

CHUYÊN ĐỀ 3

GÓC

§3. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

a) Công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ M đến (Δ) được tính

$$\text{bởi công thức: } d(M, (\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

b) Vị trí của hai điểm đối với đường thẳng.

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và $M(x_M; y_M) \notin \Delta, N(x_N; y_N) \notin \Delta$. Khi đó:

- M, N cùng phía với $\Delta \Leftrightarrow ax_M + by_M + c$ và $ax_N + by_N + c > 0$

- M, N khác phía với $\Delta \Leftrightarrow ax_M + by_M + c$ và $ax_N + by_N + c < 0$

Chú ý: Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng :

$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

2. Góc giữa hai đường thẳng:

a) Định nghĩa: Hai đường thẳng a và b cắt nhau tạo thành bốn góc. Số đo nhỏ nhất của các góc đó được gọi là số đo của góc giữa hai đường thẳng a và b , hay đơn giản là góc giữa a và b . Khi a song song hoặc trùng với b , ta quy ước góc giữa chúng bằng 0° .

b) Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

Góc xác định hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có phương trình $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và

$$\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ được xác định bởi công thức } \cos \Delta_1; \Delta_2 = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

Câu 1: Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ được xác định theo công thức:

A. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$

B. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$

C. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$

D. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \sqrt{\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{a^2 + b^2}}.$

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_{\Delta_1}, \vec{n}_{\Delta_2}) \right| = \frac{|\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2}|}{|\vec{n}_{\Delta_1}| \cdot |\vec{n}_{\Delta_2}|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

Câu 2: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1 : 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

A. $\frac{3}{10}.$

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}.$

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}.$

D. $\frac{3}{5}.$

Lời giải

Chọn C.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(2;1), \vec{n}_2(1;1)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Câu 3: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x+2y-\sqrt{2}=0$ và $\Delta_2: x-y=0$.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1;2), \vec{n}_2(1;-1)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 4: Tìm cosin giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x+3y-10=0$ và $\Delta_2: 2x-3y+4=0$.

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\frac{5}{13}$.

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(2;3), \vec{n}_2(2;-3)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{5}{13}.$$

Câu 5: Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x+2\sqrt{3}y+\sqrt{5}=0$ và $\Delta_2: y-\sqrt{6}=0$

- A. 60° . B. 125° . C. 145° . D. 30° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1;\sqrt{3}), \vec{n}_2(0;1)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 30^\circ.$$

Câu 6: Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x+\sqrt{3}y=0$ và $\Delta_2: x+10=0$.

- A. 45° . B. 125° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1;\sqrt{3}), \vec{n}_2(1;0)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 60^\circ$$

Câu 7: Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x-y-10=0$ và $\Delta_2: x-3y+9=0$.

- A. 60° . B. 0° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(2;-1), \vec{n}_2(1;-3)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ$$

Câu 8: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x+2y-7=0$ và $\Delta_2: 2x-4y+9=0$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1; 2), \vec{n}_2(2; -4)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{3}{5}.$$

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$. Tính góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2

A. 30° .

B. 135° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C.

$$(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_{\Delta_1}, \vec{n}_{\Delta_2}) \right| = \frac{|\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2}|}{|\vec{n}_{\Delta_1}| |\vec{n}_{\Delta_2}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ.$$

Câu 10: Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 4 = 0$; $d_2: 2x - y + 6 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1 = (1; 2)$.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2 = (2; -1)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$.

Câu 11: Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

A. 90° .

B. 60° .

C. 0° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (6; -5)$.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; 6)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Câu 12: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

A. $\frac{56}{65}$.

B. $\frac{63}{13}$.

C. $\frac{6}{65}$.

D. $\frac{33}{65}$.

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (3; 4)$.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; -12)$.

$$\text{Gọi } \varphi \text{ là góc giữa } \Delta_1, \Delta_2 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{33}{65}.$$

Câu 13: Cho đoạn thẳng AB với $A(1; 2), B(-3; 4)$ và đường thẳng $d: 4x - 7y + m = 0$. Định m để d và đoạn thẳng AB có điểm chung.

A. $10 \leq m \leq 40$.

B. $m > 40$ hoặc $m < 10$.

C. $m > 40$.

D. $m < 10$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung $\Leftrightarrow A, B$ nằm về hai phía của đường thẳng d

$$\Leftrightarrow (4-14+m)(-12-28+m) \leq 0 \Leftrightarrow 10 \leq m \leq 40.$$

Câu 14: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta: x+y=0$ và trục hoành Ox ?

- A. $(1+\sqrt{2})x+y=0$; $x-(1-\sqrt{2})y=0$.
 B. $(1+\sqrt{2})x+y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.
 C. $(1+\sqrt{2})x-y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.
 D. $x+(1+\sqrt{2})y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác $\Rightarrow d(M, \Delta) = d(M, Ox)$

$$\Rightarrow \frac{|x+y|}{\sqrt{2}} = |y| \Rightarrow x+(1\pm\sqrt{2})y=0.$$

Câu 15: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-3t \end{cases}$ và 2 điểm $A(1; 2)$, $B(-2; m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

- A. $m < 13$. B. $m \geq 13$. C. $m > 13$. D. $m = 13$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $d: 3(x-2)+1(y-1)=0$ hay $d: 3x+y-7=0$.

A, B cùng phía với $d \Leftrightarrow (3x_A+y_A-7)(3x_B+y_B-7) > 0 \Leftrightarrow -2(-13+m) > 0 \Leftrightarrow m < 13$

Câu 16: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1: x+2y-3=0$ và $\Delta_2: 2x-y+3=0$.

- A. $3x+y=0$ và $x-3y=0$. B. $3x+y=0$ và $x+3y-6=0$.
 C. $3x+y=0$ và $-x+3y-6=0$. D. $3x+y+6=0$ và $x-3y-6=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác $\Rightarrow d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2)$

$$\Rightarrow \frac{|x+2y-3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x-y+3|}{\sqrt{5}} \Rightarrow x+2y-3 = \pm(2x-y+3) \Rightarrow \begin{cases} -x+3y-6=0 \\ 3x+y=0 \end{cases}.$$

Câu 17: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x-4y-3=0$; $d_2: 3x-y+17=0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $-\frac{3\pi}{4}$. D. $-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1, d_2) = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 18: Cho đường thẳng $d: 3x+4y-5=0$ và 2 điểm $A(1;3)$, $B(2;m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

- A. $m < 0$. B. $m > -\frac{1}{4}$. C. $m > -1$. D. $m = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

A, B nằm về hai phía của đường thẳng d

$$\Leftrightarrow (3+12-5)(6+4m-5) > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}.$$

Câu 19: Cho ΔABC với $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(-1;5)$ và đường thẳng $d: 2x-3y+6=0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ΔABC ?

A. Cạnh AC .

B. Không cạnh nào.

C. Cạnh AB .

D. Cạnh BC .

Lời giải

Chọn B.

Thay điểm A vào phương trình đường thẳng d ta được -1

Thay điểm B vào phương trình đường thẳng d ta được -10

Thay điểm C vào phương trình đường thẳng d ta được -11

Suy ra điểm A và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AB .

điểm A và C nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AC

điểm C và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh BC .

Câu 20: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + y + 5 = 0$ và $\Delta_2: y = -10$. Góc giữa Δ_1 và Δ_2 là

A. 30° .

B. 45° .

C. $88^\circ 57' 52''$.

D. $1^\circ 13' 8''$.

Lời giải

Chọn B.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (1; 1)$.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (0; 1)$.

$$\text{Ta có } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ$$

Câu 21: Cho tam giác ABC có $A(0; 1), B(2; 0), C(-2; -5)$. Tính diện tích S của tam giác ABC

A. $S = \frac{5}{2}$.

B. $S = 5$.

C. $S = 7$.

D. $S = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $AB = \sqrt{5}$; $AC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$; $BC = \sqrt{41}$.

$$\Rightarrow p = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + \sqrt{41}}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = 7.$$

Câu 22: Cho đoạn thẳng AB với $A(1; 2), B(-3; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$. Định m để d cắt đoạn thẳng AB .

A. $m < 3$.

B. $m = 3$.

C. $m > 3$.

D. Không có m nào.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $d: x + 2y - m - 2 = 0$

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung

$\Leftrightarrow A, B$ nằm về hai phía của đường thẳng $d \Leftrightarrow (1 + 4 - m - 2)(-3 + 8 - m - 2) < 0$.

$\Leftrightarrow (3 - m)(3 - m) < 0$ vô nghiệm.

Câu 23: Đường thẳng $ax + by - 3 = 0, a, b \in \mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1; 1)$ và tạo với đường thẳng

$\Delta: 3x - y + 7 = 0$ một góc 45° . Khi đó $a - b$ bằng

A. 6.

B. -4 .

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng d có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a-b|}{\sqrt{10}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |3a-b| = \sqrt{5}\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 2a^2 - 3ab - 2b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = -\frac{1}{2}b \end{cases}.$$

Với $a = 2b$ chọn $B = 1$; $A = 2 \Rightarrow d: 2x + y - 3 = 0$.

Với $a = -\frac{1}{2}b$ chọn $B = -2$; $A = 1 \Rightarrow d: x - 2y + 1 = 0$.

Câu 24: Cho $d: 3x - y = 0$ và $d': mx + y - 1 = 0$. Tìm m để $\cos(d, d') = \frac{1}{\sqrt{10}}$

A. $m = 0$. B. $m = \frac{4}{3}$ hoặc $m = 0$. C. $m = \frac{3}{4}$ hoặc $m = 0$. D. $m = \pm\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{d} = (3; -1)$.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d' là $\vec{d}' = (m; 1)$.

$$\text{Ta có } \cos(d, d') = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}) \right| = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_d \cdot \vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_{d'}|} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3m-1|}{\sqrt{10}\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |3m-1| = \sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow 8m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Câu 25: Cho tam giác ABC có $A(0;1)$, $B(-2;0)$, $C(2;5)$. Tính diện tích S của tam giác ABC

A. $S = 3$. B. $S = 5$. C. $S = \frac{5}{2}$. D. $S = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $AB = \sqrt{5}$; $AC = \sqrt{20}$; $BC = \sqrt{41}$.

$$\Rightarrow p = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{41}}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 3.$$

Câu 26: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng:

A. -1 . B. 1 . C. -4 . D. 4 .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \cos(d, d') = 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}) \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_d \cdot \vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_{d'}|} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|m+1| = \sqrt{2}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0.$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = -4.$$

Câu 27: Xác định giá trị của a để góc tạo bởi hai đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ và đường thẳng

$3x + 4y + 12 = 0$ một góc bằng 45° .

A. $a = \frac{2}{7}; a = -14$. B. $a = \frac{2}{7}; a = 14$. C. $a = 1; a = -14$. D. $a = -2; a = -14$.

Lời giải**Chọn A.**

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1 = (2; a)$.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2 = (3; 4)$.

$$\text{Ta có } (d_1, d_2) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_{d_1}, \vec{n}_{d_2}) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_{d_1} \cdot \vec{n}_{d_2}|}{|\vec{n}_{d_1}| \cdot |\vec{n}_{d_2}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|4a+6|}{5\sqrt{4+a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|4a+6| = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2+4} \Leftrightarrow 7a^2 + 96a - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ a = -14 \end{cases}$$

Câu 28: Phương trình đường thẳng đi qua $A(-2; 0)$ và tạo với đường thẳng $d: x+3y-3=0$ một góc 45° là

A. $2x+y+4=0; x-2y+2=0$.

B. $2x+y-4=0; x-2y+2=0$.

C. $2x-y+4=0; x-2y+2=0$.

D. $2x+y+4=0; x+2y+2=0$.

Lời giải**Chọn A.**

Gọi đường thẳng Δ đi qua $A(-2; 0)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (A; B); (A^2 + B^2 \neq 0)$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|A+3B|}{\sqrt{10}\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |A+3B| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 4A^2 - 6AB - 4B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2B \\ A = -\frac{1}{2}B \end{cases}$$

Với $A = 2B$ chọn $B = 1; A = 2 \Rightarrow \Delta: 2x + y + 4 = 0$.

Với $A = -\frac{1}{2}B$ chọn $B = -2; A = 1 \Rightarrow \Delta: x - 2y + 2 = 0$

Câu 29: Đường thẳng đi qua $B(-4; 5)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 7x - y + 8 = 0$ một góc 45° có phương trình là

A. $x+2y+6=0$ và $2x-11y-63=0$.

B. $x+2y-6=0$ và $2x-11y-63=0$.

C. $x+2y-6=0$ và $2x-11y+63=0$.

D. $x+2y+6=0$ và $2x-11y+63=0$.

Lời giải**Chọn C.**

Gọi đường thẳng d đi qua $B(-4; 5)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (A; B); (A^2 + B^2 \neq 0)$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|7A-B|}{\sqrt{50}\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |7A-B| = 5\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 22A^2 - 7AB - 2B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2}B \\ A = -\frac{2}{11}B \end{cases}$$

Với $A = \frac{1}{2}B$ chọn $B = 2; A = 1 \Rightarrow d: x + 2y - 6 = 0$.

Với $A = -\frac{2}{11}B$ chọn $B = -11; A = 2 \Rightarrow d: 2x - 11y + 63 = 0$.

Câu 30: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x + y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; -4)$ và tạo với đường thẳng d một góc bằng 45° .

A. $y-4=0$ và $x-2=0$.

B. $y+4=0$ và $x+2=0$.

C. $y-4=0$ và $x+2=0$.

D. $y+4=0$ và $x-2=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |a+b| = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow ab=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$$

Với $a=0$ chọn $b=1 \Rightarrow \Delta: y+4=0$.

Với $b=0$ chọn $a=1 \Rightarrow \Delta: x-2=0$.

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , hãy lập phương trình đường phân giác của góc tù tạo bởi hai đường thẳng $\Delta_1: 3x-4y+12=0$, $\Delta_2: 12x+3y-7=0$.

A. $d: (60-9\sqrt{17})x + (15-12\sqrt{17})y - 35 + 36\sqrt{17} = 0$.

B. $d: (60-9\sqrt{17})x + (15+12\sqrt{17})y - 35 - 36\sqrt{17} = 0$.

C. $d: (60+9\sqrt{17})x + (15+12\sqrt{17})y + 35 + 36\sqrt{17} = 0$.

D. $d: (60+9\sqrt{17})x + (15-12\sqrt{17})y - 35 + 36\sqrt{17} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_{\Delta_1} = (3; -4)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_{\Delta_2} = (12; 3)$.

Vì $\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2} = 24 > 0$ nên đường phân giác góc tù tạo bởi 2 hai đường thẳng là

$$\frac{3x-4y+12}{5} = \frac{12x+3y-7}{3\sqrt{17}} \Leftrightarrow (60-9\sqrt{17})x + (15+12\sqrt{17})y - 35 - 36\sqrt{17} = 0.$$

Câu 32: Cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(-4; 5)$ và một đường chéo có phương trình $7x-y+8=0$.

Tọa độ điểm C là

A. $C(5; 14)$.

B. $C(5; -14)$.

C. $C(-5; -14)$.

D. $C(-5; 14)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì $A(-4; 5) \notin 7x-y+8=0$ nên đường chéo $BD: 7x-y+8=0$.

Phương trình đường chéo AC đi qua $A(-4; 5)$ và vuông góc với BD là $x+7y-31=0$.

Gọi tâm hình vuông là $I(x; y)$, tọa độ điểm $I(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} 7x-y+8=0 \\ x+7y-31=0 \end{cases} \Leftrightarrow I\left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.

I là trung điểm AC suy ra $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = 5 \\ y_C = 2y_I - y_A = -14 \end{cases} \Rightarrow C(5; -14)$.

Câu 33: Cho $d: \sqrt{3}x-y=0$ và $d': mx+y-1=0$. Tìm m để $\cos(d, d') = \frac{1}{2}$

A. $m=0$.

B. $m=\pm\sqrt{3}$.

C. $m=\sqrt{3}$ hoặc $m=0$.

D. $m=-\sqrt{3}$ hoặc $m=0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(d, d') = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{3m-1}|}{2\sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |\sqrt{3m-1}| = \sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2 - \sqrt{3}m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\sqrt{3} \end{cases}$$

Câu 34: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $mx + y - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng

A. -3.

B. 3.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|m+1| = \sqrt{2}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0 \Rightarrow m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = -4.$$

Câu 35: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y + 4 = 0$.

A. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$.

B. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

C. $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

D. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Cặp đường thẳng là phân giác của các góc tạo bởi Δ_1, Δ_2 là

$$\frac{|3x + 4y + 1|}{5} = \frac{|x - 2y + 4|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 1 = \sqrt{5}(x - 2y + 4) \\ 3x + 4y + 1 = -\sqrt{5}(x - 2y + 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 1 = \sqrt{5}(x - 2y + 4) \\ 3x + 4y + 1 = -\sqrt{5}(x - 2y + 4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3 - \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0 \\ (3 + \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0 \end{cases}$$

Câu 36: Đường thẳng $bx + ay - 3 = 0, a, b \in \mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1;1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 7 = 0$ một góc 45° . Khi đó $2a - 5b$ bằng

A. -8.

B. 8.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_d = (A; B)$ với $A^2 + B^2 \neq 0$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3A - B|}{\sqrt{10}\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |3A - B| = \sqrt{5}\sqrt{A^2 + B^2} \Leftrightarrow 2A^2 - 3AB - 2B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2B \\ A = -\frac{1}{2}B \end{cases}$$

Với $A = 2B$ chọn $B = 1; A = 2 \Rightarrow d: 2x + y - 3 = 0$.

Với $A = -\frac{1}{2}B$ chọn $B = -2; A = 1 \Rightarrow d: x - 2y + 1 = 0$.

Câu 37: Viết phương trình đường thẳng qua $B(-1;2)$ tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ một góc 60° .

A. $(\sqrt{645} + 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0; (\sqrt{645} + 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

B. $(\sqrt{645} + 24)x + 3y + \sqrt{645} + 30 = 0; (\sqrt{645} - 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

C. $(\sqrt{645} - 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0$; $(\sqrt{645} + 24)x + 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

D. $(\sqrt{645} - 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0$; $(\sqrt{645} + 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $B(-1; 2)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.

Ta có $(\Delta, d) = 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{|2a + 3b|}{\sqrt{13}\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|2a + 3b| = \sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 3a^2 + 48ab - 23b^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-24 + \sqrt{645}}{3}b \\ a = \frac{-24 - \sqrt{645}}{3}b \end{cases}$

Với $a = \frac{-24 + \sqrt{645}}{3}b$ chọn $b = 3$; $a = -24 + \sqrt{645} \Rightarrow \Delta: (\sqrt{645} - 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0$.

Với $a = \frac{-24 - \sqrt{645}}{3}b$ chọn $b = -3$; $a = 24 + \sqrt{645} \Rightarrow \Delta: (\sqrt{645} + 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

Câu 38: Cho đoạn thẳng AB với $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$ và đường thẳng $d: 4x - 7y + m = 0$. Tìm m để d và đường thẳng AB tạo với nhau góc 60° .

A. $m = 1$.

B. $m = \{1; 2\}$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. không tồn tại m .

Lời giải

Chọn B.

Gọi đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB} = (2; 4) = 2(1; 2)$.

Ta có $(AB, d) = \left| \cos(\vec{n}_{AB}, \vec{n}_d) \right| = \frac{|\vec{n}_{AB} \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_{AB}| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

$\Rightarrow (AB, d) \approx 56^\circ$.

Câu 39: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $(\sqrt{2} + 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

B. $(\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

C. $(\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} - 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

D. $(\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y + (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_{\Delta_1} = (1; 2)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_{\Delta_2} = (1; -3)$.

Vì $\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2} = -5 < 0$ nên đường phân giác góc tù tạo bởi 2 hai đường thẳng là

$\frac{x + 2y - 6}{\sqrt{5}} = \frac{x - 3y + 9}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow (\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

Câu 40: Lập phương trình Δ đi qua $A(2; 1)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$ một góc 45° .

A. $5x + y - 11 = 0$; $x - 5y + 3 = 0$.

B. $5x + y + 11 = 0$; $x - 5y + 3 = 0$.

C. $5x + y - 11 = 0$; $x - 5y - 3 = 0$.

D. $5x + 2y - 12 = 0$; $2x - 5y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $A(2;1)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a;b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2a+3b|}{\sqrt{13}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|2a+3b| = \sqrt{26} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 10a^2 - 48ab - 10b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ a = -\frac{1}{5}b \end{cases}$$

Với $a = 5b$ chọn $b = 1; a = 5 \Rightarrow \Delta: 5x + y - 11 = 0$.

Với $a = -\frac{1}{5}b$ chọn $b = -5; a = 1 \Rightarrow \Delta: x - 5y + 3 = 0$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x + y = 1$, $d_2: x - 3y + 3 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d đối xứng với d_2 qua đường thẳng d_1 .

A. $d: 3x - y - 1 = 0$. **B.** $d: 3x - y + 1 = 0$. **C.** $d: 3x + y + 1 = 0$. **D.** $d: 3x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $I(x; y) = d_1 \cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1).$$

Chọn $M(-3; 0) \in d_2$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_1 .

Suy ra Δ có dạng $x - y + c = 0$.

Vì $M(-3; 0) \in \Delta \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \Delta: x - y + 3 = 0$

Gọi $H(x; y) = d_1 \cap \Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 2).$$

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_1 . Khi đó H là trung điểm của MN .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 1 \\ y_N = 2y_H - y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow N(1; 4).$$

Vậy đường thẳng d chính là đường thẳng IN , ta có

$$\frac{x-0}{1} = \frac{y-1}{3} \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0.$$

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$ và $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua điểm $P(3; 1)$ cùng với d_1, d_2 tạo thành tam giác cân có đỉnh là giao điểm của d_1 và d_2 .

A. $\begin{cases} d: 3x + y - 10 = 0 \\ d: x + 3y = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} d: 3x - y - 10 = 0 \\ d: x - 3y = 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} d: 2x + y - 7 = 0 \\ d: x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} d: 3x + y - 10 = 0 \\ d: x - 3y = 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Gọi phương trình đường thẳng d đi qua điểm P có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$, $A^2 + B^2 \neq 0$.

Theo giả thiết ta có $(d, d_1) = (d, d_2) \Leftrightarrow \cos(d, d_1) = \cos(d, d_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A - B|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|2A + 4B|}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2|2A-B|=|2A+4B| \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2A-B)=2A+4B \\ 2(2A-B)=-2A-4B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=3B \\ A=-\frac{1}{3}B \end{cases}$$

Với $A=3B$ chọn $B=1; A=3 \Rightarrow d: 3x+y-10=0$.

Với $A=-\frac{1}{3}B$ chọn $B=-3; A=1 \Rightarrow d: x-3y=0$.

Câu 43: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho tam giác cân PRQ , biết phương trình cạnh đáy $PQ: 2x-3y+5=0$, cạnh bên $PR: x+y+1=0$. Tìm phương trình cạnh bên RQ biết rằng nó đi qua điểm $D(1;1)$

A. $RQ: 17x+7y+24=0$.

B. $RQ: 17x-7y-24=0$.

C. $RQ: 17x+7y-24=0$.

D. $RQ: 17x-7y+24=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình cạnh bên RQ đi qua điểm D có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$, $A^2+B^2 \neq 0$.

Vì tam giác PRQ cân tại R nên $(RQ, PQ) = (PQ, PR) \Leftrightarrow \cos(RQ, PQ) = \cos(PQ, PR)$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A-3B|}{\sqrt{13}\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}\cdot|2A-3B| = \sqrt{A^2+B^2}$$

$$\Leftrightarrow 7A^2 - 24AB + 17B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{17}{7}B \\ A = B \end{cases}$$

Với $A = \frac{17}{7}B$ chọn $B=7; A=17 \Rightarrow RQ: 17x+7y-24=0$.

Với $A=B$ chọn $B=1; A=1 \Rightarrow RQ: x+y-2=0$ loại vì $RQ \parallel PR$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $RQ: 17x+7y-24=0$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 đường thẳng $d_1: 3x+4y-6=0$; $d_2: 4x+3y-1=0$ và $d_3: y=0$.

Gọi $A=d_1 \cap d_2$; $B=d_2 \cap d_3$; $C=d_3 \cap d_1$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc B .

A. $4x-2y-1=0$.

B. $4x-2y+1=0$.

C. $4x+8y-1=0$.

D. $4x+8y+1=0$.

Lời giải

Chọn A.

$$A=d_1 \cap d_2, \text{ suy ta tọa độ điểm } A(x;y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} 3x+4y-6=0 \\ 4x+3y-1=0 \end{cases} \Rightarrow A(-2;3).$$

$$B=d_2 \cap d_3, \text{ suy ta tọa độ điểm } B(x;y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} y=0 \\ 4x+3y-1=0 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{1}{4};0\right).$$

$$C=d_3 \cap d_1, \text{ suy ta tọa độ điểm } C(x;y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} 3x+4y-6=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow C(2;0).$$

$$\text{Phương trình các đường phân giác góc } B \text{ là } \frac{4x+3y-1}{5} = \pm y \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y-1=0 \text{ } (\Delta_1) \\ 4x+8y-1=0 \text{ } (\Delta_2) \end{cases}$$

Xét đường thẳng $(\Delta_1): 4x-2y-1=0$, ta có $(4x_A-2y_A-1)(4x_C-2y_C-1) = -105 < 0$

Suy ra A và C nằm khác phía đối với (Δ_1) .

Do đó đường phân giác trong góc B là $(\Delta_1): 4x-2y-1=0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x+y=1$, $d_2: x-3y+3=0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d_3 đối xứng với d_1 qua đường thẳng d_2 .

- A.** $7x + y - 1 = 0$. **B.** $7x + y + 1 = 0$. **C.** $7x - y - 1 = 0$. **D.** $7x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x; y) = d_1 \cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1).$$

Chọn $M(1; 0) \in d_1$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_2 .

Suy ra Δ có dạng $3x + y + c = 0$.

Vì $M(1; 0) \in \Delta \Rightarrow c = -3 \Rightarrow \Delta: 3x + y - 3 = 0$.

Gọi $H(x; y) = d_2 \cap \Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y - 3 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right).$$

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_2 . Khi đó H là trung điểm của MN .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = \frac{1}{5} \\ y_N = 2y_H - y_M = \frac{12}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{1}{5}; \frac{12}{5}\right).$$

Vậy đường thẳng d_3 chính là đường thẳng IN , ta có

$$\frac{x-0}{0-\frac{1}{5}} = \frac{y-1}{\frac{12}{5}-1} \Leftrightarrow 7x + y - 1 = 0.$$

- Câu 46:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho ΔABC có đỉnh $A(3; 0)$ và phương trình hai đường cao (BB') : $2x + 2y - 9 = 0$ và (CC') : $3x - 12y - 1 = 0$. Viết phương trình cạnh BC .
A. $4x - 5y - 20 = 0$. **B.** $4x + 5y + 20 = 0$. **C.** $4x + 5y - 20 = 0$. **D.** $4x - 5y + 20 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác ΔABC . Khi đó tọa độ điểm $H(x; y)$ là nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} 2x + 2y - 9 = 0 \\ 3x - 12y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ y = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{11}{3}; \frac{5}{6}\right).$$

Phương trình cạnh AC đi qua $A(3; 0)$ và vuông góc với BB'

nên (AC) có dạng $2x - 2y + c = 0$.

Vì $A(3; 0) \in (AC)$ nên $6 + c = 0 \Rightarrow c = -6$. Do đó $(AC): 2x - 2y - 6 = 0 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$.

Ta có $C = AC \cap CC'$ nên tọa độ điểm $C(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 12y - 1 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{35}{9} \\ y = \frac{8}{9} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{35}{9}; \frac{8}{9}\right).$$

Phương trình cạnh BC đi qua điểm $C\left(\frac{35}{9}; \frac{8}{9}\right)$ nhận $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{6}(4; 5)$ làm vectơ pháp tuyến $\Rightarrow (BC): 4x + 5y - 20 = 0$.

- Câu 47:** Cho tam giác ABC , đỉnh $B(2;-1)$, đường cao $AA': 3x - 4y + 27 = 0$ và đường phân giác trong của góc C là $CD: x + 2y - 5 = 0$. Khi đó phương trình cạnh AB là
A. $4x - 7y - 15 = 0$. **B.** $2x + 5y + 1 = 0$. **C.** $4x + 7y - 1 = 0$. **D.** $2x - 5y - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình cạnh BC đi qua $B(2;-1)$ và vuông góc với AA' là $4x + 3y - 5 = 0$.

Gọi $C(x; y)$, tọa độ điểm $C(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 4x + 3y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 3)$

Gọi M là điểm đối xứng của B qua CD . Khi đó tọa độ điểm $M(x; y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} 2(x-2) - (y+1) = 0 \\ \frac{x+2}{2} + 2\left(\frac{y-1}{2}\right) - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(4; 3).$$

Phương trình cạnh AC chính là MC , ta có $AC: y = 3$.

Gọi $A(x; y)$, tọa độ điểm $A(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} 3x - 4y + 27 = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-5; 3).$

Phương trình cạnh AB là $\frac{x+5}{7} = \frac{y-3}{-4} \Leftrightarrow 4x + 7y - 1 = 0$.

- Câu 48:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho $\triangle ABC$ có điểm $A(2;-1)$ và hai đường phân giác trong của hai góc B, C lần lượt có phương trình $(\Delta_B): x - 2y + 1 = 0$, $(\Delta_C): x + y + 3 = 0$. Viết phương trình cạnh BC .

- A.** $BC: 4x + y + 3 = 0$ **B.** $BC: 4x - y + 3 = 0$. **C.** $BC: 4x - y - 3 = 0$ **D.** $BC: 4x + y - 3 = 0$

Lời giải

Chọn B.

+) Gọi $H(x_H; y_H)$ là hình chiếu của điểm A lên Δ_B
 $\Rightarrow \overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_{\Delta_B} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_{\Delta_B} = 0$.

Ta có $H(2y_H - 1; y_H) \in \Delta_B$;

$$\overrightarrow{AH} = (2y_H - 3; y_H + 1); \vec{u}_{\Delta_B} = (2; 1).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_{\Delta_B} = 0 \Leftrightarrow 2(2y_H - 3) + (y_H + 1) = 0 \Leftrightarrow y_H = 1 \Rightarrow H(1; 1).$$

Gọi M là điểm đối xứng của A qua Δ_B .

$$\text{Khi đó } H \text{ là trung điểm của } AM \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2x_H - x_A = 0 \\ y_M = 2y_H - y_A = 3 \end{cases} \Rightarrow M(0; 3).$$

+) Gọi $K(x_K; y_K)$ là hình chiếu của điểm A lên $\Delta_C \Rightarrow \overrightarrow{AK} \perp \vec{u}_{\Delta_C} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u}_{\Delta_C} = 0$.

$$\text{Ta có } K(x_K; -x_K - 3) \in \Delta_C; \overrightarrow{AK} = (x_K - 2; -x_K - 2); \vec{u}_{\Delta_C} = (1; -1).$$

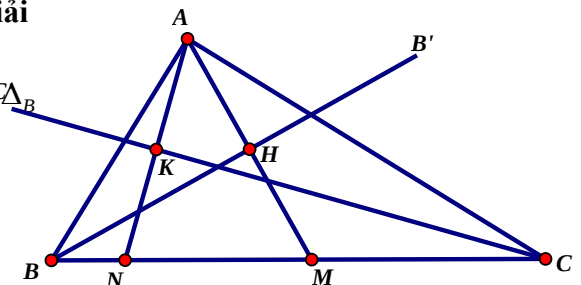
$$\Rightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u}_{\Delta_C} = 0 \Leftrightarrow x_K - 2 + x_K + 2 = 0 \Leftrightarrow x_K = 0 \Rightarrow K(0; -3).$$

Gọi N là điểm đối xứng của A qua Δ_C .

$$\text{Khi đó } K \text{ là trung điểm của } AN \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_K - x_A = -2 \\ y_N = 2y_K - y_A = -5 \end{cases} \Rightarrow N(-2; -5).$$

Phương trình đường thẳng BC chính là phương trình đường thẳng MN .

$$\Rightarrow \text{đường thẳng } BC: \frac{x-0}{-2} = \frac{y-3}{-8} \Leftrightarrow 4x - y + 3 = 0$$



Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho ΔABC vuông cân tại $A(4;1)$ và cạnh huyền BC có phương trình: $3x - y + 5 = 0$. Viết phương trình hai cạnh góc vuông AC và AB .

A. $x - 2y - 2 = 0$ và $2x + y + 9 = 0$.

B. $x - 2y + 2 = 0$ và $2x + y - 9 = 0$.

C. $x - 2y + 2 = 0$ và $2x + y + 9 = 0$.

D. $x + 2y - 2 = 0$ và $2x - y + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Viết phương trình đường thẳng đi qua A tạo với đường thẳng BC một góc 45° .

Cách 2:

Gọi $H(x; y)$ là hình chiếu của $A(4;1)$ lên BC .

d đi qua $A(4;1)$ và vuông góc với BC nên d có dạng $x + 3y + c = 0$.

Vì $A(4;1) \in d \Rightarrow 7 + c = 0 \Leftrightarrow c = -7$ nên $d: x + 3y - 7 = 0$.

Khi đó tọa độ điểm $H(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{5} \\ y = \frac{13}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{4}{5}; \frac{13}{5}\right).$$

Vì ΔABC vuông cân tại A nên A, B, C thuộc đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC có tâm

$$H\left(-\frac{4}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ và bán kính } R = AH = \frac{8\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Phương trình đường tròn } (C): \left(x + \frac{4}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{5}\right)^2 = \frac{128}{5}.$$

Tọa độ điểm B, C là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ \left(x + \frac{4}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{5}\right)^2 = \frac{128}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x + 5 \\ \left(x + \frac{4}{5}\right)^2 + \left(3x + 5 - \frac{13}{5}\right)^2 = \frac{128}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x + 5 \\ 25x^2 + 40x - 48 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \Rightarrow y = \frac{37}{5} \\ x = -\frac{12}{5} \Rightarrow y = -\frac{11}{5} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra 2 điểm } B\left(\frac{4}{5}; \frac{37}{5}\right); C\left(-\frac{12}{5}; -\frac{11}{5}\right) \text{ hoặc } C\left(\frac{4}{5}; \frac{37}{5}\right); B\left(-\frac{12}{5}; -\frac{11}{5}\right).$$

Vậy phương trình hai cạnh AB và AC là

$$(AB): \frac{\frac{x-4}{\frac{4}{5}-4}}{\frac{y-1}{\frac{37}{5}-1}} = \frac{\frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}}{\frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}} \Leftrightarrow 2x + y - 9 = 0; (AC): \frac{\frac{x-4}{\frac{4}{5}-4}}{\frac{y-1}{\frac{37}{5}-1}} = \frac{\frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}}{\frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}} \Leftrightarrow x - 2y - 2 = 0.$$

$$\text{Hoặc } (AC): \frac{\frac{x-4}{\frac{4}{5}-4}}{\frac{y-1}{\frac{37}{5}-1}} = \frac{\frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}}{\frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}} \Leftrightarrow 2x + y - 9 = 0; (AB): \frac{\frac{x-4}{\frac{4}{5}-4}}{\frac{y-1}{\frac{37}{5}-1}} = \frac{\frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}}{\frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}} \Leftrightarrow x - 2y - 2 = 0.$$

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ΔABC vuông tại A , có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ΔABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

A. $BC: 3x - 4y + 16 = 0$.

B. $BC: 3x - 4y - 16 = 0$

C. $BC: 3x + 4y + 16 = 0$.

D. $BC: 3x + 4y + 8 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

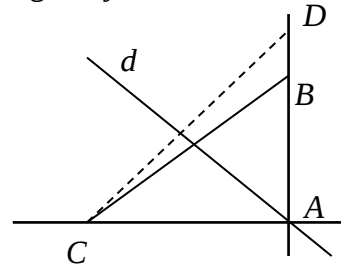
Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4;1)$ qua đường thẳng $x+y-5=0$

suy ra tọa độ điểm $D(x;y)$ là nghiệm của

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} (x+4)-(y-1)=0 \\ \frac{x-4}{2} + \frac{y+1}{2} - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow D(4;9).$$

Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD

$$\text{nên tọa độ điểm } A(x;y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x+y-5=0 \\ x^2+(y-5)^2=32 \end{cases} \text{ với } x>0, \text{ suy ra điểm } A(4;1).$$



$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24 \Leftrightarrow AB = \frac{2S_{ABC}}{AC} = 6$$

B thuộc đường thẳng $AD: x=4$, suy ra tọa độ $B(4;y)$ thỏa mãn $(y-1)^2=36$
 $\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A , nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $B(4;7)$.

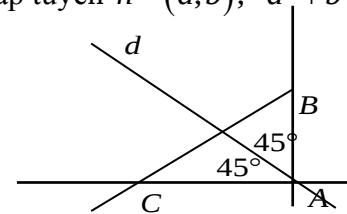
Do đó, đường thẳng BC có phương trình : $3x-4y+16=0$.

Cách 2:

Gọi đường thẳng AC đi qua điểm $C(-4;1)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$, $a^2+b^2 \neq 0$.

$$\text{Vì } (AC, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_{AC}, \vec{n}_d) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0; b=1 \\ b=0; a=1 \end{cases}$$



Với $b=0; a=1$ suy đường thẳng $AC: x+4=0 \Rightarrow A=AC \cap d \Rightarrow A(-4; 9)$ (loại vì $x_A > 0$)

Với $a=0; b=1$ suy đường thẳng $AC: y-1=0 \Rightarrow A=AC \cap d \Rightarrow A(4; 1)$.

$$\text{nên tọa độ điểm } A(x;y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x+y-5=0 \\ x^2+(y-5)^2=32 \end{cases} \text{ với } x>0, \text{ suy ra điểm } A(4;1).$$

Gọi điểm $B(x;y)$.

Ta có $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow x=4 \Rightarrow B(4;y)$.

$$\text{Lại có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24 \Leftrightarrow AB = \frac{2S_{ABC}}{AC} = 6 \Leftrightarrow (y-1)^2 = 36.$$

$\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A , nên hai điểm A và B nằm khác phía đối với đường thẳng d , suy ra $B(4;7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình : $3x-4y+16=0$.