

§6. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức dạng $ax^2 + bx + c$. Trong đó a, b, c là những số cho trước với $a \neq 0$.

Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là **ng nghiệm của tam thức bậc hai**

$f(x) = ax^2 + bx + c$; $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

Dấu của tam thức bậc hai được thể hiện trong bảng sau

$f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$	
$\Delta < 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
$\Delta = 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$
$\Delta > 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
	$a.f(x) < 0, \forall x \in (x_1; x_2)$

Nhận xét: Cho tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$

- $ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 1: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A.** $(-\infty; 0]$. **B.** $[8; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1]$. **D.** $[6; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 1 \end{cases}$.

Câu 2: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
-----	-----------	------	-----	-----------

$f(x)$	-	0	+	0	-
--------	---	---	---	---	---

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

C.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

D.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $-x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$

Hệ số $a = -1 < 0$

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có đáp án C là đáp án cần tìm.

Câu 3: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

C.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

D.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có 1 nghiệm $x = 3$ và hệ số $a = -1 < 0$

Vậy đáp án cần tìm là C

Câu 4: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = x^2 + 12x + 36$?

A.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

B.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

C.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có một nghiệm $x = -6, a = 1 > 0$ đáp án cần tìm là C

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$.

B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 - bx + 3$ có nghiệm khi $b^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{3} \\ b > 2\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 6: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -\frac{5}{3} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Câu 8: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là
A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$. C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup [5; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $2x^2 - 7x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Câu 10: Dấu của tam thức bậc 2: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau

- A. $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.
C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Vậy $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

Câu 11: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$ là

- A.** $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(1; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \\ x < 2 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 4 \end{cases}.$$

Câu 12: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là

- A.** $-1 \leq x < 1$ hoặc $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$. **B.** $-2 \leq x < 1$.
C. $-4 \leq x < -3$ hoặc $-1 \leq x < 3$. **D.** $-1 \leq x \leq 1$ hoặc $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ x < 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 13: Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.

- A.** $-\frac{5}{3} \leq m < 1$. **B.** $1 < m \leq \frac{5}{3}$. **C.** $m \leq -\frac{5}{3}$. **D.** $m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi hệ sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ (do $2x^2 - 3x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$)

$$\begin{cases} -1(2x^2 - 3x + 2) \leq x^2 + 5x + m \\ x^2 + 5x + m < 7(2x^2 - 3x + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x^2 - 26x + 14 - m > 0 & (1) \\ 3x^2 + 2x + m + 2 \geq 0 & (2) \end{cases} \text{ có tập nghiệm là } \mathbb{R}$$

Ta có (1) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -13 + 13m < 0 \Leftrightarrow m < 1$ (3)

(2) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow -5 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$ (4)

Từ (2) và (4), ta có $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

Câu 14: Khi xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 1}$ ta có

- A. $f(x) > 0$ khi $-7 < x < -1$ hoặc $1 < x < 3$.
- B. $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.
- C. $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 0$ hoặc $x > 1$.
- D. $f(x) > 0$ khi $x > -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + 4x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -7; x = 3$ và $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.

Câu 15: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m < -1$.
- B. $m > -1$.
- C. $m < -\frac{4}{3}$.
- D. $m > \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $m = -1$ không thỏa mãn.

Với $m \neq -1$, $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ -3m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < -\frac{4}{3} \text{ hoặc } m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 16: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m > \frac{3}{2}$.
- B. $m > \frac{3}{4}$.
- C. $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$.
- D. $1 < m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Câu 17: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $a = 0$.
- B. $a < 0$.
- C. $0 < a \leq \frac{1}{2}$.
- D. $a \geq \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Để bất phương trình } ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{2} \\ a \leq -\frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq \frac{1}{2}.$$

Câu 18: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình $x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Câu 19: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A. $-14 < m < 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. D. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có

$$f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2 + 8(m-4) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m - 28 < 0 \Leftrightarrow -14 < m < 2.$$

Câu 20: Bất phương trình $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2}$ có nghiệm là

- A. $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$. B. $x \notin \{-2, 0, 2\}$.
C. $-2 < x < 0$. D. $0 < x < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}.$$

$$\text{Với điều kiện trên ta có } \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2} \Leftrightarrow \frac{x(x+2) - (x-2)(x+2) - 2x(x-2)}{(x-2)x(x+2)} \leq 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 6x + 4}{(x-2)x(x+2)} \leq 0.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$\frac{3-\sqrt{17}}{2}$	0	2	$\frac{3+\sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\frac{3x}{x^2-4}\right| < 1$ là

- A. $S = (-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (4, +\infty)$. B. $S = (-\infty, -4)$.
C. $S = (-1, 1)$. D. $S = (4, +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn AĐiều kiện $x \neq \pm 2$

$$\left| \frac{3x}{x^2-4} \right| < 1 \Leftrightarrow -1 < \frac{3x}{x^2-4} < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{x^2-4} > -1 \\ \frac{3x}{x^2-4} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{x^2-4} + 1 > 0 \\ \frac{3x}{x^2-4} - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3x-4}{x^2-4} > 0 \\ \frac{-x^2+3x+4}{x^2-4} < 0 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu ta được nghiệm của bất phương trình là

$x < -4$	$-1 < x < 1$	$x > 4$
----------	--------------	---------

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S = (-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (4, +\infty)$.

Câu 22: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$.**B.** $k = 3$.**C.** $k = 4$.**D.** $k = 5$.**Hướng dẫn giải****Chọn B**

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

$$\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (4k-1)^2 - 15k^2 + 2k + 7 < 0 \Leftrightarrow 2 < k < 4$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 3$.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị m nguyên âm để mọi $x > 0$ đều thỏa bất phương trình $(x^2 + x + m)^2 \geq (x^2 - 3x - m)^2$?

A. 0.**B.** 1.**C.** 2.**D.** 3.**Hướng dẫn giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } (x^2 + x + m)^2 \geq (x^2 - 3x - m)^2 \Leftrightarrow (x^2 + x + m)^2 - (x^2 - 3x - m)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4x(2x+m)(x-1) \geq 0$$

Với $m < 0$ ta có bảng xét dấu

$$\text{TH1: } -\frac{m}{2} \geq 1$$

x	$-\infty$	0	1	$-\frac{m}{2}$	$+\infty$		
$4x$	-	0	+		+		
$x-1$	-		-	0	+		
$2x+m$	-		-		0	+	
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Từ Bảng xét dấu ta thấy để BPT nghiệm đúng với $x > 0$ thì $-\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$

$$\text{TH 2: } -\frac{m}{2} < 1$$

x	$-\infty$	0		$-\frac{m}{2}$		1	$+\infty$
$4x$	-	0	+		+		+
$2x+m$	-		-	0	+		+
$x-1$	-		-		-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Từ Bảng xét dấu ta thấy để BPT nghiệm đúng với $x > 0$ thì $-\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$

Vậy có 1 giá trị

Câu 24: Bất phương trình $(|x-1|-3)(|x+2|-5) < 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} -7 < x < -2 \\ 3 < x < 4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} -2 \leq x < 1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 0 < x < 3 \\ 4 < x < 5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} -3 < x \leq -2 \\ -1 < x < 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Lập bảng phá dấu giá trị tuyệt đối giải BPT trong từng khoảng ta được nghiệm là A.

Cách khác:

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} |x-1|-3 > 0 \\ |x+2|-5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 3 \\ x-1 < -3 \\ -5 < x+2 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -2 \\ -7 < x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -7 < x < -2$$

$$\text{Trường hợp 2: } \begin{cases} |x-1|-3 < 0 \\ |x+2|-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x-1 < 3 \\ x+2 > 5 \\ x+2 < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 4 \\ x > 3 \\ x < -7 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < 4$$

Câu 25: Bất phương trình: $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là:

- A. $3 < x \leq 5$. B. $2 < x \leq 3$. C. $-5 < x \leq -3$. D. $-3 < x \leq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} -x^2+6x-5 \geq 0 \\ 8-2x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 8-2x \geq 0 \\ -x^2+6x-5 > (8-2x)^2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 4 \\ -5x^2+38x-69 > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 4 \\ 3 < x < \frac{25}{3} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Câu 27: Bất phương trình: $\sqrt{2x+1} < 3-x$ có nghiệm là:

- A. $\left[-\frac{1}{2}; 4-2\sqrt{2}\right)$. B. $(3; 4+2\sqrt{2})$. C. $(4-2\sqrt{2}; 3)$. D. $(4+2\sqrt{2}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{2x+1} < 3-x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3-x > 0 \\ 2x+1 < (3-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \\ -x^2+8x-8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \\ \begin{cases} x > 4+2\sqrt{2} \\ x < 4-2\sqrt{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 4-2\sqrt{2}.$$

Câu 28: Nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x^2-x-6 \leq 0 \\ x^3+x^2-x-1 \geq 0 \end{cases}$ là:

- A.** $-2 \leq x \leq 3$. **B.** $-1 \leq x \leq 3$. **C.** $1 \leq x \leq 2$ hoặc $x = -1$. **D.** $1 \leq x \leq 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $2x^2-x-6 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 2$, (I).

$$x^3+x^2-x-1 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-1) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x \geq 1 \end{cases}. \text{ (II)}$$

Từ (I) và (II) suy ra nghiệm của hệ là $S = [1; 2] \cup \{-1\}$.

Câu 29: Bất phương trình: $|x^4-2x^2-3| \leq x^2-5$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A.** 0. **B.** 1.
C. 2. **D.** Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = x^2 \geq 0$

Ta có $|t^2-2t-3| \leq t-5$.

Nếu $t^2-2t-3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ t \geq 3 \end{cases}$ thì ta có $t^2-3t+2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2$ loại

Nếu $t^2-2t-3 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 3$ thì ta có $-t^2+t+8 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq \frac{1-\sqrt{33}}{2} \\ t \geq \frac{1+\sqrt{33}}{2} \end{cases}$ loại.

Câu 30: Cho bất phương trình: $x^2-2x \leq |x-2|+ax-6$. Giá trị dương nhỏ nhất của a để bất phương trình có nghiệm gần nhất với số nào sau đây:

- A.** 0,5. **B.** 1,6. **C.** 2,2. **D.** 2,6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trường hợp 1: $x \in [2; +\infty)$. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2-(a+3)x+8 \leq 0 \Leftrightarrow a \geq x+\frac{8}{x}-3 \geq 4\sqrt{2}-3 \approx 2,65 \quad \forall x \in [2; +\infty), \text{ dấu "=" xảy ra khi } x = 2\sqrt{2}.$$

Trường hợp 2: $x \in (-\infty; 2)$. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2 - (a+1)x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (0; 2) & (1) \\ a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (-\infty; 0) & (2) \end{cases}. \text{ Giải (1) ta được } a > 3 \text{ (theo bất}$$

đẳng thức cauchy).

$$\text{Giải (2): } a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \Leftrightarrow a \leq -2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} - 1 = -5.$$

Vậy giá trị dương nhỏ nhất của a gần với số 2, 6.

Câu 31: Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{x+8} - 2\sqrt{x+7} = 2 - \sqrt{x+1} - \sqrt{x+7}$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x \geq -7$.

Đặt $t = \sqrt{x+7}$, điều kiện $t \geq 0$.

$$\text{Ta có } \sqrt{t^2+1} - 2t = 2 - \sqrt{t^2-6} - t \Leftrightarrow |t-1| = 2 - \sqrt{t^2-t-6}$$

$$\text{Nếu } t \geq 1 \text{ thì ta có } 3-t = \sqrt{t^2-t-6} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-t-6 = 9-6t+t^2 \\ t \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x+7}=3 \Leftrightarrow x=2$$

$$\text{Nếu } t < 1 \text{ thì ta có } 1+t = \sqrt{t^2-t-6} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-t-6 = 1+2t+t^2 \\ t \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{7}{3} \text{ (l)}.$$

Câu 32: Nghiệm của bất phương trình: $(x^2 + x - 2)\sqrt{2x^2 - 1} < 0$ là:

- A. $\left(1; \frac{5-\sqrt{13}}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $\left\{-4; -5; -\frac{9}{2}\right\}$.
C. $\left(-2; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right)$. D. $(-\infty; -5] \cup \left[5; \frac{17}{5}\right] \cup \{3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$(x^2 + x - 2)\sqrt{2x^2 - 1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 1 > 0 \\ x^2 + x - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x > \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-2; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right).$$

Câu 33: Bất phương trình $\frac{2x^2 - x - 1}{|x+1| - 2x} \leq -2x^2 + x + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 1. B. 2.
C. 3. D. Nhiều hơn 3 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Chọn B

- Nếu $x \geq -1$ thì $\frac{2x^2 - x - 1}{|x+1| - 2x} \leq -2x^2 + x + 1 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1}{1-x} \leq -2x^2 + x + 1$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1 - (1-x)(-2x^2 + x + 1)}{1-x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1 - (-2x^2 + x + 1 + 2x^3 - x^2 - x)}{1-x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x^3 + 5x^2 - x}{1-x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x(-2x^2 + 5x - 1)}{1-x} \leq 0$$

Cho $x = 0$; $-2x^2 + 5x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$; $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Lập bảng xét dấu ta có: $0 \leq x \leq \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \vee 1 < x \leq \frac{5 + \sqrt{17}}{4}$.

Vì là nghiệm nguyên nên có nghiệm là 0; 2

- Nếu $x < -1$ thì $\frac{2x^2 - x - 1}{|x+1| - 2x} \leq -2x^2 + x + 1 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1}{-1 - 3x} \leq -2x^2 + x + 1$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1 - (-1 - 3x)(-2x^2 + x + 1)}{-1 - 3x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1 - (2x^2 - x - 1 + 6x^3 - 3x^2 - 3x)}{-1 - 3x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6x^3 + x^2 + 3x}{-1 - 3x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x(-6x^2 + x + 3)}{-1 - 3x} \leq 0$$

Cho $x = 0$; $-6x^2 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{73}}{12} \\ x = \frac{1 - \sqrt{73}}{12} \end{cases}$; $-3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

Lập bảng xét dấu ta có: $\frac{1 - \sqrt{73}}{12} \leq x < -\frac{1}{3} \vee 0 \leq x \leq \frac{1 + \sqrt{73}}{12}$.

Vì là nghiệm nguyên nên có nghiệm là 0 (loại)

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên.

Câu 34: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m > 1$.

B. $m = 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \neq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x > m \end{cases}$.

Do đó hệ có nghiệm khi $m < 1$.

Câu 35: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $m < -\frac{7}{2}$.

B. $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m+12 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Giải sử phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+3) \\ x_1 \cdot x_2 = 4m+12 \end{cases}$$

Để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 . thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và đều lớn hơn -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 + 2(m+3) + 4m+12 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - (4m+12) > 0 \\ 6m+19 \neq 0 \\ (x_1+1) + (x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ -2(m+3) + 2 > 0 \\ 4m+12 - 2(m+3) + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ m < -2 \\ m > -\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}$$

Câu 36: Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- A.** $-2 < m < -1$. **B.** $m > 1$. **C.** $-5 < m < -3$. **D.** $-2 < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m+1 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (m+1)(m^2 + 4m - 5) > 0 \\ m \neq -1 \\ (x_1-2) + (x_2-2) > 0 \\ (x_1-2)(x_2-2) > 0 \end{cases} \text{ Theo Vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2 + 4m - 5}{m+1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m-1)(-m^2 - 5m - 6) > 0 \\ m \neq -1 \\ \frac{2(m-1)}{m+1} - 4 > 0 \\ \frac{m^2 + 4m - 5}{m+1} - 2 \cdot \frac{2(m-1)}{m+1} + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} -2 < m < 1 \\ m < -3 \end{cases} \\ m \neq -1 \\ \begin{cases} -3 < m < -1 \\ m > -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Câu 37: Nghiệm dương nhỏ nhất của bất phương trình $\|x^2 - 4x - 5\| + 2x + 9 \leq \|x^2 - x + 5\|$ gần nhất với số nào sau đây

- A.** 2,8. **B.** 3. **C.** 3,5. **D.** 4,5.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Lập bảng phá dấu giá trị tuyệt đối giải BPT trên ta được tập nghiệm là

$$\begin{cases} x = -1 \\ x \geq \frac{9}{2} \end{cases} \text{ vậy nghiệm dương nhỏ nhất là } x = 4, 5, \text{ đáp án D}$$

Câu 38: Tìm m để $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ với mọi x ?

- A.** $m > 3$. **B.** $m < \frac{3}{2}$.
C. $m > \frac{3}{2}$. **D.** $-2 < m < 3$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy để $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ đúng với mọi x thì $-x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Hay } -x^2 + 2x + \frac{1}{2} < m, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{2} - m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}.$$

Câu 39: Cho bất phương trình: $|x^2 + x + a| + |x^2 - x + a| \leq 2x$ (1). Khi đó khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A.** (1) có nghiệm khi $a \leq \frac{1}{4}$. **B.** Mọi nghiệm của (1) đều không âm.
C. (1) có nghiệm lớn hơn 1 khi $a < 0$. **D.** Tất cả A, B, C đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |x^2 + x + a| + |x^2 - x + a| \leq 2x \Leftrightarrow \left| \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{1}{4}\right) \right| + \left| \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{1}{4}\right) \right| \leq 2x$$

Do vế trái luôn lớn hơn hoặc bằng 0 nên để BPT có nghiệm thì $2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$ nên B đúng.

Với $a > \frac{1}{4}$ BPT $\Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 2a \leq 0$ vô nghiệm hay BPT có nghiệm khi $a \leq \frac{1}{4}$ nên A đúng.

Khi $a < 0$ ta có $x^2 + x + a = 0, x^2 - x + a = 0$ có 4 nghiệm xếp thứ tự $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

Với $x > x_4$ hoặc $x < x_1$ ta có BPT: $2x^2 - 2x + 2a \leq 0$

Có nghiệm $x_1 < x < x_2$ và $x_1 + x_2 = 1; x_1 x_2 < 0$

Nên tồn tại nghiệm lớn hơn 1 vậy C đúng

Câu 40: Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x + m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

- A.** $-1 < m < -\frac{1}{2}$. **B.** $-1 < m < \frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2} < m < 1$. **D.** $\frac{1}{2} < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } x^2 + 2|x + m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0 \Leftrightarrow (x + m)^2 + 2|x + m| + 2m^2 - 3m + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow (|x+m|+1)^2 < -2m^2+3m \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } -2m^2+3m > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$$

Câu 42: Tìm a để bất phương trình $x^2+4x \leq a(|x+2|+1)$ có nghiệm?

- A.** Với mọi a . **B.** Không có a . **C.** $a \geq -4$. **D.** $a \leq -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $a+1$

$$x^2+4x \leq a(|x+2|+1) \Leftrightarrow (x+2)^2 - a|x+2| - a - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - a|x+2| + \frac{a^2}{4} \leq \frac{a^2}{4} + a + 4 \Leftrightarrow \left(|x+2| - \frac{a}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2}{4} + a + 4$$

Bất phương trình đã cho có nghiệm khi $\frac{a^2}{4} + a + 4 \geq 0$ luôn đúng với $\forall a$.

Câu 43: Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2+2x+a$ nghiệm đúng $\forall x \in [-5;3]$, tham số a phải thỏa điều kiện:

- A.** $a \geq 3$. **B.** $a \geq 4$. **C.** $a \geq 5$. **D.** $a \geq 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2+2x+a \Leftrightarrow \sqrt{-x^2-2x+15} - x^2 - 2x \leq a$$

Đặt $t = \sqrt{-x^2-2x+15}$, ta có bảng biến thiên

x	-5	-1	3
$-x^2-2x+15$	0	16	0

Suy ra $t \in [0;4]$. Bất phương trình đã cho thành $t^2+t-15 \leq a$.

Xét hàm $f(t) = t^2+t-15$ với $t \in [0;4]$.

Ta có bảng biến thiên

t	0	4
$f(t)$	-15	5

Bất phương trình $t^2+t-15 \leq a$ nghiệm đúng $\forall t \in [0;4]$ khi và chỉ khi $a \geq 5$.

Câu 44: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sqrt{x^2-2m} + 2\sqrt{x^2-1} = x$ vô nghiệm?

- A.** $m \leq \frac{2}{3}$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$. **C.** $0 \leq m \leq \frac{2}{3}$. **D.** $m = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x^2-2m \geq 0 \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2m \geq 0 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \end{cases}$. Phương trình trở thành

$$\sqrt{x^2-2m} = x - 2\sqrt{x^2-1} \Leftrightarrow x^2 - 2m = -3x^2 + 4 \Leftrightarrow 2(x^2 - 1) = m \quad (1) \quad \text{với}$$

$x \in \left[-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -1\right] \cup \left[1; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$. Phương trình đã cho vô nghiệm khi phương trình (1) vô nghiệm khi $m < 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$.

Câu 45: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ x^3 - 3|x|x - m^2 + 6m \geq 0 \end{cases}$$

Để hệ có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

A. $2 \leq m \leq 8$. **B.** $-8 \leq m \leq 2$. **C.** $-2 \leq m \leq 8$. **D.** $-8 \leq m \leq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$.

Trường hợp 1: $x \in [0; 4]$, bất phương trình hai trở thành $x^3 - 3x^2 - m^2 + 6m \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m \leq x^3 - 3x^2$, mà $x^3 - 3x^2 \leq 16 \forall x \in [0; 4]$ suy ra $\Leftrightarrow m^2 - 6m \leq 16 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 8$.

Trường hợp 2: $x \in [-1; 0)$, bất phương trình hai trở thành $x^3 + 3x^2 - m^2 + 6m \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m \leq x^3 + 3x^2$, mà $x^3 - 3x^2 \leq 2 \forall x \in [-1; 0)$ suy ra $\Leftrightarrow m^2 - 6m \leq 2 \Leftrightarrow 3 - \sqrt{11} \leq m \leq 3 + \sqrt{11}$.

Vậy $-2 \leq m \leq 8$ thì hệ bất phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 46: Hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x^2 - (m^2 + 3)x + 2(m^2 + 1) \leq 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm biểu diễn trên trục số có độ dài bằng 1, với giá trị của m là:

A. $m = 0$. **B.** $m = \sqrt{2}$.
C. $m = -\sqrt{2}$. **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thay $m = 0$ vào ta có $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 4 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$. A đúng

Thay $m = \sqrt{2}$ vào ta có $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 4 \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$. B đúng

Tương tự C đúng.

Câu 47: Để phương trình: $|x+3|(x-2)+m-1=0$ có đúng một nghiệm, các giá trị của tham số m là:

A. $m < 1$ hoặc $m > \frac{29}{4}$. **B.** $m < -\frac{21}{4}$ hoặc $m > 1$.
C. $m < -1$ hoặc $m > \frac{21}{4}$. **D.** $m < -\frac{29}{4}$ hoặc $m > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $|x+3|(x-2)+m-1=0 \Leftrightarrow m=1-|x+3|(x-2)$

Xét hàm số $y=1-|x+3|(x-2)$

Ta có $y = \begin{cases} -x^2 - x + 7 & \text{khi } x \geq -3 \\ x^2 + x - 5 & \text{khi } x < -3 \end{cases}$

Bảng biến thiên của $y = 1 - |x + 3|(x - 2)$

x	$-\infty$	-3	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$\frac{29}{4}$	$-\infty$

Dựa vào bảng trên phương trình có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m < 1 \\ m > \frac{29}{4} \end{cases}$

Câu 48: Phương trình $|x - 2|(x + 1) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt, giá trị thích hợp của tham số m là:

- A.** $0 < m < \frac{9}{4}$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $-\frac{9}{4} < m < 0$. **D.** $-2 < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét $|x - 2|(x + 1) + m = 0$ (1)

Với $x \geq 2$, ta có: (1) $\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) + m = 0 \Leftrightarrow m = -x^2 + x + 2$

Với $x < 2$, ta có: (1) $\Leftrightarrow -(x - 2)(x + 1) + m = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - x - 2$

Đặt $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - x - 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{9}{4}$	0	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-\frac{9}{4} < m < 0$.

Câu 49: Để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $|10x - 2x^2 - 8| = x^2 - 5x + a$. Giá trị của tham số a là:

- A.** $a = 1$. **B.** $a \in (1; 10)$. **C.** $a \in \left[4; \frac{45}{4}\right]$. **D.** $4 < a < \frac{43}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét phương trình: $|10x - 2x^2 - 8| = x^2 - 5x + a$ (1)

$\Leftrightarrow a = |10x - 2x^2 - 8| - x^2 + 5x$

Xét $f(x) = |10x - 2x^2 - 8| - x^2 + 5x$

$$= \begin{cases} (10x - 2x^2 - 8) - x^2 + 5x & \text{khi } 10x - 2x^2 - 8 \geq 0 \\ -(10x - 2x^2 - 8) - x^2 + 5x & \text{khi } 10x - 2x^2 - 8 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -3x^2 + 15x - 8 & \text{khi } 1 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 5x + 8 & \text{khi } x \leq 1 \vee x \geq 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{43}{4}$		$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		4		4	

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4 < a < \frac{43}{4}$.

Câu 50: Để phương trình sau có nghiệm duy nhất: $|2x^2 - 3x - 2| = 5a - 8x - x^2$, Giá trị của tham số a là:

A. $a = 15$.

B. $a = -12$.

C. $a = -\frac{56}{79}$.

D. $a = -\frac{49}{60}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình: $|2x^2 - 3x - 2| = 5a - 8x - x^2$ (1)

$$\Leftrightarrow 5a = f(x) = \begin{cases} (2x^2 - 3x - 2) + 8x + x^2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 \geq 0 \\ -2x^2 + 3x + 2 + 8x + x^2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3x^2 + 5x - 2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 \geq 0 \\ -x^2 + 11x + 2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 < 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$	
		$-\frac{49}{12}$			

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình (1) có nghiệm duy nhất $5a = -\frac{49}{12} \Leftrightarrow a = -\frac{49}{60}$.