

CHUYÊN ĐỀ 4
ĐƯỜNG TRÒN

§4. ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Phương trình đường tròn.

- Phương trình đường tròn (C) tâm $I(a; b)$, bán kính R là: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Dạng khai triển của (C) là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $c = a^2 + b^2 - R^2$

- Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$, là phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

2. Phương trình tiếp tuyến:

Cho đường tròn (C): $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

- Tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với IM nên phương trình: $\Delta: (x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$
- $\Delta: ax + by + c = 0$ là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$
- Đường tròn (C): $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ có hai tiếp tuyến cùng phương với Oy là $x = a \pm R$. Ngoài hai tiếp tuyến này các tiếp tuyến còn lại đều có dạng: $y = kx + m$

Câu 1: Đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính R có dạng:

- A. $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$. B. $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.
C. $(x - a)^2 + (y + b)^2 = R^2$. D. $(x + a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Lời giải

Chọn B.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 2: Đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính R có phương trình $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ được viết lại thành $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Khi đó biểu thức nào sau đây đúng?

- A. $c = a^2 + b^2 - R^2$. B. $c = a^2 - b^2 - R^2$. C. $c = -a^2 + b^2 - R^2$. D. $c = R^2 - a^2 - b^2$.

Lời giải

Chọn A.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 3: Điều kiện để (C): $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là một đường tròn là

- A. $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. B. $a^2 + b^2 - c^2 \geq 0$. C. $a^2 + b^2 - c > 0$. D. $a^2 + b^2 - c \geq 0$.

Lời giải

Chọn C.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 4: Cho đường tròn có phương trình (C): $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Đường tròn có tâm là $I(a; b)$.
B. Đường tròn có bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.
C. $a^2 + b^2 - c > 0$.
D. Tâm của đường tròn là $I(-a; -b)$.

Lời giải

Chọn A.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 5: Cho đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) có tâm I , bán kính R tại điểm M , khẳng định nào sau đây sai?

A. $d_{(I;\Delta)} = R$.

B. $d_{(I;\Delta)} - IM = 0$.

C. $\frac{d_{(I;\Delta)}}{R} = 1$.

D. IM không vuông góc với Δ .

Lời giải

Chọn D.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 6: Cho điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn (C) tâm $I(a; b)$. Phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) tại điểm M là

A. $(x_0 - a)(x + x_0) + (y_0 - b)(y + y_0) = 0$.

B. $(x_0 + a)(x - x_0) + (y_0 + b)(y - y_0) = 0$.

C. $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$.

D. $(x_0 + a)(x + x_0) + (y_0 + b)(y + y_0) = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 7: Đường tròn $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. 2.

C. 36.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 6^2$

Vậy bán kính đường tròn $R = 6$.

Câu 8: Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. $\sqrt{26}$.

C. $\frac{14}{\sqrt{26}}$.

D. $\frac{7}{13}$.

Lời giải

Chọn C.

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng Δ nên $R = d(I, \Delta) = \frac{|3 - 5 \cdot (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{14}{\sqrt{26}}$.

Câu 9: Một đường tròn có tâm là điểm $O(0; 0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + y - 4\sqrt{2} = 0$. Hỏi bán kính đường tròn đó bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{2}$

B. 1

C. 4

D. $4\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C.

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng Δ nên $R = d(I, \Delta) = \frac{|0 + 0 - 4\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 4$.

Câu 10: Đường tròn $x^2 + y^2 - 5y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{5}$

B. 25.

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$x^2 + y^2 - 5y = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{25}{4}$ có bán kính $R = \frac{5}{2}$.

Câu 11: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

B. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Chú ý: Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của 1 đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

Câu 12: Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$.

A. $(0;0)$.

B. $(1;0)$.

C. $(3;2)$.

D. $(1;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$ thì

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (2-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (4-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(1;1)$

Câu 13: Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$.

A. 5.

B. 3.

C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$ thì

$$IA = IB = IC = R \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (3-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (3-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(1;1)$, bán kính $R = IA = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (4-2)^2} = \frac{5}{2}$

Câu 14: Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn ?

A. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$

B. $x^2 + y^2 - y = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{7}{2} < 0$.

Câu 15: Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;5), B(3;4), C(-4;3)$.

A. $(-6;-2)$.

B. $(-1;-1)$.

C. $(3;1)$.

D. $(0;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $I(a;b)$

Do I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;5), B(3;4), C(-4;3)$ nên

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (5-b)^2 = (3-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (5-b)^2 = (-4-a)^2 + (3-b)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b=0 \\ -2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(0;0)$.

Câu 16: Đường tròn $x^2 + y^2 + 4y = 0$ **không** tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- A. $x-2=0$. B. $x+y-3=0$. C. $x+2=0$. D. Trục hoành.

Lời giải

Chọn B.

Ta có đường tròn tâm $I(0;-2)$ bán kính $R=2$

Dễ thấy đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng $x=2; x=-2; Ox$

Vậy đáp án là **B**.

Câu 17: Đường tròn $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- A. $x+y=0$. B. $3x+4y-1=0$. C. $3x-4y+5=0$. D. $x+y-1=0$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn tâm $I(0;0)$, bán kính $R=1$

Khoảng cách từ tâm đến các đường thẳng ở các đáp án là

$$d_A = 0; d_B = \frac{1}{3} < R; d_C = \frac{5}{3} > R; d_D = 1 = R$$

Vậy đáp án D là đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu trên.

Câu 18: Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;0), B(0;6), C(8;0)$.

- A. 6. B. 5. C. 10. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;0), B(0;6), C(8;0)$ thì

$$IA = IB = IC = R \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = a^2 + (6-b)^2 \\ a^2 + b^2 = (8-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(4;3)$, bán kính $R = IA = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Câu 19: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

- A. $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$. B. $(0;2)$ và $(0;-2)$.
C. $(2;0)$ và $(0;2)$. D. $(2;0)$ và $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Tọa độ giao điểm của hai đường tròn là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ (2-y)^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 20: Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây ?

- A. $(2;1)$ B. $(3;-2)$ C. $(-1;3)$ D. $(4;-1)$

Lời giải

Chọn D.

Thay lần lượt vào phương trình ta thấy tọa độ điểm ở đáp án D thỏa mãn.

- Câu 21:** Một đường tròn có tâm $I(1;3)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : 3x + 4y = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu ?
- A. $\frac{3}{5}$ B. 1 C. 3. D. 15.

Lời giải

Chọn C.

$$R = d(I, \Delta) = \frac{15}{5} = 3.$$

- Câu 22:** Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ không cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?
- A. Đường thẳng đi qua điểm $(2;6)$ và điểm $(45;50)$.
B. Đường thẳng có phương trình $y - 4 = 0$.
C. Đường thẳng đi qua điểm $(3;-2)$ và điểm $(19;33)$.
D. Đường thẳng có phương trình $x - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Tâm và bán kính đường tròn là $I(2;1); R = 5$

Ta có đường thẳng đi qua hai điểm $(2;6)$ và $(45;50)$ là: $\frac{x-2}{43} = \frac{y-6}{44} \Leftrightarrow 44x - 43y + 170 = 0$

Đường thẳng đi qua hai điểm $(3;-2)$ và $(19;33)$ là: $\frac{x-3}{16} = \frac{y+2}{35} \Leftrightarrow 35x - 16y - 73 = 0$

Khoảng cách từ tâm đến các đường thẳng là

$$d_A = \frac{215}{\sqrt{3785}} < R; d_B = 3 < R; d_C = \frac{19}{\sqrt{1481}} < R; d_D = 6 > R$$

Vậy đáp án là **D**.

- Câu 23:** Đường tròn nào dưới đây đi qua 3 điểm $A(2;0)$, $B(0;6)$, $O(0;0)$?

- A. $x^2 + y^2 - 3y - 8 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi phương trình cần tìm có dạng $(C): x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$.

Do $A, B, O \in (C)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 2a + c = -4 \\ 6b + c = -36 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -6 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$.

- Câu 24:** Đường tròn nào dưới đây đi qua điểm $A(4;-2)$.

- A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 7y - 8 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 2x - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Thay tọa độ điểm $A(4;-2)$ vào các đáp án ta được đáp án A thỏa mãn:

$$4^2 + (-2)^2 - 2.4 + 6.(-2) = 0.$$

Câu 25: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x+10)^2 + (y-16)^2 = 1$.

A. Cắt nhau. B. Không cắt nhau. C. Tiếp xúc ngoài. D. Tiếp xúc trong.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;0)$ và bán kính $R_1 = 2$.

Đường tròn có tâm $I_2(-10;16)$ và bán kính $R_2 = 1$.

Ta có $I_1I_2 = 2\sqrt{89}$ và $R_1 + R_2 = 3$. Do đó $I_1I_2 > R_1 + R_2$ nên 2 đường tròn không cắt nhau.

Câu 26: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 5$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 = 0$

A. $(1;2)$ và $(\sqrt{2};\sqrt{3})$. B. $(1;2)$. C. $(1;2)$ và $(\sqrt{3};\sqrt{2})$. D. $(1;2)$ và $(2;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Tọa độ giao điểm của hai đường tròn là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5 = x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 \\ x^2 + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ (5 - 2y)^2 + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 27: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox ?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 10y = 0$. B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Do đường tròn tiếp xúc với trục Ox nên $R = d(I, Ox) = |y_I|$.

Phương trình trục Ox là $y = 0$.

Đáp án A sai vì: Tâm $I(1;5)$ và bán kính $R = \sqrt{26}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Đáp án B đúng vì: Tâm $I(-3; -\frac{5}{2})$ và bán kính $R = \frac{5}{2}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| = R$.

Đáp án C sai vì: Tâm $I(0;5)$ và bán kính $R = \sqrt{24}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Đáp án D sai vì: Tâm $I(0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Câu 28: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$ B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$. D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Do đường tròn tiếp xúc với trục Oy nên $R = d(I, Oy) = |x_I|$.

Phương trình trục Oy là $x = 0$.

Đáp án A sai vì: Tâm $I(0;5)$ và bán kính $R = \sqrt{24}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Đáp án B sai vì: Tâm $I(-3; -\frac{5}{2})$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{65}}{2}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Đáp án C đúng vì: Tâm $I(1;0)$ và bán kính $R = 1$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| = R$.

Đáp án D sai vì: Tâm $I(0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Câu 29: Tâm đường tròn $x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0$ cách trục Oy bao nhiêu ?

A. -5. B. 0. C. 10. D. 5.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn có tâm $I(5;0)$.

Khoảng cách từ tâm I tới trục Oy nên $d(I, Oy) = |x_I| = 5$.

Câu 30: Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $O(0;0)$, $A(a;0)$, $B(0;b)$.

A. $x^2 + y^2 - 2ax - by = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - ax - by + xy = 0$.

C. $x^2 + y^2 - ax - by = 0$.

D. $x^2 - y^2 - ay + by = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình cần tìm có dạng $(C): x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$.

Do $A, B, O \in (C)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} ma + p = -a^2 \\ nb + p = -b^2 \\ p = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -a \\ n = -b \\ p = 0 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - ax - by = 0$.

Câu 31: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

A. $m = -3$.

B. $m = 3$ và $m = -3$.

C. $m = 3$.

D. $m = 15$ và $m = -15$.

Lời giải

Chọn D.

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng Δ nên $R = d(I, \Delta) = \frac{|4.0 + 3.0 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3 \Leftrightarrow m = \pm 15$.

Câu 32: Đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ cắt đường thẳng $x + y - a - b = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $2R$

B. $R\sqrt{2}$

C. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$

D. R

Lời giải

Chọn A.

$x + y - a - b = 0 \Leftrightarrow y = a + b - x$ thay vào $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ ta có

$$(x-a)^2 + (x-a)^2 = R^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = b - \frac{R}{\sqrt{2}} \\ x = a - \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = b + \frac{R}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là: $A\left(a + \frac{R}{\sqrt{2}}; b - \frac{R}{\sqrt{2}}\right); B\left(a - \frac{R}{\sqrt{2}}; b + \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$

$$\overline{AB} = \left(-\frac{2R}{\sqrt{2}}; \frac{2R}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow AB = 2R.$$

Câu 33: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C) x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

A. $(3;3)$ và $(-1;1)$.

B. $(-1;1)$ và $(3;-3)$

C. $(3;3)$ và $(1;1)$

D. Không có

Lời giải

Chọn D.

$x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 3$ thay vào $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ ta được

$$(2y-3)^2 + y^2 - 2(2y-3) - 4y = 0 \Leftrightarrow 5y^2 - 16y + 15 = 0 \text{ (VN)}.$$

Câu 34: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$.

A. Tiếp xúc trong.

B. Không cắt nhau.

C. Cắt nhau.

D. Tiếp xúc ngoài.

Lời giải

Chọn C.

(C_1) có bán kính $R_1 = 2$; (C_2) có bán kính $R_2 = 4$

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x^2 + y^2 + 8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y^2 + 8y = 0 \\ x = -2y \end{cases}.$$

Câu 35: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x + y - 7 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 25 = 0$.

A. (3; 4) và (-4; 3). B. (4; 3). C. (3; 4). D. (3; 4) và (4; 3).

Lời giải

Chọn D.

$\Delta: x + y - 7 = 0 \Leftrightarrow y = 7 - x$ thay vào phương trình (C) ta được:

$$x^2 + (7 - x)^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 4 \\ x = 4 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là (3; 4) và (4; 3).

Câu 36: Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ cắt đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu ?

A. 5. B. $2\sqrt{23}$. C. 10. D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ có tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi $d(I, \Delta) = \frac{|1 - 1 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} < R$ suy ra đường thẳng Δ cắt đường tròn theo dây cung AB và

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2} = 2\sqrt{23}.$$

Câu 37: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + x + y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 25$ có tâm $I_1(5; -1)$ và bán kính $R = 5$.

Vì $d(I_1; Oy) = 5 = R$ nên A đúng.

Câu 38: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 2x = 0$

A. (2; 0) và (0; 2). B. $(\sqrt{2}; 1)$ và $(1; -\sqrt{2})$.
C. (1; -1) và (1; 1). D. (-1; 0) và (0; -1).

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} x^2 + y^2 - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Vậy có hai giao điểm là: (1; -1) và (1; 1).

Câu 39: Đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. Trục tung. B. $\Delta_1: 4x + 2y - 1 = 0$. C. Trục hoành. D. $\Delta_2: 2x + y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = 2$.

Vì $d(I, Oy) = 2$, $d(I, Ox) = 1$, $d(I, \Delta_1) = \frac{9}{2\sqrt{5}}$, $d(I, \Delta_2) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ nên **A** đúng.

Câu 40: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 3 = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-m)^2 + y^2 = 9$

A. $m = 0$ và $m = 1$. **B.** $m = 4$ và $m = -6$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 6$.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn có tâm $I(m; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn khi và chỉ khi $d(I; \Delta) = R = 3 \Leftrightarrow \frac{|3m+3|}{5} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -6 \end{cases}$

Câu 41: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh A của hình vuông $ABCD$ ngoại tiếp (C) biết $A \in d$.

A. $A(2, -1)$ hoặc $A(6, -5)$. **B.** $A(2, -1)$ hoặc $A(6, 5)$.

C. $A(2, 1)$ hoặc $A(6, -5)$. **D.** $A(2, 1)$ hoặc $A(6, 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường tròn (C) có tâm $I(4, -3)$, bán kính $R = 2$

Tọa độ của $I(4, -3)$ thỏa phương trình $d: x + y - 1 = 0$. Vậy $I \in d$.

Vậy AI là một đường chéo của hình vuông ngoại tiếp đường tròn, có bán kính $R = 2$, $x = 2$ và $x = 6$ là 2 tiếp tuyến của (C) nên

Hoặc là A là giao điểm các đường d và $x = 2 \Rightarrow A(2, -1)$

Hoặc là A là giao điểm các đường (d) và $x = 6 \Rightarrow A(6, -5)$.

Câu 42: Cho tam giác ABC đều. Gọi D là điểm đối xứng của C qua AB . Vẽ đường tròn tâm D qua A, B ; M là điểm bất kì trên đường tròn đó ($M \neq A, M \neq B$). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

B. MA, MB, MC là ba cạnh của 1 tam giác vuông.

C. $MA = MB = MC$.

D. $MC > MB > MA$.

Lời giải.

Chọn A

Chọn hệ trục Oxy sao cho Ox trùng với AB , chiều dương hướng từ A đến B , trục Oy là đường trung trực của đoạn $AB \Rightarrow A(-1; 0); B(1; 0); C(0; \sqrt{3}); D(0; -\sqrt{3})$.

Phương trình đường tròn tâm D qua A, B là: $x^2 + (y + \sqrt{3})^2 = 4$ (1).

Giả sử $M(a; b)$ là điểm bất kì trên đường tròn (1). Ta có:

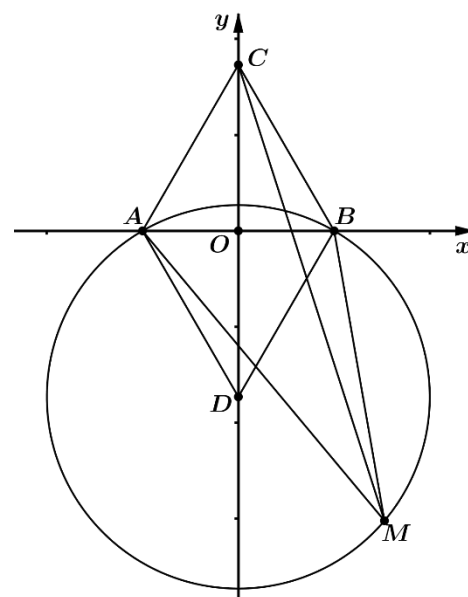
$$MA^2 = (a+1)^2 + b^2, \quad MB^2 = (a-1)^2 + b^2,$$

$$MC^2 = a^2 + (b - \sqrt{3})^2.$$

$$MA^2 + MB^2 = a^2 + (b - \sqrt{3})^2 + a^2 + b^2 + 2b\sqrt{3} - 1$$

$$= MC^2 + a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4.$$

M nằm trên đường tròn (1) nên :



$a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4 = 0 \Rightarrow MA^2 + MB^2 = MC^2 \Rightarrow MA, MB, MC$ là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ba điểm $A(0;a), B(b;0), C(-b;0)$ với $a > 0, b > 0$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng AB tại B và tiếp xúc với đường thẳng AC tại C.

A. $x^2 + \left(y - \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

B. $x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

C. $x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 - \frac{b^4}{a^2}$.

D. $x^2 + \left(y - \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 - \frac{b^4}{a^2}$.

Lời giải.

Chọn B.

ΔABC cân tại A; tâm I của (C) thuộc Oy $\Rightarrow I(0; y_0)$

, $\overrightarrow{IB} = (b; -y_0), \overrightarrow{AB} = (b; -a)$. Do $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow b^2 + ay_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -\frac{b^2}{a}$.

Mặt khác $R^2 = IB^2 = b^2 + y_0^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

Vậy phương trình của (C) là $x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

Câu 44: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn hai đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, (C'): $x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua M(1;0). Viết phương trình đường thẳng d qua M cắt hai đường tròn (C), (C') lần lượt tại A, B sao cho $MA = 2MB$.

A. $d: 6x + y + 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y + 6 = 0$. B. $d: 6x - y - 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y + 6 = 0$.

C. $d: -6x + y - 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y - 6 = 0$. D. $d: 6x + y - 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y - 6 = 0$.

Lời giải.

Chọn D

Gọi d là đường thẳng qua M có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = bt \end{cases}$

- Đường tròn (C₁): $I_1(1;1), R_1 = 1$. (C₂): $I_2(-2;0), R_2 = 3$, suy ra:

(C₁): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, (C₂): $(x+2)^2 + y^2 = 9$

- Nếu d cắt (C₁) tại A: $\Rightarrow (a^2 + b^2)t^2 - 2bt = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \rightarrow M \\ t = \frac{2b}{a^2 + b^2} \end{cases} \Rightarrow A\left(1 + \frac{2ab}{a^2 + b^2}; \frac{2b^2}{a^2 + b^2}\right)$

- Nếu d cắt (C₂) tại B: $\Rightarrow (a^2 + b^2)t^2 + 6at = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \rightarrow M \\ t = -\frac{6a}{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow B\left(1 - \frac{6a^2}{a^2 + b^2}; -\frac{6ab}{a^2 + b^2}\right)$

- Theo giả thiết: $MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 (*)$

- Ta có: $\left(\frac{2ab}{a^2 + b^2}\right)^2 + \left(\frac{2b^2}{a^2 + b^2}\right)^2 = 4\left[\left(\frac{6a^2}{a^2 + b^2}\right)^2 + \left(\frac{6ab}{a^2 + b^2}\right)^2\right]$

$\Leftrightarrow \frac{4b^2}{a^2 + b^2} = 4 \cdot \frac{36a^2}{a^2 + b^2} \Leftrightarrow b^2 = 36a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6a \rightarrow d: 6x + y - 6 = 0 \\ b = 6a \rightarrow d: 6x - y - 6 = 0 \end{cases}$

Câu 45: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai đường tròn có phương trình $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$. Phương trình nào sau đây là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) .

- A. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $2x + 1 = 0$.
 B. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 + 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $2x + 1 = 0$.
 C. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $2(2 + 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$.
 D. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $6x + 8y - 1 = 0$.

Lời giải.

Chọn D

- Ta có :

$$(C_1): x^2 + (y - 2)^2 = 9 \Rightarrow I_1(0; 2), R_1 = 3, \quad (C_2): (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9 \Rightarrow I_2(3; -4), R_2 = 3$$

- Nhận xét : $I_1I_2 = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} < 3 + 3 = 6 \Rightarrow (C_1)$ không cắt (C_2)

- Gọi $d: ax + by + c = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) là tiếp tuyến chung, thế thì : $d(I_1, d) = R_1, d(I_2, d) = R_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|2b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3(1) \\ \frac{|3a - 4b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3(2) \end{cases} \Rightarrow \frac{|2b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3a - 4b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow |2b + c| = |3a - 4b + c|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 4b + c = 2b + c \\ 3a - 4b + c = -2b - c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ 3a - 2b + 2c = 0 \end{cases} \cdot \text{Mặt khác từ (1): } (2b + c)^2 = 9(a^2 + b^2) \Leftrightarrow$$

- Trường hợp: $a = 2b$ thay vào (1):

$$(2b + c)^2 = 9(4b^2 + b^2) \Leftrightarrow 41b^2 - 4bc - c^2 = 0. \Delta'_b = 4c^2 + 41c^2 = 45c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2b - 3\sqrt{5}c}{4} \\ b = \frac{(2 + 3\sqrt{5})c}{4} \end{cases}$$

- Do đó ta có hai đường thẳng cần tìm :

$$d_1: \frac{(2 - 3\sqrt{5})}{2}x + \frac{(2 - 3\sqrt{5})}{4}y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$$

$$d_1: \frac{(2 + 3\sqrt{5})}{2}x + \frac{(2 + 3\sqrt{5})}{4}y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(2 + 3\sqrt{5})x + (2 + 3\sqrt{5})y + 4 = 0$$

$$\text{- Trường hợp : } c = \frac{2b - 3a}{2}, \text{ thay vào (1) : } \frac{|2b + \frac{2b - 3a}{2}|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow |2b - a| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow (2b - a)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \rightarrow c = -\frac{a}{2} \\ b = \frac{4a}{3} \rightarrow c = -\frac{a}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0, a = -2c \\ b = \frac{4a}{3}, a = -6c \end{cases}$$

- Vậy có 2 đường thẳng : $d_3: 2x - 1 = 0, d_4: 6x + 8y - 1 = 0$

Câu 46: Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn: $(C_1): (x-5)^2 + (y+12)^2 = 225$ và $(C_2): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$.

A. $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

B. $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

C. $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y + \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

D. $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y + \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có (C) với tâm $I(5; -12), R=15$. (C') có $J(1; 2)$ và $R'=5$. Gọi d là tiếp tuyến chung có phương trình: $ax+by+c=0$ ($a^2+b^2 \neq 0$).

- Khi đó ta có: $h(I, d) = \frac{|5a-12b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 15$ (1), $h(J, d) = \frac{|a+2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 5$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra: $|5a-12b+c| = 3|a+2b+c| \Leftrightarrow \begin{cases} 5a-12b+c = 3a+6b+3c \\ 5a-12b+c = -3a-6b-3c \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-9b=c \\ -2a+\frac{3}{2}b=c \end{cases}$. Thay vào (1): $|a+2b+c| = 5\sqrt{a^2+b^2}$ ta có hai trường hợp:

- Trường hợp: $c=a-9b$ thay vào (1): $(2a-7b)^2 = 25(a^2+b^2) \Leftrightarrow 21a^2+28ab-24b^2=0$

Suy ra: $\begin{cases} a = \frac{14-10\sqrt{7}}{21} \rightarrow d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0 \\ a = \frac{14+10\sqrt{7}}{21} \rightarrow d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0 \end{cases}$

- Trường hợp: $c=-2a+\frac{3}{2}b \Rightarrow (1): (7b-2a)^2 = 100(a^2+b^2) \Leftrightarrow 96a^2+28ab+51b^2=0$. Vô

nghiệm. (Phù hợp vì: $IJ = \sqrt{16+196} = \sqrt{212} < R+R' = 5+15 = 20 = \sqrt{400}$. Hai đường tròn cắt nhau).

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-8y-8=0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: 3x+y-2=0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

A. $d': 3x-y+19=0$ hoặc $d': 3x+y-21=0$.

B. $d': 3x+y+19=0$ hoặc $d': 3x+y+21=0$.

C. $d': 3x+y+19=0$ hoặc $d': 3x+y-21=0$.

D. $d': 3x+y-19=0$ hoặc $d': 3x-y-21=0$.

Lời giải

Chọn C

- Đường thẳng d' song song với $d: 3x+y+m=0$

- IH là khoảng cách từ I đến d' : $IH = \frac{|-3+4+m|}{5} = \frac{|m+1|}{5}$

- Xét tam giác vuông IHB : $IH^2 = IB^2 - \left(\frac{AB^2}{4}\right) = 25 - 9 = 16$

$$\Leftrightarrow \frac{(m+1)^2}{25} = 16 \Leftrightarrow |m+1| = 20 \Rightarrow \begin{cases} m=19 \rightarrow d': 3x+y+19=0 \\ m=-21 \rightarrow d': 3x+y-21=0 \end{cases}$$

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ và đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$. Tìm những điểm M thuộc đường thẳng d sao cho từ điểm M kẻ được đến (C) hai tiếp tuyến hợp với nhau góc 90° .

- A. $M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2}-1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2}-1)$. B. $M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2}+1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2}+1)$.
C. $M_1(\sqrt{2}; \sqrt{2}-1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2}-1)$. D. $M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2}-1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; \sqrt{2}+1)$.

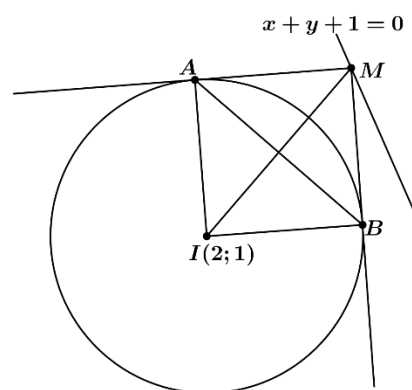
Lời giải

Chọn A.

- M thuộc d suy ra $M(t; -1-t)$. Nếu 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau thì $MAIB$ là hình vuông (A, B là 2 tiếp điểm). Do đó $AB = MI = IA\sqrt{2} = R\sqrt{2} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

- Ta có: $MI = \sqrt{(2-t)^2 + (2+t)^2} = \sqrt{2t^2 + 8} = 2\sqrt{3}$

- Do đó: $2t^2 + 8 = 12 \Leftrightarrow t^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{2} \rightarrow M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2}-1) \\ t = \sqrt{2} \rightarrow M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2}-1) \end{cases}$



Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$. Tia Oy cắt (C) tại $A(0; 2)$. Lập phương trình đường tròn (C') , bán kính $R' = 2$ và tiếp xúc ngoài với (C) tại A .

- A. $(C'): (x - \sqrt{3})^2 + (y + 3)^2 = 4$. B. $(C'): (x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4$.
C. $(C'): (x + \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4$. D. $(C'): (x + \sqrt{3})^2 + (y + 3)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

- (C) có $I(-2\sqrt{3}; 0)$, $R = 4$. Gọi J là tâm đường tròn cần tìm: $J(a; b) \Rightarrow (C'): (x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$

- Do (C) và (C') tiếp xúc ngoài với nhau cho nên khoảng cách

$$IJ = R + R' \Rightarrow \sqrt{(a + 2\sqrt{3})^2 + b^2} = 4 + 2 = 6 \Leftrightarrow a^2 + 4\sqrt{3}a + b^2 = 28$$

- Vì $A(0; 2)$ là tiếp điểm cho nên: $(0 - a)^2 + (2 - b)^2 = 4$

- Do đó ta có hệ: $\begin{cases} (a + 2\sqrt{3})^2 + b^2 = 36 \\ a^2 + (2 - b)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 4\sqrt{3}a + b^2 = 24 \\ a^2 - 4b + b^2 = 0 \end{cases}$

- Giải hệ tìm được: $b = 3$ và $a = \sqrt{3} \Rightarrow (C'): (x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn: $(C_1): x^2 + y^2 = 13$ và $(C_2): (x - 6)^2 + y^2 = 25$ cắt nhau tại $A(2; 3)$. Viết phương trình tất cả đường thẳng d đi qua A và cắt $(C_1), (C_2)$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

- A. $d: x - 2 = 0$ và $d: 2x - 3y + 5 = 0$. B. $d: x - 2 = 0$ và $d: 2x - 3y - 5 = 0$.

C. $d: x+2=0$ và $d: 2x-3y-5=0$.

D. $d: x-2=0$ và $d: 2x+3y+5=0$.

Lời giải

Chọn A.

- Từ giả thiết : $(C_1): I = (0;0), R = \sqrt{13}; (C_2); J(6;0), R' = 5$

- Gọi đường thẳng d qua $A(2;3)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 3 + bt \end{cases}$

$$- d \text{ cắt } (C_1) \text{ tại } A, B: \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 3 + bt \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow [(a^2 + b^2)t^2 + 2(2a + 3b)t] = 0 \rightarrow t = -\frac{2a + 3b}{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow B\left(\frac{b(2b-3a)}{a^2 + b^2}; \frac{a(3a-2b)}{a^2 + b^2}\right). \text{ Tương tự } d \text{ cắt } (C_2) \text{ tại } A, C \text{ thì tọa độ của } A, C \text{ là nghiệm}$$

$$\text{của hệ: } \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 3 + bt \\ (x-6)^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow t = \frac{2(4a-3b)}{a^2 + b^2} \Leftrightarrow C\left(\frac{10a^2 - 6ab + 2b^2}{a^2 + b^2}; \frac{3a^2 + 8ab - 3b^2}{a^2 + b^2}\right)$$

- Nếu 2 dây cung bằng nhau thì A là trung điểm của A, C . Từ đó ta có phương trình :

$$\Leftrightarrow \frac{(2b^2 - 3ab)}{a^2 + b^2} + \frac{10a^2 - 6ab + 2b^2}{a^2 + b^2} = 4 \Leftrightarrow 6a^2 - 9ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \rightarrow d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + t \end{cases} \\ a = \frac{3}{2}b \rightarrow \vec{u} = \left(\frac{3}{2}b; b\right) / \vec{u}' = (3; 2) \end{cases}$$

Suy ra : $\rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. Vậy có 2 đường thẳng: $d: x-2=0$ và $d': 2x-3y+5=0$.