

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



LÝ THUYẾT.

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \geq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai...)



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

Câu 5: Giải bất phương trình : $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 < 9$ là:

- A. $(-3; 3)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

- A. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $(-3; 2)$. C. $(-2; 3)$. D. $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:

- A. $(-\infty; 2\sqrt{2})$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\sqrt{2}\}$. C. $\emptyset$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 6x + 9 > 0$ là:

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ là:

- A. $D = [-5; 1]$. B. $D = (-5; 1)$.
C. $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup [5; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là

- A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(0; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 14: Giải bất phương trình $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x$ ta được

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x > -2,5$. D. $x > -2,6$.

Câu 15: Giải bất phương trình: $x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2}$.

- A. $(x \leq 0) \vee (x \geq 2)$. B. $0 \leq x \leq 2$. C. $(x < -2) \vee (x > 2)$. D. $-2 \leq x \leq 2$.

Câu 16: Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}$.

- A. $x > \frac{3}{5}$. B. $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$. C. $-\frac{3}{5} < x < 2$. D. $x < \frac{3}{5}$.

Câu 17: Tìm nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x-3}{x^2+2} + 3 < \frac{4x^2+3x}{x^2+2} - 1$.

- A. $x > -5$. B. $x > 5$. C. $x < 5$. D. $x < -5$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $(1-2x)(2x-5)(x+1) < 0$ là:

- A. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$.
C. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-1; +\infty)$.

Câu 19: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[8; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $[6; +\infty)$.

Câu 20: Bất phương trình $x(x^2 - 1) \geq 0$ có nghiệm là:

- A. $x \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. B. $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.
C. $x \in (-\infty; -1] \cup [0; 1)$. D. $x \in [-1; 1]$.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình: $\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\left(x < -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \vee \left(x > \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.
C. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3} < x < \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 22: Giải bất phương trình: $2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2}$.

- A. $\forall x \neq \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. Vô nghiệm. D. $\forall x$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-1}{1-x} > -x$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 24: Giải bất phương trình: $\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2}$.

- A. $(x \leq -7) \vee (x > -3)$. B. $-7 \leq x < -3$.
C. $-5 \leq x \leq -1$. D. $(x \leq -5) \vee (x > -1)$.

Câu 25: Giải bất phương trình: $\frac{x^2-x+2}{x^2-4} > \frac{-3}{x-2}$.

- A. $x < -4 \vee x > -2$. B. $-4 < x < 2$. C. $-2 < x < 2$. D. $x < -2 \vee x > 2$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+x+1 \leq \frac{9}{x^2+x+1}$ là

- A. $S = [-2; 1]$. B. $S = \left[\frac{-7}{2}; 2\right]$. C. $[-2; 1)$. D. $(-2; 1]$.

Câu 27: Bất phương trình: $\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right| \geq 1$ có nghiệm là:

- A. $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}$, $x \neq \pm 2$. B. $x \leq \frac{8}{5}$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}$.

C. $x < -2$ hoặc $0 \leq x \leq \frac{8}{5}$.

D. $-2 < x \leq 0$ hoặc $x \geq \frac{5}{2}$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0$ là

A. $S = (-\infty; 1)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (0; 1)$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-4; -3)$.

D. $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$.

DẠNG 2: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x) = -x^2 - 2x - m$

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
 $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$$

Câu 5: Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$
 (1)



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Để $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0$ với mọi x thì

A. $-3 \leq m \leq 9$.

B. $m < -3 \vee m > 9$.

C. $-3 < m < 9$.

D. $m \leq -3 \vee m \geq 9$.

Câu 2: Bất phương trình $f(x) = mx^2 - 4x + 3m + 1 > 0$ nghiệm đúng mọi $x > 0$ khi

A. $m > 0$.

B. $m > \frac{4}{3}$.

C. $m > 1$.

D. $m > 2$.

Câu 3: Cho bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = 4$.

D. $k = 5$.

Câu 4: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A.** $m < -1$. **B.** $m > -1$. **C.** $m < -\frac{4}{3}$. **D.** $m > \frac{4}{3}$.

Câu 5: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A.** $m > \frac{3}{2}$. **B.** $m > \frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. **D.** $1 < m < 3$.

Câu 6: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A.** $a = 0$. **B.** $a < 0$. **C.** $0 < a \leq \frac{1}{2}$. **D.** $a \geq \frac{1}{2}$.

Câu 7: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A.** $-14 < m < 2$. **B.** $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. **D.** $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A.** $k = 2$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = 5$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f(x) = (m-3)x^2 + (m+2)x - 4 > 0$$

- A.** $m \leq -22 \vee m \geq 2$. **B.** $-22 \leq m \leq 2$.
C. $-22 < m < 2$. **D.** $\begin{cases} -22 \leq m \leq 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Câu 10: Cho bất phương trình $mx^2 - (2m-1)x + m+1 < 0$ (1). Tìm tất cả các giá thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

- A.** $m \geq \frac{1}{8}$. **B.** $m > \frac{1}{8}$. **C.** $m < \frac{1}{8}$. **D.** $m \leq \frac{1}{8}$.

Câu 11: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A.** $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$$

- A.** 1. **B.** 4.
C. 6. **D.** Nhiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m < 1$ hoặc $m > 6$. **B.** $1 < m < 6$. **C.** $m > 1$. **D.** $1 \leq m < 6$.

- Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 8 \leq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $m < -1$. B. $m > 3$. C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2} < m \leq 3$.
- Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ luôn dương với mọi x
- A. $m < 0 \vee m > 20$. B. $0 < m < 20$. C. $m < 0 \vee m > 28$. D. $0 < m < 28$.
- Câu 16:** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm x .
- A. $m < -\frac{5}{3} \vee m > -1$. B. $-\frac{5}{3} < m < -1$. C. $m \leq 3 \vee m \geq 1$. D. $0 \leq m \leq 28$.
- Câu 17:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2 + 2(m-2)x + m - 4 > 0$ vô nghiệm.
- A. $m \leq 1 \vee m = \frac{1}{2}$. B. $m \leq 1$. C. $m \leq 0$. D. $m \leq 0 \vee m = \frac{1}{2}$.
- Câu 18:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2; 3]$.
- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m \geq 6$. D. $m \leq 7$.
- Câu 19:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 6]$.
- A. $m \geq 7$. B. $m > 4$. C. $m \geq 5$. D. $m \geq 4$.
- Câu 20:** Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 + 1)x + m(x + 3) + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 2]$?
- A. $0 \leq m \leq 2$. B. $m > 0$. C. $m < 2$. D. $0 < m < 2$.
- Câu 21:** Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.
- A. $m = 10$. B. $m = 8$. C. $m = 9$. D. $m = 7$.
- Câu 22:** Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2 + 4x + 6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \leq -\frac{9}{4}$. B. $m \leq -2$. C. $m \leq -2$ hoặc $m \geq -\frac{3}{2}$. D. $-\frac{9}{4} \leq m \leq -2$.
- Câu 23:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{(m^2 + m + 2)x^2 - 2(m+4)x + m + 8}}$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0$.

B. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14}$.

C. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7} \vee m > 0$.

D. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7}$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-3 \leq m \leq 2$.

B. $-3 \leq m \leq 2 \vee m > 5$.

C. $m < -5 \vee -3 \leq m \leq -1$.

D. $-5 \leq m \leq -1$.

Câu 25: Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\frac{(m^3 + 1)x^2 - 2(m^2 + m)x + m}{x^2 + x + 2} \leq 0$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

B. $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m \leq -1 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

D. $m \leq -1 \vee 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

DẠNG 3: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện...}

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 2: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Câu 3: Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

Câu 5: Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm điều kiện của b để $f(x) = x^2 - bx + 3$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$.

B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

- Câu 2:** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?
- A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.
- C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- Câu 3:** Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là
- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.
- C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.
- Câu 4:** Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.
- A. $m > 0$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > \frac{-1}{4}$.
- Câu 5:** Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.
- A. $-2 < m < 7$. B. $-2 \neq m < -1$.
- C. $m < -\frac{7}{8}$ và $m \neq -2$. D. $-2 \neq m < -1 \vee m > 7$.
- Câu 6:** Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1$.
- A. $-2 < m < -1 \vee m > 7$. B. $m < -2 \vee m > 7$.
- C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} < m < 7$.
- Câu 7:** Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$?
- A. $-2 < m < 4$. B. $m < -2 \vee m > 4$. C. $-1 < m < 3$. D. $m < -1 \vee m > 3$.
- Câu 8:** Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:
- A. $m < 6$ và $m \neq 2$. B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
- C. $2 < m < 6$. D. $m > 6$.
- Câu 9:** Cho phương trình $(m-5)x^2 + (m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

- A. $m < \frac{22}{7}$. B. $\frac{22}{7} < m < 5$. C. $m \geq 5$. D. $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Câu 10: Giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?

- A. $m < 1$. B. $m > 2$. C. $m > 3$. D. $1 < m < 3$.

Câu 11: Định m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m-2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$.

- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.

Câu 12: Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m-2 = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$?

- A. $-2 \leq m \leq 1$. B. $m < -1 \vee m > 1$. C. $m < \frac{4}{3}$. D. $0 < m < \frac{4}{3}$.

Câu 13: Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- A. $-2 < m < -1$. B. $m > 1$. C. $-5 < m < -3$. D. $-2 < m < 1$.

Câu 14: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

- A. $m < -\frac{7}{2}$. B. $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.
C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$. D. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



LÝ THUYẾT.

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \geq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai...)



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Lời giải

Tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ có $a = -3 < 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = 1$

($f(x)$ cùng dấu với hệ số a).

Suy ra $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$.

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Lời giải

Tam thức $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ có $a = -36 < 0$ và $\Delta = 0$

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right) = 0$

Suy ra $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x + 5 \geq 0$

Xét tam thức vế trái có $\Delta' = -4 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

Lời giải

Ta có $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \leq -2 \\ x^2 - x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \leq 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{đúng } \forall x$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $T = \mathbb{R}$.

Câu 5: Giải bất phương trình: $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

Lời giải

BPT $\Leftrightarrow \frac{(x^2 + x - 1)(x^2 - x) - (x - 2) + x(x^3 - 2)}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + 2) > 0$

$\Leftrightarrow 0 < x < 1 \vee x > 2$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$.

Lời giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow (x+2)^2(x^2 - 2x) \leq 3(x+2)^2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2(x^2 - 2x - 3) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \vee -1 \leq x \leq 3.$$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ xác định khi và chỉ khi $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 9 > 6x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0, \forall x \neq 3.$$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là:

A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 < 9$ là:

A. $(-3; 3)$. B. $(-\infty; -3)$.
C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } x^2 < 9 \Leftrightarrow |x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3 \text{ (chọn A).}$$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

- A. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $(-3; 2)$.
 C. $(-2; 3)$. D. $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - x - 6 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-2; 3)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:

- A. $(-\infty; 2\sqrt{2})$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\sqrt{2}\}$. C. $\emptyset$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0 \Leftrightarrow (x - 2\sqrt{2})^2 < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\emptyset$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 6x + 9 > 0$ là:

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 > 0 \Leftrightarrow x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = -x^2 + 6x + 7$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 7]$$

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ là:

- A. $D = [-5; 1]$. B. $D = (-5; 1)$.
C. $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2 + 4x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -5 \cup x \geq 1$

Tập xác định: $D = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A. $(-\infty; -\frac{3}{2}) \cup (5; +\infty)$. B. $(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [5; +\infty)$.
C. $(-\infty; -\frac{3}{2}) \cup [5; +\infty)$. D. $(-\infty; \frac{3}{2}] \cup [5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2x^2 - 7x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [5; +\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là

- A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(0; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐKXĐ } 3x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

Câu 14: Giải bất phương trình $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x$ ta được

- A. Vô nghiệm. B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x > -2,5$. D. $x > -2,6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5(x-1) - x(7-x) > x^2 - 2x \Leftrightarrow -5 > 0$ vô lý. Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 15: Giải bất phương trình: $x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2}$.

- A. $(x \leq 0) \vee (x \geq 2)$. B. $0 \leq x \leq 2$. C. $(x < -2) \vee (x > 2)$. D. $-2 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét $x^2 - 2x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$x^2 + (x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2 - 2x + 2} \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 4x + 4) \geq 8$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 2)^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 2 \geq 2 \\ x^2 - 2x + 2 \leq -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}.$$

Câu 16: Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}$.

- A. $x > \frac{3}{5}$. B. $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$. C. $-\frac{3}{5} < x < 2$. D. $x < \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\text{PT } \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} > \frac{2x - 1}{x - 2}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} - \frac{(2x - 1)(x - 2)}{(x - 2)^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x - 3}{(x - 2)^2} > 0 \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Kết luận: $x > \frac{3}{5}$ và $x \neq 2$.

Câu 17: Tìm nghiệm của bất phương trình: $\frac{2x-3}{x^2+2} + 3 < \frac{4x^2+3x}{x^2+2} - 1$.

A. $x > -5$.

B. $x > 5$.

C. $x < 5$.

D. $x < -5$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{PT } \frac{2x-3}{x^2+2} + 3 < \frac{4x^2+3x}{x^2+2} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-3+3x^2+6}{x^2+2} < \frac{4x^2+3x-x^2-2}{x^2+2}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+2x+3 < 3x^2+3x-2 \quad (x^2+2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow x > 5.$$

Kết luận: $x > 5$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $(1-2x)(2x-5)(x+1) < 0$ là:

A. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $S = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$.

C. $S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $S = (-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow (2x-1)(2x-5)(x+1) > 0$$

$$\text{Lập bảng xét dấu dễ dàng ta được } S = \left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right).$$

Câu 19: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[8; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1]$.

D. $[6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 1 \end{cases}.$$

Câu 20: Bất phương trình $x(x^2 - 1) \geq 0$ có nghiệm là:

A. $x \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.

C. $x \in (-\infty; -1] \cup [0; 1)$.

D. $x \in [-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B

+ Nhị thức x có nghiệm duy nhất $x = 0$.

+ Tam thức $x^2 - 1$ có hai nghiệm phân biệt -1 và 1 .

+ Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x^2 - 1$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
$x(x^2 - 1)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có $x(x^2 - 1) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình: $\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\left(x < -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \vee \left(x > \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.
- C. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3} < x < \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét $x^2 + x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$; $x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{x-2}{x^2+x+1} < \frac{x+2}{x^2-x+1} \Leftrightarrow (x-2)(x^2-x+1) < (x+2)(x^2+x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 2 < x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Câu 22: Giải bất phương trình: $2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2}$.

- A. $\forall x \neq \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. Vô nghiệm. D. $\forall x$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{BPT: } 2(x+2)^2 \geq 2x + \frac{7}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 6x + \frac{9}{2} \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Kết luận: $\forall x$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-1}{1-x} > -x$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \neq 1$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\frac{x^2+x-1}{1-x}+x>0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{1-x}>0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<x<1$

Kết hợp điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình $S=\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 24: Giải bất phương trình: $\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2}$.

A. $(x \leq -7) \vee (x > -3)$. **B.** $-7 \leq x < -3$.

C. $-5 \leq x \leq -1$. **D.** $(x \leq -5) \vee (x > -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{-4}{x^2+4x+3} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{8+4(x+1)+x^2+4x+3}{(x^2+4x+3)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+8x+15}{x^2+4x+3} \geq 0$$

$$\text{Cho } x^2+8x+15=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$\text{Cho } x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=-1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-3	-1	$+\infty$
VT		+	0	-	+

$$\Rightarrow x \leq -5 \vee x > -1.$$

Câu 25: Giải bất phương trình: $\frac{x^2-x+2}{x^2-4} > \frac{-3}{x-2}$.

A. $x < -4 \vee x > -2$. **B.** $-4 < x < 2$.

C. $-2 < x < 2$. **D.** $x < -2 \vee x > 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{x^2-x+2+3(x+2)}{x^2-4} > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x+8}{x^2-4} > 0 \Leftrightarrow x^2-4 > 0 \text{ (vì } x^2+2x+8 > 0 \forall x)$$

$$\Leftrightarrow x < -2 \vee x > 2.$$

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+x+1 \leq \frac{9}{x^2+x+1}$ là

A. $S=[-2;1]$.

B. $S=\left[-\frac{7}{2};2\right]$.

C. $[-2;1]$.

D. $(-2;1]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + x + 1 \leq \frac{9}{x^2 + x + 1} \Leftrightarrow (x^2 + x + 1)^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x^2 + x + 1 \leq 3.$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1.$

Câu 27: Bất phương trình: $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \geq 1$ có nghiệm là:

A. $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}, x \neq \pm 2.$

B. $x \leq \frac{8}{5}$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}.$

C. $x < -2$ hoặc $0 \leq x \leq \frac{8}{5}.$

D. $-2 < x \leq 0$ hoặc $x \geq \frac{5}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $|A| \geq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \leq -B \\ A \geq B \end{cases}$

$$\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \leq -1 \\ \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 4} \leq 0 & (1) \\ \frac{-5x + 8}{x^2 - 4} \geq 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
VT		$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$

Ta có (1) $\Leftrightarrow -2 < x \leq 0$ hoặc $2 < x \leq \frac{5}{2}$

Giải (2): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$\frac{8}{5}$	2	$+\infty$		
VT	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$

Ta có (2) $\Leftrightarrow x < -2$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x < 2.$

Lấy hợp tập nghiệm (1)(2) $x \leq 0$ hoặc $\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}, x \neq \pm 2$

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0$ là

A. $S = (-\infty; 1).$ **B.** $S = (2; +\infty).$

C. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$ **D.** $S = (0; 1).$

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3x^2 - 9x + 5 > 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 1)^2 + 3(x^2 - 3x + 1) + 2 > 0.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 < -2 \\ x^2 - 3x + 1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 3 < 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12$ là

- A.** $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$.
C. $(-4; -3)$. **D.** $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 12 > x^2 + x + 12 \\ x^2 + x + 12 < -x^2 - x - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x > 0 & (\text{vô nghiệm}) \\ 2x^2 + 2x + 24 < 0 & (\text{vô nghiệm}) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \emptyset$.

DẠNG 2: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x) = -x^2 - 2x - m$

Lời giải

$$f(x) < 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = 1 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$$

Vậy với $-\frac{1}{4} < m < 0$ thì biểu thức $f(x)$ luôn âm.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
 $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$

Lời giải

$$3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) \leq 0 \Leftrightarrow 7m^2 - 7m + 7 \leq 0 \text{ bpt vô nghiệm}$$

Vậy không có m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$$

Lời giải

$$(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$$

Trường hợp 1: $m-1=0 \Leftrightarrow m=1 \Rightarrow 2x+1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ (Sai).

Trường hợp 2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta' = (m-2)^2 - (m-1)(2-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 2m^2 - 7m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \frac{3}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2 \text{ Vậy} \\ \frac{3}{2} < m < 2.$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$$

Lời giải

$$\text{BPT có vô nghiệm} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m-2)^2 - 2m + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0$$

$$\Leftrightarrow 1 < m < 5.$$

Câu 5: Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$ (1)

Lời giải

$$\text{Ta có } 3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 = 0 \Leftrightarrow x = m+2 \text{ hoặc } x = \frac{4-m}{3}$$

$$* \text{ Với } m+2 > \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow 3m+6 > 4-m \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2} \text{ ta có}$$

$$\text{Bất phương trình (1)} \Leftrightarrow \frac{4-m}{3} \leq x \leq m+2$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là } \left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right]$$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

$$\text{khi và chỉ khi } [-1; 1] \subset \left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq \frac{4-m}{3} \\ 1 \leq m+2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 7$$

Kết hợp với điều kiện $m > -\frac{1}{2}$ ta có $m \geq 7$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

$$* \text{ Với } m+2 < \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2} \text{ ta có}$$

$$\text{Bất phương trình (1)} \Leftrightarrow m+2 \leq x \leq \frac{4-m}{3}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là } \left[m+2; \frac{4-m}{3} \right]$$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

$$\text{khi và chỉ khi } [-1; 1] \subset \left[m+2; \frac{4-m}{3} \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq m+2 \\ 1 \leq \frac{4-m}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3$$

Kết hợp với điều kiện $m < -\frac{1}{2}$ ta có $m \leq -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $m = -\frac{1}{2}$ ta có bất phương trình (1) $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ nên $m = -\frac{1}{2}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m \in (-\infty; -3] \cup [7; +\infty)$ là giá trị cần tìm.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Để $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0$ với mọi x thì

- A.** $-3 \leq m \leq 9$. **B.** $m < -3 \vee m > 9$.
C. $-3 < m < 9$. **D.** $m \leq -3 \vee m \geq 9$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 - 6m - 27 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 9.$$

Câu 2: Bất phương trình $f(x) = mx^2 - 4x + 3m + 1 > 0$ nghiệm đúng mọi $x > 0$ khi

- A.** $m > 0$. **B.** $m > \frac{4}{3}$. **C.** $m > 1$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

Chọn C

Chọn $m = 1$ $f(x) = x^2 - 4x + 4 > 0$ không đúng với $x = 2$ nên ta loại **A.**

Chọn $m = \frac{4}{3}$ $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - 4x + 5 > 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ do $a = \frac{4}{3} > 0$ và $\Delta = \frac{-32}{3} < 0$ nên loại **B.**

Chọn $m = 2$ $f(x) = 2x^2 - 4x + 7 = 2(x-1)^2 + 5 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta loại **D.**

Câu 3: Cho bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A.** $k = 2$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = k^2 - 6k + 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < k < 4$ mà k nguyên nên $k = 3$.

Câu 4: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m > \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Với $m = -1$ không thỏa mãn.

Với $m \neq -1, (m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ -3m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \begin{cases} m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 5: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m > \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. D. $1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn D

$f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Câu 6: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $a = 0$. B. $a < 0$. C. $0 < a \leq \frac{1}{2}$. D. $a \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

TH 1: $a = 0$ không thỏa mãn.

TH 2: $a \neq 0$

$$\text{Để bất phương trình } ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{2} \\ a \leq -\frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq \frac{1}{2}.$$

Câu 7: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A. $-14 < m < 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. D. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2 + 8(m-4) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m - 28 < 0 \\ \Leftrightarrow -14 < m < 2.$$

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = 4$.

D. $k = 5$.

Lời giải

Chọn B

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

$$\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (4k-1)^2 - 15k^2 + 2k + 7 < 0 \Leftrightarrow 2 < k < 4$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 3$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f(x) = (m-3)x^2 + (m+2)x - 4 > 0$$

A. $m \leq -22 \vee m \geq 2$. **B.** $-22 \leq m \leq 2$.

C. $-22 < m < 2$. **D.** $\begin{cases} -22 \leq m \leq 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $m = 3$ $f(x) = 5x - 4$ nên loại $m = 3$.

$$\text{Xét } m \neq 3 \quad f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m-3 < 0 \\ \Delta = m^2 + 20m - 44 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -22 \leq m \leq 2.$$

Câu 10: Cho bất phương trình $mx^2 - (2m-1)x + m+1 < 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{8}$.

B. $m > \frac{1}{8}$.

C. $m < \frac{1}{8}$.

D. $m \leq \frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = mx^2 - (2m-1)x + m+1$.

Ta có $f(x) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $m = 0$ $f(x) = x+1$ nên loại $m = 0$.

$$\text{Xét } m \neq 0 \quad f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = -8m+1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{8}.$$

Câu 11: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình

$$x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$$

- A. 1. B. 4.
C. 6. D. Nhiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2mx^3 + (1 + 3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0.$$

$$\text{Để bất phương trình có tập nghiệm là } \mathbb{R} \text{ thì } \begin{cases} -2m = 0 \\ (1 + 3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 1 + 3m > 0 \\ \Delta' = 4m^2 - 12m - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > -\frac{1}{3} \\ \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \leq m \leq \frac{3 + \sqrt{13}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để bất phương trình có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < 1$ hoặc $m > 6$. B. $1 < m < 6$. C. $m > 1$. D. $1 \leq m < 6$.

Lời giải

Chọn D

* Nếu $m = 1$ thì $f(x) = 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{* Nếu } m \neq 1 \text{ thì } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 6 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 6.$$

$$\text{Vậy } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \leq m < 6$$

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 8 \leq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < -1$. B. $m > 3$. C. $m \leq -\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2} < m \leq 3$.

Lời giải

Chọn C

* Nếu $m = -1$ thì $f(x) = 4x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{11}{4}$ không thỏa mãn.

$$\begin{aligned} * \text{ Nếu } m \neq -1 \text{ thì } f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 + 3m + 9 \leq 0 \\ m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{3}{2} \vee m \geq 3 \\ m < -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$$

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ luôn dương với mọi x

- A. $m < 0 \vee m > 20$. B. $0 < m < 20$.
C. $m < 0 \vee m > 28$. D. $0 < m < 28$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hệ số $a = 1 > 0$; $\Delta = m^2 - 28m$.

$$x^2 - (m+2)x + 8m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28.$$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm x .

- A. $m < -\frac{5}{3} \vee m > -1$. B. $-\frac{5}{3} < m < -1$. C. $m \leq 3 \vee m \geq 1$. D. $0 \leq m \leq 28$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hệ số $a = -1 < 0$; $\Delta' = 3m^2 + 8m + 5$.

Bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 < 0$ đúng

$$\forall x \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 3m^2 + 8m + 5 < 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{3} < m < -1.$$

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2 + 2(m-2)x + m - 4 > 0$ vô nghiệm.

- A. $m \leq 1 \vee m = \frac{1}{2}$. B. $m \leq 1$.
C. $m \leq 0$. D. $m \leq 0 \vee m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

* Nếu $m = \frac{1}{2}$ thì ta được $x \geq -\frac{7}{6}$. Vậy $m = \frac{1}{2}$ loại.

* Nếu $m \neq \frac{1}{2}$ thì bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 5m \leq 0 \\ 2m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \vee m \geq 5 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$
 $\Leftrightarrow m \leq 0$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2; 3]$.

A. $m \geq 7$.

B. $m > 7$.

C. $m \geq 6$.

D. $m \leq 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta' = -2m + 14$.

* $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$ thì bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

* $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\begin{cases} x < \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \\ x > \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \end{cases}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \geq 3 \\ \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 6]$.

A. $m \geq 7$.

B. $m > 4$.

C. $m \geq 5$.

D. $m \geq 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta' = -2m + 14$.

* $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$ thì bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

* $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\begin{cases} x < \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \\ x > \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \end{cases}$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{14 - 2m}}{2} \geq 6 \\ \frac{2 + \sqrt{14 - 2m}}{2} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 5.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m \geq 5$.

Câu 20: Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 + 1)x + m(x + 3) + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 2]$?

A. $0 \leq m \leq 2$.

B. $m > 0$.

C. $m < 2$.

D. $0 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương $x > \frac{-3m-1}{m^2+m+1}$.

Suy ra tập nghiệm là $S = \left(\frac{-3m-1}{m^2+m+1}; +\infty \right)$.

Để bất phương trình nghiệm đúng $x \in [-1; 2]$ khi và chỉ khi

$$[-1; 2] \subset \left(\frac{-3m-1}{m^2+m+1}; +\infty \right) \Leftrightarrow \frac{-3m-1}{m^2+m+1} < -1 \Leftrightarrow m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2.$$

Vậy $0 < m < 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.

A. $m = 10$.

B. $m = 8$.

C. $m = 9$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Chọn B

Vì $f(x) = x^2 + 4x + m - 5$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên để thỏa yêu cầu bài toán thì phương trình

$x^2 + 4x + m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

$$\begin{cases} \Delta' = 4 - (m - 5) > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ 16 - 4(m - 5) - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow m = 8.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2 + 4x + 6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \leq -\frac{9}{4}$.

B. $m \leq -2$.

C. $m \leq -2$ hoặc $m \geq -\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{9}{4} \leq m \leq -2$.

Lời giải

Chọn B

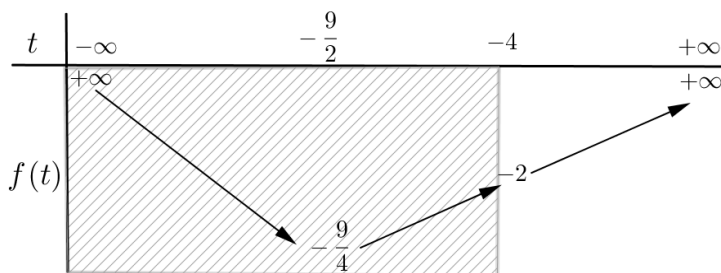
$$f(x) = (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x + 6).$$

Đặt $t = x^2 + 4x$, điều kiện tồn tại x là $t \geq -4$.

Ta được $f(t) = t^2 + 9t + 18$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(t) \geq m, \forall t \geq -4$.

Lập BBT hàm $f(t) = t^2 + 9t + 18, t \geq -4$ ta được



Ta có $m \leq f(t), \forall t \geq -4 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{(m^2 + m + 2)x^2 - 2(m + 4)x + m + 8}}$ xác

định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0$.

B. $-4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14}$.

C. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7} \vee m > 0$.

D. $-2 - \sqrt{7} < m < -2 + \sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow g(x) = (m^2 + m + 2)x^2 - 2(m + 4)x + m + 8 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$a = m^2 + m + 2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \forall m, \text{ do đó } g(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -m^3 - 8m^2 - 2m < 0$$

$$\Leftrightarrow -4 - \sqrt{14} < m < -4 + \sqrt{14} \vee m > 0.$$

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-3 \leq m \leq 2$.

B. $-3 \leq m \leq 2 \vee m > 5$.

C. $m < -5 \vee -3 \leq m \leq -1$.

D. $-5 \leq m \leq -1$.

Lời giải

Chọn D

$$\left| \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \geq -3 \\ \frac{2x^2 - mx + 2}{x^2 + x + 1} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + (3 - m)x + 5 \geq 0 \\ x^2 + (3 + m)x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{do } \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0)$$

Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + (3 - m)x + 5 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 + (3 + m)x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = (3 - m)^2 - 100 \leq 0 \\ \Delta_2 = (3 + m)^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq m \leq 13 \\ -5 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m \leq -1.$$

Câu 25: Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\frac{(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m}{x^2+x+2} \leq 0$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$. **B.** $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m \leq -1 \vee m \geq \frac{1}{2}$. **D.** $m \leq -1 \vee 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2 + x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên

$$\frac{(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m}{x^2+x+2} \leq 0 \Leftrightarrow (m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m \leq 0 \quad (*)$$

* Nếu $m = -1$ thì $(*)$ trở thành $-1 \leq 0$ đúng $\forall x$.

* Nếu $m \neq -1$ thì ta có $\Delta' = 2m^3 + m^2 - m$.

+) $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -1 < m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$ thì phương trình $(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m=0$ luôn có hai nghiệm nên bất phương trình $(*)$ luôn có nghiệm.

+) $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -1 \vee 0 < m < \frac{1}{2}$.

Với $m < -1$ thì ta có $\begin{cases} \Delta' < 0 \\ a < 0 \end{cases}$ nên bất phương trình $(*)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Với $0 < m < \frac{1}{2}$ thì ta có $\begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ nên bất phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Vậy $m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2}$ thỏa yêu cầu đề bài.

DẠNG 3: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện...}



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2-3x+2m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để phương trình có hai nghiệm trái dấu là: $(m+2)(2m-3) < 0$.

$$\Leftrightarrow -2 < m < \frac{3}{2}.$$

Câu 2: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt

Lời giải

$$(m-3)x^2 + (m-3)x - (m+1) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ (m-3)^2 - 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-3)(3m+7) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{3} < m < 3.$$

Câu 3: Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m-1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.

Lời giải

$$(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m-1 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi

$$\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+2)^2 - (m+1)(m-1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ 4m+5 > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > -\frac{5}{4} \\ m \neq 1 \end{cases} \quad (1).$$

$$\text{Viet} \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+2)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{m+1} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{2(m+2)}{m+1} - 2 \frac{m-1}{m+1}}{\frac{m-1}{m+1}} > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{m-1} > 0 \Leftrightarrow m > 1 \quad (2).$$

Từ (1); (2) $\Rightarrow m > 1$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1$?

Lời giải

$$\text{PT } (m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0 \text{ có hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ khi } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ 1 > 0 \forall m \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Khi đó, theo định lý Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-2)}{m-1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} - \frac{m-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Vậy $1 < m < 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $(m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3 = 0$

Điều kiện để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm

giữa A và B là $x_A \cdot x_B < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-3}{m-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm điều kiện của b để $f(x) = x^2 - bx + 3$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. **B.** $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. **D.** $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 - bx + 3$ có nghiệm khi $b^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{3} \\ b > 2\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 2: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (-\infty; -\frac{3}{5}) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. **B.** $m \in (-\frac{3}{5}; 1)$.

C. $m \in (-\frac{3}{5}; +\infty)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -\frac{5}{3} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 3: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Câu 4: Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.

- A. $m > 0$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > \frac{-1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ \Delta' = (-1)^2 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$$

Khi đó, phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 2 + x_2 - 2 < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 4 < 0 \\ x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 4 < 0 \\ -m - 2 \cdot 2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp với điều kiện ta được: $-1 < m < 0$.

Câu 5: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A. $-2 < m < 7$. B. $-2 \neq m < -1$.
C. $m < -\frac{7}{8}$ và $m \neq -2$. D. $-2 \neq m < -1 \vee m > 7$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (*).$$

$$\text{Theo Vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1x_2 = m+2 \end{cases} (1).$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1^2x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-8m-7}{(m+2)^2} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{7}{8}.$$

Kết hợp (*) ta có $-2 \neq m < -1$.

Câu 6: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1$.

A. $-2 < m < -1 \vee m > 7$.

B. $m < -2 \vee m > 7$.

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2} < m < 7$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (1).$$

$$\text{Theo Vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^3 x_2^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]}{x_1^3 x_2^3} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m-1)[(m-1)^2 - 3(m+2)]}{(m+2)^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{-12m^2 - 7m - 3}{(m+2)^3} < 0 (*).$$

$$\text{Do } -12m^2 - 7m - 3 < 0; \forall x \text{ nên } (*) \Leftrightarrow m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2.$$

Kết hợp (1) ta có $-2 < m < -1 \vee m > 7$.

Câu 7: Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$?

A. $-2 < m < 4$.

B. $m < -2 \vee m > 4$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $m < -1 \vee m > 3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \Delta = 1 \text{ nên PT luôn có hai phân biệt } \begin{cases} x = m-1 \\ x = m-2 \end{cases}.$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow -3 < m-2 < m-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Câu 8: Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:

- A. $m < 6$ và $m \neq 2$. B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
 C. $2 < m < 6$. D. $m > 6$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases} a = m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (m - 2)(m + 3) > 0 \\ S = \frac{2m}{m - 2} > 0 \\ P = \frac{m + 3}{m - 2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m < 6 \\ m > 2 \vee m < 0 \\ m > 2 \vee m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Câu 9: Cho phương trình $(m - 5)x^2 + (m - 1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

- A. $m < \frac{22}{7}$. B. $\frac{22}{7} < m < 5$.
 C. $m \geq 5$. D. $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Lời giải

Chọn B

(1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2 \Leftrightarrow a.f(2) = (m - 5)[4(m - 5) + 2(m - 1) + m] < 0$

$$\Leftrightarrow (m - 5)(7m - 22) < 0 \Leftrightarrow \frac{22}{7} < m < 5.$$

Câu 10: Giá trị nào của m thì phương trình: $(m - 1)x^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?

- A. $m < 1$. B. $m > 2$. C. $m > 3$. D. $1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn D

$(m - 1)x^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu: $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m - 3) < 0$
 $\Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Câu 11: Định m để phương trình $(m + 1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$.

- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6$.
 C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn B

PT có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (m + 1)(m - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > -2 \end{cases} (*)$.

Khi đó, theo Vi-ét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}.$$

Ta có $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} < 3 \Leftrightarrow \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$

$\Leftrightarrow \frac{6-m}{m-2} < 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 6.$

Kết hợp (*) ta có $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \vee m > 6.$

Câu 12: Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m-2 = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$?

- A.** $-2 \leq m \leq 1.$ **B.** $m < -1 \vee m > 1.$ **C.** $m < \frac{4}{3}.$ **D.** $0 < m < \frac{4}{3}.$

Lời giải

Chọn A

Khi $m = 0$, PT $\Leftrightarrow x = 1 \in (-1; 2)$. Ta có $m = 0$ (tmyc).(*)

Khi $m \neq 0$, PT luôn có hai nghiệm $x = 1; x = \frac{m-2}{m}$. PT có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-2}{m} \leq -1 \\ \frac{m-2}{m} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-2}{m} \leq 0 \\ \frac{-m-2}{m} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 1 \\ -2 \leq m < 0 \end{cases}.$$

Kết hợp (*) ta có $-2 \leq m \leq 1.$

Câu 13: Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- A.** $-2 < m < -1.$ **B.** $m > 1.$ **C.** $-5 < m < -3.$ **D.** $-2 < m < 1.$

Lời giải

Chọn A

Để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $2 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m+1 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (m+1)(m^2 + 4m - 5) > 0 \\ m \neq -1 \\ (x_1 - 2) + (x_2 - 2) > 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases}.$$

Theo Vi-et ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m^2 + 4m - 5}{m+1} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m-1)(-m^2-5m-6) > 0 \\ m \neq -1 \\ \frac{2(m-1)}{m+1} - 4 > 0 \\ \frac{m^2+4m-5}{m+1} - 2 \cdot \frac{2(m-1)}{m+1} + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} -2 < m < 1 \\ m < -3 \end{cases} \\ m \neq -1 \\ \begin{cases} -3 < m < -1 \\ m > -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Câu 14: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2+2(m+3)x+4m+12]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

A. $m < -\frac{7}{2}$. **B.** $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$. **D.** $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)[x^2+2(m+3)x+4m+12]=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2+2(m+3)x+4m+12=0 \end{cases} (*)$.

Giải sử phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=-2(m+3) \\ x_1 \cdot x_2=4m+12 \end{cases}.$$

Để phương trình $(x-1)[x^2+2(m+3)x+4m+12]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 . thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và đều lớn hơn -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1+2(m+3)+4m+12 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2-(4m+12) > 0 \\ 6m+19 \neq 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ -2(m+3)+2 > 0 \\ 4m+12-2(m+3)+1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \end{cases} \\ m \neq -\frac{19}{6} \\ m < -2 \\ m > -\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}.$$

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 5]$.

C. $x \in [-5; 1]$.

D. $x \in (-5; 1)$.

Câu 2: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[6; +\infty)$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

A. $S = (-5; 5)$.

B. $x > \pm 5$.

C. $-5 < x < 5$.

D. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 6: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B. $[-2; 3]$.

C. $[-3; 2]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Câu 7: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-3; 1)$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

- A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$. D. $[-3; 4]$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. B. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.
C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$. D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Câu 11: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

- A. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-2; 2)$.
C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

- A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 14: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 16: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$?

- A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 17: Bất phương trình $(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

- A. $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$. B. $S = [6; +\infty)$.
C. $(6; +\infty)$. D. $S = [6; +\infty) \cup \{1\}$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

- A. $(1; 4)$. B. $(-2; -1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 19: Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2 + 2)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 4$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $x \geq 4$.

Câu 20: Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

- A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 21: Biểu thức $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$ âm khi

- A. $x \in (1; 2)$. B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.
C. $x \geq 4$. D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

- A. $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$. B. $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in [-1; +\infty)$. D. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

Câu 23: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x - 12}{x^2 - 4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

- A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$. C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. D. $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MÃU

Câu 24: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 1} \leq 0$.

- A. $T = (-\infty; -1] \cup [1; 4]$. B. $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.
C. $T = (-\infty; -1) \cup (1; 4]$. D. $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4)$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \leq 0$ là.

- A. $S = [-2; 2] \cup [3; 4]$. B. $S = (-2; 2] \cup [3; 4]$.
C. $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$. D. $S = [-2; 2] \cup (3; 4)$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x - 2}{x + 1} \geq \frac{x + 1}{x - 2}$ là.

- A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 27: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $\emptyset$. D. $(-2; -1]$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$.
 B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
 C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.
 D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 29: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 30: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là

- A. Hai khoảng. B. Một khoảng và một đoạn.
 C. Hai khoảng và một đoạn. D. Ba khoảng.

DẠNG 4. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 4.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.
 C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 32: Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A. $(-1; 2)$ B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $[-1; 2]$ D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Câu 33: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
 C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. D. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Câu 34: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.

- A. $0 < m < 16$. B. $-4 < m < 4$. C. $0 < m < 4$. D. $0 \leq m \leq 16$.

Câu 35: Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $-3 < m < 1$. C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\frac{1}{2}$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 3$. C. $m = 2$ D. $m > -\frac{3}{5}$.

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0 \text{ vô nghiệm?}$$

- A. $m < 0$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$

Câu 38: Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 4$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $0 \leq m < 4$.

Câu 39: Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \geq 0$. B. $m = \pm 2$. C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Câu 40: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

- A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.
C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 41: Phương trình $x^2 + 2(m + 2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$. B. $-5 \leq m \leq -1$. C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Câu 42: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m + 2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm?}$$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 43: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m - 5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \neq 5$. B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$. C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Câu 44: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m - 1)x^2 - 2(m + 3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $-1 < m < 3$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 45: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m + 2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.
C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m + 1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm?

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 1$. C. $-\frac{3}{4} < m < 1$. D. $m > -\frac{3}{4}$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m - 1)x^2 + (3m - 2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt?}$$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \neq 1$ C. $-1 < m < 6$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 48: Phương trình $(m - 1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. **D.** $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Câu 49: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Dạng 4.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Câu 51: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. **C.** $m > \frac{1}{7}$. **D.** $m > 0$.

Câu 52: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

A. $1 < m < 3$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.

Câu 53: Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

A. $m \geq 5$. **B.** $m < \frac{8}{3}$. **C.** $\frac{8}{3} < m < 5$. **D.** $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Câu 54: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $0 < m < 4$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 4$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 2$.

Câu 55: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

A. $0 < m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m \in \emptyset$. **D.** $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

A. Không có giá trị của m . **B.** $m \geq 2$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 57: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$. **B.** $m < -\frac{7}{2}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Câu 58: Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $6 > m > 0$.

D. $m > 0$.

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$.

B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$.

D. $-3 < m < 6$.

Câu 60: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m < 6$.

B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.

C. $m > 1$.

D. $1 < m < 6$.

Câu 61: Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

B. $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$.

D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.

Câu 62: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$.

B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$.

D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 63: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

D. $m \in \emptyset$.

Câu 64: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m < 1$.

C. $1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 65: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

A. $m < 2 \vee m > 6$.

B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.

C. $2 < m < 6$.

D. $-2 < m < 6$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$.
 B. $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
 C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$.
 D. $m \in (7; +\infty)$.

Dạng 4.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 67: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \geq 1$.
 B. $m > 1$.
 C. $m > 0$.
 D. $m < 2$.

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

- A. $m \in [0; 28]$.
 B. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.
 C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$.
 D. $m \in (0; 28)$.

Câu 69: Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

- A. $m < 3$.
 B. $m \geq 3$.
 C. $m \leq -3$.
 D. $m \leq 3$.

Câu 70: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m + 1$ luôn nhận giá trị dương.

- A. 27.
 B. 28.
 C. Vô số.
 D. 26.

Câu 71: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

- A. $m \in [2; 6]$.
 B. $m \in (-3; 9)$.
 C. $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.
 D. $m \in (-9; 3)$.

Câu 72: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?

- A. $m > -1$.
 B. $-1 \leq m \leq 3$.
 C. $-1 < m \leq 3$.
 D. $-1 < m < 3$.

Câu 73: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

- A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.
 B. $1 \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.
 C. $m \neq 1$.
 D. $m \geq -1$.

Câu 74: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m > 2019$.
 B. $m < 2019$.
 C. $m > 2017$.
 D. $m < 2017$.

Câu 75: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

- A. $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$.
 B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
 C. $(-\infty; -1)$.
 D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

- Câu 76:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in (-2; 2)$.
 C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $m \in [-2; 2]$.
- Câu 77:** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$. C. $-1 \leq m \leq 7$. D. $-1 < m < 7$.
- Câu 78:** Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi
- A. $m < 4$. B. $m > 4$. C. $m \leq 4$. D. $m \geq 4$.
- Câu 79:** Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi
- A. $m \geq \frac{1}{5}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m > \frac{1}{5}$. D. $m > \frac{1}{25}$.
- Câu 80:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm.
- A. $m \in \emptyset$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.
- Câu 81:** Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là
- A. -5 . B. 1 . C. 5 . D. 8 .
- Câu 82:** Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \geq 0, \forall x > 0$.
- A. $m \leq 0$. B. $m < -1$. C. $m \leq -1$. D. $m < 0$.
- Câu 83:** Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- A. $[-1; 6]$. B. $(-1; 6)$. C. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 84:** Cho bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11 \leq 0$ (1). Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x < -4$. Khi đó số phần tử của S là
- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 0 .
- Câu 85:** Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?
- A. 3 . B. 2 . C. 0 . D. 1 .
- Câu 86:** Để bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?
- A. $m \leq \frac{1}{5}$. B. $m > \frac{1}{20}$. C. $m \leq \frac{1}{20}$. D. $m > \frac{1}{5}$.
- Câu 87:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m > \frac{4}{3}$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m < -1$.

Câu 89: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:

A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 90: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m > \frac{1}{4}$. D. $m < \frac{1}{4}$.

Câu 91: Bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

A. $m \in [1; +\infty)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (1; +\infty)$. D. $m \in (-2; 7)$.

Câu 92: Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0$, $\forall x \in (0; 1)$.

A. $m > 1$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 5]$.

C. $x \in [-5; 1]$.

D. $x \in (-5; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -5$.

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5; 1]$.

Câu 2: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[6; +\infty)$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Do đó $[6; +\infty) \not\subset S$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $0 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Vậy $S = (2; 5)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A.** $S = (-5; 5)$. **B.** $x > \pm 5$.
C. $-5 < x < 5$. **D.** $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy $S = (-5; 5)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là $(1; 2)$. Chọn đáp án **A**.

Câu 6: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

- A.** $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B.** $[-2; 3]$.
C. $[-3; 2]$. **D.** $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Câu 7: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

- A.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $[-1; 3]$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

- A.** $(1; 3)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $[-1; 3]$. **D.** $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ xác định khi $-x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 3]$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. **B.** $\emptyset$.

C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$.

D. $[-3; 4]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3; 4]$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

B. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x^2-3}+x-2 \neq 0 \\ x^2-3 \geq 0 \end{cases}$

Ta có $x^2-3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases}$.

Xét $\sqrt{x^2-3}+x-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x^2-3=(2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=\frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{7}{4}$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

Câu 11: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $(-\infty; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty)$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(-\infty; \frac{1}{2}]$.

D. $[\frac{1}{2}; 2]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2-5x+2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases}$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-4 > 0$.

A. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

B. $S = (-2; 2)$

C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

D. $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
x^2-4	$+$	0	$-$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

B. $S = \mathbb{R}$

C. $S = (2; +\infty)$

D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x^2 - 4x + 4$	$+$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 14: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

A. 6

B. 5

C. 8

D. 7

Lời giải

Chọn A

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 15$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{4}$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$\frac{3-\sqrt{129}}{4}$		$\frac{3+\sqrt{129}}{4}$		
$f(x)$	+	0	-	0	+

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{3 - \sqrt{129}}{4}; \frac{3 + \sqrt{129}}{4} \right]$.

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

A. $(3; +\infty)$

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$

C. $\mathbb{R}$

D. $(-\infty; 3)$

Lời giải

Chọn B

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3.$$

Câu 16: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$?

A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-2x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{1}{2}$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 17: Bất phương trình $(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

A. $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$. **B.** $S = [6; +\infty)$.

C. $(6; +\infty)$. **D.** $S = [6; +\infty) \cup \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)(x-6) \geq 0$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow (x-1)^2(x-6) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

A. $(1; 4)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Đặt $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$	
x^2-1	+	+	0	-	0	+	
x^2-4	+	0	-	-	0	+	
$f(x)$	+	0	-	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ là $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 19: Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

A. $x \leq 1$.

B. $1 \leq x \leq 4$.

C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

D. $x \geq 4$.

Lời giải

Bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2+5x \leq 2x^2+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \geq 0$

Xét phương trình $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
x^2-5x+4		+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-5x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. **Chọn C**

Câu 20: Biểu thức $(3x^2-10x+3)(4x-5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$.

B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.

C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$.

D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = (3x^2-10x+3)(4x-5)$

Phương trình $3x^2-10x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$ và $4x-5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$3x^2-10x+3$		+	0	-		-	0	+	
$4x-5$		-		-	0	+		+	
$f(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$. **Chọn B**

Câu 21: Biểu thức $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$ âm khi

A. $x \in (1; 2)$.

B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.

C. $x \geq 4$.

D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = (4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$

Phương trình $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Ta có $x^2 + 5x + 9 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 9 = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$. Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$	
$4-x^2$	-		-	0	+	0	-
x^2+2x-3	+	0	-		-	0	+
x^2+5x+9	+		+		+		+
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	-

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ -2 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$. **Chọn D**

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

A. $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

B. $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in [-1; +\infty)$.

D. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

Lời giải

Bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + 5x + 4) \geq 0$.

Phương trình $x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases}$ và $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$			
$x^2 + 5x + 4$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$x - 2$		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$(x - 2)(x^2 + 5x + 4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $(x-2)(x^2+5x+4) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

Chọn A

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MÃU

Câu 23: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. **B.** $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$.

C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. **D.** $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{4x-12}{x^2-4x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 3 \leq x < 4 \end{cases}$ hay $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$.

Câu 24: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-3x-4}{x-1} \leq 0$.

A. $T = (-\infty; -1] \cup [1; 4]$. **B.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

C. $T = (-\infty; -1) \cup (1; 4]$. **D.** $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x^2-3x-4}{x-1} \leq 0 \quad (1).$$

$$x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}.$$

$$x-1=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
x^2-3x-4	+	0	-	0	+
$x-1$	-	-	0	+	+
VT (1)	-	0	+	0	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \leq 0$ là.

A. $S = [-2; 2] \cup [3; 4]$. **B.** $S = (-2; 2] \cup [3; 4]$.

C. $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$. **D.** $S = [-2; 2] \cup (3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	2	3	4	$+\infty$
$x^2 - 7x + 12$	+		+		0	+
$x^2 - 4$	+	0	-	0	+	+
$f(x)$	+		-		0	+

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2}$ là.

A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{(x-2)^2 - (x+1)^2}{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-6x+3}{x^2-x-2} \geq 0 \quad (1).$$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$		
VT (1)	+		-	0	+		-

$$(1) \Leftrightarrow x < -1 \vee \frac{1}{2} \leq x < 2.$$

- Câu 27:** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x+3}{x^2-4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?
- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. **C. $\emptyset$.** D. $(-2; -1]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } \frac{x^2+x+3}{x^2-4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+7}{x^2-4} \geq 0.$$

Bất phương trình có tập nghiệm $S = [-7; -2) \cup (2; +\infty)$.

Vậy $S \cap (-2; 2) = \emptyset$.

- Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
- C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.** D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Do $x^2+3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2-3x+4 > 2(x^2+3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}.$$

- Câu 29:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

- A. 0. B. 2. **C. 1.** D. 3.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2-4 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \\ 2x-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}. \text{ Bất phương trình:}$$

$$\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4} < 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	-2	2	$+\infty$
$2x+9$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^2-4	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$ $	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\frac{2x+9}{x^2-4} < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{9}{2}\right) \cup (-2; 2)$.

Vậy có chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x ($x=1$) thỏa mãn yêu cầu.

Chọn C

Câu 30: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là

- A.** Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 5 \end{cases}.$$

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-3}{x^2-3x-10} \leq 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$			
$-x^2+4x-3$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$-$
$x^2-3x-10$	$+$	$\parallel$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	$\parallel$	$+$
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup [1; 3] \cup (5; +\infty)$.

Chọn C

DẠNG 4. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 4.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

- A.** $-4 \leq m \leq 4$. **B.** $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.
C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$ hay $m \geq 4$

Câu 32: Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A.** $(-1; 2)$ **B.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ **C.** $[-1; 2]$ **D.** $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - (-1) \cdot (m-3) > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 33: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- A.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. **D.** $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ \Delta = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} x < -\frac{3}{5} \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}.$$

Câu 34: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.

- A.** $0 < m < 16$. **B.** $-4 < m < 4$. **C.** $0 < m < 4$. **D.** $0 \leq m \leq 16$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 16$.

Câu 35: Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A.** $m > 1$. **B.** $-3 < m < 1$.
C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. **D.** $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1. \text{ Chọn B}$$

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\frac{1}{2}$

- A.** $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 3$. **C.** $m = 2$ **D.** $m > -\frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2m^2 + 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = 4m^2 - 2(2m^2 + 1) = -2 < 0 \end{cases}, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0 \text{ vô nghiệm?}$$

A. $m < 0$.

B. $m > 2$.

C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0$ (*).

TH1. Với $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow 2x+4=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Suy ra với $m=2$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x=-2$.

Do đó $m=2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2. Với $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (2m-3)^2 - (m-2)(5m-6) < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 9 - (5m^2 - 16m + 12) < 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}.$$

Do đó, với $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ thì phương trình (*) vô nghiệm.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 38: Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $0 < m < 4$.

B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$.

C. $0 \leq m \leq 4$.

D. $0 \leq m < 4$.

Lời giải

Xét phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ (*).

TH1. Với $m=0$, khi đó phương trình (*) $\Leftrightarrow 4=0$.

Suy ra với $m=0$ thì phương trình (*) vô nghiệm.

TH2. Với $m \neq 0$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow m(m-4) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$$

Kết hợp hai TH, ta được $0 \leq m < 4$ là giá trị cần tìm. **Chọn D**

Câu 39: Phương trình $(m^2-4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \geq 0$.

B. $m = \pm 2$.

C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ (*).

TH1. Với $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

• Khi $m = 2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3 = 0$.

• Khi $m = -2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{8}$.

Suy ra với $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^2 - 3(m^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 - 3m^2 + 12 < 0 \Leftrightarrow -2m^2 - 4m + 16 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 > 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m + 4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}.$$

Suy ra với $\begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 40: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. **B.** $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. **D.** $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

Để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow (-b)^2 - 4.3 \geq 0$

$$\Leftrightarrow b^2 - 12 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 - (2\sqrt{3})^2 \geq 0 \Leftrightarrow (b - 2\sqrt{3})(b + 2\sqrt{3}) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 2\sqrt{3} \\ b \leq -2\sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 41: Phương trình $x^2 + 2(m + 2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$.

B. $-5 \leq m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $x^2 + 2(m + 2)x - 2m - 1 = 0$, có $\Delta'_x = (m + 2)^2 + 2m + 1$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 + 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)(m+5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases} \text{ là giá trị cần tìm. Chọn D}$$

Câu 42: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm?}$$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Xét $2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0$, có $\Delta'_x = (m+2)^2 - 2(m^2 + 4m + 3)$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 2m^2 - 8m - 6 \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 - 4m - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 \leq 2 \Leftrightarrow -2 - \sqrt{2} \leq m \leq -2 + \sqrt{2}.$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$, ta được $m = \{-3; -2; -1\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A**

Câu 43: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \neq 5$.

B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$.

C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ (*).

TH1. Với $m-5=0 \Leftrightarrow m=5$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -20x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{20}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x=\frac{3}{20}$.

TH2. Với $m-5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5$, khi đó để phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - (m-5)(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (m^2 - 7m + 10) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 + 7m - 10 \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(3m+10) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Do đó, với $\begin{cases} 5 \neq m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$ thì phương trình (*) có nghiệm.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 44: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ (*).

TH1. Với $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -2.4x - 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{8}$.

TH2. Với $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$, khi đó để phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - (m-1)(2-m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 9 - (-m^2 + 3m - 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 3m + 11 \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(m + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{79}{8} \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \text{ suy ra } \Delta'_x \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó, với $m \neq 1$ thì phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Kết hợp hai TH, ta được $m \in \mathbb{R}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 45: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Phương trình } f(x) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow m(m-28) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Vậy $m < 0$ hoặc $m > 28$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > 1$.

C. $-\frac{3}{4} < m < 1$.

D. $m > -\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\text{Xét } x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0, \text{ có } \Delta_x = (m+1)^2 - 4\left(m - \frac{1}{3}\right) = m^2 - 2m + \frac{7}{3}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta'_m = 1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3} < 0 \end{cases} \text{ suy ra } m^2 - 2m + \frac{7}{3} > 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta_x > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt?}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \neq 1$

C. $-1 < m < 6$.

D. $-1 < m < 2$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (3m - 2)^2 - 4(m - 1)(3 - 2m) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 9m^2 - 12m + 4 - 4(-2m^2 + 5m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 17m^2 - 32m + 16 > 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 17 > 0 \\ \Delta'_m = 16^2 - 17 \cdot 16 = -16 < 0 \end{cases} \text{ suy ra } 17m^2 - 32m + 16 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó, hệ bất phương trình $(*) \Leftrightarrow m \neq 1$. **Chọn B**

Câu 48: Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$.

D. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = (-1)^2 - (m - 1)(m + 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 - m^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ -\sqrt{2} < m < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. **Chọn C**

Câu 49: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 3 \neq 0 \\ \Delta_x = (m + 3)^2 + 4(m - 3)(m + 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 + 6m + 9 + 4(m^2 - 2m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-1)(5m+3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m > 1 \\ m < -\frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\} \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Chọn A

Dạng 4.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$ **B.** $m < 0$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai.

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $\frac{a}{c} = \frac{m^2 + 2m + 1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 51: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. **C.** $m > \frac{1}{7}$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0 \Leftrightarrow (x-2)(mx^2 + (2m-1)x + 4m) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ f(x) = mx^2 + (2m-1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác 2.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 2 khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -12m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 4m + 2(2m-1) + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \\ m \neq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \end{cases} \quad (1).$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2.

Theo định lí Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$.

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-4m}{m} > 0 \\ \frac{7m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \\ m > \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{7} < m < \frac{1}{4} \end{cases} (2).$$

Câu 52: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1$?

- A.** $1 < m < 3$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-2)^2 - (m-1)(m-3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Theo định lý Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{2m-4}{m-1}$, $x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1}$.

Theo đề ta có: $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-4}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$.

Vậy $1 < m < 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 53: Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

- A.** $m \geq 5$. **B.** $m < \frac{8}{3}$. **C.** $\frac{8}{3} < m < 5$. **D.** $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-5 \neq 0 \\ (m-1)^2 - m(m-5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases} (*)$.

Khi đó theo định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2(m-1)}{m-5} \\ x_1 x_2 = \frac{m}{m-5} \end{cases}$.

Với $x_1 < 2 < x_2 \Rightarrow (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{m-5} + \frac{4(m-1)}{m-5} + 4 < 0$

$$\Leftrightarrow \frac{9m-24}{m-5} < 0 \Leftrightarrow \frac{8}{3} < m < 5. \text{ Kiểm tra điều kiện } (*) \text{ ta được } \frac{8}{3} < m < 5.$$

Câu 54: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A.** $0 < m < 4$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 4$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi $m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Câu 55: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

- A.** $0 < m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m \in \emptyset$. **D.** $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Với $m-1 \neq 0$ ta xét phương trình: $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ (1) .

Ta có: $\Delta' = b'^2 - ac = m^2 - m(m-1) = m$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) và $x_1 > 1, x_2 < 1$.

Ta có: $(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$ (*) .

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{m-1} \\ x_1 + x_2 = \frac{2m}{m-1} \end{cases}$, thay vào (*) ta có:

$$\frac{m}{m-1} - \frac{2m}{m-1} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy với $m > 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

- A.** Không có giá trị của m . **B.** $m \geq 2$.
C. $m \leq -1$. **D.** $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$ (1) .

Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 \leq 16 &\Leftrightarrow 8m^3 - 6m(m+2) \leq 16 \Leftrightarrow 8m^3 - 6m^2 - 12m - 16 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (m-2)(8m^2 + 10m + 8) \leq 0 \Leftrightarrow m-2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2. \end{aligned}$$

Kiểm tra điều kiện (1), ta được $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 57: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

A. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

B. $m < -\frac{7}{2}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn -1 và khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + 1 + x_2 + 1 > 0 \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \\ 1 + 2(m+3) + 4m + 12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ -2m - 4 > 0 \\ 2m + 7 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}$$

Câu 58: Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $6 > m > 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(m+3) > 0 \\ x_1 + x_2 = m > 0 \\ x_1 x_2 = m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 12 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 6. \quad \text{Chọn A}$$

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$.

B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$.

D. $-3 < m < 6$.

Lời giải

$$\text{. Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ \frac{2m}{m-2} > 0 \\ \frac{m+3}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Chọn B

Câu 60: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

- A. $m < 6$. B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.
C. $m > 1$. D. $1 < m < 6$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (9m-5) > 0 \\ -2(m+1) < 0 \\ 9m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 > 0 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ \frac{5}{9} < m < 1 \end{cases}.$$

Chọn B

Câu 61: Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

- A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.
C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm không âm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m-2)^2 - 4(2m^2 - 5m - 2) \geq 0 \\ 3m-2 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 \geq 0 \\ m^2 + 8m + 12 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{5+\sqrt{41}}{4}.$$

Chọn B

Câu 62: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

- A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$. B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.
C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$. D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2m^2 - 3m - 5) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{5}{2}. \text{ Chọn B}$$

Câu 63: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

- A. $m \in (1; 2)$. B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow (m^2 - 3m + 2) \cdot (-5) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}. \text{ Chọn B}$$

Câu 64: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

- A. $0 < m < 2$. B. $0 < m < 1$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 + 2x - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-m)^2 + 2(x-m) = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x-m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m \\ x_2 = m-2 \end{cases}.$$

$$\text{Để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \neq x_2 \\ x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2 \quad (\text{I}).$$

$$\text{Với } m \in (0; 2) \text{ suy ra } \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}, \text{ theo bài ra, ta có } |x_2| > |x_1| \Leftrightarrow |x_2|^2 > |x_1|^2 \Leftrightarrow x_2^2 - x_1^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) > 0 \Leftrightarrow (m-2-m)(m-2+m) > 0 \Leftrightarrow 2m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Kết hợp với (I), ta được $0 < m < 1$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 65: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } (m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0 \quad (*), \text{ có } \Delta' = m + 2.$$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ m+2 > 0 \\ m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \{-1; 2\} \\ m > -2 \end{cases} \quad (I).$$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*) suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{m-6}{m-2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}$.

Kết hợp với (I), ta được $\begin{cases} m > 6 \\ m \in (-2; -1) \cup (-1; 2) \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

- A.** $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$. **D.** $m \in (7; +\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 - (m-1)x + m+2$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m - 7 > 0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} > 1$

$$\Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{8m+7}{(m+2)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -\frac{7}{8} \end{cases} \xrightarrow{(*)} -2 \neq m < -1. \quad \text{Chọn C}$$

Dạng 4.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 67: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 > 0 \\ \Delta' = 1-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m+1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$. **B.** $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$. **D.** $m \in (0; 28)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $(m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \quad 0 < m < 28$

Câu 69: Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m \leq -3$. **D.** $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 4) \leq 0$

$\Leftrightarrow m - 3 \leq 0$

$\Leftrightarrow m \leq 3$.

Vậy $m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 70: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m+1$ luôn nhận giá trị dương.

A. 27. **B.** 28. **C.** Vô số. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

$f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta = (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28$

Vậy có 27 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 71: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m+7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

A. $m \in [2; 6]$. **B.** $m \in (-3; 9)$. **C.** $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **D.** $m \in (-9; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - 4(2m+7) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m - 27 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 9.$$

Câu 72: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?

- A.** $m > -1$. **B.** $-1 \leq m \leq 3$. **C.** $-1 < m \leq 3$. **D.** $-1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn B

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$ Bất phương trình trở thành $4 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ Bất phương trình có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3 (**)$$

Từ và ta suy ra: $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 73: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$ **B.** $1 \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.

- C.** $m \neq 1$. **D.** $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = (m+1)x^2 - 2mx - (m-3)$

Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

TH1: Với $m = -1$ thì $f(x) = 2x + 4$

Khi đó $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ không thỏa mãn nên loại $m = -1$

TH2: Với $m \neq -1$, $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$a > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

$$\Delta' = m^2 + (m+1)(m-3) = 2m^2 - 2m - 3$$

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2} \text{ suy ra } \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$$

Câu 74: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A.** $m > 2019$. **B.** $m < 2019$. **C.** $m > 2017$. **D.** $m < 2017$.

Lời giải

Chọn D

Vì tam thức bậc hai $f(x)$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - (-1)(m - 2018) < 0 \Leftrightarrow m - 2017 < 0 \Leftrightarrow m < 2017$.

Câu 75: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

- A.** $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0$: $f(x) = 2x$ đổi dấu

TH2: $m \neq 0$; Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -1 \vee m > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -1$$

Vậy $m < -1$.

Câu 76: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in \emptyset$. **B.** $m \in (-2; 2)$.

C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [-2; 2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 2x - 5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

Câu 77: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

C. $-1 \leq m \leq 7$.

D. $-1 < m < 7$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{BPT nghiệm đúng } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 6m - 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 7.$$

Câu 78: Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi

A. $m < 4$.

B. $m > 4$.

C. $m \leq 4$.

D. $m \geq 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có BPT $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4.$$

Câu 79: Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi

A. $m \geq \frac{1}{5}$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $m > \frac{1}{5}$.

D. $m > \frac{1}{25}$.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1. $m = 0$. Khi đó bất phương trình trở thành: $-2x + 7 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{2}$.

Trường hợp này không thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại.

Trường hợp 2. $m \neq 0$. Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} & mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m > 0 \\ 1 - 5m \leq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & m \geq \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Câu 80: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m < -1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $-1 < m \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

$$mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$$

+) $m = 0$ thì bất phương trình trở thành: $-1 > 0$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\begin{aligned} & \text{+) } m \neq 0, \text{ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - m(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm khi $-1 < m \leq 0$.

- Câu 81:** Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là
- A. -5 . B. 1 . C. 5 . D. 8 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 \leq m^2 - 5m + 8 \Leftrightarrow |x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8}$$

$$|x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8} \Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 5m + 8} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của BPT là } \left[m - \sqrt{m^2 - 5m + 8}; m + \sqrt{m^2 - 5m + 8} \right].$$

$$\text{Theo bài ra ta có } b - a = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 5m + 8} = 4 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$$

Tổng tất cả các phần tử của S là 5 .

- Câu 82:** Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \geq 0, \forall x > 0$.
- A. $m \leq 0$. B. $m < -1$. C. $m \leq -1$. D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } x^2 - 2x - m \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq m.$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$, hoành độ đỉnh của parabol

$$x_l = \frac{-b}{2a} = 1. \text{ Do đó có bảng biến thiên}$$

x	0	1	$+\infty$
y	0	-1	$+\infty$

Dựa vào bbt ta có $x^2 - 2x \geq m, \forall x > 0$ khi và chỉ khi $m \leq -1$.

- Câu 83:** Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- A. $[-1; 6]$. B. $(-1; 6)$. C. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow (m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1 \geq 0 \quad (*).$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $(*)$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(3m-4)}{m-2} + 8 > 0 \\ \frac{10m-11}{m-2} + \frac{8(3m-4)}{m-2} + 16 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{14m-24}{m-2} > 0 \\ \frac{50m-75}{m-2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14m-24 < 0 \\ 50m-75 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{12}{7} \\ m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

So sánh điều kiện suy ra $1 < m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Cách 2:

Ta có $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m-11 \leq 0$ (1)

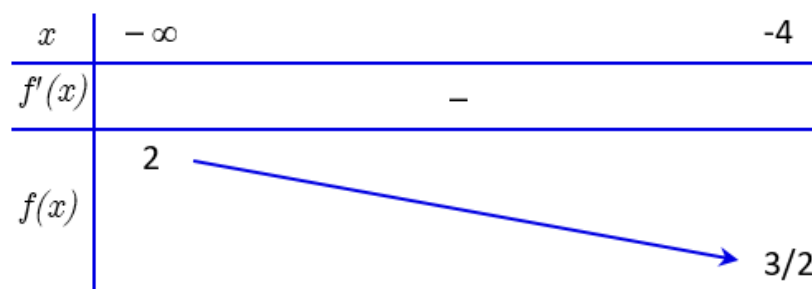
$$\Leftrightarrow m(x^2 - 6x + 10) - 2x^2 + 8x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10}$ với $x < -4$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(4x-8)(x^2-6x+10) - (2x-6)(2x^2-8x+11)}{(x^2-6x+10)^2} = \frac{-4x^2 + 18x - 14}{(x^2-6x+10)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} (l) \\ x = 1 (l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x < -4 \Leftrightarrow m \leq f(x), \forall x < -4 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Câu 85: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m \geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m = -1 \Rightarrow$ bpt $\Leftrightarrow 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ không nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m \neq -1 \Rightarrow$ bpt nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m-1)^2 - (m+1)(2-2m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -\frac{1}{3} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{0; 1\}$.

Câu 86: Để bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $m \leq \frac{1}{5}$. B. $m > \frac{1}{20}$. C. $m \leq \frac{1}{20}$. D. $m > \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow 5x^2 - x + m > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 20m < 0 \\ 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{20}.$$

Câu 87: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A. $m > \frac{4}{3}$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m < -1$.

Lời giải

Chọn C

- Với $m = -1$ ta có: $x > -1$ không thỏa mãn.

- Với $m \neq -1$ ta có:

$$(m+1)x^2 + mx + m < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ m^2 - 4(m+1)m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < -\frac{4}{3} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases}$$

Câu 89: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:

- A.** $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

$-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 2x - m - 1 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \\ -m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Câu 90: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \geq \frac{1}{4}$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $m > \frac{1}{4}$. **D.** $m < \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $-x^2 + x - m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $-x^2 + x - m \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}$.

Câu 91: Bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

- A.** $m \in [1; +\infty)$. **B.** $m \in (2; +\infty)$. **C.** $m \in (1; +\infty)$. **D.** $m \in (-2; 7)$.

Lời giải

Chọn A

$$(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0 \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = 0 \\ m+3 \geq 0 \\ m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m > 1 \\ -4(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 92: Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$.

- A.** $m > 1$. **B.** $m < \frac{1}{2}$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow -2m(x-1) > x^2 - 2x + 1, \forall x \in (0; 1) \quad (*).$$

$$\text{Vì } x \in (0;1) \Rightarrow x-1 < 0 \text{ nên } (*) \Leftrightarrow -2m < \frac{x^2-2x+1}{x-1} = x-1 = g(x), \forall x \in (0;1).$$

$$\Leftrightarrow -2m \leq g(0) = -1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$$