- A. $1 \leq x \leq 4$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 0$. D. $x < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $|2x-5|-3 \leq 0 \Leftrightarrow |2x-5| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 \leq 3 \\ 2x-5 \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4.$

Vậy $x \in [1, 4]$.

Câu 9. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3}$ không dương?

A. $S = (-\infty; 1).$

B. $S = (-3; -1) \cup [1; +\infty).$

C. $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1].$

D. $S = (-3; 1).$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3}.$

Ta có $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

$x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-1 \end{cases}$

+ Xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	-	0	+
$x+1$	-	-	0	+	+
$x+3$	-	0	+	+	+
$f(x)$	-	+	-	0	+

+ Vậy $f(x) \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1].$

Vậy $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$

Câu 10. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{2-x}{2x+1}$ không âm?

A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right).$

B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$

C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [2; +\infty).$

D. $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right].$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$

$2x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

+ Xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$2-x$	+	+	0	-
$2x+1$	-	0	+	+
$f(x)$	-	+	0	-

+ Vậy $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 11. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x) = x(x^2 - 1)$ không âm?

A. $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. B. $[-1; 0] \cup [1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1] \cup [0; 1)$. D. $[-1; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Cho } x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$x - 1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Căn cứ bảng xét dấu ta được $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$

Câu 12. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = |2x - 3| - 1$ không dương?

A. $1 \leq x \leq 3$. B. $-1 \leq x \leq 1$. C. $1 \leq x \leq 2$. D. $-1 \leq x \leq 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$|2x - 3| - 1 \leq 0 \Leftrightarrow |2x - 3| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2x - 3 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Câu 13. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = 5x - \frac{x+1}{5} - 4 - (2x - 7)$ luôn âm

A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$5x - \frac{x+1}{5} - 4 - (2x - 7) < 0 \Leftrightarrow 14x + 14 < 0 \Leftrightarrow x < -1.$$

Vậy $x \in (-\infty; -1)$.

Câu 14. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương

A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $x \in \mathbb{R}$.

Câu 15. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $x^2 + 9 - 6x > 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 16. Tìm tham số thực m để tồn tại x thỏa $f(x) = m^2x + 3 - (mx + 4)$ âm

A. $m=1$.

B. $m=0$.

C. $m=1$ hoặc $m=0$. D. $\forall m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$m^2x + 3 - (mx + 4) < 0 \Leftrightarrow (m^2 - m)x < 1.$$

+ Xét $m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=1 \end{cases}$ thì bất phương trình đã cho có nghiệm.

+ Xét $m^2 - m \neq 0$ thì bất phương trình đã cho luôn có nghiệm

Vậy $\forall m \in \mathbb{R}$ thỏa YCBT.

Câu 17. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = 2x + \frac{3}{2x-4} - \left(3 + \frac{3}{2x-4}\right)$ âm

A. $2x < 3$.

B. $x < \frac{3}{2}$ và $x \neq 2$.

C. $x < \frac{3}{2}$.

D. Tất cả đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 2x + \frac{3}{2x-4} - \left(3 + \frac{3}{2x-4}\right) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 18. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = 2(x-1) - x - (3(x-1) - 2x - 5)$ luôn dương

A. $x \in \mathbb{R}$.

B. $x < 3, 24$.

C. $x > -2, 12$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 2(x-1) - x - (3(x-1) - 2x - 5) > 0 \Leftrightarrow x - 2 > x - 8 \Leftrightarrow -2 > -8 \text{ (luôn đúng)}.$$

Vậy $x \in \mathbb{R}$.

Câu 19. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = 5(x-1) - x(7-x) - (x^2 - 2x)$ luôn dương

A. Vô nghiệm.

B. $x \in \mathbb{R}$.

C. $x > -2, 5$.

D. $x > -2, 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 5(x-1) - x(7-x) - (x^2 - 2x) > 0 \Leftrightarrow 5x - 5 - 7x + x^2 > x^2 - 2x \Leftrightarrow -5 > 0 \text{ (vô lý)}.$$

Vậy vô nghiệm.

Câu 20. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương.

A. $[2; 3]$.

B. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

C. $[2; 4]$.

D. $[1; 4]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Để } f(x) \text{ không dương thì } x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) \leq 0$$

$$\text{Lập bảng xét dấu } f(x) \text{ ta thấy để } f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$$

Câu 21. Số các giá trị nguyên âm của x để đa thức $f(x) = (x+3)(x-2)(x-4)$ không âm là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } (x+3)(x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-3	2	4	$+\infty$
$x - 4$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x - 2$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x + 3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, để $f(x)$ không âm thì $x \in [-3, 2] \cup [4, +\infty)$.

Vậy có 3 số nghiệm nguyên âm x thỏa YCBT.

- Câu 22.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = \left(\frac{5x}{5} - \frac{13}{21} + \frac{x}{15}\right) - \left(\frac{9}{25} - \frac{2x}{35}\right)$ luôn âm
- A. $x > 0$. B. $x < \frac{257}{295}$ C. $x > -\frac{5}{2}$. D. $x < -5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \frac{5x}{5} - \frac{13}{21} + \frac{x}{15} - \left(\frac{9}{25} - \frac{2x}{35}\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{118}{105}x < \frac{514}{525} \Leftrightarrow x < \frac{257}{295}.$$

- Câu 23.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{x+2}{x-5}$ không dương
- A. $[-2, 5]$. B. $(-2, 5)$ C. $(-2, 5]$. D. $[-2, 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \frac{x+2}{x-5} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 5. \text{ Tập } x \in [-2, 5].$$

- Câu 24.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$ luôn âm
- A. $\mathbb{R}$. B. $\emptyset$. C. $(-1, 1)$. D. Một đáp số khác.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} < \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{2}{(x-1)(x+1)} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

$$\text{Vậy } x \in (-1, 1).$$

- Câu 25.** Các số tự nhiên bé hơn 4 để đa thức $f(x) = \frac{2x}{5} - 23 - (2x - 16)$ luôn âm

- A. $\{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. B. $-\frac{35}{8} < x < 4$.
C. $\{0; 1; 2; 3\}$. D. $\{0; 1; 2; -3\}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có

$$\frac{2x}{5} - 23 - (2x - 16) < 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{5} - 23 < 2x - 16 \Leftrightarrow \frac{2x}{5} - 2x < 23 - 16 \Leftrightarrow \frac{-8x}{5} < 7 \Leftrightarrow x > -\frac{35}{8}.$$

$$\text{Vậy } x \in \{0, 1, 2, 3\}.$$

- Câu 26.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x(5x + 2) - x(x^2 + 6)$ không dương
- A. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $[1; 4]$. C. $(1; 4)$. D. $[0; 1] \cup [4; +\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$x(5x+2)-x(x^2+6)\leq 0 \Leftrightarrow x(x^2-5x+4)\geq 0$$

x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$
$x-4$	-	-	-	0	+
$x-1$	-	-	0	+	+
x	-	0	+	+	+
$f(x)$	-	0	+	0	+

Vậy $x \in [0;1] \cup [4;+\infty)$.

Câu 27. Với giá trị nào của m thì không tồn tại giá trị của x để $f(x) = mx + m - 2x$ luôn âm

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$mx + m - 2x < 0 \Leftrightarrow (m-2)x + m < 0$$

$m = 2$ bất phương trình trở thành $2 < 0$ bất phương trình vô nghiệm.

Câu 28. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 4x + 3$ luôn âm

A. $(-\infty;1) \cup [3;+\infty)$.

B. $(-\infty;1) \cup (4;+\infty)$.

C. $(1;3)$.

D. $[1;3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x-3$	-	-	0	+
$x-1$	-	0	+	+
$f(x)$	+	0	-	+

Vậy $x \in (1;3)$.

Câu 29. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = 2x^2 - 7x - 15$ không âm

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5;+\infty)$.

B. $(-\infty; -5] \cup \left[\frac{3}{2};+\infty\right)$.

C. $\left[-5; \frac{3}{2}\right]$.

D. $\left[-\frac{3}{2}; 5\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	5	$+\infty$
$2x+3$	-	-	0	+
$x-5$	-	0	+	+
$f(x)$	+	0	-	+

Vậy $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$

Câu 30. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = -x^2 + 6x + 7$ không âm

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$ B. $[-1; 7]$ C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ D. $[-7; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$-x^2 + 6x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow -(x+1)(x-7) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 7]$$

Câu 31. Tìm số nguyên nhỏ nhất của x để $f(x) = \frac{x-5}{(x+7)(x-2)}$ luôn dương

- A. $x = -3$. B. $x = -4$. C. $x = -5$. D. $x = -6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

– Lập bảng xét dấu $f(x) = \frac{x-5}{(x+7)(x-2)}$

– Suy ra $x \in (-7; -2) \cup (5; +\infty)$

– Vậy $x = -6$

Câu 32. Các số tự nhiên bé hơn 6 để đa thức $f(x) = 5x - \frac{1}{3} - \left(12 - \frac{2x}{3}\right)$ luôn dương

- A. $\{2; 3; 4; 5\}$. B. $\{3; 4; 5\}$. C. $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. D. $\{3; 4; 5; 6\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $5x - \frac{1}{3} - \left(12 - \frac{2x}{3}\right) > 0 \Leftrightarrow 5x + \frac{2x}{3} > 12 + \frac{1}{3} \Leftrightarrow x > \frac{37}{17}$.

Vậy $x \in \{3, 4, 5\}$.

Câu 33. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{3x+5}{2} - 1 - \left(\frac{x+2}{3} + x\right)$ luôn âm

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x > 4,11$. D. $x < -5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\frac{3x+5}{2} - 1 - \left(\frac{x+2}{3} + x\right) < 0 \Leftrightarrow 9x + 15 - 6 < 2x + 4 + 6x \Leftrightarrow x < -5$.

Câu 34. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1}$ không âm?

- A. $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. B. $(-2; +\infty)$. C. $\left[-2; -\frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đkxđ: $x \neq -2; x \neq 1$.

YCBT $\Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 - (x+2)^2}{(x-1)(x+2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-6x-3}{(x-1)(x+2)} \geq 0$.

Cho $-6x-3=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Cho $(x-1)(x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$-6x-3$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$-$	0	$+$	$-$

Căn cứ bảng xét dấu ta được $x \in (-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$.

- Câu 35.** Với giá trị nào của m thì nhị thức bậc nhất $f(x) = mx - 3$ luôn âm với mọi x
A. $m = 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \neq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Nếu $m > 0$, $mx - 3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{m}$ không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu $m < 0$, $mx - 3 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{m}$ không thỏa mãn đề bài.

+ Nếu $m = 0$, bpt trở thành $-3 < 0$ luôn đúng với mọi x .

- Câu 36.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \frac{1}{|x|-3} - \frac{1}{2}$ luôn âm.

- A.** $x < 3$ hay $x > 5$. **B.** $x < -5$ hay $x > -3$.
C. $|x| < 3$ hay $|x| > 5$. **D.** $\forall x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\frac{1}{|x|-3} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{|x|-3} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{5-|x|}{2(|x|-3)} < 0$.

Đặt $t = |x|$, bpt trở thành $\frac{5-t}{2(t-3)} < 0$.

Cho $5-t=0 \Leftrightarrow t=5$.

Cho $t-3=0 \Leftrightarrow t=3$.

Bảng xét dấu

t	$-\infty$	3	5	$+\infty$
$t-3$	$-$	$-$	0	$+$
$5-t$	$+$	0	$-$	$-$
$f(t)$	$-$	$+$	0	$-$

Căn cứ bảng xét dấu ta được $|x| < 3$ hay $|x| > 5$.

- Câu 37.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đa thức $f(x) = m(x-m) - (x-1)$ không âm với mọi $x \in (-\infty; m+1]$.
A. $m=1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$m(x-m) - (x-1) \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)x \geq m^2 - 1$. (1)

+ Xét $m=1 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$. (không thỏa)

+ Xét $m > 1$ thì $(1) \Leftrightarrow x \geq m+1$ không thỏa điều kiện nghiệm đã cho.

+ Xét $m < 1$ thì $(1) \Leftrightarrow x \leq m+1$ thỏa điều kiện nghiệm đã cho.

Vậy $m < 1$.

Câu 38. Gọi S là tập tất cả các giá trị của x để đa thức $f(x) = mx + 6 - 2x - 3m$ luôn âm khi $m < 2$. Hỏi các tập hợp nào sau đây là phần bù của tập S ?

- A. $(3; +\infty)$. B. $[3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; 3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$mx + 6 - 2x - 3m < 0 \Leftrightarrow (2 - m)x > 6 - 3m \Leftrightarrow x > 3 \text{ (do } m < 2)$$

$$\text{Vậy } S = (3; +\infty) \Rightarrow C_{\mathbb{R}} S = (-\infty; 3].$$

Câu 39. Tìm các giá trị thực của tham số m để không tồn tại giá trị nào của x sao cho nhị thức $f(x) = mx + m - 2x$ luôn âm.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow mx + m - 2x < 0 \Leftrightarrow (m - 2)x + m < 0.$$

+ Xét $m = 2$ thì $f(x) = 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ hay $f(x) < 0$ vô nghiệm (thỏa mãn).

+ Xét $m > 2$ thì $f(x) < 0$ khi $x < \frac{-m}{m-2}$ (tồn tại nghiệm – loại).

+ Xét $m < 2$ thì $f(x) < 0$ khi $x > \frac{-m}{m-2}$ (tồn tại nghiệm – loại).

Vậy chỉ có $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = |2x - 1| - x$ luôn dương

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. C. $\mathbb{R}$. D. vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Xét $x \geq \frac{1}{2}$ thì ta có nhị thức $f(x) = x - 1$ để $f(x) > 0$ thì $x > 1$.

+ Xét $x < \frac{1}{2}$ thì ta có nhị thức $f(x) = -3x + 1$ để $f(x) > 0$ thì $x < \frac{1}{3}$.

$$\text{Vậy để } f(x) > 0 \text{ thì } x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$$

Câu 41. Tìm số nguyên lớn nhất của x để đa thức $f(x) = \frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} - \frac{4x}{3x-x^2}$ luôn âm

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 9 \neq 0 \\ x + 3 \neq 0 \\ 3x - x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} - \frac{4x}{3x-x^2} < 0 &\Leftrightarrow \frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} < \frac{4x}{3x-x^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{(x+4) - 2(x-3) + 4(x+3)}{(x-3)(x+3)} < 0 \Leftrightarrow \frac{3x+22}{(x-3)(x+3)} < 0. \end{aligned}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{22}{3}$	-3	3	$+\infty$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$3x+22$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có $x \in \left(-\infty, -\frac{22}{3}\right) \cup (-3, 3)$.

Vậy $x=2$ thỏa YCBT.

Câu 42. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất x để nhị thức bậc nhất $f(x) = |x+1| + |x-4| - 7$ luôn dương

A. $x=4$.

B. $x=5$.

C. $x=6$.

D. $x=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $|x+1| + |x-4| - 7 > 0 \Leftrightarrow |x+1| + |x-4| > 7 (*)$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
$x-4$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$

Trường hợp $x \leq -1$, ta có $(*) \Leftrightarrow -x-1-x+4 > 7 \Leftrightarrow x < -4$. So với trường hợp đang xét ta có tập nghiệm $S_1 = (-\infty, -4)$.

Trường hợp $-1 < x \leq 4$, ta có $(*) \Leftrightarrow x+1-x+4 > 7 \Leftrightarrow 5 > 7$ (vô lý). Do đó, tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

Trường hợp $x > 4$, ta có $(*) \Leftrightarrow x+1+x-4 > 7 \Leftrightarrow x > 5$. So với trường hợp đang xét ta có tập nghiệm $S_3 = (5, +\infty)$.

Vậy $x \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 = (-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$.

Nên $x=6$ thỏa YCBT.

Câu 43. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2} - 1$ luôn âm

A. $x < -2, x > -\frac{1}{2}$.

B. $-2 < x < \frac{1}{2}$.

C. $x < -\frac{1}{2}, x > 2$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\frac{|x-1|}{x+2} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{|x-1|}{x+2} < 1 (*)$

Trường hợp $x \geq 1$, ta có $(*) \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} < 1 \Leftrightarrow \frac{-3}{x+2} < 0 \Leftrightarrow x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$. So với trường hợp đang xét ta có tập nghiệm bất phương trình là $S_1 = [1, +\infty)$.

Trường hợp $x < 1$, ta có $(*) \Leftrightarrow \frac{1-x}{x+2} < 1 \Leftrightarrow \frac{-1-2x}{x+2} < 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$-1-2x$	+	+	0	-	
$x+2$	-	0	+	+	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu, ta có $x \in (-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$.

Vậy $x \in S_1 \cup S_2 = (-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

- Câu 44.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = 2|x+1| - (x+4)$ luôn dương
A. $|x| > 2$. **B.** $x < -2$ hoặc $x > 2$. **C.** $-1 \leq x \leq 1$. **D.** Một đáp số khác.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$2|x+1| - (x+4) > 0 \Leftrightarrow 2|x+1| > x+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 < 0 \\ x+4 \geq 0 \\ 2(x+1) < -(x+4) \\ 2(x+1) > x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x \geq -4 \\ x < -2 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ -4 \leq x < -2 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Vậy $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$.

- Câu 45.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = |x-2| - |x+4|$ không dương
A. $x = -2$. **B.** $x = -6$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $[-1, +\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Với $x \neq -4$, ta có

$$|x-2| - |x+4| \leq 0 \Leftrightarrow \left| \frac{x-2}{x+4} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-2}{x+4} \leq 1 \\ \frac{x-2}{x+4} \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x+4} \geq 0 \\ \frac{2x+2}{x+4} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < -4 \Leftrightarrow x \geq -1 \\ x \geq -1 \end{cases}.$$

Không nhận $x = 4$ vậy $x \in [-1, +\infty)$.

- Câu 46.** Cho các đa thức $\begin{cases} f(x) = \frac{16-4x}{x^2-x-12} - 4 \\ g(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \end{cases}$ tìm các giá trị của x để $f(x)$ luôn âm, và $g(x)$ luôn

dương

- A.** $(-\sqrt{2}; 0) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-4; -3) \cup (0; 1) \cup (\sqrt{2}; 2)$.
C. $(-3; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$. **D.** $(-4; -\sqrt{2}) \cup (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

ĐK: $x \neq -3; x \neq 1; x \neq 2; x \neq 4$.

$$\begin{aligned} \frac{16-4x}{x^2-x-12} - 4 < 0 &\Leftrightarrow \frac{16-4x-4x^2+4x+48}{x^2-x-12} < 0 \Leftrightarrow \frac{-4(x^2-16)}{(x-4)(x+3)} < 0 \Leftrightarrow \frac{(x+4)}{x+3} > 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x < -4 \end{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} > 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-1)+x(x-2)-(x-1)(x-2)}{x(x-2)(x-1)} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2-2}{x(x-2)(x-1)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < 0 \\ 1 < x < \sqrt{2} \vee x > 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x \in -\sqrt{2}; 0 \cup 1; \sqrt{2} \cup 2; +\infty$

Câu 47. Tìm x để $f(x) = |x-1| - |x+2| + |x+1| - (|x+2| + |x| - 3)$ luôn dương

A. $x \geq -2$

B. $[-1; +\infty)$

C. $[-3; -1] \cup [-1; 1] \cup [1; 3]$

D. $(-3; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 3)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$|x-1| - |x+2| + |x+1| - (|x+2| + |x| - 3) > 0 \Leftrightarrow |x-1| - 2|x+2| + |x+1| - |x| + 3 > 0 \quad (*)$$

Chọn $x = -3$ thay vào (*) ta thấy (*) thỏa mãn nên chọn đáp án C

Câu 48. Tìm x để $f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x-1}$ không âm

A. $(1; 3]$.

B. $(1; 2] \cup [3; +\infty)$.

C. $[2; 3]$.

D. $(-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện xác định: $x \neq 1$

$$\frac{x^2-5x+6}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-3)}{x-1} \geq 0$$

Ta có:

$$(x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases};$$

$$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$x - 3$	—	—	—	0	+	
$x - 2$	—	—	0	+	+	
$x - 1$	—	0	+	+	+	
$f(x)$	—	+	0	—	0	+

Vậy $x \in (1; 2] \cup [3; +\infty)$.

Câu 49. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x-1} \right| - 2$ luôn dương

A. $(1, +\infty)$.

B. $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right) \cup (3, +\infty)$.

C. $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$.

D. $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right) \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \left| \frac{2x-1}{x-1} \right| - 2 > 0 \Leftrightarrow \left| \frac{2x-1}{x-1} \right| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} > 2 \\ \frac{2x-1}{x-1} < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-1} > 0 \\ \frac{4x-3}{x-1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{3}{4} < x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Tập } x \in \left(\frac{3}{4}, +\infty \right) \setminus \{1\}.$$

Câu 50. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+5}{x+1}$ không âm

A. $[1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, 3]$. C. $(3, 5) \cup (6, 16)$. D. $(-6, 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+5}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{(x-1)(x+1)} \leq 0.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$2x - 6$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x - 1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	$+$	$-$	0	$+$

Vậy $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 3]$.