

CHỦ ĐỀ 2. CỰC TRỊ HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a; b)$ và điểm $x_0 \in (a; b)$.

+ Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực đại** tại x_0 .

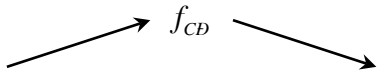
+ Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực tiểu** tại x_0 .

2. Điều kiện đủ để hàm số có cực trị: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.

+ Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

+ Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Minh họa bằng bảng biến thiên

x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$	x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$
$f'(x)$	+		-	$f'(x)$	-		+
$f(x)$							

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Quy tắc tìm cực trị của hàm số

Quy tắc 1:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Tìm các điểm tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không xác định.

Bước 3. Lập bảng biến thiên.

Bước 4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

Quy tắc 2:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x)$ và ký hiệu x_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) là các nghiệm.

Bước 3. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.

Bước 4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i .

2. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$.

Khi đó đường thẳng qua hai điểm cực trị liên quan tới: $y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$ (CASIO hỗ trợ).

3. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm trùng phương.

Cho hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là (C).

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$

(C) có ba điểm cực trị $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0$

Hàm số có 3 cực trị là: $A(0; c), B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right), C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Độ dài các đoạn thẳng: $AB = AC = \sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}}, BC = 2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$.

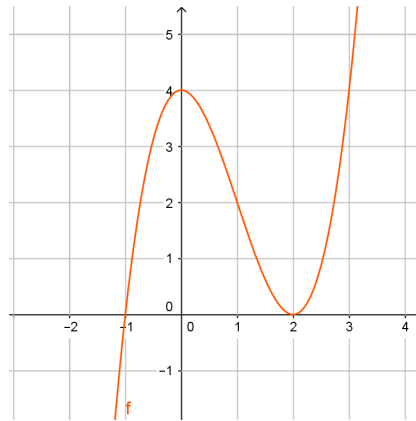
CÔNG THỨC TÍNH NHANH

Ba điểm cực trị tạo thành tam giác ABC thỏa mãn dữ kiện

STT	Dữ kiện	Công thức thỏa $ab < 0$
1	Tam giác ABC vuông cân tại A	$8a + b^3 = 0$
2	Tam giác ABC đều	$24a + b^3 = 0$
3	Tam giác ABC có góc $\widehat{BAC} = \alpha$	$\tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{8a}{b^3}$
4	Tam giác ABC có diện tích $S_{\Delta ABC} = S_0$	$32a^3(S_0)^2 + b^5 = 0$
5	Tam giác ABC có diện tích $\max(S_0)$	$S_0 = \sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}}$
6	Tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp $r_{\Delta ABC} = r_0$	$r_0 = \frac{b^2}{ a \left(1 + \sqrt{1 - \frac{b^3}{a}}\right)}$
7	Tam giác ABC có độ dài cạnh $BC = m_0$	$a.m_0^2 + 2b = 0$
8	Tam giác ABC có độ dài $AB = AC = n_0$	$16a^2n_0^2 - b^4 + 8ab = 0$
9	Tam giác ABC có cực trị $B, C \in Ox$	$b^2 - 4ac = 0$
10	Tam giác ABC có 3 góc nhọn	$b(8a + b^3) > 0$
11	Tam giác ABC có trọng tâm O	$b^2 - 6ac = 0$
12	Tam giác ABC có trực tâm O	$b^3 + 8a - 4ac = 0$
13	Tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp $R_{\Delta ABC} = R_0$	$R = \left \frac{b^3 - 8a}{8ab}\right $
14	Tam giác ABC cùng điểm O tạo hình thoi	$b^2 - 2ac = 0$
15	Tam giác ABC có O là tâm đường tròn nội tiếp	$b^3 - 8a - 4abc = 0$
16	Tam giác ABC có O là tâm đường tròn ngoại tiếp	$b^3 - 8a - 8abc = 0$
17	Tam giác ABC có cạnh $BC = k.AB = k.AC$	$b^3.k^2 - 8a(k^2 - 4) = 0$
18	Trục hoành chia ΔABC thành hai phần có diện tích bằng nhau	$b^2 = 4\sqrt{2} ac $
19	Tam giác ABC có điểm cực trị cách đều trục hoành	$b^2 - 8ac = 0$
20	Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $x^2 + y^2 - \left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c\right)y + c\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$	

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và cực tiểu tại $x = 0$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.
C. Hàm số không có cực trị. **D.** Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị.

Câu 5. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là:

- A.** $y = x - 2$. **B.** $y = 2x - 1$.
C. $y = -2x + 1$. **D.** $y = -x + 2$.

Câu 6. Gọi M, n lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $M^2 - 2n$ bằng:

- A.** 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 + 17x^2 - 24x + 8$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.** $x_{CD} = 1$. **B.** $x_{CD} = \frac{2}{3}$. **C.** $x_{CD} = -3$. **D.** $x_{CD} = -12$.

Câu 8. Cho hàm số $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.** $y_{CD} = -2$. **B.** $y_{CD} = 1$. **C.** $y_{CD} = -1$. **D.** $y_{CD} = 2$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào đạt cực đại tại $x = \frac{3}{2}$?

A. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + x^2 - 3x$.

B. $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$.

C. $y = \sqrt{4x^2 - 12x - 8}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào chỉ có cực đại mà không có cực tiểu?

A. $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$.

B. $y = -17x^3 + 2x^2 + x + 5$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x+3}$. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là:

A. $5x - 2y + 13 = 0$.

B. $y = 3x + 13$.

C. $y = 6x + 13$.

D. $2x + 4y - 1 = 0$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại $x = 2$.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^7 - x^5$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

B. Hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

C. Hàm số có đúng hai điểm cực trị.

D. Hàm số có đúng 4 điểm cực trị.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 15. Cho hàm số $y = (x^2 - 2x)^{\frac{1}{3}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Hàm số không có điểm cực trị.

D. Hàm số có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 16. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 6x$. Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Khi đó giá trị của biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$ bằng:

A. -10.

B. -8.

C. 10.

D. 8.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu đạo hàm đổi dấu khi x chạy qua x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 .

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì đạo hàm đổi dấu khi x chạy qua x_0 .

D. Nếu $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại x_0 .

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) > 0$ hoặc $f''(x_0) < 0$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[a, b]$ và x_0 thuộc đoạn $[a, b]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) < 0$ hoặc $f''(x_0) > 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .

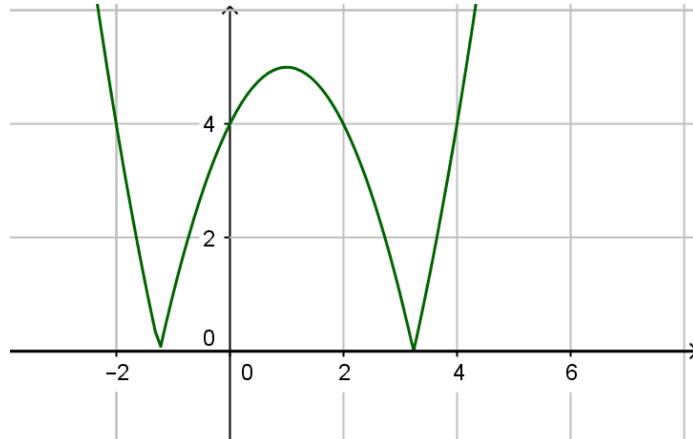
D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.

- Câu 20.** Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là M , giá trị cực tiểu là m thì $M > m$.
- B. Nếu hàm số $y = f(x)$ không có cực trị thì phương trình $f'(x_0) = 0$ vô nghiệm.
- C. Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị thì hàm số đó là hàm bậc ba.
- D.** Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ luôn có cực trị.

Câu 21. Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0 hoặc 1 hoặc 2. B. 1 hoặc 2. **C.** 0 hoặc 2. D. 0 hoặc 1.

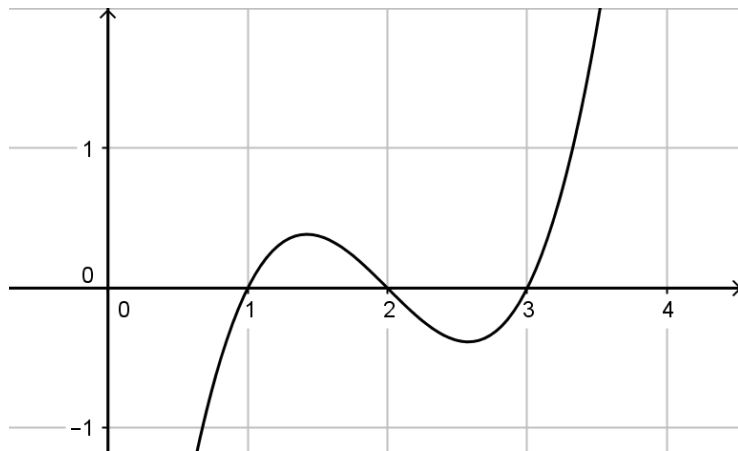
Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f(x)$ có mấy cực trị?

- A. 4. B. 1. **C.** 3. D. 2.

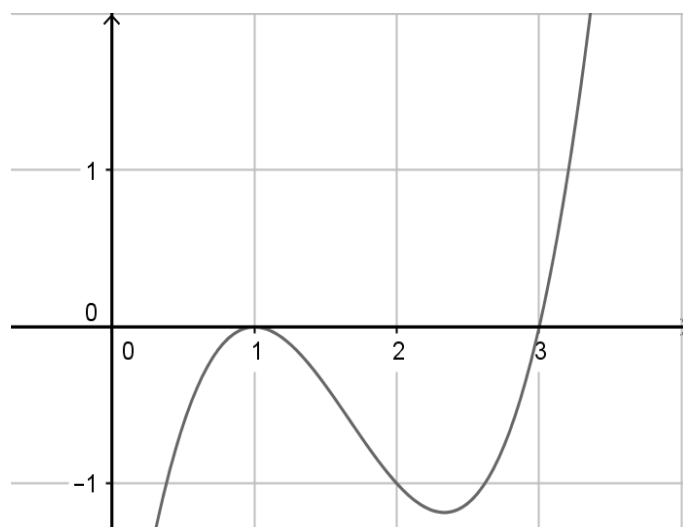
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- C.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm có một điểm cực trị.

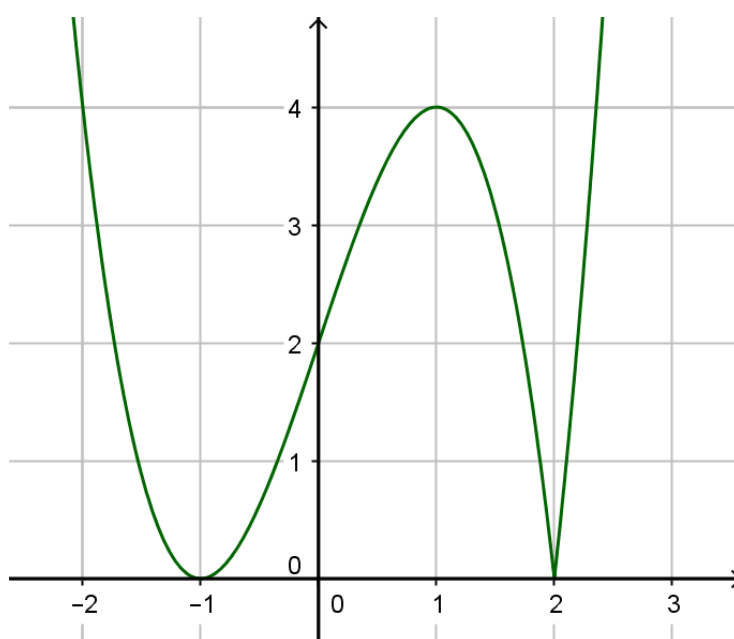
Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.**
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 25. Cho hàm số $y = |x^3 - 3x - 2|$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.**

Câu 26. Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?

- A. $y = x + \frac{1}{x+1}$.**
- B. $y = x^3 + 3x^2 + 7x - 2$.
- C. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.
- D. $y = x - \frac{2}{x+1}$.

Câu 27. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A. $y = 2x + \frac{2}{x+1}$.
- B. $y = x^3 + 3x^2$.
- C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.
- D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.**

Câu 28. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A.** Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ luôn có cực trị.
- B.** Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ luôn có ít nhất một điểm cực trị.
- C.** Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad-bc \neq 0)$ luôn không có cực trị.
- D.** Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có nhiều nhất hai điểm cực trị.
- Câu 29.** Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ là:
- A.** $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.
- Câu 30.** Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại $x = 1$?
- A.** $y = x^5 - 5x^2 + 5x - 13$. **B.** $y = x^4 - 4x + 3$.
- C.** $y = x + \frac{1}{x}$. **D.** $y = 2\sqrt{x} - x$.
- Câu 31.** Hàm số nào sau đây có cực trị?
- A.** $y = x^3 + 1$. **B.** $y = x^4 + 3x^2 + 2$. **C.** $y = 3x + 4$. **D.** $y = \frac{2x-1}{3x+2}$.
- Câu 32.** Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?
- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m-3)x - 3$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- A.** $m = 3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \leq 3$. **D.** $m < 3$.
- Câu 34.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4x+7}$ có bao nhiêu điểm cực trị?
- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 35.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ có tọa độ điểm cực tiểu là:
- A.** $(3; 1)$. **B.** $(-1; -1)$. **C.** $\left(\frac{1}{3}; \frac{85}{27}\right)$. **D.** $(1; 3)$.
- Câu 36.** Hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 2m + 3$ có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của m là:
- A.** $m \geq 2$. **B.** $m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m = 2$.
- Câu 37.** Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2 . Khi đó, tích số x_1x_2 có giá trị là:
- A.** 5. **B.** -5. **C.** -4. **D.** 4.
- Câu 38.** Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng:
- A.** Hàm số không có cực trị.
- B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- C.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
- D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- Câu 39.** Hàm số $y = a \sin 2x + b \cos 3x - 2x$ ($0 < x < 2\pi$) đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = a + 3b - 3ab$ là:
- A.** 3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -3.
- Câu 40.** Hàm số $y = -4x^3 - 6x^2 - 3x + 2$ có mấy điểm cực trị?
- C.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 41.** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi?
- A.** $m > 0$. **B.** $m \neq 0$. **C.** $m = 0$. **D.** $m < 0$.
- Câu 42.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có tọa độ điểm cực đại là:
- A.** $(3; 0)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(1; 4)$. **D.** $(3; 1)$.

- Câu 43.** Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 3x^2 - (m+1)x + 3m^2 - m + 2$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì:
A. $m = 1$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m > 1$. **D.** m tùy ý.
- Câu 44.** Khẳng định nào là đúng trong các khẳng định sau:
A. Hàm số trùng phương có thể có 2 điểm cực trị.
B. Hàm số bậc 3 có thể có 3 cực trị.
C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.
D. Hàm phân thức không thể có cực trị.
- Câu 45.** Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$ là:
A. 5. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 46.** Hàm số $y = -3\sqrt[3]{x^2} + 2$ có bao nhiêu cực đại?
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 47.** Cho hàm số $y = -3x^4 + 4x^2 - 2017$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- Câu 48.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?
A. $y = x^3 + 3x^2$. **B.** $y = x^3 - x$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3$.
- Câu 49.** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 4x - 7$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2 . Khi đó, giá trị của tổng $x_1 + x_2$ là:
A. -6. **B.** -4. **C.** 6. **D.** 4.
- Câu 50.** Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:
D. -4. **B.** -2. **C.** 2. **A.** 4.
- Câu 51.** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Nếu đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là gốc tọa độ và điểm $A(-1; -1)$ thì hàm số có phương trình là:
A. $y = 2x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -2x^3 - 3x^2$.
C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.
- Câu 52.** Hàm số nào dưới đây có cực trị?
A. $y = x^4 + 1$. **B.** $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$.
C. $y = 2x - 1$. **D.** $y = \frac{x+1}{2x-1}$.
- Câu 53.** Điều kiện để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 điểm cực trị là:
A. $ab < 0$. **B.** $ab > 0$. **C.** $b = 0$. **D.** $c = 0$.
- Câu 54.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (4m-1)x - 3$. Mệnh đề nào sau đây sai?
A. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m < \frac{1}{2}$.
B. Với mọi m , hàm số luôn có cực trị.
C. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m \neq \frac{1}{2}$.
D. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m > 1$.
- Câu 55.** Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 3$ có giá trị cực đại là:
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 7.
- Câu 56.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đúng 2 cực trị?
A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 5x^2 + 7$.

C. $y = \frac{2x^2 - 1}{3x}$.

D. $y = 2017x^6 + 2016x^4$.

Câu 57. Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \sqrt{1 + 4x - x^4}$ có tọa độ là:

- A. (1; 2). B. (0; 1). C. (2; 3). D. (3; 4).

Câu 58. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$ có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Khi đó giá trị của $4a - b$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 59. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Gọi a, b lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó. Giá trị của $2a^2 + b$ là:

- A. -8. B. -2. C. 2. D. 4.

Câu 60. Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 . Khi đó, giá trị của tích $x_1 x_2 x_3$ là:

- A. 0. B. 5. C. 1. D. 3.

Câu 61. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ đạt cực đại tại x bằng :

- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 62. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 5$

- A. -4. B. -5. C. -2. D. -6.

Câu 63. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 64. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng :

- A. Hàm số có cực đại, cực tiểu. B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số có cực đại, không có cực tiểu. D. Hàm số có cực tiểu không có cực đại.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$
y'	-	+	0	-	+
y					

Khi đó hàm số đã cho có :

- A. Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
B. Một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.
C. 1 điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
D. 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > -1$.

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m+3)x - 1$ không có cực trị?

- A. $m \geq -\frac{8}{3}$. B. $m > -\frac{5}{3}$. C. $m \geq -\frac{5}{3}$. D. $m \leq -\frac{8}{3}$.

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$ đạt cực đại tại $x = -2$?

- A. Không tồn tại m . B. -1. C. 2. D. 3.

Câu 69. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên .

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				1		
			$-\frac{1}{3}$				$-\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{1}{3}$. D. Hàm số không có cực trị.

Câu 70. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CB} < x_{CT}$.

A. $m < 2$. B. $-2 < m < 0$. C. $-2 < m < 2$. D. $0 < m < 2$.

Câu 71. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x + m$ có cực đại và cực tiểu.

A. $-2 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 3 \end{cases}$. D. $-2 \leq m \leq 3$.

Câu 72. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 6$ có 2 cực trị?

A. $m \in (-3;1) \setminus \{-2\}$. B. $m \in (-3;1)$.
C. $m \in (-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$. D. $m \in [-3;1]$.

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$.

A. $-\frac{7}{2} < m < -2$. B. $-3 < m < 1$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-\frac{7}{2} < m < -3$.

Câu 74. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (3m^2 + 1)x$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.

A. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Câu 75. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{6}$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.

A. $1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases}$.

C. $m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$. D. $m = 2$.

Câu 76. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + m$ chỉ có đúng một cực trị.

A. $0 < m \leq 1$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $0 \leq m \leq 1$.

- Câu 77.** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 4m + 3)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị.
- A. $m \in (-\infty; 0)$. B. $m \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$.
 C. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$. D. $m \in (1; 3)$.
- Câu 78.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.
- A. $m = -1$. B. $m \neq 0$. C. $m = 1$. D. $m = \pm 1$.
- Câu 79.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.
- A. Không tồn tại m . B. $m = 0$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$. D. $m = -1$.
- Câu 80.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác đều.
- A. Không tồn tại m . B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$. C. $m = \sqrt[3]{3}$. D. $m = \pm\sqrt{3}$.
- Câu 81.** Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là:
- A. $4\sqrt{5}$. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. 4.
- Câu 82.** Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ có đồ thị là (C) . Diện tích tam giác có các đỉnh là các điểm cực trị của đồ thị (C) là:
- A. $m = 8$. B. $m = 16$. C. $m = 32$. D. $m = 4$.
- Câu 83.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$ có cực trị.
- A. $m \neq 1$. B. $\forall m$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.
- Câu 84.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$ có 3 điểm cực trị.
- A. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$. B. $m < -3$. C. $0 < m \leq 3$. D. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$.
- Câu 85.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.
- A. $m < -1$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $m > 1$. D. $-1 \leq m < 0$.
- Câu 86.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 2$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số có hoành độ dương.
- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq 0$. D. $m > 1$.
- Câu 87.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).
- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.
- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx - 3m + 4$ (C) có hai điểm cực trị là A và B sao cho hai điểm này cùng với điểm $C\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$ lập thành tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

A. $m = 0$. B. $m = -\frac{2}{3}$. C. $m = \frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 90. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$

A. $m = \pm\sqrt{2}$. B. $m = \pm 2$. C. $m = 0$. D. $m = \pm 1$.

Câu 91. Cho hàm số $y = (m-1)x^4 - 3mx^2 + 5$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại mà không có cực tiểu

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. B. $m \in [0; 1]$.
C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 92. Cho hàm số $y = x^4 - 2(1-m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 93. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-3)x^2 + 11 - 3m$ có hai điểm cực trị. Đồng thời hai điểm cực trị đó và điểm $C(0; -1)$ thẳng hàng.

A. $m = 4$. B. $m = 1$. C. $m = -3$. D. $m = 2$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$ bán kính bằng 1 tại 2 điểm A, B mà diện tích tam giác IAB lớn nhất.

A. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ có hai điểm cực trị A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng: $y = x + 2$.

A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$.

Câu 96. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 2 cực trị cùng dấu.

A. $\frac{-23}{4} < m < 2$. B. $\frac{-15}{4} < m < 2$. C. $\frac{-21}{4} < m < 2$. D. $\frac{-17}{4} < m < 2$.

Câu 97. Cho hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + m$. Giả sử đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A, B đồng thời A, B cùng với gốc tọa độ O không thẳng hàng. Khi đó chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$. B. $\sqrt{10} + \sqrt{2}$. C. $\sqrt{20} - \sqrt{10}$. D. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

Câu 98. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành 1 tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 99. Tính theo m khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu (nếu có) của đồ thị hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$.

A. $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+5m^2+9)}$.

B. $\frac{4}{9}\sqrt{(2m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$.

C. $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$.

D. $\sqrt{(4m^2+4)(4m^4+8m^2+10)}$.

Câu 100. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trên đường thẳng có phương trình: $y = -4x$ (d).

A. $m \in \{1\}$.

B. $m \in \{0; 1\}$.

C. $m \in \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$.

D. $m \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 101. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$ có đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu vuông góc với đường thẳng có phương trình: $y = 3x$ (d).

A. $m = \pm\sqrt{\frac{45}{2}}$.

B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$.

C. $m = 2$.

D. $m = \pm\sqrt{\frac{47}{2}}$.

Câu 102. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 - 1$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu cùng với gốc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại O.

A. $m = 1$.

B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m = \pm\frac{\sqrt{6}}{2} \\ m = \pm 1 \end{cases}$.

D. $m = \pm 1$.

Câu 103. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu cách đều đường thẳng có phương trình: $y = x - 1$ (d).

A. $m = 0$.

B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{9}{2} \end{cases}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -\frac{9}{2}$.

Câu 104. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = \pm\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

C. $m = \pm\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

D. $m = 1$.

Câu 105. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành 1 tứ giác nội tiếp.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = 1$.

C. Không tồn tại m .

D. $m = -1$.

Câu 106. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 64.

A. Không tồn tại m .

B. $m = \sqrt[5]{2}$.

C. $m = -\sqrt[5]{2}$.

D. $m = \pm\sqrt[5]{2}$.

Câu 107. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn hơn 1.

A. $m < -1$.

B. $m > 2$.

C. $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

D. Không tồn tại m .

Câu 108. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - (3m-1)x^2 + 2m+1$ có ba điểm cực trị.

Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với điểm $D(7;3)$ nội tiếp được một đường tròn.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. Không tồn tại m .

Câu 109. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = -x^4 + 2mx^2 - 4m + 1$ có ba điểm cực trị.

Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ tạo thành 1 hình thoi.

A. Không tồn tại m . **B.** $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \end{cases}$ **C.** $m = -1$. **D.** $m = 1$.

Câu 110. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 - 1$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số cách đều gốc tọa độ O .

A. $m = \pm \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = -1$.

D. $m = \pm 1$.

Câu 111. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

A. $m = 2$ hoặc $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = \pm 2$.

Câu 112. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (C) có ba điểm cực trị A , B , C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.

A. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

B. $m = 2 + 2\sqrt{2}$.

C. $m = 2 - 2\sqrt{2}$.

D. $m = \pm 1$.

Câu 113. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có các điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng (d): $y = x$.

A. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $m = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $m = 0$ hoặc $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 114. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3 + m$ có cực trị đồng thời khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt{2}$ lần khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ O .

A. $m = -3 - 2\sqrt{2}$ hoặc $m = -1$.

B. $m = -3 + 2\sqrt{2}$ hoặc $m = -1$.

C. $m = -3 + 2\sqrt{2}$ hoặc $m = -3 - 2\sqrt{2}$.

D. $m = -3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 115. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ (C) có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = 0$.

C. $m = -1$ hoặc $m = 0$.

D. $m = -1$.

Câu 116. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3m - 3$ có hai điểm cực trị A, B sao cho $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$ (Trong đó O là gốc tọa độ).

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{17}{11}$.

D. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{17}{11}$.

Câu 117. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ (C). Tìm tất cả các giá trị thực tham số m để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị (C) tạo với đường thẳng $\Delta: x + my + 3 = 0$ một góc α biết $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

A. $m = 2$ hoặc $m = -\frac{2}{11}$.

B. $m = -2$ hoặc $m = -\frac{2}{11}$.

C. $m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{11}$.

D. $m = 2$.

Câu 118. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác đều.

A. $m = 0$.

B. $m = 1$.

C. $m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

D. $m = 1 - \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

Câu 119. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để điểm $M(2m^3; m)$ tạo với hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ (C) một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

A. $m = 2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 1.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	D	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B	C	C

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	A	A	C	A	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	
A	D	A	B	A	D	B	A	B	A	D	C	D	C	A	D	A	C	B	

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn A

Câu 2. Chọn A

Câu 3. Chọn B

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta được hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 4. Chọn A

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$y(0) = 3; y(1) = y(-1) = 2$ nên hàm số có hai cực trị.

Câu 5. Chọn C

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow A(1; -1), B(-1; 3) \Rightarrow$ Phương trình $AB: y = -2x + 1$

Phương pháp trắc nghiệm:

Bấm máy tính:

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $x^3 - 3x + 1 - (3x^2 - 3)\left(\frac{x}{3}\right)$

Bước 3 : CALC $x = i$

Kết quả : $1 - 2i \Rightarrow$ phương trình AB: $y = 1 - 2x$

Câu 6. Chọn B

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$ và $y_{CD} = -3$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $y_{CT} = 1$

$$\Rightarrow M^2 - 2n = 7$$

Phương pháp trắc nghiệm:

Bấm máy tính:

$$\text{Bước 1: } \left. \frac{d\left(\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}\right)}{dx} \right|_{x=1000} \cdot (100 + 2)^2 \rightarrow 1004003 = 1000^2 + 4000 + 3 = x^2 + 4x + 3$$

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

Bước 2: Giải phương trình bậc hai: $x^2 + 4x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow A \\ x = -3 \rightarrow B \end{cases}$

Bước 3: Nhập vào máy tính $\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

Cacl $x = A \rightarrow C$

Cacl $x = B \rightarrow D$

Bước 4: Tính $C^2 - 2D = 7$

Câu 7. Chọn D

$$y' = 3x^2 + 34x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -12$.

Câu 8. Chọn B

$$y' = 12x^3 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 1$.

Câu 9. Chọn B

Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$ có $y' = \frac{-2x + 3}{2\sqrt{-x^2 + 3x - 2}}$ và y' đổi dấu từ "+" sang "-" khi x chạy qua $\frac{3}{2}$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{3}{2}$.

Dùng casio kiểm tra: $\begin{cases} y'\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \\ y''\left(\frac{3}{2}\right) < 0 \end{cases}$ thì hàm số đạt cực đại tại $\frac{3}{2}$.

Câu 10. Chọn A

Hàm số $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$ có $y' = -40x^3 - 10x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và $y''(0) = -10 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 11. Chọn C

$$y' = \frac{3x^2 + 18x + 20}{(x + 3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{21}}{3} \\ x = \frac{-9 - \sqrt{21}}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị}$$

của đồ thị hàm số là $y = 6x + 13$.

Phương pháp trắc nghiệm:

Tại điểm cực trị của đồ thị hàm số phân thức, ta có: $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$y = \frac{(3x^2 + 13x + 19)'}{(x + 3)'} \Leftrightarrow y = 6x + 13$$

Câu 12. Chọn D

TXĐ: $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

$$y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1(l)$$

y' không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

Câu 13. Chọn C

$$y' = 7x^6 - 5x^4 = x^4(7x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{5}{7}} \end{cases}$$

y' chỉ đổi dấu khi x chạy qua $\pm\sqrt{\frac{5}{7}}$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 14. Chọn A

$f'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua -1 và 3 nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 15. Chọn C

TXĐ $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

$$y' = \frac{1}{3}(x^2 - 2x)^{\frac{2}{3}}(2x - 2)$$

y' không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

Câu 16. Chọn D

$D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 6x + 6$$

Phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và y' đổi dấu khi x chạy qua x_1, x_2 nên hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 .

$$S = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 8$$

Phương pháp trắc nghiệm:

$$\text{Bước 1: Giải phương trình bậc hai : } -3x^2 + 6x + 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \rightarrow A \\ x = 1 - \sqrt{3} \rightarrow B \end{cases}$$

$$\text{Bước 2: Tính } A^2 + B^2 = 8$$

Câu 17. Chọn C

Câu 18. Chọn B

Câu 19. Chọn D

Câu 20. Chọn D

Câu 21. Chọn C

Hàm số bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\Delta' = b^2 - 3ac$$

Nếu $\Delta' \leq 0$ thì y' không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và y' đổi dấu khi x chạy qua x_1, x_2 nên hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 .

Câu 22. Chọn C

Câu 23. Chọn C

Câu 24. Chọn B

Câu 25. Chọn D

Câu 26. Chọn A

Hàm số $y = x + \frac{1}{x+1}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

y' đổi dấu khi x chạy qua -2 và 0 nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 27. Chọn D

Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D \text{ nên hàm số không có cực trị}$$

Câu 28. Chọn A

Câu 29. Chọn A

TXĐ $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

y' đổi dấu từ "-" sang "+" khi x chạy qua -1 nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 30. Chọn D

Hàm số $y = 2\sqrt{x} - x$ có TXĐ $D = [0; +\infty)$

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = -\frac{1}{2} < 0 \end{cases} \text{ nên hàm số đạt cực đại tại } x = 1.$$

Câu 31. Chọn B

+ A. Hàm số trùng phương luôn luôn có cực trị.

+ B. $y = x^3 + 1$

Ta có: $y' = 3x^2 \Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hàm số này không có cực trị.

+ Đối với phương án C và D, đây là hàm số bậc nhất và phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất. Đây là 2 hàm số luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định của chúng, do đó 2 hàm số này không có cực trị.

Câu 32. Chọn C

+ Đây là hàm số trùng phương có $ab = -3 < 0$ nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Mặt khác, có $a = 1 > 0$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 33. Chọn B

$$+ \text{ Để hàm số đạt cực đại } x = 1 \text{ thì } \begin{cases} y'(1) = 3.1^2 - 2m.1 + 2m - 3 = 0 \\ y''(1) = 6.1 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$$

Câu 34. Chọn D

+ Hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất/ bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của chúng, do đó hàm này không có cực trị.

Câu 35. Chọn D

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 4x + 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow y_{CT} = 3$

Câu 36. Chọn A

+ Hàm trùng phương có 1 điểm cực trị khi $ab \geq 0 \Leftrightarrow m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 37. Chọn A

+ Ta có: $y' = -x^2 + 8x - 5$.

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 5 = 0$.

Khi đó, theo định lý Viet, ta có: $x_1 x_2 = 5$

Câu 38. Chọn B

+ Ta có: $y' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x - 1)$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 12x^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 39. Chọn C

TXĐ: $D = R$

+ Ta có: $y' = 2a \cos 2x - 3b \sin 3x - 2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y'(\frac{\pi}{2}) = -2a + 3b - 2 = 0 \\ y'(\pi) = 2a - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Do đó, giá trị của biểu thức $P = a + 3b - 3ab = 1$.

Câu 40. Chọn C

+ Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 6^2 - 3.3.4 = 0$. Do đó, hàm số luôn đơn điệu trên R .

Hàm số này không có cực trị.

Câu 41. Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6x + m$$

$$y'' = 6x - 6$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

$$\begin{cases} y'(2) = 3.2^2 - 6.2 + m = 0 \\ y''(2) = 6.2 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 42. Chọn B

$$y' = 3x^2 - 12x + 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow y_{CD} = 3$.

Câu 43. Chọn B

$$+ \text{Hàm số có cực đại, cực tiểu khi } \begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3(m-1)(m+1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$$

Câu 44. Chọn C

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị do đạo hàm của nó là một đa thức bậc 3 luôn có nghiệm thực. Nên đáp án này đúng.

+ B. Hàm số bậc 3 có tối đa 2 cực trị. Nên đáp án này sai.

- + C. Hàm số trùng phương chỉ có thể có 1 hoặc 3 điểm cực trị. Nên đáp án này sai.
 + D. Đáp án này sai.

Câu 45. Chọn B

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và $y_{CT} = 4$.

Câu 46. Chọn C

+ Ta có: $y' = -\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$. Dễ dàng nhận thấy $x = 0$ là điểm tới hạn của hàm số, và y' đổi dấu khi đi qua $x = 0$. Nên $x = 0$ là cực trị của hàm số. Hơn nữa, ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$. Do đó, $x = 0$ là cực đại của hàm số.

Câu 47. Chọn D

+ Đây là hàm số trùng phương có $ab = -3.4 < 0$ nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Hơn nữa, hàm số có $a = -3 < 0$ nên hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 48. Chọn D

+ A. Có $y' = 3x^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số này luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hay nói cách khác, hàm số này không có cực trị.

+ B. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 3 > 0$. Do đó, hàm số này có 2 cực trị.

+ C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ D. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 9 > 0$. Do đó, hàm số này có 2 cực trị.

Câu 49. Chọn D

$$y' = 3x^2 - 12x + 4.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 4 = 0.$$

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$.

Khi đó, theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 4$.

Câu 50. Chọn A

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y_{CD} - y_{CT} = y(0) - y(2) = 4.$$

Câu 51. Chọn B

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là gốc tọa độ, ta có:

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow c = d = 0$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $A(-1; -1)$, ta có:

$$\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y(-1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ b - a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy hàm số là: $y = -2x^3 - 3x^2$.

Câu 52. Chọn A

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ B. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = -5 < 0$. Do đó, hàm số này không có cực trị.

+ C. Hàm số bậc nhất đơn điệu trên $\mathbb{R}$. Do đó, hàm số này cũng không có cực trị.

+ D. Hàm số phân thức hữu tỷ bậc nhất/bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của nó.

Do đó, hàm số này không có cực trị.

Câu 53. Chọn A

+ Như ta đã biết, điều kiện để hàm số trùng phương có 3 điểm cực trị là $-\frac{b}{2a} > 0$. Ở đây lại có, $a \neq 0$ nên điều kiện trở thành $ab < 0$.

Câu 54. Chọn C

Hàm số bậc 3 có cực đại, cực tiểu thì $b^2 - 3ac > 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (4m - 1) > 0$
 $\Leftrightarrow (2m - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$.

Câu 55. Chọn D

$$y' = -4x^3 + 8x = -4x(x^2 - 2)$$
$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y_{CD} = 7$.

Câu 56. Chọn B

+ A. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 25 > 0$. Do đó, hàm số có 2 cực trị.

+ B. Hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 2$ có 1 cực trị.

+ C. Có $y' = \frac{2x^2 + 1}{3x^2} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Do đó, hàm số này đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. Hàm số này không có cực trị.

+ D. Có $y' = 2017.6x^5 + 2016.4x^3$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Do đó hàm số này có đúng 1 cực trị.

Câu 57. Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \frac{2 - 2x^3}{\sqrt{1 + 4x - x^4}} \cdot y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y(1) = 2$$

Câu 58. Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x + a$$

Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $A(1; 3)$, ta có:

$$\begin{cases} y'(1) = -1 + a = 0 \\ y(1) = -1 + a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Khi đó ta có, $4a - b = 1$.

Câu 59. Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } a = y(0) = -2; b = y(2) = -6 \Rightarrow 2a^2 + b = 2.$$

Câu 60. Chọn A

+ Hàm số trùng phương luôn đạt cực trị tại $x = 0$. Do đó: $x_1 x_2 x_3 = 0$.

Câu 61. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên $\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$

Câu 62. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên . Suy ra : $y_{CD} = -4$

Câu 63. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Hàm số không có cực trị

Câu 64. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Vậy hàm số có 2 cực trị .}$$

Câu 65. Chọn A

Câu 66. Chọn A

[Phương pháp tự luận]: $y' = 4mx^3 - 2(m+1)x = 0$

$$\Leftrightarrow 2x(2mx^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 = m + 1 \end{cases}$$

$$\text{Hàm số có 3 điểm cực trị} \Leftrightarrow m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm] : Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 cực trị khi và chỉ khi a và b trái dấu , tức là : $ab < 0$

$$\text{Suy ra : } m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$$

Câu 67. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 4x + m + 3$$

$$\text{Hàm số không có cực trị} \Leftrightarrow \Delta'_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 4 - 3(m+3) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$$

Câu 68. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 2mx + m + 1$$

$$y'' = 2x - 2m$$

$$\text{Hàm số đạt cực đại tại } x = -2 \text{ khi : } \begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 4m + m + 1 = 0 \\ 4 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m > 2 \end{cases} \text{ (không tồn tại } m \text{).}$$

Câu 69. Chọn C

Câu 70. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$$y' = mx^2 + 4x + m$$

$$y_{cvt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$$

Câu 71. Chọn B

$$y' = x^2 + 2mx + m + 6$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$$

Câu 72. Chọn A

$$y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 + 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-3; 1) \setminus \{-2\}$$

Câu 73. Chọn D

$$y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3)$$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $-1 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4(m+3) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ x_1+x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m-1) > 0 \\ x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1+x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \\ m > -\frac{7}{2} \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < m < -3$$

Câu 74. Chọn B

$$y' = x^2 + 2(m^2 - m + 2)x + 3m^2 + 1$$

$$y'' = 2x + 2(m^2 - m + 2)$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ khi:

$$\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4m - 3 = 0 \\ m^2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 75. Chọn B

$$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + 2x_2 = 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \\ x_1x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \\ x_1+x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1+2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ x_1x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ \left(\frac{3m-4}{m}\right)\left(\frac{2-m}{m}\right) = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Câu 76. Chọn C

Trường hợp 1: $m = 0$

Ta có hàm số: $y = -x^2$, hàm số này có 1 cực trị. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m \neq 0$

$$y' = 4mx^3 + 2(m-1)x$$

Hàm số có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow \frac{m-1}{m} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Kết hợp TH1 và TH2, ta có: $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$ thỏa mãn.

Câu 77. Chọn C

$$y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 4m + 3)x$$

$$\text{Hàm số có 3 cực trị} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{m^2 - 4m + 3}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3).$$

Câu 78. Chọn D

$$y' = 4x^3 - 4m^2x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m^2) = 0$$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;1)$, $B(m;1-m^4)$, $C(-m;1-m^4)$

Do tính chất đối xứng, ta có $\triangle ABC$ cân tại đỉnh A .

$$\text{Vậy } \triangle ABC \text{ chỉ có thể vuông cân tại đỉnh } A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m^2 + m^8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m = \pm 1$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a} + 1 = 0$.

Câu 79. Chọn B

$$y' = 4x^3 - 4(m+1)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m - 1) = 0$$

Hàm số có điểm 3 cực trị $\Leftrightarrow m > -1$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0;m^2), B(-\sqrt{m+1}; -2m-1), C(\sqrt{m+1}; -2m-1)$$

Do tính chất đối xứng, ta có $\triangle ABC$ cân tại đỉnh A .

Vậy $\triangle ABC$ chỉ có thể vuông cân tại đỉnh $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$$\Leftrightarrow -(m+1) + (-m^2 - 2m - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow m^4 + 4m^3 + 6m^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m = 0$ (thỏa mãn).

Lưu ý: Có thể làm theo cách khác:

+) **Cách 1:** Gọi M là trung điểm của BC , tìm tọa độ điểm M , $\triangle ABC$ vuông tại đỉnh A thì $2AM = BC$.

+) **Cách 2:** Sử dụng định lý Pitago $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

+) **Cách 3:** $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \cos 45^\circ$.

+) Hoặc sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a} + 1 = 0$.

Câu 80. Chọn C

$$y' = 4x^3 - 4mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0;m^4 + 2m), B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m), C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$$

Do tính chất đối xứng, ta có $\triangle ABC$ cân tại đỉnh A .

$$\text{Vậy } \triangle ABC \text{ đều chỉ cần } AB = BC \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m = \sqrt[3]{3}$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a} + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{(-2m)^3}{8} + 3 = 0 \Leftrightarrow m^3 = 3 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$.

Câu 81. Chọn C

Ta có: $y = x^3 - 3x$

Các điểm cực trị: $A(1; -2); B(-1; 2)$. Nên ta có $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 82. Chọn A

Ta có: $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$.

Các điểm cực trị: $A(-2; -1); B(0; 3); C(2; -1)$.

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân tại B . $H(0; -1)$ là trung điểm của AC .

Nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BH.AC = \frac{1}{2}.4.4 = 8$.

Câu 83. Chọn A

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 84. Chọn A

Để hàm số có ba cực trị thì trước hết hàm số phải là hàm số trùng phương tức $m \neq 0$.

Ta có: $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 9)x = 4mx(x^2 + \frac{m^2 - 9}{2m})$.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi: y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{m^2 - 9}{2m} < 0$

$$\Leftrightarrow m(m^2 - 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Vậy các giá trị cần tìm của m là: $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Câu 85. Chọn B

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$. Khi đó $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x = 0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có:

$$y' = 4(m+1)x^3 - 2mx = 4(m+1)x \left[x^2 - \frac{m}{2(m+1)} \right].$$

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang

$$\text{dương khi } x \text{ đi qua nghiệm này} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1) > 0 \\ \frac{m}{2(m+1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0.$$

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 86. Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + m - 1$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi PT $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Điều này tương đương $\Delta' = 9m^2 - 3(m - 1) > 0 \Leftrightarrow 3m^2 - m + 1 > 0$ (đúng với mọi m).

$$\text{Hai điểm cực trị có hoành độ dương} \Leftrightarrow \begin{cases} S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ \frac{m-1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m > 1$.

Câu 87. Chọn D

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 3m.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0 (*)$$

Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0 (**)$

Khi đó 2 điểm cực trị $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m})$, $B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$

$$\text{Tam giác } OAB \text{ vuông tại } O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Vậy } m = \frac{1}{2}.$$

Câu 88. Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 12m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1 (*). \text{ Khi đó hai điểm cực trị là } A(2; 9m), B(2m; -4m^3 + 12m^2 - 3m + 4).$$

$$\Delta ABC \text{ nhận } O \text{ làm trọng tâm} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2m - 1 = 0 \\ -4m^3 + 12m^2 + 6m + 4 - \frac{9}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2} \text{ (thỏa } (*)).$$

Câu 89. Chọn C

$$\text{Ta có : } y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1),$$

$g(x) = x^2 - mx - 3m^2 + 1$ là tam thức bậc hai có $\Delta = 13m^2 - 4$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow g(x)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \cdot (1)$$

$$x_1, x_2 \text{ là các nghiệm của } g(x) \text{ nên theo định lý Vi-ét, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 90. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$$

Hàm số luôn luôn có cực trị với mọi m

$$\text{Theo định lý Viet : } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (2m)^2 - 3(m^2 - 1) = 7 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

$$\text{Cách 2 : } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + (m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (m+1)^2 + (m-1)^2 - (m-1)(m+1) = 7 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

Câu 91. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 4(m-1)x^3 - 6mx = 0 \quad (*)$$

TH1 : Nếu $m = 1$, $(*)$ trở thành : $y' = -6x = 0$ hay $x = 0$, $y'' = -6 < 0$

Vậy $m = 1$ hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

TH2 : Nếu $m \neq 1$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3m}{2(m-1)} \end{cases}$$

$$\text{Hàm số có cực đại mà ko có cực tiểu} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \frac{3m}{2(m-1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 1.$$

Kết hợp 2 trường hợp : $m \in [0; 1]$.

Câu 92. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 4x^3 - 4(1-m^2)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 - m^2 \end{cases}$$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi : $|m| < 1$

Tọa độ điểm cực trị $A(0; m+1)$

$$B(\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$C(-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$\overrightarrow{BC} = (-2\sqrt{1-m^2}; 0)$$

Phương trình đường thẳng BC : $y + m^4 - 2m^2 - m = 0$

$$d(A, BC) = m^4 - 2m^2 + 1, \quad BC = 2\sqrt{1-m^2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot d[A, BC] = \sqrt{1-m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\text{Khi đó } S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| = \sqrt{1-m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

Câu 93. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 6x^2 + 6(m-3)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 - m \end{cases}$$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow m \neq 3$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị $A(0; 11-3m)$

$$B(3-m; m^3-9m^2+24m-16)$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-m, (3-m)^3)$$

$$\text{Phương trình đt } AB : (3-m)^2 x + y - 11 + 3m = 0$$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow C \in AB$$

$$\text{Hay : } -1-11+3m=0 \Leftrightarrow m=4.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

$$\text{Bước 2 : } y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 + 3(y-3)x^2 + 11-3y - \frac{(6x^2+6(y-3)x)(12x+6(y-3))}{36}$$

$$\text{Bước 3 : Cacl } x=i, y=1000$$

$$\text{Kết quả : } -2989-994009i. \text{ Hay : } y = -2989-994009x$$

$$\text{Từ đó : } -2989 = -3m+11, -994009 = -(m-3)^2$$

$$\text{Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : } (3-m)^2 x + y - 11 + 3m = 0$$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow C \in AB$$

$$\text{Hay : } -1-11+3m=0 \Leftrightarrow m=4.$$

Câu 94. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 3m$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases}. \text{ Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi : } m > 0$$

$$\text{Khi đó tọa độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: } M(\sqrt{m}; -2m\sqrt{m}+2)$$

$$N(-\sqrt{m}; 2m\sqrt{m}+2) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-2\sqrt{m}; 4m\sqrt{m})$$

$$\text{Phương trình đt } MN : 2mx + y - 2 = 0$$

(Học sinh có thể dùng cách lấy y chia cho y')

$$\text{Ta có : } S_{\Delta AB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \widehat{AIB} = 90^\circ \Rightarrow d[I, MN] = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

$$\text{Bước 2 : } y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3yx + 2 - \frac{(6x^2-3y)(12x)}{18}$$

$$\text{Bước 3 : Cacl } x=i, y=1000$$

$$\text{Kết quả : } 2-2000i. \text{ Hay : } y = 2-2000x$$

$$\text{Từ đó : } -2000 = -2m,$$

$$\text{Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị } A, B \text{ là : } y = 2-2mx \text{ hay } 2mx + y - 2 = 0$$

Giải như tự luận ra kết quả.

Câu 95. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Ta có : } y = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m \neq 1$

Ta có : $A(1; 3m-1) \quad B(m; -m^3 + 3m^2)$

Hệ số góc đt AB là : $k = -(m-1)^2$

Đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $k = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3(y+1)x^2 + 6yx - \frac{(6x^2 - 6(y+1)x + 6y)(12x - 6(y+1))}{36}$

Bước 3 : Cacl $x = i$, $y = 1000$

Kết quả : 1001000 - 9980001.i . Hay : $y = 1001000 - 9980001.x$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $y = m^2 - m - (m-1)^2 x$

Có đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$.

Câu 96. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 12x + 3(m+2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow y' = x^2 - 4x + (m+2) = 0$$

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Chia y cho y' ta được : $y = \frac{1}{3}y'(x-2) + (m-2)(2x+1)$

Điểm cực trị tương ứng : $A(x_1; (m-2)(2x_1+1))$ và $B(x_2; (m-2)(2x_2+1))$

Có : $y_1 \cdot y_2 = (m-2)^2 (4x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 1)$

Với : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = m+2 \end{cases}$ nên : $y_1 \cdot y_2 = (m-2)^2 (4m+17)$

Hai cực trị cùng dấu $\Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 (4m+17) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{17}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$

Kết hợp đk : $-\frac{17}{4} < m < 2$.

Câu 97. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y' = 6x^2 - 18x + 12$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 5 + m \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 4 + m \end{cases}$$

$A(1; 5+m)$ và $B(2; 4+m)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$\overrightarrow{OA} = (1; 5+m)$, $\overrightarrow{OB} = (2; 4+m)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1)$

OAB là 1 tam giác $\Leftrightarrow -4 - m \neq 2 \Leftrightarrow m \neq -6$

Chu vi của ΔOAB là : $2p = \sqrt{1+(m+5)^2} + \sqrt{4+(m+4)^2} + \sqrt{2}$

Sử dụng tính chất $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ với $\vec{u} = (1; -5-m)$ và $\vec{v} = (2; 4+m)$

Từ đó ta có : $\sqrt{1+(m+5)^2} + \sqrt{4+(m+4)^2} + \sqrt{2} \geq \sqrt{3^2 + (-1)^2} + \sqrt{2} = \sqrt{10} + \sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \frac{-5-m}{4+m} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{14}{3}$.

Vậy chu vi $\triangle OAB$ nhỏ nhất bằng $(\sqrt{10} + \sqrt{2})$ khi $m = -\frac{14}{3}$.

Câu 98. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 4x^3 - 4mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}. \text{ Hàm số có 3 điểm cực trị } \Leftrightarrow m > 0$$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$$A(0; m-1)$$

$$B(\sqrt{m}; m^2 + m - 1)$$

$$C(-\sqrt{m}; m^2 + m - 1)$$

Vì B, C đối xứng nhau qua trục tung nên $BC \perp OA$

Do đó O là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow OB \perp AC$ hay $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$$\text{Với } \overrightarrow{OB} = (\sqrt{m}, m^2 + m - 1), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m}, m^2)$$

$$\text{Từ đó: } -m + m^2(m^2 + m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy $m = 1$ là gtct.

Câu 99. Chọn C

[Phương pháp trắc nghiệm]

Cách 1:

$$y' = x^2 - 2mx - 1$$

$\Delta' = m^2 + 1 > 0 \forall m$, suy ra hàm số có 2 cực trị $\forall m$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt $y' = 0$

Bấm máy tính:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1 - (x^2 - 2mx - 1) \left(\frac{x}{3} - \frac{m}{3} \right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \frac{2003}{3} - \frac{2000002}{3}i \\ &= \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x \end{aligned}$$

$$\text{Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: } A\left(x_1; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_1\right); B\left(x_2; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_2\right)$$

$$\begin{aligned} AB^2 &= (x_2 - x_1)^2 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2(x_2 - x_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 \left(1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right) \\ &= (4m^2 + 4) \left(1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right) = \frac{(4m^2 + 4)(4m^4 + 8m^2 + 13)}{9} \Rightarrow AB = \frac{2}{3} \sqrt{(m^2 + 1)(4m^4 + 8m^2 + 13)} \end{aligned}$$

$$\text{Cách 2: Sử dụng công thức } AB = \sqrt{\frac{4e + 16e^3}{a}} \text{ với } e = \frac{b^2 - 3ac}{9a}$$

$$e = \frac{m^2 + 1}{3} \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{4e + 16e^3}{a}} = \frac{2}{3} \sqrt{(m^2 + 1)(4m^4 + 8m^2 + 13)}.$$

Câu 100. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)$$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị } m \neq \frac{1}{3}$$

Bấm máy tính:

$$2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x - (6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)) \left(\frac{x}{3} + \frac{m-1}{6} \right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000}$$

$$1997001000 - 8994001i = (2 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^6 + 10^3) - (9 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^3 + 1)i =$$

$$= -(9m^2 - 6m + 1)x + 2m^3 - 3m^2 + m$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y = -(9m^2 - 6m + 1)x + 2m^3 - 3m^2 + m$ (Δ)

$$\Delta \equiv d \Leftrightarrow \begin{cases} -(9m^2 - 6m + 1) = -4 \\ 2m^3 - 3m^2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 101. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 3x^2 + 2mx + 7$$

Hàm số có 2 cực trị $|m| > \sqrt{21}$

Bấm máy tính:

$$x^3 + mx^2 + 7x + 3 - (3x^2 + 2mx + 7) \left(\frac{x}{3} + \frac{m}{9} \right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} -\frac{6973}{9} - \frac{1999958}{9}i =$$

$$= -\frac{7000-27}{9} - \left(\frac{2 \cdot 10^6 - 42}{9} \right)i = -\left(\frac{2m^2 - 42}{9} \right)x + \frac{7m - 27}{9}$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y = -\left(\frac{2m^2 - 42}{9} \right)x + \frac{7m - 27}{9}$ (Δ)

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow -\left(\frac{2m^2 - 42}{9} \right)3 = -1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{45}{2} \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{\frac{45}{2}} \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 102. Chọn D

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)$$

Hàm số có 2 cực trị $m \neq 0$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$

Bấm máy tính:

$$-x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1 - (-3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)) \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3} \right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000}$$

$$-2000002 + 2000000i = -(2 \cdot 10^6 + 2) + 2 \cdot 10^6 i = 2m^2x - 2m^2 - 2$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(x_1; 2m^2x_1 - 2m^2 - 2); B(x_2; 2m^2x_2 - 2m^2 - 2)$

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 + (2m^2x_1 - 2m^2 - 2)(2m^2x_2 - 2m^2 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 + 4m^4x_1x_2 - 4m^2(m^2 + 1)(x_1 + x_2) + 4(m^2 + 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - m^2)(1 + 4m^4) + 4(m^2 + 1)(1 + m^2 - 2m^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - m^2)(4m^4 + 4m^2 + 5) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 103. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 3x^2 - 6x - m$$

Hàm số có 2 cực trị $m > -3$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, ta có:

$$x_1 + x_2 = 2$$

Bấm máy tính:

$$x^3 - 3x^2 - mx + 2 - (3x^2 - 6x - m)\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000}$$

$$-\frac{994}{3} - \frac{2006}{3}i = -\frac{1000-6}{3} - \frac{2000+6}{3}i = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3}$$

$$\text{Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: } A\left(x_1; -\frac{2m+6}{3}x_1 - \frac{m-6}{3}\right); B\left(x_2; -\frac{2m+6}{3}x_2 - \frac{m-6}{3}\right)$$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; -m)$

$$\text{Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: } y = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3} \quad (\Delta)$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta // d \text{ or } \Delta \equiv d \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2m+6}{3} = 1 \\ -m = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{2} \\ m = 0 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện thì $m = 0$.

Câu 104. Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi $m > 0$ (*)

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0; m-1), B(-\sqrt{m}; -m^2 + m - 1), C(\sqrt{m}; -m^2 + m - 1)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}|y_B - y_A| \cdot |x_C - x_B| = m^2\sqrt{m}; AB = AC = \sqrt{m^4 + m}, BC = 2\sqrt{m}$$

$$R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{\Delta ABC}} = 1 \Leftrightarrow \frac{(m^4 + m)2\sqrt{m}}{4m^2\sqrt{m}} = 1 \Leftrightarrow m^3 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \pm \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện (*) ta có } \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\text{Áp dụng công thức: } R = \frac{b^3 - 8a}{8|a|b} \Leftrightarrow 1 = \frac{(-2m)^3 - 8}{8(-2m)} \Leftrightarrow m^3 + 1 = 2m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện (*) ta có } \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

Câu 105. Chọn A

$$y' = y = 4x^3 - 4m^2x$$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m \neq 0$

$$\text{Khi đó 3 điểm cực trị là: } A(0; m^4 + 1), B(-m; 1), C(m; 1)$$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác $ABOC$. Do tính chất đối xứng, ta có:

A, O, I thẳng hàng $\Rightarrow AO$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác $ABOC$.

$$\text{Vậy } AB \perp OB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow m^2 - m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m = \pm 1$ (thỏa mãn).

Câu 106. Chọn D

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m \neq 0$

Áp dụng công thức $S_{\Delta ABC} = \frac{b^2}{4|a|} \sqrt{-\frac{b}{2a}}$, ta có:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{b^2}{4|a|} \sqrt{-\frac{b}{2a}} \Rightarrow 64 = \frac{64m^4}{4} \sqrt{\frac{8m^2}{2}} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 107. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 0$

Ba điểm cực trị là $A(0; m), B(-\sqrt{m}; m - m^2), C(\sqrt{m}; m - m^2)$

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0; m - m^2)$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AI \cdot BC = m^2 \sqrt{m}$$

Chu vi của ΔABC là: $2p = AB + BC + AC = 2(\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m})$

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là: $r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}}$

Theo bài ra: $r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m}(\sqrt{m + m^4} - \sqrt{m})}{m^4} > 1 \text{ (vì } m > 0 \text{)}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m}(\sqrt{m + m^4} - \sqrt{m}) > m^2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + m^5} > m^2 + m \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra $m > 2$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Sử dụng công thức $r = \frac{b^2}{4|a| + \sqrt{16a^2 - 2ab^3}} \Rightarrow r = \frac{4m^2}{4 + \sqrt{16 + 16m^3}} = \frac{m^2}{1 + \sqrt{1 + m^3}}$

Theo bài ra: $r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2}{1 + \sqrt{1 + m^3}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2(\sqrt{1 + m^3} - 1)}{m^3} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + m^3} - 1 > m$

$$\sqrt{1 + m^3} > m + 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + m^3} > m + 1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra $m > 2$ thỏa mãn.

Câu 108. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > \frac{1}{3}$

Áp dụng công thức:

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $x^2 + y^2 - \left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c\right)y + c\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$

Thay vào ta có phương trình:

$$x^2 + y^2 - \left(\frac{-27m^3 + 75m^2 - m - 15}{4(3m - 1)}\right)y + \frac{-54m^4 + 75m^3 + 41 - 27m - 11}{4(3m - 1)} = 0 \text{ (T)}$$

$$D(7; 3) \in (T) \Rightarrow 27m^4 - 78m^3 + 92m^2 - 336m + 99 = 0$$

Sử dụng chức năng SOLVE, tìm ra nghiệm duy nhất thỏa mãn là $m = 3$.

Câu 109. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 0$

Ba điểm cực trị là: $A(0; 1-4m), B(-\sqrt{m}; m^2-4m+1), C(\sqrt{m}; m^2-4m+1)$

Tứ giác $OBAC$ đã có $OB = OC, AB = AC$. Vậy tứ giác $OBAC$ là hình thoi chỉ cần thêm điều kiện

$$\begin{aligned} OB = AC &\Leftrightarrow m + (m^2 - 4m + 1)^2 = m + m^4 \Leftrightarrow (m^2 - 4m + 1)^2 - m^4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (m^2 - 4m + 1 - m^2)(m^2 - 4m + 1 + m^2) = 0 \Leftrightarrow (1 - 4m)(2m^2 - 4m + 1) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Câu 110. Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1) = -3(x^2 - 2x - m^2 + 1)$.

$g(x) = x^2 - 2x - m^2 + 1$ là tam thức bậc hai có $\Delta' = m^2$. Do đó: y có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow y'$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow g(x)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

(1)

Khi đó y' có các nghiệm là: $1 \pm m \Rightarrow$ tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(1-m; -2-2m^3)$ và $B(1+m; -2+2m^3)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}(1-m; -2-2m^3) \Rightarrow OA^2 = (1-m)^2 + 4(1+m^3)^2$.

$\overrightarrow{OB}(1+m; -2+2m^3) \Rightarrow OB^2 = (1+m)^2 + 4(1-m^3)^2$.

A và B cách đều gốc tọa độ khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} OA = OB &\Leftrightarrow OA^2 = OB^2 \Leftrightarrow (1-m)^2 + 4(1+m^3)^2 = (1+m)^2 + 4(1-m^3)^2 \\ &\Leftrightarrow -4m + 16m^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \pm \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 111. Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi: $2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. (1)

Khi đó, các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 3m^3), B(2m; -m^3)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}(0; 3m^3) \Rightarrow OA = 3|m^3|$. (2)

Ta thấy $A \in Oy \Rightarrow OA \equiv Oy \Rightarrow d(B, OA) = d(B, Oy) = 2|m|$. (3)

Từ (2) và (3) suy ra $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot d(B, OA) = 3m^4$.

Do đó: $S_{\Delta OAB} = 48 \Leftrightarrow 3m^4 = 48 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (thỏa mãn (1)).

Câu 112. Chọn A

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x[x^2 - (m+1)]$.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi:

y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$. (*)

$$\text{Khi đó, ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m+1} \\ x = \sqrt{m+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; m) \\ B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \\ C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \end{cases}$$

(vai trò của B , C trong bài toán là như nhau) nên ta giả sử:

$$B(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1), C(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OA}(0; m) \Rightarrow OA = |m|; \overrightarrow{BC}(2\sqrt{m+1}; 0) \Rightarrow BC = 2\sqrt{m+1}.$$

$$\text{Do đó } OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \quad (\Delta' = 8) \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2} \quad (\text{thỏa mãn } (*)).$$

$$\text{Vậy } m = 2 \pm 2\sqrt{2}.$$

Câu 113. Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases} \quad \text{Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì } m \neq 0.$$

$$\text{Giả sử hàm số có hai điểm cực trị là: } A(0; 4m^3); B(2m; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2m; -4m^3)$$

$$\text{Trung điểm của đoạn } AB \text{ là } I(m; 2m^3).$$

Điều kiện để AB đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ là AB vuông góc với đường thẳng

$$(d): y = x \text{ và } I \in (d) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ 2m^3 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có: } m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 114. Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$$

Hàm số (1) có cực trị thì PT $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta = 1 > 0, \forall m$$

Khi đó, điểm cực đại $A(m-1; 2-2m)$ và điểm cực tiểu $B(m+1; -2-2m)$

$$\text{Ta có } OA = \sqrt{2}OB \Leftrightarrow m^2 + 6m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 + 2\sqrt{2} \\ m = -3 - 2\sqrt{2} \end{cases}.$$

Câu 115. Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4m^2x = 4x(x^2 - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 \end{cases}$$

Hàm số (C) có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$ (*). Với điều kiện (*) gọi ba điểm cực trị là:

$A(0; 1); B(-m; 1-m^4); C(m; 1-m^4)$. Do đó nếu ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân, thì sẽ vuông cân tại đỉnh A.

Do tính chất của hàm số trùng phương, tam giác ABC đã là tam giác cân rồi, cho nên để thỏa mãn điều kiện tam giác là vuông, thì AB vuông góc với AC .

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = (-m; -m^4); \overrightarrow{AC} = (m; -m^4); \overrightarrow{BC} = (2m; 0).$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông khi: } BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4m^2 = m^2 + m^8 + (m^2 + m^8)$$

$$\Leftrightarrow 2m^2(m^4 - 1) = 0; \Rightarrow m^4 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy với $m = \pm 1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0 \Leftrightarrow -m^6 + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Câu 116. Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = m(3x^2 - 6x)$$

Với mọi $m \neq 0$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3m - 3 \\ x = 2 \Rightarrow y = -m - 3 \end{cases}$. Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Giả sử $A(0; 3m - 3); B(2; -m - 3)$.

$$\text{Ta có: } 2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20 \Leftrightarrow 11m^2 + 6m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy giá trị } m \text{ cần tìm là: } \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}.$$

Câu 117. Chọn A

Đường thẳng đi qua ĐCĐ, ĐCT là $\Delta_1: 2x + y = 0$ có VTPT $\vec{n}_1(2; 1)$

Đường thẳng đã cho $\Delta: x + my + 3 = 0$ có VTPT $\vec{n}_2(1; m)$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \cos(\Delta, \Delta_1) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|m + 2|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 + 1}} = \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow 25(m^2 + 4m + 4) = 5 \cdot 16 \cdot (m^2 + 1) \Leftrightarrow 11m^2 - 20m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{2}{11} \end{cases}$$

Câu 118. Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 8(m - 1)x = 4x(x^2 - 2(m - 1)).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2(m - 1) \end{cases} \text{ nên hàm số có 3 điểm cực trị khi } m > 1.$$

Với đk $m > 1$ đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$$A(0; 2m - 1), B(\sqrt{2(m - 1)}; -4m^2 + 10m - 5), B(-\sqrt{2(m - 1)}; -4m^2 + 10m - 5).$$

$$\text{Ta có: } AB^2 = AC^2 = 2(m - 1) + 16(m - 1)^4$$

$$BC^2 = 8(m - 1)$$

Để 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành tam giác đều thì:

$$AB = AC = BC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2(m - 1) + 16(m - 1)^4 = 8(m - 1)$$

$$\Leftrightarrow 8(m - 1)^4 - 3(m - 1) = 0 \Leftrightarrow (m - 1)[8(m - 1)^3 - 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2} \end{cases}$$

So sánh với điều kiện ta có: $m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 3 = 0 \Leftrightarrow -8(m - 1)^3 + 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$$

Câu 119. Chọn B

Ta có: $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases} \Rightarrow \forall m \in \mathbb{R}, \text{ hàm số luôn có CĐ, CT}$$

Tọa độ các điểm CĐ, CT của đồ thị là $A(m; 2m^3 + 3m^2 + 1), B(m+1; 2m^3 + 3m^2)$

Suy ra $AB = \sqrt{2}$ và phương trình đường thẳng $AB: x + y - 2m^3 - 3m^2 - m - 1 = 0$.

Do đó, tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ M tới AB nhỏ nhất.

Ta có: $d(M, AB) = \frac{3m^2 + 1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d(M, AB) \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \min d(M, AB) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ đạt được khi $m = 0$.