

CHUYÊN ĐỀ 3
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

§3 HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Định lý côsin: Trong tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$. Ta có :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B$$

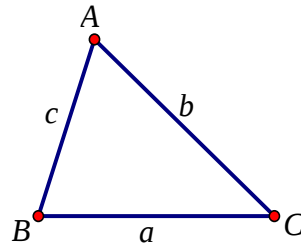
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Hệ quả:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$



Hình 2.6

2. Định lý sin : Trong tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Ta có :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Độ dài trung tuyến: Cho tam giác ABC với m_a , m_b , m_c lần lượt là các trung tuyến kẻ từ A , B , C .

Ta có :

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$$

$$m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$$

$$m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$$

4. Diện tích tam giác

Với tam giác ABC ta kí hiệu h_a , h_b , h_c là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC , CA , AB ; R , r

lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác; $p = \frac{a + b + c}{2}$ là nửa chu vi tam giác; S là

diện tích tam giác. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \\ &= \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C \\ &= \frac{abc}{4R} \\ &= pr \\ &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{công thức Hê-rông}) \end{aligned}$$

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ có $b=6, c=8, A=60^\circ$. Độ dài cạnh a là:

A. $2\sqrt{13}$.

B. $3\sqrt{12}$.

C. $2\sqrt{37}$.

D. $\sqrt{20}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 36 + 64 - 2.6.8.\cos 60^\circ = 52 \Rightarrow a = 2\sqrt{13}$.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ có $S=84, a=13, b=14, c=15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là:

A. 8,125.

B. 130.

C. 8.

D. 8,5.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{a.b.c}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{a.b.c}{4S} = \frac{13.14.15}{4.84} = \frac{65}{8}$.

Câu 3. Cho $\triangle ABC$ có $a=6, b=8, c=10$. Diện tích S của tam giác trên là:

A. 48.

B. 24.

C. 12.

D. 30.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: Nửa chu vi $\triangle ABC$: $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Áp dụng công thức Hê-rông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24$.

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ thỏa mãn: $2\cos B = \sqrt{2}$. Khi đó:

A. $B=30^\circ$.

B. $B=60^\circ$.

C. $B=45^\circ$.

D. $B=75^\circ$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $2\cos B = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ$.

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B và có $C=25^\circ$. Số đo của góc A là:

A. $A=65^\circ$.

B. $A=60^\circ$.

C. $A=155^\circ$.

D. $A=75^\circ$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: Trong $\triangle ABC$ $A+B+C=180^\circ \Rightarrow A=180^\circ - B - C = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ có $B=60^\circ, a=8, c=5$. Độ dài cạnh b bằng:

A. 7.

B. 129.

C. 49.

D. $\sqrt{129}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 7. Cho $\triangle ABC$ có $C=45^\circ, B=75^\circ$. Số đo của góc A là:

A. $A=65^\circ$.

B. $A=70^\circ$

C. $A=60^\circ$.

D. $A=75^\circ$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $A+B+C=180^\circ \Rightarrow A=180^\circ - B - C = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ có $S=10\sqrt{3}$, nửa chu vi $p=10$. Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác trên là:

A. 3.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$.

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ có $a=4, c=5, B=150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

A. $5\sqrt{3}$.

B. 5.

C. 10.

D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5$.

Câu 10. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $2\cos A=1$. Khi đó:

A. $A=30^\circ$.

B. $A=45^\circ$.

C. $A=120^\circ$.

D. $A=60^\circ$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $2\cos A=1 \Leftrightarrow \cos A=\frac{1}{2} \Rightarrow A=60^\circ$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $b=7; c=5, \cos A=\frac{3}{5}$. Đường cao h_a của tam giác ABC là

A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

B. 8.

C. $8\sqrt{3}$.

D. $80\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$.

Mặt khác: $\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$ (Vì $\sin A > 0$).

Mà: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{bc \sin A}{a} = \frac{7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5}}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC , chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

A. $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{a^2}{4}$.

B. $m_a^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$.

C. $m_a^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$.

D. $m_a^2 = \frac{2c^2 + 2b^2 - a^2}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$.

Câu 13. Cho tam giác ABC . Tìm công thức sai:

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$.

B. $\sin A = \frac{a}{2R}$.

C. $b \sin B = 2R$.

D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Câu 14. Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A$.

B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A$.

C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

D. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$.

Câu 15. Cho tam giác ABC có $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là ?

A. $c = 3\sqrt{21}$.

B. $c = 7\sqrt{2}$.

C. $c = 2\sqrt{11}$.

D. $c = 2\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow c = 2\sqrt{21}$.Câu 16. Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C$.

B. $\frac{a}{\sin A} = R$.

C. $\cos B = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

D. $m_c^2 = \frac{2b^2 + 2a^2 - c^2}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 17. Cho tam giác ABC , chọn công thức đúng?

A. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot AB \cos C$.

B. $AB^2 = AC^2 - BC^2 + 2AC \cdot BC \cos C$.

C. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C$.

D. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos A$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 18. Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$

B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$

C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$.

D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{\frac{b+c}{2}}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{b+c}{2 \sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A.$$

Câu 19. Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sai?

A. $\sin(A + B - 2C) = \sin 3C$.

B. $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$.

C. $\sin(A + B) = \sin C$.

D. $\cos \frac{A+B+2C}{2} = \sin \frac{C}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow \frac{A+B+2C}{2} = 90^\circ + \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \left(\frac{B+C}{2} \right) = \cos \left(90^\circ + \frac{C}{2} \right) \Leftrightarrow \cos \left(\frac{B+C}{2} \right) = -\sin \frac{C}{2}.$$

Câu 20. Gọi $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ là tổng bình phương độ dài ba trung tuyến của tam giác ABC . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

B. $S = a^2 + b^2 + c^2$.

C. $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$.

D. $S = 3(a^2 + b^2 + c^2)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} + \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Câu 21. Độ dài trung tuyến m_c ứng với cạnh c của $\triangle ABC$ bằng biểu thức nào sau đây

A. $\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2}$.

B. $\sqrt{\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2}}$.

C. $\frac{1}{2}\sqrt{(2b^2 + 2a^2) - c^2}$.

D. $\sqrt{\frac{b^2 + a^2 - c^2}{4}}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $m_c^2 = \frac{b^2 + a^2}{2} - \frac{c^2}{4} \Rightarrow m_c = \sqrt{\frac{b^2 + a^2}{2} - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{(2b^2 + 2a^2) - c^2}$.

Câu 22. Tam giác ABC có $\cos B$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

B. $\sqrt{1 - \sin^2 B}$.

C. $\cos(A + C)$.

D. $\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$.

Câu 23. Cho tam giác ABC có $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. Khi đó :

A. Góc $C > 90^\circ$

B. Góc $C < 90^\circ$

C. Góc $C = 90^\circ$

D. Không thể kết luận được gì về góc C .

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

Mà: $a^2 + b^2 - c^2 > 0$ suy ra: $\cos C > 0 \Rightarrow C < 90^\circ$.

Câu 24. Chọn đáp án sai : Một tam giác giải được nếu biết :

A. Độ dài 3 cạnh

B. Độ dài 2 cạnh và 1 góc bất kỳ

C. Số đo 3 góc

D. Độ dài 1 cạnh và 2 góc bất kỳ

Lời giải

Chọn C.

Ta có: Một tam giác giải được khi ta biết 3 yếu tố của nó, trong đó phải có ít nhất một yếu tố độ dài (tức là yếu tố góc không được quá 2).

Câu 25. Một tam giác có ba cạnh là 13,14,15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu ?

A. 84.

B. $\sqrt{84}$.

C. 42.

D. $\sqrt{168}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$.

Suy ra: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$.

Câu 26. Một tam giác có ba cạnh là 26,28,30. Bán kính đường tròn nội tiếp là:

A. 16.

B. 8.

C. 4.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{26+28+30}{2} = 42$.

$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = \frac{\sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)}}{42} = 8$.

Câu 27. Một tam giác có ba cạnh là 52,56,60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

A. $\frac{65}{8}$.

B. 40.

C. 32,5.

D. $\frac{65}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{52+56+60}{2} = 84.$

Suy ra: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{84(84-52)(84-56)(84-60)} = 1344.$

Mà $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{52.56.60}{4.1344} = \frac{65}{2}.$

Câu 28. Tam giác với ba cạnh là 3,4,5. Có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu ?

- A.** 1. **B.** $\sqrt{2}.$ **C.** $\sqrt{3}.$ **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+4+5}{2} = 6.$

Suy ra: $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = \frac{\sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}}{6} = 1.$

Câu 29. Tam giác ABC có $a=6, b=4\sqrt{2}, c=2.$ M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM=3.$ Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu ?

- A.** $\sqrt{9}.$ **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{2}\sqrt{108}.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: Trong tam giác ABC có $a=6 \Rightarrow BC=6$ mà $BM=3$ suy ra M là trung điểm $BC.$

Suy ra: $AM^2 = m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 9 \Rightarrow AM=3.$

Câu 30. Cho $\triangle ABC$, biết $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = \overrightarrow{AC} = (b_1; b_2).$ Để tính diện tích S của $\triangle ABC$. Một học sinh làm như sau:

(I) Tính $\cos A = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

(II) Tính $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})^2}{(|\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2)}}$

(III) $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$

(IV) $S = \frac{1}{2} \sqrt{(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) - (a_1 b_1 + a_2 b_2)^2}$

$S = \frac{1}{2} \sqrt{(a_1 b_2 + a_2 b_1)^2}$

$S = \frac{1}{2} (a_1 b_2 - a_2 b_1)$

Học sinh đó đã làm sai bắt đầu từ bước nào?

- A.** (I) **B.** (II) **C.** (III) **D.** (IV)

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\cos A = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}.$

Câu 31. Câu nào sau đây là phương tích của điểm $M(1;2)$ đối với đường tròn (C) . tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=2$:

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 0. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overline{MI} = (-3; 1) \Rightarrow MI = \sqrt{10}$.

Phương tích của điểm M đối với đường tròn (C) tâm I là:

$$MI^2 - R^2 = \left(\sqrt{(-2-1)^2 + (1-2)^2} \right)^2 - 4 = 6.$$

Câu 32. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m$, $CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB.CA.\cos C = 250^2 + 120^2 - 2.250.120.\cos 78^\circ 24' \approx 64835 \Rightarrow AB \approx 255$.

Câu 33. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?

- A. 13. B. $15\sqrt{13}$. C. $10\sqrt{13}$. D. 15.

Lời giải

Chọn

Không có đáp án.

Ta có: Sau 2h quãng đường tàu thứ nhất chạy được là: $S_1 = 30.2 = 60km$.

Sau 2h quãng đường tàu thứ hai chạy được là: $S_2 = 40.2 = 80km$.

Vậy: sau 2h hai tàu cách nhau là: $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1.S_2.\cos 60^\circ} = 20\sqrt{13}$.

Câu 34. Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?

- A. 71m. B. 91m. C. 79m. D. 40m.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: Trong tam giác vuông CDA : $\tan 72^\circ 12' = \frac{CD}{AD} \Rightarrow AD = \frac{CD}{\tan 72^\circ 12'} = \frac{80}{\tan 72^\circ 12'} \approx 25,7$.

Trong tam giác vuông CDB : $\tan 34^\circ 26' = \frac{CD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{CD}{\tan 34^\circ 26'} = \frac{80}{\tan 34^\circ 26'} \approx 116,7$.

Suy ra: khoảng cách $AB = 116,7 - 25,7 = 91m$.

Câu 35. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^\circ 16'$. Biết $CA = 200m$, $CB = 180m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 163m. B. 224m. C. 112m. D. 168m.

Lời giải

Chọn

Không có đáp án

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB.CA.\cos C = 200^2 + 180^2 - 2.200.180.\cos 56^\circ 16' \approx 32416 \Rightarrow AB \approx 180$.

Câu 36. Cho đường tròn (C) đường kính AB với $A(-1; -2)$; $B(2; 1)$. Kết quả nào sau đây là phương tích của điểm $M(1; 2)$ đối với đường tròn (C) .

- A. 3. B. 4. C. -5. D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overline{AB} = (3; 3) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$.

Đường tròn (C) đường kính AB có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm AB và bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra: phương tích của điểm M đối với đường tròn (C) là: $MI^2 - R^2 = 2$.

Câu 37. Cho các điểm $A(1; -2), B(-2; 3), C(0; 4)$. Diện tích $\triangle ABC$ bằng bao nhiêu ?

- A. $\frac{13}{2}$. B. 13. C. 26. D. $\frac{13}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; 5) \Rightarrow AB = \sqrt{34}$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 6) \Rightarrow AC = \sqrt{37}$, $\overrightarrow{BC} = (2; 1) \Rightarrow BC = \sqrt{5}$.

$$\text{Mặt khác } p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{\sqrt{37} + \sqrt{34} + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = \frac{13}{2}.$$

Câu 38. Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(3; -3), C(6; 0)$. Diện tích $\triangle ABC$ là

- A. 12. B. 6. C. $6\sqrt{2}$. D. 9.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$, $\overrightarrow{AC} = (5; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{26}$, $\overrightarrow{BC} = (3; 3) \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow AB \perp BC$.

$$\text{Suy ra: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 6.$$

Câu 39. Cho $\vec{a} = (2; -3)$ và $\vec{b} = (5; m)$. Giá trị của m để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương là:

- A. -6. B. $-\frac{13}{2}$. C. -12. D. $-\frac{15}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương suy ra $\frac{5}{2} = \frac{m}{-3} \Rightarrow m = -\frac{15}{2}$.

Câu 40. Cho các điểm $A(1; 1), B(2; 4), C(10; -2)$. Góc BAC bằng bao nhiêu?

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (9; -3)$.

$$\text{Suy ra: } \cos BAC = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = 0 \Rightarrow BAC = 90^\circ.$$

Câu 41. Tam giác với ba cạnh là 5; 12; 13 có bán kính đường tròn ngoại tiếp là ?

- A. 6. B. 8. C. $\frac{13}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow R = \frac{13}{2}$. (Tam giác vuông bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{1}{2}$ cạnh huyền).

Câu 42. Cho tam giác ABC có $a = 4, b = 6, c = 8$. Khi đó diện tích của tam giác là:

- A. $9\sqrt{15}$. B. $3\sqrt{15}$. C. 105. D. $\frac{2}{3}\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{4+6+8}{2} = 9.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 3\sqrt{15}.$$

Câu 43. Tam giác với ba cạnh là 5;12;13 có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu ?

- A.** 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } p = \frac{5+12+13}{2} = 15. \text{ Mà } 5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30.$$

$$\text{Mặt khác } S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = 2.$$

Câu 44. Tam giác với ba cạnh là 6;8;10 có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng bao nhiêu ?

- A.** 5. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } 6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow R = \frac{10}{2} = 5. \text{ (Tam giác vuông bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng } \frac{1}{2} \text{ cạnh huyền).}$$

Câu 45. Cho tam giác ABC thỏa mãn : $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó :

- A.** $A = 30^\circ$. **B.** $A = 45^\circ$. **C.** $A = 60^\circ$. **D.** $A = 75^\circ$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}bc}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^\circ.$$

Câu 46. Tam giác ABC có $a = 16,8$; $B = 56^\circ 13'$; $C = 71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?

- A.** 29,9. **B.** 14,1. **C.** 17,5. **D.** 19,9.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: Trong tam giác ABC: } A + B + C = 180^\circ \Rightarrow A = 180^\circ - 71^\circ - 56^\circ 13' = 52^\circ 47'.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{16,8 \cdot \sin 71^\circ}{\sin 52^\circ 47'} \approx 19,9.$$

Câu 47. Cho tam giác ABC, biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A?

- A.** $33^\circ 34'$. **B.** $117^\circ 49'$. **C.** $28^\circ 37'$. **D.** $58^\circ 24'$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A \approx 117^\circ 49'.$$

Câu 48. Tam giác ABC có $A = 68^\circ 12'$, $B = 34^\circ 44'$, $AB = 117$. Tính AC?

- A.** 68. **B.** 168. **C.** 118. **D.** 200.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: Trong tam giác ABC: } A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - 68^\circ 12' - 34^\circ 44' = 77^\circ 4'.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{117 \cdot \sin 34^\circ 44'}{\sin 77^\circ 4'} \approx 68.$$

Câu 49. Tam giác ABC có $a = 8, c = 3, B = 60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu ?

- A.** 49. **B.** $\sqrt{97}$ **C.** 7. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 3^2 - 2.8.3.\cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 50. Cho tam giác ABC , biết $a=13, b=14, c=15$. Tính góc B ?

A. $59^\circ 49'$.

B. $53^\circ 7'$.

C. $59^\circ 29'$.

D. $62^\circ 22'$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2.13.15} = \frac{33}{65} \Rightarrow B \approx 59^\circ 29'$.