

CHƯƠNG

III

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 3. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



LÝ THUYẾT.

I. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

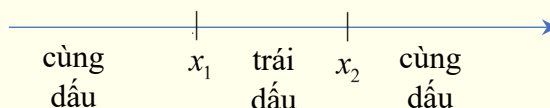
Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “Trong trái ngoài cùng”

**Chú ý:**

a) Để xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;

Bước 2: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);

Bước 3: Xác định dấu của hệ số a ;

Bước 4: Xác định dấu của $f(x)$.

b) Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ .



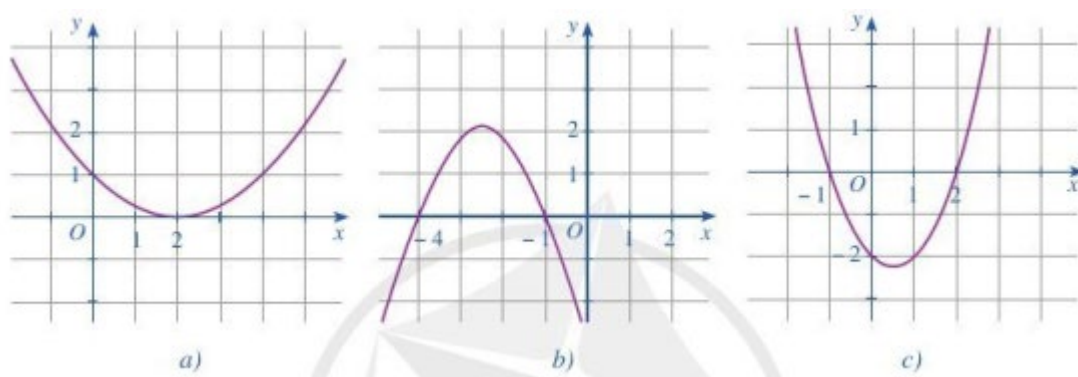
BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

a) $x^2 - 2x - 3 > 0$ khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

b) $x^2 - 2x - 3 < 0$ khi và chỉ khi $x \in [-1; 3]$

Câu 2: Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ với đồ thị được cho ở mỗi Hình a, b, c.



Câu 3: Xét dấu của mỗi tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$

b) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$

c) $f(x) = 2x^2 - 3x + 10$

d) $f(x) = -5x^2 + 2x + 3$

e) $f(x) = -4x^2 + 8x - 4$

g) $f(x) = -3x^2 + 3x - 1$

Câu 4: Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15 080000 đồng.

Câu 5: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra

thị trường là 1200 nghìn đồng.

- a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.
- b) Xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì hoà vốn?
- c) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$

Câu 2: Xét dấu tam thức : $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$.

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Câu 4: Tìm x để biểu thức : $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

- A.** $x^2 - 5x + 6$. **B.** $16 - x^2$. **C.** $x^2 - 2x + 3$. **D.** $-x^2 + 5x - 6$.

Câu 2: Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A.** $x < -4$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < 1$ hoặc $x > 4$. **C.** $-4 < x < -4$. **D.** $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A.** $x < -13$ hoặc $x > 1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 13$. **C.** $-13 < x < 1$. **D.** $-1 < x < 13$.

Câu 4: Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A.** $x < -3$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 3$. **C.** $x < -2$ hoặc $x > 6$. **D.** $-1 < x < 3$.

Câu 5: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

- A.** $[2; 3]$. **B.** $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. **C.** $[2; 4]$. **D.** $[1; 4]$.

Câu 6: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 7: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 8: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

.

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

.

C.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$+$	0	$+$

.

D.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$

.

Câu 9: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

.

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

.

C.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

.

D.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

.

CHƯƠNG

III

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 3. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



LÝ THUYẾT.

I. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

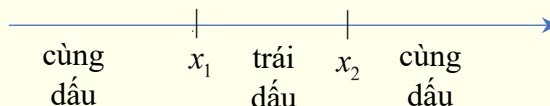
Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “Trong trái ngoài cùng”

**Chú ý:**

a) Để xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;

Bước 2: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);

Bước 3: Xác định dấu của hệ số a ;

Bước 4: Xác định dấu của $f(x)$.

b) Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ .



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

a) $x^2 - 2x - 3 > 0$ khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

b) $x^2 - 2x - 3 < 0$ khi và chỉ khi $x \in [-1; 3]$

Lời giải

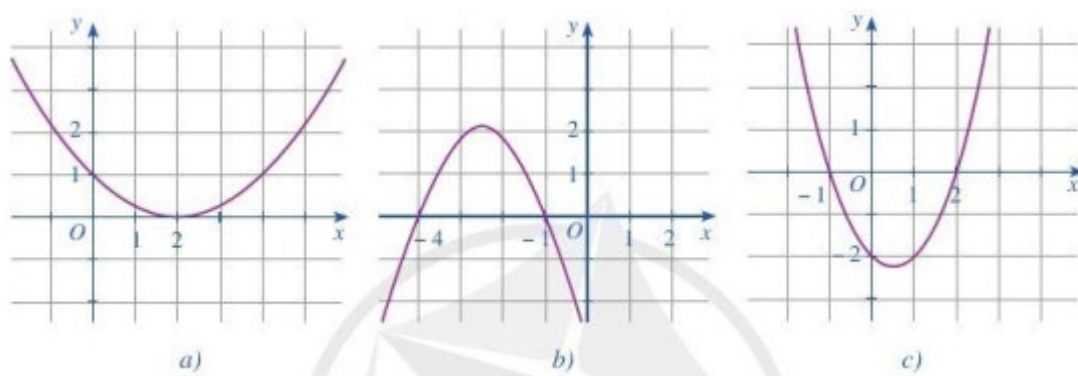
a) Phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = -1, x_2 = 3$

Có $a = 1 > 0$ nên $f(x) = x^2 - 2x - 3 > 0$ khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \Rightarrow$ Phát biểu đúng.

b) Phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = -1, x_2 = 3$

Có $a = 1 > 0$ nên $f(x) = x^2 - 2x - 3 < 0$ khi và chỉ khi $x \in (-1; 3) \Rightarrow$ Phát biểu sai.

Câu 2: Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ với đồ thị được cho ở mỗi Hình a, b, c.



Lời giải

Hình a:

Ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại điểm $(2; 0)$

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 2$

Ta thấy đồ thị nằm trên trục hoành nên có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

Hình b:

Ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt $(-4;0)$ và $(-1;0)$

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x = -4, x = -1$

Trong các khoảng $(-\infty; -4)$ và $(-1; +\infty)$ thì đồ thị nằm dưới trục hoành nên $f(x) < 0$

Trong khoảng $(-4; -1)$ thì đồ thị nằm trên trục hoành nên $f(x) > 0$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-4	-1	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hình c:

Ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt $(-1;0)$ và $(2;0) \Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x = -1, x = 2$

Trong các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$ thì đồ thị nằm trên trục hoành nên $f(x) > 0$

Trong khoảng $(-1; 2)$ thì đồ thị nằm dưới trục hoành nên $f(x) < 0$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Câu 3: Xét dấu của mỗi tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$

b) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$

c) $f(x) = 2x^2 - 3x + 10$

d) $f(x) = -5x^2 + 2x + 3$

e) $f(x) = -4x^2 + 8x - 4$

g) $f(x) = -3x^2 + 3x - 1$

Lời giải

a) Ta có $a = 3 > 0, b = -4, c = 1$

$$\Delta' = (-2)^2 - 3.1 = 1 > 0$$

$\Rightarrow f(x)$ có 2 nghiệm $x = \frac{1}{3}, x = 1$. Khi đó:

$f(x) > 0$ với mọi x thuộc các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $(1; +\infty)$; $f(x) < 0$ với mọi x thuộc các

khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

b) Ta có $a = 9 > 0, b = 6, c = 1$

$$\Delta' = 0$$

$\Rightarrow f(x)$ có 1 nghiệm $x = -\frac{1}{3}$. Khi đó:

$$f(x) > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

c) Ta có $a = 2 > 0, b = -3, c = 10$

$$\Delta = (-3)^2 - 4.2.10 = -71 < 0$$

$$\Rightarrow f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

d) Ta có $a = -5 < 0, b = 2, c = 3$

$$\Delta' = 1^2 - (-5).3 = 16 > 0$$

$\Rightarrow f(x)$ có 2 nghiệm $x = \frac{-3}{5}, x = 1$. Khi đó:

$$f(x) < 0 \text{ với mọi } x \text{ thuộc các khoảng } \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \text{ và } (1; +\infty);$$

$$f(x) > 0 \text{ với mọi } x \text{ thuộc các khoảng } \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$$

e) Ta có $a = -4 < 0, b = 8, c = -4$

$$\Delta' = 0$$

$\Rightarrow f(x)$ có 1 nghiệm $x = 2$. Khi đó:

$$f(x) < 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

g) Ta có $a = -3 < 0, b = 3, c = -1$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-1) = -3 < 0$$

$$\Rightarrow f(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

Câu 4: Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15 080000 đồng.

Lời giải

a)

Do x là số lượng khách thứ 51 trở lên nên $x > 0$.

Cứ thêm 1 người thì giá còn $(300000 - 5000 \cdot 1)$ đồng/người cho toàn bộ hành khách.

Thêm x người thì giá còn $(300000 - 5000 \cdot x)$ đồng/người cho toàn bộ hành khách.

Doanh thu theo x : $(50 + x) \cdot (300000 - 5000x)$ (VNĐ)

b) Do chi phí thực sự cho chuyến đi là 15080000 đồng nên để công ty không bị lỗ thì doanh thu phải lớn hơn hoặc bằng 15080000 đồng

Khi đó:

$$(50 + x) \cdot (300000 - 5000x) \geq 15080000$$

$$\Leftrightarrow (50 + x) \cdot 5000 \cdot (60 - x) \geq 15080000$$

$$\Leftrightarrow (x + 50)(60 - x) \geq 3016$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 10x + 3000 \geq 3016$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 10x - 16 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(8 - x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 8) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 8$$

Vậy số người của nhóm du khách nhiều nhất là 58 người.

Câu 5: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.

b) Xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì hoà vốn?

c) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

Lời giải

a) Doanh thu khi bán hết Q sản phẩm là $1200Q$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận bán hết Q sản phẩm là:

$$1200Q - (Q^2 + 180Q + 140000) = -Q^2 + 1020Q - 140000$$

b)

Để xí nghiệp hòa vốn thì: Lợi nhuận bằng 0.

$$\Leftrightarrow -Q^2 + 1020Q - 140000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} Q \approx 857 \\ Q \approx 163 \end{cases}$$

Vậy xí nghiệp sản xuất 163 sản phẩm hoặc 857 sản phẩm thì hòa vốn.

c) Để không bị lỗ thì lợi nhuận lớn hơn hoặc bằng 0.

Khi đó:

$$-Q^2 + 1020Q - 140000 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 163,45 \leq Q \leq 857,55 \Rightarrow 164 \leq Q \leq 857$$

Vậy để không bị lỗ thì xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm nằm trong khoảng 164 đến 857.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$

Lời giải

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ và có hệ số $a = -1 < 0$.

Ta có bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f(x)$		- 0	+ 0	-

Câu 2: Xét dấu tam thức : $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$.

Lời giải

Tam thức có $\Delta' = -9 < 0$ và hệ số $a = 2 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Lời giải

$$\text{Ta có } 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}; x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$2x^2 - x - 1$	+	+	0	-	0	+
$x^2 - 4$	+	0	-	-	-	0
$f(x)$	+	-	0	+	0	-

Câu 4: Tìm x để biểu thức : $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương

Lời giải

Ta có $3x^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$; $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Lập bảng xét dấu (Hoặc sử dụng phương pháp khoảng) ta có $x \in (0; 3)$.

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

Lời giải

Ta có $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{(x-1)(-x^2 + x + 6)}{-x^2 + 3x + 4}$

Ta có $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$, $-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	4	$+\infty$
$x-1$	-		-		-	0	+
$-x^2 + x + 6$	-	0	+		+		+
$-x^2 + 3x + 4$	-		-	0	+		+
$x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$	-	0	+		-	0	+

Suy ra $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ dương khi và chỉ khi $x \in (-2; -1) \cup (1; 3) \cup (4; +\infty)$,

$x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ âm khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (3; 4)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

A. $x^2 - 5x + 6$.

B. $16 - x^2$.

C. $x^2 - 2x + 3$.

D. $-x^2 + 5x - 6$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $y = x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$ (loại **A.**);

$$y = 16 - x^2 = (4 - x)(4 + x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 4 \end{cases} \text{ (loại B)}$$

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 > 0, \forall x \text{ (loại C)}$$

$$y = -x^2 + 5x - 6 = -(x - 2)(x - 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases} \text{ (Chọn D)}$$

Cách 2: Thay $x = 0$ vào từng đáp án; chỉ có D thỏa mãn $-6 < 0$ (đúng).

Câu 2: Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x < -4$ hoặc $x > -1$.

B. $x < 1$ hoặc $x > 4$.

C. $-4 < x < -4$.

D. $x \in \mathbb{R}$.

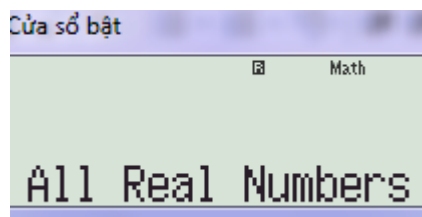
Lời giải

Chọn D

Cách 1: $y = -x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi $-x^2 - 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -\left(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + \frac{7}{4}\right) < 0$

$$\Leftrightarrow -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{7}{4} < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Cách 2: Casio wR112p1=p3=p4==



(đúng với tất cả các số thực).

Câu 3: Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x < -13$ hoặc $x > 1$.

B. $x < -1$ hoặc $x > 13$.

C. $-13 < x < 1$.

D. $-1 < x < 13$.

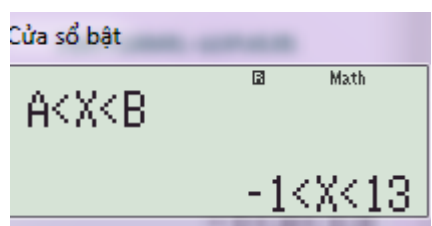
Lời giải

Chọn D

Cách 1: $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm tức là $x^2 - 12x - 13 < 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 13) < 0$

$$\Leftrightarrow -1 < x < 13.$$

Cách 2: Casio: wR1121=p12=p13==



Câu 4: Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x < -3$ hoặc $x > -1$.

B. $x < -1$ hoặc $x > 3$.

C. $x < -2$ hoặc $x > 6$.

D. $-1 < x < 3$.

Lời giải

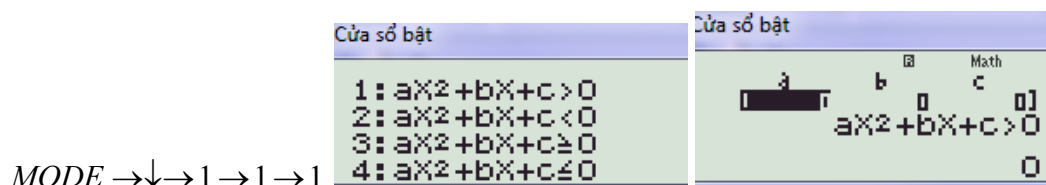
Chọn B

Cách 1: Ta có $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương tức là $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0$

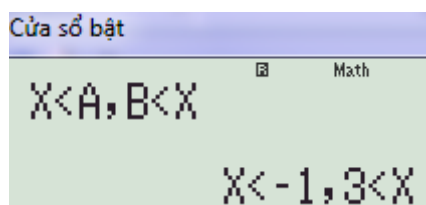
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1$$

Cách 2: Casio $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương tức là $x^2 - 2x - 3 > 0$



MODE $\rightarrow$ $\downarrow$ $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 1



Rồi nhập $1 \Rightarrow -2 \Rightarrow -3 \Rightarrow =$; kết quả

Câu 5: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

- A. $[2; 3]$. B. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. C. $[2; 4]$. D. $[1; 4]$.

Lời giải

Chọn C

Để $f(x)$ không dương thì $x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) \leq 0$

Lập bảng xét dấu $f(x)$ ta thấy để $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$

Câu 6: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + 9 - 6x > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 7: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

C.

x	$-\infty$		3		$+$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

D.

x	$-\infty$		3		$+$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $a = -1 < 0$.

Câu 9: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$0 + 0$	$-$

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$		$+$	$0 - 0$	$+$

C.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$0 + 0$	$-$

D.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$		$+$	$0 - 0$	$+$

Lời giải

Chọn C

Ta có $-x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$ và $a = -1 < 0$.

CHƯƠNG



HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 3. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai.

D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

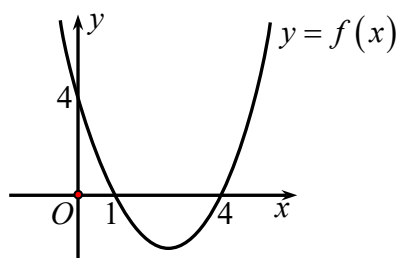
A. $\Delta < 0$.

B. $\Delta = 0$.

C. $\Delta > 0$.

D. $\Delta \geq 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



A. $a > 0$, $\Delta > 0$.

B. $a < 0$, $\Delta > 0$.

C. $a > 0$, $\Delta = 0$.

D. $a < 0$, $\Delta = 0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. **B.** $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. **D.** $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. **B.** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. **D.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$.
D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 10: Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai?

- A.** $f(x) = 2x - 2$. **B.** $f(x) = \frac{x}{2x-1}$.
C. $f(x) = \frac{1}{x^2-3x-4}$. **D.** $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Câu 11: Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai

- A.** $f(x) = 2x - 2$. **B.** $f(x) = \frac{x}{2x-1}$.
C. $f(x) = \frac{1}{x^2-3x-4}$. **D.** $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Câu 12: Cho $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.** $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 13: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. **B.** $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. **D.** $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m-2)x^2 + 2x - 3$ là một tam thức bậc hai.

- A.** $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \neq 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 2$.

Câu 15: Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

- A.** $x \in (-1; 13)$. **B.** $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 13]$.
C. $x \in [-1; 13]$. **D.** $x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$.

Câu 16: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.** $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai.

- C.** $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

Câu 17: Cho $f(x) = x^2 - 4x + 4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $f(x) > 0, \forall x \neq 2$ **C.** $f(x) > 0, \forall x \neq 4$ **D.** $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 18: Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 3x - 4$ âm khi.

- A.** $x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$. **B.** $x \in [-4; 2]$.
C. $(-1; 4)$. **D.** $x \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$.

Câu 19: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

- A.** $x^2 - 10x + 2$. **B.** $x^2 - 2x - 10$. **C.** $x^2 - 2x + 10$. **D.** $-x^2 + 2x + 10$.

Câu 20: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau

- A.** $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.
C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Câu 21: Biểu thức $\frac{f(x)}{g(x)}$ nào có bảng xét dấu như sau?

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	-	-	0	+	+	+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	-	0	+	-	0	+

- A.** $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{-x^2 + 4x - 3}{2 - x}$. **B.** $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(x-2)(x-1)}{x-3}$.
C. $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x + 4}$. **D.** $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 4x + 3}{x-2}$.

Câu 22: Cho biểu thức $f(x) = -x^2 + 3x - 2$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.** $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 2)$.
C. $f(x) < 0, \forall x \in (1; +\infty)$. **D.** $f(x) > 0, \forall x \in (1; 2)$.

Câu 23: Tam thức $f(x) = 2mx^2 - 2mx - 1$ nhận giá trị âm với mọi x khi và chỉ khi

- A.** $-2 < m \leq 0$. **B.** $-2 < m < 0$. **C.** $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m < -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$.

Câu 24: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

- A.** $[-2; 3]$. **B.** $[1; 4]$. **C.** $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. **D.** $[2; 4]$.

Câu 25: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

A. $f(x) = x^2 + 3x + 2$.

B. $f(x) = (x-1)(-x+2)$.

C. $f(x) = -x^2 - 3x + 2$.

D. $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

Câu 26: Cho biểu thức $f(x) = x^2(x^2 - 4)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	?	0	?	0	?

Dấu trong các dấu chấm hỏi theo thứ tự từ trái sang phải là

A. +, -, -, +.

B. +, -, +, -.

C. -, +, -, +.

D. +, +, -, +.

Câu 27: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có bảng xét dấu dưới đây

x	$-\infty$	0	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$		+	0	-	0	+

Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 28: Bảng xét dấu bên dưới là của biểu thức nào dưới đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

A. $f(x) = -x + 2$.

B. $f(x) = (x-2)^2$.

C. $f(x) = 2x - 4$.

D. $f(x) = -x^2 + 4x - 4$.

Câu 29: Bảng xét dấu sau của tam thức bậc hai nào trong các phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	

A. $f(x) = x^2 - x - 6$.

B. $f(x) = -x^2 - x + 6$.

C. $f(x) = -x^2 + x + 6$.

D. $f(x) = x^2 + x - 6$.

Câu 30: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào sau đây?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

A. $f(x) = x^2 + 3x + 2$.

B. $f(x) = -x^2 + 3x - 2$.

C. $f(x) = -x^2 - 3x + 2$.

D. $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

Câu 31: Tìm m để $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ luôn dương với mọi x .

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m > \frac{1}{2}$.

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

CHƯƠNG



HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 3. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = -2(x^2 - 4x + 4) = -2(x - 2)^2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy: $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

Lời giải

Chọn C

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của x phải có $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ nên **Chọn C**

Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

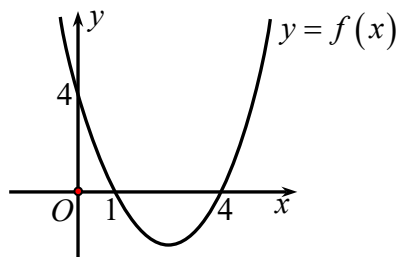
A. $\Delta < 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta > 0$. D. $\Delta \geq 0$.

Lời giải

Chọn A

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



A. $a > 0$, $\Delta > 0$. B. $a < 0$, $\Delta > 0$. C. $a > 0$, $\Delta = 0$. D. $a < 0$, $\Delta = 0$.

Lời giải

Chọn A

* Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. B. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$. Suy ra $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. B. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. D. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai?

A. $f(x) = 2x - 2$. **B.** $f(x) = \frac{x}{2x-1}$.

C. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$. **D.** $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa tam thức bậc hai.

Câu 11: Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai

A. $f(x) = 2x - 2$. **B.** $f(x) = \frac{x}{2x-1}$.

C. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$. **D.** $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa tam thức bậc hai.

Câu 12: Cho $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có: $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Cách 2: $f(x) = x^2 + 4$ là tam thức bậc hai có $a = 1, \Delta = -16 < 0 \Rightarrow f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 13: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} \Delta = 0 \\ a = -2 < 0 \end{cases}$ suy ra $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m-2)x^2 + 2x - 3$ là một tam thức bậc hai.

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \neq 2$.

C. $m > 2$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Chọn B

$f(x) = (m-2)x^2 + 2x - 3$ là một tam thức bậc hai khi và chỉ khi: $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.

Câu 15: Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

A. $x \in (-1; 13)$.

B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 13]$.

C. $x \in [-1; 13]$.

D. $x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 13 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 13 \end{cases}.$$

Câu 16: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

D. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

Câu 17: Cho $f(x) = x^2 - 4x + 4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

B. $f(x) > 0, \forall x \neq 2$

C. $f(x) > 0, \forall x \neq 4$

D. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = (x-2)^2 > 0, \forall x \neq 2$.

Câu 18: Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 3x - 4$ âm khi.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

B. $x \in [-4; 2]$.

C. $(-1; 4)$.

D. $x \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2 - 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 4$.

Câu 19: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

- A. $x^2 - 10x + 2$. B. $x^2 - 2x - 10$. C. $x^2 - 2x + 10$. D. $-x^2 + 2x + 10$.

Lời giải

Chọn C

Câu 20: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau

- A. $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
 B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.
 C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
 D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 21: Biểu thức $\frac{f(x)}{g(x)}$ nào có bảng xét dấu như sau?

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	-	-	0	+	+	+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	-	0	+	-	0	+

- A. $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{-x^2 + 4x - 3}{2 - x}$. B. $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(x-2)(x-1)}{x-3}$.
 C. $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x + 4}$. D. $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 4x + 3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	-	-	0	+	+	+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	-	0	+	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy:

+ $f(x)$ là hàm bậc hai có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, có 2 nghiệm $x = 1; x = 3$ và hệ số a dương.

+ $g(x)$ là hàm số bậc nhất (hoặc bậc lẻ) có dạng $g(x) = mx + n$, có 1 nghiệm $x = 2$ và hệ số m dương.

Phương án D thỏa mãn

Câu 22: Cho biểu thức $f(x) = -x^2 + 3x - 2$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 2)$.

C. $f(x) < 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

D. $f(x) > 0, \forall x \in (1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Mà $a = -1 < 0 \Rightarrow f(x) > 0$ với mọi $x \in (1; 2)$; $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 23: Tam thức $f(x) = 2mx^2 - 2mx - 1$ nhận giá trị âm với mọi x khi và chỉ khi

A. $-2 < m \leq 0$.

B. $-2 < m < 0$.

C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m < -2 \\ m \geq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

+) $m = 0$ thì $f(x) = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

+) $m \neq 0$

$$f(x) = 2mx^2 - 2mx - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2m < 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0.$$

Vậy $-2 < m \leq 0$ thì tam thức đã cho luôn nhận giá trị âm.

Câu 24: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

A. $[-2; 3]$.

B. $[1; 4]$.

C. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

D. $[2; 4]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } y = f(x) = x^2 - 6x + 8. \text{ Ta có } x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y		+	0	—	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $y \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$.

Câu 25: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

A. $f(x) = x^2 + 3x + 2$. B. $f(x) = (x-1)(-x+2)$.

C. $f(x) = -x^2 - 3x + 2$. D. $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 26: Cho biểu thức $f(x) = x^2(x^2 - 4)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	?	0	?	0	?

Dấu trong các dấu chấm hỏi theo thứ tự từ trái sang phải là

A. +, -, -, +.

B. +, -, +, -.

C. -, +, -, +.

D. +, +, -, +.

Lời giải

Chọn A

* Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$, trong đó $x = 0$ là nghiệm bội hai nên hàm số không đổi dấu khi qua nghiệm $x = 0$. Ta có bảng xét dấu $f(x) = x^2(x^2 - 4)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+

Câu 27: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có bảng xét dấu dưới đây

x	$-\infty$	0	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$		+	0	-	0	+

Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

Tại $x = 0$ thì $f(x) = c > 0$. Loại đáp án D.

Trong khoảng hai nghiệm $(x_1; x_2)$, $f(x)$ mang dấu "-" nên $a > 0$. Loại đáp án B.

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 > 0$.

Mà theo định lý Vi-ét $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ nên $-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 28: Bảng xét dấu bên dưới là của biểu thức nào dưới đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		0	

- A. $f(x) = -x + 2$. B. $f(x) = (x - 2)^2$.
C. $f(x) = 2x - 4$. D. $f(x) = -x^2 + 4x - 4$.

Lời giải

Chọn D

Do bảng xét dấu có hai khoảng cùng dấu, nên biểu thức là tam thức bậc hai, do đó loại phương án A, C.

Vì biểu thức mang dấu trừ nên loại phương án B.

Câu 29: Bảng xét dấu sau của tam thức bậc hai nào trong các phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

- A. $f(x) = x^2 - x - 6$. B. $f(x) = -x^2 - x + 6$. C. $f(x) = -x^2 + x + 6$. D. $f(x) = x^2 + x - 6$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu $\Rightarrow$ hệ số của x^2 âm

và $f(x) = 0$ có 2 nghiệm $x = -3, x = 2$

Câu 30: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào sau đây?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

- A. $f(x) = x^2 + 3x + 2$. B. $f(x) = -x^2 + 3x - 2$.
C. $f(x) = -x^2 - 3x + 2$. D. $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn B

Căn cứ vào bảng biến thiên thì hàm số $f(x)$ có hai nghiệm là 1, 2 nên chỉ có thể là đáp án B hoặc

D. Vì các đáp án B, D là Parabol, căn cứ vào bảng biến thiên của đồ thị thì phải có đáp án là B.

Câu 31: Tìm m để $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m + 1)x + 1$ luôn dương với mọi x .

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \geq \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số $a = m^2 + 2 > 0, \forall m$.

Do đó, $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0 \Leftrightarrow 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.