

CHƯƠNG

VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



LÝ THUYẾT.

I. ĐỊNH LÝ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

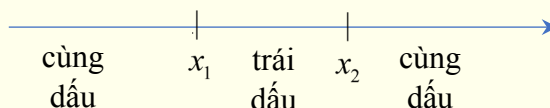
Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “Trong trái ngoài cùng”



II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \geq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.15. Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

- a) $3x^2 - 4x + 1$ b) $x^2 + 2x + 1$ c) $-x^2 + 3x - 2$ d) $-x^2 + x - 1$

6.16. Giải các bất phương trình bậc hai:

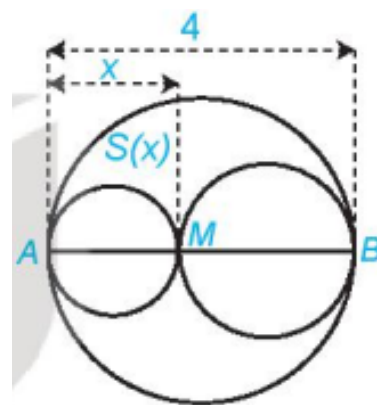
- a) $x^2 - 1 \geq 0$ b) $x^2 - 2x - 1 < 0$ c) $-3x^2 + 12x + 1 \leq 0$ d) $5x^2 + x + 1 \geq 0$

6.17. Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai sau dương với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$x^2 + (m+1)x + 2m + 3$$

6.18. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

6.19. Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$ (H.6.19). Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Hình 6.19



II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$

Câu 2: Xét dấu tam thức : $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$.

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Câu 4: Tìm x để biểu thức : $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

- A.** $x^2 - 5x + 6$. **B.** $16 - x^2$. **C.** $x^2 - 2x + 3$. **D.** $-x^2 + 5x - 6$.

Câu 2: Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A.** $x < -4$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < 1$ hoặc $x > 4$. **C.** $-4 < x < -1$. **D.** $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A.** $x < -13$ hoặc $x > 1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 13$. **C.** $-13 < x < 1$. **D.** $-1 < x < 13$.

Câu 4: Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A.** $x < -3$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 3$. **C.** $x < -2$ hoặc $x > 6$. **D.** $-1 < x < 3$.

Câu 5: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

- A.** $[2; 3]$. **B.** $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. **C.** $[2; 4]$. **D.** $[1; 4]$.

Câu 6: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Câu 7: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?

- A.** $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-1; 3)$.

Câu 8: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

C.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$+$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Câu 9: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

C.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

D.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Câu 10: Khi xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 1}$ ta có

- A.** $f(x) > 0$ khi $-7 < x < -1$ hoặc $1 < x < 3$.
B. $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.
C. $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 0$ hoặc $x > 1$.
D. $f(x) > 0$ khi $x > -1$.

Câu 11: Tìm x để $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$ không âm.

- A.** $(1; 3]$. **B.** $(1; 2] \cup [3; +\infty)$. **C.** $[2; 3]$. **D.** $(-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

Câu 12: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x(5x + 2) - x(x^2 + 6)$ không dương?

- A.** $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. **B.** $[1; 4]$. **C.** $(1; 4)$. **D.** $[0; 1] \cup [4; +\infty)$

Câu 13: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x) = x(x^2 - 1)$ không âm?

- A.** $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. **B.** $[-1; 0] \cup [1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1] \cup [0; 1)$. **D.** $[-1; 1]$.

Câu 14: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + 4x + 3}$ không dương?

- A.** $S = (-\infty; 1)$. **B.** $S = (-3; -1) \cup [1; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$. **D.** $S = (-3; 1)$.

Câu 15: Tìm số nguyên lớn nhất của x để đa thức $f(x) = \frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} - \frac{4x}{3x-x^2}$ luôn âm.

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Câu 16: Khi xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 1}$ ta có

A. $f(x) > 0$ khi $-7 < x < -1$ hoặc $1 < x < 3$.

B. $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.

C. $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 0$ hoặc $x > 1$.

D. $f(x) > 0$ khi $x > -1$.

Câu 17: Tìm x để $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1} \geq 0$

A. $(1; 3]$.

B. $(1; 2] \cup [3; +\infty)$.

C. $[2; 3]$.

D. $(-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

Câu 18: Tìm tất cả các số thực x để biểu thức $P(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1} \geq 0$

A. $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $\left[-2; -\frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 19: Tìm x để biểu thức $P(x) = (x-1)(x^3 - 4x) - (x+2)(x^3 + 3x - 2)$ nhận giá trị dương.

A. $-1 < x < \frac{2}{3}$

B. $(-2 < x < -1) \vee \left(x > \frac{2}{3}\right)$.

C. $(x < -1) \vee \left(x > \frac{2}{3}\right)$.

D. $(x < -2) \vee \left(-1 < x < \frac{2}{3}\right)$.

Câu 20: Biểu thức $P(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} - \frac{2}{x+2} \leq 0$ khi x thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

A. $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$.

B. $x \notin \{-2, 0, 2\}$.

C. $-2 < x < 0$.

D. $0 < x < 2$.

DẠNG 2: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai...)



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

Câu 5: Giải bất phương trình : $\frac{x^2+x-1}{x-2} > \frac{1}{x^2-x} + \frac{x^3-2x}{x^2-3x+2}$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2-4)(x^2+2x) \leq 3(x^2+4x+4)$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là:

A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 < 9$ là:

A. $(-3; 3)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

A. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $(-3; 2)$. C. $(-2; 3)$. D. $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:

A. $(-\infty; 2\sqrt{2})$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\sqrt{2}\}$. C. $\emptyset$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$ là:

A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là:

A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 6x + 9 > 0$ là:

A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ là:

- A. $D = [-5; 1]$. B. $D = (-5; 1)$.
C. $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup [5; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là

- A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(0; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 14: Giải bất phương trình $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x$ ta được

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x > -2,5$. D. $x > -2,6$.

Câu 15: Giải bất phương trình: $x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2}$.

- A. $(x \leq 0) \vee (x \geq 2)$. B. $0 \leq x \leq 2$. C. $(x < -2) \vee (x > 2)$. D. $-2 \leq x \leq 2$.

Câu 16: Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}$.

- A. $x > \frac{3}{5}$. B. $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$. C. $-\frac{3}{5} < x < 2$. D. $x < \frac{3}{5}$.

Câu 17: Tìm nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x-3}{x^2+2} + 3 < \frac{4x^2+3x}{x^2+2} - 1$.

- A. $x > -5$. B. $x > 5$. C. $x < 5$. D. $x < -5$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $(1-2x)(2x-5)(x+1) < 0$ là:

- A. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$.
C. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-1; +\infty)$.

Câu 19: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[8; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $[6; +\infty)$.

Câu 20: Bất phương trình $x(x^2 - 1) \geq 0$ có nghiệm là:

- A. $x \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. B. $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.
C. $x \in (-\infty; -1] \cup [0; 1)$. D. $x \in [-1; 1]$.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình: $\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\left(x < -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \vee \left(x > \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.
C. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3} < x < \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 22: Giải bất phương trình: $2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2}$.

- A. $\forall x \neq \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. Vô nghiệm. D. $\forall x$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-1}{1-x} > -x$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 24: Giải bất phương trình: $\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2}$.

- A. $(x \leq -7) \vee (x > -3)$. B. $-7 \leq x < -3$.
C. $-5 \leq x \leq -1$. D. $(x \leq -5) \vee (x > -1)$.

Câu 25: Giải bất phương trình: $\frac{x^2-x+2}{x^2-4} > \frac{-3}{x-2}$.

- A. $x < -4 \vee x > -2$. B. $-4 < x < 2$. C. $-2 < x < 2$. D. $x < -2 \vee x > 2$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+x+1 \leq \frac{9}{x^2+x+1}$ là

- A. $S = [-2; 1]$. B. $S = \left[\frac{-7}{2}; 2\right]$. C. $[-2; 1)$. D. $(-2; 1]$.

Câu 27: Bất phương trình: $\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right| \geq 1$ có nghiệm là:

- A. $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}$, $x \neq \pm 2$. B. $x \leq \frac{8}{5}$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}$.

C. $x < -2$ hoặc $0 \leq x \leq \frac{8}{5}$.

D. $-2 < x \leq 0$ hoặc $x \geq \frac{5}{2}$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0$ là

A. $S = (-\infty; 1)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (0; 1)$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-4; -3)$.

D. $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$.

DẠNG 3: GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{x + 3}}$

Câu 3: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$

Câu 4: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x + 2} \geq 0 \\ \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2x - 3} \leq 0 \end{cases}$

Câu 5: Giải bất phương trình: $1 < \frac{x^2 + x + 5}{x^2 + x + 3} < 3$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$ là:

A. $\emptyset$.

B. $\{1\}$.

C. $[1; 2]$.

D. $[-1; 1]$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x - 2} + \frac{1}{\sqrt{x - 3}}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

D. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 3: Nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0 \end{cases}$ là:

A. $-2 \leq x \leq 3$.

B. $-1 \leq x \leq 3$.

C. $1 \leq x \leq 2$ hoặc $x = -1$.

D. $1 \leq x \leq 2$.

Câu 4: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. C. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. D. $(1; 4)$.

Câu 5: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ (x-2)^2 - (2x+1)^2 \geq 0 \end{cases}$.

A. $(x \leq -3) \vee (x > -2)$. B. $-3 \leq x < 3$.

C. $-2 < x \leq \frac{1}{3}$.

D. $-3 \leq x < -2$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $-1 \leq \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1} \leq 2$.

A. $(x \leq -1 - \sqrt{2}) \vee (x \geq 2)$.

B. $(-1 + \sqrt{2} \leq x \leq 2)$.

C. $(x \leq -1 - \sqrt{2}) \vee (x \geq -1 + \sqrt{2})$.

D. $-1 - \sqrt{2} \leq x < -1 + \sqrt{2}$.

Câu 7: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \leq 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} > \frac{2}{x+1} \end{cases}$.

A. $\left(0 < x < \frac{1}{3}\right) \vee (x > 1)$.

B. $\left(0 < x < \frac{1}{3}\right) \vee (1 < x \leq 6)$.

C. $(x \leq -1) \vee (x > 1)$.

D. $(-1 \leq x < 0) \vee (x \geq 6)$.

Câu 8: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} (x+3)^2 - (x-2)^2 \geq 0 \\ \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} \leq 0 \end{cases}$.

A. $0 \leq x < 1$.

B. $(x < -1) \vee \left(-\frac{1}{2} < x \leq 0\right)$.

C. $(x \leq 0) \vee (x > 1)$.

D. $\left(-\frac{1}{2} \leq x \leq 0\right) \vee (x > 1)$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+2x-3}}$ là:

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = (-3; 1)$.

C. $D = [-3; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -3]$.

Câu 10: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{16-4x}{x^2-x-12} < 4 \\ \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} > \frac{1}{x} \end{cases}$ có nghiệm là:

- A. $(-\sqrt{2}; 0) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (2; 4) \cup (4; +\infty)$. B. $(-4; -3) \cup (0; 1) \cup (\sqrt{2}; 2)$
 C. $(-3; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$. D. $(-4; -\sqrt{2}) \cup (1; +\infty)$.

Câu 11: Hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{3x} < 0 \\ x + \frac{4}{3} \geq \frac{4}{3x} \\ 4x^2 - 5x + 1 < 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $-2 \leq x < 0$. B. $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3}$. D. $\frac{2}{3} \leq x < 1$.

Câu 12: Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 7}{-2x^2 + 3x + 2} > 0 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 11x + 30} < 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $-\frac{1}{2} < x < 2$. B. $2 < x < 3$. C. $0 < x < 3$. D. Vô nghiệm.

Câu 13: Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x^2 - 9}{-x^2 + 3x - 12} > 0 \\ \frac{x + 7}{x - 5} + \frac{3x + 1}{2} \geq 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $x < -3$ hoặc $x > 1$. B. $3 < x < 5$. C. $1 \leq x < 3$. D. $1 < x < 3$.

Câu 14: Hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 \leq 0 \\ 4x^2 - x - 3 > 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $x = 3$. B. $-\frac{3}{4} < x < \frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3} < x < 1$. D. $1 < x < 3$

Câu 15: Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 + 6x + 8 \leq 0 \\ x^2 + 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là đoạn trên trục số có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. $\frac{5}{4}$. C. 5. D. 1

Câu 16: Hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $x < -1$ hoặc $x > 2$. B. $-1 < x < 2$. C. Vô nghiệm. D. $-1 \leq x \leq 2$.

Câu 17: Hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 5x > 6 \\ x + 1 < 2 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $-6 < x < -3$. B. $x < -6$. C. $-2 < x < -1$. D. $-1 < x < 0$

Câu 18: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 4x < 5 \\ x + 1 > 3 \end{cases}$ có nghiệm là:

- A. $-4 < x < -1$. B. $-1 < x < 1$. C. $1 < x < 2$. D. $2 < x < 5$

Câu 19: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 11x + 28 \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

- A. $x < -1$ hoặc $3 < x \leq 4$ hoặc $x \geq 7$. B. $x \leq 4$ hoặc $x \geq 7$.
C. $x < -1$ hoặc $x \geq 7$. D. $x < -1$ hoặc $3 < x < 4$ hoặc $x > 7$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3x + 2} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(1; 2]$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{6-x-x^2} + \frac{x+3}{x-2}$ là

- A. $[-3; 2]$. B. $(-\infty; 3] \cup [2; +\infty)$. C. $(-3; 2)$. D. $[-3; 2)$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{25 - x^2}$ là

- A. $[-5; 0] \cup [4; 5]$. B. $(-5; 0) \cup (4; 5)$. C. $[-5; 5]$. D. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

Câu 23: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3}) \leq 0 \\ (x - 2)(x - 3) \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3}$. B. $-2 \leq x \leq 3$.
C. $-2 \leq x \leq -\sqrt{2}; \sqrt{3} \leq x \leq 3$. D. Vô nghiệm.

Câu 24: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 \geq 0 \\ x^3 - 2x^2 - x + 2 \leq 0 \end{cases}$

A. $-2 \leq x \leq 1$.

B. $1 \leq x \leq 2$.

C. $x \leq -2$.

D. $-1 \leq x \leq 1$ hoặc $x \geq 2$.

Câu 25: Miền nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 \leq 0 \end{cases}$.

A. $1 \leq x \leq 3$.

B. $x \leq -1 \vee x \geq 3$.

C. $-2 \leq x \leq 3$.

D. $-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$.

Câu 26: Giải bất phương trình: $2 < \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x + 1} < 3$.

A. $x < -1 \vee x > 0$.

B. $x < 1 \vee x > 2$.

C. $-1 < x < 2$.

D. $-1 < x < 0$.

Câu 27: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 < 0 \\ |2x - 1| < 3 \end{cases}$ là:

A. $(1; 2)$.

B. $[1; 2]$.

C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $\emptyset$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2$ là

A. $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

B. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

C. $(-6; -2) \cup (-3; 4)$.

D. $(-4; 3)$.

Câu 29: Bất phương trình: $\left| \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$ có nghiệm là:

A. $x < \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x > \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

B. $x < \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x > \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $x < \frac{5 - \sqrt{3}}{2}$ hoặc $x > \frac{5 + \sqrt{3}}{2}$.

D. $x < \frac{-5 - \sqrt{3}}{2}$ hoặc $x > \frac{-5 + \sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 - 3x + 2} > 0 & (1) \\ \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1} > 0 & (2) \end{cases}$

A. $x < 1 \vee x > 3$.

B. $x < -3 \vee x > 2$.

C. $-3 < x < 2$.

D. $x < -3 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2$.

Câu 31: Giải hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} (2x+3)^2 - (x+3)^2 \leq 0 & (1) \\ 2x^2 + 5x + 3 \geq 0 & (2) \end{cases}$$

A. $-2 \leq x \leq -\frac{3}{2} \vee -1 \leq x \leq 0$.

B. $x \leq -1 \vee x \geq 0$.

C. $x \leq -2 \vee x \geq -1$.

D. $-2 \leq x \leq -1$.

Câu 32: Giải hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 7x + 10 \geq 0 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x+8} < \frac{1}{x+1} & (2) \end{cases}$$

A. $-8 < x \leq -5$.

B. $x < -8 \vee x > -1$.

C. $x < -8 \vee -1 < x < 0$.

D. $-2 \leq x < -1$.

Câu 33: Nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0 \end{cases}$$
 là:

A. $-2 \leq x \leq 3$.

B. $-1 \leq x \leq 3$.

C. $1 \leq x \leq 3$ hoặc $x = -1$.

D. $1 \leq x \leq 2$.

DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x) = -x^2 - 2x - m$

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
 $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$$

Câu 5: Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$
 (1)

Câu 6: Cho biểu thức $f(x) = x^2 - 2mx - m + 90$. Xác định tham số m để:

1) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (3; +\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -4).$

7) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-1; 0).$

8) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; 2).$

9) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

10) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 7: Cho biểu thức $f(x) = -x^2 - 2mx + m - 110$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

2) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

3) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty).$

4) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0).$

5) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (3; +\infty).$

6) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -4).$

7) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-1; 0).$

8) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; 2).$

9) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

10) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Câu 8: Cho biểu thức $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 2m + 12$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

2) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

3) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty).$

4) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0).$

5) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (2; +\infty).$

6) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -3).$

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

10) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

11) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty).$

12) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

13) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (5; +\infty)$.

14) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 1)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Câu 9: Cho biểu thức $f(x) = (m+2)x^2 - 2(m-4)x + 2m + 8$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (1; +\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1)$.

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

10) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

11) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

12) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

13) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-1; +\infty)$.

14) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -2)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Đề $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0$ với mọi x thì

- A. $-3 \leq m \leq 9$. B. $m < -3 \vee m > 9$.
C. $-3 < m < 9$. D. $m \leq -3 \vee m \geq 9$.

Câu 2: Bất phương trình $f(x) = mx^2 - 4x + 3m + 1 > 0$ nghiệm đúng mọi $x > 0$ khi

- A. $m > 0$. B. $m > \frac{4}{3}$. C. $m > 1$. D. $m > 2$.

Câu 3: Cho bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = 4$. D. $k = 5$.

Câu 4: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m > \frac{4}{3}$.

Câu 5: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m > \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. D. $1 < m < 3$.

Câu 6: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $a = 0$. B. $a < 0$. C. $0 < a \leq \frac{1}{2}$. D. $a \geq \frac{1}{2}$.

Câu 7: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A. $-14 < m < 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. D. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = 4$. D. $k = 5$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f(x) = (m-3)x^2 + (m+2)x - 4 > 0$$

- A. $m \leq -22 \vee m \geq 2$. B. $-22 \leq m \leq 2$.
C. $-22 < m < 2$. D. $\begin{cases} -22 \leq m \leq 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Câu 10: Cho bất phương trình $mx^2 - (2m-1)x + m + 1 < 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

- A. $m \geq \frac{1}{8}$. B. $m > \frac{1}{8}$. C. $m < \frac{1}{8}$. D. $m \leq \frac{1}{8}$.

Câu 11: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$$

- A. 1. B. 4.
C. 6. D. Nhiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < 1$ hoặc $m > 6$. B. $1 < m < 6$. C. $m > 1$. D. $1 \leq m < 6$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 8 \leq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < -1$. B. $m > 3$. C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2} < m \leq 3$.

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ luôn dương với mọi x

- A. $m < 0 \vee m > 20$. B. $0 < m < 20$. C. $m < 0 \vee m > 28$. D. $0 < m < 28$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm x .

- A. $m < -\frac{5}{3} \vee m > -1$. B. $-\frac{5}{3} < m < -1$. C. $m \leq 3 \vee m \geq 1$. D. $0 \leq m \leq 28$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2 + 2(m-2)x + m - 4 > 0$ vô nghiệm.

- A. $m \leq 1 \vee m = \frac{1}{2}$. B. $m \leq 1$. C. $m \leq 0$. D. $m \leq 0 \vee m = \frac{1}{2}$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2; 3]$.

- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m \geq 6$. D. $m \leq 7$.

- Câu 19:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 6]$.
- A. $m \geq 7$. B. $m > 4$. C. $m \geq 5$. D. $m \geq 4$.
- Câu 20:** Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 + 1)x + m(x + 3) + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 2]$?
- A. $0 \leq m \leq 2$. B. $m > 0$. C. $m < 2$. D. $0 < m < 2$.
- Câu 21:** Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.
- A. $m = 10$. B. $m = 8$. C. $m = 9$. D. $m = 7$.
- Câu 22:** Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2 + 4x + 6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \leq -\frac{9}{4}$. B. $m \leq -2$.
C. $m \leq -2$ hoặc $m \geq -\frac{3}{2}$. D. $-\frac{9}{4} \leq m \leq -2$.
- Câu 23:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{(m^2 + m + 2)x^2 - 2(m + 4)x + m + 8}}$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.
- A. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0$. B. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14}$.
C. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7} \vee m > 0$. D. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7}$.
- Câu 24:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.
- A. $-3 \leq m \leq 2$. B. $-3 \leq m \leq 2 \vee m > 5$.
C. $m < -5 \vee -3 \leq m \leq -1$. D. $-5 \leq m \leq -1$.
- Câu 25:** Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\frac{(m^3 + 1)x^2 - 2(m^2 + m)x + m}{x^2 + x + 2} \leq 0$ có nghiệm.
- A. $-1 \leq m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$. B. $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.
C. $m \leq -1 \vee m \geq \frac{1}{2}$. D. $m \leq -1 \vee 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện...}

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
- Câu 2:** Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt
- Câu 3:** Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.
- Câu 4:** Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?
- Câu 5:** Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Tìm điều kiện của b để $f(x) = x^2 - bx + 3$ có hai nghiệm phân biệt?
- A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.
 C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.
- Câu 2:** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?
- A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.
 C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- Câu 3:** Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là
- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.
 C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.
- Câu 4:** Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.

- A.** $m > 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $m > \frac{-1}{4}$.

Câu 5: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A.** $-2 < m < 7$. **B.** $-2 \neq m < -1$.
C. $m < -\frac{7}{8}$ và $m \neq -2$. **D.** $-2 \neq m < -1 \vee m > 7$.

Câu 6: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1$.

- A.** $-2 < m < -1 \vee m > 7$. **B.** $m < -2 \vee m > 7$.
C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2} < m < 7$.

Câu 7: Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$?

- A.** $-2 < m < 4$. **B.** $m < -2 \vee m > 4$. **C.** $-1 < m < 3$. **D.** $m < -1 \vee m > 3$.

Câu 8: Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:

- A.** $m < 6$ và $m \neq 2$. **B.** $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
C. $2 < m < 6$. **D.** $m > 6$.

Câu 9: Cho phương trình $(m-5)x^2 + (m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

- A.** $m < \frac{22}{7}$. **B.** $\frac{22}{7} < m < 5$. **C.** $m \geq 5$. **D.** $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Câu 10: Giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?

- A.** $m < 1$. **B.** $m > 2$. **C.** $m > 3$. **D.** $1 < m < 3$.

Câu 11: Định m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$.

- A.** $m < 2 \vee m > 6$. **B.** $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. **D.** $-2 < m < 6$.

Câu 12: Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$?

- A. $-2 \leq m \leq 1$. B. $m < -1 \vee m > 1$. C. $m < \frac{4}{3}$. D. $0 < m < \frac{4}{3}$.

Câu 13: Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- A. $-2 < m < -1$. B. $m > 1$. C. $-5 < m < -3$. D. $-2 < m < 1$.

Câu 14: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

- A. $m < -\frac{7}{2}$. B. $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.
C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$. D. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

I. ĐỊNH LÝ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

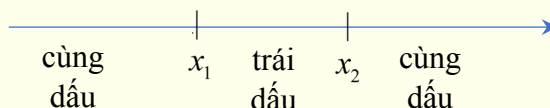
Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “Trong trái ngoài cùng”



II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \geq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.15. Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $3x^2 - 4x + 1$

b) $x^2 + 2x + 1$

c) $-x^2 + 3x - 2$

d) $-x^2 + x - 1$

Lời giải

a) Dễ thấy $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ có $\Delta' = 1 > 0, a = 3 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = 1$.

Do đó ta có bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+

Suy ra $f(x) > 0$ với mọi $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$ và $f(x) < 0$ với mọi $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

b) $g(x) = x^2 + 2x + 1$ có $\Delta = 0$ và $a = 1 > 0$ nên $g(x)$ có nghiệm kép $x = -1$ và $g(x) > 0$ với mọi $x \neq -1$.

c) Dễ thấy $h(x) = -x^2 + 3x - 2$ có $\Delta = 1 > 0, a = -1 < 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 2$.

Do đó ta có bảng xét dấu $h(x)$:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$h(x)$	—	0	+	0	—

Suy ra $h(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ và $h(x) > 0$ với mọi $x \in (1; 2)$.

d) $k(x) = -x^2 + x - 1$ có $\Delta = -3 < 0$ và $a = -1 < 0$ nên $k(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

6.16. Giải các bất phương trình bậc hai:

a) $x^2 - 1 \geq 0$

b) $x^2 - 2x - 1 < 0$

c) $-3x^2 + 12x + 1 \leq 0$

d) $5x^2 + x + 1 \geq 0$

Lời giải

a) Dễ thấy $f(x) = x^2 - 1$ có $\Delta' = 1 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1; x_2 = 1$.

Do đó ta có bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Nên bất phương trình $x^2 - 1 \geq 0$ có tập nghiệm là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

b) Dễ thấy $g(x) = x^2 - 2x - 1$ có $\Delta' = 2 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1 - \sqrt{2}; x_2 = 1 + \sqrt{2}$.

Do đó ta có bảng xét dấu $g(x)$:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$	
$g(x)$	+	0	-	0	+

Nên bất phương trình $x^2 - 2x - 1 < 0$ có tập nghiệm là $S = (1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$.

c) Dễ thấy $h(x) = -3x^2 + 12x + 1$ có $\Delta' = 39 > 0, a = -3 < 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{6 + \sqrt{39}}{3}; x_2 = \frac{6 - \sqrt{39}}{3}$.

Do đó ta có bảng xét dấu $h(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{6-\sqrt{39}}{3}$	$\frac{6+\sqrt{39}}{3}$	$+\infty$	
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Nên bất phương trình $-3x^2 + 12x + 1 \leq 0$ có tập nghiệm là $S = \left(-\infty; \frac{6 - \sqrt{39}}{3}\right) \cup \left(\frac{6 + \sqrt{39}}{3}; +\infty\right)$.

d) $k(x) = 5x^2 + x + 1$ có $\Delta = -19 < 0$ và $a = 5 > 0$ nên $k(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Từ đó suy ra bất phương trình $5x^2 + x + 1 \geq 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

6.17. Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai sau dương với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$x^2 + (m+1)x + 2m + 3$$

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 3$ có hệ số $a = 1 > 0$

$$\text{Ta có } \Delta = (m+1)^2 - 4(2m+3) = m^2 - 6m - 11$$

*) Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x) \leq 0$ khi $x \in [x_1; x_2]$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

Khi đó không thỏa mãn $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

*) Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x) = 0$ khi $x = -\frac{b}{2a}$, khi đó không thỏa mãn $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

*) Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{5} < m < 3 + 2\sqrt{5}$ thì $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn đề bài)

Vậy $3 - 2\sqrt{5} < m < 3 + 2\sqrt{5}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

6.18. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

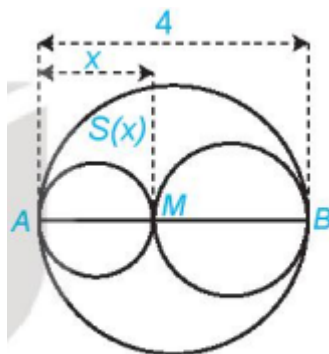
Lời giải

Với $g = 10m/s^2$ ta có phương trình chuyển động $h(t) = 5t^2 + 20t - 320$.

Vật cách mặt đất không quá $100m$, tức là $-100 < h(t) = 5t^2 + 20t - 320 < 0$.

Sử dụng MTCT ta được $-2 + 4\sqrt{3} < t < -2 + 2\sqrt{17}$.

6.19. Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$ (H.6.19). Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Hình 6.19

Lời giải

$$\text{Ta có } S_{(O;AB)} = \frac{\pi}{4} AB^2 ; S_{(O_1;AM)} = \frac{\pi}{4} x^2 ; S_{(O_2;MB)} = \frac{\pi}{4} (4-x)^2 ;$$

$$\begin{aligned} S_x &= S_{(O;AB)} - S_{(O_1;AM)} - S_{(O_2;MB)} \\ &= \frac{\pi}{4} (AB^2 - x^2 - (4-x)^2) \\ &= \frac{\pi}{4} (-2x^2 + 8x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_x &\leq \frac{1}{2} (S_{(O_1;AM)} + S_{(O_2;MB)}) \\ \Rightarrow \frac{\pi}{4} (-2x^2 + 8x) &\leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} (x^2 + (4-x)^2) \\ \Rightarrow 3x^2 - 12x + 8 &\geq 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} 0 < x \leq \frac{6-2\sqrt{3}}{3} \\ \frac{6+2\sqrt{3}}{3} \leq x < 4 \end{cases} \end{aligned}$$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,...)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$

Lời giải

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ và có hệ số $a = -1 < 0$.

Ta có bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Câu 2: Xét dấu tam thức : $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$.

Lời giải

Tam thức có $\Delta' = -9 < 0$ và hệ số $a = 2 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Lời giải

$$\text{Ta có } 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}; x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$2x^2 - x - 1$	+	+	0	-	0	+
$x^2 - 4$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	+	-	0	+	0	-

Câu 4: Tìm x để biểu thức : $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương

Lời giải

$$\text{Ta có } 3x^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}; x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

Lập bảng xét dấu (Hoặc sử dụng phương pháp khoảng) ta có $x \in (0; 3)$.

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

Lời giải

$$\text{Ta có } x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{(x-1)(-x^2 + x + 6)}{-x^2 + 3x + 4}$$

$$\text{Ta có } -x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}, -x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	4	$+\infty$				
$x-1$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$-x^2+x+6$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$-$
$-x^2+3x+4$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$x-\frac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$+$

Suy ra $x - \frac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ dương khi và chỉ khi $x \in (-2; -1) \cup (1; 3) \cup (4; +\infty)$,

$x - \frac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ âm khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (3; 4)$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: [0D4-5.1-2] Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

A. $x^2 - 5x + 6$.

B. $16 - x^2$.

C. $x^2 - 2x + 3$.

D. $-x^2 + 5x - 6$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $y = x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$ (loại **A.**);

$$y = 16 - x^2 = (4-x)(4+x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 4 \end{cases} \text{ (loại B)}$$

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0, \forall x \text{ (loại C)}$$

$$y = -x^2 + 5x - 6 = -(x-2)(x-3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases} \text{ (Chọn D)}$$

Cách 2: Thay $x = 0$ vào từng đáp án; chỉ có D thỏa mãn $-6 < 0$ (đúng).

Câu 2: [0D4-5.1-1] Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x < -4$ hoặc $x > -1$.

B. $x < 1$ hoặc $x > 4$.

C. $-4 < x < -4$.

D. $x \in \mathbb{R}$.

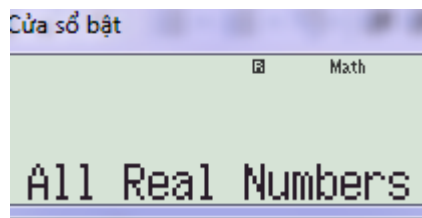
Lời giải

Chọn D

$$\text{Cách 1: } y = -x^2 - 3x - 4 \text{ nhận giá trị âm khi } -x^2 - 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -\left(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + \frac{7}{4}\right) < 0$$

$$\Leftrightarrow -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{7}{4} < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Cách 2: Casio wR112p1=p3=p4==



(đúng với tất cả các số thực).

Câu 3: [0D4-5.1-1] Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A.** $x < -13$ hoặc $x > 1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 13$. **C.** $-13 < x < 1$. **D.** $-1 < x < 13$.

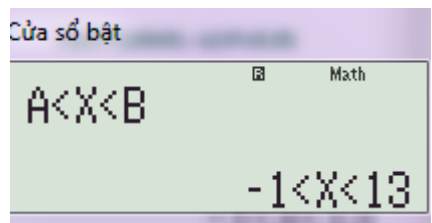
Lời giải

Chọn D

Cách 1: $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm tức là $x^2 - 12x - 13 < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-13) < 0$

$$\Leftrightarrow -1 < x < 13.$$

Cách 2: Casio: wR1121=p12=p13==



Câu 4: [0D4-5.1-1] Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A.** $x < -3$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 3$. **C.** $x < -2$ hoặc $x > 6$. **D.** $-1 < x < 3$.

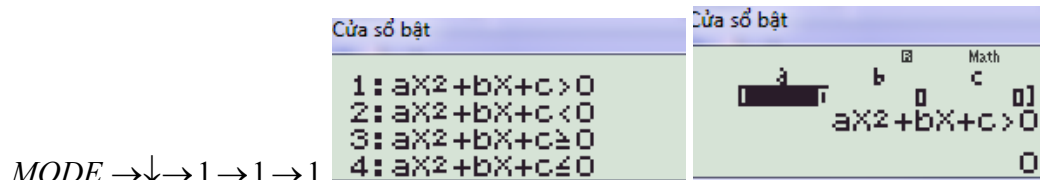
Lời giải

Chọn B

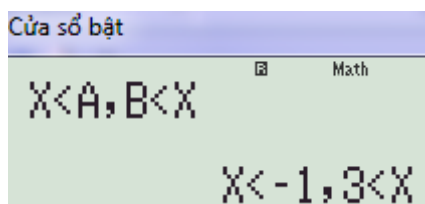
Cách 1: Ta có $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương tức là $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$$

Cách 2: Casio $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương tức là $x^2 - 2x - 3 > 0$



MODE $\rightarrow$ $\downarrow$ $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 1



Rồi nhập 1 $\Rightarrow$ -2 $\Rightarrow$ -3 $\Rightarrow$ =; kết quả

Câu 5: [0D4-5.1-1] Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

- A. $[2; 3]$. B. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. C. $[2; 4]$. D. $[1; 4]$.

Lời giải

Chọn C

Để $f(x)$ không dương thì $x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) \leq 0$

Lập bảng xét dấu $f(x)$ ta thấy để $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$

Câu 6: [0D4-5.1-1] Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + 9 - 6x > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 7: [0D4-5.1-1] Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: [0D4-5.1-1] Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

C.

x	$-\infty$	3	+
$f(x)$	+	0	+

D.

x	$-\infty$	3	+
$f(x)$	-	0	-

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $a = -1 < 0$.

Câu 9: [0D4-5.1-1] Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	-

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	+

C.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	-

D.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	+

Lời giải

Chọn C

Ta có $-x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$ và $a = -1 < 0$.

Câu 10: [0D4-5.1-2] Khi xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 1}$ ta có

- A. $f(x) > 0$ khi $-7 < x < -1$ hoặc $1 < x < 3$.
 B. $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.
 C. $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 0$ hoặc $x > 1$.
 D. $f(x) > 0$ khi $x > -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + 4x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -7; x = 3$ và $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có

$f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.

Câu 11: [0D4-5.1-2] Tìm x để $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$ không âm.

- A. $(1; 3]$.
 B. $(1; 2] \cup [3; +\infty)$.
 C. $[2; 3]$.
 D. $(-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x \neq 1$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 1} \geq 0$$

Ta có:

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases};$$

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$x - 3$	—	—	—	0	+	
$x - 2$	—	—	0	+	+	
$x - 1$	—	0	+	+	+	
$f(x)$	—	+	0	—	0	+

Vậy $x \in (1; 2] \cup [3; +\infty)$.

Câu 12: [0D4-5.1-2] Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x(5x+2) - x(x^2+6)$ không dương?

- A. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $[1; 4]$.
C. $(1; 4)$. D. $[0; 1] \cup [4; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

$$x(5x+2) - x(x^2+6) \leq 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 5x + 4) \geq 0$$

x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$		
$x - 4$	—	—	—	0	+		
$x - 1$	—	—	0	+	+		
x	—	0	+	+	+		
$f(x)$	—	0	+	0	—	0	+

Vậy $x \in [0; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 13: [0D4-5.1-2] Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x) = x(x^2 - 1)$ không âm?

- A. $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. B. $[-1; 0] \cup [1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1] \cup [0; 1)$. D. $[-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Cho } x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$		
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$		
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$		
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Căn cứ bảng xét dấu ta được $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$

Câu 14: [0D4-5.1-2] Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3}$ không dương?

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (-3; -1) \cup [1; +\infty)$.
 C. $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$. D. $S = (-3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+4x+3}.$$

Ta có $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

$$x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-1 \end{cases}$$

+ Xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	$+$	$-$	0	$+$

+ Vậy $f(x) \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$.

Vậy $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1]$

Câu 15: [0D4-5.1-3] Tìm số nguyên lớn nhất của x để đa thức $f(x) = \frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} - \frac{4x}{3x-x^2}$ luôn âm.

- A. $x=2$. B. $x=1$. C. $x=-2$. D. $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2-9 \neq 0 \\ x+3 \neq 0 \\ 3x-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} - \frac{4x}{3x-x^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} < \frac{4x}{3x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+4)-2(x-3)+4(x+3)}{(x-3)(x+3)} < 0 \Leftrightarrow \frac{3x+22}{(x-3)(x+3)} < 0.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{22}{3}$	-3	3	$+\infty$
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x + 3$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$3x + 22$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có $x \in \left(-\infty, -\frac{22}{3}\right) \cup (-3, 3)$.

Vậy $x = 2$ thỏa YCBT.

Câu 16: [0D4-5.1-2] Khi xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 1}$ ta có

- A.** $f(x) > 0$ khi $-7 < x < -1$ hoặc $1 < x < 3$.
B. $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.
C. $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 0$ hoặc $x > 1$.
D. $f(x) > 0$ khi $x > -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + 4x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -7; x = 3$ và $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có

$f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.

Câu 17: [0D4-5.1-2] Tìm x để $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1} \geq 0$

- A.** $(1; 3]$. **B.** $(1; 2] \cup [3; +\infty)$.
C. $[2; 3]$. **D.** $(-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		1		2		3	$+\infty$
TS		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$
MS		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$		$-$	kxd	$+$	0	$-$	0	$+$

Câu 18: [0D4-5.1-2] Tìm tất cả các số thực x để biểu thức $P(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1} \geq 0$

- A.** $\left(-2; -\frac{1}{2}\right]$. **B.** $(-2; +\infty)$.
C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(x) = \frac{(x-1)^2}{x+2} - \frac{(x+2)^2}{x-1} = \frac{-6x-3}{x^2+x-2}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$		
$-6x-3$	$-$	$-$	0	$+$	$+$		
x^2+x-2	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
VT	$-$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$+$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 19: [0D4-5.1-3] Tìm x để biểu thức $P(x) = (x-1)(x^3-4x) - (x+2)(x^3+3x-2)$ nhận giá trị dương.

A. $-1 < x < \frac{2}{3}$ **B.** $(-2 < x < -1) \vee \left(x > \frac{2}{3}\right)$.

C. $(x < -1) \vee \left(x > \frac{2}{3}\right)$. **D.** $(x < -2) \vee \left(-1 < x < \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$P(x) = x(x-1)(x-2)(x+2) - (x+2)(x^3+3x-2)$$

$$= (x+2)[x(x-1)(x-2) - (x^3+3x-2)]$$

$$= (x+2)(x^3-3x^2+2x-x^3-3x+2)$$

$$= (x+2)(-3x^2-x+2).$$

Cho $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$; $-3x^2-x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{2}{3} \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{2}{3}$	$+\infty$		
VT	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow (-2 < x < -1) \vee \left(x > \frac{2}{3}\right).$$

Câu 20: [0D4-5.1-3] Biểu thức $P(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} - \frac{2}{x+2} \leq 0$ khi x thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

A. $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$. **B.** $x \notin \{-2, 0, 2\}$.

C. $-2 < x < 0$.

D. $0 < x < 2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$.

Với điều kiện trên ta có $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2} \Leftrightarrow \frac{x(x+2) - (x-2)(x+2) - 2x(x-2)}{(x-2)x(x+2)} \leq 0$.

$\Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 6x + 4}{(x-2)x(x+2)} \leq 0$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$\frac{3-\sqrt{17}}{2}$	0	2	$\frac{3+\sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

DẠNG 2: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai...)



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Lời giải

Tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ có $a = -3 < 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = 1$

($f(x)$ cùng dấu với hệ số a).

Suy ra $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$.

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Lời giải

Tam thức $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ có $a = -36 < 0$ và $\Delta = 0$

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right) = 0$

Suy ra $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{ \frac{1}{6} \right\}$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x + 5 \geq 0$

Xét tam thức về trái có $\Delta' = -4 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

Lời giải

Ta có $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \leq -2 \\ x^2 - x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \leq 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{đúng } \forall x$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $T = \mathbb{R}$.

Câu 5: Giải bất phương trình: $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

Lời giải

BPT $\Leftrightarrow \frac{(x^2 + x - 1)(x^2 - x) - (x - 2) + x(x^3 - 2)}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + 2) > 0$

$\Leftrightarrow 0 < x < 1 \vee x > 2$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$.

Lời giải

BPT $\Leftrightarrow (x + 2)^2(x^2 - 2x) \leq 3(x + 2)^2$

$\Leftrightarrow (x + 2)^2(x^2 - 2x - 3) \leq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \vee -1 \leq x \leq 3$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: [0D4-5.2-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2} \right]$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \right] \cup [2; +\infty)$.

D. $\left[\frac{1}{2}; 2 \right]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ xác định khi và chỉ khi $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Câu 2: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0, \forall x \neq 3.$$

Câu 3: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là:

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 4: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 < 9$ là:

A. $(-3; 3)$.

B. $(-\infty; -3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } x^2 < 9 \Leftrightarrow |x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3 \text{ (chọn A).}$$

Câu 5: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

A. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B. $(-3; 2)$.

C. $(-2; 3)$.

D. $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - x - 6 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-2; 3)$.

Câu 6: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:

A. $(-\infty; 2\sqrt{2})$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\sqrt{2}\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0 \Leftrightarrow (x - 2\sqrt{2})^2 < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\emptyset$.

Câu 7: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 8: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 6x + 9 > 0$ là:

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 > 0 \Leftrightarrow x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Câu 10: [0D4-5.2-1] Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = -x^2 + 6x + 7$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 7]$$

Câu 11: [0D4-5.2-2] Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ là:

- A. $D = [-5; 1]$. B. $D = (-5; 1)$.
 C. $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2 + 4x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -5 \cup x \geq 1$

Tập xác định: $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

Câu 12: [0D4-7.2-2] Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.
 C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup [5; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2x^2 - 7x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Câu 13: [0D4-5.2-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là

- A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(0; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

ĐKXD $3x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$.

Câu 14: [0D4-5.2-2] Giải bất phương trình $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x$ ta được

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
 C. $x > -2, 5$. D. $x > -2, 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x \Leftrightarrow -5 > 0$ vô lý. Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 15: [0D4-5.3-3] Giải bất phương trình: $x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2}$.

- A. $(x \leq 0) \vee (x \geq 2)$. B. $0 \leq x \leq 2$. C. $(x < -2) \vee (x > 2)$. D. $-2 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét $x^2 - 2x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2} \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 4x + 4) \geq 8$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 2)^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 2 \geq 2 \\ x^2 - 2x + 2 \leq -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}.$$

Câu 16: [0D4-5.3-3] Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}$.

A. $x > \frac{3}{5}$.

B. $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$.

C. $-\frac{3}{5} < x < 2$.

D. $x < \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

PT $\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}$.

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} - \frac{(2x - 1)(x - 2)}{(x - 2)^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x - 3}{(x - 2)^2} > 0 \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Kết luận: $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$.

Câu 17: [0D4-5.3-3] Tìm nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x - 3}{x^2 + 2} + 3 < \frac{4x^2 + 3x}{x^2 + 2} - 1$.

A. $x > -5$.

B. $x > 5$.

C. $x < 5$.

D. $x < -5$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

PT $\frac{2x - 3}{x^2 + 2} + 3 < \frac{4x^2 + 3x}{x^2 + 2} - 1$

$$\Leftrightarrow \frac{2x - 3 + 3x^2 + 6}{x^2 + 2} < \frac{4x^2 + 3x - x^2 - 2}{x^2 + 2}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 3 < 3x^2 + 3x - 2 \quad (x^2 + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow x > 5.$$

Kết luận: $x > 5$.

Câu 18: [0D4-5.3-1] Tập nghiệm của bất phương trình $(1 - 2x)(2x - 5)(x + 1) < 0$ là:

A. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $S = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$.

C. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $S = (-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $\Leftrightarrow (2x-1)(2x-5)(x+1) > 0$

Lập bảng xét dấu dễ dàng ta được $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Câu 19: [0D4-5.2-2] Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[8; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1]$.

D. $[6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 1 \end{cases}$.

Câu 20: [0D4-5.3-2] Bất phương trình $x(x^2 - 1) \geq 0$ có nghiệm là:

A. $x \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.

C. $x \in (-\infty; -1] \cup [0; 1)$.

D. $x \in [-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B

+ Nhị thức x có nghiệm duy nhất $x = 0$.

+ Tam thức $x^2 - 1$ có hai nghiệm phân biệt -1 và 1 .

+ Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$		
x^2-1	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
$x(x^2-1)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có $x(x^2 - 1) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 21: [0D4-5.3-2] Miền nghiệm của bất phương trình: $\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

A. $\emptyset$.

B. $\left(x < -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \vee \left(x > \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.

C. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3} < x < \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét $x^2 + x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$; $x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1} \Leftrightarrow (x-2)(x^2-x+1) < (x+2)(x^2+x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 2 < x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Câu 22: [0D4-5.2-2] Giải bất phương trình: $2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2}$.

A. $\forall x \neq \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{3}{2}$.

C. Vô nghiệm.

D. $\forall x$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{BPT: } 2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 6x + \frac{9}{2} \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Kết luận: $\forall x$.

Câu 23: [0D4-5.3-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-1}{1-x} > -x$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \neq 1$.

$$\text{Bất phương trình đã cho tương đương với } \frac{x^2+x-1}{1-x} + x > 0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{1-x} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 1$$

Kết hợp điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 24: [0D4-5.3-3] Giải bất phương trình: $\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2}$.

A. $(x \leq -7) \vee (x > -3)$. **B.** $-7 \leq x < -3$.

C. $-5 \leq x \leq -1$.

D. $(x \leq -5) \vee (x > -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{8+4(x+1)+x^2+4x+3}{(x^2+4x+3)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+8x+15}{x^2+4x+3} \geq 0$$

$$\text{Cho } x^2 + 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\text{Cho } x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-3	-1	$+\infty$	
VT		+	0	-	-	+

$$\Rightarrow x \leq -5 \vee x > -1.$$

Câu 25: [0D4-5.3-3] Giải bất phương trình: $\frac{x^2 - x + 2}{x^2 - 4} > \frac{-3}{x - 2}$.

A. $x < -4 \vee x > -2$. **B.** $-4 < x < 2$.

C. $-2 < x < 2$. **D.** $x < -2 \vee x > 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{x^2 - x + 2 + 3(x + 2)}{x^2 - 4} > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 8}{x^2 - 4} > 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \text{ (vì } x^2 + 2x + 8 > 0 \forall x)$$

$$\Leftrightarrow x < -2 \vee x > 2.$$

Câu 26: [0D4-5.3-3] Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + x + 1 \leq \frac{9}{x^2 + x + 1}$ là

A. $S = [-2; 1]$.

B. $S = \left[\frac{-7}{2}; 2 \right]$.

C. $[-2; 1)$.

D. $(-2; 1]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } x^2 + x + 1 \leq \frac{9}{x^2 + x + 1} \Leftrightarrow (x^2 + x + 1)^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x^2 + x + 1 \leq 3.$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1.$$

Câu 27: [0D4-5.5-3] Bất phương trình: $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \geq 1$ có nghiệm là:

A. $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}$, $x \neq \pm 2$.

B. $x \leq \frac{8}{5}$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}$.

C. $x < -2$ hoặc $0 \leq x \leq \frac{8}{5}$.

D. $-2 < x \leq 0$ hoặc $x \geq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Áp dụng công thức } |A| \geq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \leq -B \\ A \geq B \end{cases}$$

$$\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \leq -1 \\ \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 4} \leq 0 & (1) \\ \frac{-5x + 8}{x^2 - 4} \geq 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
VT		+		-	0	+

Ta có (1) $\Leftrightarrow -2 < x \leq 0$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}$

Giải (2): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$\frac{8}{5}$	2	$+\infty$			
VT		+		-	0	+		-

Ta có (2) $\Leftrightarrow x < -2$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x < 2$.

Lấy hợp tập nghiệm (1)(2) $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}$, $x \neq \pm 2$

Câu 28: [0D4-5.2-3] Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0$ là

A. $S = (-\infty; 1)$. **B.** $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **D.** $S = (0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 1)^2 + 3(x^2 - 3x + 1) + 2 > 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 < -2 \\ x^2 - 3x + 1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 3 < 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

Câu 29: [0D4-5.5-3] Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-4; -3)$.

D. $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 12 > x^2 + x + 12 \\ x^2 + x + 12 < -x^2 - x - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x > 0 & (\text{vô nghiệm}) \\ 2x^2 + 2x + 24 < 0 & (\text{vô nghiệm}) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \emptyset$.

DẠNG 3: GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty) \\ x \in (-\infty; 2) \cup (4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty).$$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{x + 3}}$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}.$$

Câu 3: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ x < 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 4: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x + 2} \geq 0 \\ \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2x - 3} \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Nhận xét $x^2 - x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x + 2} \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq -2 \end{cases} \quad (1).$$

Nhận xét $x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2x - 3} \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1 \quad (2).$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} -3 < x \leq -2 \\ -1 \leq x < 1 \end{cases}.$$

Câu 5: Giải bất phương trình: $1 < \frac{x^2 + x + 5}{x^2 + x + 3} < 3$.

Lời giải

Nhận xét: $x^2 + x + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$1 < \frac{x^2 + x + 5}{x^2 + x + 3} < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 5 > x^2 + x + 3 \\ x^2 + x + 5 < 3x^2 + 3x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 > 0 \\ x^2 + x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: [0D4-5.4-1] Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$ là:

A. $\emptyset$.

B. $\{1\}$.

C. $[1; 2]$.

D. $[-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 2: [0D4-5.4-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x - 2} + \frac{1}{\sqrt{x - 3}}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

D. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

Câu 3: [0D4-5.4-2] Nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0 \end{cases}$ là:

A. $-2 \leq x \leq 3$.

B. $-1 \leq x \leq 3$.

C. $1 \leq x \leq 2$ hoặc $x = -1$.

D. $1 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 2, (I).$

$x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x \geq 1 \end{cases}. (II)$

Từ (I) và (II) suy ra nghiệm của hệ là $S = [1; 2] \cup \{-1\}.$

Câu 4: [0D4-5.4-1] Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty).$ **B.** $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty).$ **C.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty).$ **D.** $(1; 4).$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \\ x < 2 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 4 \end{cases}.$

Câu 5: [0D4-5.4-2] Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ (x-2)^2 - (2x+1)^2 \geq 0 \end{cases}$

A. $(x \leq -3) \vee (x > -2).$ **B.** $-3 \leq x < 3.$

C. $-2 < x \leq \frac{1}{3}.$ **D.** $-3 \leq x < -2.$

Lời giải

Chọn D

$x^2 - x - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -2 \end{cases} (1).$

$(x-2)^2 - (2x+1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 8x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq \frac{1}{3} (2).$

$(1), (2) \Rightarrow -3 \leq x < -2.$

Câu 6: [0D4-5.4-3] Giải bất phương trình: $-1 \leq \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1} \leq 2.$

A. $(x \leq -1 - \sqrt{2}) \vee (x \geq 2).$

B. $(-1 + \sqrt{2} \leq x \leq 2).$

C. $(x \leq -1 - \sqrt{2}) \vee (x \geq -1 + \sqrt{2}).$

D. $-1 - \sqrt{2} \leq x < -1 + \sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn C

Nhận xét $x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}.$

$$-1 \leq \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1} \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 3 \geq -x^2 - 1 \\ x^2 - 2x + 3 \leq 2x^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 2x + 4 \geq 0 \text{ (Dung)} \\ x^2 + 2x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 + \sqrt{2} \\ x \leq -1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Câu 7: [0D4-5.4-3] Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \leq 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} > \frac{2}{x+1} \end{cases}$.

A. $\left(0 < x < \frac{1}{3}\right) \vee (x > 1)$. **B.** $\left(0 < x < \frac{1}{3}\right) \vee (1 < x \leq 6)$.

C. $(x \leq -1) \vee (x > 1)$. **D.** $(-1 \leq x < 0) \vee (x \geq 6)$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 - 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6 \quad (1).$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} > \frac{2}{x+1} \Leftrightarrow \frac{(x^2 - 1) + x(x+1) - 2x(x-1)}{x(x^2 - 1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x(x^2 - 1)} > 0.$$

$$\text{Cho } 3x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}; x=0; x^2-1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}.$$

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$				
VT		$+$	$\parallel$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty) \quad (2).$$

$$(1), (2) \Rightarrow x \in \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (1; 6].$$

Câu 8: [0D4-5.4-3] Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} (x+3)^2 - (x-2)^2 \geq 0 \\ \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} \leq 0 \end{cases}$.

A. $0 \leq x < 1$. **B.** $(x < -1) \vee \left(-\frac{1}{2} < x \leq 0\right)$.

C. $(x \leq 0) \vee (x > 1)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2} \leq x \leq 0\right) \vee (x > 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$TXĐ: D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$$

$$\text{HPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x+5 \geq 0 \\ \frac{-4x}{x^2-1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ (-1 < x \leq 0) \vee (1 < x) \end{cases} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq 0\right) \vee (x > 1) ..$$

Kết luận: $\left(-\frac{1}{2} \leq x \leq 0\right) \vee (x > 1).$

Câu 9: [0D4-5.4-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+2x-3}}$ là:

- A.** $D = (1; +\infty).$ **B.** $D = (-3; 1).$ **C.** $D = [-3; +\infty).$ **D.** $D = (-\infty; -3].$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x^2+2x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ (x+3)(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x > 1 \Rightarrow x > 1. \\ x < -3 \end{cases}$$

Câu 10: [0D4-5.4-3] Hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{16-4x}{x^2-x-12} < 4 \\ \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} > \frac{1}{x} \end{cases}$ có nghiệm là:

- A.** $(-\sqrt{2}; 0) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (2; 4) \cup (4; +\infty).$ **B.** $(-4; -3) \cup (0; 1) \cup (\sqrt{2}; 2)$
C. $(-3; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty).$ **D.** $(-4; -\sqrt{2}) \cup (1; +\infty).$

Lời giải

Chọn A

➤ Giải bất phương trình: $\frac{16-4x}{x^2-x-12} < 4 \Leftrightarrow \frac{-4x^2+64}{x^2-x-12} < 0.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-4	-3	4	$+\infty$
<u>Vẽ trái</u>	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$

$\Rightarrow S_1 = (-\infty; -4) \cup (-3; 4) \cup (4; +\infty).$

➤ Giải bất pt: $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} > \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{x^2-2}{x(x-1)(x-2)} > 0.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
<u>Vẽ trái</u>	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	$\parallel$	$+$

$$\Rightarrow S_2 = (-\sqrt{2}; 0) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (2; +\infty).$$

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S = S_1 \cap S_2 = (-\sqrt{2}; 0) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (2; 4) \cup (4; +\infty)$.

Câu 11: [0D4-5.4-3] Hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{3x} < 0 \\ x + \frac{4}{3} \geq \frac{4}{3x} \\ 4x^2 - 5x + 1 < 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

A. $-2 \leq x < 0$.

B. $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3}$.

D. $\frac{2}{3} \leq x < 1$.

Lời giải

Chọn A

➤ $\frac{1}{3x} < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

$$\Rightarrow S_1 = (-\infty; 0).$$

➤ Xét bất phương trình: $x + \frac{4}{3} \geq \frac{4}{3x} \Leftrightarrow x + \frac{4}{3} - \frac{4}{3x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 4x - 4}{3x} \geq 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	$\frac{2}{3}$	$+\infty$		
<u>Vẽ trái</u>	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow S_2 = [-2; 0) \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

➤ Xét bất pt: $4x^2 - 5x + 1 < 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	1	$+\infty$	
<u>Vẽ trái</u>	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow S_3 = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty).$$

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3 = [-2; 0)$.

Câu 12: [0D4-5.4-2] Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 7}{-2x^2 + 3x + 2} > 0 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 11x + 30} < 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $-\frac{1}{2} < x < 2$. B. $2 < x < 3$. C. $0 < x < 3$. D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Xét bất phương trình: $\frac{x^2 - 5x + 7}{-2x^2 + 3x + 2} > 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$	
<u>Vẽ trái</u>	$-$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$-$

Tập nghiệm bất phương trình là: $S_1 = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Xét bất pt: $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 11x + 30} < 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	3	5	6	$+\infty$			
<u>Vẽ trái</u>	+	0	-	0	+		-		+

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S_2 = (2; 3) \cup (5; 6)$.

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S = S_1 \cap S_2 = \emptyset$.

Câu 13: [0D4-5.4-3] Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x^2 - 9}{-x^2 + 3x - 12} > 0 \\ \frac{x + 7}{x - 5} + \frac{3x + 1}{2} \geq 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

- A. $x < -3$ hoặc $x > 1$. B. $3 < x < 5$. C. $1 \leq x < 3$. D. $1 < x < 3$.

Lời giải

Chọn C

Xét bất phương trình: $\frac{x^2 - 9}{-x^2 + 3x - 12} > 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
<u>Vẽ trái</u>	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy nghiệm bất phương trình là: $S_1 = (-3; 3)$.

Xét bất pt: $\frac{x+7}{x-5} + \frac{3x+1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+14+(3x+1)(x-5)}{2(x-5)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2-12x+9}{2(x-5)} \geq 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$		
Vẽ trái	-	0	+	0	-		+

Vậy nghiệm của bất phương trình là:

$$S_2 = [1; 3] \cup (5; +\infty).$$

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S = S_1 \cap S_2 = [1; 3)$.

Câu 14: [0D4-5.4-2] Hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 \leq 0 \\ 4x^2 - x - 3 > 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là:

A. $x = 3$.

B. $-\frac{3}{4} < x < \frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3} < x < 1$.

D. $1 < x < 3$

Lời giải

Chọn A

BXD chung:

x	$-\infty$	-4	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	1	3	$+\infty$
x^2-4x+3	$+$	$ $ $+$	$ $ $+$	$ $ $+$	0 $-$	0 $+$	
$3x^2-10x+3$	$+$	$ $ $+$	$ $ $+$	0 $-$	$ $ $-$	0 $+$	
$4x^2-x-3$	$+$	$ $ $+$	0 $-$	$ $ $-$	0 $+$	$ $ $+$	

Vậy hệ bpt có nghiệm $x = 3$.

Câu 15: [0D4-5.4-2] Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 + 6x + 8 \leq 0 \\ x^2 + 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là đoạn trên trục số có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2 .

B. $\frac{5}{4}$.

C. 5 .

D. 1

Lời giải

Chọn D

BXD chung:

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	$+\infty$
$x^2 + 6x + 8$	+	0	-	0	+	+
$x^2 + 4x + 3$	+	+	0	-	0	+

Ta có: $-3 \leq x \leq -2$

Vậy độ dài bằng 1.

Câu 16: [0D4-5.4-1] Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x < -1$ hoặc $x > 2$. **B.** $-1 < x < 2$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $-1 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có (1): $x^2 + x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Giải (2): $x^2 - x - 2 > 0$ BXD:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
VT	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy $x < -1$ hoặc $x > 2$

Cách 2: Dùng MTCT: $\begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \\ x < -1; x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1 \text{ hoặc } x > 2$

Câu 17: [0D4-5.4-1] Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 + 5x > 6 \\ x + 1 < 2 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-6 < x < -3$. **B.** $x < -6$. **C.** $-2 < x < -1$. **D.** $-1 < x < 0$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $\begin{cases} x^2 + 5x > 6 \\ x + 1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x - 6 > 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases}$.

Bảng xét dấu chung:

x	$-\infty$	-6	1	$+\infty$	
x^2+5x-6	+	0	-	0	+
$x-1$	-		-	0	+

Vậy $x < -6$

Cách 2: Dùng MTCT: $\begin{cases} x^2 + 5x > 6 \\ x + 1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x - 6 > 0 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -6; x > 1 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x < -6$.

Câu 18: [0D4-5.4-1] Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 4x < 5 \\ x + 1 > 3 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-4 < x < -1$. **B.** $-1 < x < 1$. **C.** $1 < x < 2$. **D.** $2 < x < 5$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: $\begin{cases} x^2 - 4x < 5 \\ x + 1 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

BXD chung:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
$x^2 - 4x - 5$	+	0	-	0	+
$x - 2$	-	-	0	+	+

Vậy $2 < x < 5$.

Cách 2: Dùng MTCT: $\begin{cases} x^2 - 4x < 5 \\ x + 1 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 5 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Câu 19: [0D4-5.4-1] Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 11x + 28 \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x < -1$ hoặc $3 < x \leq 4$ hoặc $x \geq 7$. B. $x \leq 4$ hoặc $x \geq 7$.

C. $x < -1$ hoặc $x \geq 7$. D. $x < -1$ hoặc $3 < x < 4$ hoặc $x > 7$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: BXD chung:

x	$-\infty$	-1	3	4	7	$+\infty$
$x^2 - 2x - 3$	+	0	-	0	+	+
$x^2 - 11x + 28$	+	+	+	0	-	0

Vậy $x < -1$ hoặc $3 < x \leq 4$ hoặc $x \geq 7$

Cách 2: Dùng MTCT: $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 11x + 28 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1; x > 3 \\ x \leq 4; x \geq 7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x < -1$ hoặc $3 < x \leq 4$ hoặc $x \geq 7$.

Câu 20: [0D4-5.4-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3x + 2} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(1; 2]$.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ $\begin{cases} x^2 + 3x + 2 \geq 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq -1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Câu 21: [0D4-5.4-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{6 - x - x^2} + \frac{x+3}{x-2}$ là

A. $[-3; 2]$. B. $(-\infty; 3] \cup [2; +\infty)$. C. $(-3; 2)$. D. $[-3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{ĐKXĐ} \begin{cases} 6-x-x^2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 2 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x < 2.$$

Câu 22: [0D4-5.4-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{25 - x^2}$ là

- A. $[-5; 0] \cup [4; 5]$. B. $(-5; 0) \cup (4; 5)$.
C. $[-5; 5]$. D. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐKXĐ} \begin{cases} x^2 - 4x \geq 0 \\ 25 - x^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \vee x \leq 0 \\ -5 \leq x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 0 \\ 4 \leq x \leq 5 \end{cases}.$$

Câu 23: [0D4-5.4-2] Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3}) \leq 0 \\ (x - 2)(x - 3) \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3}$. B. $-2 \leq x \leq 3$.
C. $-2 \leq x \leq -\sqrt{2}; \sqrt{3} \leq x \leq 3$. D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3}) \leq 0 \\ (x - 2)(x - 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3} \\ x \geq 3 \vee x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3}.$$

Câu 24: [0D4-5.2-3] Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 \geq 0 \\ x^3 - 2x^2 - x + 2 \leq 0 \end{cases}$

- A. $-2 \leq x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 2$.
C. $x \leq -2$. D. $-1 \leq x \leq 1$ hoặc $x \geq 2$.

Lời giải

Chọn C

Giải bất phương trình (1) ta được $x \in (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

$$\text{Xét bất phương trình (2) cho } x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Lập bảng xét dấu về trái (2) ta được

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$		
VT (2)	-	0	+	0	-	0	+

Tập nghiệm của bất phương trình (2) là $(-\infty; -1] \cup [1; 2]$.

Kết hợp tập nghiệm của (1) và (2) ta được tập nghiệm của hệ là $(-\infty; -2]$.

Câu 25: [0D4-5.2-3] Miền nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 \leq 0 \end{cases}$$

- A.** $1 \leq x \leq 3$. **B.** $x \leq -1 \vee x \geq 3$.
C. $-2 \leq x \leq 3$. **D.** $-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{HBPT} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ x \leq -2 \vee x \geq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Câu 26: [0D4-5.2-3] Giải bất phương trình: $2 < \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x + 1} < 3$.

- A.** $x < -1 \vee x > 0$. **B.** $x < 1 \vee x > 2$. **C.** $-1 < x < 2$. **D.** $-1 < x < 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Do } x^2 + x + 1 > 0 \forall x \text{ nên BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < 3(x^2 - x + 1) \\ x^2 - 3x + 2 > 2(x^2 - x + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 1 > 0 \\ x^2 + x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 0.$$

Câu 27: [0D4-5.2-3] Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 < 0 \\ |2x - 1| < 3 \end{cases}$ là:

- A.** $(1; 2)$. **B.** $[1; 2]$. **C.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **D.** $\emptyset$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 6 < 0 \\ |2x - 1| < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 6 \\ -3 < 2x - 1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 6 \\ -1 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Câu 28: [0D4-5.5-2] Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2$ là

- A.** $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$. **C.** $(-6; -2) \cup (-3; 4)$. **D.** $(-4; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } |x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 12 > x + 12 - x^2 \\ x^2 - x - 12 < -x - 12 + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 2x - 24 > 0 \\ 0x < 0 \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm})$$

$$\Leftrightarrow (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

Câu 29: [0D4-5.5-3] Bất phương trình: $\left| \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$ có nghiệm là:

A. $x < \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x > \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

B. $x < \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x > \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $x < \frac{5 - \sqrt{3}}{2}$ hoặc $x > \frac{5 + \sqrt{3}}{2}$.

D. $x < \frac{-5 - \sqrt{3}}{2}$ hoặc $x > \frac{-5 + \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $|A| < B \Leftrightarrow -B < A < B$

$$\left| \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + x + 1} > -3 \\ \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + x + 1} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x^2 + 4}{x^2 + x + 1} > 0 \\ \frac{-2x^2 - 6x - 2}{x^2 + x + 1} < 0 \end{cases}$$

Vì $x^2 + x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Hệ bpt} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2 - 6x - 2 < 0 & (1) \\ 4x^2 + 4 > 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1): BXD:

x	$-\infty$	$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$	
VT	-	0	+	0	-

Ta có (1) $\Leftrightarrow x < \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x > \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$

(2) $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$

Từ (1)(2) lấy giao hai tập nghiệm, ta có $x < \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x > \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$

Câu 30: [0D4-5.4-3] Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 - 3x + 2} > 0 & (1) \\ \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1} > 0 & (2) \end{cases}$

A. $x < 1 \vee x > 3$.

B. $x < -3 \vee x > 2$.

C. $-3 < x < 2$.

D. $x < -3 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2$.

Lời giải

Chọn D

Do $x^2 + 4x + 5 > 0 \forall x$; $x^2 + x + 1 > 0 \forall x$ nên HBPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 + 4x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 2 \\ x < -3 \vee x > -1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x < -3 \vee -1 < x < 1 \vee x > 2$.

Câu 31: [0D4-5.4-3] Giải hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} (2x+3)^2 - (x+3)^2 \leq 0 & (1) \\ 2x^2 + 5x + 3 \geq 0 & (2) \end{cases}$$

A. $-2 \leq x \leq -\frac{3}{2} \vee -1 \leq x \leq 0$.

B. $x \leq -1 \vee x \geq 0$.

C. $x \leq -2 \vee x \geq -1$. **D.** $-2 \leq x \leq -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{HBPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x(3x+6) \leq 0 \\ 2x^2 + 5x + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ x \leq -\frac{3}{2} \vee x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq -\frac{3}{2} \vee -1 \leq x \leq 0.$$

Câu 32: [0D4-5.4-3] Giải hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 7x + 10 \geq 0 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x+8} < \frac{1}{x+1} & (2) \end{cases}$$

A. $-8 < x \leq -5$.

B. $x < -8 \vee x > -1$.

C. $x < -8 \vee -1 < x < 0$.

D. $-2 \leq x < -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Với } x \neq 0; x \neq -1; x \neq 8. \text{ HBPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 7x + 10 \geq 0 \\ \frac{(x+8)(x+1) + x(x+1) - x(x+8)}{x(x+8)(x+1)} < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 7x + 10 \geq 0 \\ \frac{x^2 + 2x + 8}{x(x+8)(x+1)} < 0 \end{cases}$$

$$\text{Do } x^2 + 2x + 8 > 0; \forall x \text{ nên HBPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 7x + 10 \geq 0 \\ (x+8)(x^2 + x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5 \vee x \geq -2 \\ x < -8 \vee -1 < x < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x < -8 \vee -1 < x < 0.$$

Câu 33: [0D4-5.4-3] Nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0 \end{cases}$$
 là:

A. $-2 \leq x \leq 3$.

B. $-1 \leq x \leq 3$.

C. $1 \leq x \leq 3$ hoặc $x = -1$.

D. $1 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} \leq x \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x) = -x^2 - 2x - m$

Lời giải

$$f(x) < 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = 1 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$$

Vậy với $-\frac{1}{4} < m < 0$ thì biểu thức $f(x)$ luôn âm.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
 $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$

Lời giải

$$3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) \leq 0 \Leftrightarrow 7m^2 - 7m + 7 \leq 0 \text{ bpt vô nghiệm}$$

Vậy không có m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$$

Lời giải

$$(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$$

Trường hợp 1: $m-1=0 \Leftrightarrow m=1 \Rightarrow 2x+1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ (Sai).

Trường hợp 2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta' = (m-2)^2 - (m-1)(2-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 2m^2 - 7m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \frac{3}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2 \text{ Vậy}$$

$$\frac{3}{2} < m < 2.$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$$

Lời giải

$$\text{BPT có vô nghiệm} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m-2)^2 - 2m + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0$$

$$\Leftrightarrow 1 < m < 5.$$

Câu 5: Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$
 (1)

Lời giải

Ta có $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 = 0 \Leftrightarrow x = m+2$ hoặc $x = \frac{4-m}{3}$

* Với $m+2 > \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow 3m+6 > 4-m \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$ ta có

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{4-m}{3} \leq x \leq m+2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là $\left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right]$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

khi và chỉ khi $[-1; 1] \subset \left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq \frac{4-m}{3} \\ 1 \leq m+2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 7$

Kết hợp với điều kiện $m > -\frac{1}{2}$ ta có $m \geq 7$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $m+2 < \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ ta có

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow m+2 \leq x \leq \frac{4-m}{3}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là $\left[m+2; \frac{4-m}{3} \right]$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

khi và chỉ khi $[-1; 1] \subset \left[m+2; \frac{4-m}{3} \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq m+2 \\ 1 \leq \frac{4-m}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3$

Kết hợp với điều kiện $m < -\frac{1}{2}$ ta có $m \leq -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $m = -\frac{1}{2}$ ta có bất phương trình (1) $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ nên $m = -\frac{1}{2}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m \in (-\infty; -3] \cup [7; +\infty)$ là giá trị cần tìm.

Câu 6: Cho biểu thức $f(x) = x^2 - 2mx - m + 90$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (3; +\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -4)$.

7) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-1; 0)$.

8) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; 2)$.

9) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

10) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 7: Cho biểu thức $f(x) = -x^2 - 2mx + m - 110$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (3; +\infty)$.

6) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -4)$.

7) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-1; 0)$.

8) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; 2)$.

9) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

10) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Câu 8: Cho biểu thức $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 2m + 12$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (2; +\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -3)$.

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

10) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

11) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

12) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

13) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (5; +\infty)$.

14) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 1)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Câu 9: Cho biểu thức $f(x) = (m+2)x^2 - 2(m-4)x + 2m+8$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (1; +\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1)$.

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

10) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

11) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

12) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

13) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-1; +\infty)$.

14) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -2)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: [0D4-5.1-3] Để $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m+7 > 0$ với mọi x thì

A. $-3 \leq m \leq 9$.

B. $m < -3 \vee m > 9$.

C. $-3 < m < 9$.

D. $m \leq -3 \vee m \geq 9$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 - 6m - 27 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 9.$$

Câu 2: [0D4-5.1-3] Bất phương trình $f(x) = mx^2 - 4x + 3m + 1 > 0$ nghiệm đúng mọi $x > 0$ khi

- A. $m > 0$. B. $m > \frac{4}{3}$. C. $m > 1$. D. $m > 2$.

Lời giải

Chọn C

Chọn $m = 1$ $f(x) = x^2 - 4x + 4 > 0$ không đúng với $x = 2$ nên ta loại A.

Chọn $m = \frac{4}{3}$ $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - 4x + 5 > 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ do $a = \frac{4}{3} > 0$ và $\Delta = \frac{-32}{3} < 0$ nên loại B.

Chọn $m = 2$ $f(x) = 2x^2 - 4x + 7 = 2(x-1)^2 + 5 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta loại D.

Câu 3: [0D4-5.1-3] Cho bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = 4$. D. $k = 5$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = k^2 - 6k + 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < k < 4 \text{ mà k nguyên nên } k = 3.$$

Câu 4: [0D4-5.1-3] Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m > \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Với $m = -1$ không thỏa mãn.

$$\text{Với } m \neq -1, (m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ -3m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \begin{cases} m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 5: [0D4-5.1-2] Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

A. $m > \frac{3}{2}$.

B. $m > \frac{3}{4}$.

C. $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$.

D. $1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn D

$$f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Câu 6: [0D4-5.2-3] Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

A. $a = 0$.

B. $a < 0$.

C. $0 < a \leq \frac{1}{2}$.

D. $a \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

TH 1: $a = 0$ không thỏa mãn.

TH 2: $a \neq 0$

$$\text{Để bất phương trình } ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{2} \\ a \leq -\frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq \frac{1}{2}.$$

Câu 7: [0D4-5.1-2] Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

A. $-14 < m < 2$.

B. $-14 \leq m \leq 2$.

C. $-2 < m < 14$.

D. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2 + 8(m-4) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m - 28 < 0 \\ \Leftrightarrow -14 < m < 2.$$

Câu 8: [0D4-5.2-2] Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = 4$.

D. $k = 5$.

Lời giải

Chọn B

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

$$\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (4k-1)^2 - 15k^2 + 2k + 7 < 0 \Leftrightarrow 2 < k < 4$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 3$.

Câu 9: [0D4-5.2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f(x) = (m-3)x^2 + (m+2)x - 4 > 0$$

A. $m \leq -22 \vee m \geq 2$.

B. $-22 \leq m \leq 2$.

C. $-22 < m < 2$.

D. $\begin{cases} -22 \leq m \leq 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $m = 3$ $f(x) = 5x - 4$ nên loại $m = 3$.

Xét $m \neq 3$ $f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 3 < 0 \\ \Delta = m^2 + 20m - 44 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -22 \leq m \leq 2$.

Câu 10: [0D4-5.2-3] Cho bất phương trình $mx^2 - (2m - 1)x + m + 1 < 0$ (1). Tìm tất cả các giá thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{8}$.

B. $m > \frac{1}{8}$.

C. $m < \frac{1}{8}$.

D. $m \leq \frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = mx^2 - (2m - 1)x + m + 1$.

Ta có $f(x) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $m = 0$ $f(x) = x + 1$ nên loại $m = 0$.

Xét $m \neq 0$ $f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = -8m + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{8}$.

Câu 11: [0D4-5.2-3] Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

A. $m < 1$.

B. $m > 1$.

C. $m < \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình

$x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Câu 12: [0D4-5.2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$

A. 1.

B. 4.

C. 6.

D. Nhiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2mx^3 + (1 + 3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0$.

Để bất phương trình có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases} -2m = 0 \\ (1+3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 1+3m > 0 \\ \Delta' = 4m^2 - 12m - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > -\frac{1}{3} \\ \frac{3-\sqrt{13}}{2} \leq m \leq \frac{3+\sqrt{13}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để bất phương trình có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 13: [0D4-5.2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < 1$ hoặc $m > 6$. **B.** $1 < m < 6$. **C.** $m > 1$. **D.** $1 \leq m < 6$.

Lời giải

Chọn D

* Nếu $m = 1$ thì $f(x) = 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

* Nếu $m \neq 1$ thì $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 6 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 6.$

Vậy $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \leq m < 6$

Câu 14: [0D4-5.2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 8 \leq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < -1$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \leq -\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2} < m \leq 3$.

Lời giải

Chọn C

* Nếu $m = -1$ thì $f(x) = 4x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{11}{4}$ không thỏa mãn.

* Nếu $m \neq -1$ thì $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 + 3m + 9 \leq 0 \\ m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{3}{2} \vee m \geq 3 \\ m < -1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$.

Vậy $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$

Câu 15: [0D4-5.1-3] Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ luôn dương với mọi x

A. $m < 0 \vee m > 20$. B. $0 < m < 20$.

C. $m < 0 \vee m > 28$. D. $0 < m < 28$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hệ số $a = 1 > 0$; $\Delta = m^2 - 28m$.

$$x^2 - (m+2)x + 8m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28.$$

Câu 16: [0D4-5.2-3] Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm x .

A. $m < -\frac{5}{3} \vee m > -1$. B. $-\frac{5}{3} < m < -1$. C. $m \leq 3 \vee m \geq 1$. D. $0 \leq m \leq 28$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hệ số $a = -1 < 0$; $\Delta' = 3m^2 + 8m + 5$.

Bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 < 0$ đúng

$$\forall x \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 3m^2 + 8m + 5 < 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{3} < m < -1.$$

Câu 17: [0D4-5.2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2 + 2(m-2)x + m - 4 > 0$ vô nghiệm.

A. $m \leq 1 \vee m = \frac{1}{2}$. B. $m \leq 1$.

C. $m \leq 0$. D. $m \leq 0 \vee m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

* Nếu $m = \frac{1}{2}$ thì ta được $x \geq -\frac{7}{6}$. Vậy $m = \frac{1}{2}$ loại.

$$* \text{ Nếu } m \neq \frac{1}{2} \text{ thì bất phương trình vô nghiệm } \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 5m \leq 0 \\ 2m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \vee m \geq 5 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \leq 0.$$

Câu 18: [0D4-5.2-4] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2; 3]$.

A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m \geq 6$. D. $m \leq 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta' = -2m + 14$.

* $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$ thì bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

* $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là
$$\begin{cases} x < \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \\ x > \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \geq 3 \\ \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$

Câu 19: [0D4-5.2-4] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 6]$.

A. $m \geq 7$.

B. $m > 4$.

C. $m \geq 5$.

D. $m \geq 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta' = -2m + 14$.

* $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$ thì bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

* $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là
$$\begin{cases} x < \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \\ x > \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \geq 6 \\ \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 5.$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m \geq 5$.

Câu 20: [0D4-5.2-4] Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 + 1)x + m(x + 3) + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 2]$?

A. $0 \leq m \leq 2$.

B. $m > 0$.

C. $m < 2$.

D. $0 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương $x > \frac{-3m - 1}{m^2 + m + 1}$.

Suy ra tập nghiệm là $S = \left(\frac{-3m - 1}{m^2 + m + 1}; +\infty \right)$.

Để bất phương trình nghiệm đúng $x \in [-1; 2]$ khi và chỉ khi

$$[-1; 2] \subset \left(\frac{-3m - 1}{m^2 + m + 1}; +\infty \right) \Leftrightarrow \frac{-3m - 1}{m^2 + m + 1} < -1 \Leftrightarrow m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2.$$

Vậy $0 < m < 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: [0D4-5.1-4] Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.

A. $m = 10$.

B. $m = 8$.

C. $m = 9$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Chọn B

Vì $f(x) = x^2 + 4x + m - 5$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên để thỏa yêu cầu bài toán thì phương trình

$x^2 + 4x + m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

$$\begin{cases} \Delta' = 4 - (m - 5) > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ 16 - 4(m - 5) - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow m = 8.$$

Câu 22: [0D4-5.2-4] Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2 + 4x + 6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \leq -\frac{9}{4}$.

B. $m \leq -2$.

C. $m \leq -2$ hoặc $m \geq -\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{9}{4} \leq m \leq -2$.

Lời giải

Chọn B

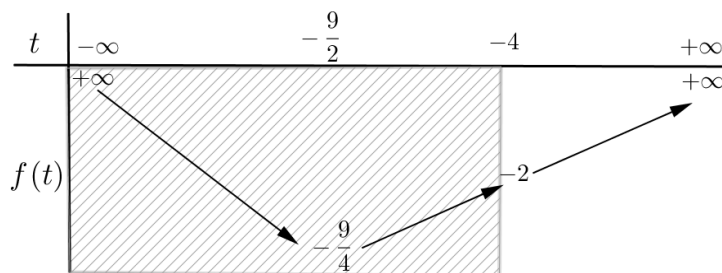
$$f(x) = (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x + 6).$$

Đặt $t = x^2 + 4x$, điều kiện tồn tại x là $t \geq -4$.

$$\text{Ta được } f(t) = t^2 + 9t + 18.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow f(t) \geq m, \forall t \geq -4.$$

Lập BBT hàm $f(t) = t^2 + 9t + 18, t \geq -4$ ta được



$$\text{Ta có } m \leq f(t), \forall t \geq -4 \Leftrightarrow m \leq -2.$$

Câu 23: [0D4-5.2-4] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

$$y = \frac{1}{\sqrt{(m^2 + m + 2)x^2 - 2(m + 4)x + m + 8}}$$
 xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0$.

B. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14}$.

C. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7} \vee m > 0$.

D. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow g(x) = (m^2 + m + 2)x^2 - 2(m + 4)x + m + 8 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$a = m^2 + m + 2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \forall m, \text{ do đó } g(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -m^3 - 8m^2 - 2m < 0 \\ \Leftrightarrow -4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0.$$

Câu 24: [0D4-5.7-4] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-3 \leq m \leq 2$.

B. $-3 \leq m \leq 2 \vee m > 5$.

C. $m < -5 \vee -3 \leq m \leq -1$.

D. $-5 \leq m \leq -1$.

Lời giải

Chọn D

$$\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \geq -3 \\ \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + (3 - m)x + 5 \geq 0 \\ x^2 + (3 + m)x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{do } \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0)$$

$$\text{Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là } \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + (3 - m)x + 5 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 + (3 + m)x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = (3 - m)^2 - 100 \leq 0 \\ \Delta_2 = (3 + m)^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq m \leq 13 \\ -5 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m \leq -1.$$

Câu 25: [0D4-5.3-4] Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\frac{(m^3 + 1)x^2 - 2(m^2 + m)x + m}{x^2 + x + 2} \leq 0$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$. **B.** $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m \leq -1 \vee m \geq \frac{1}{2}$. **D.** $m \leq -1 \vee 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2 + x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên

$$\frac{(m^3 + 1)x^2 - 2(m^2 + m)x + m}{x^2 + x + 2} \leq 0 \Leftrightarrow (m^3 + 1)x^2 - 2(m^2 + m)x + m \leq 0 \quad (*).$$

* Nếu $m = -1$ thì (*) trở thành $-1 \leq 0$ đúng $\forall x$.

* Nếu $m \neq -1$ thì ta có $\Delta' = 2m^3 + m^2 - m$.

+) $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -1 < m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$ thì phương trình $(m^3 + 1)x^2 - 2(m^2 + m)x + m = 0$ luôn có hai nghiệm nên bất phương trình (*) luôn có nghiệm.

+) $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -1 \vee 0 < m < \frac{1}{2}$.

Với $m < -1$ thì ta có $\begin{cases} \Delta' < 0 \\ a < 0 \end{cases}$ nên bất phương trình (*) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Với $0 < m < \frac{1}{2}$ thì ta có $\begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ nên bất phương trình (*) vô nghiệm.

Vậy $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$ thỏa yêu cầu đề bài.

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện...}

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để phương trình có hai nghiệm trái dấu là: $(m+2)(2m-3) < 0$.

$$\Leftrightarrow -2 < m < \frac{3}{2}.$$

Câu 2: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Lời giải

$$(m-3)x^2 + (m-3)x - (m+1) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ (m-3)^2 - 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-3)(3m+7) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{3} < m < 3.$$

Câu 3: Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.

Lời giải

$$(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi

$$\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+2)^2 - (m+1)(m-1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ 4m+5 > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > -\frac{5}{4} \\ m \neq 1 \end{cases} \quad (1).$$

$$\text{Viết } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+2)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{m+1} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{2(m+2)}{m+1} - 2 \frac{m-1}{m+1}}{\frac{m-1}{m+1}} > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{m-1} > 0 \Leftrightarrow m > 1 \quad (2).$$

Từ (1); (2) $\Rightarrow m > 1$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1$?

Lời giải

$$\text{PT } (m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0 \text{ có hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ khi } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ 1 > 0 \forall m \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Khi đó, theo định lý Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-2)}{m-1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} - \frac{m-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Vậy $1 < m < 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m-3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .

Lời giải

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm là } (m-2)x^2 - 3mx + 2m-3 = 0$$

Điều kiện để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm

$$\text{giữa } A \text{ và } B \text{ là } x_A \cdot x_B < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-3}{m-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2.$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: [0D4-5.2-3] Tìm điều kiện của b để $f(x) = x^2 - bx + 3$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. **B.** $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 - bx + 3$ có nghiệm khi $b^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{3} \\ b > 2\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 2: [0D4-5.2-3] Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (-\infty; -\frac{3}{5}) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $m \in (-\frac{3}{5}; 1)$.

C. $m \in (-\frac{3}{5}; +\infty)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -\frac{5}{3} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 3: [0D4-5.2-3] Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 4: [0D4-5.2-4] Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.

A. $m > 0$.

B. $m < -1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $m > \frac{-1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ \Delta' = (-1)^2 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$

Khi đó, phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 2 + x_2 - 2 < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 4 < 0 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 4 < 0 \\ -m - 2 \cdot 2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp với điều kiện ta được: $-1 < m < 0.$

Câu 5: [0D4-5.2-4] Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1.$

A. $-2 < m < 7.$

B. $-2 \neq m < -1.$

C. $m < -\frac{7}{8}$ và $m \neq -2.$

D. $-2 \neq m < -1 \vee m > 7.$

Lời giải

Chọn B

PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (*).$$

Theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases} (1).$

$$\text{Ta có } \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-8m-7}{(m+2)^2} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{7}{8}.$$

Kết hợp (*) ta có $-2 \neq m < -1.$

Câu 6: [0D4-5.2-4] Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1.$

A. $-2 < m < -1 \vee m > 7.$

B. $m < -2 \vee m > 7.$

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}.$

D. $-\frac{1}{2} < m < 7.$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0} &\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (1). \end{aligned}$$

Theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1 &\Leftrightarrow \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^3 x_2^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{x_1^3 x_2^3} < 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{(m-1)[(m-1)^2 - 3(m+2)]}{(m+2)^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{-12m^2 - 7m - 3}{(m+2)^3} < 0 (*). \end{aligned}$$

Do $-12m^2 - 7m - 3 < 0; \forall x$ nên $(*) \Leftrightarrow m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$.

Kết hợp (1) ta có $-2 < m < -1 \vee m > 7$.

Câu 7: [0D4-5.2-4] Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$?

- A. $-2 < m < 4$. B. $m < -2 \vee m > 4$.
 C. $-1 < m < 3$. D. $m < -1 \vee m > 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta = 1$ nên PT luôn có hai phân biệt $\begin{cases} x = m-1 \\ x = m-2 \end{cases}$.

YCBT $\Leftrightarrow -3 < m-2 < m-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.

Câu 8: [0D4-5.2-3] Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:

- A. $m < 6$ và $m \neq 2$. B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
 C. $2 < m < 6$. D. $m > 6$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases} a = m-2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ S = \frac{2m}{m-2} > 0 \\ P = \frac{m+3}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m < 6 \\ m > 2 \vee m < 0 \\ m > 2 \vee m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Câu 9: [0D4-5.2-4] Cho phương trình $(m-5)x^2 + (m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

- A. $m < \frac{22}{7}$. B. $\frac{22}{7} < m < 5$.
C. $m \geq 5$. D. $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Lời giải

Chọn B

(1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2 \Leftrightarrow a.f(2) = (m-5)[4(m-5) + 2(m-1) + m] < 0$

$$\Leftrightarrow (m-5)(7m-22) < 0 \Leftrightarrow \frac{22}{7} < m < 5.$$

Câu 10: [0D4-5.2-3] Giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?

- A. $m < 1$. B. $m > 2$. C. $m > 3$. D. $1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn D

$(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu: $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3) < 0$

$$\Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Câu 11: [0D4-5.2-4] Định m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m-2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$.

- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn B

PT có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (m+1)(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > -2 \end{cases} (*)$.

Khi đó, theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} < 3 \Leftrightarrow \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{6-m}{m-2} < 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 6.$$

Kết hợp (*) ta có $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6$.

Câu 12: [0D4-5.2-4] Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m-2 = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$?

- A.** $-2 \leq m \leq 1$. **B.** $m < -1 \vee m > 1$. **C.** $m < \frac{4}{3}$. **D.** $0 < m < \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khi $m = 0$, PT $\Leftrightarrow x = 1 \in (-1; 2)$. Ta có $m = 0$ (tmyc).(*)

Khi $m \neq 0$, PT luôn có hai nghiệm $x = 1; x = \frac{m-2}{m}$. PT có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-2}{m} \leq -1 \\ \frac{m-2}{m} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-2}{m} \leq 0 \\ \frac{-m-2}{m} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 1 \\ -2 \leq m < 0 \end{cases}$$

Kết hợp (*) ta có $-2 \leq m \leq 1$.

Câu 13: [0D4-5.2-3] Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- A.** $-2 < m < -1$. **B.** $m > 1$. **C.** $-5 < m < -3$. **D.** $-2 < m < 1$.

Lời giải

Chọn A

Để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m+1 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (m+1)(m^2 + 4m - 5) > 0 \\ m \neq -1 \\ (x_1 - 2) + (x_2 - 2) > 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases}$$

Theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2 + 4m - 5}{m+1} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m-1)(-m^2 - 5m - 6) > 0 \\ m \neq -1 \\ \frac{2(m-1)}{m+1} - 4 > 0 \\ \frac{m^2 + 4m - 5}{m+1} - 2 \cdot \frac{2(m-1)}{m+1} + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} -2 < m < 1 \\ m < -3 \end{cases} \\ m \neq -1 \\ \begin{cases} -3 < m < -1 \\ m > -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Câu 14: [0D4-5.2-4] Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

- A.** $m < -\frac{7}{2}$. **B.** $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m+12 = 0 \quad (*) \end{cases}$

Giải sử phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+3) \\ x_1 \cdot x_2 = 4m+12 \end{cases}.$$

Để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 . thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và đều lớn hơn -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 + 2(m+3) + 4m + 12 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - (4m+12) > 0 \\ 6m+19 \neq 0 \\ (x_1+1) + (x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ -2(m+3) + 2 > 0 \\ 4m + 12 - 2(m+3) + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ m < -2 \\ m > -\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}.$$

CHƯƠNG

VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÉT DẤU TAM THỨC BẬC HAI – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 1: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai.

D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

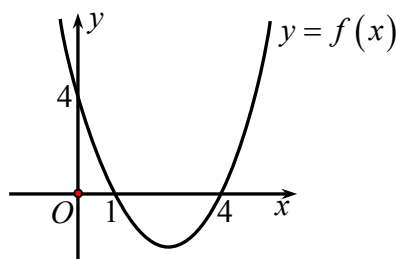
A. $\Delta < 0$.

B. $\Delta = 0$.

C. $\Delta > 0$.

D. $\Delta \geq 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



A. $a > 0$, $\Delta > 0$.

B. $a < 0$, $\Delta > 0$.

C. $a > 0$, $\Delta = 0$.

D. $a < 0$, $\Delta = 0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. **B.** $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- C.** $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. **D.** $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. **B.** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
- C.** $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. **D.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- B.** Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- C.** Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$.
- D.** Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 10: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

- A.** $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$. **B.** $x \in [-1; 5]$.
- C.** $x \in [-5; 1]$. **D.** $x \in (-5; 1)$.

Câu 11: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A.** $(-\infty; 0]$. **B.** $[6; +\infty)$. **C.** $[8; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1]$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

- A.** $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.
- C.** $S = (2; 5)$. **D.** $S = [2; 5]$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A.** $S = (-5; 5)$. **B.** $x > \pm 5$.
- C.** $-5 < x < 5$. **D.** $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 15: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A.** $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B.** $[-2; 3]$.
- C.** $[-3; 2]$. **D.** $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Câu 16: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

- A.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(-3; 1)$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

- A.** $(1; 3)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

- A.** $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. **B.** $\emptyset$. **C.** $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$. **D.** $[-3; 4]$.

Câu 19: Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

- A.** $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.
C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$. **D.** $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Câu 20: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

- A.** $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. **B.** $S = (-2; 2)$.
C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Câu 22: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

- A.** $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $S = \mathbb{R}$. **C.** $S = (2; +\infty)$. **D.** $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 23: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

- A.** 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$?

- A.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 26: Bất phương trình $(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

- A.** $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$. **B.** $S = [6; +\infty)$.
C. $S = (6; +\infty)$. **D.** $S = [6; +\infty) \cup \{1\}$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

- A.** $(1; 4)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 28: Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

- A.** $x \leq 1$. **B.** $1 \leq x \leq 4$. **C.** $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. **D.** $x \geq 4$.

Câu 29: Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

- A.** $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. **B.** $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$. **D.** $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 30: Biểu thức $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$ âm khi

- A.** $x \in (1; 2)$. **B.** $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.
C. $x \geq 4$. **D.** $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

- A.** $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$. **B.** $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in [-1; +\infty)$. **D.** $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

Câu 32: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

- A.** $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. **B.** $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$. **C.** $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. **D.** $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

DẠNG 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MÃU

Câu 33: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 1} \leq 0$.

- A.** $T = (-\infty; -1] \cup [1; 4]$. **B.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.
C. $T = (-\infty; -1) \cup (1; 4]$. **D.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4)$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \leq 0$ là.

- A.** $S = [-2; 2] \cup [3; 4]$. **B.** $S = (-2; 2] \cup [3; 4]$.
C. $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$. **D.** $S = [-2; 2] \cup (3; 4)$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2}$ là.

- A.** $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 36: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $\emptyset$. D. $(-2; -1]$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 39: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} \leq -1$ là

- A. Hai khoảng. B. Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. D. Ba khoảng.

DẠNG 5. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 40: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 5x - 2 < 4x + 5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases}$ có dạng $S = (a; b)$. Khi đó tổng $a + b$ bằng?

- A. -1 . B. 6. C. 8. D. 7.

Câu 41: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 1 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$ là

- A. $S = (2; 3)$. B. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. C. $S = [2; 3]$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 42: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 < 0 \end{cases}$ là

- A. $[2; 5]$. B. $[1; 6]$. C. $(2; 5]$. D. $[1; 2] \cup [5; 6]$.

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x} + \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}}$?

- A. $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$. B. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.
C. $D = (-5; 5)$. D. $D = [-5; 0] \cup [2; 5]$.

Câu 44: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ (x-1)(x^2 + 5x + 4) \geq 0 \end{cases}$ có số nghiệm nguyên là

- A. 2. B. 1. C. Vô số. D. 3.

Câu 45: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ -6x + 12 > 0 \end{cases}$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(1; 4)$. C. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

- Câu 46:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 2x + \frac{1}{\sqrt{x+4}} > 3 + \frac{1}{\sqrt{x+4}}$ là
- A. $(-3; 1)$. B. $(-4; -3)$. C. $(1; +\infty) \cup (-\infty; -3)$. D. $(1; +\infty) \cup (-4; -3)$.

- Câu 47:** Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ (x+2)(x-5) < 0 \end{cases}$.
- A. $(1; 3)$. B. $(-2; 5)$. C. $(-2; 1) \cup (3; 5)$. D. $(3; 5)$.

- Câu 48:** Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$.
- A. $-5 < x < 1$. B. $x < 1$. C. $x > -5$. D. $x < -5$.

- Câu 49:** Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a; b]$. Tìm $a+b$.
- A. 3. B. -1. C. 0. D. -3.

DẠNG 6. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 6.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

- Câu 50:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm
- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.
C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. D. $-2 \leq m \leq 2$.
- Câu 51:** Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt
- A. $(-1; 2)$ B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $[-1; 2]$ D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$
- Câu 52:** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?
- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. D. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.
- Câu 53:** Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.
- A. $0 < m < 16$. B. $-4 < m < 4$. C. $0 < m < 4$. D. $0 \leq m \leq 16$.
- Câu 54:** Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi
- A. $m > 1$. B. $-3 < m < 1$. C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

Câu 55: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\frac{1}{2}$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 3$. C. $m = 2$ D. $m > -\frac{3}{5}$.

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0 \text{ vô nghiệm?}$$

- A. $m < 0$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Câu 57: Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 4$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $0 \leq m < 4$.

Câu 58: Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \geq 0$. B. $m = \pm 2$. C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Câu 59: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

- A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.
C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 60: Phương trình $x^2 + 2(m+2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$. B. $-5 \leq m \leq -1$. C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Câu 61: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm?}$$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 62: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \neq 5$. B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$. C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Câu 63: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $-1 < m < 3$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 64: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là

- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.
C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.

Câu 65: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có

nghiệm?

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 1$. C. $-\frac{3}{4} < m < 1$. D. $m > -\frac{3}{4}$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt?}$$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \neq 1$. C. $-1 < m < 6$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 67: Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.
C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. D. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Câu 68: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.
C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Dạng 6.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 69: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. B. $m < 0$. C. $m \neq -1$. D. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Câu 70: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

- A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. B. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. C. $m > \frac{1}{7}$. D. $m > 0$.

Câu 71: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

- A. $1 < m < 3$. B. $1 < m < 2$. C. $m > 2$. D. $m > 3$.

Câu 72: Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

- A. $m \geq 5$. B. $m < \frac{8}{3}$. C. $\frac{8}{3} < m < 5$. D. $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Câu 73: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $0 < m < 4$. B. $m < 0$ hoặc $m > 4$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 74: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

- A. $0 < m < 1$. B. $m > 1$. C. $m \in \emptyset$. D. $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 75: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

- A.** Không có giá trị của m . **B.** $m \geq 2$.
C. $m \leq -1$. **D.** $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 76: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

- A.** $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.
- B.** $m < -\frac{7}{2}$.
- C.** $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.
- D.** $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Câu 77: Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A.** $m > 6$. **B.** $m < 6$. **C.** $6 > m > 0$. **D.** $m > 0$.

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A.** $2 < m < 6$. **B.** $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$. **D.** $-3 < m < 6$.

Câu 79: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

- A.** $m < 6$. **B.** $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.
C. $m > 1$. **D.** $1 < m < 6$.

Câu 80: Phương trình $x^2 - (3m - 2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

- A.** $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty \right)$.
- B.** $m \in \left[\frac{5 + \sqrt{41}}{4}; +\infty \right)$.
- C.** $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5 + \sqrt{41}}{4} \right]$.
- D.** $m \in \left(-\infty; \frac{5 - \sqrt{41}}{4} \right]$.

Câu 81: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

- A.** $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$. **B.** $-1 < m < \frac{5}{2}$.
- C.** $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$. **D.** $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 82: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

- A.** $m \in (1; 2)$. **B.** $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
- C.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. **D.** $m \in \emptyset$.

Câu 83: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

- A. $0 < m < 2$. B. $0 < m < 1$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 84: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.

Câu 85: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$. D. $m \in (7; +\infty)$.

Dạng 6.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 86: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \geq 1$. B. $m > 1$. C. $m > 0$. D. $m < 2$.

Câu 87: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

- A. $m \in [0; 28]$. B. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$. D. $m \in (0; 28)$.

Câu 88: Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

- A. $m < 3$. B. $m \geq 3$. C. $m \leq -3$. D. $m \leq 3$.

Câu 89: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m + 1$ luôn nhận giá trị dương.

- A. 27. B. 28. C. Vô số. D. 26.

Câu 90: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

- A. $m \in [2; 6]$. B. $m \in (-3; 9)$. C. $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. D. $m \in (-9; 3)$.

Câu 91: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?

- A. $m > -1$. B. $-1 \leq m \leq 3$. C. $-1 < m \leq 3$. D. $-1 < m < 3$.

Câu 92: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

- A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. B. $1 \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. C. $m \neq 1$. D. $m \geq -1$.

Câu 93: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn

$$f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

- A.** $m > 2019$. **B.** $m < 2019$. **C.** $m > 2017$. **D.** $m < 2017$.

Câu 94: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

- A.** $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 95: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m \in \emptyset$.

B. $m \in (-2; 2)$.

- C.** $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **D.** $m \in [-2; 2]$.

Câu 96: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$ **C.** $-1 \leq m \leq 7$ **D.** $-1 < m < 7$

Câu 97: Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi

- A.** $m < 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m \leq 4$. **D.** $m \geq 4$.

Câu 98: Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi

- A.** $m \geq \frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{4}$. **C.** $m > \frac{1}{5}$. **D.** $m > \frac{1}{25}$.

Câu 99: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \in \emptyset$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m \leq 0$.

Câu 100: Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là

- A.** -5. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 101: Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \geq 0, \forall x > 0$.

- A.** $m \leq 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $m < 0$.

Câu 102: Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

- A.** $[-1; 6]$. **B.** $(-1; 6)$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 103: Cho bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11 \leq 0$ (1). Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x < -4$. Khi đó số phần tử của S là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 104: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 105: Để bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A.** $m \leq \frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{20}$. **C.** $m \leq \frac{1}{20}$. **D.** $m > \frac{1}{5}$.

Câu 106: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A.** 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 107: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A.** $m > \frac{4}{3}$. **B.** $m > -1$. **C.** $m < -\frac{4}{3}$. **D.** $m < -1$.

Câu 108: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:

- A.** $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \geq 0$.

Câu 109: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \geq \frac{1}{4}$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $m > \frac{1}{4}$. **D.** $m < \frac{1}{4}$.

Câu 110: Bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

- A.** $m \in [1; +\infty)$. **B.** $m \in (2; +\infty)$. **C.** $m \in (1; +\infty)$. **D.** $m \in (-2; 7)$.

Câu 111: Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0$, $\forall x \in (0; 1)$.

- A.** $m > 1$. **B.** $m < \frac{1}{2}$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \geq \frac{1}{2}$.

DẠNG 7. TÌM M ĐỂ HỆ BPT BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 112: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(3-x) > 0 \\ x-3m+2 < 0 \end{cases}$ vô nghiệm khi

- A.** $m \leq -1$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m > -1$. **D.** $m < -1$.

Câu 113: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 < 0 \\ x^2 - (2m+1)x + m(m+1) \leq 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

- A.** $\frac{1}{2} \leq m \leq 2$. **B.** $\begin{cases} m \leq -\frac{1}{2} \\ m \geq 2 \end{cases}$. **C.** $\frac{1}{2} < m < 1$. **D.** $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 2 \end{cases}$.

- Câu 114:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x > 5 \\ x^2 - (m-1)x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm.
- A. $\begin{cases} m \geq 5 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 5 \\ m < -1 \end{cases}$.
- Câu 115:** Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 \\ x < m-1 \end{cases}$ vô nghiệm khi
- A. $m \leq -2$. B. $m > -2$. C. $m < -1$. D. $m = 0$.
- Câu 116:** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi
- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m \neq 1$. D. $m = 1$.
- Câu 117:** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + m < 0 & (1) \\ 3x^2 - x - 4 \leq 0 & (2) \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:
- A. $m > -\frac{8}{3}$. B. $m < 2$. C. $m \geq 2$. D. $m \geq -\frac{8}{3}$.
- Câu 118:** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 & (1) \\ x - m > 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi:
- A. $m > 1$. B. $m = 1$. C. $m < 1$. D. $m \neq 1$.
- Câu 119:** Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 & (1) \\ x < m-1 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
- A. $m < 5$. B. $m > -2$. C. $m = 5$. D. $m > 5$.
- Câu 120:** Tìm m để $-9 < \frac{3x^2 + mx - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.
- A. $-3 < m < 6$. B. $-3 \leq m \leq 6$. C. $m < -3$. D. $m > 6$.
- Câu 121:** Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.
- A. $-\frac{5}{3} \leq m < 1$. B. $1 < m \leq \frac{5}{3}$. C. $m \leq -\frac{5}{3}$. D. $m < 1$.
- Câu 122:** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ x^2 - 2mx + 1 \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
- A. $m > 1$. B. $m = 1$. C. $m < 1$. D. $m \neq 1$.
- Câu 123:** Tìm m để hệ $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 - m \leq 0 & (1) \\ x^2 - (2m+1)x + m^2 + m \leq 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.
- A. $0 < m < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. B. $0 \leq m \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $0 \leq m < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

D. $0 < m \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 124: Tìm m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0(1) \\ (m-1)x - 2 \geq 0(2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq \frac{3}{2}$.

B. $m \geq \frac{3}{2}$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $m \geq -1$.

Câu 125: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 10x + 16 \leq 0(1) \\ mx \geq 3m + 1(2) \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m > -\frac{1}{5}$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $m > -\frac{1}{11}$.

D. $m > \frac{1}{32}$.

Câu 126: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 \leq 0(2) \\ x^2 - 6x + 5 \leq 0(1) \end{cases}$. Để hệ bất phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp của tham số a là:

A. $0 \leq a \leq 2$.

B. $0 \leq a \leq 4$.

C. $2 \leq a \leq 4$.

D. $0 \leq a \leq 8$.

DẠNG 8. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 127: Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 + |x - 2| \leq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. Vô số.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 128: Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $|x^2 - 4x| < 0$.

A. $\emptyset$.

B. $\{\emptyset\}$.

C. $(0; 4)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Câu 129: Tìm m để $\left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ với mọi số thực x

A. $-2 < m < 3$.

B. $m > \frac{3}{2}$.

C. $m > 3$.

D. $m < \frac{3}{2}$.

Câu 130: Gọi $S = [a; b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x ta có $\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right| \leq 2$. Tính tổng $a + b$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 4

Câu 131: Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x - m| + x^2 + 2 > 2mx$ thỏa mãn với mọi x là

A. $m \in \emptyset$.

B. $m > -\sqrt{2}$.

C. $m < \sqrt{2}$.

D. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Câu 132: Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x + m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là

A. $-1 < m < \frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2} < m < 1$.

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

DẠNG 9. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 133: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. C. $[1; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 134: Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \leq 2x-3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0; 7)$?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 6.

Câu 135: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 15} > 2x + 5$.

- A. $S = (-\infty; -3]$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (-\infty; 3]$. D. $S = (-\infty; -3)$.

Câu 136: Bất phương trình $(16 - x^2)\sqrt{x-3} \leq 0$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$. B. $[3; 4]$. C. $[4; +\infty)$. D. $\{3\} \cup [4; +\infty)$.

Câu 137: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018}x$.

- A. $T = (-\infty; 1)$. B. $T = (-\infty; 1]$. C. $T = (1; +\infty)$. D. $T = [1; +\infty)$.

Câu 138: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x+3}{2x-3} - \frac{x}{2x-1} \leq 0 \\ \sqrt{x^2+3} + 3x < 1 \end{cases}$ là

- A. $S = \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{8}\right]$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$. C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{8}\right)$.

Câu 139: Nghiệm của bất phương trình $\frac{3x-1}{\sqrt{x+2}} \leq 0$ là:

- A. $x \leq \frac{1}{3}$. B. $-2 < x < \frac{1}{3}$. C. $\begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \neq -2 \end{cases}$. D. $-2 < x \leq \frac{1}{3}$.

Câu 140: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-3} < 2x-1$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$. C. $S = \left[3; \frac{13}{2}\right]$. D. $S = [3; +\infty)$.

Câu 141: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 1} - x + 2 \geq 0$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{3-\sqrt{7}}{2}\right] \cup [3; +\infty)$.
 B. $\left(-\infty; \frac{3-\sqrt{7}}{2}\right)$.
 C. $\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2}; 3\right)$.
 D. $(3; +\infty)$.

Câu 142: Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \leq 3x-2$ có tổng năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là

- A. 10. B. 20. C. 15. D. 5.

Câu 143: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+2} \leq x$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-2; 2]$. D. $[-1; 2]$.

Câu 144: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2(x^2+1)} \leq x+1$ là:

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 145: Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-1)\sqrt{x+1} \geq 0$ là

- A. $S = [-1; +\infty)$. B. $S = \{-1\} \cup (1; +\infty)$. C. $S = \{-1\} \cup [1; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 146: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 5x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$ là

- A. $\begin{cases} x \geq 5 \\ x = 2 \\ x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$. D. $x \in \left\{\frac{-1}{2}; 0; 2; 5\right\}$.

Câu 147: Tổng các giá trị nguyên dương của m để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\frac{m}{72}x^2 + 1} < \sqrt{x}$ có chứa đúng hai số nguyên là

- A. 5. B. 29. C. 18. D. 63.

Câu 148: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 2x - 2$ có dạng $S = (-\infty; a] \cup [b; c]$. Tính tổng $P = a + b + c$?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 149: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} \geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$ là $[a; b]$. Khi đó giá trị biểu thức $P = 3a - 2b$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -2. D. 1.

Câu 150: Biết tập nghiệm của bất phương trình $x - \sqrt{2x+7} \leq 4$ là $[a; b]$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + b$.

- A. $P = 2$. B. $P = 17$. C. $P = 11$. D. $P = -1$.

Câu 151: Giải bất phương trình $4(x+1)^2 < (2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2$ ta được tập nghiệm T là:

- A. $T = (-\infty; 3)$.
 B. $T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3]$.
 C. $T = \left[-\frac{3}{2}; 3\right)$.
 D. $T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3)$.

Câu 152: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$. Tập nào sau đây là phần bù của S ?

- A. $(-\infty; 0) \cup [10; +\infty)$.
 B. $(-\infty; 2] \cup (10; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 2) \cup [10; +\infty)$.
 D. $(0; 10)$.

Câu 153: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $[-5; 5]$ của bất phương trình: $\sqrt{x^2-9} \left(\frac{3x-1}{x+5} \right) \leq x\sqrt{x^2-9}$?

- A. 5.
 B. 0.
 C. 2.
 D. 12.

Câu 154: Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là

- A. $-5 < x \leq -3$.
 B. $3 < x \leq 5$.
 C. $2 < x \leq 3$.
 D. $-3 \leq x \leq -2$.

Câu 155: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 + 4x + 3\sqrt{3-2x-x^2} > 1$ là

- A. $(-3; 1]$.
 B. $(-3; 1)$.
 C. $[-3; 1)$.
 D. $[-3; 1]$.

Câu 156: Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a$ nghiệm đúng $\forall x \in [-5; 3]$, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

- A. $a \geq 3$.
 B. $a \geq 4$.
 C. $a \geq 5$.
 D. $a \geq 6$.

Câu 157: Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)} \leq x^2 - 2x + m - 3$. Xác định m để bất phương trình nghiệm với $\forall x \in [-1; 3]$.

- A. $0 \leq m \leq 12$.
 B. $m \leq 12$.
 C. $m \geq 0$.
 D. $m \geq 12$.

Câu 158: Cho bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} + m - 1 \geq 0$. Xác định m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [2; 4]$.

- A. $m \geq \frac{35}{4}$.
 B. $m \leq 9$.
 C. $m \leq \frac{35}{4}$.
 D. $m \geq 9$.

Câu 159: Bất phương trình $mx - \sqrt{x-3} \leq m$ có nghiệm khi

- A. $m \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$.
 B. $m \geq 0$.
 C. $m < \frac{\sqrt{2}}{4}$.
 D. $m \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 160: Có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2018 để bất phương trình $m(\sqrt{x^2-2x+2}+1) + x(2-x) \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 1+\sqrt{3}]$

- A. 2018.
 B. 2019.
 C. 2017.
 D. 2020.

CHƯƠNG

VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÉT DẤU TAM THỨC BẬC HAI – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 1: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = -2(x^2 - 4x + 4) = -2(x - 2)^2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy: $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

Lời giải

Chọn C

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của x phải có $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ nên **Chọn C**

Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.** $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.
C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

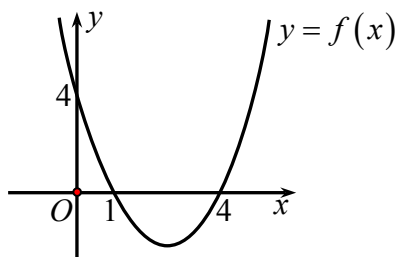
- A.** $\Delta < 0$. **B.** $\Delta = 0$. **C.** $\Delta > 0$. **D.** $\Delta \geq 0$.

Lời giải

Chọn A

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



- A.** $a > 0$, $\Delta > 0$. **B.** $a < 0$, $\Delta > 0$. **C.** $a > 0$, $\Delta = 0$. **D.** $a < 0$, $\Delta = 0$.

Lời giải

Chọn A

* Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. **B.** $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. **D.** $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$. Suy ra $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. **B.** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. **D.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$.

D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 10: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 5]$.

C. $x \in [-5; 1]$.

D. $x \in (-5; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -5$.

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5; 1]$.

Câu 11: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[6; +\infty)$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Do đó $[6; +\infty) \not\subset S$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $0 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Vậy $S = (2; 5)$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A.** $S = (-5; 5)$. **B.** $x > \pm 5$.
C. $-5 < x < 5$. **D.** $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy $S = (-5; 5)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là $(1; 2)$. Chọn đáp án **A**.

Câu 15: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A.** $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B.** $[-2; 3]$.
C. $[-3; 2]$. **D.** $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Câu 16: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

- A.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

- A.** $(1; 3)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $[-1; 3]$. **D.** $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ xác định khi $-x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 3]$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

- A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$. **D. $[-3; 4]$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3; 4]$.

Câu 19: Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. B. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.
C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$. **D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.**

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x^2-3}+x-2 \neq 0 \\ x^2-3 \geq 0 \end{cases}$

Ta có $x^2-3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases}$.

Xét $\sqrt{x^2-3}+x-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x^2-3=(2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=\frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{7}{4}$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

Câu 20: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2-5x+2}$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.** B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2-5x+2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases}$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-4 > 0$.

- A. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.** B. $S = (-2; 2)$.

C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
x^2-4	$+$	0	$-$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 22: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $S = \mathbb{R}$.

C. $S = (2; +\infty)$.

D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x^2 - 4x + 4$	$+$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 23: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 15$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{4}.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$\frac{3-\sqrt{129}}{4}$		$\frac{3+\sqrt{129}}{4}$		
$f(x)$	+	0	-	0	+

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{3 - \sqrt{129}}{4}; \frac{3 + \sqrt{129}}{4} \right]$.

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3.$$

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$?

A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$

B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$

C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right).$

D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right).$

Lời giải

Chọn C

Ta có $-2x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{1}{2}.$

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 26: Bất phương trình $(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

A. $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty).$

B. $S = [6; +\infty).$

C. $(6; +\infty).$

D. $S = [6; +\infty) \cup \{1\}.$

Lời giải

Chọn D

$$(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)(x-6) \geq 0$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow (x-1)^2(x-6) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x \geq 6 \end{cases}.$$

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

A. $(1; 4).$

B. $(-2; -1).$

C. $(1; 2).$

D. $(-2; -1) \cup (1; 2).$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Đặt $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$			
x^2-1	+		+ 0	- 0	+		+		
x^2-4	+	0	-		-	0	+		
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ là $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 28: Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 4$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $x \geq 4$.

Lời giải

Bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2+5x \leq 2x^2+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \geq 0$

Xét phương trình $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$		
$x^2 - 5x + 4$		+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-5x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. **Chọn C**

Câu 29: Biểu thức $(3x^2-10x+3)(4x-5)$ âm khi và chỉ khi

- A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = (3x^2-10x+3)(4x-5)$

Phương trình $3x^2-10x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$ và $4x-5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$			
$3x^2-10x+3$		+	0	-		-	0	+
$4x-5$		-		-	0	+		+
$f(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$. **Chọn B**

Câu 30: Biểu thức $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$ âm khi

- A. $x \in (1; 2)$. B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.

C. $x \geq 4$.

D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = (4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$

Phương trình $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Ta có $x^2 + 5x + 9 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 9 = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$. Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$			
$4-x^2$	-		-	0	+	0	+	0	-
x^2+2x-3	+	0	-		-	0	+		+
x^2+5x+9	+		+		+		+		+
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ -2 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$. **Chọn D**

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

A. $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

B. $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in [-1; +\infty)$.

D. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

Lời giải

Bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + 5x + 4) \geq 0$.

Phương trình $x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases}$ và $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$
$x^2 + 5x + 4$		$+$ 0 $-$	0 $+$	$ $	$+$
$x - 2$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$ 0 $+$
$(x - 2)(x^2 + 5x + 4)$	$-$	0 $+$	0 $-$	0 $+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $(x-2)(x^2+5x+4) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

Chọn A

DẠNG 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 32: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. **B.** $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$.

C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. **D.** $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{4x-12}{x^2-4x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 3 \leq x < 4 \end{cases}$ hay $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$.

Câu 33: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-3x-4}{x-1} \leq 0$.

A. $T = (-\infty; -1] \cup [1; 4]$. **B.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

C. $T = (-\infty; -1) \cup (1; 4]$. **D.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x^2-3x-4}{x-1} \leq 0 \quad (1).$$

$$x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}.$$

$$x-1=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
x^2-3x-4	+	0	-	-	0	+	
$x-1$	-	-	0	+	+	+	
VT (1)	-	0	+		-	0	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \leq 0$ là.

A. $S = [-2; 2] \cup [3; 4]$. **B.** $S = (-2; 2] \cup [3; 4]$.

C. $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$. **D.** $S = [-2; 2] \cup (3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	2	3	4	$+\infty$
$x^2 - 7x + 12$	+		+		0	+
$x^2 - 4$	+	0	-	0	+	+
$f(x)$	+		-		0	+

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2}$ là.

A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{(x-2)^2 - (x+1)^2}{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-6x+3}{x^2-x-2} \geq 0 \quad (1).$$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$		
VT (1)	+		-	0	+		-

$$(1) \Leftrightarrow x < -1 \vee \frac{1}{2} \leq x < 2.$$

- Câu 36:** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x+3}{x^2-4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?
- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. **C. $\emptyset$.** D. $(-2; -1]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } \frac{x^2+x+3}{x^2-4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+7}{x^2-4} \geq 0.$$

Bất phương trình có tập nghiệm $S = [-7; -2) \cup (2; +\infty)$.

Vậy $S \cap (-2; 2) = \emptyset$.

- Câu 37:** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
- C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.** D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Do $x^2+3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2-3x+4 > 2(x^2+3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}.$$

- Câu 38:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

- A. 0. B. 2. **C. 1.** D. 3.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2-4 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \\ 2x-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}. \text{ Bất phương trình:}$$

$$\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4} < 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	-2	2	$+\infty$		
$2x+9$	$-$	0	$+$	$+$	$+$		
x^2-4	$+$	$ $	$+$	$ $	$-$	$ $	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$ $	$-$	$ $	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\frac{2x+9}{x^2-4} < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{9}{2}\right) \cup (-2; 2)$.

Vậy có chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x ($x=1$) thỏa mãn yêu cầu.

Chọn C

Câu 39: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là

- A.** Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 5 \end{cases}$.

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-3}{x^2-3x-10} \leq 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$			
$-x^2+4x-3$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$-$
$x^2-3x-10$	$+$	$\parallel$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	$\parallel$	$+$
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup [1; 3] \cup (5; +\infty)$.

Chọn C

DẠNG 5. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 40: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases}$ có dạng $S=(a;b)$. Khi đó tổng $a+b$ bằng?

- A.** -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > -1 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=(-1; 7)$. Suy ra $a+b=6$.

Câu 41: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-\frac{1}{2} \geq \frac{x}{4}+1 \\ x^2-4x+3 \leq 0 \end{cases}$ là

A. $S = (2; 3)$. B. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.

C. $S = [2; 3]$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 1 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x \geq \frac{3}{2} \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3.$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = [2; 3]$.

Câu 42: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 < 0 \end{cases}$ là

A. $[2; 5]$. B. $[1; 6]$. C. $(2; 5]$. D. $[1; 2] \cup [5; 6]$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 2 < x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq 5.$

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x} + \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}}$?

A. $D = (-5; 0] \cup [2; 5]$. B. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

C. $D = (-5; 5)$. D. $D = [-5; 0] \cup [2; 5]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ 25 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \\ -5 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x \leq 0 \\ 2 \leq x < 5 \end{cases}.$

Tập xác định: $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$.

Câu 44: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ (x - 1)(x^2 + 5x + 4) \geq 0 \end{cases}$ có số nghiệm nguyên là

A. 2. B. 1. C. Vô số. D. 3.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$	-4	-1	1	$+\infty$		
$x-1$	$-$	-5	$-$	-2	$-$	0	$+$
x^2+5x+4	$+$	0	$-$	0	$+$	4	$+$
$(x-1)(x^2+5x+4)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\begin{cases} x^2-4 < 0 \\ (x-1)(x^2+5x+4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ -4 \leq x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x \leq -1 \\ 1 \leq x < 2 \end{cases} \text{ do } x \text{ là số nguyên} \Leftrightarrow x = \{-1; 1\}$$

- Câu 45:** Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3 < 0 \\ -6x+12 > 0 \end{cases}$ là
- A.** $(1; 2)$. **B.** $(1; 4)$. **C.** $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2-4x+3 < 0 \\ -6x+12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-3) < 0 \\ -6x > -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = (1; 2)$.

- Câu 46:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+2x+\frac{1}{\sqrt{x+4}} > 3+\frac{1}{\sqrt{x+4}}$ là
- A.** $(-3; 1)$. **B.** $(-4; -3)$. **C.** $(1; +\infty) \cup (-\infty; -3)$. **D.** $(1; +\infty) \cup (-4; -3)$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2+2x+\frac{1}{\sqrt{x+4}} > 3+\frac{1}{\sqrt{x+4}} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \\ x^2+2x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < -3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -3 \\ x > 1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-4; -3) \cup (1; +\infty)$.

- Câu 47:** Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3 > 0 \\ (x+2)(x-5) < 0 \end{cases}$
- A.** $(1; 3)$. **B.** $(-2; 5)$. **C.** $(-2; 1) \cup (3; 5)$. **D.** $(3; 5)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} x^2-4x+3 > 0 \\ (x+2)(x-5) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3 > 0 \\ x^2-3x-10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \\ -2 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 1 \\ 3 < x < 5 \end{cases}.$$

Câu 48: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$.

A. $-5 < x < 1$.

B. $x < 1$.

C. $x > -5$.

D. $x < -5$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 & (1) \\ 2x+1 < 3 & (2) \end{cases}$$

Giải bất phương trình (1):

Bảng xét dấu cho biểu thức $f(x) = (x+5)(6-x)$:

x	$-\infty$	-5	6	$+\infty$
$x+5$	$-$	0	$+$	$+$
$6-x$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra bất phương trình (1) có tập nghiệm $S_1 = (-5; 6)$.

Giải bất phương trình (2): $x < 1 \Rightarrow$ bất phương trình (2) có tập nghiệm $S_2 = (-\infty; 1)$.

Vậy tập nghiệm của hệ đã cho là $S = S_1 \cap S_2 = (-5; 1)$.

Câu 49: Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a; b]$. Tìm $a+b$.

A. 3 .

B. -1 .

C. 0 .

D. -3 .

Lời giải

Chọn A

$$+ \text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 \geq 0 & (1) \\ x+2\sqrt{x-1} \geq 0 & (2) \\ 4-x^2 \geq 0 & (3) \\ 5-x^2-2\sqrt{4-x^2} \geq 0 & (4) \end{cases}$$

$$+ (1) \Leftrightarrow x \geq 1. \quad (5)$$

+ Với $x \geq 1$ thì (2) luôn đúng.

$$+ (3) \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2. \quad (6)$$

$$+ \text{Xét } (4) \Leftrightarrow 1 + (4-x^2) - 2\sqrt{4-x^2} \geq 0, \text{ với điều kiện } -2 \leq x \leq 2.$$

Đặt $\sqrt{4-x^2} = t \geq 0$, ta được $1+t^2-2t \geq 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 \geq 0$.

+ Kết hợp (5) và (6) ta được tập xác định của hàm số là $[1; 2]$.

+ Suy ra $a = 1; b = 2$.

+ Vậy $a + b = 3$.

DẠNG 6. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 6.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

A. $-4 \leq m \leq 4$. **B.** $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.

C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$ hay $m \geq 4$

Câu 51: Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

C. $[-1; 2]$

D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - (-1) \cdot (m-3) > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 52: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. **D.** $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ \Delta = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} x < -\frac{3}{5} \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}.$$

Câu 53: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.

A. $0 < m < 16$

B. $-4 < m < 4$

C. $0 < m < 4$

D. $0 \leq m \leq 16$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 16$.

Câu 54: Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m > 1$.

B. $-3 < m < 1$.

C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.

D. $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1. \text{ **Chọn B**}$$

Câu 55: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\frac{1}{2}$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > 3$.

C. $m = 2$

D. $m > -\frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2m^2 + 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = 4m^2 - 2(2m^2 + 1) = -2 < 0 \end{cases}, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0 \text{ vô nghiệm?}$$

A. $m < 0$.

B. $m > 2$.

C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } (m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0 \quad (*)$$

TH1. Với $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow 2x+4=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Suy ra với $m=2$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x=-2$.

Do đó $m=2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2. Với $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (2m-3)^2 - (m-2)(5m-6) < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 9 - (5m^2 - 16m + 12) < 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$$

Do đó, với $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 57: Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A.** $0 < m < 4$. **B.** $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. **C.** $0 \leq m \leq 4$. **D.** $0 \leq m < 4$.

Lời giải

Xét phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ (*).

TH1. Với $m = 0$, khi đó phương trình (*) $\Leftrightarrow 4 = 0$.

Suy ra với $m = 0$ thì phương trình (*) vô nghiệm.

TH2. Với $m \neq 0$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow m(m - 4) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$$

Kết hợp hai TH, ta được $0 \leq m < 4$ là giá trị cần tìm. **Chọn D**

Câu 58: Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A.** $m \geq 0$. **B.** $m = \pm 2$. **C.** $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ (*).

TH1. Với $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

• Khi $m = 2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3 = 0$.

• Khi $m = -2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{8}$.

Suy ra với $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^2 - 3(m^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 - 3m^2 + 12 < 0 \Leftrightarrow -2m^2 - 4m + 16 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 > 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m + 4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$$

Suy ra với $\begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 59: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. **B.** $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. **D.** $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

Đề phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow (-b)^2 - 4.3 \geq 0$

$$\Leftrightarrow b^2 - 12 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 - (2\sqrt{3})^2 \geq 0 \Leftrightarrow (b - 2\sqrt{3})(b + 2\sqrt{3}) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 2\sqrt{3} \\ b \leq -2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 60: Phương trình $x^2 + 2(m+2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$.

B. $-5 \leq m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $x^2 + 2(m+2)x - 2m - 1 = 0$, có $\Delta'_x = (m+2)^2 + 2m + 1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 + 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)(m+5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases} \text{ là giá trị cần tìm. } \text{Chọn D}$$

Câu 61: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm?}$$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Xét $2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0$, có $\Delta'_x = (m+2)^2 - 2(m^2 + 4m + 3)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 2m^2 - 8m - 6 \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 - 4m - 2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 \leq 2 \Leftrightarrow -2 - \sqrt{2} \leq m \leq -2 + \sqrt{2}.$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$, ta được $m = \{-3; -2; -1\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A**

Câu 62: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \neq 5$.

B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$.

C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ (*).

TH1. Với $m-5=0 \Leftrightarrow m=5$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -20x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{20}$.

Suy ra với $m = 1$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x = \frac{3}{20}$.

TH2. Với $m - 5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5$, khi đó để phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - (m-5)(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (m^2 - 7m + 10) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 + 7m - 10 \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(3m+10) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Do đó, với $\begin{cases} 5 \neq m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$ thì phương trình (*) có nghiệm.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 63: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ (*).

TH1. Với $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$, khi đó (*) $\Leftrightarrow -2.4x - 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$.

Suy ra với $m = 1$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{8}$.

TH2. Với $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$, khi đó để phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - (m-1)(2-m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 9 - (-m^2 + 3m - 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 3m + 11 \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(m + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{79}{8} \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \text{ suy ra } \Delta'_x \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó, với $m \neq 1$ thì phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Kết hợp hai **TH**, ta được $m \in \mathbb{R}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 64: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow m(m-28) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Vậy $m < 0$ hoặc $m > 28$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 65: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm?

- A.** $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 1$. **C.** $-\frac{3}{4} < m < 1$. **D.** $m > -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Xét $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$, có $\Delta_x = (m+1)^2 - 4\left(m - \frac{1}{3}\right) = m^2 - 2m + \frac{7}{3}$.

Ta có $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta'_m = 1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3} < 0 \end{cases}$ suy ra $m^2 - 2m + \frac{7}{3} > 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta_x > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt?}$$

- A.** $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \neq 1$ **C.** $-1 < m < 6$. **D.** $-1 < m < 2$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 \neq 0 \\ \Delta_x = (3m-2)^2 - 4(m-1)(3-2m) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 9m^2 - 12m + 4 - 4(-2m^2 + 5m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 17m^2 - 32m + 16 > 0 \end{cases} \quad (*).$$

Ta có $\begin{cases} a = 17 > 0 \\ \Delta'_m = 16^2 - 17 \cdot 16 = -16 < 0 \end{cases}$ suy ra $17m^2 - 32m + 16 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó, hệ bất phương trình $(*) \Leftrightarrow m \neq 1$. **Chọn B**

Câu 67: Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

- A.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.
C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. **D.** $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 \neq 0 \\ \Delta'_x = (-1)^2 - (m-1)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 - m^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ -\sqrt{2} < m < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. **Chọn C**

Câu 68: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A.** $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.
C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 3 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 + 6m + 9 + 4(m^2 - 2m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-1)(5m+3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{3}{5} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\} \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Chọn A

Dạng 6.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 69: Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A.** $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai.

$$\text{Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi } \frac{a}{c} = \frac{m^2 + 2m + 1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Câu 70: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

- A.** $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. **C.** $m > \frac{1}{7}$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0 \Leftrightarrow (x-2)(mx^2 + (2m-1)x + 4m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ f(x) = mx^2 + (2m-1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác 2.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 2 khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -12m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 4m + 2(2m-1) + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \\ m \neq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \end{cases} \quad (1).$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2.

Theo định lí Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases}$$

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-4m}{m} > 0 \\ \frac{7m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \\ m > \frac{1}{7} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{7} < m < \frac{1}{4} \quad (2).$$

Câu 71: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1$?

A. $1 < m < 3$.

B. $1 < m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-2)^2 - (m-1)(m-3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Theo định lí Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{2m-4}{m-1}, x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1}.$

Theo đề ta có: $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-4}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$

Vậy $1 < m < 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 72: Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

- A. $m \geq 5$. B. $m < \frac{8}{3}$. C. $\frac{8}{3} < m < 5$. D. $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-5 \neq 0 \\ (m-1)^2 - m(m-5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases} (*)$.

Khi đó theo định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2(m-1)}{m-5} \\ x_1 x_2 = \frac{m}{m-5} \end{cases}$.

Với $x_1 < 2 < x_2 \Rightarrow (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{m-5} + \frac{4(m-1)}{m-5} + 4 < 0$
 $\Leftrightarrow \frac{9m-24}{m-5} < 0 \Leftrightarrow \frac{8}{3} < m < 5$. Kiểm tra điều kiện (*) ta được $\frac{8}{3} < m < 5$.

Câu 73: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $0 < m < 4$. B. $m < 0$ hoặc $m > 4$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi $m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Câu 74: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

- A. $0 < m < 1$. B. $m > 1$. C. $m \in \emptyset$. D. $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Với $m-1 \neq 0$ ta xét phương trình: $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ (1).

Ta có: $\Delta' = b'^2 - ac = m^2 - m(m-1) = m$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) và $x_1 > 1, x_2 < 1$.

Ta có: $(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 (*)$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{m-1} \\ x_1 + x_2 = \frac{2m}{m-1} \end{cases}$, thay vào (*) ta có:

$$\frac{m}{m-1} - \frac{2m}{m-1} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy với $m > 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 75: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

A. Không có giá trị của m .

B. $m \geq 2$.

C. $m \leq -1$.

D. $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases} \quad (1).$

Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 \leq 16 &\Leftrightarrow 8m^3 - 6m(m+2) \leq 16 \Leftrightarrow 8m^3 - 6m^2 - 12m - 16 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (m-2)(8m^2 + 10m + 8) \leq 0 \Leftrightarrow m-2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2. \end{aligned}$$

Kiểm tra điều kiện (1), ta được $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 76: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

A. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

B. $m < -\frac{7}{2}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m+12 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn -1 và khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + 1 + x_2 + 1 > 0 \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \\ 1 + 2(m + 3) + 4m + 12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ -2m - 4 > 0 \\ 2m + 7 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}.$$

Câu 77: Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A.** $m > 6$. **B.** $m < 6$. **C.** $6 > m > 0$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(m + 3) > 0 \\ x_1 + x_2 = m > 0 \\ x_1 x_2 = m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 12 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 6. \text{ Chọn A}$$

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m - 2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A.** $2 < m < 6$. **B.** $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$. **D.** $-3 < m < 6$.

Lời giải

$$\text{. Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ m^2 - (m - 2)(m + 3) > 0 \\ \frac{2m}{m - 2} > 0 \\ \frac{m + 3}{m - 2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Chọn B

Câu 79: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m + 1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

- A.** $m < 6$. **B.** $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.
C. $m > 1$. **D.** $1 < m < 6$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 1)^2 - (9m - 5) > 0 \\ -2(m + 1) < 0 \\ 9m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 > 0 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ \frac{5}{9} < m < 1 \end{cases}. \text{ Chọn B}$$

Câu 80: Phương trình $x^2 - (3m - 2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

- A.** $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **B.** $m \in \left[\frac{5 + \sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4} \right]$. **D.** $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4} \right]$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm không âm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m-2)^2 - 4(2m^2 - 5m - 2) > 0 \\ 3m-2 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 \geq 0 \\ m^2 + 8m + 12 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{5+\sqrt{41}}{4}.$$

Chọn B

Câu 81: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$. **B.** $-1 < m < \frac{5}{2}$.
C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$. **D.** $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2m^2 - 3m - 5) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{5}{2}. \text{ Chọn B}$$

Câu 82: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1; 2)$. **B.** $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow (m^2 - 3m + 2) \cdot (-5) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}. \text{ Chọn B}$$

Câu 83: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0 < m < 2$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $1 < m < 2$. **D.** $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 + 2x - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-m)^2 + 2(x-m) = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x-m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m \\ x_2 = m-2 \end{cases}.$$

$$\text{Đề phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \neq x_2 \\ x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2 \quad (\text{I}).$$

$$\text{Với } m \in (0; 2) \text{ suy ra } \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}, \text{ theo bài ra, ta có } |x_2| > |x_1| \Leftrightarrow |x_2|^2 > |x_1|^2 \Leftrightarrow x_2^2 - x_1^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) > 0 \Leftrightarrow (m - 2 - m)(m - 2 + m) > 0 \Leftrightarrow 2m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Kết hợp với (I), ta được $0 < m < 1$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 84: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân

biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

- A.** $m < 2 \vee m > 6$. **B.** $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. **D.** $-2 < m < 6$.

Lời giải

Xét phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (*), có $\Delta' = m + 2$.

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ m+2 > 0 \\ m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \{-1; 2\} \\ m > -2 \end{cases} \quad (\text{I}).$$

$$\text{Khi đó, gọi } x_1, x_2 \text{ là nghiệm của phương trình (*) suy ra } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}.$$

$$\text{Theo bài ra, ta có } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{m-6}{m-2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}.$$

Kết hợp với (I), ta được $\begin{cases} m > 6 \\ m \in (-2; -1) \cup (-1; 2) \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 85: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm

phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A.** $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$. **D.** $m \in (7; +\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 - (m-1)x + m + 2$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m - 7 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -1. \quad (*) \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$.

$$\text{Yêu cầu bài toán } \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} > 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{8m+7}{(m+2)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -\frac{7}{8} \end{cases} \xrightarrow{(*)} -2 \neq m < -1. \quad \text{Chọn C}$$

Dạng 6.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 86: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \geq 1$.

B. $m > 1$.

C. $m > 0$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 1 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 87: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m+1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$.

D. $m \in (0; 28)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi } (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \quad 0 < m < 28$$

Câu 88: Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \leq -3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 4) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vậy $m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 89: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m+1$ luôn nhận giá trị dương.

A. 27.

B. 28.

C. Vô số.

D. 26.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta = (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28$$

Vậy có 27 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 90: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m+7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

A. $m \in [2; 6]$.

B. $m \in (-3; 9)$.

C. $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

D. $m \in (-9; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - 4(2m+7) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m - 27 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 9.$$

Câu 91: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?

A. $m > -1$.

B. $-1 \leq m \leq 3$.

C. $-1 < m \leq 3$.

D. $-1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn B

TH1: $m+1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ Bất phương trình trở thành $4 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ Bất phương trình có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3 (**)$$

Từ và ta suy ra: $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 92: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.

B. $1 \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.

C. $m \neq 1$.

D. $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = (m+1)x^2 - 2mx - (m-3)$

Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

TH1: Với $m = -1$ thì $f(x) = 2x + 4$

Khi đó $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ không thỏa mãn nên loại $m = -1$

TH2: Với $m \neq -1$, $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$a > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

$$\Delta' = m^2 + (m+1)(m-3) = 2m^2 - 2m - 3$$

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2} \text{ suy ra } \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$$

Câu 93: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m > 2019$. **B.** $m < 2019$. **C.** $m > 2017$. **D.** $m < 2017$.

Lời giải

Chọn D

Vì tam thức bậc hai $f(x)$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên $f(x) < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - (-1)(m - 2018) < 0 \Leftrightarrow m - 2017 < 0 \Leftrightarrow m < 2017.$$

Câu 94: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

- A.** $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0$: $f(x) = 2x$ đổi dấu

TH2: $m \neq 0$; Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -1 \vee m > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -1$$

Vậy $m < -1$.

Câu 95: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m \in \emptyset$. **B.** $m \in (-2; 2)$.
C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **D.** $m \in [-2; 2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 2x - 5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

Câu 96: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$

C. $-1 \leq m \leq 7$

D. $-1 < m < 7$

Lời giải

Chọn C

$$\text{BPT nghiệm đúng } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 6m - 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 7.$$

Câu 97: Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi

A. $m < 4$

B. $m > 4$

C. $m \leq 4$

D. $m \geq 4$

Lời giải

Chọn D

Ta có BPT $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4.$$

Câu 98: Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi

A. $m \geq \frac{1}{5}$

B. $m > \frac{1}{4}$

C. $m > \frac{1}{5}$

D. $m > \frac{1}{25}$

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1. $m = 0$. Khi đó bất phương trình trở thành: $-2x + 7 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{2}$.

Trường hợp này không thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại.

Trường hợp 2. $m \neq 0$. Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi:

$$mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - 5m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{1}{5}$$

Câu 99: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in \emptyset$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

$$mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$$

+) $m = 0$ thì bất phương trình trở thành: $-1 > 0$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$+) m \neq 0, \text{ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - m(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

Vậy bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm khi $-1 < m \leq 0$.

Câu 100: Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. -5 . **B.** 1 . **C.** 5 . **D.** 8 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 \leq m^2 - 5m + 8 \Leftrightarrow |x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8}$$

$$|x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8} \Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 5m + 8} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của BPT là } \left[m - \sqrt{m^2 - 5m + 8}; m + \sqrt{m^2 - 5m + 8} \right].$$

$$\text{Theo bài ra ta có } b - a = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 5m + 8} = 4 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$$

Tổng tất cả các phần tử của S là 5 .

Câu 101: Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \geq 0, \forall x > 0$.

A. $m \leq 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $m < 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2 - 2x - m \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq m$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$, hoành độ đỉnh của parabol

$x_l = \frac{-b}{2a} = 1$. Do đó có bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y	0	-1	$+\infty$

Dựa vào bbt ta có $x^2 - 2x \geq m, \forall x > 0$ khi và chỉ khi $m \leq -1$.

Câu 102: Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

A. $[-1; 6]$. **B.** $(-1; 6)$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow (m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1 \geq 0$ (*).

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi (*) đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+) $m = -10$: (*) trở thành: $24x + 1 \geq 0$ không đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $m = -10$ loại.

+) $m \neq -10$: (*) đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-2)^2 - (m+10) \leq 0 \\ m+10 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m - 6 \leq 0 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 6 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 6$.

Vậy với $-1 \leq m \leq 6$ thì hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 103: Cho bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m-11 \leq 0$ (1). Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x < -4$. Khi đó số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Đặt $f(x) = (m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m-11$

TH1: $m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$

(1) $\Leftrightarrow -4x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{9}{4}$ không thỏa đề

TH2: $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

$\Delta' = (4-3m)^2 - (m-2)(10m-11) = -m^2 + 7m - 6$

Bảng xét dấu Δ'

m	$-\infty$	1	6	$-\infty$	
Δ'	-	0	+	0	-

* Nếu $m > 6$ thì $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ không thỏa đề

* Nếu $m \leq 1$ thì $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ thỏa đề

* Nếu $2 < m < 6$ thì $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$-\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Khi đó $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in (x_1, x_2)$ không thỏa đề

* Nếu $1 < m < 2$ thì $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$-\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Khi đó $f(x) \leq 0 \quad \forall x < -4 \Leftrightarrow -4 \leq x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x_1 + 4 < x_2 + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 4 + x_2 + 4 > 0 \\ (x_1 + 4)(x_2 + 4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + 8 > 0 \\ x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) + 16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(3m-4)}{m-2} + 8 > 0 \\ \frac{10m-11}{m-2} + \frac{8(3m-4)}{m-2} + 16 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{14m-24}{m-2} > 0 \\ \frac{50m-75}{m-2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14m-24 < 0 \\ 50m-75 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{12}{7} \\ m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

So sánh điều kiện suy ra $1 < m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Cách 2:

Ta có $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m-11 \leq 0$ (1)

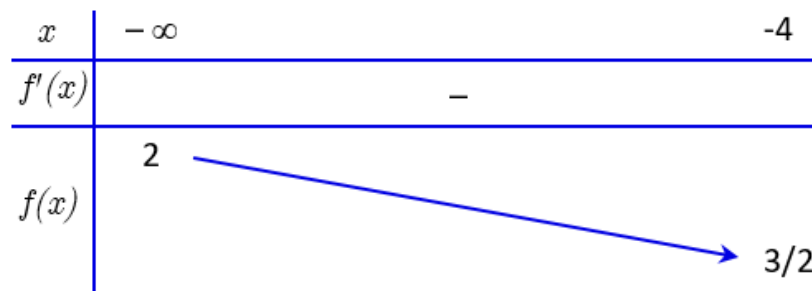
$$\Leftrightarrow m(x^2 - 6x + 10) - 2x^2 + 8x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10}$ với $x < -4$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(4x-8)(x^2-6x+10) - (2x-6)(2x^2-8x+11)}{(x^2-6x+10)^2} = \frac{-4x^2+18x-14}{(x^2-6x+10)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} (l) \\ x = 1 (l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x < -4 \Leftrightarrow m \leq f(x), \forall x < -4 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Câu 104: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m \geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m = -1 \Rightarrow$ bpt $\Leftrightarrow 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ không nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m \neq -1 \Rightarrow$ bpt nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m-1)^2 - (m+1)(2-2m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -\frac{1}{3} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{0; 1\}$.

Câu 105: Để bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $m \leq \frac{1}{5}$.

B. $m > \frac{1}{20}$.

C. $m \leq \frac{1}{20}$.

D. $m > \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow 5x^2 - x + m > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 20m < 0 \\ 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{20}.$$

Câu 106: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 107: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m > \frac{4}{3}$.

B. $m > -1$.

C. $m < -\frac{4}{3}$.

D. $m < -1$.

Lời giải

Chọn C

- Với $m = -1$ ta có: $x > -1$ không thỏa mãn.

- Với $m \neq -1$ ta có:

$$(m+1)x^2 + mx + m < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ m^2 - 4(m+1)m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \begin{cases} m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 108: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:

A. $m > 0$.

B. $m < 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

$-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 2x - m - 1 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \\ -m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Câu 109: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{4}$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m > \frac{1}{4}$.

D. $m < \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $-x^2 + x - m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $-x^2 + x - m \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}$.

Câu 110: Bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

- A.** $m \in [1; +\infty)$. **B.** $m \in (2; +\infty)$. **C.** $m \in (1; +\infty)$. **D.** $m \in (-2; 7)$.

Lời giải

Chọn A

$$(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m+3 \geq 0 \\ m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m > 1 \\ -4(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 111: Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0$, $\forall x \in (0; 1)$.

- A.** $m > 1$. **B.** $m < \frac{1}{2}$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow -2m(x-1) > x^2 - 2x + 1, \forall x \in (0; 1) \quad (*)$$

Vì $x \in (0; 1) \Rightarrow x-1 < 0$ nên $(*) \Leftrightarrow -2m < \frac{x^2 - 2x + 1}{x-1} = x-1 = g(x), \forall x \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow -2m \leq g(0) = -1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$$

DẠNG 7. TÌM M ĐỂ HỆ BPT BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 112: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(3-x) > 0 \\ x-3m+2 < 0 \end{cases}$ vô nghiệm khi

- A.** $m \leq -1$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m > -1$. **D.** $m < -1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (x+5)(3-x) > 0 \\ x-3m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x < 3 \\ x < 3m-2 \end{cases}$$

Để hệ vô nghiệm thì $3m-2 \leq -5 \Leftrightarrow 3m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -1$.

Câu 113: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 < 0 \\ x^2 - (2m+1)x + m(m+1) \leq 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 2$. B. $\begin{cases} m \leq -\frac{1}{2} \\ m \geq 2 \end{cases}$ C. $\frac{1}{2} < m < 1$. D. $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hệ bất phương trình (I) $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 < 0 & (1) \\ x^2 - (2m+1)x + m(m+1) \leq 0 & (2) \end{cases}$.

$(1) \Leftrightarrow (2x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2 \Leftrightarrow S_1 = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

$(2) \Leftrightarrow (x-m)[x-(m+1)] \leq 0 \Leftrightarrow m \leq x \leq m+1 \Leftrightarrow S_2 = [m; m+1]$.

Hệ (I) vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{1}{2} \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Câu 114: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x > 5 \\ x^2 - (m-1)x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm.

A. $\begin{cases} m \geq 5 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 5 \\ m < -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} x^2 - 4x > 5 \\ x^2 - (m-1)x - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 5 \\ x < -1 \end{cases} (*) \\ (x+1)(x-m) \leq 0 (**) \end{cases}$

+) Nếu $m = -1$ thì $(**) \Leftrightarrow x = -1$. Kết hợp $(*)$ suy ra hệ bpt vô nghiệm $\Rightarrow m = -1$ loại.

+) Nếu $m > -1$ thì $(**) \Leftrightarrow -1 < x < m$. Kết hợp với $(*)$ suy ra hệ bpt có nghiệm $\Leftrightarrow m > 5$.

+) Nếu $m < -1$ thì $(**) \Leftrightarrow m < x < -1$. Kết hợp với $(*)$ suy ra với $m < -1$ thì hệ bpt luôn có nghiệm.

Vậy hệ bpt có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < -1 \end{cases}$.

Câu 115: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 \\ x < m-1 \end{cases}$ vô nghiệm khi

A. $m \leq -2$. B. $m > -2$. C. $m < -1$. D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 \\ x < m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 4 \\ x < m-1 \end{cases}$

Do đó hệ bất phương trình đã cho vô nghiệm khi $m - 1 \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Câu 116: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi

- A.** $m > 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \neq 1$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

$x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > m$.

Do đó hệ có nghiệm khi $m < 1$.

Câu 117: Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + m < 0 & (1) \\ 3x^2 - x - 4 \leq 0 & (2) \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

- A.** $m > -\frac{8}{3}$. **B.** $m < 2$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m \geq -\frac{8}{3}$.

Lời giải

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{4}{3}$. Suy ra $S_1 = \left[-1; \frac{4}{3}\right]$

Bất phương trình (2) $\Leftrightarrow x < -\frac{m}{2}$. Suy ra $S_2 = \left(-\infty; -\frac{m}{2}\right)$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow -\frac{m}{2} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Chọn C

Câu 118: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 & (1) \\ x - m > 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi:

- A.** $m > 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \neq 1$.

Lời giải

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$. Suy ra $S_1 = [-1; 1]$.

Bất phương trình (2) $\Leftrightarrow x > m$. Suy ra $S_2 = (m; +\infty)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m < 1$.

Chọn C

Câu 119: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 & (1) \\ x < m-1 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

- A.** $m < 5$. **B.** $m > -2$. **C.** $m = 5$. **D.** $m > 5$.

Lời giải

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -3 < x < 4$. Suy ra $S_1 = (-3; 4)$.

Bất phương trình có $S_2 = (-\infty; m-1)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m-1 > -3 \Leftrightarrow m > -2. \text{ Chọn B}$$

Câu 120: Tìm m để $-9 < \frac{3x^2 + mx - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $-3 < m < 6$.

B. $-3 \leq m \leq 6$.

C. $m < -3$.

D. $m > 6$.

Lời giải

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$-9(x^2 - x + 1) < 3x^2 + mx - 6 < 6(x^2 - x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 + (m-9)x + 3 > 0 & (1) \\ 3x^2 - (m+6)x + 12 > 0 & (2) \end{cases}$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow$ và nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} < 0 \\ \Delta_{(2)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-9)^2 - 144 < 0 \\ (m+6)^2 - 144 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 6.$$

Câu 121: Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.

A. $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

B. $1 < m \leq \frac{5}{3}$.

C. $m \leq -\frac{5}{3}$.

D. $m < 1$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương

$$\begin{cases} \frac{3x^2 + 2x + 2 + m}{2x^2 - 3x + 2} \geq 0 \\ \frac{13x^2 - 26x + 14 - m}{2x^2 - 3x + 2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2x + 2 + m \geq 0 & (1) \\ 13x^2 - 26x + 14 - m > 0 & (2) \end{cases}$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow$ và nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} \leq 0 \\ \Delta_{(2)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^2 - 4 \cdot 3(2+m) \leq 0 \\ 26^2 - 4 \cdot 13(14-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{-5}{3} \\ m < 1 \end{cases} \text{ Chọn A}$$

Câu 122: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2 - 2mx + 1 \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$.

B. $m = 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \neq 1$.

Lời giải

Bất phương trình $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Suy ra $S_1 = (1; +\infty)$.

$$\text{Bất phương trình } x^2 - 2mx + 1 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 \leq m^2 - 1 \Leftrightarrow (x - m)^2 \leq m^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{m^2 - 1} \leq x - m \leq \sqrt{m^2 - 1}$$

$$\Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 1} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 1}. \text{ Suy ra } S_2 = [m - \sqrt{m^2 - 1}; m + \sqrt{m^2 - 1}].$$

$$\text{Để hệ có nghiệm} \Leftrightarrow m + \sqrt{m^2 - 1} > 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 1} > 1 - m \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m < 0 \\ m^2 - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq -1 \vee m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Đối chiếu điều kiện, ta được $m > 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A**

Câu 123: Tìm m để hệ $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 - m \leq 0 & (1) \\ x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m \leq 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $0 < m < \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$. **B.** $0 \leq m \leq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $0 \leq m < \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$. **D.** $0 < m \leq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Điều kiện để có nghiệm là $\Delta' = m \geq 0$.

Khi đó (1) có tập nghiệm $S_1 = [1 - \sqrt{m}; 1 + \sqrt{m}]$.

Ta thấy có tập nghiệm $S_2 = [m; m + 1]$.

$$\text{Hệ có nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 + \sqrt{m} \\ 1 - \sqrt{m} \leq m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}. \text{ **Chọn B**}$$

Câu 124: Tìm m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 & (1) \\ (m - 1)x - 2 \geq 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq \frac{3}{2}$. **B.** $m \geq \frac{3}{2}$. **C.** $m \in \emptyset$. **D.** $m \geq -1$.

Lời giải

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$. Suy ra $S_1 = [-1; 4]$.

Giải bất phương trình

Với $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì bất phương trình trở thành $0x \geq 2$: vô nghiệm.

Với $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì bất phương trình tương đương với $x \geq \frac{2}{m - 1}$.

Suy ra $S_2 = \left[\frac{2}{m-1}; +\infty \right)$. Hệ bất phương trình có nghiệm khi $\frac{2}{m-1} \leq 4 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$.

Với $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$ thì bất phương trình tương đương với $x \leq \frac{2}{m-1}$.

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{2}{m-1} \right]$.

Hệ bất phương trình có nghiệm khi $\frac{2}{m-1} \geq -1 \Leftrightarrow m \leq -1$

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq \frac{3}{2}$. **Chọn B**

Câu 125: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 10x + 16 \leq 0(1) \\ mx \geq 3m + 1(2) \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m > -\frac{1}{5}$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $m > -\frac{1}{11}$.

D. $m > \frac{1}{32}$.

Lời giải

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -8 \leq x \leq -2$. Suy ra $S_1 = [-8; -2]$.

Giải bất phương trình

Với $m = 0$ thì bất phương trình trở thành $0x \geq 1$: vô nghiệm.

Với $m > 0$ thì bất phương trình tương đương với $x \geq \frac{3m+1}{m}$.

Suy ra $S_2 = \left[\frac{3m+1}{m}; +\infty \right)$.

Hệ bất phương trình vô nghiệm khi $\frac{3m+1}{m} > -2 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{5}$.

Với $m < 0$ thì bất phương trình tương đương với $x \leq \frac{3m+1}{m}$.

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{3m+1}{m} \right]$. Hệ bất phương trình vô nghiệm khi

$$\frac{3m+1}{m} < -8 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{11}$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $m > -\frac{1}{11}$. **Chọn C**

Câu 126: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 \leq 0(2) \\ x^2 - 6x + 5 \leq 0(1) \end{cases}$. Để hệ bất phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp của tham số a là:

A. $0 \leq a \leq 2$.

B. $0 \leq a \leq 4$.

C. $2 \leq a \leq 4$.

D. $0 \leq a \leq 8$.

Lời giải

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5$. Suy ra $S_1 = [1; 5]$.

Ta thấy có tập nghiệm $S_2 = [a+1-\sqrt{2a}; a+1+\sqrt{2a}]$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} a+1+\sqrt{2a} \geq 1 \\ a+1-\sqrt{2a} \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq a \leq 2$. **Chọn A**

DẠNG 8. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 127: Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 + |x - 2| \leq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. Vô số.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 1 + |x - 2| \leq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 + 2 - x \leq 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 + x - 2 \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 2 \\ 2 \leq x \leq 1 + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 1 + \sqrt{2}. \text{ Với } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1; 2\}. \end{aligned}$$

Câu 128: Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $|x^2 - 4x| < 0$.

A. $\emptyset$.

B. $\{\emptyset\}$.

C. $(0; 4)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Do $|x^2 - 4x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình $|x^2 - 4x| < 0$ vô nghiệm.

Câu 129: Tìm m để $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ với mọi số thực x

A. $-2 < m < 3$.

B. $m > \frac{3}{2}$.

C. $m > 3$.

D. $m < \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có:

$$\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m \Leftrightarrow \left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| + (x-1)^2 > \frac{3}{2} - m.$$

Do $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| + (x-1)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

nên bất phương trình đúng với mọi số thực $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{3}{2} - m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$.

Cách 2: Ta có $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ với mọi số thực $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = 1^2 + \left(\frac{1}{2} - m\right) < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$.

Cách 3: Tự luận

$\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$

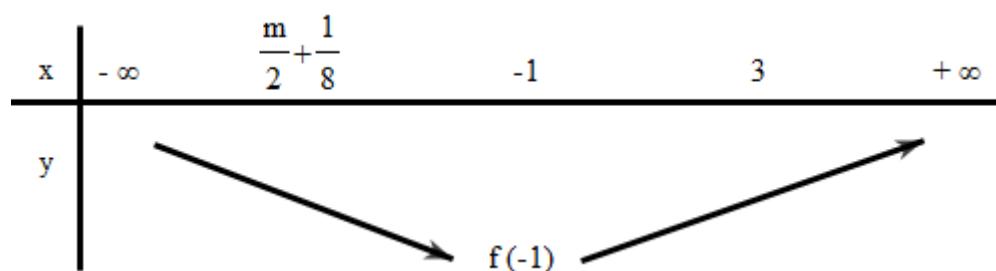
$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - \frac{1}{2} + \left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > 0$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x + m - \frac{1}{2} + \left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right|$.

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - m - 1 & \text{khi } x \geq \frac{m}{2} + \frac{1}{8} \\ x^2 - 6x + 3m & \text{khi } x < \frac{m}{2} + \frac{1}{8} \end{cases}$

TH1: $\frac{m}{2} + \frac{1}{8} \leq -1 \Rightarrow m \leq -\frac{9}{4}$.

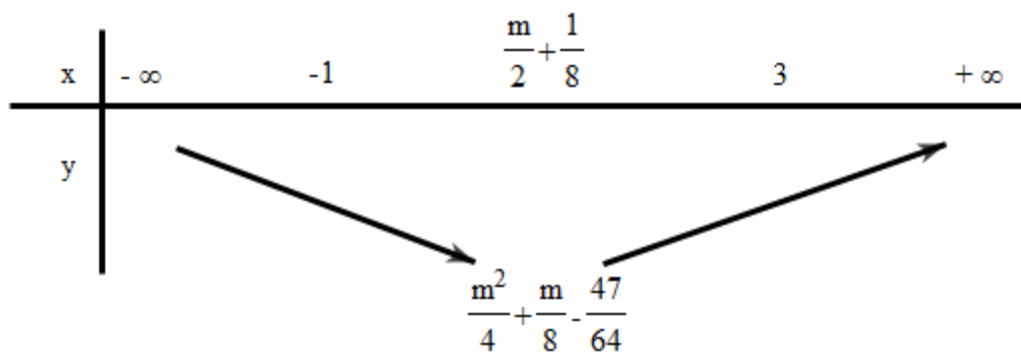
BBT:



Để $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(1) = -2 - m > 0 \Leftrightarrow m < -2$.

TH2: $-1 < \frac{m}{2} + \frac{1}{8} \leq 3 \Rightarrow -\frac{9}{4} < m \leq \frac{23}{4}$.

BBT:



$$\text{Để } f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f\left(\frac{m}{2} + \frac{1}{8}\right) = \frac{m^2}{4} + \frac{m}{8} - \frac{47}{64} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{4} - \sqrt{3} \\ m > -\frac{1}{4} + \sqrt{3} \end{cases}.$$

TH3: $\frac{m}{2} + \frac{1}{8} > 3 \Rightarrow m > \frac{23}{4}$.

BBT:



$$\text{Để } f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(3) = -9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > 3.$$

$$\Rightarrow \text{Kết hợp 3 trường hợp ta có } m \in \left(-\infty; -\frac{1}{4} - \sqrt{3}\right) \cup \left(-\frac{1}{4} + \sqrt{3}; +\infty\right).$$

Câu 130: Gọi $S = [a; b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x ta có $\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right| \leq 2$

. Tính tổng $a + b$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 4

Lời giải

Chọn C

Từ yêu cầu của đề ta có nhận xét là $\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right|$ xác định với mọi x nên suy ra:

$$x^2 - mx + 4 \neq 0 \quad \forall x \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$$

$$\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right| \leq 2 \quad \forall x \Leftrightarrow |x^2 + x + 4| \leq 2|x^2 - mx + 4| \quad \forall x \Leftrightarrow (x^2 + x + 4)^2 \leq 4(x^2 - mx + 4)^2 \quad \forall x$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 - (2m+1)x + 4)(3x^2 - (2m-1)x + 12) \geq 0 \quad \forall x$$

Ta có tam thức $(3x^2 - (2m-1)x + 12)$ có $\Delta = (2m-1)^2 - 144 < 0 \quad \forall m \in (-4; 4)$

$$\Rightarrow \forall m \in (-4; 4) \text{ thì } (3x^2 - (2m-1)x + 12) > 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Như vậy } (1) \Leftrightarrow 2x^2 - (2m+1)x + 4 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = (2m+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 \leq 0 \Rightarrow 4m^2 + 4m - 28 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{29}}{2} \leq m \leq \frac{-1+\sqrt{29}}{2}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } m \in (-4; 4) \Rightarrow a = \frac{-1-\sqrt{29}}{2}; b = \frac{-1+\sqrt{29}}{2} \Rightarrow a+b = -1.$$

Câu 131: Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x-m| + x^2 + 2 > 2mx$ thỏa mãn với mọi x là

- A. $m \in \emptyset$. B. $m > -\sqrt{2}$. C. $m < \sqrt{2}$. **D. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có bpt } 2|x-m| + x^2 + 2 > 2mx \Leftrightarrow 2|x-m| + |x-m|^2 + 2 - m^2 > 0$$

Đặt $t = |x-m| \geq 0$. Bất phương trình đã cho có nghiệm với mọi x

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 2 - m^2 > 0, \forall t \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 2 > m^2, \forall t \geq 0 \Leftrightarrow m^2 < \min_{[0; +\infty)} (t^2 + 2t + 2)$$

$$\Leftrightarrow m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}.$$

Câu 132: Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x+m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là

- A. $-1 < m < \frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2} < m < 1$. C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. **D. $\frac{1}{2} < m < 1$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình đã cho tương đương: } (x+m)^2 + 2|x+m| + 2m^2 - 3m + 1 < 0, (1).$$

$$\text{Đặt } t = |x+m|, t \geq 0.$$

$$\text{Bất phương trình (1) trở thành: } t^2 + 2t + 2m^2 - 3m + 1 < 0, (2).$$

$$\text{Ta có: } \Delta' = -2m^2 + 3m.$$

Nếu $\Delta' \leq 0$ thì vế trái (2) luôn lớn hơn hoặc bằng 0, nên loại trường hợp này.

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{3}{2}$, (*), thì tam thức bậc 2 ở vế trái có 2 nghiệm phân biệt

$$t_1 = -1 - \sqrt{-2m^2 + 3m}, t_2 = -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m}.$$

Khi đó bất phương trình (2) $\Leftrightarrow t_1 < t < t_2$, mà điều kiện $t \geq 0$.

Vậy để bất phương trình có nghiệm thì $t_2 > 0 \Leftrightarrow -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{-2m^2 + 3m} > 1$
 $\Leftrightarrow -2m^2 + 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$.

So với điều kiện (*), suy ra $\frac{1}{2} < m < 1$.

DẠNG 9. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 133: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1$.

- A.** $S = \emptyset$. **B.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^2 + 2 \leq x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 134: Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \leq 2x-3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0; 7)$?

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{2x-1} \leq 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-3 \geq 0 \\ 2x-1 \leq (2x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ 4x^2 - 14x + 10 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 1 \vee x \geq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện: } \begin{cases} x \in (0; 7) \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ suy ra } x \in \{3; 4; 5; 6\}$$

Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0; 7)$.

Câu 135: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 15} > 2x + 5$.

- A.** $S = (-\infty; -3]$. **B.** $S = (-\infty; 3)$. **C.** $S = (-\infty; 3]$. **D.** $S = (-\infty; -3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sqrt{x^2 - 2x - 15} > 2x + 5 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0 \\ 2x + 5 < 0 \\ 2x + 5 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 15 > (2x + 5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 5 \\ x < -\frac{5}{2} \\ x \geq -\frac{5}{2} \\ 3x^2 + 22x + 40 < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq -\frac{5}{2} \\ -4 < x < -\frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -3. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-\infty; -3]$.

Câu 136: Bất phương trình $(16 - x^2)\sqrt{x - 3} \leq 0$ có tập nghiệm là

- A.** $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$. **B.** $[3; 4]$. **C.** $[4; +\infty)$. **D.** $\{3\} \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Khi $x = 3$ thì $0 \leq 0$ suy ra $x = 3$ là nghiệm.

Khi $x > 3$ thì $16 - x^2 \leq 0 \Rightarrow x \geq 4$.

Vậy tập nghiệm $S = \{3\} \cup [4; +\infty)$.

Câu 137: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018}x$.

- A.** $T = (-\infty; 1)$. **B.** $T = (-\infty; 1]$. **C.** $T = (1; +\infty)$. **D.** $T = [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018}x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2017 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x^2 + 2017 \leq 2018x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \geq 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = [1; +\infty)$.

Câu 138: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x+3}{2x-3} - \frac{x}{2x-1} \leq 0 \\ \sqrt{x^2 + 3} + 3x < 1 \end{cases}$ là

- A.** $S = \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{8}\right]$. **B.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$. **C.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. **D.** $S = \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{8}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x-3 \neq 0 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{3}{2} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2x-3} - \frac{x}{2x-1} \leq 0 \\ \sqrt{x^2+3} + 3x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+3)(2x-1) - x(2x-3)}{(2x-3)(2x-1)} \leq 0 \\ 1-3x \geq 0 \\ x^2+3 < (1-3x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8x-3}{(2x-3)(2x-1)} \leq 0 \\ x \leq \frac{1}{3} \\ 4x^2-3x-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ x \leq \frac{3}{8} \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x > 1 \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{4}.$$

Tập nghiệm của hệ bất phương trình: $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$.

Câu 139: Nghiệm của bất phương trình $\frac{3x-1}{\sqrt{x+2}} \leq 0$ là:

A. $x \leq \frac{1}{3}$.

B. $-2 < x < \frac{1}{3}$.

C. $\begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \neq -2 \end{cases}$.

D. $-2 < x \leq \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{3x-1}{\sqrt{x+2}} \leq 0 \quad (1)$$

Điều kiện: $x > -2$.

$$(1) \Leftrightarrow 3x-1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3}.$$

Kết hợp điều kiện $x > -2$.

$$\Rightarrow -2 < x \leq \frac{1}{3}.$$

Câu 140: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-3} < 2x-1$ là

A. $S = (3; +\infty)$.

B. $S = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$.

C. $S = \left[3; \frac{13}{2}\right]$.

D. $S = [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bất phương trình } CD: 4x + 3y - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 2x - 1 > 0 \\ x - 3 < (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x > \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3.$$

Vậy $S = [3; +\infty)$.

Câu 141: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 1} - x + 2 \geq 0$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{3 - \sqrt{7}}{2}\right] \cup [3; +\infty)$.
 B. $\left(-\infty; \frac{3 - \sqrt{7}}{2}\right)$.
 C. $\left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2}; 3\right)$.
 D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 1} - x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 < 0 \\ 2x^2 - 6x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \\ x \geq \frac{3 + \sqrt{7}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \\ x \geq 3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bpt đã cho là $S = \left(-\infty; \frac{3 - \sqrt{7}}{2}\right] \cup [3; +\infty)$.

Câu 142: Bất phương trình $\sqrt{2x - 1} \leq 3x - 2$ có tổng năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là

- A. 10. B. 20. C. 15. D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \\ 2x - 1 \leq (3x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 9x^2 - 14x + 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{9} \\ x \geq 1 \end{cases}$$

nhất $x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 143: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+2} \leq x$ là

A. $[2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1]$.

C. $[-2; 2]$.

D. $[-1; 2]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x+2 \leq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 0 \\ x \geq 2 \vee x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow [2; +\infty)$$

Câu 144: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2(x^2+1)} \leq x+1$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sqrt{2(x^2+1)} \leq x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 2(x^2+1) \geq 0 \\ 2(x^2+1) \leq (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2-2x+1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ (x-1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Vậy bất phương trình đã cho có một nghiệm nguyên

Câu 145: Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-1)\sqrt{x+1} \geq 0$ là

A. $S = [-1; +\infty)$.

B. $S = \{-1\} \cup (1; +\infty)$.

C. $S = \{-1\} \cup [1; +\infty)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXD: $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

Lập bảng xét dấu ta dễ dàng suy ra kết quả.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = \{-1\} \cup [1; +\infty)$. **Chọn C**

Cách 2: Xét 2 trường hợp $x=1$ và x khác 1.

Câu 146: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2-5x)\sqrt{2x^2-3x-2} \geq 0$ là

A. $\begin{cases} x \geq 5 \\ x = 2 \\ x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$.

D. $x \in \left\{ \frac{-1}{2}; 0; 2; 5 \right\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{TH1: } 2x^2-3x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{-1}{2} \end{cases}$$

TH2: $2x^2 - 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$. Khi đó bất phương trình trở thành: $x^2 - 5x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện ta có $\begin{cases} x \geq 5 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\begin{cases} x \geq 5 \\ x = 2 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 147: Tổng các giá trị nguyên dương của m để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\frac{m}{72}x^2 + 1} < \sqrt{x}$ có

chứa đúng hai số nguyên là

A. 5.

B. 29.

C. 18.

D. 63.

Lời giải

Chọn B

Đk: $x \geq 0$.

Với m nguyên dương, ta có $\sqrt{\frac{m}{72}x^2 + 1} < \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{m}{72}x^2 - x + 1 < 0$.

Bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = 1 - \frac{m}{18} > 0 \Leftrightarrow m < 18$. Suy ra $0 < m < 18$.

Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm dương của phương trình $\frac{m}{72}x^2 - x + 1 = 0$.

Khi đó $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{72}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{72}{m} \end{cases}$ và tập nghiệm của bất phương trình là $S = (x_1; x_2)$.

Đk cần: Giả sử tập S có đúng hai nghiệm nguyên $\Rightarrow 1 < x_2 - x_1 \leq 3 \Rightarrow 1 < (x_2 - x_1)^2 \leq 9$.

Ta có $(x_2 - x_1)^2 = (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = \left(\frac{72}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{72}{m}\right)$.

Suy ra $1 < \left(\frac{72}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{72}{m}\right) \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{72}{m} > 2 + \sqrt{5} \\ \frac{72}{m} \leq 2 + \sqrt{13} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left[\frac{72}{2 + \sqrt{13}}; \frac{72}{2 + \sqrt{5}}\right)$.

Do đó $\begin{cases} m \in \left[\frac{72}{2 + \sqrt{13}}; \frac{72}{2 + \sqrt{5}}\right) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{13; 14; 15; 16\}$.

Đk đủ: Với $m \in \{13; 14; 15; 16\}$, ta thay từng giá trị của m vào bất phương trình, ta thấy chỉ có $m \in \{14; 15\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy, các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là $m \in \{14; 15\}$.

Do đó tổng của các giá trị nguyên dương của m bằng 29.

Câu 148: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 2x - 2$ có dạng $S = (-\infty; a] \cup [b; c]$. Tính tổng $P = a + b + c$?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 2x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 \leq 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq (2x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1 \\ x \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \leq -3 \end{cases}.$$

$$+ \begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq (2x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 3x^2 - 10x + 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 1 \leq x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq \frac{7}{3}.$$

$$\text{Hợp các trường hợp trên ta được } \begin{cases} x \leq -3 \\ 1 \leq x \leq \frac{7}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Tập nghiệm của bất phương là } S = (-\infty; -3] \cup \left[1; \frac{7}{3}\right] \Rightarrow a + b + c = \frac{1}{3}.$$

Câu 149: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} \geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$ là $[a; b]$. Khi đó giá trị

biểu thức $P = 3a - 2b$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$.

$$\sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} \geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow \frac{6x-4}{\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}} \geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Leftrightarrow (6x-4) \left(\frac{1}{\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}} - \frac{1}{5\sqrt{x^2+1}} \right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (6x-4) \left(\frac{5\sqrt{x^2+1} - (\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})}{5\sqrt{x^2+1}(\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})} \right) \geq 0 \quad (1)$$

Xét $f(x) = 5\sqrt{x^2+1}$ với $x \in [-2; 2]$ có $\min f(x) = 5$.

Xét $g(x) = \sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}$ với $x \in [-2; 2]$ có $\max g(x) = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

Khi đó $\frac{5\sqrt{x^2+1} - (\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})}{5\sqrt{x^2+1}(\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})} > 0, \forall x \in [-2; 2]$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow 6x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$,

Kết hợp với điều kiện $S = \left[\frac{2}{3}; 2\right]$, tức $\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow P = 3a - 2b = -2$.

Câu 150: Biết tập nghiệm của bất phương trình $x - \sqrt{2x+7} \leq 4$ là $[a; b]$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + b$.

A. $P = 2$.

B. $P = 17$.

C. $P = 11$.

D. $P = -1$.

Lời giải

Chọn A

$$x - \sqrt{2x+7} \leq 4 \Leftrightarrow x - 4 \leq \sqrt{2x+7}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+7 \geq 0 \\ x-4 < 0 \\ x-4 \geq 0 \\ (x-4)^2 \leq 2x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} \leq x < 4 \\ x \geq 4 \\ x^2 - 10x + 9 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} \leq x < 4 \\ 4 \leq x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} \leq x \leq 9$$

Suy ra $a = -\frac{7}{2}; b = 9$. Nên $P = 2a + b = 2$.

Câu 151: Giải bất phương trình $4(x+1)^2 < (2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2$ ta được tập nghiệm T là:

A. $T = (-\infty; 3)$.

B. $T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3]$.

C. $T = \left[-\frac{3}{2}; 3\right)$.

D. $T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

+) Xét bất phương trình $4(x+1)^2 < (2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2$ (1).

+) Điều kiện xác định $x \geq -\frac{3}{2}$, (*).

+) Với điều kiện (*) ta có: $(1) \Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot (1+\sqrt{3+2x})^2 < (2x+10) \cdot 4(x+1)^2$.

$$\Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot [4+2x+2\sqrt{3+2x}-2x-10] < 0.$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 (2\sqrt{3+2x}-6) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 3+2x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x < 3 \end{cases}.$$

+) Kết hợp điều kiện (*) ta được $\begin{cases} x \neq -1 \\ -\frac{3}{2} \leq x < 3 \end{cases}.$

$$\Rightarrow \text{Tập nghiệm của bất phương trình (1) là } T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3).$$

Cách 2:

+) Thay $x = -1$ vào bất phương trình ta được $0 < 0 \Rightarrow$ loại A, C .

+) Thay $x = 3$ vào bất phương trình ta được $64 < 64 \Rightarrow$ loại B .

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D

Câu 152: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{5x-1}-\sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$. Tập nào sau đây là phần bù của S ?

A. $(-\infty; 0) \cup [10; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2] \cup (10; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2) \cup [10; +\infty)$. **D.** $(0; 10)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x \geq 2$.

$$\text{Ta có } \sqrt{5x-1}-\sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4} \Leftrightarrow \sqrt{5x-1} > \sqrt{x-1} + \sqrt{2x-4}$$

$$\Leftrightarrow 5x-1 > x-1+2x-4+2\sqrt{x-1}\sqrt{2x-4} \Leftrightarrow x+2 > \sqrt{2x^2-6x+4}$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+4 > 2x^2-6x+4 \Leftrightarrow x^2-10x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 10 \Rightarrow S = [2; 10)$$

Vậy phần bù của S là $(-\infty; 2) \cup [10; +\infty)$.

Câu 153: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $[-5; 5]$ của bất phương trình: $\sqrt{x^2-9} \left(\frac{3x-1}{x+5} \right) \leq x\sqrt{x^2-9}$?

A. 5.

B. 0.

C. 2.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2-9 \geq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \\ x \neq -5 \end{cases}.$$

Với điều kiện trên, $\sqrt{x^2-9}\left(\frac{3x-1}{x+5}\right) \leq x\sqrt{x^2-9} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9}\left(\frac{3x-1}{x+5}-x\right) \leq 0$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{x^2-9}\frac{(x+1)^2}{x+5} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9}\frac{(x+1)^2}{x+5} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-9=0 \\ x^2-9>0 \\ \frac{(x+1)^2}{x+5} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee x<-3 \\ x+5>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee x<-3 \\ x>-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee -5<x<-3 \end{cases}$$

So với điều kiện ta được $\begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee -5<x<-3 \end{cases}$

Vì x nguyên và thuộc $[-5; 5]$ nên $x \in \{\pm 3; \pm 4; 5\}$ suy ra tổng các nghiệm bằng 5.

Câu 154: Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là

A. $-5 < x \leq -3$.

B. $3 < x \leq 5$.

C. $2 < x \leq 3$.

D. $-3 \leq x \leq -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ tương đương với

$$\begin{cases} \begin{cases} -x^2+6x-5 \geq 0 \\ 8-2x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 8-2x \geq 0 \\ -x^2+6x-5 > (8-2x)^2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 4 \\ 5x^2-38x+69 < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 4 \\ 3 < x < \frac{23}{5} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $3 < x \leq 5$.

Câu 155: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2+4x+3\sqrt{3-2x-x^2} > 1$ là

A. $(-3; 1]$.

B. $(-3; 1)$.

C. $[-3; 1)$.

D. $[-3; 1]$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{3-2x-x^2} \geq 0 \Rightarrow x^2+2x=3-t^2$.

Bất phương trình cho trở thành: $-2t^2+3t+5 > 0 \Leftrightarrow -1 < t < \frac{5}{2}$.

$$\text{Suy ra } 0 \leq \sqrt{3-2x-x^2} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq 3-2x-x^2 \\ 3-2x-x^2 < \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 1 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1.$$

Câu 156: Đề bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a$ nghiệm đúng $\forall x \in [-5; 3]$, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $a \geq 3$.

B. $a \geq 4$.

C. $a \geq 5$.

D. $a \geq 6$.

Lời giải

Chọn C

$$t = \sqrt{(x+5)(3-x)}, t \in [0; 4] \Rightarrow x^2 + 2x = 15 - t^2$$

Ta có bpt: $t \leq 15 - t^2 + a \Leftrightarrow t^2 + t - 15 \leq a$ (1), $\forall t \in [0; 4]$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t - 15, \forall t \in [0; 4]$, ta tìm được $\max_{[0;4]} f(t) = 5$

Bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\max_{[0;4]} f(t) \leq a$

Vậy $a \geq 5$

Câu 157: Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)} \leq x^2 - 2x + m - 3$. Xác định m để bất phương trình nghiệm với $\forall x \in [-1; 3]$.

A. $0 \leq m \leq 12$.

B. $m \leq 12$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \geq 12$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Với mọi } x \in [-1; 3], \text{ đặt } t = \sqrt{(x+1)(3-x)} \leq \frac{x+1+3-x}{2} \Rightarrow t \in [0; 2].$$

Khi đó bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)} \leq x^2 - 2x + m - 3$ trở thành

$$4t \leq -t^2 + m \Leftrightarrow t^2 + 4t \leq m. \text{ Với } t \in [0; 2] \Rightarrow 0 \leq t^2 + 4t \leq 12, \text{ suy ra } m \geq 12.$$

Câu 158: Cho bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} + m - 1 \geq 0$. Xác định m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [2; 4]$.

A. $m \geq \frac{35}{4}$.

B. $m \leq 9$.

C. $m \leq \frac{35}{4}$.

D. $m \geq 9$.

Lời giải

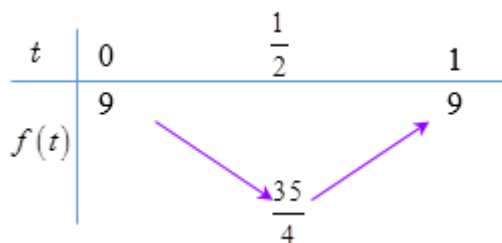
Chọn D

$$\text{Điều kiện } -x^2 + 6x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4].$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{-x^2 + 6x - 8} \quad (0 \leq t \leq 1) \text{ suy ra } x^2 - 6x = -8 - t^2.$$

$$\text{Ta có bất phương trình } -8 - t^2 + t + m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq t^2 - t + 9 \quad (*).$$

Xét $f(t) = t^2 - t + 9$ trên $[0; 1]$ ta có bảng biến thiên như sau:



Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng $\forall x \in [2; 4]$ thì bất phương trình (*) nghiệm đúng với mọi $t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \geq 9$.

Câu 159: Bất phương trình $mx - \sqrt{x-3} \leq m$ có nghiệm khi

A. $m \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$

B. $m \geq 0$.

C. $m < \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $m \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x \geq 3$

Ta có: $mx - \sqrt{x-3} \leq m \Leftrightarrow m(x-1) \leq \sqrt{x-3} \Leftrightarrow m \leq \frac{\sqrt{x-3}}{x-1}$ do $x-1 > 0$ với $\forall x \geq 3$

Xét hàm số: $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-1}$ trên $[3; +\infty)$

$$y' = \frac{5-x}{2(x-1)^2\sqrt{x-3}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

BBT:

x	3	5	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	0

Từ BBT ta có điều kiện có nghiệm của bất phương trình đã cho là: $m \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 160: Có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2018 để bất phương trình $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2-x) \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$

A. 2018

B. 2019

C. 2017

D. 2020

Lời giải

Chọn A

Ta có: $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2-x) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1}$

Đặt $\sqrt{x^2 - 2x + 2} = t, (t \geq 1)$. Khi đó $m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t + 1)^2} > 0, \forall t \geq 1$.

Với $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$ thì $t \in [1; 2]$. Do đó:

$$f(1) = -\frac{1}{2}; f(2) = \frac{2}{3} \Rightarrow \min_{[1; 2]} f(t) = -\frac{1}{2}.$$

$$m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1} \Leftrightarrow m \leq \min_{[1; 3]} f(x) \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}.$$

Vậy $m \in \{-2018; -2017; \dots; -1\}$