

# HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

## VECTƠ

### BÀI 3. KHÁI NIỆM VECTO



#### I. LÝ THUYẾT.

##### I. KHÁI NIỆM VECTO

Cho đoạn thẳng  $AB$ . Nếu chọn điểm  $A$  làm *điểm đầu*, điểm  $B$  làm *điểm cuối* thì *đoạn thẳng*  $AB$  có hướng từ  $A$  đến  $B$ . Khi đó ta nói  $AB$  là một *đoạn thẳng có hướng*.

**1. Định nghĩa:** Vecto là một đoạn thẳng có hướng, nghĩa là, trong hai điểm mút của đoạn thẳng, đã chỉ rõ điểm đầu, điểm cuối.



##### 2. Kí hiệu

Vecto có điểm đầu  $A$  và điểm cuối  $B$  được kí hiệu là  $\overrightarrow{AB}$ , đọc là “vectơ  $AB$ ”.

Vecto còn được kí hiệu là  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$  khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của nó.

**3. Độ dài vectơ:** Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  được kí hiệu là  $|\overrightarrow{AB}|$ , như vậy  $|\overrightarrow{AB}| = AB$ . Độ dài của vectơ  $\vec{a}$  được kí hiệu là  $|\vec{a}|$ .

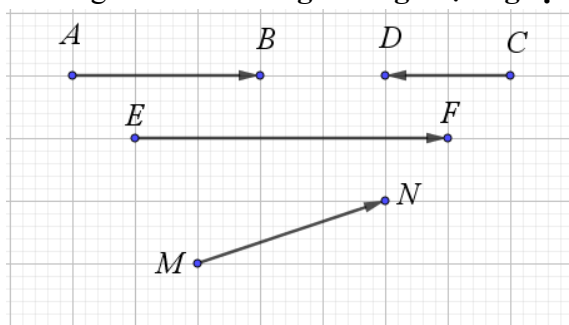
Vecto có độ dài bằng 1 gọi là *vecto đơn vị*.

##### II. HAI VECTO CÙNG PHƯƠNG, CÙNG HƯỚNG

**1. Giá của vectơ:** Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ được gọi là *giá* của vectơ đó.

**2. Vectơ cùng phương, vectơ cùng hướng:** Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Hai vectơ cùng phương thì chúng chỉ có thể **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.



##### 3. Nhận xét

Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương.

**III. HAI VECTO BẰNG NHAU:**

Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài.

Kí hiệu  $\vec{a} = \vec{b}$ .

**Chú ý**

+ Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là **đối nhau** nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài.

+ Khi cho trước vectơ  $\vec{a}$  và điểm  $O$ , thì ta luôn tìm được một điểm  $A$  duy nhất sao cho  $\vec{OA} = \vec{a}$ .

**IV. VECTO – KHÔNG**

Vecto – không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ta kí hiệu là  $\vec{0}$ .

Ta quy ước vectơ – không cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ và có độ dài bằng 0.

Như vậy  $\vec{0} = \vec{AA} = \vec{BB} = \dots$  và  $\vec{MN} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv N$ .



**BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.**

**Câu 1:** Cho  $A, B, C$  là ba điểm thẳng hàng,  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Viết các cặp vectơ cùng hướng, ngược hướng trong những vectơ sau:

$$\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BA}, \vec{BC}, \vec{CA}, \vec{CB}$$

**Câu 2:** Cho đoạn thẳng  $MN$  có trung điểm là  $I$ .

a) Viết các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là một trong ba điểm  $M, N, I$ .

b) vectơ nào bằng  $\vec{MI}$ ? Bằng  $\vec{NI}$ ?

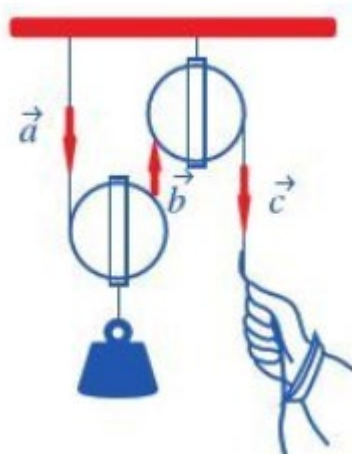
**Câu 3:** Cho hình thang  $ABCD$  có hai đáy là  $AB$  và  $CD$ . Tìm vectơ:

a) Cùng hướng với  $\vec{AB}$

b) Ngược hướng với  $\vec{AB}$

**Câu 4:** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh bằng  $3\text{cm}$ . Tính độ dài của các vectơ  $\vec{AB}, \vec{AC}$

**Câu 5:** Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  (hình)



a) Hãy chỉ ra các cặp vectơ cùng phương.

b) Trong các cặp vectơ đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.

## II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**DẠNG 1: XÁC ĐỊNH MỘT VECTO; PHƯƠNG, HƯỚNG CỦA VECTO; ĐỘ DÀI CỦA VECTO**

### 1 PHƯƠNG PHÁP.

- + Xác định một vectơ và xác định sự cùng phương, cùng hướng của hai vectơ theo định nghĩa.
- + Dựa vào các tính chất hình học của các hình đã cho biết để tính độ dài của một vectơ.

### 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Với hai điểm phân biệt  $A, B$  có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ hai điểm trên?
- Câu 2:** Cho tam giác  $ABC$ , có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh  $A, B, C$ ?
- Câu 3:** Cho hình lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Tìm số các vectơ khác vectơ - không, cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{OB}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?
- Câu 4:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Tìm số các vectơ bằng  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?
- Câu 5:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm số vectơ bằng với vectơ  $\overrightarrow{AR}$
- Câu 6:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?
- Câu 7:** Số vectơ (khác vectơ  $\vec{0}$ ) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước?
- Câu 8:** Trên mặt phẳng cho 6 điểm phân biệt  $A, B, C, D, E, F$ . Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không, mà có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho?
- Câu 9:** Cho  $n$  điểm phân biệt. Hãy xác định số vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối thuộc  $n$  điểm trên?
- Câu 10:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ bằng  $\overrightarrow{OC}$  có điểm cuối là các đỉnh của lục giác là bao nhiêu?
- Câu 11:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Tìm các cặp vectơ cùng hướng?
- Câu 12:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tìm vectơ khác  $\vec{0}$ , cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của hình bình hành  $ABCD$ .
- Câu 13:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Tìm số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:
- Câu 14:** Cho điểm  $A$  và vectơ  $\vec{a}$  khác  $\vec{0}$ . Tìm điểm  $M$  sao cho:
- a)  $\overrightarrow{AM}$  cùng phương với  $\vec{a}$ .
  - b)  $\overrightarrow{AM}$  cùng hướng với  $\vec{a}$ .
- Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .
- Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ , có  $AB = AC = 4$ . Tính  $|\overrightarrow{BC}|$



- A.** Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.                      **B.**  $DA = BC$ .  
**C.**  $\overline{AC} = \overline{BD}$ .                      **D.**  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .

**Câu 12:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC$ . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

- A.**  $\overline{AB}$  và  $\overline{MB}$ .                      **B.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{CB}$ .                      **C.**  $\overline{MA}$  và  $\overline{MB}$ .                      **D.**  $\overline{AN}$  và  $\overline{CA}$ .

**Câu 13:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ?

- A.**  $ABCD$  là vuông.                      **B.**  $ABDC$  là hình bình hành.  
**C.**  $AD$  và  $BC$  có cùng trung điểm.                      **D.**  $AB = CD$ .

**Câu 14:** Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  của hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?

- A.**  $\overline{OB} = \overline{DO}$ .                      **B.**  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .                      **C.**  $\overline{OA} = \overline{OC}$ .                      **D.**  $\overline{CB} = \overline{DA}$ .

**Câu 15:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A.**  $\vec{0}$  cùng hướng với mọi vectơ.                      **B.**  $\vec{0}$  cùng phương với mọi vectơ.  
**C.**  $\overline{AA} = \vec{0}$ .                      **D.**  $|\overline{AB}| > 0$ .

**Câu 16:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ , có  $AB = 4$  và  $AC = 5$ . Tìm độ dài vectơ  $\overline{BC}$ .

- A.** 3.                      **B.**  $\sqrt{41}$ .                      **C.** 9.                      **D.**  $\pm 3$ .

**Câu 17:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 3, BC = 4$ . Tính độ dài của vectơ  $\overline{CA}$ .

- A.**  $|\overline{CA}| = 5$ .                      **B.**  $|\overline{CA}| = 25$ .                      **C.**  $|\overline{CA}| = 7$ .                      **D.**  $|\overline{CA}| = \sqrt{7}$ .

**Câu 18:** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng 1. Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$ . Tính  $|\overline{AH}|$ .

- A.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.**  $\sqrt{3}$ .

**Câu 19:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Khi đó  $|\overline{AM}|$  bằng:

- A.**  $2a$ .                      **B.**  $2a\sqrt{3}$ .                      **C.**  $4a$ .                      **D.**  $a\sqrt{3}$ .

**Câu 20:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Tính  $|\overline{OD}|$ .

- A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      **B.**  $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$ .                      **C.**  $a$ .                      **D.**  $\frac{a^2}{2}$ .

**Câu 21:** Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác  $\vec{0}$  thì cùng phương.  
**B.** Hai vectơ ngược hướng với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.  
**C.** Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng phương.  
**D.** Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.

**Câu 22:** Cho 3 điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không, có điểm đầu và điểm cuối là  $A, B$  hoặc  $C$ ?

- A.** 3.                      **B.** 5.                      **C.** 6.                      **D.** 9.

**Câu 23:** Vectơ có điểm đầu là  $A$ , điểm cuối là  $B$  được kí hiệu là:

- A.**  $AB$ .                      **B.**  $\overline{AB}$ .                      **C.**  $|\overline{AB}|$ .                      **D.**  $\overline{BA}$ .

**Câu 24:** Cho tam giác  $ABC$ . Có thể xác định bao nhiêu vectơ (khác vectơ không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh  $A, B, C$ ?

- A.** 3.                      **B.** 6.                      **C.** 4.                      **D.** 2.

- Câu 25:** Từ hai điểm phân biệt  $A, B$  xác định được bao nhiêu vectơ khác  $\vec{0}$ ?
- A. 3.                                    B. 1.                                    C. 2.                                    D. 4.
- Câu 26:** Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu  $\vec{a} = \vec{b}$ .
- B. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.
- C. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài.
- D. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- Câu 27:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  phân biệt. Số vectơ (khác  $\vec{0}$ ) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm  $A, B, C, D$  là
- A. 10.                                    B. 14.                                    C. 8.                                    D. 12.
- Câu 28:** Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. Hai vectơ gọi là đối nhau nếu chúng có cùng độ dài.
- B. Hai vectơ gọi là đối nhau nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài.
- C. Hai vectơ gọi là đối nhau nếu chúng ngược hướng.
- D. Hai vectơ gọi là đối nhau nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.
- Câu 29:** Phát biểu nào sau đây **đúng**?
- A. Hai vectơ bằng nhau thì có giá trị bằng nhau hoặc song song.
- B. Hai vectơ có độ dài không bằng nhau thì không cùng hướng.
- C. Hai vectơ không bằng nhau thì chúng không cùng hướng.
- D. Hai vectơ không bằng nhau thì độ dài của chúng không bằng nhau.
- Câu 30:** Hai vectơ có cùng độ dài và ngược hướng gọi là
- A. Hai vectơ cùng hướng.                                    B. Hai vectơ cùng phương.
- C. Hai vectơ đối nhau.                                    D. Hai vectơ bằng nhau.
- Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$ ?
- A. 12.                                    B. 4.                                    C. 10.                                    D. 8.
- Câu 32:** Phát biểu nào sau đây **sai**?
- A. Hai vectơ cùng hướng thì cùng phương.
- B. Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.
- C. Hai vectơ cùng phương thì cùng hướng.
- D. Vectơ là đoạn thẳng có hướng.
- Câu 33:** Cho 3 điểm  $M, N, P$  thẳng hàng trong đó  $N$  nằm giữa  $M$  và  $P$ . khi đó các cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
- A.  $\vec{MN}$  và  $\vec{MP}$ .                                    B.  $\vec{MN}$  và  $\vec{PN}$ .                                    C.  $\vec{NM}$  và  $\vec{NP}$ .                                    D.  $\vec{MP}$  và  $\vec{PN}$ .
- Câu 34:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó các cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
- A.  $\vec{MP}$  và  $\vec{PN}$ .                                    B.  $\vec{MN}$  và  $\vec{PN}$ .                                    C.  $\vec{NM}$  và  $\vec{NP}$ .                                    D.  $\vec{MN}$  và  $\vec{MP}$ .

**DẠNG 2: CHỨNG MINH HAI VECTO BẰNG NHAU**



**PHƯƠNG PHÁP.**

+ Để chứng minh hai vectơ bằng nhau ta chứng minh chúng có cùng độ dài và cùng hướng hoặc dựa vào nhận xét nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\overline{AB} = \overline{DC}$  hoặc  $\overline{AD} = \overline{BC}$ .



**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

- Câu 1:** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ . Hãy liệt kê tất cả các vectơ bằng nhau nhận đỉnh và tâm của hình vuông làm điểm đầu và điểm cuối.
- Câu 2:** Cho vectơ  $\overline{AB}$  và một điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .
- Câu 3:** Cho tứ giác đều  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh  $\overline{MN} = \overline{QP}$ .
- Câu 4:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ?
- Câu 5:** Cho hai điểm phân biệt  $A, B$ . Xác định điều kiện để điểm  $I$  là trung điểm  $AB$ .
- Câu 6:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA, AB$ . Chứng minh  $\overline{EF} = \overline{CD}$ .
- Câu 7:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $E$  là điểm đối xứng  $C$  của qua  $D$ . Chứng minh rằng  $\overline{AE} = \overline{BD}$ .
- Câu 8:** Cho  $\triangle ABC$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CA$ . Tìm điểm  $I$  sao cho  $\overline{NP} = \overline{MI}$ .
- Câu 9:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh  $\overline{MN} = \overline{QP}; \overline{NP} = \overline{MQ}$ .
- Câu 10:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, DC$ .  $AN$  và  $CM$  lần lượt cắt  $BD$  tại  $E, F$ . Chứng minh rằng  $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FB}$



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

- Câu 1:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi:
- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
  - B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
  - C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.
  - D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.
- Câu 2:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Hãy tìm các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm  $O$  sao cho bằng với  $\overline{AB}$ ?
- A.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{FD}$ .      B.  $\overline{FO}, \overline{AC}, \overline{ED}$ .      C.  $\overline{BO}, \overline{OC}, \overline{ED}$ .      D.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$ .
- Câu 3:** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $\overline{AB} = \overline{BC}$ .      B.  $\overline{BA}$  và  $\overline{BC}$  cùng phương.
- C.  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  ngược hướng.      D.  $\overline{CA}$  và  $\overline{CB}$  cùng hướng.
- Câu 4:** Cho tam giác đều cạnh  $2a$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?
- A.  $\overline{AB} = \overline{AC}$ .      B.  $\overline{AB} = 2a$ .      C.  $|\overline{AB}| = 2a$ .      D.  $\overline{AB} = AB$ .
- Câu 5:** Cho hình bình hành  $ABCD$  với  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Câu nào sau đây là sai?
- A.  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .      B.  $\overline{AD} = \overline{BC}$ .      C.  $\overline{AO} = \overline{OC}$ .      D.  $\overline{OD} = \overline{BO}$ .
- Câu 6:** Cho vectơ  $\overline{AB} \neq \vec{0}$  và một điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$ .
- A. 1      B. 2      C. 0      D. Vô số





- Câu 21:** Cho tam giác  $ABC$  có trục tâm  $H$  và tâm đường tròn ngoại tiếp  $O$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $O$ ;  $E$  là điểm đối xứng với  $O$  qua  $BC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overline{OA} = \overline{HE}$ .      **B.**  $\overline{OH} = \overline{DE}$ .      **C.**  $\overline{AH} = \overline{OE}$ .      **D.**  $\overline{BH} = \overline{CD}$ .

**DẠNG 3: XÁC ĐỊNH ĐIỂM THOẢ ĐẲNG THỨC VECTO**

**1 PHƯƠNG PHÁP.**

Sử dụng: Hai véc tơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng cùng độ dài và cùng hướng.

**2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

- Câu 1:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CA$  và  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MP} = \overline{CN}$ . Hãy xác định vị trí điểm  $N$ .
- Câu 2:** Cho hình thang  $ABCD$  với đáy  $BC = 2AD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $BC, MC, CD, AB$  và  $E$  là điểm thỏa mãn  $\overline{BN} = \overline{QE}$ . Xác định vị trí điểm  $E$ .
- Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AN} = \overline{GC}$ . Hãy xác định vị trí điểm  $N$ .
- Câu 4:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $N, P$  lần lượt là trung điểm cạnh  $AD, AB$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{AP} = \overline{NM}$ . Xác định vị trí điểm  $M$ .
- Câu 5:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{AO} = \overline{OM}$ . Xác định vị trí điểm  $M$ .
- Câu 6:** Cho  $\overline{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm  $C$ . Xác định điểm  $D$  thỏa  $|\overline{AB}| = |\overline{AD} - \overline{AC}|$ ?
- Câu 7:** Cho tam giác  $ABC$ . Xác định vị trí của điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0}$

**3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

- Câu 1:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC$  và  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MN} = \overline{BP}$ . Chọn khẳng định đúng.  
**A.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $MC$ .      **B.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $BP$ .  
**C.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $AC$ .      **D.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $PC$ .
- Câu 2:** Cho tam giác  $ABC$  và  $D$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{CD}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABDC$ .  
**B.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCD$ .  
**C.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ADBC$ .  
**D.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ACBD$ .
- Câu 3:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  và  $O$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{FO}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.**  $O$  là tâm của lục giác  $ABCDEF$ .      **B.**  $O$  là trung điểm của đoạn  $FC$ .  
**C.**  $EDCO$  là hình bình hành.      **D.**  $O$  là trung điểm của đoạn  $ED$ .
- Câu 4:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{DC}$  và các mệnh đề.  
(I)  $ABCD$  là hình bình hành.  
(II)  $D$  nằm giữa  $B$  và  $C$ .  
(III)  $C$  nằm trên đường thẳng đi qua điểm  $D$  và song song hoặc trùng với đường thẳng  $AB$ .  
(IV) Bốn điểm  $A, B, C, D$  thẳng hàng.  
Số mệnh đề đúng?

**CHUYÊN ĐỀ IV – TOÁN 10 – CHƯƠNG IV – HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC. VECTO**

**A.** 1.                                      **B.** 2.                                      **C.** 3.                                      **D.** 4.

**Câu 5:** Cho hình thang  $ABCD$  với đáy  $AB = 2CD$ . Gọi  $N, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CD, DA$  và  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $M$  là trung điểm của  $PN$ .                                      **B.**  $M$  là trung điểm của  $AN$ .  
**C.**  $M$  là trung điểm của  $AB$ .                                      **D.**  $M$  là trung điểm của  $QN$ .

**Câu 6:** Cho tam giác  $ABC$ . Để điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$  thì  $M$  phải thỏa mãn mệnh đề nào?

**A.**  $M$  là điểm sao cho tứ giác  $ABMC$  là hình bình hành.  
**B.**  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .  
**C.**  $M$  là điểm sao cho tứ giác  $BAMC$  là hình bình hành.  
**D.**  $M$  thuộc trung trực của  $AB$ .

**Câu 7:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$  là?

**A.** tập rỗng.                                      **B.** một đoạn thẳng.                                      **C.** một đường tròn.                                      **D.** một đường thẳng.

**Câu 8:** Cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$  là?

**A.** trung trực đoạn  $BC$ .                                      **B.** đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $BC$ .  
**C.** đường thẳng qua  $A$  và song song với  $BC$ .                                      **D.** đường thẳng  $AB$ .

**Câu 9:** Cho hình bình hành  $ABCD$ , điểm  $M$  thỏa mãn  $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$ . Khi đó điểm  $M$  là:

**A.** Trung điểm của  $AD$ .                                      **B.** Trung điểm của  $AC$ .  
**C.** Điểm  $C$ .                                      **D.** Trung điểm của  $AB$ .

**Câu 10:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi

**A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .                                      **B.**  $AB = CD$ .                                      **C.**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ .                                      **D.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

**Câu 11:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $|\overrightarrow{AM}| = a\sqrt{3}$ .                                      **B.**  $\overrightarrow{AM} = a$ .                                      **C.**  $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$ .                                      **D.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 12:** Cho  $\overrightarrow{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ ?

**A.** Vô số.                                      **B.** 1 điểm.                                      **C.** 2 điểm.                                      **D.** Không có điểm nào.

**Câu 13:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

**A.**  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ .                                      **B.**  $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$ .                                      **C.**  $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$ .                                      **D.**  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ .

# HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VECTƠ

## BÀI 3. KHÁI NIỆM VECTO



### I LÝ THUYẾT.

#### I. KHÁI NIỆM VECTO

Cho đoạn thẳng  $AB$ . Nếu chọn điểm  $A$  làm *điểm đầu*, điểm  $B$  làm *điểm cuối* thì *đoạn thẳng*  $AB$  có hướng từ  $A$  đến  $B$ . Khi đó ta nói  $AB$  là một *đoạn thẳng có hướng*.

**1. Định nghĩa:** Vecto là một đoạn thẳng có hướng, nghĩa là, trong hai điểm mút của đoạn thẳng, đã chỉ rõ điểm đầu, điểm cuối.



#### 2. Kí hiệu

Vecto có điểm đầu  $A$  và điểm cuối  $B$  được kí hiệu là  $\overrightarrow{AB}$ , đọc là “vectơ  $AB$ ”.

Vecto còn được kí hiệu là  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ , ... khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của nó.

**3. Độ dài vectơ:** Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  được kí hiệu là  $|\overrightarrow{AB}|$ , như vậy  $|\overrightarrow{AB}| = AB$ . Độ dài của vectơ  $\vec{a}$  được kí hiệu là  $|\vec{a}|$ .

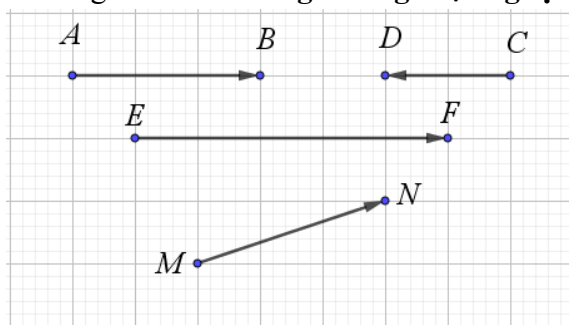
Vecto có độ dài bằng 1 gọi là *vecto đơn vị*.

#### II. HAI VECTO CÙNG PHƯƠNG, CÙNG HƯỚNG

**1. Giá của vectơ:** Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ được gọi là *giá* của vectơ đó.

**2. Vectơ cùng phương, vectơ cùng hướng:** Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Hai vectơ cùng phương thì chúng chỉ có thể **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.



#### 3. Nhận xét

Ba điểm phân biệt  $A$ ,  $B$ ,  $C$  thẳng hàng khi và chỉ khi hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương.

**III. HAI VECTO BẰNG NHAU:**

Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài.

Kí hiệu  $\vec{a} = \vec{b}$ .

**Chú ý**

+ Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là **đối nhau** nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài.

+ Khi cho trước vectơ  $\vec{a}$  và điểm  $O$ , thì ta luôn tìm được một điểm  $A$  duy nhất sao cho

$$\vec{OA} = \vec{a}.$$

**IV. VECTO – KHÔNG**

Vecto – không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ta kí hiệu là  $\vec{0}$ .

Ta quy ước vectơ – không cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ và có độ dài bằng 0.

Như vậy  $\vec{0} = \vec{AA} = \vec{BB} = \dots$  và  $\vec{MN} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv N$ .

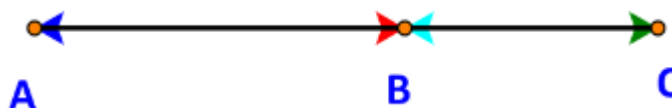


**BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.**

**Câu 1:** Cho  $A, B, C$  là ba điểm thẳng hàng,  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Viết các cặp vectơ cùng hướng, ngược hướng trong những vectơ sau:

$$\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BA}, \vec{BC}, \vec{CA}, \vec{CB}$$

**Lời giải**



Do các vectơ đều nằm trên đường thẳng  $AB$  nên các vectơ này đều cùng phương với nhau.

Dễ thấy:

Các vectơ  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}$  cùng hướng (từ trái sang phải.)

Các vectơ  $\vec{BA}, \vec{CA}, \vec{CB}$  cùng hướng (từ phải sang trái.)

Do đó, các cặp vectơ cùng hướng là:

$$\vec{AB} \text{ và } \vec{AC}; \vec{AC} \text{ và } \vec{BC}; \vec{AB} \text{ và } \vec{BC}; \vec{BA} \text{ và } \vec{CA}; \vec{BA} \text{ và } \vec{CB}; \vec{BA} \text{ và } \vec{CB}$$

Các cặp vectơ ngược hướng là:

$$\vec{AB} \text{ và } \vec{BA}; \vec{AB} \text{ và } \vec{CA}; \vec{AB} \text{ và } \vec{CB}$$

$$\vec{AC} \text{ và } \vec{BA}; \vec{AC} \text{ và } \vec{CA}; \vec{AC} \text{ và } \vec{CB};$$

$$\vec{BC} \text{ và } \vec{BA}; \vec{BC} \text{ và } \vec{CA}; \vec{BC} \text{ và } \vec{CB}$$

**Câu 2:** Cho đoạn thẳng  $MN$  có trung điểm là  $I$ .

a) Viết các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là một trong ba điểm  $M, N, I$ .

b) vectơ nào bằng  $\vec{MI}$ ? Bằng  $\vec{NI}$ ?

Lời giải



a) Các vectơ đó là:  $\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IN}, \overrightarrow{NI}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NM}$ .

b) Dễ thấy:

+) vectơ  $\overrightarrow{IN}$  cùng hướng với vectơ  $\overrightarrow{MI}$ . Hơn nữa:

$$|\overrightarrow{IN}| = IN = MI = |\overrightarrow{MI}|$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{MI}$$

+) vectơ  $\overrightarrow{IM}$  cùng hướng với vectơ  $\overrightarrow{NI}$ . Hơn nữa:

$$|\overrightarrow{IM}| = IM = NI = |\overrightarrow{NI}|$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{NI}$$

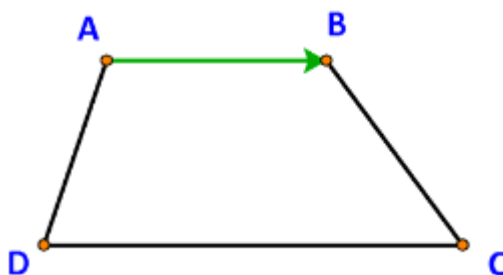
Vậy  $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{MI}$  và  $\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{NI}$

**Câu 3:** Cho hình thang  $ABCD$  có hai đáy là  $AB$  và  $CD$ . Tìm vectơ:

a) Cùng hướng với  $\overrightarrow{AB}$

b) Ngược hướng với  $\overrightarrow{AB}$

Lời giải



Giá của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là đường thẳng  $AB$ .

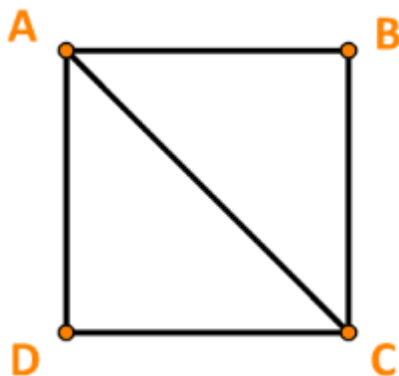
Các vectơ cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là:  $\overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{DC}$

a) vectơ  $\overrightarrow{DC}$  cùng hướng với vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .

b) vectơ  $\overrightarrow{CD}$  ngược hướng với vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 4:** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh bằng  $3\text{ cm}$ . Tính độ dài của các vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

Lời giải

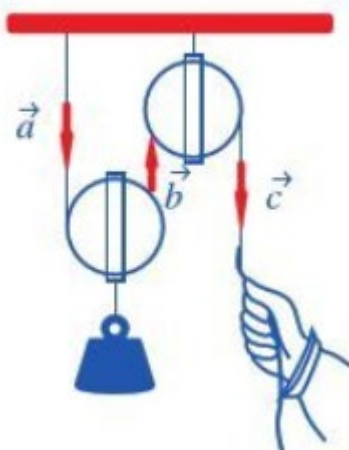


Ta có:  $|\overrightarrow{AB}| = AB$  và  $|\overrightarrow{AC}| = AC$ .

Mà  $AB = 3, AC = 3\sqrt{2}$

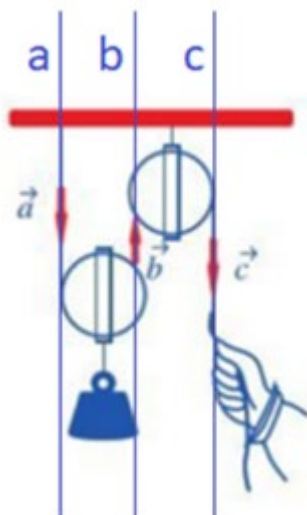
$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3; |\overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{2}$

**Câu 5:** Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  (hình)



- Hãy chỉ ra các cặp vectơ cùng phương.
- Trong các cặp vectơ đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.

**Lời giải**



Gọi  $a, b, c$  là các đường thẳng lần lượt chứa các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Khi đó:  $a, b, c$  lần lượt là giá của các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

a) Dễ thấy:  $a // b // c$

$\Rightarrow$  Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng phương với nhau.

Vậy các cặp vectơ cùng phương là:  $\vec{a}$  và  $\vec{b}, \vec{a}$  và  $\vec{c}, \vec{b}$  và  $\vec{c}$ .

b) Quan sát ba vectơ, ta thấy: vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng hướng xuống còn vectơ  $\vec{b}$  hướng lên trên.

Vậy vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng hướng, vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng, vectơ  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  ngược hướng.

## II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**DẠNG 1: XÁC ĐỊNH MỘT VECTO; PHƯƠNG, HƯỚNG CỦA VECTO; ĐỘ DÀI CỦA VECTO**

### 1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Xác định một vectơ và xác định sự cùng phương, cùng hướng của hai vectơ theo định nghĩa.

+ Dựa vào các tính chất hình học của các hình đã cho biết để tính độ dài của một vectơ.

### 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

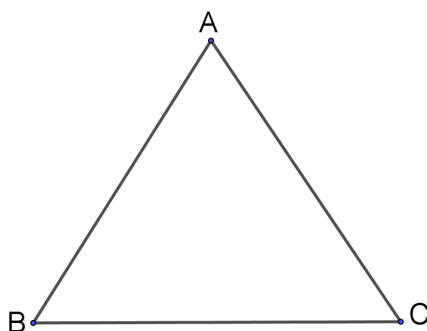
**Câu 1:** Với hai điểm phân biệt  $A, B$  có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ hai điểm trên?

**Lời giải**

Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{BA}$ .

**Câu 2:** Cho tam giác  $ABC$ , có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh  $A, B, C$ ?

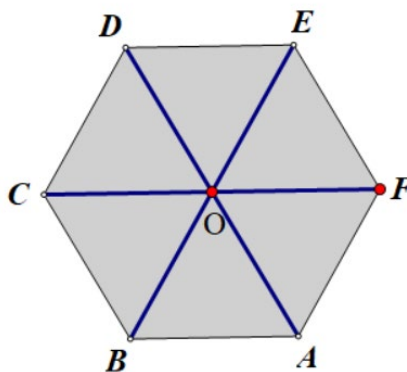
**Lời giải**



Ta có 6 vectơ:  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}$ .

**Câu 3:** Cho hình lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Tìm số các vectơ khác vectơ - không, cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{OB}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?

**Lời giải**



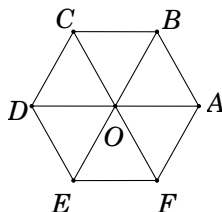
Các vectơ cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{OB}$  là:

$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$ .

**Câu 4:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Tìm số các vectơ bằng  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác?

**Lời giải**

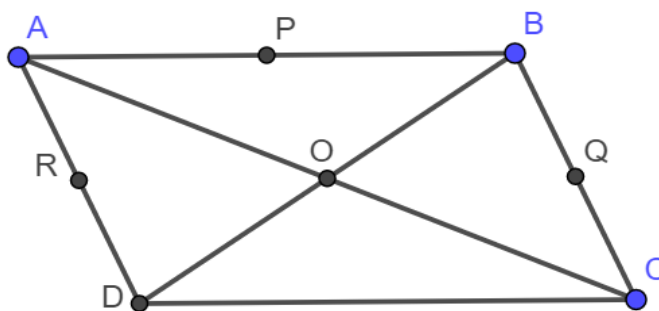
Đó là các vectơ:  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$ .



**Câu 5:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm số vectơ bằng với vectơ  $\overrightarrow{AR}$

**Lời giải**





Có 3 vectơ là  $\overrightarrow{RD}$ ;  $\overrightarrow{BQ}$ ;  $\overrightarrow{QC}$ ,  $\overrightarrow{PO}$ .

**Câu 6:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

**Lời giải**

Một vectơ khác vectơ không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Khi có 4 điểm  $A, B, C, D$  ta có 4 cách chọn điểm đầu và 3 cách chọn điểm cuối. Nên ta sẽ có  $3 \cdot 4 = 12$  cách xác định số vectơ khác  $\vec{0}$  thuộc 4 điểm trên.

**Câu 7:** Số vectơ (khác vectơ  $\vec{0}$ ) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước?

**Lời giải**

Một vectơ khác vectơ không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Khi có 7 điểm ta có 7 cách chọn điểm đầu và 6 cách chọn điểm cuối. Nên ta sẽ có  $7 \cdot 6 = 42$  cách xác định số vectơ khác  $\vec{0}$  thuộc 7 điểm trên.

**Câu 8:** Trên mặt phẳng cho 6 điểm phân biệt  $A, B, C, D, E, F$ . Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ không, mà có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho?

**Lời giải**

Xét tập  $X = \{A, B, C, D, E, F\}$ . Với mỗi cách chọn hai phần tử của tập  $X$  và sắp xếp theo một thứ tự ta được một vectơ thỏa mãn yêu cầu.

Mỗi vectơ thỏa mãn yêu cầu tương ứng cho ta 30 phần tử thuộc tập  $X$ .

Vậy số các vectơ thỏa mãn yêu cầu bằng 30.

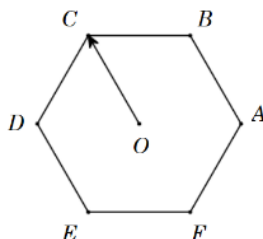
**Câu 9:** Cho  $n$  điểm phân biệt. Hãy xác định số vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối thuộc  $n$  điểm trên?

**Lời giải**

Khi có  $n$  điểm, ta có  $n$  cách chọn điểm đầu và  $n-1$  cách chọn điểm cuối. Nên ta sẽ có  $n(n-1)$  cách xác định số vectơ khác  $\vec{0}$  thuộc  $n$  điểm trên.

**Câu 10:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ bằng  $\overrightarrow{OC}$  có điểm cuối là các đỉnh của lục giác là bao nhiêu?

**Lời giải**



Đó là các vectơ:  $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{ED}$ .

**Câu 11:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Tìm các cặp vectơ cùng hướng?

**Lời giải**



Các vectơ cùng hướng là:  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$ ,  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{NP}$ ,  $\overrightarrow{PM}$  và  $\overrightarrow{PN}$ ,  $\overrightarrow{PN}$  và  $\overrightarrow{NM}$ .

**Câu 12:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tìm vectơ khác  $\vec{0}$ , cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của hình bình hành  $ABCD$ .

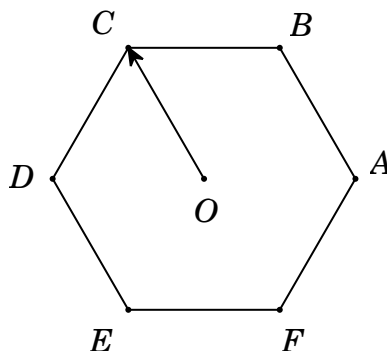
**Lời giải**

Các vectơ cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$  mà thỏa mãn điều kiện đầu Câu là:  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ .



**Câu 13:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Tìm số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

**Lời giải**



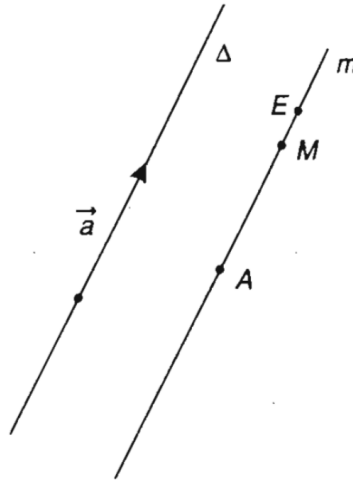
Đó là các vectơ:  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{FO}$ .

**Câu 14:** Cho điểm  $A$  và vectơ  $\vec{a}$  khác  $\vec{0}$ . Tìm điểm  $M$  sao cho:

a)  $\overrightarrow{AM}$  cùng phương với  $\vec{a}$ .

b)  $\overrightarrow{AM}$  cùng hướng với  $\vec{a}$ .

Lời giải

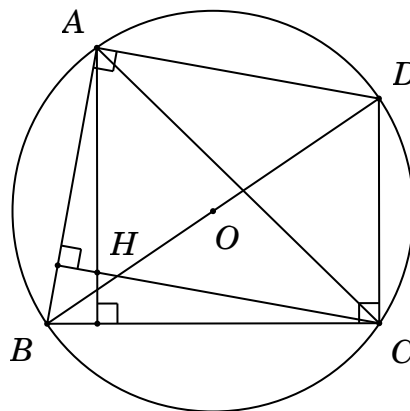


Gọi  $\Delta$  là giá của  $\vec{a}$ .

- a) Nếu  $\overrightarrow{AM}$  cùng phương với  $\vec{a}$  thì đường thẳng  $AM$  song song với  $\Delta$ . Do đó  $M$  thuộc đường thẳng  $m$  đi qua  $A$  và song song với  $\Delta$ . Ngược lại, mọi điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $m$  thì  $\overrightarrow{AM}$  cùng phương với  $\vec{a}$ . Chú ý rằng nếu  $A$  thuộc đường thẳng  $\Delta$  thì  $m$  trùng với  $\Delta$ .
- b) Lập luận tương tự như trên, ta thấy các điểm  $M$  thuộc một nửa đường thẳng gốc  $A$  của đường thẳng  $m$ . Cụ thể, đó là nửa đường thẳng chứa điểm  $E$  sao cho  $\overrightarrow{AE}$  và  $\vec{a}$  cùng hướng.

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .

Lời giải



Ta có  $AH \perp BC$  và  $DC \perp BC$  (do góc  $\widehat{DCB}$  chắn nửa đường tròn). Suy ra  $AH \parallel DC$ .

Tương tự ta cũng có  $CH \parallel AD$ .

Suy ra tứ giác  $ADCH$  là hình bình hành. Do đó  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .

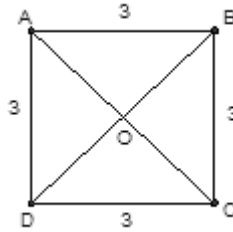
**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ , có  $AB = AC = 4$ . Tính  $|\overrightarrow{BC}|$

Lời giải

$$\text{vì } |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$$

**Câu 17:** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh 3. Giá trị của  $|\overrightarrow{AC}|$  là bao nhiêu?

Lời giải



vì  $|\overrightarrow{AC}| = AC = 3\sqrt{2}$

**Câu 18:** Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tính  $|\overrightarrow{CB}|$

**Lời giải**

vì  $|\overrightarrow{CB}| = CB = a$

**Câu 19:** Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền BC = 12. Tính  $|\overrightarrow{GM}|$  (với M là trung điểm của BC)

**Lời giải**

vì  $|\overrightarrow{GM}| = GM = \frac{1}{3}.AM = \frac{1}{3}.6 = 2$

**Câu 20:** Cho hình chữ nhật ABCD, có AB = 4 và AC = 5. Tìm độ dài vectơ  $\overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

vì  $|\overrightarrow{AC}| = AC = 5$

### 3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Cho tứ giác ABCD. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

- A. 4.                                      B. 6.                                      C. 8.                                      D. 12.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét các vectơ có điểm A là điểm đầu thì có các vectơ thỏa mãn Câu toán là  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  có 3 vectơ.

Tương tự cho các điểm còn lại B, C, D.

**Câu 2:** Cho 5 điểm A, B, C, D, E có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các điểm đã cho?

- A. 4                                      B. 20                                      C. 10                                      D. 12

**Lời giải**

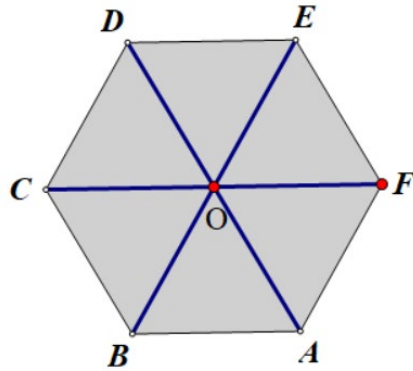
**Chọn A**

**Câu 3:** Cho lục giác đều ABCDEF tâm O. Hãy tìm các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với  $\overrightarrow{AB}$ ?

- A.  $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FD}$                       B.  $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}$                       C.  $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$                       D.  $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

**Lời giải**

**Chọn D**



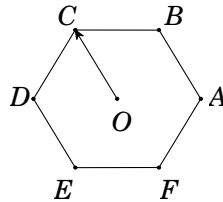
**Câu 4:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ khác vectơ - không, cùng phương với  $\vec{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 4.                                    B. 6.                                    C. 7.                                    D. 9.

Lời giải

**Chọn B**

Đó là các vectơ:  $\vec{AB}, \vec{BA}, \vec{DE}, \vec{ED}, \vec{FC}, \vec{CF}$ .

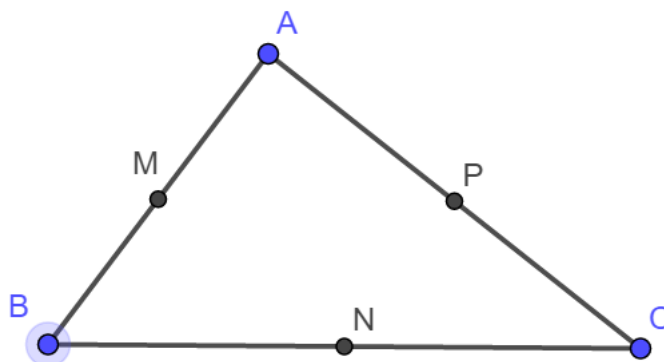


**Câu 5:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CA$ . Xác định các vectơ cùng phương với  $\vec{MN}$ .

- A.  $\vec{AC}, \vec{CA}, \vec{AP}, \vec{PA}, \vec{PC}, \vec{CP}$                                     B.  $\vec{NM}, \vec{BC}, \vec{CB}, \vec{PA}, \vec{AP}$   
 C.  $\vec{NM}, \vec{AC}, \vec{CA}, \vec{AP}, \vec{PA}, \vec{PC}, \vec{CP}$                                     D.  $\vec{NM}, \vec{BC}, \vec{CA}, \vec{AM}, \vec{MA}, \vec{PN}, \vec{CP}$

Lời giải

**Chọn C**



**Câu 6:** Cho hai vectơ khác vectơ - không, không cùng phương. Có bao nhiêu vectơ khác  $\vec{0}$  cùng phương với cả hai vectơ đó?

- A. 2.                                    B. 1.                                    C. không có.                                    D. vô số.

Lời giải

**Chọn C**

**CHUYÊN ĐỀ IV – TOÁN 10 – CHƯƠNG IV – HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC. VECTO**

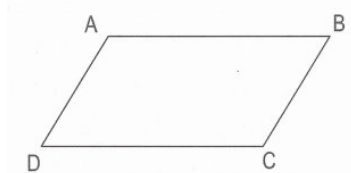
Giả sử tồn tại một vec-tơ  $\vec{c}$  cùng phương với cả hai vec-tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ . Lúc đó tồn tại các số thực  $h$  và  $k$  sao cho  $\vec{c} = h\vec{a}$  và  $\vec{c} = k\vec{b}$ . Từ đó suy ra  $h\vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{k}{h}\vec{b}$ .

Suy ra hai vec-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương. (mâu thuẫn).  $\rightarrow$  **Chọn C**

**Câu 7:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Số vectơ khác  $\vec{0}$ , cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của hình bình hành  $ABCD$  là

- A.** 1.                                    **B.** 2.                                    **C.** 3.                                    **D.** 4.

**Lời giải**



**Chọn C**

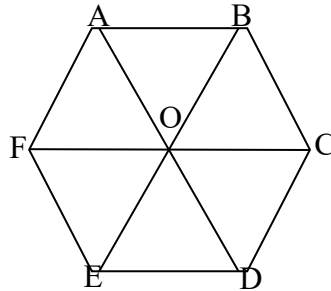
Các vectơ cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$  mà thỏa mãn điều kiện đầu Câu là:  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ .

**Câu 8:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số vectơ khác  $\vec{0}$ , có điểm đầu điểm cuối là đỉnh của lục giác hoặc tâm  $O$  và cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{OC}$  là

- A.** 3.                                    **B.** 4.                                    **C.** 8.                                    **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn D**

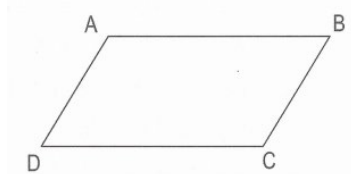


Các vectơ thỏa mãn là:  $\overrightarrow{CO}$ ,  $\overrightarrow{FO}$ ,  $\overrightarrow{OF}$ ,  $\overrightarrow{FC}$ ,  $\overrightarrow{CF}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{ED}$ ,  $\overrightarrow{DE}$ .

**Câu 9:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Số các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của tứ giác là

- A.** 4.                                    **B.** 6.                                    **C.** 8.                                    **D.** 12.

**Lời giải**



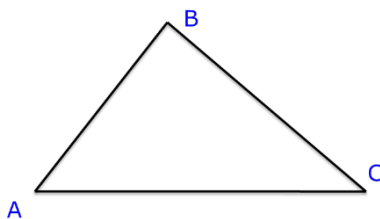
**Chọn D**

Từ mỗi đỉnh ta có một điểm đầu và ba đỉnh còn lại là ba điểm cuối, vậy tạo nên ba vectơ. Với bốn đỉnh như vậy ta có tất cả  $3 \cdot 4 = 12$  vectơ.

**Câu 10:** Cho tam giác  $ABC$ , có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh  $A, B, C$ ?

- A.** 3.                                    **B.** 6.                                    **C.** 4.                                    **D.** 9.

Lời giải



Chọn B

Đó là các vectơ:  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}$ .

Câu 11: Cho tứ giác  $ABCD$  có  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ . Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là sai?

- A. Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.      B.  $DA = BC$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

Lời giải

Chọn C

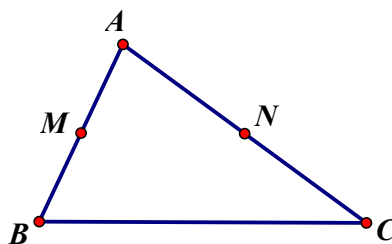
$AC$  và  $BD$  là hai đường chéo của tứ giác  $ABCD$  nên hai vectơ  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$  không cùng phương vì vậy không thể bằng nhau.

Câu 12: Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC$ . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

- A.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{MB}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{CB}$ .      C.  $\overrightarrow{MA}$  và  $\overrightarrow{MB}$ .      D.  $\overrightarrow{AN}$  và  $\overrightarrow{CA}$ .

Lời giải

Chọn A



Câu 13: Cho tứ giác  $ABCD$ . Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ?

- A.  $ABCD$  là vuông.      B.  $ABDC$  là hình bình hành.  
 C.  $AD$  và  $BC$  có cùng trung điểm.      D.  $AB = CD$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có:

•  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC$  là hình bình hành.

• Mặt khác,  $ABDC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

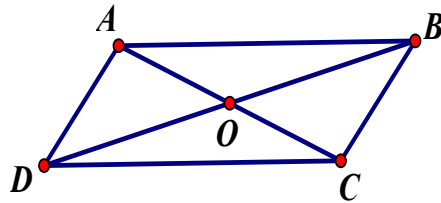
Do đó, điều kiện cần và đủ để  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  là  $ABDC$  là hình bình hành.

Câu 14: Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  của hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

- A.  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .      C.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$ .      D.  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ .

Lời giải

Chọn C



$\vec{OA}$  và  $\vec{OC}$  là hai vectơ đối nhau.

**Câu 15:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A.  $\vec{0}$  cùng hướng với mọi vectơ.                      B.  $\vec{0}$  cùng phương với mọi vectơ.  
 C.  $\vec{AA} = \vec{0}$ .                      D.  $|\vec{AB}| > 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

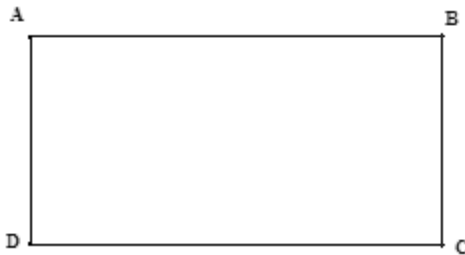
Mệnh đề  $|\vec{AB}| > 0$  là mệnh đề **sai**, vì khi  $A \equiv B$  thì  $|\vec{AB}| = 0$ .

**Câu 16:** Cho hình chữ nhật ABCD, có  $AB = 4$  và  $AC = 5$ . Tìm độ dài vectơ  $\vec{BC}$ .

- A. 3.                      B.  $\sqrt{41}$ .                      C. 9.                      D.  $\pm 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



$$|\vec{BC}| = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

**Câu 17:** Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ . Tính độ dài của vectơ  $\vec{CA}$ .

- A.  $|\vec{CA}| = 5$ .                      B.  $|\vec{CA}| = 25$ .                      C.  $|\vec{CA}| = 7$ .                      D.  $|\vec{CA}| = \sqrt{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$|\vec{CA}| = CA = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$$

**Câu 18:** Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 1. Gọi H là trung điểm BC. Tính  $|\vec{AH}|$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B. 1.                      C. 2.                      D.  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$|\vec{AH}| = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Câu 19:** Cho tam giác ABC đều cạnh  $2a$ . Gọi M là trung điểm BC. Khi đó  $|\vec{AM}|$  bằng:

- A.  $2a$ .                      B.  $2a\sqrt{3}$ .                      C.  $4a$ .                      D.  $a\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } |\vec{AM}| = AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$



**Câu 20:** Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm O. Tính  $|\overline{OD}|$ .

- A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      **B.**  $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$ .                      **C.** a.                      **D.**  $\frac{a^2}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $|\overline{OD}| = OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 21:** Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác  $\vec{0}$  thì cùng phương.  
**B.** Hai vectơ ngược hướng với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.  
**C.** Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng phương.  
**D.** Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 22:** Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không, có điểm đầu và điểm cuối là A, B hoặc C?

- A.** 3.                      **B.** 5.                      **C.** 6.                      **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Các vectơ thỏa đề gồm  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BA}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{CB}$ .

**Câu 23:** Vectơ có điểm đầu là A, điểm cuối là B được kí hiệu là:

- A.** AB.                      **B.**  $\overline{AB}$ .                      **C.**  $|\overline{AB}|$ .                      **D.**  $\overline{BA}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 24:** Cho tam giác ABC. Có thể xác định bao nhiêu vectơ (khác vectơ không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C?

- A.** 3.                      **B.** 6.                      **C.** 4.                      **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C là:  $\overline{AB}; \overline{AC}; \overline{BC}; \overline{BA}; \overline{CB}; \overline{CA}$ .

Vậy có tất cả 6 véc tơ.

**Câu 25:** Từ hai điểm phân biệt A, B xác định được bao nhiêu vectơ khác  $\vec{0}$ ?

- A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 26:** Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu  $\vec{a}^2 = \vec{b}^2$ .  
**B.** Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.  
**C.** Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài.  
**D.** Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

**Lời giải**

**Chọn D**



Lời giải

Chọn C

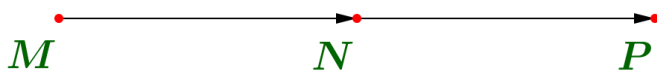
Hai vec tơ cùng phương thì cùng hướng hoặc ngược hướng.

**Câu 33:** Cho 3 điểm  $M, N, P$  thẳng hàng trong đó  $N$  nằm giữa  $M$  và  $P$ . khi đó các cặp vec tơ nào sau đây cùng hướng?

- A.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{PN}$ .      C.  $\overrightarrow{NM}$  và  $\overrightarrow{NP}$ .      D.  $\overrightarrow{MP}$  và  $\overrightarrow{PN}$ .

Lời giải

Chọn A



**Câu 34:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A.  $\overrightarrow{MP}$  và  $\overrightarrow{PN}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{PN}$ .      C.  $\overrightarrow{NM}$  và  $\overrightarrow{NP}$ .      D.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$ .

Lời giải

Chọn D



Cặp vector cùng hướng là  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$ .

## DẠNG 2: CHỨNG MINH HAI VECTO BẰNG NHAU

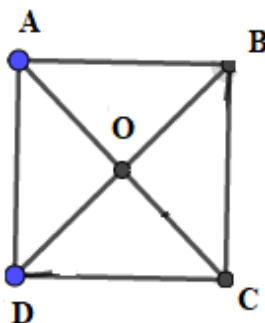
### 1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Để chứng minh hai vector bằng nhau ta chứng minh chúng có cùng độ dài và cùng hướng hoặc dựa vào nhận xét nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  hoặc  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ .

### 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 1:** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ . Hãy liệt kê tất cả các vector bằng nhau nhận đỉnh và tâm của hình vuông làm điểm đầu và điểm cuối.

Lời giải



Các vector bằng nhau nhận đỉnh và tâm của hình vuông làm điểm đầu và điểm cuối là:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}, \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}.$$

**Câu 2:** Cho vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và một điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

**Lời giải**

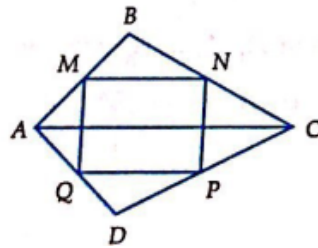
Nếu  $C$  nằm trên đường thẳng  $AB$  thì  $D$  cũng nằm trên đường thẳng  $AB$ .

Nếu  $C$  không nằm trên đường thẳng  $AB$  thì tứ giác  $ABDC$  là hình bình hành. Khi đó  $D$  nằm trên đường thẳng đi qua  $C$  và song song với đường thẳng  $AB$ .

Do vậy, có vô số điểm  $D$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

**Câu 3:** Cho tứ giác đều  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2} AC \end{cases}; \begin{cases} PQ \parallel AC \\ PQ = \frac{1}{2} AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}.$$

Vậy  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ .

**Câu 4:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ?

**Lời giải**

Ta có:

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC$  là hình bình hành.
- Mặt khác,  $ABDC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

Do đó, điều kiện cần và đủ để  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  là  $ABCD$  là hình bình hành.

**Câu 5:** Cho hai điểm phân biệt  $A, B$ . Xác định điều kiện để điểm  $I$  là trung điểm  $AB$ .

**Lời giải**

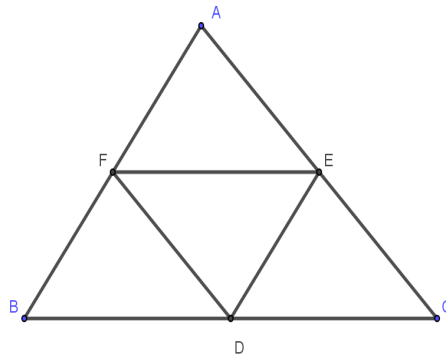
Vì  $I$  là trung điểm  $AB$  nên ta có  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$ .

Vậy điều kiện để điểm  $I$  là trung điểm  $AB$  là:  $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$ .

**Câu 6:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA, AB$ .

Chứng minh  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$ .

**Lời giải**



*Cách 1:* Vì  $EF$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$  nên  $EF \parallel CD$  nên

$$EF = \frac{1}{2}CB \Rightarrow EF = CD \Rightarrow |EF| = |CD| \quad (1).$$

Mặt khác:  $\overrightarrow{EF}$  cùng hướng  $\overrightarrow{CD}$  (2).

Từ (1) và (2) ta có:  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$ .

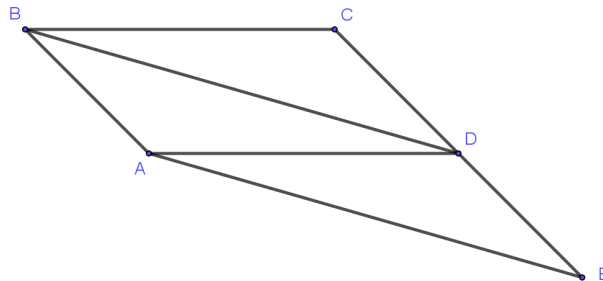
*Cách 2:* Chứng minh  $EFCD$  là hình bình hành

Để chứng minh được  $EF = \frac{1}{2}BC = CD$  và  $EF \parallel CD \Rightarrow EFCD$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CD}$ .

**Câu 7:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $E$  là điểm đối xứng  $C$  của qua  $D$ .

Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$ .

**Lời giải**



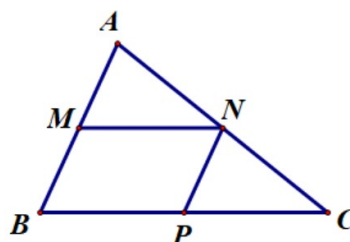
Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên ta có:  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$  (1).

Ta có:  $E$  là điểm đối xứng  $C$  của qua  $D$  nên  $D$  là trung điểm của  $CE \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DE}$  (2).

Từ (1) và (2) ta có:  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow ABDE$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$ .

**Câu 8:** Cho  $\Delta ABC$  có  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CA$ . Tìm điểm  $I$  sao cho  $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MI}$ .

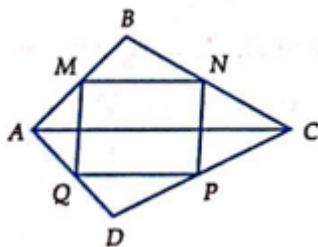
**Lời giải**



Vì  $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MI}$  mà  $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MB}$  nên  $I \equiv B$ .

**Câu 9:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh  $\overline{MN} = \overline{QP}; \overline{NP} = \overline{MQ}$ .

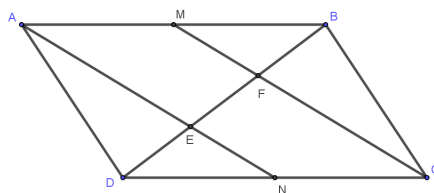
**Lời giải**



Ta có  $MN$  là đường trung bình tam giác  $ABC \Rightarrow MN \parallel \frac{1}{2}AC$  và  $PQ$  là đường trung bình tam giác  $DAC \Rightarrow PQ \parallel \frac{1}{2}AC$ . Do đó  $MN \parallel PQ \Rightarrow MNPQ$  là hình bình hành nên suy ra  $\overline{MN} = \overline{QP}; \overline{NP} = \overline{MQ}$ .

**Câu 10:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, DC$ .  $AN$  và  $CM$  lần lượt cắt  $BD$  tại  $E, F$ . Chứng minh rằng  $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FB}$

**Lời giải**



Ta có :  $\begin{cases} AM = CN \\ AM \parallel CN \end{cases} \Leftrightarrow AMCN$  là hình bình hành.

Theo gt ta có :  $N$  là trung điểm  $DC$  và  $NE \parallel CF \Rightarrow NE$  là đường trung bình của  $\triangle DFC$   
 $\Rightarrow E$  là trung điểm của  $DF \Rightarrow \overline{DE} = \overline{EF}$  (1).

Tương tự ta cũng có :  $F$  là trung điểm của  $BE$  nên  $\overline{EF} = \overline{FB}$  (2).

Từ (1) và (2) ta có:  $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FB}$ .

### 3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi:

- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
- B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
- C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.
- D.** Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

**Lời giải**

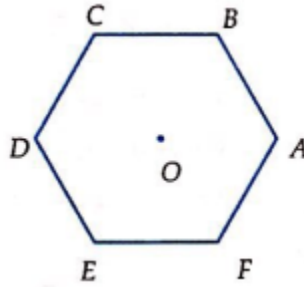
**Chọn D**

**Câu 2:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Hãy tìm các vector khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm  $O$  sao cho bằng với  $\overline{AB}$ ?

- A.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{FD}$ .      B.  $\overline{FO}, \overline{AC}, \overline{ED}$ .      C.  $\overline{BO}, \overline{OC}, \overline{ED}$ .      **D.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$ .**

Lời giải

**Chọn D**



Các vector bằng vectơ  $\overline{AB}$  là:  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$ .

**Câu 3:** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{AB} = \overline{BC}$ .      **B.  $\overline{BA}$  và  $\overline{BC}$  cùng phương.**  
C.  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  ngược hướng.      D.  $\overline{CA}$  và  $\overline{CB}$  cùng hướng.

Lời giải

**Chọn B**

Ba điểm  $A, B, C$  phân biệt.

$A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overline{BA}, \overline{BC}$  cùng phương.

**Câu 4:** Cho tam giác đều cạnh  $2a$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\overline{AB} = \overline{AC}$ .      B.  $\overline{AB} = 2a$ .      **C.  $|\overline{AB}| = 2a$ .**      D.  $\overline{AB} = AB$ .

Lời giải

**Chọn C**

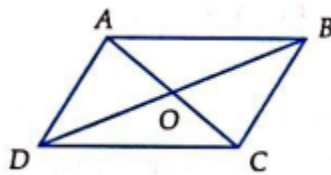
Vì tam giác đều nên  $AB = |\overline{AB}| = 2a$ .

**Câu 5:** Cho hình bình hành  $ABCD$  với  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Câu nào sau đây là sai?

- A.  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .**      B.  $\overline{AD} = \overline{BC}$ .      C.  $\overline{AO} = \overline{OC}$ .      D.  $\overline{OD} = \overline{BO}$ .

Lời giải

**Chọn A**



Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .

**Câu 6:** Cho vectơ  $\overline{AB} \neq \vec{0}$  và một điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$ .

- A. 1      B. 2      C. 0      **D. Vô số**

Lời giải

**Chọn D**

Chú ý rằng nếu  $\overline{AB} = \overline{CD}$  thì có duy nhất điểm  $D$ .

**Câu 7:** Chọn câu dưới đây để mệnh đề sau là mệnh đề đúng: Nếu có  $\overline{AB} = \overline{AC}$  thì

- A. Tam giác  $ABC$  cân.  
B. Tam giác  $ABC$  đều.

- C.  $A$  là trung điểm đoạn  $BC$ .  
 D. Điểm  $B$  trùng với điểm  $C$ .

Lời giải

**Chọn D**

$\overline{AB} = \overline{AC}$  thì  $A, B, C$  thẳng hàng và  $B, C$  nằm cùng phía so với  $A$ . Mà  $AB = AC$  nên điểm  $B$  trùng với điểm  $C$ .

**Câu 8:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Điều kiện cần và đủ để  $\overline{AB} = \overline{CD}$  là?

- A.  $ABCD$  là hình vuông. **B.**  $ABDC$  là hình bình hành.  
 C.  $AD$  và  $BC$  có cùng trung điểm. **D.**  $AB = CD$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có

$$\square \overline{AB} = \overline{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$$

$$\square \text{Mặt khác, } ABDC \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}.$$

**Câu 9:** Cho  $\Delta ABC$  với điểm  $M$  nằm trong tam giác. Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$  và  $N, P, Q$  lần lượt là các điểm đối xứng với  $M$  qua  $A', B', C'$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{AM} = \overline{PC}$  và  $\overline{QB} = \overline{NC}$  **B.**  $\overline{AC} = \overline{QN}$  và  $\overline{AM} = \overline{PC}$   
 C.  $\overline{AB} = \overline{CN}$  và  $\overline{AP} = \overline{QN}$  **D.**  $\overline{AB'} = \overline{BN}$  và  $\overline{MN} = \overline{BC}$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $AMCP$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AM} = \overline{PC}$

Lại có  $AQBM$  và  $BMCN$  là hình bình hành

$\Rightarrow NC = BM = QA$

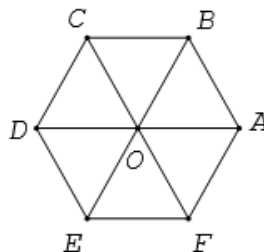
$\Rightarrow AQNC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AC} = \overline{QN}$ .

**Câu 10:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $\overline{AB} = \overline{ED}$ . **B.**  $|\overline{AB}| = |\overline{AF}|$ . **C.**  $\overline{OD} = \overline{BC}$ . **D.**  $\overline{OB} = \overline{OE}$ .

Lời giải

**Chọn D**



Ta có vì hai vectơ  $\overline{OB}, \overline{OE}$  ngược hướng nên chúng không bằng nhau.

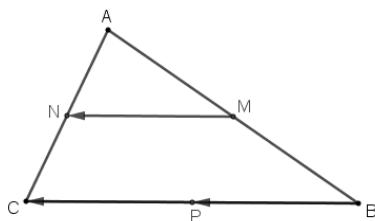
**Câu 11:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  và  $BC$ . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vectơ  $\overline{MN}$  (không kể vectơ  $\overline{MN}$ )?

- A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



**Chọn C**



Các vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vectơ  $\overline{MN}$  (không kể vectơ  $\overline{MN}$ ) là:  $\overline{BP}$  và  $\overline{PC}$

**Câu 12:** Cho hình thoi  $ABCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{AD} = \overline{CB}$ .      B.  $\overline{AB} = \overline{BC}$ .      C.  $\overline{AB} = \overline{AD}$ .      **D.  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 13:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

- A. Chúng cùng phương và có độ dài bằng nhau.  
 B. Giá của chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.  
 C. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.  
**D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.**

**Lời giải**

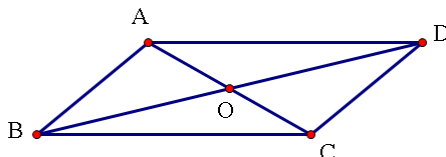
**Chọn D**

**Câu 14:** Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .      B.  $\overline{OA} = \overline{CO}$ .      C.  $\overline{OB} = \overline{DO}$ .      **D.  $\overline{CB} = \overline{AD}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



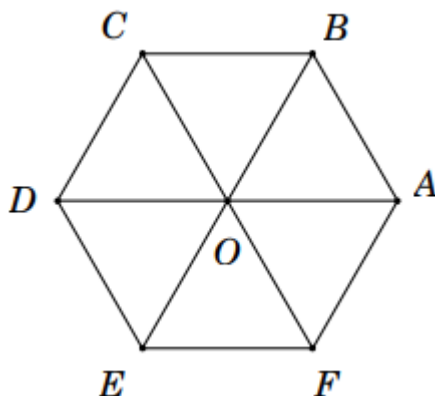
Ta có:  $\overline{CB} = \overline{DA} \neq \overline{AD}$

**Câu 15:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Ba vectơ bằng với  $\overline{BA}$  là

- A.  $\overline{OF}, \overline{ED}, \overline{OC}$ .      **B.  $\overline{OF}, \overline{DE}, \overline{CO}$ .**      C.  $\overline{CA}, \overline{OF}, \overline{DE}$       D.  $\overline{OF}, \overline{DE}, \overline{OC}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ba vectơ bằng  $\overline{BA}$  là  $\overline{OF}, \overline{DE}, \overline{CO}$ .

**Câu 16:** Cho lục giác đều  $ABCEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ bằng  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

**A.** 2.

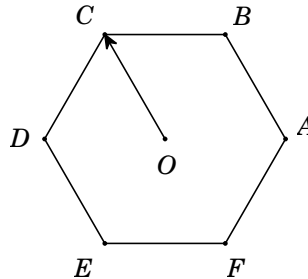
**B.** 3.

**C.** 4.

**D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**



Đó là các vectơ:  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$ .

**Câu 17:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Ba vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{BA}$  là:

**A.**  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$ .

**B.**  $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$ .

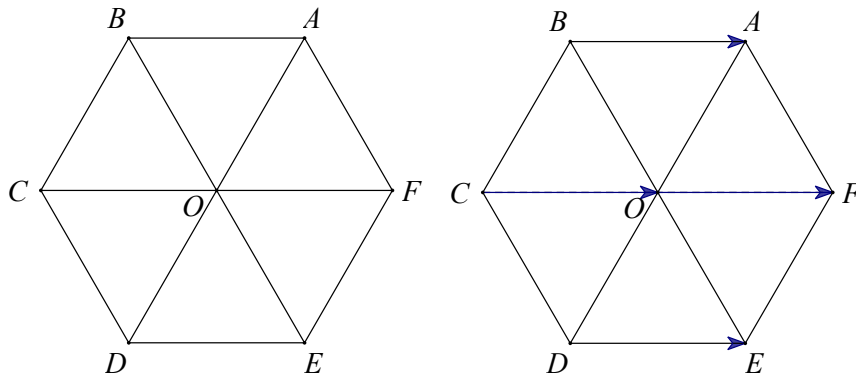
**C.**  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$ .

**D.**  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Giả sử lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$  có hình vẽ như sau



Dựa vào hình vẽ và tính chất của lục giác đều ta có các vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{BA}$  là  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$ .

**Câu 18:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  và  $BC$ . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vectơ  $\overrightarrow{MN}$ ?

**A.** 1.

**B.** 4.

**C.** 2.

**D.** 3

**Lời giải**

**Chọn C**

Các vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là:  $\overrightarrow{BP}$  và  $\overrightarrow{PC}$

**Câu 19:** Cho hình bình hành tâm  $O$ . Hãy chọn phát biểu sai

**A.**  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA}$ .

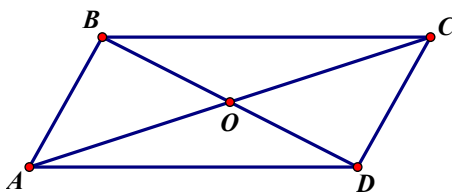
**B.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ .

**D.**  $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



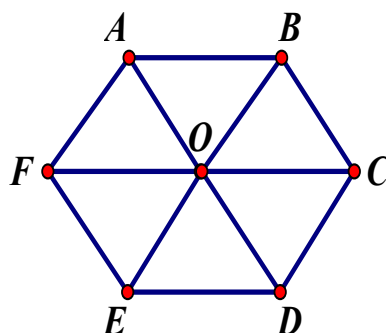
Hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$  nên  $O$  là trung điểm  $AC$ . Suy ra:  $\overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA}$ .

**Câu 20:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 6.                      B. 3.                      **C. 2.**                      D. 4.

Lời giải

**Chọn C**



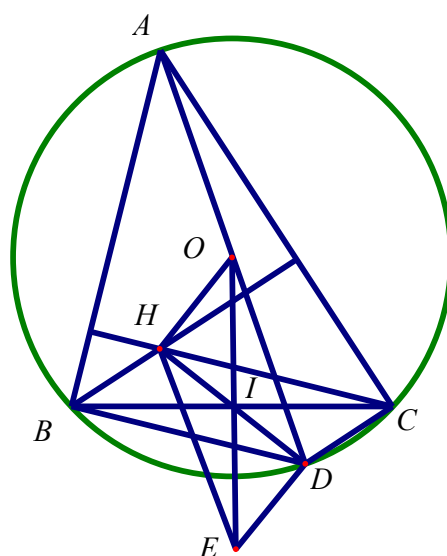
Các vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{OC}$  mà điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của lục giác là  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$ .

**Câu 21:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$  và tâm đường tròn ngoại tiếp  $O$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $O$ ;  $E$  là điểm đối xứng với  $O$  qua  $BC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{HE}$ .                      **B.  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{DE}$ .**                      C.  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OE}$ .                      D.  $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CD}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

Do  $E$  là điểm đối xứng với  $O$  qua  $BC$  nên  $I$  là trung điểm của  $OE$  (1).

Ta có,  $CH \parallel DB$  (cùng vuông góc với  $AB$ )

Tương tự,  $BH \parallel DC$  (cùng vuông góc với  $AC$ )

Từ đó suy ra  $BHCD$  là hình bình hành nên  $I$  là trung điểm của  $HD$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra,  $OHED$  là hình bình hành nên  $\overline{OH} = \overline{DE}$ .

**DẠNG 3: XÁC ĐỊNH ĐIỂM THOẢ ĐẲNG THỨC VECTO**

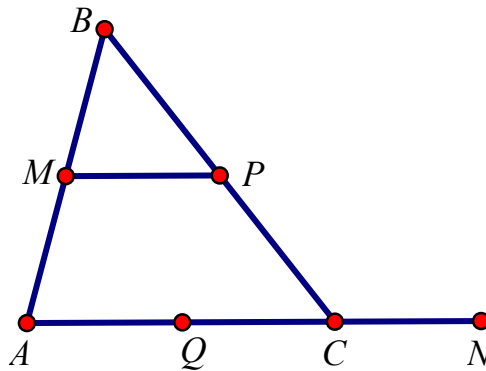
**1 PHƯƠNG PHÁP.**

Sử dụng: Hai véc tơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng cùng độ dài và cùng hướng.

**2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**Câu 1:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CA$  và  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MP} = \overline{CN}$ . Hãy xác định vị trí điểm  $N$ .

**Lời giải**

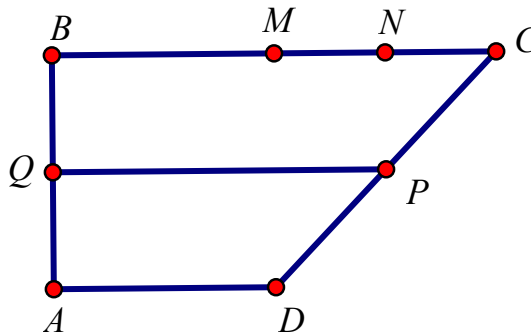


Do  $\overline{MP} = \overline{CN}$  nên  $MP = CN$  và  $\overline{MP}, \overline{CN}$  cùng hướng.

Vậy  $N$  đối xứng với  $Q$  qua  $C$ .

**Câu 2:** Cho hình thang  $ABCD$  với đáy  $BC = 2AD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $BC, MC, CD, AB$  và  $E$  là điểm thỏa mãn  $\overline{BN} = \overline{QE}$ . Xác định vị trí điểm  $E$ .

**Lời giải**

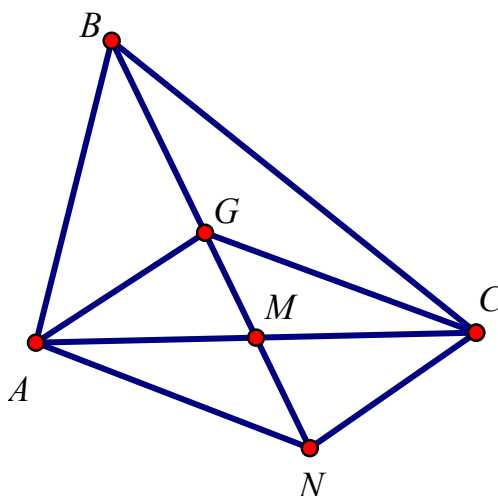


Ta có  $\overline{BN} = \overline{QE}$  nên  $BN = QE$  và  $\overline{BN}, \overline{QE}$  cùng hướng.

Mà  $QP = \frac{AD + BC}{2} = \frac{3}{2}AD = BN$ , suy ra  $\overline{QP} = \overline{BN}$  nên  $E \equiv P$ .

**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AN} = \overline{GC}$ . Hãy xác định vị trí điểm  $N$ .

**Lời giải**

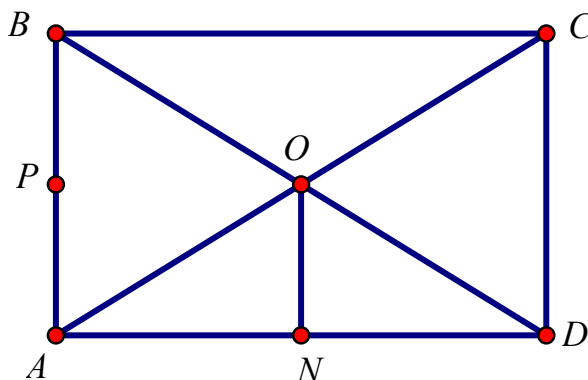


Do  $\overline{AN} = \overline{GC}$  và  $A, C, G$  không thẳng hàng nên  $AGCN$  là hình bình hành.

Vậy  $N$  đối xứng với  $G$  qua trung điểm  $M$  của  $AC$ .

**Câu 4:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $N, P$  lần lượt là trung điểm cạnh  $AD, AB$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{AP} = \overline{NM}$ . Xác định vị trí điểm  $M$ .

**Lời giải**

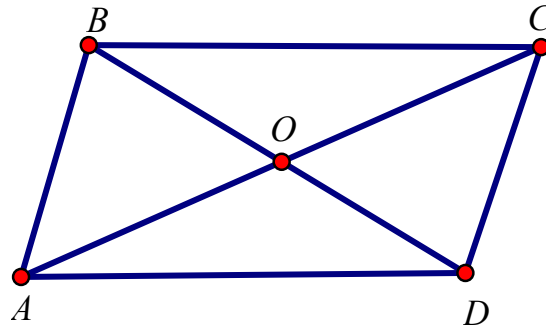


Gọi  $O$  là tâm hình chữ nhật  $ABCD \Rightarrow \overline{AP} = \overline{NO}$ .

Mà  $\overline{AP} = \overline{NM}$  suy ra  $\overline{NM} = \overline{NO} \Rightarrow M \equiv O$ . Vậy  $M$  là tâm của hình chữ nhật  $ABCD$ .

**Câu 5:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{AO} = \overline{OM}$ . Xác định vị trí điểm  $M$ .

**Lời giải**



Ta có  $\overline{AO} = \overline{OM}$  suy ra  $AO = OM$  và  $\overline{AO}, \overline{OM}$  cùng hướng nên  $M \equiv C$ .

**Câu 6:** Cho  $\overline{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm  $C$ . Xác định điểm  $D$  thỏa  $|\overline{AB}| = |\overline{AD} - \overline{AC}|$ ?

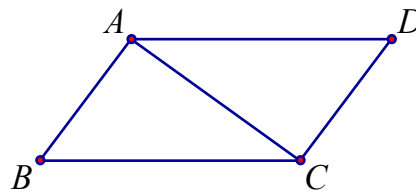
**Lời giải**

Ta có  $|\overline{AB}| = |\overline{AD} - \overline{AC}| \Leftrightarrow |\overline{AB}| = |\overline{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$ .

Suy ra tập hợp các điểm  $D$  là đường tròn tâm  $C$  bán kính  $AB$ .

**Câu 7:** Cho tam giác  $ABC$ . Xác định vị trí của điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0}$

**Lời giải**



$$\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BA} + \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{CM} = \overline{BA}.$$

Vậy  $M$  thỏa mãn  $CBAM$  là hình bình hành.

### 3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC$  và  $N$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MN} = \overline{BP}$ . Chọn khẳng định đúng.

**A.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $MC$ .

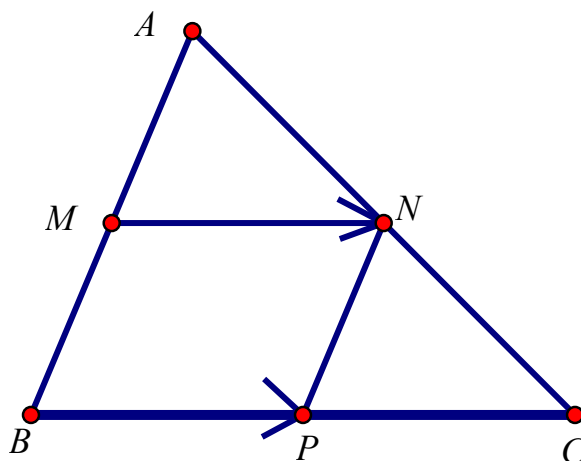
**B.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $BP$ .

**C.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $AC$ .

**D.**  $N$  là trung điểm của cạnh  $PC$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $M, B, P$  không thẳng hàng nên  $\overline{MN} = \overline{BP}$  thì  $\begin{cases} MN = BP \\ MN \parallel BP \end{cases}$ .

Mà  $BP = \frac{1}{2}BC$ , suy ra  $\begin{cases} MN \parallel BC \\ MN = \frac{1}{2}BC \end{cases}$  và  $\overline{MN}, \overline{BP}$  cùng hướng.

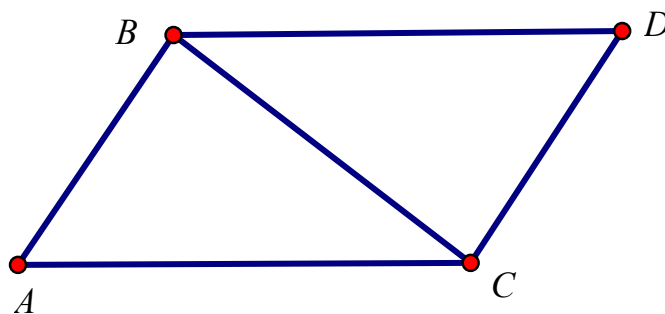
Vậy  $N$  là trung điểm của cạnh  $AC$ .

**Câu 2:** Cho tam giác  $ABC$  và  $D$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{CD}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABDC$ .
- B.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCD$ .
- C.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ADBC$ .
- D.**  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ACBD$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



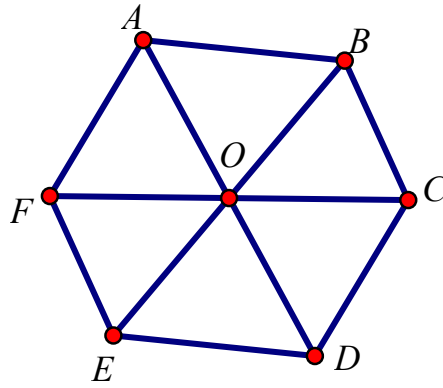
Từ đẳng thức vectơ ta suy ra  $D$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABDC$ .

**Câu 3:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  và  $O$  là điểm thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{FO}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.**  $O$  là tâm của lục giác  $ABCDEF$ .
- B.**  $O$  là trung điểm của đoạn  $FC$ .
- C.**  $EDCO$  là hình bình hành.
- D.**  $O$  là trung điểm của đoạn  $ED$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Do  $ABCDEF$  là lục giác đều và  $\overline{AB} = \overline{FO}$  nên  $O$  là trung điểm của đoạn  $ED$  là khẳng định sai.

**Câu 4:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{DC}$  và các mệnh đề.

(I)  $ABCD$  là hình bình hành.

(II)  $D$  nằm giữa  $B$  và  $C$ .

(III)  $C$  nằm trên đường thẳng đi qua điểm  $D$  và song song hoặc trùng với đường thẳng  $AB$ .

(IV) Bốn điểm  $A, B, C, D$  thẳng hàng.

Số mệnh đề đúng?

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có mệnh đề " $ABCD$  là hình bình hành" là sai khi ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

Mệnh đề " $D$  nằm giữa  $B$  và  $C$ " là sai khi ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

Mệnh đề "Bốn điểm  $A, B, C, D$  thẳng hàng" là sai khi ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

Mệnh đề " $C$  nằm trên đường thẳng đi qua điểm  $D$  và song song hoặc trùng với đường thẳng  $AB$ " là đúng theo định nghĩa hai vectơ bằng nhau.

Vậy số mệnh đề đúng là 1.

**Câu 5:** Cho hình thang  $ABCD$  với đáy  $AB = 2CD$ . Gọi  $N, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CD, DA$  và  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overline{DC} = \overline{MB}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $M$  là trung điểm của  $PN$ .

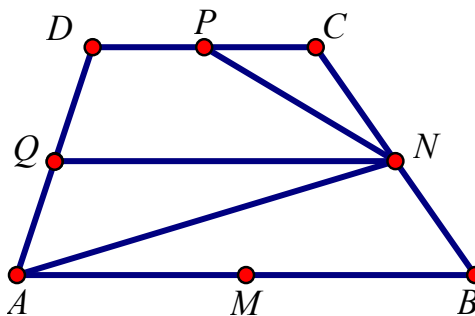
**B.**  $M$  là trung điểm của  $AN$ .

**C.**  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

**D.**  $M$  là trung điểm của  $QN$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $\overline{DC} = \overline{MB}$  nên  $DC = MB$  và  $\overline{DC}, \overline{MB}$  cùng hướng. Mà  $AB = 2DC$  và  $\overline{AB}, \overline{DC}$  cùng hướng. Vậy  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

**Câu 6:** Cho tam giác  $ABC$ . Để điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện  $\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0}$  thì  $M$  phải thỏa mãn mệnh đề nào?



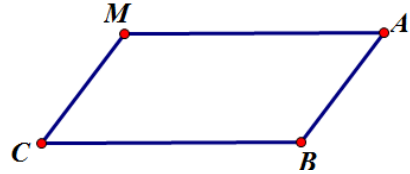
- A.  $M$  là điểm sao cho tứ giác  $ABMC$  là hình bình hành.
- B.  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .
- C.  $M$  là điểm sao cho tứ giác  $BAMC$  là hình bình hành.
- D.  $M$  thuộc trung trực của  $AB$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = -\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$ .

Nên tứ giác  $BAMC$  là hình bình hành.

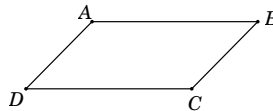


**Câu 7:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$  là?

- A. tập rỗng.
- B. một đoạn thẳng.
- C. một đường tròn.
- D. một đường thẳng.

Lời giải

Chọn A



$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA}$   
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$  sai  
 $\Rightarrow$  Không có điểm  $M$  thỏa mãn.

**Câu 8:** Cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$  là?

- A. trung trực đoạn  $BC$ .
- B. đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $BC$ .
- C. đường thẳng qua  $A$  và song song với  $BC$ .
- D. đường thẳng  $AB$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AM}| \Rightarrow AM = BC$

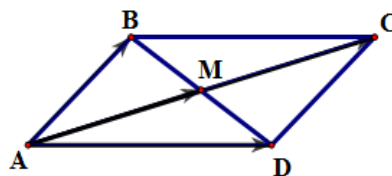
Mà  $A, B, C$  cố định  $\Rightarrow$  Tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $BC$ .

**Câu 9:** Cho hình bình hành  $ABCD$ , điểm  $M$  thỏa mãn  $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$ . Khi đó điểm  $M$  là:

- A. Trung điểm của  $AD$ .
- B. Trung điểm của  $AC$ .
- C. Điểm  $C$ .
- D. Trung điểm của  $AB$ .

Lời giải

Chọn B



Theo quy tắc hình bình hành, ta có:  $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

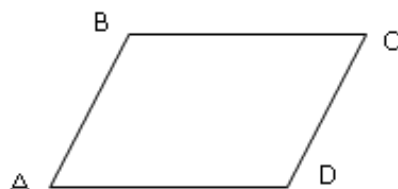
$\Rightarrow M$  là trung điểm của  $AC$ .

**Câu 10:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .
- B.  $AB = CD$ .
- C.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ .
- D.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

Lời giải

**Chọn A**



$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = DC \\ \overrightarrow{AB} \text{ cùng hướng } \overrightarrow{DC} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}.$$

**Câu 11:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $|\overrightarrow{AM}| = a\sqrt{3}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AM} = a$ .      **C.**  $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\Delta ABC \text{ đều cạnh } 2a \text{ nên } |\overrightarrow{AM}| = AM = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

**Câu 12:** Cho  $\overrightarrow{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ ?

- A.** Vô số.      **B.** 1 điểm.      **C.** 2 điểm.      **D.** Không có điểm nào.

**Lời giải**

**Chọn A**

$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$ . Do  $A, B, C$  cố định nên có vô số điểm  $D$  thỏa mãn. Tập hợp điểm  $D$  là đường tròn tâm  $C$  bán kính  $AB$ .

**Câu 13:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.**  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ .      **B.**  $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$ .      **C.**  $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$ .      **D.**  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

# HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VECTƠ

## BÀI 3. KHÁI NIỆM VECTO



### III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Nếu  $\overline{AB} = \overline{AC}$  thì:
- A. tam giác  $ABC$  là tam giác cân    B. tam giác  $ABC$  là tam giác đều  
 C.  $A$  là trung điểm đoạn  $BC$     D. điểm  $B$  trùng với điểm  $C$
- Câu 2:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
- A.  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$     B.  $\overline{MN}$  và  $\overline{PN}$     C.  $\overline{MP}$  và  $\overline{PN}$     D.  $\overline{NP}$  và  $\overline{NM}$
- Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$ , có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh  $A, B, C$ ?
- A. 4    B. 6    C. 9    D. 12
- Câu 4:** Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng
- A. Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$   
 B. Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$   
 C. Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , đó là vectơ  $\vec{0}$   
 D. Cả A, B, C đều sai
- Câu 5:** Cho hình lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với vectơ  $\overline{OB}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là
- A. 4    B. 6    C. 8    D. 10
- Câu 6:** Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overline{AB} = \overline{CD}$
- A.  $ABCD$  là hình bình hành  
 B.  $ACBD$  là hình bình hành  
 C.  $AD$  và  $BC$  có cùng trung điểm  
 D.  $\overline{AB} = \overline{CD}$  và  $AB \parallel CD$
- Câu 7:** Cho hình vuông  $ABCD$ , câu nào sau đây là đúng?
- A.  $\overline{AB} = \overline{BC}$     B.  $\overline{AB} = \overline{CD}$     C.  $\overline{AC} = \overline{BD}$     D.  $|\overline{AD}| = |\overline{CB}|$
- Câu 8:** Cho vectơ  $\overline{AB}$  và một điểm    C. Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .
- A. 1    B. 2    C. 0    D. Vô số
- Câu 9:** Cho hình bình hành  $ABCD$  với  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Câu nào sau đây là sai?
- A.  $\overline{AB} = \overline{CD}$     B.  $\overline{AD} = \overline{BC}$     C.  $\overline{AO} = \overline{OC}$     D.  $\overline{OD} = \overline{BO}$
- Câu 10:** Cho tứ giác đều  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD, DA$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.**  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$       **B.**  $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$       **C.**  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$       **D.**  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$

**Câu 11:** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$       **B.**  $\overrightarrow{CA}$  và  $\overrightarrow{CB}$  cùng hướng  
**C.**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  ngược hướng      **D.**  $\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{BC}$  cùng phương

**Câu 12:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

**A.** 4      **B.** 8      **C.** 10      **D.** 12

**Câu 13:** Cho 5 điểm  $A, B, C, D, E$  có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu là  $A$  và điểm cuối là một trong các điểm đã cho:

**A.** 4      **B.** 20      **C.** 10      **D.** 12

**Câu 14:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi:

- A.** Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau  
**B.** Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành  
**C.** Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều  
**D.** Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau

**Câu 15:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Hãy tìm các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm  $O$  sao cho bằng với  $\overrightarrow{AB}$ ?

**A.**  $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FD}$       **B.**  $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}$       **C.**  $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$       **D.**  $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CA$ . Xác định các vectơ cùng phương với  $\overrightarrow{MN}$ .

**A.**  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$       **B.**  $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{AP}$   
**C.**  $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$       **D.**  $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{PN}, \overrightarrow{CP}$

**Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  cùng nằm trên một đường thẳng. Các vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$  cùng hướng khi và chỉ khi:

- A.** Điểm  $B$  thuộc đoạn  $AC$       **B.** Điểm  $A$  thuộc đoạn  $BC$   
**C.** Điểm  $C$  thuộc đoạn  $AB$       **D.** Điểm  $A$  nằm ngoài đoạn  $BC$

**Câu 18:** Cho tam giác đều cạnh  $2a$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$       **B.**  $\overrightarrow{AB} = 2a$       **C.**  $|\overrightarrow{AB}| = 2a$       **D.**  $\overrightarrow{AB} = AB$

**Câu 19:** Cho tam giác không cân  $ABC$ . Gọi  $H, O$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác.  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Tam giác  $ABC$  nhọn thì  $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$  cùng hướng.  
**B.**  $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$  luôn cùng hướng.  
**C.**  $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$  cùng phương nhưng ngược hướng.  
**D.**  $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$  có cùng giá

**Câu 20:** Cho hình thoi tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$  và  $\hat{A} = 60^\circ$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

**A.**  $|\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$       **B.**  $|\overrightarrow{OA}| = a$       **C.**  $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$       **D.**  $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

**Câu 21:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$  và  $AC$ . Biết  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$ . Chọn câu đúng.

**A.**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$       **B.**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$       **C.**  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$       **D.**  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

**CHUYÊN ĐỀ IV – TOÁN 10 – CHƯƠNG IV – HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC. VECTO**

- Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$  với trực tâm  $H$ .  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overline{HA} = \overline{CD}$  và  $\overline{AD} = \overline{CH}$                       **B.**  $\overline{HA} = \overline{CD}$  và  $\overline{DA} = \overline{HC}$   
**C.**  $\overline{HA} = \overline{CD}$  và  $\overline{AD} = \overline{HC}$                       **D.**  $\overline{AD} = \overline{HC}$  và  $\overline{OB} = \overline{OD}$
- Câu 23:** Cho  $\Delta ABC$  với điểm  $M$  nằm trong tam giác. Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$  và  $N, P, Q$  lần lượt là các điểm đối xứng với  $M$  qua  $A', B', C'$ . Câu nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overline{AM} = \overline{PC}$  và  $\overline{QB} = \overline{NC}$                       **B.**  $\overline{AC} = \overline{QN}$  và  $\overline{AM} = \overline{PC}$   
**C.**  $\overline{AB} = \overline{CN}$  và  $\overline{AP} = \overline{QN}$                       **D.**  $\overline{AB'} = \overline{BN}$  và  $\overline{MN} = \overline{BC}$
- Câu 24:** Cho tam giác  $ABC$  có  $H$  là trực tâm và  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $O$ . Câu nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overline{AH} = \overline{DC}$                       **B.**  $\overline{AB} = \overline{DC}$                       **C.**  $\overline{AD} = \overline{BC}$                       **D.**  $\overline{AO} = \overline{AH}$
- Câu 25:** Cho đường tròn tâm  $O$ . Từ điểm  $A$  nằm ngoài ( $O$ ), kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  tới ( $O$ ). Xét mệnh đề:  
 (I)  $\overline{AB} = \overline{AC}$  (II)  $\overline{OB} = -\overline{OC}$  (III)  $|\overline{BO}| = |\overline{CO}|$   
 Mệnh đề đúng là:  
**A.** Chỉ (I)                      **B.** (I) và (III)                      **C.** (I), (II), (III)                      **D.** Chỉ (III)
- Câu 26:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm mệnh đề sai?  
**A.** Có 2 vector bằng  $\overline{PR}$     **B.** Có 4 vector bằng  $\overline{AR}$     **C.** Có 2 vector bằng  $\overline{BO}$     **D.** Có 5 vector bằng  $\overline{OP}$
- Câu 27:** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $N$  là điểm đối xứng với  $C$  qua  $D$ . Hãy tính độ dài của vector  $\overline{MN}$ .  
**A.**  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$                       **B.**  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$                       **C.**  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$                       **D.**  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$
- Câu 28:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Gọi  $O$  là giao điểm của các đường chéo của tứ giác  $MNPQ$ , trung điểm của các đoạn thẳng  $AC, BD$  tương ứng là  $I, J$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overline{OI} = \overline{OJ}$                       **B.**  $MP = NQ$                       **C.**  $\overline{MN} = \overline{PQ}$                       **D.**  $\overline{OI} = -\overline{OJ}$
- Câu 29:** Cho  $\overline{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm  $C$ , có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$ .  
**A.** vô số điểm.                      **B.** 1 điểm.                      **C.** 2 điểm.                      **D.** không có điểm nào.
- Câu 30:** Cho 3 điểm  $M, N, P$  thẳng hàng trong đó  $N$  nằm giữa  $M$  và  $P$ . khi đó các cặp vec tơ nào sau đây cùng hướng?  
**A.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$ .                      **B.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{PN}$ .                      **C.**  $\overline{NM}$  và  $\overline{NP}$ .                      **D.**  $\overline{MP}$  và  $\overline{PN}$ .
- Câu 31:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?  
**A.**  $\overline{MP}$  và  $\overline{PN}$ .                      **B.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{PN}$ .                      **C.**  $\overline{NM}$  và  $\overline{NP}$ .                      **D.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$ .
- Câu 32:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  và  $BC$ . Có bao nhiêu vector khác vector không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vector  $\overline{MN}$  (không kể vector  $\overline{MN}$ )?  
**A.** 1.                      **B.** 4.                      **C.** 2.                      **D.** 3.

**Câu 33:** Cho hình thoi  $ABCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ .      C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

**Câu 34:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

- A. Chúng cùng phương và có độ dài bằng nhau.  
 B. Giá của chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.  
 C. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.  
 D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

**Câu 35:** Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .      B.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$ .      C.  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ .      D.  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 36:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Ba vectơ bằng với  $\overrightarrow{BA}$  là

A.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$ .      B.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$ .      C.  $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$       D.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$ .

**Câu 37:** Cho lục giác đều  $ABCEFG$  tâm  $O$ . Số các vectơ bằng  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 6.

**Câu 38:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Ba vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{BA}$  là:

A.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$ .      B.  $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$ .      C.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$ .      D.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$ .

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  và  $BC$ . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vectơ  $\overrightarrow{MN}$ ?

A. 1.      B. 4.      C. 2.      D. 3

**Câu 40:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

A. 6.      B. 3.      C. 2.      D. 4.

**Câu 41:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$  và tâm đường tròn ngoại tiếp  $O$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $O$ ;  $E$  là điểm đối xứng với  $O$  qua  $BC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{HE}$ .      B.  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{DE}$ .      C.  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OE}$ .      D.  $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CD}$ .

CHƯƠNG



# HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VECTƠ

## BÀI 3. KHÁI NIỆM VECTO



### HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Nếu  $\overline{AB} = \overline{AC}$  thì:

- A. tam giác  $ABC$  là tam giác cân  
 B. tam giác  $ABC$  là tam giác đều  
 C.  $A$  là trung điểm đoạn  $BC$   
 D. điểm  $B$  trùng với điểm  $C$

**Lời giải**

**Đáp án D**

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow B \equiv C$$

**Câu 2:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A.  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$       B.  $\overline{MN}$  và  $\overline{PN}$       C.  $\overline{MP}$  và  $\overline{PN}$       D.  $\overline{NP}$  và  $\overline{NM}$

**Lời giải**

**Đáp án A**

**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$ , có thể xác định được bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh  $A, B, C$ ?

- A. 4      B. 6      C. 9      D. 12

**Lời giải**

Ta có các vector:  $\overline{AB}, \overline{BA}, \overline{BC}, \overline{CB}, \overline{CA}, \overline{AC}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 4:** Cho hai vector không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. Không có vector nào cùng phương với cả hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$   
 B. Có vô số vector cùng phương với cả hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$   
 C. Có một vector cùng phương với cả hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , đó là vector  $\vec{0}$   
 D. Cả A, B, C đều sai

**Lời giải**

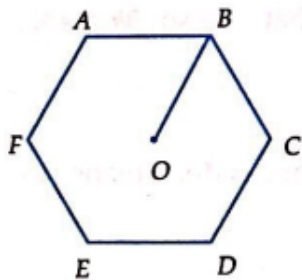
Vì vector  $\vec{0}$  cùng phương với mọi vector. Nên có một vector cùng phương với cả hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , đó là vector  $\vec{0}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 5:** Cho hình lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số các vector khác vector không, cùng phương với vector  $\overline{OB}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 4      B. 6      C. 8      D. 10

**Lời giải**



Các vectơ cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{OB}$  là:

$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$ .

**Đáp án B.**

**Câu 6:** Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

- A. ABCD là hình bình hành
- B. ACBD là hình bình hành
- C. AD và BC có cùng trung điểm
- D.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  và  $AB \parallel CD$

**Lời giải**

**Đáp án C**

**Câu 7:** Cho hình vuông ABCD, câu nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$
- B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- C.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
- D.  $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$

**Lời giải**

**Đáp án D**

**Câu 8:** Cho vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và một điểm C. Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

- A. 1
- B. 2
- C. 0
- D. Vô số

**Lời giải**

**Đáp án A**

**Câu 9:** Cho hình bình hành ABCD với O là giao điểm của hai đường chéo. Câu nào sau đây là sai?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- B.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
- C.  $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$
- D.  $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$

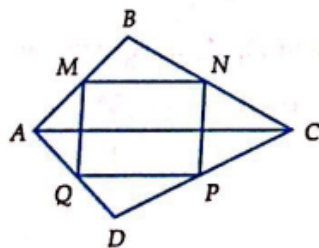
**Lời giải**

**Đáp án A**

**Câu 10:** Cho tứ giác đều ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$
- B.  $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$
- C.  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$
- D.  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$

**Lời giải**



Ta có  $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$  (do cùng song song và bằng  $\frac{1}{2} AC$ ).

Do đó MNPQ là hình bình hành.

**Đáp án D.**

**Câu 11:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.  $\overline{AB} = \overline{BC}$                       B.  $\overline{CA}$  và  $\overline{CB}$  cùng hướng  
 C.  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  ngược hướng                      D.  $\overline{BA}$  và  $\overline{BC}$  cùng phương

Lời giải

Với ba trường hợp lần lượt A, B, C nằm giữa thì ta luôn có  $\overline{BA}, \overline{BC}$  cùng phương.

Đáp án D.

**Câu 12:** Cho tứ giác ABCD. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

- A. 4                                      B. 8                                      C. 10                                      D. 12

Lời giải

Đáp án D

Một vectơ khác vectơ không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Do đó có 12 cách chọn 2 điểm trong 4 điểm của tứ giác.

**Câu 13:** Cho 5 điểm A, B, C, D, E có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các điểm đã cho:

- A. 4                                      B. 20                                      C. 10                                      D. 12

Lời giải

Đáp án A

**Câu 14:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi:

- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau  
 B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành  
 C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều  
 D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau

Lời giải

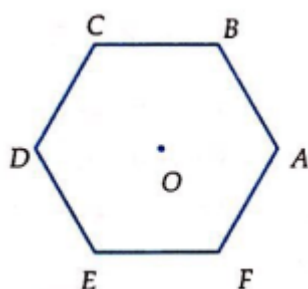
Đáp án D

**Câu 15:** Cho lục giác đều ABCDEF tâm O. Hãy tìm các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với  $\overline{AB}$ ?

- A.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{FD}$                       B.  $\overline{FO}, \overline{AC}, \overline{ED}$                       C.  $\overline{BO}, \overline{OC}, \overline{ED}$                       D.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$

Lời giải

Đáp án D



Các vectơ bằng vectơ  $\overline{AB}$  là:  
 $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$

**Câu 16:** Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Xác định các vectơ cùng phương với  $\overline{MN}$ .

- A.  $\overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$                       B.  $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CB}, \overline{PA}, \overline{AP}$   
 C.  $\overline{NM}, \overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$                       D.  $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AM}, \overline{MA}, \overline{PN}, \overline{CP}$

Lời giải

Đáp án C

Có 3 đường thẳng song song với MN là AC, AP, PC  
 Nên có 7 vectơ

**CHUYÊN ĐỀ IV – TOÁN 10 – CHƯƠNG IV – HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC. VECTO**

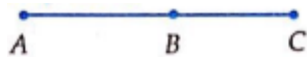
$$\overline{NM}, \overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$$

**Câu 17:** Cho ba điểm  $A, B, C$  cùng nằm trên một đường thẳng. Các vectơ  $\overline{AB}, \overline{BC}$  cùng hướng khi và chỉ khi:

- A. Điểm  $B$  thuộc đoạn  $AC$
- B. Điểm  $A$  thuộc đoạn  $BC$
- C. Điểm  $C$  thuộc đoạn  $AB$
- D. Điểm  $A$  nằm ngoài đoạn  $BC$

**Lời giải**

**Đáp án A**



**Câu 18:** Cho tam giác đều cạnh  $2a$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\overline{AB} = \overline{AC}$
- B.  $\overline{AB} = 2a$
- C.  $|\overline{AB}| = 2a$
- D.  $\overline{AB} = AB$

**Lời giải**

**Đáp án C**

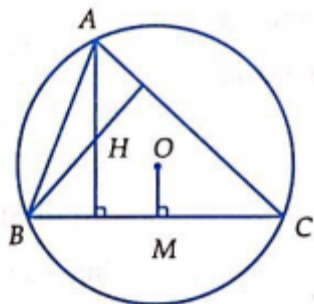
Vì tam giác đều nên  $AB = |\overline{AB}| = 2a$

**Câu 19:** Cho tam giác không cân  $ABC$ . Gọi  $H, O$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác.  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Tam giác  $ABC$  nhọn thì  $\overline{AH}, \overline{OM}$  cùng hướng.
- B.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  luôn cùng hướng.
- C.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  cùng phương nhưng ngược hướng.
- D.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  có cùng giá

**Lời giải**

**Đáp án A**



Thật vậy khi  $\triangle ABC$  nhọn thì ta có:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \parallel OM$$

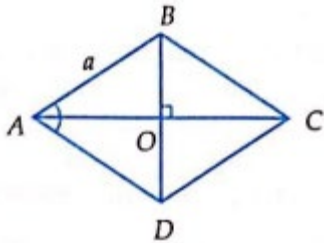
$O, H$  nằm trong tam giác  $\Rightarrow \overline{AH}, \overline{OM}$  cùng hướng

**Câu 20:** Cho hình thoi tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$  và  $\hat{A} = 60^\circ$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.  $|\overline{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
- B.  $|\overline{OA}| = a$
- C.  $|\overline{OA}| = |\overline{OB}|$
- D.  $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

**Lời giải**

**Đáp án A**



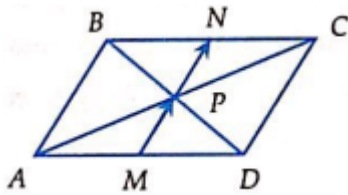
Vì  $\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$  đều  $\Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Câu 21:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$  và  $AC$ . Biết  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$ . Chọn câu đúng.

- A.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$       B.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$       C.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$       D.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

**Lời giải**

**Đáp án C**



Ta có:  $MP \parallel DC, MP = \frac{1}{2}DC, PN \parallel AB, PN = \frac{1}{2}AB$ . Mà  $MP = PN$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

**Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$  với trực tâm  $H$ .  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$       B.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$   
 C.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$       D.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$  và  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$

**Lời giải**

Ta có  $BD$  là đường kính  $\Rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ .

$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC$  (1)

Ta lại có  $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  tứ giác  $HADC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .

**Đáp án C.**

**Câu 23:** Cho  $\Delta ABC$  với điểm  $M$  nằm trong tam giác. Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$  và  $N, P, Q$  lần lượt là các điểm đối xứng với  $M$  qua  $A', B', C'$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$  và  $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{NC}$       B.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$  và  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$   
 C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$  và  $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QN}$       D.  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BN}$  và  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$

**Lời giải**

Ta có  $AMCP$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

Lại có  $AQBM$  và  $BMCN$  là hình bình hành

$\Rightarrow NC = BM = QA$

$\Rightarrow AQNC$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$ .

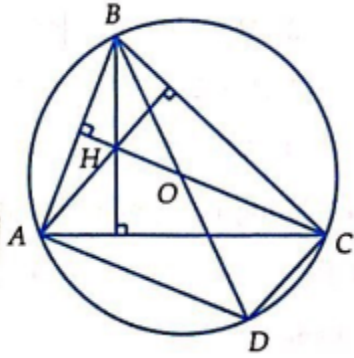
**Đáp án B.**

**Câu 24:** Cho tam giác  $ABC$  có  $H$  là trực tâm và  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $O$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$       B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$       C.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$       D.  $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có thể chỉ ra được  $ADCH$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AH} = \overline{DC}$

**Câu 25:** Cho đường tròn tâm  $O$ . Từ điểm  $A$  nằm ngoài  $(O)$ , kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  tới  $(O)$ . Xét mệnh đề:

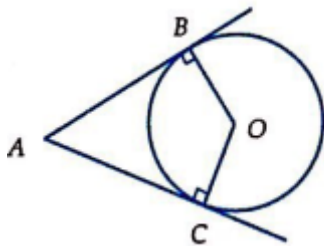
(I)  $\overline{AB} = \overline{AC}$  (II)  $\overline{OB} = -\overline{OC}$  (III)  $|\overline{BO}| = |\overline{CO}|$

Mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ (I)                      B. (I) và (III)                      C. (I), (II), (III)                      D. Chỉ (III)

Lời giải

Đáp án D



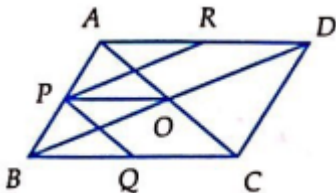
Ta có:  $OB = OC = R \Rightarrow |\overline{BO}| = |\overline{CO}|$

**Câu 26:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm mệnh đề sai?

- A. Có 2 vectơ bằng  $\overline{PR}$    B. Có 4 vectơ bằng  $\overline{AR}$    C. Có 2 vectơ bằng  $\overline{BO}$    D. Có 5 vectơ bằng  $\overline{OP}$

Lời giải

Đáp án D



Ta có:  $\overline{PQ} = \overline{AO} = \overline{OC}$

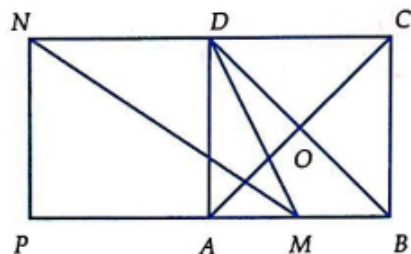
$\overline{AR} = \overline{RQ} = \overline{PO} = \overline{BQ} = \overline{QC}, \overline{BO} = \overline{OD} = \overline{PR}, \overline{OP} = \overline{RA} = \overline{DR} = \overline{CQ} = \overline{QB}$

**Câu 27:** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $N$  là điểm đối xứng với  $C$  qua  $D$ . Hãy tính độ dài của vectơ  $\overline{MN}$ .

- A.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$       B.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$       C.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$       D.  $|\overline{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$

Lời giải

Đáp án C



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $MAD$  ta có:

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2$$

$$= \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Qua  $N$  kẻ đường thẳng song song với  $AD$  cắt  $AB$  tại  $P$ .

Khi đó tứ giác  $ADNP$  là hình vuông và  $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $NPM$  ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{13a^2}{4}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Suy ra  $|\overline{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

**Câu 28:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Gọi  $O$  là giao điểm của các đường chéo của tứ giác  $MNPQ$ , trung điểm của các đoạn thẳng  $AC, BD$  tương ứng là  $I, J$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\overline{OI} = \overline{OJ}$

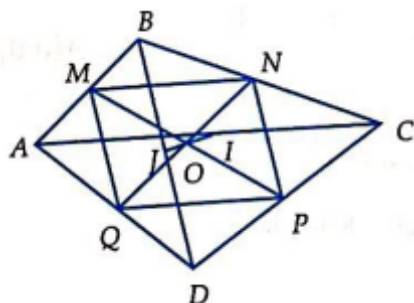
B.  $MP = NQ$

C.  $\overline{MN} = \overline{PQ}$

D.  $\overline{OI} = -\overline{OJ}$

**Lời giải**

**Đáp án D**



Ta có:  $MNPQ$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{MN} = \overline{QP}$

Ta có:

$$\begin{aligned}\overline{OI} + \overline{OJ} &= \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OC}) + \frac{1}{2}(\overline{OD} + \overline{OB}) = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OB}) + \frac{1}{2}(\overline{OC} + \overline{OD}) \\ &= \overline{OM} + \overline{ON} = \vec{0} \\ \Rightarrow \overline{OI} &= -\overline{OJ}\end{aligned}$$

**Câu 29:** Cho  $\overline{AB}$  khác  $\vec{0}$  và cho điểm  $C$ , có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$ .

- A.** vô số điểm.      **B.** 1 điểm.      **C.** 2 điểm.      **D.** không có điểm nào.

**Lời giải**

**Chọn A**

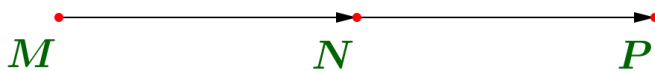
$|\overline{AB}| = |\overline{CD}| \Rightarrow AB = CD$ . Mà  $AB$  là hằng số dương và  $C$  cố định cho trước nên  $D$  thuộc đường tròn tâm  $C$  bán kính là  $AB$ .

**Câu 30:** Cho 3 điểm  $M, N, P$  thẳng hàng trong đó  $N$  nằm giữa  $M$  và  $P$ . khi đó các cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?

- A.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$ .      **B.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{PN}$ .      **C.**  $\overline{NM}$  và  $\overline{NP}$ .      **D.**  $\overline{MP}$  và  $\overline{PN}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



**Câu 31:** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó các cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?

- A.**  $\overline{MP}$  và  $\overline{PN}$ .      **B.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{PN}$ .      **C.**  $\overline{NM}$  và  $\overline{NP}$ .      **D.**  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



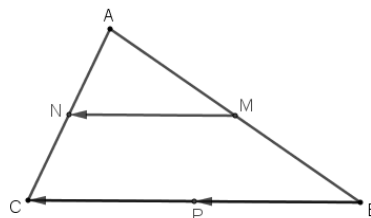
Cặp véc tơ cùng hướng là  $\overline{MN}$  và  $\overline{MP}$ .

**Câu 32:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  và  $BC$ . Có bao nhiêu véc tơ khác véc tơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng véc tơ  $\overline{MN}$  (không kể véc tơ  $\overline{MN}$ )?

- A.** 1.      **B.** 4.      **C.** 2.      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**



Các véc tơ khác véc tơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng véc tơ  $\overline{MN}$  (không kể véc tơ  $\overline{MN}$ ) là:  $\overline{BP}$  và  $\overline{PC}$

**Câu 33:** Cho hình thoi  $ABCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\overline{AD} = \overline{CB}$ .      **B.**  $\overline{AB} = \overline{BC}$ .      **C.**  $\overline{AB} = \overline{AD}$ .      **D.**  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 34:** Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

- A. Chúng cùng phương và có độ dài bằng nhau.
- B. Giá của chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
- C. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
- D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Lời giải

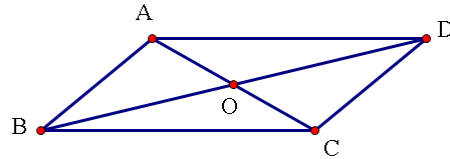
Chọn D

**Câu 35:** Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $\overline{AB} = \overline{DC}$ .
- B.  $\overline{OA} = \overline{CO}$ .
- C.  $\overline{OB} = \overline{DO}$ .
- D.  $\overline{CB} = \overline{AD}$ .

Lời giải

Chọn D



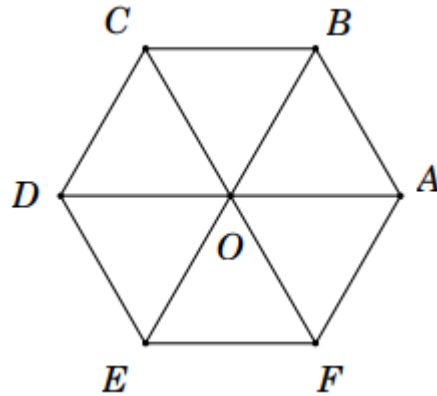
Ta có:  $\overline{CB} = \overline{DA} \neq \overline{AD}$

**Câu 36:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Ba vectơ bằng với  $\overline{BA}$  là

- A.  $\overline{OF}, \overline{ED}, \overline{OC}$ .
- B.  $\overline{OF}, \overline{DE}, \overline{CO}$ .
- C.  $\overline{CA}, \overline{OF}, \overline{DE}$
- D.  $\overline{OF}, \overline{DE}, \overline{OC}$ .

Lời giải

Chọn B



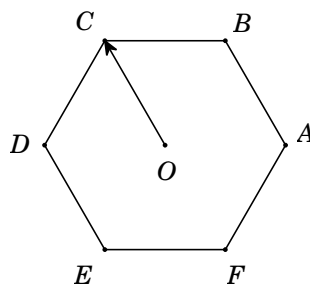
Ba vectơ bằng  $\overline{BA}$  là  $\overline{OF}, \overline{DE}, \overline{CO}$ .

**Câu 37:** Cho lục giác đều  $ABCEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ bằng  $\overline{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 6.

Lời giải

Chọn A



Đó là các vectơ:  $\overline{AB}, \overline{ED}$ .

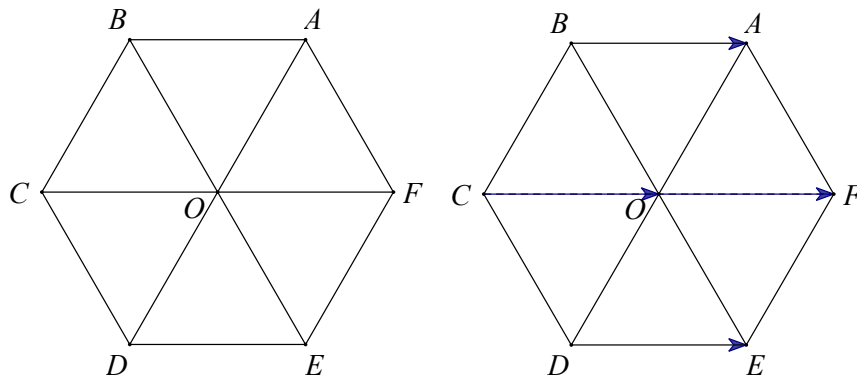
**Câu 38:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Ba vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{BA}$  là:

- A.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$ .      B.  $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$ .      C.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$ .      D.  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$ .

Lời giải

Chọn C

Giả sử lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$  có hình vẽ như sau



Dựa vào hình vẽ và tính chất của lục giác đều ta có các vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{BA}$  là  $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$ .

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  và  $BC$ . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vectơ  $\overrightarrow{MN}$ ?

- A. 1.      B. 4.      C. 2.      D. 3

Lời giải

Chọn C

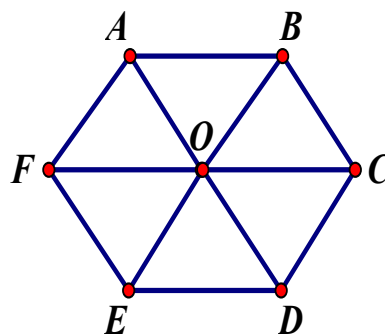
Các vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm  $A, B, C, M, N, P$  bằng vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là:  $\overrightarrow{BP}$  và  $\overrightarrow{PC}$

**Câu 40:** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 6.      B. 3.      C. 2.      D. 4.

Lời giải

Chọn C



Các vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{OC}$  mà điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của lục giác là  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$ .

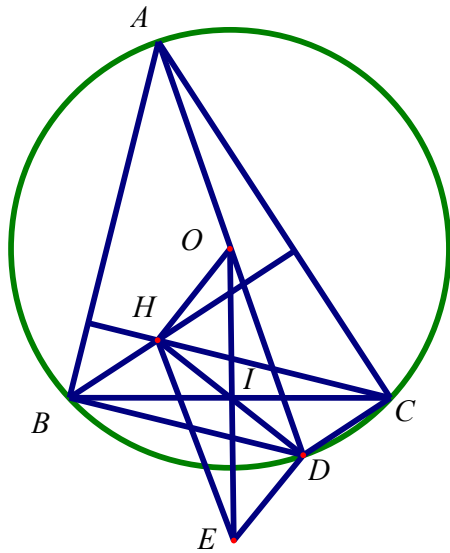
**Câu 41:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$  và tâm đường tròn ngoại tiếp  $O$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $O$ ;  $E$  là điểm đối xứng với  $O$  qua  $BC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{HE}$ .      B.  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{DE}$ .      C.  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OE}$ .      D.  $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CD}$ .

Lời giải

Chọn B





Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

Do  $E$  là điểm đối xứng với  $O$  qua  $BC$  nên  $I$  là trung điểm của  $OE$  (1).

Ta có,  $CH \parallel DB$  (cùng vuông góc với  $AB$ )

Tương tự,  $BH \parallel DC$  (cùng vuông góc với  $AC$ )

Từ đó suy ra  $BHCD$  là hình bình hành nên  $I$  là trung điểm của  $HD$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra,  $OHED$  là hình bình hành nên  $\overline{OH} = \overline{DE}$ .