

CHUYÊN ĐỀ 5

ELIP

§5. ĐƯỜNG ELIP

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1) Định nghĩa: Cho hai điểm cố định F_1, F_2 với $F_1F_2 = 2c$ $c > 0$ và hằng số $a > c$. Elip(E) là tập hợp các điểm M thỏa mãn $MF_1 + MF_2 = 2a$.

Các điểm F_1, F_2 là tiêu điểm của (E). Khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của (E). MF_1, MF_2 được gọi là bán kính qua tiêu.

2) Phương trình chính tắc của elip:

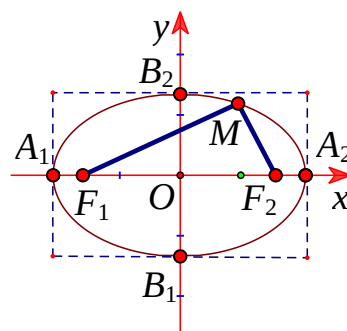
Với $F_1(-c;0), F_2(c;0)$:

$$M(x;y) \in E \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1) \text{ trong đó}$$

(1) được gọi là phương trình chính tắc của (E)

3) Hình dạng và tính chất của elip:

Elip có phương trình (1) nhận các trục tọa độ là trục đối xứng.



Hình 3.3

$$b^2 = a^2 - c^2$$

trục đối xứng và gốc

+ Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1(-c;0)$, tiêu điểm phải $F_2(c;0)$

+ Các đỉnh: $A_1(-a;0), A_2(a;0), B_1(0;-b), B_2(0;b)$

+ Trục lớn: $A_1A_2 = 2a$, nằm trên trục Ox; trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$, nằm trên trục Oy

+ Hình chữ nhật tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$ gọi là hình chữ nhật cơ sở.

+ Tâm sai: $e = \frac{c}{a} < 1$

+ Bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc (E) là:

$$MF_1 = a + ex_M = a + \frac{c}{a}x_M, MF_2 = a - ex_M = a - \frac{c}{a}x_M$$

Câu 1. Khái niệm nào sau đây định nghĩa về elip?

A. Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Elip (E) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ .

B. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c, (c > 0)$. Elip (E) là tập hợp điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ với a là một số không đổi và $a < c$.

C. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c, (c > 0)$ và một độ dài $2a$ không đổi ($a > c$). Elip (E) là tập hợp các điểm M sao cho $M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.

D. Cả ba định nghĩa trên đều không đúng định nghĩa của Elip.

Lời giải

Chọn C

Định nghĩa về Elip là: Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$, ($c > 0$) và một độ dài $2a$ không đổi ($a > c$). Elip (E) là tập hợp các điểm M sao cho $M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.

Câu 2. Dạng chính tắc của Elip là

- A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. B. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. C. $y^2 = 2px$. D. $y = px^2$.

Lời giải

Chọn A

Dạng chính tắc của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 3. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu $c^2 = a^2 + b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$.
B. Nếu $c^2 = a^2 + b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(0; c), F_2(0; -c)$.
C. Nếu $c^2 = a^2 - b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$.
D. Nếu $c^2 = a^2 - b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(0; c), F_2(0; -c)$.

Lời giải

Chọn C.

Xem lại sách giáo khoa.

Câu 4. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a}$.
B. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{a}{c}$.
C. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = -\frac{c}{a}$.
D. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = -\frac{a}{c}$.

Lời giải

Chọn A

Xem kiến thức sách giáo khoa.

Câu 5. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây sai?

- A. Tọa độ các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(a; 0), A_1(-a; 0)$.
B. Tọa độ các đỉnh nằm trên trục nhỏ là $B_1(0; b), A_1(0; -b)$.
C. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), độ dài tiêu cự là $2c$.
D. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{a}{c}$.

Lời giải

Chọn D.

Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a}$.

Câu 6. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$ và $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$).

Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}$,
 $MF_2 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}$.
- B. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}$,
 $MF_2 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}$.
- C. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}$,
 $MF_2 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}$.
- D. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}$,
 $MF_2 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}$.

Lời giải

Chọn B

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 7. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$ và $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$).

Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Các đường chuẩn của (E) là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$ và $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$, với (e là tâm sai của (E)).
- B. Elip (E) có các đường chuẩn là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$, $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$ và có các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $\frac{MF_1}{d_{(M; \Delta_1)}} = \frac{MF_2}{d_{(M; \Delta_2)}} > 1$.
- C. Elip (E) có các đường chuẩn là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$, $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$ và có các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $\frac{MF_1}{d_{(M; \Delta_1)}} = \frac{MF_2}{d_{(M; \Delta_2)}} = \frac{a}{c}$.
- D. Elip (E) có các đường chuẩn là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$, $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$, các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ và $\frac{MF_1}{d_{(M; \Delta_1)}} = \frac{MF_2}{d_{(M; \Delta_2)}} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Xem lại sách giáo khoa.

Câu 8. Cho elíp $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$. Điều kiện cần và đủ để đường

thẳng Δ tiếp xúc với elíp (E) là

- A. $a^2 A^2 + b^2 B^2 = C^2$.
 B. $a^2 A^2 - b^2 B^2 = C^2$.
 C. $-a^2 A^2 + b^2 B^2 = C^2$
 D. $b^2 B^2 = a^2 A^2 + C^2$

Lời giải

Chọn A.

Lý thuyết.

Câu 9. Elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có tâm sai bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình chính tắc của elip có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \\ c = 4 \end{cases}$$

Vậy tâm sai của Elip $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

Câu 10. Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng :

A. 3.

B. 6.

C. $\frac{9}{16}$.

D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 7 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \sqrt{7} \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy: Tiêu cự của Elip $F_1F_2 = 2c = 2.3 = 6$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

A. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$.

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$.

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình chính tắc của elip có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Ta có $a = 6$, $b = 3$, vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 12. Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$.

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo giả thiết: $e = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3c$ và $2a = 6 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow c = 1$

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 3^2 = b^2 + 1 \Leftrightarrow b^2 = 8 \Leftrightarrow b = 2\sqrt{2}$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Câu 13. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đường chuẩn là $x + 4 = 0$ và một tiêu điểm là $(-1; 0)$.

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 0$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo giả thiết: Elip có một đường chuẩn là $x + 4 = 0$ nên $a = 4$ và một tiêu điểm là điểm $(-1; 0)$ nên $c = 1$. Do đó: $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{15}$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$.

Câu 14. Tìm phương trình chính tắc của Elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(0; 5)$.

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. B. $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo giả thiết: $2c = 6 \Leftrightarrow c = 3$. Vì $A(0; 5) \in (E)$ nên ta có phương trình: $\frac{0^2}{a^2} + \frac{5^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b = 5$.

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 5^2 + 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 34 \Leftrightarrow a = \sqrt{34}$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Câu 15. Cho Elip có phương trình: $9x^2 + 25y^2 = 225$. Lúc đó hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng

A. 15. B. 40. C. 60. D. 30.

Lời giải

Chọn C.

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Từ đây, ta được $a = 5$, $b = 3$. Diện tích hình chữ nhật cơ sở là $S = 2a \cdot 2b = 60$.

Câu 16. Cho Elip (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Với M là điểm bất kì nằm trên (E) , khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $4 \leq OM \leq 5$. B. $OM \geq 5$. C. $OM \leq 3$. D. $3 \leq OM \leq 4$.

Lời giải

Chọn D.

Từ (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, suy ra $a = 4, b = 3$.

Với một điểm bất kì trên (E) , ta luôn có $b \leq OM \leq a \Rightarrow 3 \leq OM \leq 4$.

Câu 17. Tìm phương trình chính tắc của Elip có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1.$

C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1.$

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo giả thiết: $2a = 2.2b \Leftrightarrow a = 2b$ và $2c = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow c = 2\sqrt{3}$

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow (2b)^2 = b^2 + 12 \Leftrightarrow 3b^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow a = 4.$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 18. Cho elip $(E): x^2 + 4y^2 = 1$ và cho các mệnh đề:

(I) (E) có trục lớn bằng 4

(II) (E) có trục nhỏ bằng 1

(III) (E) có tiêu điểm $F_1\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(IV) (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$

Trong các mệnh đề trên, tìm mệnh đề đúng?

A. (I).

B. (II) và (IV).

C. (I) và (III).

D. (IV).

Lời giải

Chọn B.

$$(E): x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy, (E) có trục lớn bằng $2a = 2$, có trục nhỏ bằng $2b = 1$, có tiêu điểm $F_1\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, có tiêu cự bằng $2c = \sqrt{3}.$

Câu 19. Phương trình chính tắc của Elip có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $A(2; -2)$ là

A. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1.$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$

D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1.$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo đề bài, ta được hệ

$$\begin{cases} a = 2b \\ \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{5}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}. \text{ Suy ra: } (E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1.$$

Câu 20. Đường thẳng nào dưới đây là 1 đường chuẩn của Elip $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$

A. $x + 4\sqrt{5} = 0.$

B. $x - 4 = 0.$

C. $x + 2 = 0.$

D. $x + 4 = 0.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1.$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 15 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{5} \\ b = \sqrt{15} \\ c = \sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy đường chuẩn của Elip $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$ là $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a}{\frac{c}{a}} = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{20}{\sqrt{5}} = \pm 4\sqrt{5} \Rightarrow x \pm 4\sqrt{5} = 0$

Câu 21. Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng :

- A. $4 \pm \sqrt{2}$. B. 3 và 5. C. 3,5 và 4,5. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $a = 4; b = \sqrt{12} \Rightarrow c = 2$.

Sử dụng công thức bán kính qua tiêu $MF_1 = 4 - \frac{1.2}{4} = 3.5$, $MF_2 = 4 + \frac{1.2}{4} = 4.5$.

Câu 22. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và cho các mệnh đề :

(I) (E) có tiêu điểm $F_1(-3; 0)$ và $F_2(3; 0)$.

(II) (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

(III) (E) có đỉnh $A_1(-5; 0)$.

(IV) (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào **sai** ?

- A. I và II. B. II và III. C. I và III. D. IV và I.

Lời giải

Chọn C.

Từ phương trình của elip, ta có $a = 5$, $b = 3$, $c = 4$ suy ra các mệnh đề sai là (I) và (IV).

Câu 23. Đường thẳng qua $M(1; 1)$ và cắt elíp $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$ tại hai điểm M_1, M_2 sao cho

$MM_1 = MM_2$ có phương trình là:

- A. $2x + 4y - 5 = 0$. B. $4x + 9y - 13 = 0$.
C. $x + y + 5 = 0$. D. $16x - 15y + 100 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M_1(x_1; y_1); M_2(x_2; y_2)$. Ta có M là trung điểm của $M_2M_1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ y_1 + y_2 = 2 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} 4x_1^2 + 9y_1^2 = 36 \\ 4x_2^2 + 9y_2^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow 4(x_2 - x_1) + 9(y_2 - y_1) = 0$

Vậy $\vec{n}(4; 9)$ là vectơ pháp tuyến của M_1M_2 .

Vậy phương trình M_1M_2 là: $4x + 9y - 13 = 0$.

Câu 24. Một elip có trục lớn bằng 26, tâm sai $e = \frac{12}{13}$. Trục nhỏ của elip có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 10. B. 12. C. 24. D. 5.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0)$.

Độ dài trục lớn $2a = 26 \Rightarrow a = 13$, tâm sai $e = \frac{12}{13} \Rightarrow c = 12$. Trục nhỏ $2b = 2\sqrt{a^2 - c^2} = 10$.

Câu 25. Đường Elip $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng :

A. 2.

B. 4.

C. 9.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $c = 2 \Rightarrow 2c = 4$.

Câu 26. Cho Elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng -13

thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng :

A. 8; 18.

B. $13 \pm \sqrt{5}$.

C. 10; 16.

D. $13 \pm \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $a = 13, b = 12 \Rightarrow c = 5$

Vậy $MF_1 = a + \frac{c}{a}x_M = 18; MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 8$.

Câu 27. Cho elíp có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elíp có hoành độ $x = 2$ đến hai tiêu điểm.

A. 10

B. $2\sqrt{2}$

C. 5

D. $4\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0)$.

Ta có : $a = \frac{5}{2}, b = 2, c = \sqrt{6}$.

sử dụng công thức bán kính qua tiêu $MF_1 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}.2, MF_2 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}.2$

$MF_1 + MF_2 = 5$.

Câu 28. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $M(4;3)$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0)$.

Một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $M(4;3)$, suy ra $a = 4, b = 3$.

Phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 29. Đường thẳng $y = kx$ cắt Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tại hai điểm

A. Đối xứng nhau qua trục Oy.

B. Đối xứng nhau qua trục Ox.

C. Đối xứng nhau qua gốc toạ độ O.

D. Đối xứng nhau qua đường thẳng $y = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng $y = kx$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ nên giao điểm của đường $y = kx$ với Elip đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Câu 30. Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $(d): x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Khi đó:

A. $MN = \frac{9}{25}$. B. $MN = \frac{18}{25}$. C. $MN = \frac{18}{5}$. D. $MN = \frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo giả thiết: $x = -4$ nên ta có phương trình:

$$\frac{(-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9} = \frac{9}{25} \Leftrightarrow y^2 = \frac{81}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{5} \Rightarrow M\left(-4; \frac{9}{5}\right) \\ y = -\frac{9}{5} \Rightarrow N\left(-4; -\frac{9}{5}\right) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } MN = \sqrt{(-4+4)^2 + \left(\frac{9}{5} + \frac{9}{5}\right)^2} = \frac{18}{5}.$$

Câu 31. Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn một Elip có khoảng cách giữa các đường chuẩn là $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6?

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$. B. $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Tiêu cự bằng 6 $\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow$ Loại A và B.

Đường chuẩn của Elip có dạng $x \pm \frac{a}{e} = 0$, mà $e = \frac{c}{a}$

nên đường chuẩn của Elip còn được viết dưới dạng $x \pm \frac{a^2}{c} = 0$

Từ đáp án C suy ra: $a = 5 \Rightarrow$ các đường chuẩn là: $x \pm \frac{25}{3} = 0$. Dễ thấy khoảng cách giữa 2

đường chuẩn này là $\frac{50}{3}$.

Câu 32. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đường chuẩn là $x + 5 = 0$ và đi qua điểm $(0; -2)$

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. B. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$. D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Elip có một đường chuẩn là $x + 5 = 0$ nên $\frac{a}{e} = 5 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = 5 \Leftrightarrow a^2 = 5c$

Mặt khác Elip đi qua điểm $(0; -2)$ nên $\frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 4$

$$\text{Ta có: } c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow c^2 = 5c - 4 \Leftrightarrow c^2 - 5c + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \Rightarrow a^2 = 5 \\ c = 4 \Rightarrow a^2 = 20 \end{cases}$$

Phương trình chính tắc của Elip $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 33. Đường tròn và elip có phương trình sau đây có bao nhiêu giao điểm: $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0, (E):$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Câu 34. Viết phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm là $A(0; -2)$ và một đường chuẩn

$$x + 5 = 0?$$

A. $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{4} = 1.$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1.$

C. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1.$

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1.$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0).$

Do (E) đi qua điểm là $A(0; -2)$ và có một đường chuẩn $x + 5 = 0$ nên ta có

$$\begin{cases} \frac{4}{b^2} = 1 \\ \frac{a^2}{c} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4 \\ a^2 = 5c \end{cases}.$$

Câu 35. Cho elip có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1 = MF_2$. Khi đó tọa độ điểm M là:

A. $M_1(0; 1), M_2(0; -1).$

B. $M_1(0; 2), M_2(0; -2).$

C. $M_1(-4; 0), M_2(4; 0).$

D. $M_1(0; 4), M_2(0; -4).$

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0).$

Nên $a = 4; b = 2$

Vì $MF_1 = MF_2$ nên M thuộc đường trung trực của F_1F_2 chính là trục Oy

M là điểm thuộc (E) nên M là giao điểm của elip và trục Oy

Vậy $M_1(0; 2), M_2(0; -2).$

Câu 36. Dây cung của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < a)$. vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là

A. $\frac{2c^2}{a}.$

B. $\frac{2b^2}{a}.$

C. $\frac{2a^2}{c}.$

D. $\frac{a^2}{c}.$

Lời giải

Chọn B.

Gọi dây cung đó là M_1M_2 như hình vẽ.

M_1

M_2

Giả sử $M_1(c; y)(y > 0)$, $M_1 \in (E) \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow y^2 = b^2 \cdot \frac{a^2 - c^2}{a^2} = \frac{b^4}{a^2} \Rightarrow y = \frac{b^2}{a}$

Khi đó, $M_1\left(c; \frac{b^2}{a}\right)$, $M_2\left(c; -\frac{b^2}{a}\right) \Rightarrow M_1 M_2 = \frac{2b^2}{a}$.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $A(-5; -1)$, $B(-1; 1)$. Điểm M bất kì thuộc (E) , diện tích lớn nhất của tam giác MAB là:

- A. 12. B. 9. C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overline{AB} = (4; 2)$, $AB = 2\sqrt{5}$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A, B: x - 2y + 3 = 0$.

$M(4 \cos \varphi; \sqrt{5} \sin \varphi) \in (E) (0 \leq \varphi \leq 2\pi)$.

$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, \Delta)$. Diện tích lớn nhất khi và chỉ khi $d(M, \Delta)$ lớn nhất.

Ta có: $d_{(M, \Delta)} = \frac{|4 \cos \varphi - 2\sqrt{5} \sin \varphi + 3|}{\sqrt{5}} \leq \frac{|4 \cos \varphi - 2\sqrt{5} \sin \varphi| + 3}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow d(M, \Delta) \leq \frac{\sqrt{4^2 + (-2\sqrt{5})^2} + 3}{\sqrt{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$. Vậy $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, \Delta) = 9$.

Câu 38. Lập phương trình chính tắc của elip (E) , biết đi qua điểm $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và $\Delta MF_1 F_2$ vuông tại M .

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a, b > 0)$.

Do Elip đi qua M nên $\frac{9}{5a^2} + \frac{16}{5b^2} = 1$. Lại có $F_1 M F_2 = 90^\circ \Leftrightarrow OM = \frac{1}{2} F_1 F_2 = c \Leftrightarrow c = \sqrt{5}$

Như vậy ta có hệ điều kiện $\begin{cases} \frac{9}{5a^2} + \frac{16}{5b^2} = 1 \\ a^2 - b^2 = 5 \end{cases}$. Giải hệ ta được $a^2 = 9; b^2 = 4 \Rightarrow (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 39. Lập phương trình chính tắc của elip (E) , Hình chữ nhật cơ sở của (E) có một cạnh nằm trên đường thẳng $x - 2 = 0$ và có độ dài đường chéo bằng 6.

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{32} = 1$. C. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a, b > 0)$.

Do một cạnh của hình chữ nhật cơ sở thuộc đường thẳng $x-2=0$ nên có $a=2$. Mặt khác $a^2+b^2=6^2 \Leftrightarrow b^2=36-4=32 \Leftrightarrow b=4\sqrt{2}$
 Vậy phương trình Elip là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{32} = 1$.

Câu 40. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elíp $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm A, B trên (E) , biết rằng hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành và $\triangle ABC$ là tam giác đều và điểm A có tung độ dương.

- A. $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.
 B. $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.
 C. $A(2; 4\sqrt{3})$ và $A(2; -4\sqrt{3})$.
 D. $A\left(-\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(-\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử $A(x_0; y_0)$. Do A, B đối xứng nhau qua Ox nên $B(x_0; -y_0)$.

Ta có: $AB^2 = 4y_0^2$ và $AC^2 = (x_0 - 2)^2 + y_0^2$.

Vì $A \in (E)$ nên $\frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1 \Rightarrow y_0^2 = 1 - \frac{x_0^2}{4}$ (1).

Vì $AB = AC$ nên $(x_0 - 2)^2 + y_0^2 = 4y_0^2$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $7x_0^2 - 16x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 0 \\ x_0 = \frac{2}{7} \Rightarrow y_0 = \pm \frac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases}$.

Vì điểm A khác C và A có tung độ dương nên $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Câu 41. Cho elíp $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$. Biết rằng d luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- A. $AB = 5$.
 B. $AB = 3$.
 C. $AB = 4$.
 D. $AB = 10$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $d: 3x + 4y - 12 = 0 \Leftrightarrow y = 3 - \frac{3x}{4}$, thay vào phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ta được

$$\frac{x^2}{16} + \frac{\left(3 - \frac{3x}{4}\right)^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{(x-4)^2}{16} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=3 \\ x=4 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

Vậy d luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt $A(0;3), B(4;0)$ và độ dài $AB = 5$.

Câu 42. N đối xứng với $M\left(-\sqrt{7}; \frac{9}{4}\right)$ qua gốc tọa độ nên $N\left(\sqrt{7}; -\frac{9}{4}\right)$. Cho Elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0), F_2(4;0)$ và một điểm M nằm trên (E) biết rằng chu vi của tam giác MF_1F_2 bằng 18. Lúc đó tâm sai của (E) là:

- A. $e = -\frac{4}{5}$.
 B. $e = \frac{4}{9}$.
 C. $e = \frac{4}{18}$.
 D. $e = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo giả thiết ta có $c = 4$, chu vi của tam giác MF_1F_2 bằng 18 nên $MF_1 + MF_2 + F_1F_2 = 2a + 2c \Leftrightarrow 2a + 2c = 18 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

Câu 43. Cho elíp $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: x - 2y + 12 = 0$. Tìm trên (E) điểm M sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d là lớn nhất, nhỏ nhất.

A. $d_1 = \frac{12 + \sqrt{61}}{\sqrt{5}}, d_2 = \frac{12 - \sqrt{61}}{\sqrt{5}}$.

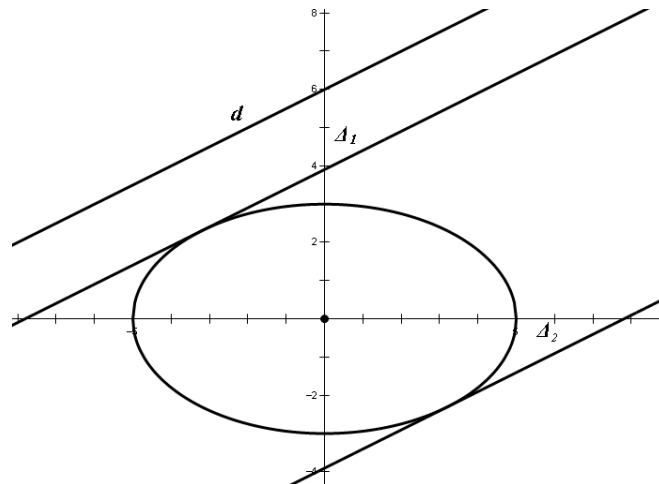
B. $d_1 = 12 + \sqrt{61}, d_2 = 12 - \sqrt{61}$.

C. $d_1 = \frac{16}{\sqrt{5}}, d_2 = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

D. $d_1 = 16, d_2 = 6$.

Lời giải

Chọn A.



$(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có độ dài nửa trục lớn $a = 5$ và độ dài nửa trục bé $b = 3$

Gọi Δ là tiếp tuyến của (E) mà Δ song song với $d \Rightarrow x - 2y + C = 0, (C \neq 12)$.

Vì $d: x - 2y + 12 = 0$ tiếp xúc với (E) nên ta có: $1.5^2 + (-2)^2.3^2 = C^2 \Leftrightarrow C = \pm\sqrt{61}$.

Nên ta có hai tiếp tuyến của (E) song song với d là: $\Delta_1: x - 2y + \sqrt{61} = 0$ và

$\Delta_2: x - 2y - \sqrt{61} = 0$.

Vậy khoảng cách từ M đến đường thẳng d là lớn nhất là: $d_1 = \frac{12 + \sqrt{61}}{\sqrt{5}}$, khoảng cách từ

M đến đường thẳng d là bé nhất là: $d_2 = \frac{12 - \sqrt{61}}{\sqrt{5}}$

Câu 44. Cho hai elíp $(E_1): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và $(E_2): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$. Gọi $(E_1) \cap (E_2) = \{A, B, C, D\}$ Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

A. $11x^2 + 11y^2 - 92 = 0$. B. $11x^2 + 11y^2 = 1$. C. $11x^2 + 11y^2 + 92 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 92 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{432}{55} \\ y^2 = \frac{28}{55} \end{cases}.$$

Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ có tâm O và bán kính

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{432}{55} + \frac{28}{55}} = \sqrt{\frac{92}{11}}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 = \frac{92}{11} \Leftrightarrow 11x^2 + 11y^2 - 92 = 0$.

Câu 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): x^2 + 4y^2 - 4 = 0$. Tìm tất cả những điểm N trên elip (E) sao cho: $F_1NF_2 = 60^\circ$ (F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip (E))

A. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

- $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \Rightarrow a^2 = 4, b^2 = 1 \Leftrightarrow c^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

- Gọi $N(x_0; y_0) \in (E) \Rightarrow \begin{cases} x_0^2 + 4y_0^2 = 4 \\ MF_1 = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0; MF_2 = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0. \text{ Xét tam giác } F_1MF_2 \text{ theo hệ thức} \\ F_1F_2 = 2\sqrt{3} \end{cases}$

lượng trong tam giác ta có: $(F_1F_2)^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1MF_2\cos 60^\circ \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{3})^2 = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2 + \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2 - \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)$$

$$\Leftrightarrow 12 = 8 + \frac{3}{2}x_0^2 - \left(4 - \frac{3}{4}x_0^2\right) \Leftrightarrow \frac{9}{4}x_0^2 = 8 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{32}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{4\sqrt{2}}{3} \\ x_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow y_0^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -\frac{1}{3} \\ y_0 = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy có tất cả 4 điểm thỏa

$$N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Câu 46. Viết phương trình tất cả các tiếp tuyến của elíp $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(4; 3)$.

A. $d: y - 3 = 0$ và $d: x - 4 = 0$.

B. $d: y - 3 = 0$ và $d: x + 4 = 0$.

C. $d: y+3=0$ và $d: x-4=0$.

D. $d: y+3=0$ và $d: x+4=0$.

Lời giải

Chọn A

- Giả sử đường thẳng d có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$ qua $A(4;3)$ thì d có phương trình là: $a(x-4)+b(y-3)=0$ (*), hay: $ax+by-4a-3b=0$ (1).

- Để d là tiếp tuyến của (E) thì điều kiện cần và đủ là: $a^2.16+b^2.9=(4a+3b)^2$

$$\Leftrightarrow 16a^2+9b^2=16a^2+24ab+9b^2 \Leftrightarrow 24ab=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \Leftrightarrow d: y-3=0 \\ b=0 \Leftrightarrow d: x-4=0 \end{cases}$$

Câu 47. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elíp $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và hai điểm $A(3;-2)$,

$B(-3;-2)$ Tìm trên (E) điểm C sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

A. $C(0;3)$.

B. $C(0;2)$.

C. $C(3;0)$.

D. $C(2;0)$.

Lời giải

Chọn A.

- A, B có hoành độ là hoành độ của 2 đỉnh của 2 bán trục lớn của (E) , chúng nằm trên đường thẳng $y+2=0$. C có hoành độ và tung độ dương thì C nằm trên cung phần tư thứ nhất

- Tam giác ABC có $AB=6$ cố định. Vì thế tam giác có diện tích lớn nhất khi khoảng cách từ C đến AB lớn nhất.

- Dễ nhận thấy C trùng với đỉnh của bán trục lớn $(0;3)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$ và điểm $A(0;3)$. Điểm M thuộc (E) nào sau đây thỏa $MF_1=3MF_2$.

A. $M\left(-\frac{25}{8}; \frac{\sqrt{551}}{8}\right)$. B. $M\left(\frac{25}{8}; \frac{\sqrt{551}}{8}\right)$. C. $M\left(-\frac{25}{8}; -\frac{\sqrt{551}}{8}\right)$. D. $M\left(\frac{25}{4}; \frac{\sqrt{551}}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

- Giả sử $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (1). Theo giả thiết thì: $c=4 \Leftrightarrow c^2=16=a^2-b^2$ (2)

- (E) qua $A(0;3)$ suy ra: $\frac{9}{b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=9$, thay vào (2) ta có $a^2=25 \Rightarrow (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

- M thuộc $(E) \Rightarrow M(x_0; y_0) \Leftrightarrow \frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{9} = 1$ (3). Theo tính chất của (E) ta có bán kính qua tiêu

$$MF_1 = 5 + \frac{4}{5}x_0, \quad MF_2 = 5 - \frac{4}{5}x_0 \Rightarrow MF_1 = 3MF_2 \Leftrightarrow 5 + \frac{4}{5}x_0 = 3\left(5 - \frac{4}{5}x_0\right) \Rightarrow x_0 = \frac{25}{8}.$$

(3) ta có $y_0^2 = \frac{551}{8^2} \Rightarrow y_0 = \pm \frac{\sqrt{551}}{8}$.

Câu 49. Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $OM^2 + MF_1.MF_2$ là một số không đổi với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E) và $M \in (E)$.

B. $F_1(0;-\sqrt{5}), F_2(0;\sqrt{5})$ là các tiêu điểm của (E) .

C. Độ dài trục lớn là 18.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0;3)$ và $A_2(0;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Dễ dàng thấy được B, C, D là các đáp án sai.

Phương án A: Gọi $M(x_0; y_0) \in (E) \Rightarrow \frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{4} = 1(*)$

- Theo công thức bán kính qua tiêu :

$$\Rightarrow MF_1 = 3 + \frac{\sqrt{5}}{3} x_0, MF_2 = 3 - \frac{\sqrt{5}}{3} x_0 \Rightarrow MF_1 \cdot MF_2 = \left(3 + \frac{\sqrt{5}}{3} x_0\right) \left(3 - \frac{\sqrt{5}}{3} x_0\right) = 9 - \frac{5}{9} x_0^2$$

$$- \text{Vậy : } OM^2 + MF_1 MF_2 = x_0^2 + y_0^2 + 9 - \frac{5}{9} x_0^2 = 9 + \frac{4x_0^2}{9} + y_0^2 = 9 + 4 \left(\frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{4} \right) = 9 + 4 = 13.$$

Câu 50. Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (E)

nhìn đoạn $F_1 F_2$ dưới một góc 60° ? (Biết rằng F_1, F_2 là các tiêu điểm của elip).

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có : } \Rightarrow MF_1 = 3 + \frac{\sqrt{5}}{3} x_0, MF_2 = 3 - \frac{\sqrt{5}}{3} x_0 \Rightarrow MF_1 \cdot MF_2 = \left(3 + \frac{\sqrt{5}}{3} x_0\right) \left(3 - \frac{\sqrt{5}}{3} x_0\right) = 9 - \frac{5}{9} x_0^2$$

- Theo hệ thức hàm số cos ta có :

$$\Leftrightarrow (F_1 F_2)^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 MF_2 \cos 60^\circ = (MF_1 + MF_2)^2 - 3MF_1 MF_2$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{5})^2 = 6^2 - 3 \left(3 + \frac{\sqrt{5}}{3} x_0\right) \left(3 - \frac{\sqrt{5}}{3} x_0\right) = 36 - 3 \left(9 - \frac{5}{9} x_0^2\right) = 9 + \frac{5}{3} x_0^2$$

$$\Leftrightarrow 20 = 9 + \frac{5}{3} x_0^2 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{33}{5} \Rightarrow x_0 = \pm \frac{\sqrt{165}}{5} \Rightarrow y_0^2 = \frac{4}{9} (9 - x_0^2) = \frac{4}{9} \left(9 - \frac{33}{5}\right) = \frac{4^2 3}{9}$$

$$\Rightarrow y_0 = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

- Như vậy có 4 điểm thỏa mãn.