CHƯƠNG V

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 4: NHỊ THỨC NEWTON

I. LÝ THUYẾT.

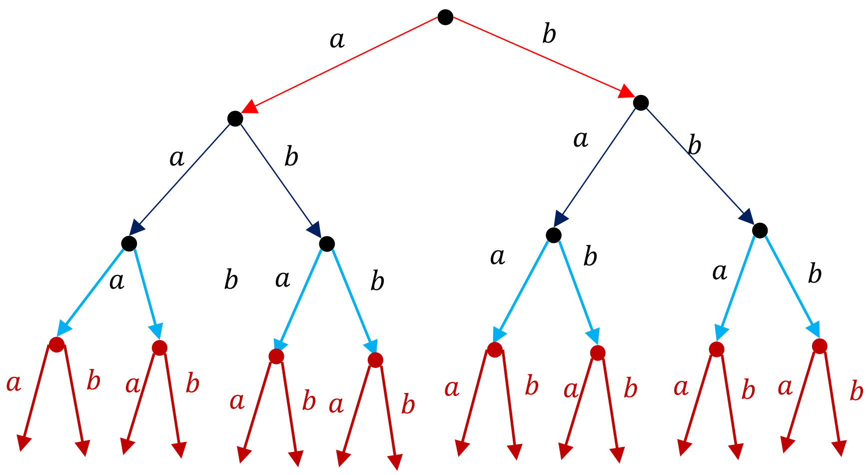
Ở lớp 8, khi học về hằng đẳng thức, ta đã biết khai triển:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Quan sát các đơn thức ở vế phải của các đẳng thức trên, hãy nhận xét về quy luật số mũ của a và b. Có thể tìm được cách tính các hệ số của đơn thức trong khai triển $(a+b)^n$ khi $n \in \{4;5\}$ không?

Sơ đồ hình cây của $(a+b)^4$



$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4$$
$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Ví dụ 1: Khai triển $(2x+1)^4$.

Lời giải

Thay $a = 2x$ và $b = 1$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$(2x+1)^4 = (2x)^4 + 4\cdot(2x)^3\cdot 1 + 6\cdot(2x)^2\cdot 1^2 + 4\cdot(2x)\cdot 1^3 + 1^4$$
$$= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1$$

Ví dụ 2: Khai triển $(x-2)^4$.

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=-2$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$\begin{aligned}(x-2)^4 &= x^4+4\cdot x^3\cdot(-2)+6\cdot x^2\cdot(-2)^2+4\cdot x\cdot(-2)^3+(-2)^4\\ &= x^4-8x^3+24x^2-32x+16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^5 &= C_5^0a^5+C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4+C_5^5b^5\\ &= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5\end{aligned}$$

Ví dụ 3: Khai triển $(x+3)^5$

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=3$ trong công thức khai triển của $(a+b)^5$, ta được:

$$\begin{aligned}(x+3)^5 &= x^5+5\cdot x^4\cdot 3+10\cdot x^3\cdot 3^2+10\cdot x^2\cdot 3^3+5\cdot x\cdot 3^4+3^5\\ &= x^5+15x^4+90x^3+270x^2+405x+243\end{aligned}.$$

Ví dụ 4: Khai triển $(3x-2)^5$

Lời giải

$$(3x-2)^5 = C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4(-2)+C_5^2(3x)^3(-2)^2+C_5^3(3x)^2(-2)^3+C_5^4(3x)(-2)^4+C_5^5(-2)^5$$

$$=243x^5-2430x^4+1080x^3-720x^2+240x-32$$

Ví dụ 5:

a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,05)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,05^4$.

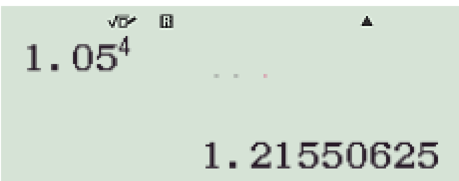
b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,05^4$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

Lời giải

a) $(1+0,05)^4 \approx C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3 0,05^1 = 1+0,2 = 1,2$

b) Cách bấm: 1.05^4=

Hiển thị



Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a là 0,01550625.

BÀI TẬP.

Câu 1. Khai triển các đa thức:

a) $(x-3)^4$; b) $(3x-2y)^4$;

c) $(x+5)^4+(x-5)^4$; d) $(x-2y)^5$

Câu 2. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển của $(3x-1)^5$

Câu 3. Biểu diễn $\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a,b là các số nguyên.

Câu 4. a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,02)^5$ để tính giá trị gần đúng của $1,02^5$.

b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,02^5$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a.

Câu 5. Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh đó là $r\%$

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là $P=800\left(1+\frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người).

b) Với $r=15\%$, dùng hai số hạng đầu trong khai triển của $(1+0,015)^5$, hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

TỔNG QUÁT VỀ CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

1. CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau:

Với a,b là các số thực và n là sô nguyên dương, ta có $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^k a^{n-k}b^k+...+C_n^n b^n.(1)$ Quy ước $a^0=b^0=1$

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton).

Trong biểu thức ở VP của công thức (1)

a) Số các hạng tử là $n+1$.

b) Số các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng dần từ 0 đến n, nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

c) Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

d) Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}b^k$.

2. HỆ QUẢ

Với $a=b=1$, thì ta có $2^n=C_n^0+C_n^1+...+C_n^n$.

Với $a=1$; $b=-1$, ta có $0=C_n^0-C_n^1+...+(-1)^k C_n^k+...+(-1)^n C_n^n$

3. CÁC DẠNG KHAI TRIỂN CƠ BẢN NHỊ THỨC NEWTON

- ✓ $(x+1)^n=C_n^0x^n+C_n^1x^{n-1}+C_n^2x^{n-2}+...+C_n^kx^{n-k}+...+C_n^{n-1}x+C_n^n$
- ✓ $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...+C_n^kx^k+...+C_n^{n-1}x^{n-1}+C_n^nx^n$
- ✓ $(x-1)^n=C_n^0-C_n^1x+C_n^2x^2-...+(-1)^k C_n^kx^k+...+(-1)^{n-1}C_n^{n-1}x^{n-1}+(-1)^n C_n^nx^n$
- ✓ $C_n^k=C_n^{n-k}$
- ✓ $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1},\ (n\ge 1)$
- ✓ $k.C_n^k=\frac{\text{k}.n!}{(n-k)!\text{k}!}=\frac{n(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}=nC_{n-1}^{k-1}$
- ✓ $\frac{1}{k+1}C_n^k=\frac{k.n!}{(k+1)(n-k)!k!}=\frac{n(n-1)!}{(n+1)(n-k)!(k+1)!}=\frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^4$

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton với $n=4$ ta có

$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4.$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. **(NB)** Khi khai triển nhị thức Newton $(x+y)^4$ ta thu được bao nhiêu hạng tử.

Câu 2. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(1+x)^4$.

Câu 3. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x+2)^4$.

Câu 4. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x-1)^4$.

Câu 5. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(2x+y)^4$.

Câu 6. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(x-3y)^4$.

Câu 7. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^4$.

Câu 8. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 9. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 10. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 11. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^kb^{5-k}$. **B.** $C_4^ka^{4-k}b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^ka^{4-k}b^{4-k}$.

Câu 12. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k2^k3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

Câu 13. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Câu 14. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là

A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.

Câu 15. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Câu 16. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $P(x)=4x^2+x(x-2)^4$.

A. $28x^2$. **B.** $-28x^2$. **C.** $-24x^2$. **D.** $24x^2$.

Câu 17. Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Câu 18. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Dạng 2. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^5$.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức: $(a+b)^5=C_5^0a^5+C_5^1a^4b^1+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4a^1b^4+C_5^5b^5$

$=a^5+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+b^5$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Khai triển biểu thức $(a-b)^5$.

Câu 2: Khai triển biểu thức $(x+1)^5$.

Câu 3: Khai triển biểu thức $(x-1)^5$.

Câu 4: Khai triển biểu thức $(x+2)^5$.

Câu 5: Khai triển biểu thức $(2x+y)^5$.

Câu 6: Khai triển biểu thức $(x-3y)^5$.

Câu 7: Khai triển biểu thức $(2x+3y)^5$.

Câu 8: Khai triển biểu thức $(2x-3y)^5$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.
B. $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.
C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$.
D. $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Câu 2: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x-y)^5$.

A. $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$
B. $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$
C. $x^5-5x^4y-10x^3y^2-10x^2y^3-5xy^4+y^5$
D. $x^5+5x^4y-10x^3y^2+10x^2y^3-5xy^4+y^5$.

Câu 3: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

A. $x^5-100x^4+400x^3-800x^2+800x-32$.
B. $5x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.
C. $x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.
D. $x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$.

Câu 4: Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Câu 5: Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
B. $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
D. $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Câu 6: Đa thức $\boldsymbol{P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1}$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $\boldsymbol{(1-2x)^5}$.
B. $\boldsymbol{(1+2x)^5}$.
C. $\boldsymbol{(2x-1)^5}$.
D. $\boldsymbol{(x-1)^5}$.

Câu 7: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10000x^4y+80000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Câu 8: Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(x-y)^5$. **B.** $(x+y)^5$. **C.** $(2x-y)^5$. **D.** $(x-2y)^5$.

Câu 9: Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$. **B.** $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$. **D.** $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

Câu 10: Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Dạng 3. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển của bậc 4 hay bậc 5:

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Câu 2: Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Câu 3: Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Câu 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$).

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x\neq 0$.

Câu 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x\neq 0$.

Câu 8: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$, $x\neq 0$.

Câu 9: **(VD).** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

Câu 10: **(VD).** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x+\dfrac{2}{x^4}\right)^n$.

Câu 11: **(VD).** Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Câu 12: **(VDC).** Tìm hệ số của x^{10} trong khải triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$

Câu 13: **(VDC).** Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + ... + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

Câu 14: **(VDC)** Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = \left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \dfrac{A_n^3}{n} = 12$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 15: Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$. **B.** $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 - y^4$.

C. $x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$. **D.** $x^4 - 4x^3y - 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$.

Câu 16: Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Câu 17: Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 18: Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.

A. 160. **B.** 80. **C.** 20. **D.** 40.

Câu 19: Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Câu 20: Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4 = a_0 + a_1\sqrt[3]{2} + a_2\sqrt[3]{4}$. Tính (a_1a_2)

A. $a_1a_2 = 24$. **B.** $a_1a_2 = 8$. **C.** $a_1a_2 = 54$. **D.** $a_1a_2 = 36$.

Câu 21: Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x}+\dfrac{2}{x}\right)^4, x>0$ là số hạng thứ mấy ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(x^3-\dfrac{1}{x^2}\right)^5$.

Câu 23: Cho a là một số thực bất kì. Rút gọn

$$M = C_4^0a^4 + C_4^1a^3(1-a) + C_4^2a^2(1-a)^2 + C_4^3a(1-a)^3 + C_4^4(1-a)^4.$$

A. $M = a^4$. **B.** $M = a$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = -1$.

Câu 24: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Câu 25: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Khi đó ta có $3n^4$ bằng

A. 7203. **B.** 1875. **C.** 1296. **D.** 6561.

Câu 26: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11$.

A. 20. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

Câu 27: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 28: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 29: Cho khai triển: $(3x-5)^n = \sum_{i=0}^{n} a_ix^i$. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{n-1}$.

Biết : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^nC_n^n = 243$.

A. 3093. **B.** -3157. **C.** 3157. **D.** -3093.

Câu 30: Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x) = (x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 11$. **B.** $n = 5$. **C.** $n = 12$. **D.** $n = 10$

Câu 31: Cho khai triển: $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$, biết n thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển.

A. 160. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 105.

Dạng 4. Tính tổng của các tổ hợp $C_n^k\left(k \le n \le 5; k,n \in \mathbb{N}\right)$ và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + ... + C_{10}^{10}$.

Câu 2: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_6^1 + C_6^2 + ... + C_6^5$.

Câu 3: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2.C_6^1 + 2^2.C_6^2 + ... + 2^6C_6^6$.

Câu 4: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - ... - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.

Câu 5: **(TH)** Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $n^2 - 6n - 7 = 0$. Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^n$.

Câu 6: **(TH)** Cho đa thức $P(x) = (1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Câu 7: **(TH)** Tính tổng sau $S = C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 2^2.C_{20}^3 + ... + 2^{19}C_{20}^{20}$.

Câu 8: **(TH)** Tính tổng sau $S = C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + ... + C_{20}^{20}$.

Câu 9: Tính tổng: $S = C_{2019}^1.3^{2018}.2 - C_{2019}^2.3^{2017}.2^2 + C_{2019}^3.3^{2016}.2^3 - ... - C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018} + C_{2019}^{2019}.2^{2019}$

Câu 10: Tính tổng: $S = C_{2021}^0.4^{2021} - C_{2021}^1.4^{2010}.2 + C_{2021}^2.4^{2019}.2^2 - C_{2021}^3.4^{2018}.2^3 - ... + C_{2021}^{2020}.4^1.2^{2020}$

Câu 11: Cho $n \in \mathbb{N}^*$, tính tổng $S = 2^7C_{2n}^0 - 2^8C_{2n}^1 + 2^9C_{2n}^2 - 2^{10}C_{2n}^3 + ... - 2^{2n+6}C_{2n}^{2n-1} + 2^{2n+7}C_{2n}^{2n}$.

Câu 12: Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + ... + C_{2n+1}^n$

Câu 13: Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức $S = 3C_n^0 + 7C_n^1 + 11C_n^2 + ... + (4n+3)C_n^n$ theo n.

Câu 14: Rút gọn biểu thức $S = \dfrac{1}{1.0!.2019!} + \dfrac{1}{2.1!2018!} + \dfrac{1}{3.2!.2017!} + ... + \dfrac{1}{2020.2019!.0!}$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: (NB) Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^3 + C_n^4 + ... + C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0

Câu 2: (NB) Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** $2^n - 1$.

Câu 3: (NB) Tổng $T = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^k C_n^k + ... + (-1)^n C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0.

Câu 4: (NB) Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** $2^n - 1$.

Câu 5: (NB) Biểu thức $P = C_n^k + C_n^{k+1}$ bằng

A. C_{n+1}^{k+1} **B.** C_{n+1}^k **C.** C_{n+1}^k **D.** C_n^k.

Câu 6: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^7 + C_n^8 = C_{n+1}^9$. Giá trị của số n bằng

A. 16 **B.** 24. **C.** 18. **D.** 17.

Câu 7: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 8(n+2)$.

A. 14 **B.** 13 **C.** 16 **D.** 15

Câu 8: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 **B.** 16 **C.** 13 **D.** 12

Câu 9: (TH) Tổng $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2k} + ... + C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} **B.** 2^{2n-1} **C.** $2^{2n} - 1$ **D.** 2^{2n}

Câu 10: (TH) Cho $T = C_{2022}^1 + C_{2022}^3 + C_{2022}^5 + ... + C_{2022}^{2021}$. Tính biểu thức $T = 2^n$ thì n bằng

A. 2023 **B.** 2022 **C.** 2021 **D.** 2020

Câu 11: Tính tổng $C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $n!$ **D.** 2^{n+1}

Câu 12: Tính tổng $C_n^0-C_n^1+C_n^2+...+\left(-1\right)^n C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0 **B.** 2^n **C.** 2^{n-1} **D.** 2^{n+1}

Câu 13: Tính tổng $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n}$ ta được kết quả là:

A. 2^{n-1} **B.** 2^n **C.** 2^{2n-1} **D.** 2^{2n+1}

Câu 14: Xét khai triểm $\left(1+2x+x^2\right)^{20}=a_0+a_1x+...+a_{40}x^{40}$. Tổng $S=a_0+a_1+...+a_{40}$ là:

A. 4^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{40} **D.** 4^{10}

Câu 15: Tính tổng $(C_n^0)^2+(C_n^1)^2+(C_n^2)^2+...+(C_n^n)^2$ ta được kết quả là:

A. C_{2n}^n **B.** C_{2n}^{2n-2} **C.** 2^{2n+1} **D.** 2^{2n}

Câu 16: Tính tổng $n.2^{n-1}.C_n^0+\left(n-1\right).2^{n-2}.3.C_n^1+\left(n-2\right).2^{n-3}.3^2.C_n^2+...+3^{n-1}.C_n^{n-1}$ ta được kết quả là:

A. 5^n **B.** $n.5^n$ **C.** $n.5^{n-1}$ **D.** 5^{n-1}

Câu 17: Tính tổng $C_n^1+2\frac{C_n^2}{C_n^1}+3\frac{C_n^3}{C_n^2}+....+n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $\frac{n\left(n-1\right)}{2}$ **D.** $\frac{n\left(n+1\right)}{2}$

Dạng 5. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $\left(x+\Delta x\right)^4$, $\left(x+\Delta x\right)^5$ để tính gần đúng và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 18: Viết khai triển lũy thừa $\left(x+\Delta x\right)^5$

Câu 19: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $\left(x+\Delta x\right)^n$ để tính gần đúng số $\left(6,01\right)^4$

Câu 20: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $\left(x+\Delta x\right)^n$ để tính gần đúng số $\left(2022,02\right)^5$

Câu 21: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $\left(x+\Delta x\right)^n$ để tính gần đúng số $\left(4,98\right)^5$

Câu 22: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $\left(x+\Delta x\right)^n$ để tính gần đúng số $\left(1999,99\right)^4$

Câu 23: Tìm giá trị gần đúng của x, biết $\left(9+x\right)^5\approx 59705,1$ khi ta dùng 2 số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(9+x\right)^5$.

Câu 24: Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n tháng được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng

Câu 25: Một người có T_0 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n năm được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một năm. Sau 4 năm người đó nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi số tiền $386\,400\,000$ đồng khi dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn. Tính gần đúng số tiền người đó đã gởi lúc đầu.

Câu 26: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để so sánh $(3,01)^4$ và $(2,1)^5$.

Câu 27: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(2-3x)^4$ để ước lượng giá trị gần đúng của x (làm tròn sau dấy phẩy hai chữ số), biết $(2-3x)^4 \approx 12,8$.

Câu 28: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $T = \left(\sqrt{1-a} - 2\right)^5$ để ước lượng giá trị gần đúng của T theo a.

Câu 29: Một người có 100 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $6,8\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính số tiền người đó thu được (cả gốc lẫn lãi) sau 4 năm.

Câu 30: Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là $1,2$ triệu người?

Câu 31: Ông A có 800 triệu đồng và ông B có 950 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 7% / năm và 5% / năm. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, ước lượng sau bao nhiêu năm thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$.Tìm số đó?

A. $1,04$. **B.** $1,0406$. **C.** $1,040604$. **D.** 1.04060401.

Câu 2: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. **B.** $32,80804$. **C.** $32,8$. **D.** $32,8080401$.

Câu 3: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,02)^4$. Tìm số đó?

A. $1,08$. **B.** 1.0824. **C.** $1,08243$. **D.** $1,082432$.

Câu 4: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,03)^5$. Tìm số đó?

A. $34,473$. **B.** $34,47$. **C.** $34,47308$. **D.** $34,473088$.

Câu 5: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,03)^5$. Tìm số đó?

A. $1,15$. **B.** $1,1592$. **C.** $1,159274$. **D.** $1,15927407$.

Câu 6: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(4,001)^4$. Tìm số đó?

A. $256,2560963$. **B.** $256,25$. **C.** $256,256$. **D.** $256,256096$.

Câu 7: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. **B.** $32,024$. **C.** $32,0240072$. **D.** $32,024007$.

Câu 8: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. **B.** $1024,256026$. **C.** $1024,25602$. **D.** $1024,256$.

Câu 9: Tính giá trị của $H=C_{15}^0-2C_{15}^1+2^2C_{15}^2-...+2^{14}C_{15}^{14}-2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 10: Tính giá trị của $K=3^{20}C_{20}^0-3^{19}.4.C_{20}^1+3^{18}.4^2.C_{20}^2-...-3.4^{19}.C_{20}^{19}+4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1

Câu 11: Trong khai triển biểu thức $F=\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8 **B.** 60 **C.** 58 **D.** 20

Câu 12: Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi) ?

A. 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.
C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

Câu 13: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S=A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r=1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là $212.942.000$ người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất ?

A. 229391769 nghìn người. **B.** 329391769 nghìn người .
C. 229391759 nghìn người. **D.** 228391769 nghìn người.

CHƯƠNG V

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 4: NHỊ THỨC NEWTON

I LÝ THUYẾT.

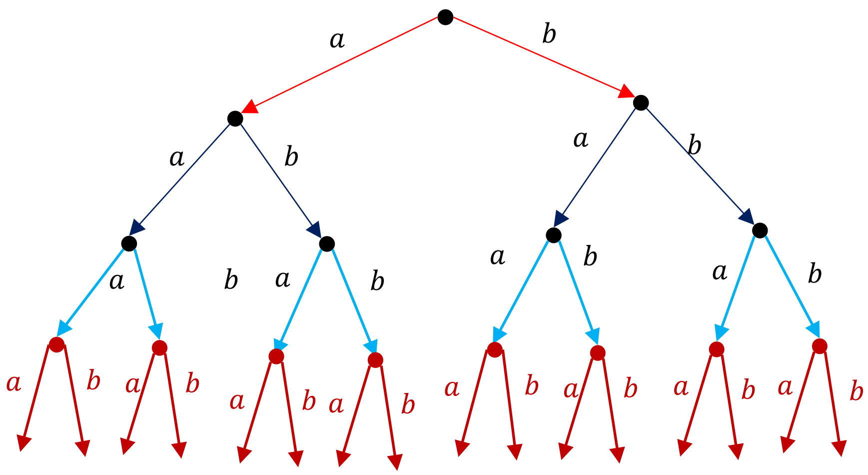
Ở lớp 8, khi học về hằng đẳng thức, ta đã biết khai triển:

$\left(a+b\right)^2=a^2+2ab+b^2$;

$\left(a+b\right)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

Quan sát các đơn thức ở vế phải của các đẳng thức trên, hãy nhận xét về quy luật số mũ của a và b. Có thể tìm được cách tính các hệ số của đơn thức trong khai triển $\left(a+b\right)^n$ khi $n\in\{4;5\}$ không?

Sơ đồ hình cây của $(a+b)^4$



$$\left(a+b\right)^4=C_4^0a^4+C_4^1a^3b+C_4^2a^2b^2+C_4^3ab^3+C_4^4b^4$$
$$=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$

Ví dụ 1: Khai triển $\left(2x+1\right)^4$.

Lời giải

Thay $a=2x$ và $b=1$ trong công thức khai triển của $\left(a+b\right)^4$, ta được:

$$\left(2x+1\right)^4=\left(2x\right)^4+4\cdot\left(2x\right)^3\cdot1+6\cdot\left(2x\right)^2\cdot1^2+4\cdot\left(2x\right)\cdot1^3+1^4$$
$$=16x^4+32x^3+24x^2+8x+1$$

Ví dụ 2: Khai triển $(x-2)^4$.

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=-2$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$\begin{aligned}(x-2)^4 &= x^4+4\cdot x^3\cdot(-2)+6\cdot x^2\cdot(-2)^2+4\cdot x\cdot(-2)^3+(-2)^4\\ &= x^4-8x^3+24x^2-32x+16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^5 &= C_5^0a^5+C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4+C_5^5b^5\\ &= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5\end{aligned}$$

Ví dụ 3: Khai triển $(x+3)^5$

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=3$ trong công thức khai triển của $(a+b)^5$, ta được:

$$\begin{aligned}(x+3)^5 &= x^5+5\cdot x^4\cdot 3+10\cdot x^3\cdot 3^2+10\cdot x^2\cdot 3^3+5\cdot x\cdot 3^4+3^5\\ &= x^5+15x^4+90x^3+270x^2+405x+243\end{aligned}.$$

Ví dụ 4: Khai triển $(3x-2)^5$

Lời giải

$$(3x-2)^5 = C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4(-2)+C_5^2(3x)^3(-2)^2+C_5^3(3x)^2(-2)^3+C_5^4(3x)(-2)^4+C_5^5(-2)^5$$

$$=243x^5-2430x^4+1080x^3-720x^2+240x-32$$

Ví dụ 5:

a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,05)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,05^4$.

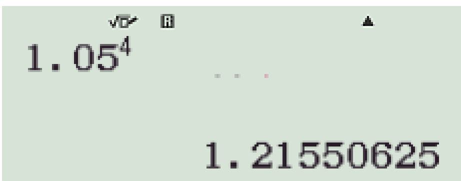
b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,05^4$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

Lời giải

a) $(1+0,05)^4 \approx C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3 0,05^1 = 1+0,2 = 1,2$

b) Cách bấm: 1.05^4=

Hiển thị



Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a là 0,01550625.

BÀI TẬP.

Câu 1. Khai triển các đa thức:

a) $(x-3)^4$; b) $(3x-2y)^4$;

c) $(x+5)^4+(x-5)^4$; d) $(x-2y)^5$

Lời giải

a) $(x-3)^4=C_4^0x^4+C_4^1x^3(-3)+C_4^2x^2(-3)^2+C_4^1x(-3)^3+C_4^0(-3)^4$

$=x^4-12x^3+54x^2-108x+81$

b) $(3x-2y)^4=C_4^0(3x)^4+C_4^1(3x)^3(-2y)^1+C_4^2(3x)^2(-2y)^2+C_4^13x(-2y)^3+C_4^0(-2y)^4$

$=81x^4-216x^3y+216x^2y^2-96xy^3+16y^4$

c) $(x+5)^4+(x-5)^4=C_4^0x^4+C_4^1x^35+C_4^2x^25^2+C_4^3x5^3+C_4^45^4+C_4^0x^4$

$-C_4^1x^35+C_4^2x^25^2-C_4^3x5^3+C_4^45^4$

$=2\left(C_4^0x^4+C_4^2x^25^2+C_4^45^4\right)=2.\left(x^4+150x^2+625\right)=2x^4+300x^2+1250$

d) $(x-2y)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-2y)+C_5^2x^3(-2y)^2+C_5^3x^2(-2y)^3+C_5^4x(-2y)^4+C_5^5(-2y)^5$

$=x^5-10x^4y+40x^3y^2-80x^2y^3+80xy^4-32y^5$

Câu 2. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển của $(3x-1)^5$

Lời giải

Số hạng thứ 4 của khai triển là $C_5^3(3x)^2(-1)^3=-90x^2$. Vậy hệ số của x^4 trong khai triển là -90.

Câu 3. Biểu diễn $\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a,b là các số nguyên.

Lời giải

Nhận xét:

$(a+b)^5-(a-b)^5=C_5^0a^5+C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4+C_5^5b^5$

$-\left(C_5^0a^5-C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2-C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4-C_5^5b^5\right)$

$=2\left(C_5^1a^4b+C_5^3a^2b^3+C_5^5b^5\right)$

Do đó $(a+b)^5-(a-b)^5=2\left(C_5^13^4\sqrt{2}+C_5^33^2\left(\sqrt{2}\right)^3+C_5^5\left(\sqrt{2}\right)^5\right)=$

$2\left(405\sqrt{2}+180\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)=1178\sqrt{2}$

Câu 4. a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,02)^5$ để tính giá trị gần đúng của $1,02^5$.

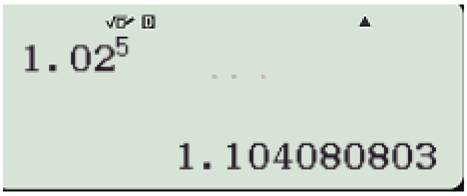
b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,02^5$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a.

Lời giải

a) $(1+0,02)^5 \approx C_5^0 1^5 + C_5^1.1^4.0,02 = 1+0,1 = 1,1$

b) Cách bấm máy: C1.02^5=

Hiển thị:



Sai số tuyệt đối: $\Delta = |1,104080803 - 1,1| = 0,004080803$

Câu 5. Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh đó là $r\%$

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là $P = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người).

b) Với $r = 15\%$, dùng hai số hạng đầu trong khai triển của $(1+0,015)^5$, hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

Lời giải

Số dân của tính đó sau 1 năm là $800 + 800.r\% = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)$(nghìn người)

Số dân của tính đó sau 2 năm là

$$800(1+r\%) + 800.(1+r\%).r\% = 800(1+r\%)(1+r\%) = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 \text{ (nghìn người).}$$

Lập luận hoàn toàn tương tự ta có số dân của tỉnh đó sau 5 năm là $P = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người)

b) Số dân của tỉnh đó ước tính sau 5 năm nữa là

$$P = 800\left(1+\frac{15}{100}\right)^5 \approx 800.\left(C_5^0.1^5 + C_5^1.1^4.\left(\frac{15}{100}\right)\right) = 1400 \text{ (nghìn người)}$$

TỔNG QUÁT VỀ CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON (chuyên đề)

1. CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau:

Với a,b là các số thực và n là sô nguyên dương, ta có

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n.(1)$$

Quy ước $a^0=b^0=1$

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton).

Trong biểu thức ở VP của công thức (1)

a) Số các hạng tử là $n+1$.

b) Số các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng dần từ 0 đến n, nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

c) Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

d) Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1}=C_n^ka^{n-k}b^k$.

2. HỆ QUẢ

Với $a=b=1$, thì ta có $2^n=C_n^0+C_n^1+...+C_n^n$.

Với $a=1$; $b=-1$, ta có $0=C_n^0-C_n^1+...+(-1)^kC_n^k+...+(-1)^nC_n^n$

3. CÁC DẠNG KHAI TRIỂN CƠ BẢN NHỊ THỨC NEWTON

- ✓ $(x+1)^n=C_n^0x^n+C_n^1x^{n-1}+C_n^2x^{n-2}+...+C_n^kx^{n-k}+...+C_n^{n-1}x+C_n^n$
- ✓ $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...+C_n^kx^k+...+C_n^{n-1}x^{n-1}+C_n^nx^n$
- ✓ $(x-1)^n=C_n^0-C_n^1x+C_n^2x^2-...+(-1)^kC_n^kx^k+...+(-1)^{n-1}C_n^{n-1}x^{n-1}+(-1)^nC_n^nx^n$
- ✓ $C_n^k=C_n^{n-k}$
- ✓ $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1},\ (n\ge 1)$
- ✓ $k.C_n^k=\frac{\text{k}.n!}{(n-k)!\text{k}!}=\frac{n(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}=nC_{n-1}^{k-1}$
- ✓ $\frac{1}{k+1}C_n^k=\frac{k.n!}{(k+1)(n-k)!k!}=\frac{n(n-1)!}{(n+1)(n-k)!(k+1)!}=\frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^4$

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton với $n=4$ ta có

$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4.$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. **(NB)** Khi khai triển nhị thức Newton $(x+y)^4$ ta thu được bao nhiêu hạng tử.

Lời giải

Áp dụng công thức khai triển nhị thức Newton ta được

$(x+y)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3y + C_4^2x^2y^2 + C_4^3xy^3 + C_4^4y^4$

Vì không có hạng tử nào có phần biến giống nhau để thu gọn nên có tất cả 5 hạng tử.

Câu 2. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(1+x)^4$.

Lời giải

Ta có $(1+x)^4 = C_4^01^4 + C_4^11^3x + C_4^21^2x^2 + C_4^31x^3 + C_4^4x^4 = 1+4x+6x^2+4x^3+x^4$.

Câu 3. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x+2)^4$.

Lời giải

Ta có $(x+2)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3.2 + C_4^2x^2.2^2 + C_4^3x.2^3 + C_4^42^4 = x^4+8x^3+24x^2+32x^2+16$.

Câu 4. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x-1)^4$.

Lời giải

Ta có $(x-1)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3.(-1) + C_4^2x^2.(-1)^2 + C_4^3x.(-1)^3 + C_4^4(-1)^4 = x^4-4x^3+6x^2-4x+1$.

Câu 5. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(2x+y)^4$.

Lời giải

Ta có $(2x+y)^4 = C_4^0(2x)^4 + C_4^1(2x)^3.y + C_4^2(2x)^2.y^2 + C_4^3(2x).y^3 + C_4^4y^4$

$= 16x^4+32x^3y+24x^2y^2+8xy^3+y^4$.

Câu 6. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(x-3y)^4$.

Lời giải

Ta có $(x-3y)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3.(-3y) + C_4^2x^2.(-3y)^2 + C_4^3x.(-3y)^3 + C_4^4(-3y)^4$

$= x^4-12x^3y+54x^2y^2-108xy^3+81y^4$.

Câu 7. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$.

Lời giải

Ta có $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4 = C_4^0(x^2)^4 + C_4^1(x^2)^3.\left(\dfrac{1}{x}\right) + C_4^2(x^2)^2.\left(\dfrac{1}{x}\right)^2 + C_4^3(x^2).\left(\dfrac{1}{x}\right)^3 + C_4^4\left(\dfrac{1}{x}\right)^4$

$=C_4^0x^8+C_4^1x^6.\left(\frac{1}{x}\right)+C_4^2x^4.\frac{1}{x^2}+C_4^3\left(x^2\right).\left(\frac{1}{x^3}\right)+C_4^4\left(\frac{1}{x^4}\right)=x^8+4x^5+6x^2+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^4}$.

Câu 8. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

Lời giải

Ta có $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^4=C_4^0x^4+C_4^1x^3.\left(\frac{-1}{x^2}\right)+C_4^2x^2.\left(\frac{-1}{x^2}\right)^2+C_4^3x.\left(\frac{-1}{x^2}\right)^3+C_4^4\left(\frac{-1}{x^2}\right)^4$

$=C_4^0x^4+C_4^1x^3.\left(\frac{-1}{x^2}\right)+C_4^2x^2.\frac{1}{x^4}+C_4^3x.\left(\frac{-1}{x^6}\right)+C_4^4\left(\frac{1}{x^8}\right)=x^4-4x+\frac{6}{x^2}-\frac{4}{x^5}+\frac{1}{x^8}$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 9. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Câu 10. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Câu 11. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^kb^{5-k}$. **B.** $C_4^ka^{4-k}b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^ka^{4-k}b^{4-k}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển $(a+b)^4$ là $C_n^ka^{n-k}b^k=C_4^ka^{4-k}b^k$.

Câu 12. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k2^k3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển $(2x-3)^4$ là $C_4^k(2x)^{4-k}(-3)^k=C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$.

Câu 13. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Lời giải

Chọn A

Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(2x-3)^4$ tại $x=1$.

Vậy $S=(1-2.1)^4=1$.

Câu 14. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là

A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(1+3x)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(3x)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k 3^k x^k$.

Do đó số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x ứng với $k=1$, tức là $C_4^1 3^1 x=12x$.

Câu 15. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x+2y)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k x^{4-k}(2y)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k.2^k.x^{4-k}y^k$.

Số hạng chứa x^2y^2 trong khai triển trên ứng với $\begin{cases}4-k=2\\k=2\end{cases}\Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^2y^2 trong khai triển của $(x+2y)^4$ là $C_4^2.2^2=24$.

Câu 16. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $P(x)=4x^2+x(x-2)^4$.

A. $28x^2$. **B.** $-28x^2$. **C.** $-24x^2$. **D.** $24x^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P(x)=4x^2+x(x-2)^4=4x^2+x\sum_{k=0}^{4}C_4^k x^{4-k}(-2)^k=4x^2+\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-2)^k x^{5-k}$.

Số hạng chứa x^2 (ứng với $k=3$) trong khai triển $P(x)$ là $\left[4+C_4^3(-2)^3\right]x^2=-28x^2$.

Câu 17. Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $n\ge 3; n\in\mathbb{N}$.

$A_n^3+2A_n^2=48\Leftrightarrow\frac{n!}{(n-3)!}+2.\frac{n!}{(n-2)!}=48\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)+2.n(n-1)=48$

$\Leftrightarrow n^3-n^2-48=0\Leftrightarrow n=4$ (thỏa).

Ta có $(1-3x)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3x)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3)^k x^k$.

Hệ số của x^3 trong khai triển trên ứng với $k=3$.

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển $(1-3x)^4$ là $C_4^3.(-3)^3=-108$.

Câu 18. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k\left(\frac{1}{x}\right)^{4-k}\left(x^3\right)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k x^{4k-4}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển trên ứng với $4k-4=0 \Leftrightarrow k=1$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$ là $C_4^1=4$.

Dạng 2. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^5$.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức: $(a+b)^5=C_5^0a^5+C_5^1a^4b^1+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4a^1b^4+C_5^5b^5$

$=a^5+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+b^5$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Khai triển biểu thức $(a-b)^5$.

Lời giải

Ta có: $(a-b)^5=a^5-5a^4b^1+10a^3b^2-10a^2b^3+5a^1b^4-b^5$.

Câu 2: Khai triển biểu thức $(x+1)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x+1)^5=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.

Câu 3: Khai triển biểu thức $(x-1)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x-1)^5=x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$.

Câu 4: Khai triển biểu thức $(x+2)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x+2)^5 = x^5 + 5x^4 2^1 + 10x^3 2^2 + 10x^2 2^3 + 5x^1 2^4 + 2^5 = x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$.

Câu 5: Khai triển biểu thức $(2x+y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(2x+y)^5 = (2x)^5 + 5(2x)^4 y^1 + 10(2x)^3 y^2 + 10(2x)^2 y^3 + 5(2x)^1 y^4 + y^5$
$= 32x^5 + 80x^4 y + 80x^3 y^2 + 40x^2 y^3 + 10xy^4 + y^5$.

Câu 6: Khai triển biểu thức $(x-3y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x-3y)^5 = x^5 - 5x^4(3y)^1 + 10x^3(3y)^2 - 10x^2(3y)^3 + 5x^1(3y)^4 - (3y)^5$
$= x^5 - 15x^4 y + 90x^3 y^2 - 270x^2 y^3 + 405xy^4 - 243y^5$.

Câu 7: Khai triển biểu thức $(2x+3y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(2x+3y)^5 = (2x)^5 + 5(2x)^4(3y)^1 + 10(2x)^3(3y)^2 + 10(2x)^2(3y)^3 + 5(2x)^1(3y)^4 + (3y)^5$
$= 32x^5 + 240x^4 y + 720x^3 y^2 + 1080x^2 y^3 + 810xy^4 + 243y^5$.

Câu 8: Khai triển biểu thức $(2x-3y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(2x-3y)^5 = (2x)^5 - 5(2x)^4(3y)^1 + 10(2x)^3(3y)^2 - 10(2x)^2(3y)^3 + 5(2x)^1(3y)^4 - (3y)^5$
$= 32x^5 - 240x^4 y + 720x^3 y^2 - 1080x^2 y^3 + 810xy^4 - 243y^5$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$.

B. $x^5 - 5x^4 - 10x^3 + 10x^2 - 5x + 1$.

C. $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$.

D. $5x^5 + 10x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 5x + 1$.

Lời giải

Chọn A

$(x-1)^5 = C_5^0 x^5 + C_5^1 x^4 + C_5^2 x^3 + C_5^3 x^2 + C_5^4 x + C_5^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$.

Câu 2: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x-y)^5$.

A. $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$

B. $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

C. $x^5-5x^4y-10x^3y^2-10x^2y^3-5xy^4+y^5$

D. $x^5+5x^4y-10x^3y^2+10x^2y^3-5xy^4+y^5$.

Lời giải

Chọn A

$$(x-y)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-y)+C_5^2x^3(-y)^2+C_5^3x^2(-y)^3+C_5^4x(-y)^4+C_5^5(-y)^5$$
$$=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5.$$

Câu 3: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

A. $x^5-100x^4+400x^3-800x^2+800x-32$.

B. $5x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

C. $x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

D. $x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$.

Lời giải

Chọn C

$$(x-2)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-2)+C_5^2x^3(-2)^2+C_5^3x^2(-2)^3+C_5^4x(-2)^4+C_5^5(-2)^5$$
$$=x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32.$$

Câu 4: Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Lời giải

Chọn D

$$(3x+4)^5=C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4.4+C_5^2(3x)^3.4^2+C_5^3(3x)^2.4^3+C_5^4(3x)^1.4^4+C_5^5.4^5$$
$$=243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024.$$

Câu 5: Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

B. $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

D. $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Lời giải

Chọn C

$$(1-2x)^5=C_5^0+C_5^1(-2x)^1+C_5^2(-2x)^2+C_5^3(-2x)^3+C_5^4(-2x)^4+C_5^5(-2x)^5$$
$$=1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5.$$

Câu 6: Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy $P(x)$ có dấu đan xen nên loại đáp án B.

Hệ số của x^5 bằng 32 nên loại đáp án D và còn lại hai đáp án A và C thì chỉ có C phù hợp (vì khai triển số hạng đầu tiên của đáp án C là $32x^5$.)

Câu 7: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10000x^4y+80000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Lời giải

Chọn B

$$(2x+y)^5=C_5^0(2x)^5+C_5^1(2x)^4y+C_5^2(2x)^3y^2+C_5^3(2x)^2y^3+C_5^4(2x)y^4+C_5^5y^5$$
$$=32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5.$$

Câu 8: Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(x-y)^5$. **B.** $(x+y)^5$. **C.** $(2x-y)^5$. **D.** $(x-2y)^5$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $P(x)$ có dấu đan xen nên loại đáp án B.

Hệ số của x^5 bằng 1 nên loại đáp án C và còn lại hai đáp án A và D thì chỉ có A phù hợp (vì khai triển số hạng cuối của đáp án A là $-y^5$).

Câu 9: Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$.

B. $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

D. $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

Lời giải

Chọn B

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^5=C_5^0.x^5+C_5^1.x^4.\left(\frac{-1}{x}\right)^1+C_5^2x^3\left(\frac{-1}{x}\right)^2+C_5^3x^2\left(\frac{-1}{x}\right)^3+C_5^4x^1\left(\frac{-1}{x}\right)^4+C_5^5\left(\frac{-1}{x}\right)^5$$
$$=x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}.$$

Câu 10: Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Lời giải

Chọn A

$$(xy+2)^5=C_5^0(xy)^5+C_5^1(xy)^4.2^1+C_5^2(xy)^3.2^2+C_5^3(xy)^2.2^3+C_5^4(xy)^1.2^4+C_5^5.2^5$$
$$=x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32.$$

Dạng 3. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển của bậc 4 hay bậc 5:

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Lời giải

Ta xét khai triển $(2x-1)^4$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(2x)^{4-k}(-1)^k=(-1)^k C_4^k 2^{4-k}x^{4-k}$

Số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=3\Rightarrow k=1$.

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển là: $C_4^1(-1)^1 2^3x^3=-32x^3$.

Câu 2: Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Lời giải

Ta xét khai triển $(2+3x)^5$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_5^k 2^{5-k}(3x)^k=C_5^k 2^{5-k}3^k x^k$.

Số hạng chứa x^4 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $k=4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_5^4 2^{5-4}3^4=810$.

Câu 3: Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Ta xét khai triển $(3x-2)^4$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(3x)^{4-k}(-2)^k=C_4^k 3^{4-k}(-2)^k x^{4-k}$.

Số hạng chứa x trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=1\Rightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x trong khai triển là: $C_4^3 3^{4-3}(-2)^3 x=-96x$.

Câu 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Lời giải

Đặt $(1-2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_5x^5$.

Cho $x=1$ ta có tổng các hệ số $a_0+a_1+a_2+...+a_5=(1-2)^5=-1$.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$).

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_5^k\left(\frac{1}{x}\right)^k.\left(x^3\right)^{5-k}=C_5^k.x^{15-4k}$.

Số hạng chứa x^3 tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $15-4k=3 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_5^3=10$.

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k.\left(\frac{x}{2}\right)^{4-k}\left(\frac{4}{x}\right)^k=C_4^k.(2)^{3k-4}(x)^{4-2k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-2k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2.(2)^{3.2-4}=24$.

Câu 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x \neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(2x)^k\left(\frac{3}{x}\right)^{4-k}=C_4^k 2^k 3^{4-k} x^{2k-4}$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $2k-4=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2 2^2 3^2=216$.

Câu 8: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$, $x \neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=(-1)^k C_4^k 2^{4-k} x^{4-3k}$.

Số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-3k=-2 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển là $(-1)^2 C_4^2 2^{4-2} x^{4-3.2}=\frac{24}{x^2}$.

Câu 9: **(VD).** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

Lời giải

Xét số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_4^k\left(2x^2\right)^{4-k}\left(-\frac{1}{x^2}\right)^k=C_4^k 2^{4-k} x^{8-2k}(-1)^k \frac{1}{x^{2k}}=C_4^k 2^{4-k} x^{8-4k}(-1)^k$

(với $0 \leq k \leq 4$).

Số hạng không chứa x ứng với $8-4k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_3=C_4^2 2^2(-1)^2=24$.

Câu 10: **(VD).** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x+\dfrac{2}{x^4}\right)^n$.

Lời giải

Điều kiện: $n \ge 2, n \in \mathbb{N}^*$ (1)

$$C_n^1 + C_n^2 = 15 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 15 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \\ n=-6 \end{array}\right. \Rightarrow n = 5.$$

Khi đó, $\left(x+\dfrac{2}{x^4}\right)^5 = \sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k.2^k x^{5-k}.\left(\dfrac{1}{x^4}\right)^k = \sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k.2^k x^{5-5k}$

Số hạng không chứa x tương ứng $5-5k=0 \Leftrightarrow k=1$

Suy ra số hạng không chứa x là: $C_5^1.2^1 = 10$

Câu 11: **(VD).** Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Lời giải

Ta có: $(1+2x)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} 2^k C_n^k x^k; (k \in \mathbb{N})$. Suy ra: $a_k = 2^k C_n^k$. Thay $a_0 = 2^0 C_n^0 = 1$, $a_1 = 2C_n^1$, $a_2 = 4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 2C_n^1 = C_n^2$

$$\Leftrightarrow 2\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} \Leftrightarrow 2n = \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=0 \\ n=5 \end{array}\right..$$

Do n là số nguyên dương nên $n=5$.

Câu 12: **(VDC).** Tìm hệ số của x^{10} trong khải triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$

Lời giải

Ta có $(1+x+x^2+x^3)^5 = \left[(1+x)+x^2(1+x)\right]^5 = \left[(1+x).(1+x^2)\right]^5 = (1+x)^5.(1+x^2)^5$.

Xét khai triển $(1+x)^5.(1+x^2)^5 = \sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k x^k . \sum\limits_{l=0}^{5} C_5^l x^{2l} = \sum\limits_{k=0}^{5} (C_5^k . \sum\limits_{l=0}^{5} C_5^l . x^{k+2l})$.

Số hạng chứa x^{10} tương ứng với k,l thỏa mãn $k+2l=10 \Leftrightarrow k=10-2l.$

Kết hợp với điều kiện, ta có hệ :

$$\begin{cases} k = 10-2l \\ 0 \le k \le 5,\ k \in N \\ 0 \le l \le 5,\ l \in N \end{cases} \Leftrightarrow (k,l) \in \{(0;5),(2;4),(4;3)\}.$$

Vậy hệ số của x^{10} bằng tổng các $C_5^k.C_5^l$ thỏa mãn $C_5^0.C_5^5 + C_5^2.C_5^4 + C_5^4.C_5^3 = 101$.

Câu 13: **(VDC).** Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + ... + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

Lời giải

Ta có $(x+1)^{2n+1}=C_{2n+1}^{0}x^{2n+1}+C_{2n+1}^{1}x^{2n}+...+C_{2n+1}^{2n}x+C_{2n+1}^{2n+1}$ (1).

Thay $x=1$ vào (1) ta được $2^{2n+1}=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n+1}$ (2).

Thay $x=-1$ vào (1) ta được $0=-C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}-...-C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n+1}$ (3).

Lấy $(2)-(3)$ vế theo vế ta được $2^{2n+1}=2\left(C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{2}+...+C_{2n+1}^{2n}\right)$.

Theo đề $2^{2n+1}=2.1024 \Leftrightarrow n=5$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ là

$$T_{k+1}=C_5^k.\left(\frac{3}{2}\right)^{5-k}.\left(-\frac{2}{3}x^2\right)^k=C_5^k.(-1)^k.3^{5-2k}.2^{2k-5}x^{2k}.$$

Ta có bảng sau

k	0	1	2	3	4	5
$C_5^k.(-1)^k.3^{5-2k}.2^{2k-5}$	$\frac{243}{32}$	$-\frac{135}{8}$	15	$-\frac{20}{3}$	$\frac{40}{27}$	$-\frac{32}{243}$

Vậy số hạng có hệ số nguyên là $15x^4$.

Câu 14: **(VDC)** Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12$.

Lời giải

Xét $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12$ (1) (Điều kiện : $n\in Z,\ n\geq 3$).

$$(1)\Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!}+\frac{n!}{n.(n-3)!}=12$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2}+(n-1)(n-2)=12$$

$$\Leftrightarrow 3n^2-7n-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=4\ (tm) \\ n=\frac{-5}{3}\ (L) \end{array}\right.$$

Với $n=4$ thì $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}\left[x(1-x)\right]^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}x^k\left(\sum_{i=0}^{k}C_k^i(-1)^ix^i\right)$

$$\Rightarrow P(x)=\sum_{k=0}^{4}\sum_{i=0}^{k}C_4^kC_k^i3^{4-k}(-1)^ix^{i+k}$$

Theo đề bài số hạng chứa x^2 thỏa mãn với $i+k=2$ $\left(i,k\in\mathbb{Z},0\leq i\leq k\leq 4\right)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} i=0,k=2 \\ i=1,k=1 \end{array}\right.$

Vậy số hạng chứa x^2 là $\left[C_4^2C_2^0 3^2(-1)^0 + C_4^1C_1^1 3^3(-1)^1\right]x^2 = -54x^2$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 15: Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$. **B.** $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 - y^4$.
C. $x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$. **D.** $x^4 - 4x^3y - 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$.

Lời giải

Chọn A

$(x-y)^4 = x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$

Câu 16: Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Chọn C

Vì hệ số của x^5 là 32 và dấu trong khai triển đan xen nên chọn đáp án C.

Câu 17: Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}(2a-b)^5 &= (2a)^5 - 5(2a)^4b + 10(2a)^3b^2 - 10(2a)^2b^3 + 5(2a)b^4 - b^5\\ &= 32a^5 - 80a^4b + 80a^3b^2 - 40a^2b^3 + 10ab^4 - b^5\end{aligned}$$

Câu 18: Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.

A. 160. **B.** 80. **C.** 20. **D.** 40.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned}(a+2b)^5 &= a^5 + 5a^4(2b) + 10a^3(2b)^2 + 10a^2(2b)^3 + 5a(2b)^4 + (2b)^5\\ &= a^5 + 10a^4b + 40a^3b^2 + 80a^2b^3 + 80ab^4 + 32b^5\end{aligned}$$

Suy ra hệ số của a^3b^2 trong khai triển trên là: 40.

Câu 19: Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Lời giải

Chọn D

$(3x+2y)^4 = (3x)^4 + 4(3x)^3(2y) + 6(3x)^2(2y)^2 + 4(3x)(2y)^3 + (2y)^4$

Suy ra hệ số chính giữa trong khai triển trên là: $6(3x)^2(2y)^2 = 36C_4^2x^2y^2$.

Câu 20: Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4 = a_0 + a_1\sqrt[3]{2} + a_2\sqrt[3]{4}$. Tính $\left(a_1a_2\right)$

A. $a_1a_2 = 24$. **B.** $a_1a_2 = 8$. **C.** $a_1a_2 = 54$. **D.** $a_1a_2 = 36$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4 = 1^4 + 4.1^3\left(\sqrt[3]{2}\right)^1 + 6.1^2\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 + 4.1^1\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{2}\right)^4 = 1 + 4\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{4} + 8 + 2\sqrt[3]{2}$

$= 9 + 6\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{4}$.

Suy ra $\left(a_1a_2\right) = 6.6 = 36$.

Câu 21: Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x}+\dfrac{2}{x}\right)^4, x>0$ là số hạng thứ mấy ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(\sqrt{x}+\dfrac{2}{x}\right)^4 = \left(\sqrt{x}\right)^4 + 4\left(\sqrt{x}\right)^3\left(\dfrac{2}{x}\right) + 6\left(\sqrt{x}\right)^2\left(\dfrac{2}{x}\right)^2 + 4\left(\sqrt{x}\right)\left(\dfrac{2}{x}\right)^3 + \left(\dfrac{2}{x}\right)^4$

$= x^2 + 8\sqrt{x} + 24\dfrac{1}{x} + 32\dfrac{\sqrt{x}}{x^3} + 16\dfrac{1}{x^4}$.

Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển trên ứng với số hạng thứ 2.

Câu 22: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(x^3 - \dfrac{1}{x^2}\right)^5$.

Lời giải

A. -10. **B.** -5. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\left(x^3-\dfrac{1}{x^2}\right)^5 = \left(x^3\right)^5 - 5\left(x^3\right)^4\left(\dfrac{1}{x^2}\right) + 10\left(x^3\right)^3\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^2 - 10\left(x^3\right)^2\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^3 + 5\left(x^3\right)\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^4 - \left(\dfrac{1}{x^2}\right)^5$.

$= x^{15} - 5x^{10} + 10x^5 - 10 + 5\dfrac{1}{x^5} - \dfrac{1}{x^{10}}$

Số hạng không chứa x trong khai triển là $\left(-10\right)$.

Câu 23: Cho a là một số thực bất kì. Rút gọn

$M = C_4^0a^4 + C_4^1a^3\left(1-a\right) + C_4^2a^2\left(1-a\right)^2 + C_4^3a\left(1-a\right)^3 + C_4^4\left(1-a\right)^4$.

A. $M = a^4$. **B.** $M = a$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M = C_4^0a^4 + C_4^1a^3(1-a) + C_4^2a^2(1-a)^2 + C_4^3a(1-a)^3 + C_4^4(1-a)^4 = [a+(1-a)]^4 = 1$.

Câu 24: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-2x)^n = C_n^0 1^n(-2x)^0 + C_n^1 1^{n-1}(-2x) + C_n^2 1^{n-2}(-2x)^2 + ... = 1 - 2C_n^1x + 4C_n^2x^2 + ...$

Vậy $a_0 = 1$; $a_1 = -2C_n^1$; $a_2 = 4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0 + a_1 + a_2 = 31$ nên ta có:

$$1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 31 \Leftrightarrow 1 - 2\frac{n!}{1!(n-1)!} + 4\frac{n!}{2!(n-2)!} = 31 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 31$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 30 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = 5.$$

Từ đó ta có $a_4 = C_5^4(-2)^4 = 80$.

Câu 25: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Khi đó ta có $3n^4$ bằng

A. 7203. **B.** 1875. **C.** 1296. **D.** 6561.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát khai triển của $(1-3x)^n$ là $T_{k+1} = C_n^k(-3x)^k = (-3)^k C_n^k x^k$.

$\Rightarrow$ hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ ứng với $k = 2$.

$$\text{Khi đó } (-3)^2 C_n^2 = 90 \Leftrightarrow 9\frac{n(n-1)}{2} = 90 \Leftrightarrow n(n-1) = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -4 \\ n = 5 \end{array}\right. \Rightarrow 3n^4 = 1875\cdot$$

Câu 26: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11$.

A. 20. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có : } C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 11 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 4 \\ n = -5 \end{array}\right. .$$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k(x^3)^{4-k}\left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là: $C_4^2 = 6$.

Câu 27: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 33 \Rightarrow n = 4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k \left(x^3\right)^{4-k} \left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k = 2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2 C_4^2 = 24$.

Câu 28: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 33 \Rightarrow n = 4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k \left(x^3\right)^{4-k} \left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k = 2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2 C_4^2 = 24$.

Câu 29: Cho khai triển: $(3x-5)^n = \sum\limits_{i=0}^{n} a_i x^i$. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{n-1}$.

Biết : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243$.

A. 3093. **B.** -3157. **C.** 3157. **D.** -3093.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243 \Leftrightarrow (1+2)^n = 243 \Leftrightarrow 3^n = 3^5 \Leftrightarrow n = 5$.

Ta có : $f(x) = (3x-5)^5$

$= C_5^0 (3x)^5 + C_5^1 (3x)^4 (-5) + C_5^2 (3x)^3 (-5)^2 + C_5^3 (3x)^2 (-5)^3 + C_5^4 (3x)(-5)^4 + C_5^5 (-5)^5$

Tổng là:

$S = C_5^0 3^5 + C_5^1 3^4 (-5) + C_5^2 3^3 (-5)^2 + C_5^3 3^2 (-5)^3 + C_5^4 .3.(-5)^4 = f(1) - C_5^5 (-5)^5$

$= (3-5)^5 + 5^5 = 3093$.

Câu 30: Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x) = \left(x^2+1\right)^n (x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 11$. **B.** $n = 5$. **C.** $n = 12$. **D.** $n = 10$

Lời giải

Chọn B

$f(x) = \left(x^2+1\right)^n (x+2)^n = \left(\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k x^{2n-2k}\right)\left(\sum\limits_{i=0}^{n} C_n^i x^{n-i} 2^i\right) = \sum\limits_{k=0}^{n}\left(\sum\limits_{i=0}^{n} C_n^k C_n^i 2^i x^{3n-2k-i}\right), \ (0 \le i, k \le n)$

Yêu cầu $\Leftrightarrow 3n-(2k+i)=3n-3 \Leftrightarrow 2k+i=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=i=1 \\ k=0,\ i=3 \end{array}\right.$

$\Rightarrow a_{3n-3}=2C_n^1C_n^1+2^3C_n^0C_n^3=26n \Leftrightarrow n=5$.

Câu 31: Cho khai triển: $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, biết n thỏa mãn $a_0+8a_1=2a_2+1$. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển.

A. 160. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 105.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k(2x)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k2^kx^k$.

$\Rightarrow a_k=C_n^k2^k \Rightarrow a_0=C_n^0,\ a_1=2C_n^1,\ a_2=2^2C_n^2$.

Nên $a_0+8a_1=2a_2+1 \Leftrightarrow C_n^0+16C_n^1=8C_n^2+1 \Leftrightarrow 1+16n=\dfrac{8n(n-1)}{2!}+1 \Leftrightarrow n=5$.

Suy ra ta có khai triển : $(1+2x)^5=\sum_{k=0}^{5}C_5^k2^kx^k$ $\Rightarrow$ Hệ số của khai triển là: $a_k=C_5^k2^k$.

Ta có: a_k là hệ số lớn nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} a_k\ge a_{k+1} \\ a_k\ge a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_5^k2^k\ge C_5^{k+1}2^{k+1} \\ C_5^k2^k\ge C_5^{k-1}2^{k-1} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5!}{k!(5-k)!}2^k\ge \dfrac{5!}{(k+1)!(5-k-1)!}2^{k+1} \\ \dfrac{5!}{k!(5-k)!}2^k\ge \dfrac{5!}{(k-1)!(5-k+1)!}2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{5-k}\ge \dfrac{2}{k+1} \\ \dfrac{2}{k}\ge \dfrac{1}{5-k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+1\ge 10-2k \\ 12-2k\ge k \end{cases} \Leftrightarrow 11\le 3k\le 12$

$\Leftrightarrow \dfrac{11}{3}\le k\le 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=3 \\ k=4 \end{array}\right.$.

Vậy hệ số lớn nhất của khai triển là : $a_3=C_5^32^3=80=a_4=C_5^42^4=80$.

Dạng 4. Tính tổng của các tổ hợp $C_n^k\left(k\le n\le 5;k,n\in\mathbb{N}\right)$ và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: **(NB)** Tính tổng sau $S=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^ka^{10-k}b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^{10}=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$.

Vậy $S=2^{10}=1024$.

Câu 2: **(NB)** Tính tổng sau $S=C_6^1+C_6^2+...+C_6^5$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6 = \sum_{k=0}^{6} C_6^k a^{6-k} b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^6 = C_6^0 + C_6^1 + ... + C_6^6$.

Do đó $S = 2^6 - C_6^0 - C_6^6 = 62$.

Vậy $S = 62$.

Câu 3: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2.C_6^1 + 2^2.C_6^2 + ... + 2^6 C_6^6$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6 = \sum_{k=0}^{6} C_6^k a^{6-k} b^k$.

Ta chọn $a=1; b=2$, thu được $(1+2)^6 = C_6^0 + 2.C_6^1 + 2^2.C_6^2 + ... + 2^6 C_6^6$.

Vậy $S = 3^6 = 729$.

Câu 4: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - ... - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k a^{12-k} b^k$.

Ta chọn $a=1; b=-1$, thu được $(1-1)^{12} = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - ... - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.

Vậy $S = 0^{12} = 0$.

Câu 5: **(TH)** Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $n^2 - 6n - 7 = 0$. Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^n$.

Lời giải

Ta có $n^2 - 6n - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 7 \\ n = -1. \end{array}\right.$

Do $n \in \mathbb{N}$ nên $n = 7$. Khi đó $S = C_7^0 + C_7^1 + ... + C_7^7$.

Xét khai triển $(a+b)^7 = \sum_{k=0}^{7} C_7^k a^{7-k} b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^7 = C_7^0 + C_7^1 + ... + C_7^7$.

Vậy $S = 2^7 = 128$.

Câu 6: **(TH)** Cho đa thức $P(x) = (1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Lời giải

Ta có $P(x) = (1-x)^8 = \sum_{k=0}^{8} C_8^k (-1)^k x^k$. Khi đó tổng các hệ số của đa thức $P(x)$ là

$$S = C_8^0 - C_8^1 + ... - C_8^7 + C_8^8.$$

Xét khai triển $(a+b)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k a^{8-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=-1$, thu được $(1-1)^8=C_8^0-C_8^1+C_8^2-...-C_8^7+C_8^8$.

Vậy tổng các hệ số của đa thức $P(x)$ bằng 0.

Câu 7: **(TH)** Tính tổng sau $S=C_{20}^1+2C_{20}^2+2^2.C_{20}^3+...+2^{19}C_{20}^{20}$.

Lời giải

Ta có $2S=2.C_{20}^1+2^2C_{20}^2+2^3.C_{20}^3+...+2^{20}.C_{20}^{20}$.

Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^k a^{20-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=2$, thu được $(1+2)^{20}=C_{20}^0+2.C_{20}^1+...+2^{20}.C_{20}^{20}$.

Do đó $2S=(1+2)^{20}-C_{20}^0=3^{20}-1$.

Vậy $S=\dfrac{3^{20}-1}{2}$.

Câu 8: **(TH)** Tính tổng sau $S=C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^k a^{20-k}b^k$.

Chọn $a=b=1$, ta thu được $(1+1)^{20}=C_{20}^0+C_{20}^1+C_{20}^2+C_{20}^3...+C_{20}^{20}$.

Chọn $a=1;b=-1$, ta thu được $(1-1)^{20}=C_{20}^0-C_{20}^1+C_{20}^2-C_{20}^3+...+C_{20}^{20}$.

Cộng theo vế hai phương trình ta được

$$2^{20}=2.\left(C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2S=2^{20}$$

$$\Leftrightarrow S=2^{19}.$$

Câu 9: Tính tổng: $S=C_{2019}^1.3^{2018}.2-C_{2019}^2.3^{2017}.2^2+C_{2019}^3.3^{2016}.2^3-...-C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018}+C_{2019}^{2019}.2^{2019}$

Lời giải

Xét $A=(a+b)^{2019}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2019}^k a^{2019-k}b^k$

$=C_{2019}^0.a^{2019}+C_{2019}^1.a^{2018}.b+C_{2019}^2.a^{2017}.b^2+C_{2019}^3.a^{2016}.b^3+...+C_{2019}^{2018}.a^1.b^{2018}+C_{2019}^{2019}.b^{2019}$

Ta chọn $a=-3,b=2$, khi đó

$(-3+2)^{2019}=-C_{2019}^0.3^{2019}+\underbrace{C_{2019}^1.3^{2018}.2-C_{2019}^2.3^{2017}.2^2+C_{2019}^3.3^{2016}.2^3+...-C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018}+C_{2019}^{2019}.2^{2019}}_{S}$

$\Rightarrow S=(-3+2)^{2019}+C_{2019}^0.3^{2019}=(-1)^{2019}+3^{2019}=\boxed{3^{2019}-1}$.

Câu 10: Tính tổng: $S=C_{2021}^0.4^{2021}-C_{2021}^1.4^{2010}.2+C_{2021}^2.4^{2019}.2^2-C_{2021}^3.4^{2018}.2^3-...+C_{2021}^{2020}.4^1.2^{2020}$

Lời giải

$A=(a+b)^{2021}=\sum_{k=0}^{2021}C_{2021}^{k}a^{2021-k}b^{k}$

$=C_{2021}^{0}.a^{2021}+C_{2021}^{1}.a^{2020}.b+C_{2021}^{2}.a^{2019}.b^{2}+C_{2021}^{3}.a^{2018}.b^{3}+...+C_{2021}^{2020}.a^{1}.b^{2020}+C_{2021}^{2021}.b^{2021}$

Ta chọn $a=4,b=-2$, khi đó

$(4-2)^{2021}=\underbrace{C_{2021}^{0}.4^{2021}-C_{2021}^{1}.4^{2020}.2+C_{2021}^{2}.4^{2019}.2^{2}-C_{2021}^{3}.4^{2018}.2^{3}+...+C_{2021}^{2020}.4.2^{2020}}_{S}-C_{2021}^{2021}.2^{2021}$

$\Rightarrow S=(4-2)^{2021}+C_{2021}^{2021}.2^{2021}=2^{2021}+2^{2021}=\boxed{2^{2022}}$

Câu 11: Cho $n\in\mathbb{N}^{*}$, tính tổng $S=2^{7}C_{2n}^{0}-2^{8}C_{2n}^{1}+2^{9}C_{2n}^{2}-2^{10}C_{2n}^{3}+...-2^{2n+6}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n+7}C_{2n}^{2n}$.

Lời giải

Ta có: $S=2^{7}\left[C_{2n}^{0}-2^{1}C_{2n}^{1}+2^{2}C_{2n}^{2}-2^{3}C_{2n}^{3}+...-2^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n}C_{2n}^{2n}\right]$.

Xét khai triển Newton

$(x-2)^{2n}=C_{2n}^{0}x^{2n}(-2)^{0}+C_{2n}^{1}x^{2n-1}.(-2)^{1}+C_{2n}^{2}x^{2n-2}.(-2)^{2}+...+C_{2n}^{2n-1}x^{1}(-2)^{2n-1}+C_{2n}^{2n}(-2)^{2n}$

Tại $x=1$ ta có $1=(-1)^{2n}=C_{2n}^{0}-2^{1}C_{2n}^{1}+2^{2}C_{2n}^{2}-2^{3}C_{2n}^{3}+...-2^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n}C_{2n}^{2n}$

Vậy $\boxed{S=2^{7}.(-1)^{2n}=2^{7}}$

Câu 12: Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+C_{2n+1}^{2}+...+C_{2n+1}^{n}$

Lời giải

$S=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+C_{2n+1}^{2}+...+C_{2n+1}^{n}$

$\Rightarrow 2S=\left[C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}\right]+\left[C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}\right]$

Ta có $C_{n}^{k}=C_{n}^{n-k}$ (tính chất tổ hợp).

$\Rightarrow 2S=\left[C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}\right]+\left[C_{2n+1}^{2n+1}+C_{2n+1}^{2n}+...+C_{2n+1}^{n+1}\right]$

$\Rightarrow 2S=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}+C_{2n+1}^{n+1}+...+C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n}$

Xét khai triển $(x+1)^{2n+1}=C_{2n+1}^{0}x^{0}+C_{2n+1}^{1}x^{1}+...+C_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}$

Khi $x=1\Rightarrow 2S=2^{2n+1}\Rightarrow S=2^{2n}=4^{n}$.

Câu 13: Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức $S=3C_{n}^{0}+7C_{n}^{1}+11C_{n}^{2}+...+(4n+3)C_{n}^{n}$ theo n.

Lời giải

Ta có $S=(0.4+3)C_{n}^{0}+(1.4+3)C_{n}^{1}+(2.4+3)C_{n}^{2}+...+(n.4+3)C_{n}^{n}$.

$\Rightarrow S=4\left(C_{n}^{1}+2C_{n}^{2}+3C_{n}^{3}+...+n.C_{n}^{n}\right)+3\left(C_{n}^{0}+C_{n}^{1}+...+C_{n}^{n}\right)$.

Xét khai triển $(x+1)^{n}=C_{n}^{0}x^{0}+C_{n}^{1}.x^{1}+...+C_{n}^{n}x^{n}$.

Khi $x=1\Rightarrow C_{n}^{0}+C_{n}^{1}+...+C_{n}^{n}=2^{n}$.

Mặt khác ta lại có: $k.C_{n}^{k}=k.\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{n(n-1)!}{(k-1)!\left[(n-1)-(k-1)\right]!}=n.C_{n-1}^{k-1}$

Do đó: $C_{n}^{1}+2.C_{n}^{2}+3C_{n}^{3}+...+n.C_{n}^{n}=n\left(C_{n-1}^{0}+C_{n-1}^{1}+C_{n-1}^{2}+...+C_{n-1}^{n-1}\right)$

Tương tự xét khai triển $(x+1)^{n-1}=C_{n-1}^{0}x^{0}+C_{n-1}^{1}.x^{1}+...+C_{n-1}^{n-1}x^{n-1}$

Khi $x=1\Rightarrow C_{n-1}^{0}+C_{n-1}^{1}+C_{n-1}^{2}+...+C_{n-1}^{n-1}=2^{n-1}$.

Vậy $S=4n.2^{n-1}+3.2^{n}=(2n+3).2^{n}$.

Câu 14: Rút gọn biểu thức $S=\frac{1}{1.0!.2019!}+\frac{1}{2.1!2018!}+\frac{1}{3.2!.2017!}+...+\frac{1}{2020.2019!.0!}$

Lời giải

Ta có $S=\sum_{k=0}^{2019}\frac{1}{(k+1)k!(2019-k)!}=\sum_{k=0}^{2019}\frac{2020!}{2020!(k+1)!(2020-(k+1))!}=\frac{1}{2020!}\sum_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}$

Xét nhị thức $(x+1)^{2020}=\sum_{k=0}^{2020}C_{2020}^{k}.x^k=1+\sum_{k=1}^{2020}C_{2020}^{k}.x^k$

Cho $x=1\Rightarrow\sum_{k=1}^{2020}C_{2020}^{k}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}=2^{2020}-1$.

Vậy: $S=\frac{2^{2020}-1}{2020!}$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: (NB) Tổng $T=C_n^0+C_n^1+C_n^3+C_n^4+.....+C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\dots+C_n^{n-1}+C_n^n$.

Câu 2: (NB) Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^0+C_n^2+C_n^4+...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 2^n-1.

Lời giải

Chọn B

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\dots+C_n^{n-1}+C_n^n$. (1)

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1)+(2)\Rightarrow 2^n=2T$

Vậy $T=2^{n-1}$.

Câu 3: (NB) Tổng $T=C_n^0-C_n^1+C_n^2+...+(-1)^k C_n^k+...+(-1)^n C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$.

Câu 4: (NB) Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^1+C_n^3+C_n^5+...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** $2^n - 1$.

Lời giải

Chọn D

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k \quad (*)$

Với $a = b = 1$, ta có $(*) \Rightarrow 2^n = C_n^0 + C^1 + \ldots + C_n^{n-1} + C_n^n$. (1)

Với $a = 1; b = -1$, ta có $(*) \Rightarrow 0 = C_n^0 - C^1 + \cdots + (-1)^k C_n^k + \cdots + (-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1) - (2) \Rightarrow 2^n = 2T$

Vậy $T = 2^{n-1}$.

Câu 5: (NB) Biểu thức $P = C_n^k + C_n^{k+1}$ bằng

A. C_{n+1}^{k+1} **B.** C_{n+1}^{k} **C.** C_{n+1}^{k} **D.** C_n^k.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$

Câu 6: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^7 + C_n^8 = C_{n+1}^9$. Giá trị của số n bằng

A. 16 **B.** 24. **C.** 18. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện : $n \ge 8; n \in \mathbb{N}$.

Áp dụng $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$

Ta có $C_n^7 + C_n^8 = C_{n+1}^9 \Leftrightarrow C_{n+1}^8 = C_{n+1}^9 \Leftrightarrow \dfrac{(n+1)!}{8!(n-7)!} = \dfrac{(n+1)!}{9!(n-8)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{n-7} = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow n = 16$.

Câu 7: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 8(n+2)$.

A. 14 **B.** 13 **C.** 16 **D.** 15

Lời giải

Chọn B

Điều kiện : $n \in \mathbb{N}$.

Ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 8(n+2) \Leftrightarrow \left(C_{n+3}^{n} + C_{n+3}^{n+1}\right) - C_{n+3}^{n} = 8(n+2)$

$\Leftrightarrow C_{n+3}^{n+1} = 8(n+2) \Leftrightarrow \dfrac{(n+2)(n+3)}{2!} = 8(n+2)$

$\Leftrightarrow n+3 = 8.2! \Leftrightarrow n+3 = 16 \Leftrightarrow n = 13$.

Câu 8: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 **B.** 16 **C.** 13 **D.** 12

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 4095 \Rightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 4096$

Mà $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$ nên suy ra

$2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$

Câu 9: (TH) Tổng $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2k} + ... + C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} **B.** 2^{2n-1} **C.** $2^{2n} - 1$ **D.** 2^{2n}

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ... = 2^{n-1}$

Áp dụng hệ thức trên, ta có $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2k} + ... + C_{2n}^{2n} = 2^{2n-1}$.

Câu 10: (TH) Cho $T = C_{2022}^1 + C_{2022}^3 + C_{2022}^5 + ... + C_{2022}^{2021}$. Tính biểu thức $T = 2^n$ thì n bằng

A. 2023 **B.** 2022 **C.** 2021 **D.** 2020

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ... + C_n^n = 2^{n-1}$

Áp dụng $T = C_{2022}^1 + C_{2022}^3 + C_{2022}^5 + ... + C_{2022}^{2021} = 2^{2021}$

Do đó $n = 2021$.

Câu 11: Tính tổng $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $n!$ **D.** 2^{n+1}

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^n b^n$.

Chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ ta được : $(1+1)^n = C_n^0.1^n + C_n^1.1^{n-1}.1 + C_n^2.1^{n-2}.1^2 + ... + C_n^n.1^n$

$\Leftrightarrow 2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$.

Câu 12: Tính tổng $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0 **B.** 2^n **C.** 2^{n-1} **D.** 2^{n+1}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^n b^n$.

Chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ ta được : $(1-1)^n = C_n^0.1^n + C_n^1.1^{n-1}.(-1) + C_n^2.1^{n-2}.(-1)^2 + ... + C_n^n.(-1)^n$

$\Leftrightarrow 0 = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$.

Câu 13: Tính tổng $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n}$ ta được kết quả là:

A. 2^{n-1} **B.** 2^n **C.** 2^{2n-1} **D.** 2^{2n+1}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(a+b)^{2n} = C_{2n}^0 a^{2n} + C_{2n}^1 a^{2n-1} b + C_{2n}^2 a^{2n-2} b^2 + ... + C_{2n}^{2n} b^{2n}$.

Chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ ta được : $2^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + ... + C_{2n}^{2n}$ (1)

Chọn $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$ ta được : $0 = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + C_{2n}^4 + ... - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n} = 2^{2n-1}$.

Câu 14: Xét khai triểm $\left(1+2x+x^2\right)^{20} = a_0 + a_1x + ... + a_{40}x^{40}$. Tổng $S = a_0 + a_1 + ... + a_{40}$ là:

A. 4^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{40} **D.** 4^{10}

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển: $\left(1+2x+x^2\right)^{20} = \left(1+x\right)^{40} = C_{40}^0 + C_{40}^1x + C_{40}^2x^2 + ... + C_{40}^{40}x^{40}$.

Chọn $x=1$ ta được $S = a_0 + a_1 + ... + a_{40} = 2^{40}$.

Câu 15: Tính tổng $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + ... + (C_n^n)^2$ ta được kết quả là:

A. C_{2n}^n **B.** C_{2n}^{2n-2} **C.** 2^{2n+1} **D.** 2^{2n}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(1+x)^m.(1+x)^n = (1+x)^{m+n}$ ta có:

$C_m^0.C_n^k + C_m^1.C_n^{k-1} + C_m^2.C_n^{k-2} + ... + C_m^m.C_n^{k-m} = C_{m+n}^k$, $m \le k \le n$. (hệ số chứa x^k ở cả hai vế).

Áp dụng với khai triển $\left(1+x\right)^n.\left(1+x\right)^n = \left(1+x\right)^{2n}$ ta có hệ số chứa x^n bằng nhau nên:

$C_n^0.C_n^n + C_n^1.C_n^{n-1} + ... + C_n^n.C_n^0 = C_{2n}^n \Leftrightarrow \left(C_n^0\right)^2 + \left(C_n^1\right)^2 + ... + \left(C_n^n\right)^2 = C_{2n}^n$

Câu 16: Tính tổng $n.2^{n-1}.C_n^0 + \left(n-1\right).2^{n-2}.3.C_n^1 + \left(n-2\right).2^{n-3}.3^2.C_n^2 + ... + 3^{n-1}.C_n^{n-1}$ ta được kết quả là:

A. 5^n **B.** $n.5^n$ **C.** $n.5^{n-1}$ **D.** 5^{n-1}

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$n.2^{n-1}.C_n^0 + \left(n-1\right).2^{n-2}.3.C_n^1 + \left(n-2\right).2^{n-3}.3^2.C_n^2 + ... + 3^{n-1}.C_n^{n-1}$$
$$= \sum_{k=0}^{n-1}\left(n-k\right).2^{n-k-1}.3^k.C_n^k = \sum_{k=0}^{n-1} n.2^{n-k-1}.3^k.C_{n-1}^{n-k-1} = n.\left(2+3\right)^{n-1} = n.5^{n-1}$$

Câu 17: Tính tổng $C_n^1 + 2\dfrac{C_n^2}{C_n^1} + 3\dfrac{C_n^3}{C_n^2} + ... + n\dfrac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $\dfrac{n\left(n-1\right)}{2}$ **D.** $\dfrac{n\left(n+1\right)}{2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{C_n^k}{C_n^{k-1}} = \dfrac{n-k+1}{k}$.

Suy ra:

$$C_n^1+2\frac{C_n^2}{C_n^1}+3\frac{C_n^3}{C_n^2}+....+n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}=n+2.\frac{n-1}{2}+3\frac{n-2}{3}+...+n.\frac{1}{n}$$

$$=n+(n-1)+(n-2)+...+2+1=\frac{n(n+1)}{2}.$$

Dạng 5. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(x+\Delta x)^4$, $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 18: Viết khai triển lũy thừa $(x+\Delta x)^5$

Lời giải

Ta có: $(x+\Delta x)^5=C_5^0.x^5+C_5^1.x^4.\Delta x+C_5^2.x^3.(\Delta x)^2+C_5^3.x^2.(\Delta x)^3+C_5^4.x.(\Delta x)^4+C_5^5.(\Delta x)^5$

Câu 19: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(6,01)^4$

Lời giải

Ta có:

$$(6,01)^4=(6+0,01)^4=C_4^0.6^4+C_4^1.6^3.0,01+C_4^2.6^2.(0,01)^2+C_4^3.6.(0,01)^3+C_4^4.(0,01)^4$$

$$\approx C_4^0.6^4+C_4^1.6^3.0,01\approx 1304,64$$

Vậy: $(6,01)^4\approx 1304,64$.

Câu 20: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(2022,02)^5$

Lời giải

Ta có:

$$(2022,02)^5=(2022+0,02)^5=C_5^0.2022^5+C_5^1.2022^4.0,02+C_5^2.2022^3.0,02^2+C_5^3.2022^2.0,02^3$$

$$+C_5^4.2022.0,02^4+C_5^5.0,02^5$$

$$\approx C_5^0.2022^5+C_5^1.2022^4.0,02\approx 3,38.10^{16}$$

Vậy: $2022,02^5\approx 3,38.10^{16}$.

Câu 21: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(4,98)^5$

Lời giải

Ta có:

$$(4,98)^5=(5+(-0,02))^5=C_5^0.5^5(-0,02)^0+C_5^1.5^4.(-0,02)+C_5^2.5^2.(-0,02)^2+C_5^3.5^2.(-0,02)^3$$

$$+C_5^4.5.(-0,02)^4+C_5^5.(-0,02)^5$$

$$\approx C_5^0.5^5+C_5^1.5^4.(-0,02)\approx 3062,5$$

Vậy: $4,98^5\approx 3062,5$

Câu 22: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(1999,99)^4$

Lời giải

Ta có:

$$(1999,99)^4 = (2000+(-0,01))^4 = C_4^0.2000^4.(-0,01)^0 + C_4^1.2000^3.(-0,01) + C_4^2.2000^2.(-0,01)^2 + C_4^3.2000.(-0,01)^3 + C_4^4.(-0,01)^4$$

$$\approx C_4^0.2000^4 + C_4^1.2000^3.(-0,01) \approx 1,599968.10^{13}$$

Vậy: $(1999,99)^4 \approx 1,599968.10^{13}$

Câu 23: Tìm giá trị gần đúng của x, biết $(9+x)^5 \approx 59705,1$ khi ta dùng 2 số hạng đầu tiên trong khai triển $(9+x)^5$.

Lời giải

Ta có: $(9+x)^5 = C_5^0.9^5 + C_5^1.9^4.x + C_5^2.9^3.x^2 + C_5^3.9^2.x^3 + C_5^4.9.x^4 + C_5^5.x^5$

$$\approx C_5^0 9^5 + C_5^1 9^4 x \approx 59705,1 \Rightarrow x \approx 0,02$$

Vậy $x \approx 0,02$

Câu 24: Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n tháng được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng

Lời giải

Lãi suất của một tháng $r = \frac{7,2}{12}\% = 0,6\%$ / tháng.

Ta có: $T = T_0(1+r)^n$.

Suy ra: $T = 500.10^6(1+0,006)^6 \approx 500.10^6\left(C_6^0 + C_6^1.0,006\right) \approx 518000000$ đồng

Vậy: sau 6 tháng người đó nhận được hơn $518\,000\,000$ đồng.

Câu 25: Một người có T_0 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n năm được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một năm. Sau 4 năm người đó nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi số tiền $386\,400\,000$ đồng khi dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn. Tính gần đúng số tiền người đó đã gởi lúc đầu.

Lời giải

Ta có: $T = T_0(1+r)^n$.

Suy ra: $T = T_0(1+0,072)^4 \approx T_0\left(C_4^0 + C_4^1.0,072\right) \Rightarrow T_0 \approx 300\ 000\ 000$ đồng

Vậy lúc đầu người đó gởi vào khoảng 300 000 000 đồng

Câu 26: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để so sánh $(3,01)^4$ và $(2,1)^5$

.Lời giải

Ta có:

$\left(3,01\right)^4=\left(3+0,01\right)^4=C_4^0.3^4+C_4^1.3^3.0,01+C_4^2.3^2.\left(0,01\right)^2+C_4^3.3.\left(0,01\right)^3+C_4^4.\left(0,01\right)^4$

$\approx C_4^0.3^4+C_4^1.3^3.0,01\approx 82,08$

$\left(2,1\right)^5=\left(2+0,1\right)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,1+C_5^2.2^3.\left(0,1\right)^2+C_5^3.2^2.\left(0,1\right)^3+C_5^4.2.\left(0,1\right)^4+C_5^5.\left(0,1\right)^5$

$\approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,1\approx 40$

Vậy: $\left(3,01\right)^4>\left(2,1\right)^5$.

Câu 27: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $\left(2-3x\right)^4$ để ước lượng giá trị gần đúng của x (làm tròn sau dấy phẩy hai chữ số), biết $\left(2-3x\right)^4\approx 12,8$.

Lời giải

Ta có:

$\left(2-3x\right)^4=C_4^0.2^4+C_4^1.2^3.\left(-3x\right)+C_4^2.2^2.\left(-3x\right)^2+C_4^3.2.\left(-3x\right)^3+C_4^4\left(-3x\right)^4$.

$\approx C_4^0.2^4+C_4^1.2^3.\left(-3x\right)\approx 16-96x$

Khi đó: $\left(2-3x\right)^4\approx 12,8\Leftrightarrow 16-96x\approx 12,8\Leftrightarrow x\approx 0,03$.

Vậy: $x\approx 0,03$.

Câu 28: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $T=\left(\sqrt{1-a}-2\right)^5$ để ước lượng giá trị gần đúng của T theo a.

Lời giải

Ta có:

$T=\left(-2+\sqrt{1-a}\right)^5=C_5^0\left(-2\right)^5+C_5^1.\sqrt{1-a}.\left(-2\right)^4+C_5^2.\left(\sqrt{1-a}\right)^2.\left(-2\right)^3$

$+C_5^3.\left(\sqrt{1-a}\right)^3.\left(-2\right)^2+C_5^4\left(\sqrt{1-a}\right)^4.\left(-2\right)+C_5^5\left(\sqrt{1-a}\right)^5$

$\approx C_5^0\left(-2\right)^5+C_5^1.\sqrt{1-a}.\left(-2\right)^4\approx -32+80\sqrt{1-a}$.

Vậy: $T\approx -32+80\sqrt{1-a}$

Câu 29: Một người có 100 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $6,8\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính số tiền người đó thu được (cả gốc lẫn lãi) sau 4 năm.

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu người đó gửi vào, r là lãi suất, P_n là số tiền nhận được sau n năm.

Khi đó: $P_n=P\left(1+r\right)^n$.

Theo giả thiết:

$$P_4=10^8\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^4=10^8\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^4=10^8\left[C_4^0+C_4^1.\left(\frac{6,8}{100}\right)+C_4^2.\left(\frac{6,8}{100}\right)^2+C_4^3.\left(\frac{6,8}{100}\right)^3+C_4^4\left(\frac{6,8}{100}\right)^4\right].$$

$$\approx 10^8\left[C_4^0+C_4^1.\frac{6,8}{100}\right]\approx 127\ 200\ 000\,(\text{đồng})$$

Vậy: sau 4 năm người đó nhận được hơn $127\ 200\ 000$ đồng.

Câu 30: Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là $1,2$ triệu người?

Lời giải

Gọi A là số dân ban đầu, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, A_n là số dân của tỉnh đó sau n năm.

Khi đó: $A_n = A(1+r)^n$.

Theo giả thiết:

$$1,2=\left(1+\frac{5}{100}\right)^n \Leftrightarrow 1,2=\left[C_n^0+C_n^1.\left(\frac{5}{100}\right)+C_n^2.\left(\frac{5}{100}\right)^2+...+C_n^{n-1}.\left(\frac{5}{100}\right)^{n-1}+C_n^n\left(\frac{5}{100}\right)^n\right]$$

$$\Leftrightarrow 1,2\approx C_n^0+C_n^1.\frac{5}{100}\Leftrightarrow 1,2\approx 1+0,05n\Leftrightarrow n\approx 4 \text{ (năm)}$$

Vậy: Sau khoảng 4 năm thì số dân của tỉnh đó là $1,2$ triệu người.

Câu 31: Ông A có 800 triệu đồng và ông B có 950 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 7% / năm và 5% / năm. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, ước lượng sau bao nhiêu năm thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, P_n lần lượt là số tiền nhận được sau n năm.

Khi đó: $P_n = P(1+r)^n$.

Theo giả thiết:

$$800\left(1+\frac{7}{100}\right)^n=950\left(1+\frac{5}{100}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow C_n^0+C_n^1.\frac{7}{100}=\frac{19}{16}\left(C_n^0+C_n^1.\frac{5}{100}\right)\Leftrightarrow 1+\frac{7n}{100}=\frac{19}{16}+\frac{19n}{320}\Leftrightarrow\frac{17n}{1600}=\frac{3}{16}\Leftrightarrow n\approx 17,6.$$

$$P_{17}\approx 800\ 000\ 000\left(C_{17}^0+C_{17}^1.\frac{7}{100}\right)\approx 1\ 192\ 000\ 000 \text{ (đồng)}$$

Vậy: Sau hơn 17 năm mỗi người nhận được hơn $1\ 192\ 000\ 000$ đồng.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$.Tìm số đó?

A. $1,04$. **B.** $1,0406$. **C.** $1,040604$. **D.** 1.04060401.

Lời giải

Chọn A

$(1,01)^4=(1+0.01)^4=C_4^0+C_4^1.0,01+C_4^2.0,01^2+C_4^3.0,01^3+C_4^4.0,01^4$.

Khi đó: $(1,01)^4\approx C_4^0+C_4^1.0,01=1,04$.

Câu 2: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. **B.** $32,80804$. **C.** $32,8$. **D.** $32,8080401$.

Lời giải

Chọn C

$(2,01)^5=(2+0.01)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,01+C_5^2.2^3.0,01^2+C_5^3.2^2.0,01^3+C_5^4.2.0,01^4+C_5^5.0,01^5$

.

Khi đó: $(2,01)^5\approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,01=32,8$

Câu 3: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,02)^4$. Tìm số đó?

A. $1,08$. **B.** 1.0824. **C.** $1,08243$. **D.** $1,082432$.

Lời giải

Chọn B

$(1,02)^4=(1+0,02)^4=C_4^0+C_4^1.0,02+C_4^2.0,02^2+C_4^3.0,02^3+C_4^4.0,02^4$.

Khi đó: $(1,02)^4\approx C_4^0+C_4^1.0,02+C_4^2.0,02^2=1,0824$.

Câu 4: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,03)^5$. Tìm số đó?

A. $34,473$. **B.** $34,47$. **C.** $34,47308$. **D.** $34,473088$.

Lời giải

Chọn A

$(2,03)^5=(2+0.03)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,03+C_5^2.2^3.0,03^2+C_5^3.2^2.0,03^3+C_5^4.2.0,03^4+C_5^5.0,03^5$

.

Khi đó: $(2,03)^5\approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,03+C_5^2.2^5.0,03^2=34,473$

Câu 5: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,03)^5$. Tìm số đó?

A. $1,15$. **B.** $1,1592$. **C.** $1,159274$. **D.** $1,15927407$.

Lời giải

Chọn C

$(1,03)^5=(1+0.03)^5=C_5^0+C_5^1.0,03+C_5^2.0,03^2+C_5^3.0,03^3+C_5^4.0,03^4+C_5^5.0,03^5$.

Khi đó: $(1,03)^5\approx C_5^0+C_5^1.0,03+C_5^2.0,03^2+C_5^3.0,03^3=1,159274$

Câu 6: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(4,001)^4$. Tìm số đó?

A. $256,2560963$. **B.** $256,25$. **C.** $256,256$. **D.** $256,256096$.

Lời giải

Chọn A

$(4,001)^4=(4+0.001)^4=C_4^0.4^4+C_4^1.4^3.0,001+C_4^2.4^2.0,001^2+C_4^3.4^3.0,001^3+C_4^4.4^4.0,001^4$

.

Khi đó: $(4,001)^4\approx C_4^0.4^4+C_4^1.4^3.0,001+C_4^2.4^2.0,001^2+C_4^3.4^3.0.001^3=256,2560963$.

Câu 7: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. **B.** $32,024$. **C.** $32,0240072$. **D.** $32,024007$.

Lời giải

Chọn C

$$(2,0003)^5 = (2+0.0003)^5 = 2^5.C_5^0 + 2^4.C_5^1.0,0003 + 2^3.C_5^2.0,0003^2 + 2^2C_5^3.0,0003^3$$
$$+2C_5^4.0,0003^4 + C_5^5.0,0003^5.$$

Khi đó: $(2,0003)^5 \approx C_5^0.2^5 + C_5^1.2^4.0,0003 + C_5^2.2^3.0,0003^2 + C_5^3.2^2.0,0003^3 = 32,0240072$.

Câu 8: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. **B.** $1024,256026$. **C.** $1024,25602$. **D.** $1024,256$.

Lời giải

Chọn C

$$(4,0002)^5 = (4+0.0002)^5 = 4^5.C_5^0 + 4^4.C_5^1.0,0002 + 4^3.C_5^2.0,0002^2 + 4^2C_5^3.0,0002^3$$
$$+4C_5^4.0,0002^4 + C_5^5.0,0002^5.$$

Khi đó: $(4,0002)^5 \approx C_5^0.4^5 + C_5^1.4^4.0,0002 + C_5^2.4^3.0,0002^2 + C_5^3.4^2.0,0002^3 = 1024,256026$.

Câu 9: Tính giá trị của $H = C_{15}^0 - 2C_{15}^1 + 2^2C_{15}^2 - ... + 2^{14}C_{15}^{14} - 2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D.

$(1+x)^{15} = C_{15}^0 + C_{15}^1x + C_{15}^2x^2 + ... + C_{15}^{14}x^{14} + C_{15}^{15}x^{15}$.

Chọn $x=-2$, ta được $C_{15}^0 - 2C_{15}^1 + 2^2C_{15}^2 - ... + 2^{14}C_{15}^{14} - 2^{15}C_{15}^{15} = (1-2)^{15} = -1$

Câu 10: Tính giá trị của $K = 3^{20}C_{20}^0 - 3^{19}.4.C_{20}^1 + 3^{18}.4^2.C_{20}^2 - ... - 3.4^{19}.C_{20}^{19} + 4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1

Lời giải

Chọn D.

$(3+x)^{20} = 3^{20}C_{20}^0 + 3^{19}C_{20}^1x + 3^{18}C_{20}^2x^2 + ... + 3C_{20}^{19}x^{19} + C_{20}^{20}x^{20}$.

Chọn $x=-4$, ta được $3^{20}C_{20}^0 - 3^{19}.4.C_{20}^1 + 3^{18}.4^2.C_{20}^2 - ... - 3.4^{19}.C_{20}^{19} + 4^{20}.C_{20}^{20} = (3-4)^{20} = 1$

Câu 11: Trong khai triển biểu thức $F = \left(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8 **B.** 60 **C.** 58 **D.** 20

Lời giải

Chọn B

Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_5^k\left(\sqrt{3}\right)^{5-k}\left(\sqrt[3]{2}\right)^k$

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để T_{k+1} là một số nguyên thì

$$\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \le k \le 5 \\ (5-k) \vdots 2 \\ k \vdots 3 \end{cases} \Leftrightarrow k = 3 \Rightarrow T_4 = C_5^3 \left(\sqrt{3}\right)^2 \left(\sqrt[3]{2}\right)^3$$

Vậy trong khai triển có giá trị lớn nhất là số hạng nguyên là $T_4 = 60$.

Câu 12: Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi) ?

A. 30.15645 triệu đồng.
B. 30.14645 triệu đồng.
C. 30.14675 triệu đồng.
D. 31.14645 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $C = A(1+r)^5$ với $A = 20$ triệu $r = 8,65\%$,$n = 5$ *quí*.

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$

$(1+0,0865)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,0865 + C_5^2 (0,0865)^2 = 1 + 5.0,0865 + 10.(0,0865)^2 = 1,5073225 =$

Vậy số tiền thu được sau 5 quý là: $C = 20.1,5073225 = 30.14645$ triệu đồng.

Câu 13: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất ?

A. 229391769 nghìn người.
B. 329391769 nghìn người .
C. 229391759 nghìn người.
D. 228391769 nghìn người.

Lời giải

Chọn A

Lấy năm 2015 làm mốc và tính dân số năm 2015 thì $n = 2020 - 2015 = 5$

Áp dụng công thức $S = A(1+r)^n$ với $A = 212.942.000$, $r = 1,5\%$.

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$

$(1+0,015)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,015 + C_5^2 (0,015)^2 = 1 + 5.0,015 + 10.(0,015)^2 = 1,07725$

Ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2020 là: $212.942.000 \times 1,07725 = 229391769,5$.

Vậy dân số quốc gia đó là 229391769 nghìn người.