

CHUYÊN ĐỀ 7
PARABOL

§7. ĐƯỜNG PARABOL

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Cho điểm cố định F và đường thẳng cố định Δ không đi qua F . $Parabol(P)$ là tập hợp các điểm M cách đều điểm F và đường thẳng Δ .

Điểm F gọi là *tiêu điểm* của parabol.

Đường thẳng Δ được gọi là *đường chuẩn* của parabol

$p = d(F; \Delta)$ được gọi là *tham số tiêu* của parabol.

2. Phương trình chính tắc của parabol:

Với $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và $\Delta: x = -\frac{p}{2}$ $p > 0$

$$M(x; y) \in P \Leftrightarrow y^2 = 2px \quad (3)$$

(3) được gọi là phương trình chính tắc của parabol

3. Hình dạng và tính chất của parabol:

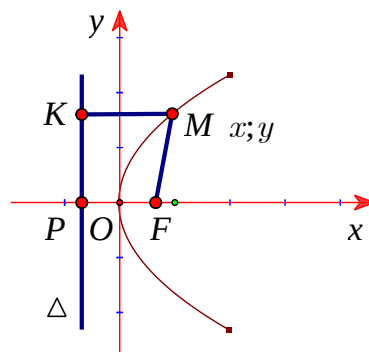
+ Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$

+ Phương trình đường chuẩn: $\Delta: x = -\frac{p}{2}$

+ Góc tọa độ O được gọi là đỉnh của parabol

+ Ox được gọi là trục đối xứng

+ $M(x_M; y_M)$ thuộc (P) thì: $MF = d(M; \Delta) = x_M + \frac{p}{2}$



Hình 3.5

Câu 1. Định nghĩa nào sau đây là định nghĩa đường parabol?

A. Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Parabol (P) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ .

B. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$, $(c > 0)$. Parabol (P) là tập hợp điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ với a là một số không đổi và $a < c$.

C. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$, $(c > 0)$ và một độ dài $2a$ không đổi $(a > c)$. Parabol (P) là tập hợp các điểm M sao cho $M \in (P) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.

D. Cả ba định nghĩa trên đều không đúng định nghĩa của parabol.

Lời giải

Chọn A

Định nghĩa về parabol là: Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Parabol (P) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ . (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 2. Dạng chính tắc của Parabol là

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. B. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. C. $y^2 = 2px$. D. $y = px^2$.

Lời giải

Chọn A

Dạng chính tắc của Parabol là $y^2 = 2px$. (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 3. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$, với $p > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây sai?

A. Tọa độ tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$. B. Phương trình đường chuẩn $\Delta: x + \frac{p}{2} = 0$.
C. Trục đối xứng của parabol là trục Oy . D. Parabol nằm về bên phải trục Oy .

Lời giải

Chọn A

Khẳng định sai: Trục đối xứng của parabol là trục Oy . Cần sửa lại: trục đối xứng của parabol là trục Ox . (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 4. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$ và đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$. Điều kiện để d là tiếp tuyến của (P) là

A. $pB = 2AC$. B. $pB = -2AC$. C. $pB^2 = 2AC$. D. $pB^2 = -2AC$.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết

Câu 5. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$ và $M(x_0; y_0) \in (P)$. Khi đó tiếp tuyến của (P) tại M là

A. $y_0 y = p(x_0 - x)$. B. $y_0 y = p(x - x_0)$. C. $y = p(x_0 + x)$. D. $y_0 y = p(x_0 + x)$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết.

Câu 6. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$ và $M(x_M; y_M) \in (P)$ với $y_M > 0$. Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $MF = y_M - \frac{p}{2}$. B. $MF = y_M + \frac{p}{2}$. C. $MF = -y_M + \frac{p}{2}$. D. $MF = \left| y_M - \frac{p}{2} \right|$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết

Câu 7. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$. Phương trình đường chuẩn của (P) là

A. $y = -\frac{p}{2}$. B. $y = \frac{p}{2}$. C. $y = p$. D. $y = -p$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết

Câu 8. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = -2px$ với $p > 0$. Phương trình đường chuẩn của (P) là

A. $y = -\frac{p}{2}$. B. $y = \frac{p}{2}$. C. $y = p$. D. $y = -p$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết

Câu 9. Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol $y^2 = \frac{3}{2}x$

A. $x = -\frac{3}{4}$.

B. $x = \frac{3}{4}$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = -\frac{3}{8}$.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$$\Rightarrow p = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{Phương trình đường chuẩn là } x + \frac{3}{8} = 0.$$

Câu 10. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(5; -2)$

A. $y = x^2 - 3x - 12$.

B. $y = x^2 - 27$.

C. $y^2 = 5x - 21$.

D. $y^2 = \frac{4x}{5}$.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$$A(5; -2) \in (P) \Rightarrow 2p = \frac{4}{5}$$

$$\text{Vậy phương trình } (P): y^2 = \frac{4}{5}x.$$

Câu 11. Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol $y^2 = -4x$?

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = \pm 1$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$$\Rightarrow p = -2 \Rightarrow \text{Phương trình đường chuẩn là } x - 1 = 0.$$

Câu 12. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(1; 2)$.

A. $y = x^2 + 2x - 1$.

B. $y = 2x^2$.

C. $y^2 = 4x$.

D. $y^2 = 2x$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$$A(1; 2) \in (P) \Rightarrow 2p = 4$$

$$\text{Vậy phương trình } (P): y^2 = 4x.$$

Câu 13. Cho Parabol $(P): y^2 = 2x$. Xác định đường chuẩn của (P) .

A. $x + 1 = 0$

B. $2x + 1 = 0$

C. $x = \frac{1}{2}$

D. $x - 1 = 0$

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Phương trình đường chuẩn } x = -\frac{1}{2}.$$

Câu 14. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + \frac{1}{4} = 0$

A. $y^2 = x$.

B. $y^2 = -x$.

C. $y^2 = \frac{x}{2}$.

D. $y^2 = 2x$.

Lời giải.

Chọn A.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Parabol có đường chuẩn $x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow (P): y^2 = x$.

Câu 15. Cho Parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 4x$. Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) cắt (P) tại 2 điểm A và B . Nếu $A(1; -2)$ thì tọa độ của B bằng bao nhiêu?

- A. $(1; 2)$. B. $(4; 4)$. C. $(-1; 2)$. D. $(2; 2\sqrt{2})$.

Lời giải.

Chọn A.

(P) có tiêu điểm $F(1; 0)$

Đường thẳng $AF: x = 1$

Đường thẳng AF cắt parabol tại $B(1; 2)$.

Câu 16. Điểm nào là tiêu điểm của parabol $y^2 = \frac{1}{2}x$?

- A. $F\left(\frac{1}{8}; 0\right)$. B. $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$. C. $F\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$. D. $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $p = \frac{1}{4} \Rightarrow F\left(\frac{1}{8}; 0\right)$

Câu 17. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol $y^2 = \sqrt{3}x$ là:

- A. $d(F, \Delta) = \sqrt{3}$. B. $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $p = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F\left(\frac{\sqrt{3}}{4}; 0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

Vậy, $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(2; 0)$.

- A. $y^2 = 4x$. B. $y^2 = 8x$. C. $y^2 = 2x$. D. $y = \frac{1}{6}x^2$.

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Tiêu điểm $F(2; 0) \Rightarrow p = 4$

Vậy, phương trình parabol $y^2 = 8x$.

Câu 19. Xác định tiêu điểm của Parabol có phương trình $y^2 = 6x$

- A. $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. B. $(0; -3)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $p = 3 \Rightarrow$ tiêu điểm $F\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

Câu 20. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + 1 = 0$

- A. $y^2 = 2x$. B. $y^2 = 4x$. C. $y = 4x^2$. D. $y^2 = 8x$.

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Đường chuẩn $x+1=0$ suy ra $\frac{p}{2}=1 \Rightarrow 2p=4 \Rightarrow y^2=4x$.

Câu 21. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(5;0)$

- A. $y^2 = 20x$. B. $y^2 = 5x$. C. $y^2 = 10x$. D. $y^2 = \frac{1}{5}x$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Ta có: tiêu điểm $F(5;0) \Rightarrow p=5 \Rightarrow 2p=10$

Vậy $(P): y^2 = 10x$.

Câu 22. Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng $\frac{3}{4}$ là:

- A. $y^2 = \frac{3}{4}x$. B. $y^2 = 6x$. C. $y^2 = 3x$. D. $y^2 = \frac{3}{2}x$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Khoảng cách từ đỉnh O đến tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ là $\frac{p}{2}$

Theo đề bài ta có: $\frac{p}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 2p=3$

Vậy $(P): y^2 = 3x$.

Câu 23. Viết phương trình Parabol (P) có tiêu điểm $F(3;0)$ và đỉnh là gốc tọa độ O

- A. $y^2 = -2x$ B. $y^2 = 12x$ C. $y^2 = 6x$ D. $y = x^2 + \frac{1}{2}$

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Ta có: $\frac{p}{2} = 3 \Rightarrow 2p=12$

Vậy phương trình $(P): y^2 = 12x$

Câu 24. Lập phương trình tổng quát của parabol (P) biết (P) có đỉnh $A(1;3)$ và đường chuẩn $d: x-2y=0$.

- A. $(x+2y)^2 - 10x - 30y = 0$ B. $(2x+y)^2 - 10x - 30y = 0$
C. $(x+2y)^2 + 10x - 30y = 0$ D. $(x+2y)^2 - 10x + 30y = 0$

Lời giải.

Chọn B.

Gọi $M(x;y) \in (P)$

Ta có: $AM^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2$, $d(M,d) = \frac{|x-2y|}{\sqrt{5}}$

$M \in (P) \Rightarrow AM = d(M,d) \Rightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = \frac{(x-2y)^2}{5} \Leftrightarrow 4x^2 + y^2 - 10x - 30y + 4xy = 0$

Vậy $(P): (2x+y)^2 - 10x - 30y = 0$

Câu 25. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) có khoảng cách từ đỉnh đến đường chuẩn bằng 2.

A. $y^2 = x$

B. $y^2 = 8x$

C. $y^2 = 2x$

D. $y^2 = 16x$

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Đỉnh O và đường chuẩn $x = -\frac{p}{2}$

Suy ra khoảng cách từ O đến đường chuẩn là $\frac{p}{2} \Rightarrow p = 4$

Vậy $(P): y^2 = 8x$

Câu 26. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) qua điểm M với $x_M = 2$ và khoảng từ M đến tiêu điểm là $\frac{5}{2}$.

A. $y^2 = 8x$

B. $y^2 = 4x$

C. $y^2 = x$

D. $y^2 = 2x$

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

$x_M = 2 \Rightarrow M(2; \pm\sqrt{4p})$, tiêu điểm $F(\frac{p}{2}; 0)$

Ta có: $MF^2 = \left(\frac{p}{2} - 2\right)^2 + 4p = \frac{25}{4} \Leftrightarrow p^2 + 8p - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1 \\ p = -9 \end{cases}$

Vậy phương trình chính tắc $(P): y^2 = 2x$

Câu 27. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết một dây cung của (P) vuông góc với Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1.

A. $y^2 = 16x$

B. $y^2 = 8x$

C. $y^2 = 4x$

D. $y^2 = 2x$

Lời giải.

Chọn A.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Dây cung của (P) vuông góc với Ox có phương trình $x = m$ và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 nên $m = 1$

Dây cung $x = 1$ cắt (P) tại 2 điểm $A(1; \sqrt{2p}), B(1; -\sqrt{2p}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2p} = 8 \Rightarrow p = 8$

Vậy $(P): y^2 = 16x$.

Câu 28. Cho parabol $(P): y^2 = 4x$. Điểm M thuộc (P) và $MF = 3$ thì hoành độ của M là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

$M \in (P): y^2 = 4x \Rightarrow M(m^2; 2m)$, tiêu điểm $F(1; 0)$

Ta có: $MF^2 = (m^2 - 1)^2 + (2m)^2 = 9 \Leftrightarrow m^4 + 2m^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 2 \\ m^2 = -4 \end{cases}$

Vậy hoành độ điểm M là 2.

Câu 29. Một điểm M thuộc Parabol $(P): y^2 = x$. Nếu khoảng cách từ M đến tiêu điểm F của (P) bằng 1 thì hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. 3

Lời giải.**Chọn C.**

$$M \in (P): y^2 = x \Rightarrow M(m^2; m)$$

$$(P) \text{ có tiêu điểm } F\left(\frac{1}{4}; 0\right)$$

$$MF^2 = \left(m^2 - \frac{1}{4}\right)^2 + m^2 = 1 \Leftrightarrow m^4 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{15}{16} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = \frac{3}{4} \\ m^2 = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy hoành độ điểm M là $\frac{3}{4}$.**Câu 30.** Parabol $(P): y^2 = \sqrt{2}x$ có đường chuẩn là Δ , khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Tiêu điểm $F(\sqrt{2}; 0)$.

B. $p = \sqrt{2}$.

C. Đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.**Chọn C.**

$$(P): y^2 = \sqrt{2}x \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{đường chuẩn } x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Câu 31. Một điểm A thuộc Parabol $(P): y^2 = 4x$. Nếu khoảng cách từ A đến đường chuẩn bằng 5 thì khoảng cách từ A đến trục hoành bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } A \in (P) \Rightarrow A(m^2; 2m), \text{ đường chuẩn } \Delta: x = -1$$

$$\text{Khoảng cách từ } A \text{ đến đường chuẩn } d(A, \Delta) = |m^2 + 1| = m^2 + 1 = 5 \Rightarrow m^2 = 4$$

$$\text{Vậy khoảng cách từ } A \text{ đến trục hoành bằng } |2m| = 4.$$

Câu 32. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường thẳng $d: x + 2y = 0$ tại hai điểm M, N và $MN = 4\sqrt{5}$.

A. $y^2 = 8x$

B. $y^2 = x$

C. $y^2 = 2x$

D. $y^2 = 4x$

Lời giải.**Chọn C.**

$$\text{Phương trình chính tắc của parabol } (P): y^2 = 2px \ (p > 0)$$

$$\text{Ta có: } d \text{ cắt } (P) \text{ tại } M \equiv O, N(-2m; m) \ (m < 0) \Rightarrow MN^2 = 5m^2 = (4\sqrt{5})^2 \Rightarrow m = -4$$

$$M(8; -4) \in (P) \Rightarrow 16 = 2p \cdot 8 \Rightarrow 2p = 2$$

$$\text{Vậy } (P): y^2 = 2x.$$

Câu 33. Cho parabol $(P): y^2 = 4x$. Đường thẳng d qua F cắt (P) tại hai điểm A và B . Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB = 2x_A + 2x_B$

B. $AB = 2x_A^2 + 2x_B^2$

C. $AB = 4x_A^2 + 4x_B^2$

D. $AB = x_A + x_B + 2$

Lời giải.

Chọn D.

Đường chuẩn $\Delta: x = -1$

$$A, B \in (P) \Rightarrow AF = d(A, \Delta) = x_A + 1, BF = d(B, \Delta) = x_B + 1$$

$$\text{Vậy } AB = AF + BF = x_A + x_B + 2.$$

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 8x$. Giả sử đường thẳng d đi qua tiêu điểm của (P) và cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ tương ứng là x_1, x_2 . Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB = 4x_A + 4x_B$

B. $AB = x_1 + x_2 + 4$

C. $AB = 8x_A^2 + 8x_B^2$

D. $AB = x_A + x_B + 2$

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: đường chuẩn $\Delta: x = -2$

$$A, B \in (P) \Rightarrow AF = d(A, \Delta) = x_A + 2, BF = d(B, \Delta) = x_B + 2$$

$$\text{Vậy } AB = AF + BF = x_A + x_B + 4.$$

Câu 35. Cho parabol $(P): y^2 = 12x$. Đường thẳng d vuông góc với trục đối xứng của parabol (P) tại tiêu điểm F và cắt (P) tại hai điểm M, N . Tính độ dài đoạn MN .

A. 12

B. 6

C. 24

D. 3

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: (P) đối xứng qua trục Ox và có tiêu điểm $F(3;0)$

$$x = 3 \Rightarrow y = \pm 6 \Rightarrow M(3;6), N(3;-6)$$

$$\text{Vậy } MN = 12$$

Câu 36. Cho parabol $(P): y^2 = 2x$, cho điểm $M \in (P)$ cách tiêu điểm F một đoạn bằng 5. Tổng tung độ các điểm $A \in (P)$ sao cho ΔAFM vuông tại F .

A. 5

B. 0

C. $-\frac{3}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

Lời giải.

Chọn B.

(P) có tiêu điểm $F\left(\frac{1}{2};0\right)$ và phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{1}{2}$

$$MF = 5 \Rightarrow d(M, \Delta) = 5 \Rightarrow x_M + \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow x_M = \frac{9}{2} \Rightarrow y_M = \pm 3$$

$$A \in (P) \Rightarrow A\left(\frac{y_A^2}{2}; y_A\right)$$

$$\overrightarrow{FA} = \left(\frac{y_A^2 - 1}{2}; y_A\right), \overrightarrow{FM} = (4; \pm 3)$$

$$\overrightarrow{FA} \perp \overrightarrow{FM} \Rightarrow \overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FM} = 0 \Rightarrow 2(y_A^2 - 1) \pm 3y_A = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_A = \frac{1}{2} \Rightarrow A\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right) \\ y_A = -2 \Rightarrow A(2; -2) \\ y_A = -\frac{1}{2} \Rightarrow A\left(\frac{1}{8}; -\frac{1}{2}\right) \\ y_A = 2 \Rightarrow A(2; 2) \end{cases}$$

Câu 37. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , hãy viết phương trình của Parabol có tiêu điểm $F(-2;2)$ và đường chuẩn $\Delta: y = 4$.

A. $(P): y = -x^2 - 4x + 8$

B. $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 2$

C. $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$

D. $(P): y = x^2 + 4x - 8$

Lời giải.

Chọn B.

Gọi $M(x; y) \in (P) \Rightarrow MF = d(M, \Delta)$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} = |y-4| \Rightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 = (y-4)^2 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 2$$

Câu 38. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y^2 - 8x = 0$. Xác định tiêu điểm F của (P) .

A. $F(8;0)$

B. $F(1;0)$

C. $F(4;0)$

D. $F(2;0)$

Lời giải.

Chọn D.

$(P): y^2 = 8x$

Vậy tiêu điểm $F(2;0)$.

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: 2mx - 2y + 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Với mọi giá trị của m , đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

B. Đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $m > 0$.

C. Đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $m < 0$.

D. Không có giá trị nào của m để d cắt (P) .

Lời giải.

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{2mx+1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 1 = 0 \text{ có } \Delta' = m^2 + 1$$

Vậy d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .

Câu 40. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường phân giác của góc phần tư thứ nhất tại hai điểm A, B và $AB = 5\sqrt{2}$.

A. $y^2 = 20x$

B. $y^2 = 2x$

C. $y^2 = 5x$

D. $y^2 = 10x$

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Đường phân giác góc phần tư thứ nhất: $y = x$

Ta có: $A \equiv O, B(m; m)$ ($m > 0$) $\Rightarrow AB^2 = 2m^2 = (5\sqrt{2})^2 \Rightarrow m = 5$

$B(5; 5) \in (P) \Rightarrow 25 = 2p \cdot 5 \Rightarrow 2p = 5$

Vậy $(P): y^2 = 5x$

Câu 41. Cho điểm $A(3;0)$, gọi M là một điểm tùy ý trên $(P): y^2 = -x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM .

- A. 3. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $M \in (P) \Rightarrow M(-m^2; m)$

$$AM^2 = (-m^2 - 3)^2 + m^2 = m^4 + 7m^2 + 9$$

Vì $m^2 \geq 0$ nên $AM^2 \geq 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của AM là 3 khi $M \equiv O$.

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho điểm $F(3;0)$ và đường thẳng d có phương trình $3x - 4y + 16 = 0$. Tìm tọa độ tiếp điểm A của đường thẳng d và parabol (P) có tiêu điểm F và đỉnh là gốc tọa độ O .

- A. $A\left(\frac{4}{3}; 5\right)$ B. $A\left(\frac{8}{3}; 6\right)$ C. $A\left(\frac{16}{3}; 8\right)$ D. $A\left(\frac{2}{3}; \frac{9}{2}\right)$

Lời giải.

Chọn C.

(P) có tiêu điểm $F(3;0)$ và có gốc tọa độ O suy ra $(P): y^2 = 12x$

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là $\left(\frac{3x+16}{4}\right)^2 = 12x \Leftrightarrow 9x^2 - 96x + 256 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{3} \Rightarrow y = 8.$$

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y^2 = x$ và điểm $I(0;2)$. Tìm tất cả hai điểm M, N thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN}$.

- A. $M(4;2), N(1;1)$ hoặc $M(36;6), N(9;3)$.
 B. $M(4;-2), N(1;1)$ hoặc $M(36;-6), N(9;3)$.
 C. $M(4;-2), N(1;1)$ hoặc $M(36;6), N(9;-3)$.
 D. $M(4;-2), N(1;1)$ hoặc $M(36;6), N(9;3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(m^2; m) \in (P)$, $N(n^2; n) \in (P)$. Khi đó ta có $\overrightarrow{IM} = (m^2; m-2)$,
 $\overrightarrow{IN} = (n^2; n-2) \Rightarrow 4\overrightarrow{IN} = (4n^2; 4n-8)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4n^2 \\ m-2 = 4n-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ n = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}$$

Vậy các cặp điểm thỏa là $M(4;-2), N(1;1)$ hoặc $M(36;6), N(9;3)$.

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho $A(2;0)$ và điểm M di chuyển trên đường tròn (C) tâm O bán kính bằng 2, còn điểm H là hình chiếu vuông góc của M lên trục tung. Tính tọa độ của giao điểm P của các đường thẳng OM và AH theo góc $\alpha = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.

- A. $P\left(\frac{2\cos\alpha}{1+\cos\alpha}; \frac{2\sin\alpha}{1+\cos\alpha}\right), \begin{cases} \forall \alpha \neq \pi + k2\pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ B. $P\left(\frac{2\sin\alpha}{1+\cos\alpha}; \frac{2\cos\alpha}{1+\cos\alpha}\right), \begin{cases} \forall \alpha \neq \pi + k2\pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$
 C. $P(2\sin\alpha; 2\cos\alpha)$ D. $P(2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$

Lời giải.

Chọn A.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và $(P): (x-2)^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases} \Rightarrow A(1;-1), B(4;2)$

$$C \in (P) \Rightarrow C(c^2; c)$$

$$AB = 3\sqrt{2}, \quad AC = \sqrt{(c^2-1)^2 + (c+1)^2}, \quad BC = \sqrt{(c^2-4)^2 + (c-2)^2}$$

$$AC = BC \Rightarrow 6c^2 + 6c - 18 = 0 \Rightarrow c = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

So với điều kiện $AC = 3\sqrt{2}$ ta thấy không có giá trị c thỏa.
Vậy không tồn tại điểm C thỏa đề.

Câu 48. Cho Parabol $(P): y^2 = 2x$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 6 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa Δ và (P) .

A. $d_{\min} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

B. $d_{\min} = 2$

C. $d_{\min} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. $d_{\min} = 4$

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Gọi } M \in (P) \Rightarrow M(2m^2; 2m)$$

$$d(M; \Delta) = \frac{|2m^2 - 4m + 6|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} |(m-1)^2 + 2| \geq \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho điểm $A(0;2)$ và parabol $(P): y = x^2$. Xác định các điểm M trên (P) sao cho AM ngắn nhất.

A. $M\left(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$.

C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $M\left(\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{7}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{7}{4}\right)$.

Lời giải.

Chọn A.

$$M \in (P) \Rightarrow M(m; m^2)$$

$$AM^2 = m^2 + (m^2 - 2)^2 = m^4 - 3m^2 + 4 = \left(m^2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}$$

$$AM \text{ ngắn nhất khi } m^2 - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy, } M\left(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right) \text{ hoặc } M\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 50. Cho parabol $(P): y = x^2$ và elip $(E): \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Parabol và elip cắt nhau tại 4 điểm phân biệt.

B. Parabol và elip cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

C. Parabol và elip cắt nhau tại 1 điểm phân biệt.

D. Parabol và elip không cắt nhau.

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (E) là $\frac{x^2}{9} + x^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{-1+5\sqrt{13}}{18} \\ x^2 = \frac{-1-5\sqrt{13}}{18} \end{cases}$

Vậy (P) cắt (E) tại 2 điểm phân biệt.