

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨNBÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI

LÝ THUYẾT.

1. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 4x - 2 = x^2 - x - 2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x = 0$

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = 3$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{0; -\frac{3}{5}\right\}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 - 3x - 5 = x^2 - 7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

2. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$2x^2 - 5x - 9 = x^2 - 2x + 1.$$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Từ đó tìm được $x = -2$ hoặc $x = 5$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 5$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

b) $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$

b) $\sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$

Lời giải

c) Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 + x + 3 = 1 - 2x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 + 3x + 2 = 0$

Từ đó tìm được $x = -1$ hoặc $x = -2$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = -1$ hoặc $x = -2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -2\}$.

d) Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 13x + 14 = x^2 - 6x + 9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = \frac{5}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

***Chú ý: Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác**

1) Dạng: $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$ **2) Dạng:** $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0; B \geq 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$

3) Dạng: $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} + \sqrt{D}$.

* Nếu $A+B = C+D$ (hoặc $A.B = C.D$) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.

* Nếu $A+C = B+D$ (hoặc $A.C = B.D$) thì phải đưa phương trình về dạng:

$$\sqrt{A} - \sqrt{C} = \sqrt{D} - \sqrt{B}$$

sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

4) Dạng: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$

* Lập phương hai vế ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}) = C$.

Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{ABC} = C$

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.



BÀI TẬP.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$

b) $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$

c) $\sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$

d) $\sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 2}$

Câu 2. Giải các phương trình sau:

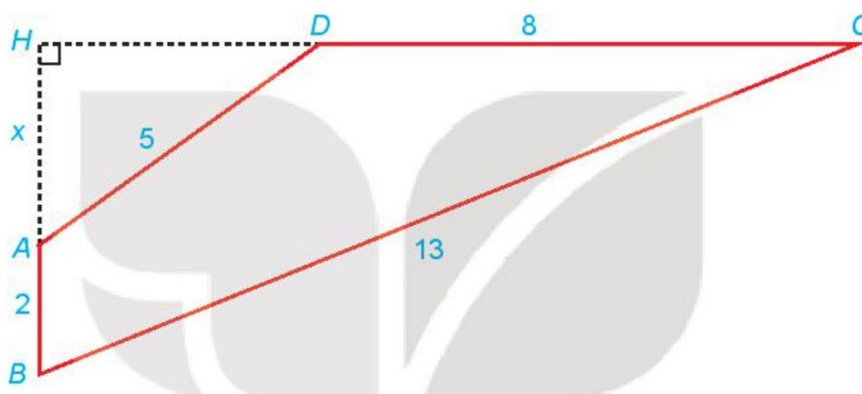
a) $\sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2x + 4$

b) $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$

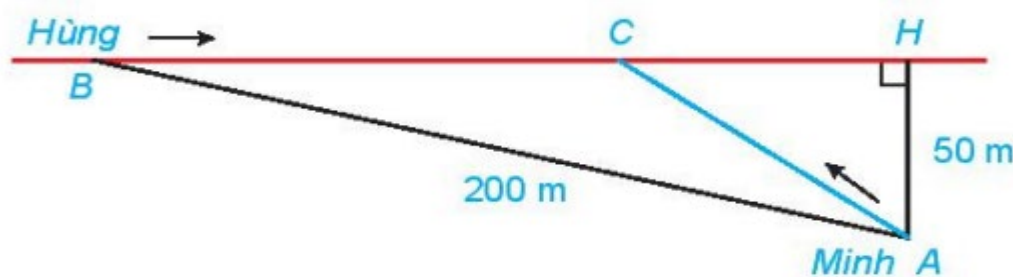
c) $\sqrt{3x^2 - 17x + 23} = x - 3$

d) $\sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$. Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x , từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Câu 4. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$
- Câu 2:** Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$
- Câu 3:** Giải phương trình $\sqrt{3 + 2x - x^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$
- Câu 4:** Giải phương trình $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$
- Câu 5:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = 2x + 1$
- Câu 6:** Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = x - 1$:
- Câu 7:** Giải phương trình $\sqrt{3 - 3x - x^2} = x$
- Câu 8:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2$.
- Câu 9:** Giải phương trình $\sqrt{x - 1} = x - 3$
- Câu 10:** Giải phương trình $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x - 2} = 0$
- Câu 11:** Giải phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x - 3} = 0$
- Câu 12:** Giải phương trình $\sqrt{2x - 3} = x - 3$
- Câu 13:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$
- Câu 14:** Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x - 1} = 5 - m$ có nghiệm. Khi đó tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m
- Câu 15:** Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$
- Câu 16:** Phương trình $(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x + 3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
- Câu 17:** Tập nghiệm của phương trình $(x + 3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12$
- Câu 18:** Giải phương trình $x - \sqrt{2x + 7} = -4$
- Câu 19:** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6 - 5x} = 2 - x$
- Câu 20:** Giải phương trình $2\sqrt{x + 5} + 1 = x + \sqrt{x + 5}$
- Câu 21:** Phương trình $(x - 1)\sqrt{5x + 1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm
- Câu 22:** Giải phương trình $\sqrt{5x + 6} = x - 6$
- Câu 23:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$
- Câu 24:** Giải phương trình $(x - 3)(\sqrt{4 - x^2} - x) = 0$
- Câu 25:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 2x - 1$
- Câu 26:** Tìm m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x - m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.
- Câu 27:** Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{x^2 - 2(m + 1)x + 6m - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2}$ có nghiệm duy nhất
- Câu 28:** Giải phương trình $\sqrt{3x + 7} - \sqrt{x + 1} = 2$
- Câu 29:** Tìm tham số m để phương trình $(x^2 - x)\sqrt{x - m} = 0$ chỉ có một nghiệm

- Câu 30:** Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.
- Câu 31:** Cho phương trình $\sqrt{2x + m} = x - 1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.
- Câu 32:** Giải phương trình $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$
- Câu 33:** Giải phương trình $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$
- Câu 34:** Giải phương trình $(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$
- Câu 35:** Giải phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$
- Câu 36:** Phương trình: $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ tính $S = a + b + c$
- Câu 37:** Phương trình: $13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm b\sqrt{c}}{d}$ tính $S = a + b + c + d$
- Câu 38:** Tính tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$
- Câu 39:** Tính tích các nghiệm của phương trình $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$
- Câu 40:** Giải phương trình $x(x+5) = 2\sqrt[3]{x^2 + 5x - 2} - 2$
- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2 + 16} - m + 2 = 0$ có nghiệm
- Câu 42:** Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + \sqrt{1-x^2} = m$ có nghiệm là $[a; b]$. Tính $S = a + b$.
- Câu 43:** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$ trên tập số thực bằng
- Câu 44:** Giải phương trình $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.
- Câu 45:** Giải phương trình $x + \sqrt{11 + \sqrt{x-1}} = 12$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.
- Câu 46:** Cho phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + 3\sqrt{(x-1)(5-x)} = m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên có nghiệm?
- Câu 47:** Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$
- Câu 48:** Giải phương trình: $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$ trên $\mathbb{R}$: ta được nghiệm $x = a$; $x = \frac{b - c\sqrt{d}}{e}$ trong đó $a; b; c; d; e$ là các số tự nhiên và $\frac{b}{e}$ tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức $F = a + b - c + d - e$

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



I LÝ THUYẾT.

1. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 4x - 2 = x^2 - x - 2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x = 0$

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = 3$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{0; -\frac{3}{5}\right\}$

b) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 - 3x - 5 = x^2 - 7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

2. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$2x^2 - 5x - 9 = x^2 - 2x + 1.$$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Từ đó tìm được $x = -2$ hoặc $x = 5$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 5$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

b) $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$

b) $\sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$

Lời giải

c) Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 + x + 3 = 1 - 2x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 + 3x + 2 = 0$

Từ đó tìm được $x = -1$ hoặc $x = -2$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = -1$ hoặc $x = -2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -2\}$.

d) Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 13x + 14 = x^2 - 6x + 9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = \frac{5}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

***Chú ý: Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác**

1) Dạng: $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$ **2) Dạng:** $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0; B \geq 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$

3) Dạng: $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} + \sqrt{D}$.

* Nếu $A+B = C+D$ (hoặc $A.B = C.D$) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.

* Nếu $A+C = B+D$ (hoặc $A.C = B.D$) thì phải đưa phương trình về dạng:

$$\sqrt{A} - \sqrt{C} = \sqrt{D} - \sqrt{B}$$

sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

4) Dạng: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$

* Lập phương hai vế ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}) = C$.

Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{ABC} = C$

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.



BÀI TẬP.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$$

$$b) \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$$

$$c) \sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$$

$$d) \sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 2}$$

Lời giải

$$a) \sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 1 = 2x^2 - 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-2; 2\}$.

$$b) \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

$$c) \sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 3 = -x^2 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

$$d) \sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 2}$$

$$\Rightarrow -x^2 + 5x - 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2\}$.

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2x + 4$

b) $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$

c) $\sqrt{3x^2 - 17x + 23} = x - 3$

d) $\sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$

Lời giải

a) $\sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2x + 4$

$$\Rightarrow 6x^2 + 13x + 13 = 4x^2 + 16x + 16$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{4} \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4} \right\}$

b) $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$

$$\Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 = 9 + 6x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$

c) $\sqrt{3x^2 - 17x + 23} = x - 3$

$$\Rightarrow 3x^2 - 17x + 23 = x^2 - 6x + 9$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{7}{2}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$

d) $\sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$

$$\Rightarrow -x^2 + 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$$

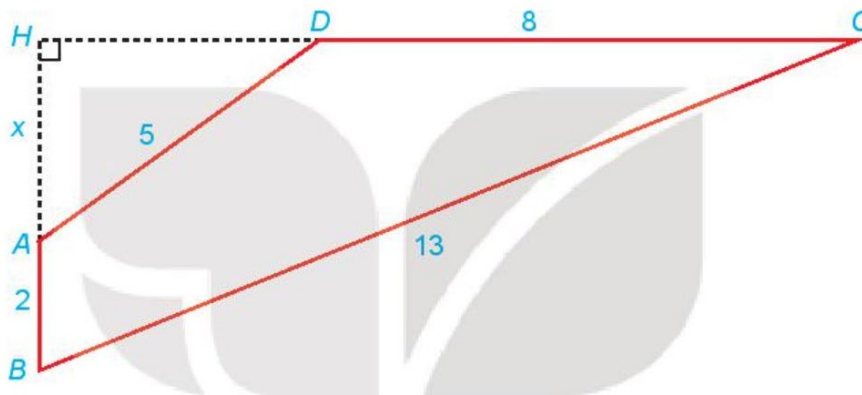
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{3\}$.

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$. Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x , từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Lời giải

Hướng dẫn: Sử dụng định lý Pytago để tìm x .

Ta có: $HD = \sqrt{25 - x^2}$. Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 25 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 5 \quad (*)$

Xét tam giác vuông BHC , ta có $HB^2 + HC^2 = BC^2$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (\sqrt{25-x^2} + 8)^2 = 13^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + 25 - x^2 + 16\sqrt{25-x^2} + 64 - 169 = 0$$

$$\Leftrightarrow 16\sqrt{25-x^2} = 76 - 4x$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{25-x^2} = 19 - x \quad (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $16(25-x^2) = 361 - 38x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $17x^2 - 38x - 39 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-13}{17} \end{cases}$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình (1) và kết hợp với điều kiện (*), ta thấy $x = 3$ thỏa mãn.

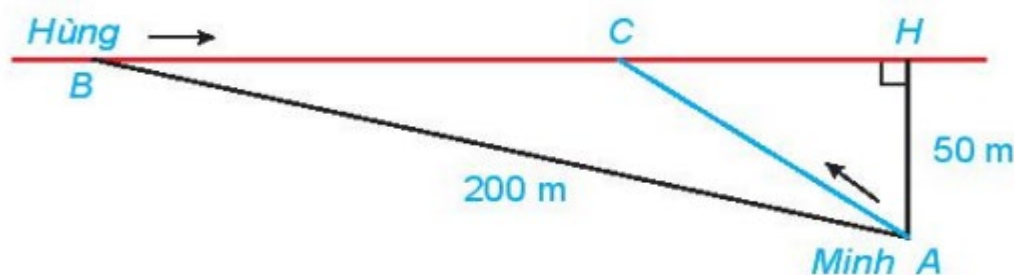
Vậy $x = 3$

Hướng dẫn: Để tính diện tích tứ giác $ABCD$, ta áp dụng công thức tính diện tích tam giác cho $\triangle BHC$, $\triangle AHD$.

Ta có $HB = 5$, $HC = 12$, $HA = 3$, $HD = 4$.

$$S_{ABCD} = S_{BHC} - S_{AHD} = \frac{1}{2} \cdot HB \cdot HC - \frac{1}{2} \cdot HA \cdot HD = \frac{1}{2} (5 \cdot 12 - 3 \cdot 4) = 24.$$

- Câu 4.** Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22

Lời giải

Vận tốc của bạn Minh: $v_1 = 5(km/h)$.

Vận tốc của bạn Hùng: $v_2 = 15(km/h)$.

Áp dụng định lý Pithago vào tam giác vuông AHB : $BH = \sqrt{(0,2)^2 - (0,05)^2} = \frac{\sqrt{15}}{20} \text{ (km)}$

Gọi $BC = x \text{ (km)}$, $x > 0$.

Suy ra: $CH = \frac{\sqrt{15}}{20} - x$, $x \leq \frac{\sqrt{15}}{20}$.

Ta cần xác định vị trí điểm C để Minh và Hùng gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia

Nghĩa là: ta cần tìm x để thời gian hai bạn di chuyển đến C là bằng nhau.

Thời gian Hùng đi từ B đến C là: $t_2 = \frac{S_{BC}}{v_2} = \frac{x}{15} \text{ (h)}$.

Quãng đường AC Minh đã đi là: $AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}$

Thời gian Minh đã đi từ A đến C là: $t_1 = \frac{S_{AC}}{v_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5} \text{ (h)}$.

Theo yêu cầu bài toán: $\frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5} = \frac{x}{15}$

Bình phương 2 vế: $\frac{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}{25} = \frac{x^2}{225}$

$$\Leftrightarrow 9\left(\frac{3}{80} - \frac{\sqrt{15}}{10}x + x^2\right) + \frac{9}{400} = x^2$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - \frac{9\sqrt{15}}{10}x + \frac{9}{25} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 0,3 \\ x \approx 0,1 \end{cases}$$

Vì $0 < x \leq \frac{\sqrt{15}}{20} \approx 0,19$ nên $x \approx 0,1$ thỏa mãn.

Vậy hai bạn Minh và Hùng di chuyển đến vị trí C cách điểm B một đoạn $x \approx 0,1 \text{ (km)} = 100 \text{ (m)}$.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

Lời giải

$$\text{Ta có : } \sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 2x^2 - 5x + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x^2 + 11x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x = 0 \\ x = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -11 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{0; -11\}$

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

Lời giải

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = x^2 + 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 1 \\ x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{1; 4\}$

Câu 3: Giải phương trình $\sqrt{3 + 2x - x^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{3+2x-x^2} = \sqrt{x^2-4x+3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2x-x^2 \geq 0 \\ x^2-4x+3 \geq 0 \\ 3+2x-x^2 = x^2-4x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \\ 2x^2-6x=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{0; 3\}$

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{-x^2+9x-5} = x$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{-x^2+9x-5} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2+9x-5 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2-9x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.

Câu 5: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3} = 2x+1$

Lời giải

$$\text{Ta có : } \sqrt{3x^2+6x+3} = 2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3x^2+6x+3 = 4x^2+4x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2-2x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{3}(l) \\ x=1+\sqrt{3}(n) \end{cases} \end{cases}$$

Câu 6: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1} = x-1$:

Lời giải

$$\sqrt{2x^2-3x+1} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x^2-3x+1 = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{3-3x-x^2} = x$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{3-3x-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3-3x-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2+3x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-3+\sqrt{33}}{4}$$

Vậy phương trình trên chỉ có 1 nghiệm.

Câu 8: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 4x + 4 = (3x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ 6x^2 + 16x = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x = 0, x = -\frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

Câu 9: Giải phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$

Lời giải

$$\sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x-1 = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 10: Giải phương trình $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0$

Lời giải

ĐK: $x \geq 2$.

$$pt \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (l) \\ x = 3 (tm) \\ x = 2 (tm) \end{cases}$$

Câu 11: Giải phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x \geq 3 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ x \geq 3 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 12: Giải phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{2x-3} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 2x-3 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x-3 = x^2-6x+9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2-8x+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x=2 \\ x=6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=6 \end{cases}$$

Vậy $S = \{6\}$.

Câu 13: Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{1-x}$

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{1-x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x^2-4x+3=1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 14: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1} = 5-m$ có nghiệm. Khi đó tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m

Lời giải

Điều kiện $x \geq 1$.

+ Nếu $5-m < 0 \Leftrightarrow m > 5$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

+ Nếu $5-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$ khi đó $\sqrt{x-1} = 5-m \Leftrightarrow x = (5-m)^2 + 1 \geq 1$ suy ra phương trình có nghiệm là $x = (5-m)^2 + 1$.

Vậy các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm là: $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 15: Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2} = \sqrt{1+x}$

Lời giải

$$\sqrt{x^2+3x-2} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ x^2+3x-2=1+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Vậy $S = 1$.

Câu 16: Phương trình $(x^2+5x+4)\sqrt{x+3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Điều kiện: $x \geq -3$.

$$(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(N) \\ x = -4(L) \\ x = -3(N) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 17: Tập nghiệm của phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$

Lời giải

Điều kiện: $10 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Khi đó: $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$

$$\Leftrightarrow (x+3)\sqrt{10-x^2} = (x+3)(x-4) \Leftrightarrow (x+3)(\sqrt{10-x^2} - x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \sqrt{10-x^2} = x - 4 \end{cases} \Rightarrow x = -3.$$

Vì phương trình $\sqrt{10-x^2} = x - 4$ vô nghiệm với mọi x thỏa $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Câu 18: Giải phương trình $x - \sqrt{2x+7} = -4$

Lời giải

$$\text{Phương trình } x - \sqrt{2x+7} = -4 \Leftrightarrow x + 4 = \sqrt{2x+7} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ (x+4)^2 = 2x+7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x^2 + 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3.$$

Câu 19: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x} = 2-x$

Lời giải

$$\text{Phương trình } \sqrt{6-5x} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 6-5x = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $1 + (-2) = -1$.

Câu 20: Giải phương trình $2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5}$

Lời giải

$$\text{Phương trình } 2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x + 5 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4 \in (-2; 10)$.

Câu 21: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm

Lời giải

ĐK: $x \geq -\frac{1}{5}$.

Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow (x-1)(\sqrt{5x+1} - x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{5x+1} = x + 1 \quad (*) \end{cases}$

Phương trình $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 5x+1 = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là: $x = 0; x = 1; x = 3$

Câu 22: Giải phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$

Lời giải

Ta có : $\sqrt{5x+6} = x-6 \Leftrightarrow \begin{cases} x-6 \geq 0 \\ 5x+6 = (x-6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 5x+6 = x^2 - 12x + 36 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2 - 17x + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ \begin{cases} x = 2(l) \\ x = 15 \end{cases} \end{cases}$. Vậy $S = \{15\}$.

Câu 23: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$

Lời giải

Điều kiện $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Phương trình trở thành $3x^2 - 9x + 7 = (x-2)^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$.

So điều kiện, không có nghiệm nào thỏa mãn

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 24: Giải phương trình $(x-3)(\sqrt{4-x^2} - x) = 0$

Lời giải

ĐKXD: $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Ta có $(x-3)(\sqrt{4-x^2} - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \quad (L) \\ \sqrt{4-x^2} = x \quad (*) \end{cases}$.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } S = \{\sqrt{2}\}.$$

Câu 25: Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 2x - 1$

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 17 = (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 + 2x - 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 26: Tìm m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x - m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

$$\text{Phương trình tương đương: } \begin{cases} x \geq m \\ x = m \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x = m \\ x = -1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-3 \leq m < -1$.

Câu 27: Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2}$ có nghiệm duy nhất

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 2$.

$$\text{Khi đó phương trình } \frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2} \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2 = x - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2m+3)x + 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2m \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì $(*)$ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x > 2$

$$\text{tương đương với } \begin{cases} 2m = 3 \\ 2m \leq 2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1] \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

Câu 28: Giải phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

Lời giải

$$\text{ĐK } \begin{cases} 3x+7 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{7}{3} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1.$$

$$\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3x+7} = \sqrt{x+1} + 2.$$

$$\Leftrightarrow 3x+7 = x+1+4+4\sqrt{x+1} \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 2x+2 \Leftrightarrow (x+1) - 2\sqrt{x+1} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 0 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Tổng các nghiệm của phương trình $3+(-1)=2$.

Câu 29: Tìm tham số m để phương trình $(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0$ chỉ có một nghiệm

Lời giải

Điều kiện $x \geq m(1)$.

$$(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = m \text{ (tm(1))} \end{cases}.$$

Phương trình luôn có nghiệm $x = m$. Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $x = m \geq 1$

Vậy $m \geq 1$.

Câu 30: Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

Lời giải

$$\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 10x + m = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 10x + m = 4 - 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 6x = m - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{m-4}{6} \end{cases}$$

$$\text{Để phương trình vô nghiệm thì } \frac{m-4}{6} > 2 \Leftrightarrow m - 4 > 12 \Leftrightarrow m > 16.$$

Câu 31: Cho phương trình $\sqrt{2x+m} = x-1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Lời giải

$$\text{Phương trình } \sqrt{2x+m} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+m = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0 \text{ (2)} \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 $\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 < x_1 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < x_1 - 1 < x_2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + m > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \\ x_1 + x_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \\ x_1 + x_2 > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ 1 - m - 4 + 1 > 0 \\ 4 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 2.$$

Câu 32: Giải phương trình $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 2x + 8} (t \geq 0)$, khi đó phương trình trở thành: $-t^2 = 4t \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -4(L) \end{cases}$.

Với $t = 0 \Rightarrow \sqrt{-x^2 + 2x + 8} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$. Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 33: Giải phương trình $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 8x}$, $t \geq 0$. Pt: $2t = t^2 - 3 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(L) \\ t = 3(N) \end{cases}$.

Với $t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 8x} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -1 \end{cases}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 8.

Câu 34: [Giải phương trình $(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$

Lời giải

$$(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$$

Đặt $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = t (t \geq 0)$ ta được phương trình:

$$t^2 - 2 + 3t - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(TM) \\ t = -4(L) \end{cases}$$

Với $t = 1$ ta được

$$\sqrt{x^2 - 4x + 5} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy tổng bình phương nghiệm của phương trình trên là 4.

Câu 35: Giải phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$

Lời giải

$$\text{Ta có } (x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 2 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2 + 5x + 2} \ (t \geq 0). \text{ Khi đó, phương trình trở thành: } t^2 - 4 - 3t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (l) \\ t = 4 & (n) \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 5x + 2} = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -7 \end{cases}.$$

Vậy tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$ là:

$$2^2 + (-7)^2 = 53.$$

Câu 36: Phương trình: $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ tính $S = a + b + c$

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định của phương trình: } x^3 + x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } 5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{(x-1)(x^2 + 2x)} = 2(x^2 + 2x) + 2(x-1)(*)$$

Ta thấy với $x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình (*).

$$\text{Với } x \neq 1 \text{ ta có phương trình } (*) \Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 + 2x}{x-1}\right) - 5\sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x-1}} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+2x}{x-1}} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{x^2+2x}{x-1}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+2x}{x-1} = \frac{1}{4} \\ \frac{x^2+2x}{x-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2+7x+1=0 \\ x^2-2x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+\sqrt{33}}{8} \\ x = \frac{-7-\sqrt{33}}{8} \end{cases}$$

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{8}$ thỏa mãn.

Suy ra $\begin{cases} a = -7 \\ b = 33 \\ c = 8 \end{cases}$. Do đó $a+b+c = -7+33+8 = 34$.

*** Phân tích phương án nhiễu:**

+ Sai lầm khi Chọn $a = -7, b = -33, c = 8$, khi đó $a+b+c = -7-33+8 = -32$.

+ Sai lầm khi Chọn $a = 7, b = 33, c = 8$, khi đó $a+b+c = 7+33+8 = 48$.

+ Sai lầm khi Chọn $a = 7, b = -33, c = 8$, khi đó $a+b+c = 7-33+8 = -18$.

Câu 37: Phương trình: $13\sqrt{x^3+x^2-6x} = 5x^2+21x-12$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm b\sqrt{c}}{d}$ tính $S = a+b+c+d$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình: $x^3+x^2-6x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$.

Ta có $13\sqrt{x^3+x^2-6x} = 5x^2+21x-12 \Leftrightarrow 13\sqrt{(x-2)(x^2+3x)} = 5(x^2+3x)+6(x-2)$ (*)

Ta thấy với $x = 2$ không phải là nghiệm của phương trình (*).

Với $x \neq 2$ ta có phương trình (*) $\Leftrightarrow 5\left(\frac{x^2+3x}{x-2}\right) - 13\sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = \frac{3}{5} \\ \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3x}{x-2} = \frac{9}{25} \\ \frac{x^2+3x}{x-2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x^2+66x+18=0 \\ x^2-x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-33+3\sqrt{71}}{25} \\ x = \frac{-33-3\sqrt{71}}{25} \end{cases}$$

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-33 \pm 3\sqrt{71}}{25}$ thỏa mãn.

Suy ra $\begin{cases} a = -33 \\ b = 3 \\ c = 71 \\ d = 25 \end{cases}$. Do đó $a+b+c+d = -33+3+71+25 = 66$.

*** Phân tích phương án nhiễu:**

+ Sai lầm khi chọn $a = -33, b = -3, c = 71; d = 25$, khi đó $a + b + c + d = -33 - 3 + 71 + 25 = 60$.

+ Sai lầm khi chọn $a = 33, b = 3, c = 71; d = 25$, khi đó $a + b + c + d = 33 + 3 + 71 + 25 = 132$.

+ Sai lầm khi chọn $a = 33, b = -3, c = 71; d = 25$, khi đó $a + b + c + d = 33 - 3 + 71 + 25 = 126$.

Câu 38: Tính tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$

Lời giải

Ta có $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2 - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 0$.

Đặt $t = \sqrt{x^2+5x+2}$ ($t \geq 0$). Khi đó, phương trình trở thành: $t^2 - 4 - 3t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (l) \\ t = 4 & (n) \end{cases}$.

Với $t = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+5x+2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -7 \end{cases}$.

Vậy tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$ là $2^2 + (-7)^2 = 53$.

Câu 39: Tính tích các nghiệm của phương trình $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x - \frac{1}{x} \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Chia 2 vế phương trình cho x ta có:

$$x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1 \Leftrightarrow x + 2\sqrt{x - \frac{1}{x}} - 3 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} + 2\sqrt{x - \frac{1}{x}} - 3 = 0$$

Đặt $t = \sqrt{x - \frac{1}{x}}$ ($t \geq 0$). Ta có phương trình $t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(n) \\ t = -3(l) \end{cases}$

$$* t = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x - \frac{1}{x}} = 1 \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

$$\text{Tích các nghiệm bằng: } \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = -1.$$

Câu 40: Giải phương trình $x(x+5) = 2\sqrt[3]{x^2+5x-2} - 2$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{x^2+5x-2}$ ta được phương trình: $t^3 + 2 = 2t - 2 \Leftrightarrow t^3 - 2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -2$

$$\text{Với } t = -2 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2 + 5x - 2} = -2 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2+16} - m + 2 = 0$ có nghiệm

Lời giải

- Điều kiện: $-4 \leq x \leq 4$.

- Đặt $t = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} \Rightarrow t^2 = 8 + 2\sqrt{16-x^2} \Rightarrow t^2 \geq 8 \Rightarrow t \geq 2\sqrt{2}$.

Lại có: $t = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} \leq \sqrt{(1+1)(4+x+4-x)} = 4$.

Do đó: với $x \in [-4; 4]$ thì $t \in [2\sqrt{2}; 4]$.

- Phương trình đã cho trở thành: $t^2 + t - 6 - m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 6 = m$.

Nhận thấy hàm số $f(t) = t^2 + t - 6$ đồng biến trên đoạn $[2\sqrt{2}; 4]$ nên

$$f(2\sqrt{2}) \leq f(t) \leq f(4), \forall t \in [2\sqrt{2}; 4]$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{2} \leq f(t) \leq 14, \forall t \in [2\sqrt{2}; 4].$$

Suy ra phương trình $f(t) = m$ có nghiệm trên đoạn $[2\sqrt{2}; 4]$ khi và chỉ khi $2 + 2\sqrt{2} \leq m \leq 14$.

Lại do m nguyên nên $m \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + \sqrt{1-x^2} = m$ có nghiệm là $[a; b]$. Tính $S = a + b$.

Lời giải

$$x^2 + \sqrt{1-x^2} = m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ -(1-x^2) + \sqrt{1-x^2} + 1 - m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ -(1-x^2) + \sqrt{1-x^2} + 1 - m = 0 (*) \end{cases}$$

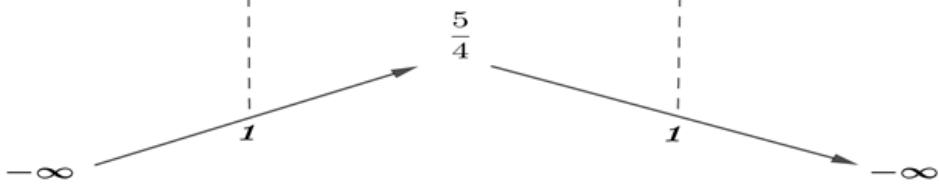
Đặt $\sqrt{1-x^2} = t$. Điều kiện $t \in [0; 1]$. Phương trình (*) trở thành: $-t^2 + t + 1 = m$ (**)

Số nghiệm của phương trình (**) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(t) = -t^2 + t + 1$ trên $[0; 1]$

và đường thẳng $y = m$ vuông góc với trục Oy .

Xét đồ thị hàm số $f(t) = -t^2 + t + 1$ là đường parabol có đỉnh là điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$, vì $a = -1 < 0$

nên bề lõm quay xuống dưới. Ta có bảng biến thiên sau:

t	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f(t)$					

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: Phương trình (**) có nghiệm $\Leftrightarrow m \in \left[1; \frac{5}{4}\right]$.

Vậy $a = 1; b = \frac{5}{4} \Rightarrow S = a + b = 1 + \frac{5}{4} = \frac{9}{4}$.

Câu 43: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$ trên tập số thực bằng

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{2x-1} \Leftrightarrow t^3 = 2x-1 \Leftrightarrow t^3 + 1 = 2x$ (1)

Với $t = \sqrt[3]{2x-1}$ phương trình đã cho trở thành: $x^3 + 1 = 2t$ (2)

Lấy (1) trừ (2) vế theo vế ta được:

$$t^3 - x^3 = 2(x-t) \Leftrightarrow (t-x)(t^2 + tx + x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = x \\ t^2 + tx + x^2 + 2 = 0 \quad (\forall n) \end{cases}$$

Thay $t = x$ vào (1) ta được:

$$x^3 + 1 = 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{1, \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$.

Câu 44: Giải phương trình $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

Điều kiện $x \geq 1$. Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x-1} \\ v = \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 + 1 = x \\ v^2 - u = 5 \end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases} u^2 + v = 5 \\ v^2 - u = 5 \end{cases} (*) \Rightarrow u^2 - v^2 + v + u = 0 \Leftrightarrow (u-v+1)(u+v) = 0$.

Nếu $u + v = 0 \Leftrightarrow u = v = 0$. Do đó $u + 1 = v$.

$$\text{Từ (*) suy ra } u^2 + u - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\ u = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do } u \geq 0 \text{ nên } u = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = u^2 + 1 = \frac{11 - \sqrt{17}}{2}.$$

$$\text{Vậy } P = a + b + c = 11 + 17 + 2 = 30.$$

Câu 45: Giải phương trình $x + \sqrt{11 + \sqrt{x-1}} = 12$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } x \geq 1. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \sqrt{x-1} \\ v = \sqrt{11 + \sqrt{x-1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 + 1 = x \\ v^2 - u = 11 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} u^2 + v = 11 & (*) \\ v^2 - u = 11 \end{cases} \Rightarrow u^2 - v^2 + v + u = 0 \Leftrightarrow (u - v + 1)(u + v) = 0.$$

Nếu $u + v = 0 \Leftrightarrow u = v = 0$ (vô lý). Do đó $u + 1 = v$.

$$\text{Từ (*) suy ra } u^2 + u - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{-1 - \sqrt{41}}{2} \\ u = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do } u \geq 0 \text{ nên } u = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2} \Rightarrow x = u^2 + 1 = \frac{23 - \sqrt{41}}{2} \text{ (nhận)}.$$

$$\text{Vậy } P = a + b + c = 23 + 41 + 2 = 66.$$

Câu 46: Cho phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + 3\sqrt{(x-1)(5-x)} = m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên có nghiệm?

Lời giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}. \text{ Ta có } t^2 = 4 + 2\sqrt{x-1}\sqrt{5-x} \geq 4 \Rightarrow t \geq 2.$$

$$\text{Mặt khác } t^2 = 4 + 2\sqrt{x-1}\sqrt{5-x} \leq 2 + (x-1) + (5-x) = 6 \Rightarrow t \leq \sqrt{6}.$$

Phương trình đã cho trở thành:

$$t + 3 \cdot \frac{t^2 - 4}{2} = m \Leftrightarrow 3t^2 + 2t - 12 = 2m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 3t^2 + 2t - 12 \text{ với } t \in [2; \sqrt{6}].$$

Hàm số f đồng biến trên $[2; \sqrt{6}]$ nên $f(2) \leq f(t) \leq f(\sqrt{6}) \Rightarrow 4 \leq f(t) \leq 6 + 2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $4 \leq m \leq 6 + 2\sqrt{6}$

Do m nguyên nên $m \in \{4; 5; \dots; 10\}$.

Câu 47: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1})(\sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1}) = \sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 7 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được hệ sau:

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1 \\ \sqrt{3x^2 + 5x + 8} + \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x^2 + 5x + 8} = 4 \\ \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

Thử lại, cả hai nghiệm đều thỏa mãn đề bài. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 48: Giải phương trình: $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$ trên $\mathbb{R}$: ta được nghiệm $x = a$; $x = \frac{b-c\sqrt{d}}{e}$

trong đó a ; b ; c ; d ; e là các số tự nhiên và $\frac{b}{e}$ tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức $F = a + b - c + d - e$

Lời giải

Ta có: $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$ Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\Leftrightarrow 4(x^2 - 9) + 12x(\sqrt{x+1} - 2) = 3x - 9.$$

$$\Leftrightarrow (x-3) \left[4(x+3) + \frac{12x}{\sqrt{x+1}+2} - 3 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(n) \\ 4(x+3) + \frac{12x}{\sqrt{x+1}+2} - 3 = 0 \end{cases}$$

Ta giải phương trình $4(x+3) + \frac{12x}{\sqrt{x+1}+2} - 3 = 0$.

$$\Leftrightarrow 20x + 18 + (4x+9)\sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow (4x+9)\sqrt{x+1} = -(20x+18).$$

Điều kiện: $(4x+9)(20x+18) \leq 0$. Khi đó bình phương 2 vế của phương trình ta được:

$$16x^3 - 312x^2 - 567x - 243 = 0 \Leftrightarrow (4x + 3)(4x^2 - 81x - 81) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} (l) \\ x = \frac{81 + 9\sqrt{97}}{8} (l) \\ x = \frac{81 - 9\sqrt{97}}{8} (n) \end{cases} \text{ . Vậy } a = 3; b = 81; c = 9; d = 97; e = 8 \text{ . Khi đó: } F = 164.$$

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+5} = 2$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 4$. D. $x = -\frac{1}{3}$.

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+3} = 4$ là

- A. $S = \left\{ \frac{2}{13} \right\}$. B. $S = \left\{ -\frac{2}{13} \right\}$. C. $S = \left\{ -\frac{13}{2} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{13}{2} \right\}$.

Câu 3: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{15-5x}$ là

- A. $S = 7$. B. $S = -7$. C. $S = 6$. D. $S = 4$.

Câu 4: Cho phương trình $\sqrt{3x+4} = x(1)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x^2$. B. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$. C. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ 3x+4 \geq 0 \end{cases}$. D. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x$.

Câu 5: Phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3} = 2x+1$ có tập nghiệm là :

- A. $\{1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}\}$. B. $\{1-\sqrt{3}\}$. C. $\{1+\sqrt{3}\}$ D. $\emptyset$.

Câu 6: Phương trình $(x^2-5)\sqrt{x-2} = 0$ có số nghiệm là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 7: Phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1} = x-1$ có tập nghiệm là:

- A. $(0;1]$. B. $\{0;1\}$. C. $\{1\}$. D. $\{-1\}$.

Câu 8: Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có một nghiệm nằm trong khoảng nào sau đây?

- A. $(5;9)$. B. $(1;3)$. C. $(4;7)$. D. $(0;2)$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $(x^2-4x+3)\sqrt{x-2} = 0$ là:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 10: Phương trình $(x^2-3x+2)\sqrt{x-3} = 0$ có số nghiệm là

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{1-x}(x^2-3x+2)=0$ là

A. $T=(-\infty;1]$. B. $T=\{1;2\}$. C. $T=\emptyset$. D. $T=\{1\}$.

Câu 12: Phương trình $\sqrt{3-3x-x^2}=x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 13: Phương trình $\sqrt{-x^2+9x-5}=x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 14: Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-4x+4}=3x+2$.

A. $\{0\}$. B. $\left\{-\frac{8}{3};0\right\}$. C. $\emptyset$. D. $\left\{-\frac{8}{3}\right\}$.

Câu 15: Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là:

A. $S=\{6\}$. B. $S=\{2\}$. C. $S=\emptyset$. D. $S=\{6;2\}$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{1-x}$ là

A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 17: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1}=5-m$ có nghiệm. Khi đó số các giá trị nguyên dương của tham số m là

A. 5. B. 6. C. 4. D. 1.

Câu 18: Tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ bằng

A. $S=3$. B. $S=-3$. C. $S=-2$. D. $S=1$.

Câu 19: Phương trình $(x^2+5x+4)\sqrt{x+3}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 20: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$

A. -3. B. 3. C. -2. D. 1.

Câu 21: Tập nghiệm của phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$ là

A. $S=\{-3;1\}$. B. $S=\{-3;3\}$. C. $S=\{-3;1;3\}$. D. $S=\{-3\}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $x-\sqrt{2x+7}=-4$ là

A. $x=-3$. B. $x=1$ hoặc $x=9$. C. $x=7$. D. $x=9$.

Câu 23: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x}=2-x$

A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 24: Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $2\sqrt{x+5}+1=x+\sqrt{x+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0 \in (-\infty;-4)$. B. $x_0 \in [-4;-2]$. C. $x_0 \in (-2;10)$. D. $x_0 \in [10;+\infty)$.

Câu 25: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1}=x^2-1$ có bao nhiêu nghiệm

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

- Câu 26:** Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$ bằng
A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.
- Câu 27:** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-4x+3)=0$ là:
A. $S = \{2; 3\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{1; 3\}$. **D.** $S = \{1; 2; 3\}$.
- Câu 28:** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là:
A. $S = \emptyset$. **B.** $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
- Câu 29:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7} = x-2$ là:
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.
- Câu 30:** Tập nghiệm của phương trình $(x^2-x-2)\sqrt{x-1}=0$ là:
A. $\{1; 2\}$. **B.** $\{-1; 1; 2\}$. **C.** $[1; 2]$. **D.** $[-1; 2]$
- Câu 31:** Tập nghiệm của phương trình $(x-3)(\sqrt{4-x^2}-x)=0$ là
A. $\{\sqrt{2}; 3\}$. **B.** $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. **C.** $\{\sqrt{2}\}$. **D.** $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 3\}$.
- Câu 32:** Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 33:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.
A. $m \in (-\infty; -1)$. **B.** $m \in (-1; +\infty)$. **C.** $m \in [-1; +\infty)$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 34:** Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $(x_1-1)(x_2-1)$.
A. 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 35:** Số nghiệm của phương trình $21x(12x^2-48)\sqrt{2018x-2018}=0$ là :
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 8.
- Câu 36:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-6x+17} = 2x-1$ là
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 37:** Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$?
A. 4. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.
- Câu 38:** Tìm tham số m để phương trình $(x^2-x)\sqrt{x-m}=0$ chỉ có một nghiệm
A. $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $0 \leq m < 1$. **D.** $m \leq 0$.
- Câu 39:** Cho phương trình $\sqrt{x^2-10x+m} = 2-x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.
A. $16 < m < 20$. **B.** $-3 \leq m \leq 16$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m > 16$.

- Câu 40:** Cho phương trình $\sqrt{2x+m} = x-1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $b-a$ bằng
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.
- Câu 41:** Tổng các nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2-4$ bằng
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 42:** Biết phương trình $3x+1-\sqrt{3x^2+7x}-\sqrt{3x-1}=0$ có một nghiệm có dạng $x=\frac{a+\sqrt{b}}{c}$ trong đó a, b, c là các nguyên tố. Tính $S=a+b+c$.
- A. $S=10$. B. $S=21$. C. $S=12$. D. $S=14$.

CHƯƠNG

VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH
BẬC HAI MỘT ẨN

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+5} = 2$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 4$.

D. $x = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \sqrt{3x+5} = 2 \Leftrightarrow 3x+5 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}.$$

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+3} = 4$ là

A. $S = \left\{ \frac{2}{13} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{2}{13} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{13}{2} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{13}{2} \right\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sqrt{2x+3} = 4 \Leftrightarrow 2x+3 = 16 \Leftrightarrow x = \frac{13}{2}$$

Câu 3: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{15-5x}$ là

A. $S = 7$.

B. $S = -7$.

C. $S = 6$.

D. $S = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{15-5x} \Leftrightarrow \begin{cases} 15-5x \geq 0 \\ x^2+2x-3 = 15-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2+7x-18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = 2 \vee x = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -9$$

$$\text{Vậy } S = 2 - 9 = -7.$$

Câu 4: Cho phương trình $\sqrt{3x+4} = x(1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x^2$.

B. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

C. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ 3x+4 \geq 0 \end{cases}$.

D. $(1) \Leftrightarrow 3x+4 = x$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4=x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}.$$

Câu 5: Phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1$ có tập nghiệm là :

- A. $\{1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}\}$. B. $\{1-\sqrt{3}\}$. C. $\{1+\sqrt{3}\}$ D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } \sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3x^2+6x+3=4x^2+4x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2-2x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{3}(l) \\ x=1+\sqrt{3}(n) \end{cases} \end{cases}.$$

Câu 6: Phương trình $(x^2-5)\sqrt{x-2}=0$ có số nghiệm là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của phương trình là $x \geq 2$.

$$(x^2-5)\sqrt{x-2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{5} \\ x=2 \end{cases}$$

Số nghiệm của phương trình là 2.

Câu 7: Phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1}=x-1$ có tập nghiệm là:

- A. $(0;1]$. B. $\{0;1\}$. C. $\{1\}$. D. $\{-1\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{2x^2-3x+1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x^2-3x+1=(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x=1 \end{cases}.$$

Câu 8: Phương trình $\sqrt{x-1}=x-3$ có một nghiệm nằm trong khoảng nào sau đây?

- A. $(5;9)$. B. $(1;3)$. C. $(4;7)$. D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x-1 = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x \geq 2$.

$$pt \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (l) \\ x = 3 (tm) \\ x = 2 (tm) \end{cases}$$

Câu 10: Phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0$ có số nghiệm là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$Ta \text{ có: } (x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x \geq 3 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ x \geq 3 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{1-x}(x^2 - 3x + 2) = 0$ là

A. $T = (-\infty; 1]$.

B. $T = \{1; 2\}$.

C. $T = \emptyset$.

D. $T = \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$

$$Pt \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1-x} = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 12: Phương trình $\sqrt{3-3x-x^2} = x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$Ta \text{ có } \sqrt{3-3x-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3-3x-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 + 3x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-3 + \sqrt{33}}{4}$$

Vậy phương trình trên chỉ có 1 nghiệm.

Câu 13: Phương trình $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2 + 9x - 5 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 9x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.

Câu 14: Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2$.

A. $\{0\}$.

B. $\left\{-\frac{8}{3}; 0\right\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\left\{-\frac{8}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sqrt{3x^2 - 4x + 4} = 3x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 4x + 4 = (3x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ 6x^2 + 16x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x = 0, x = -\frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

Câu 15: Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x - 3} = x - 3$ là:

A. $S = \{6\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \{6; 2\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\sqrt{2x - 3} = x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 2x - 3 = (x - 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x - 3 = x^2 - 6x + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Vậy $S = \{6\}$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$ là

A. Vô số.

B. 2.

C. 1.
Lời giải

D. 0.

Chọn C

Ta có $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 17: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1} = 5-m$ có nghiệm. Khi đó số các giá trị nguyên dương của tham số m là

A. 5.

B. 6.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x \geq 1$.

+ Nếu $5-m < 0 \Leftrightarrow m > 5$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

+ Nếu $5-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$ khi đó $\sqrt{x-1} = 5-m \Leftrightarrow x = (5-m)^2 + 1 \geq 1$ suy ra phương trình có nghiệm là $x = (5-m)^2 + 1$.

Vậy các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm là: $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 18: Tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$ bằng

A. $S = 3$.

B. $S = -3$.

C. $S = -2$.

D. $S = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ x^2 + 3x - 2 = 1+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $S = 1$.

Câu 19: Phương trình $(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x+3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \geq -3$.

$$(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(N) \\ x = -4(L) \\ x = -3(N) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 20: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$

A. -3.

B. 3.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x} \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2 = 1 + x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (N) \\ x = -3 (L) \end{cases}$$

Vậy tổng của các nghiệm là 1.

Câu 21: Tập nghiệm của phương trình $(x + 3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12$ là

A. $S = \{-3; 1\}$.

B. $S = \{-3; 3\}$.

C. $S = \{-3; 1; 3\}$.

D. $S = \{-3\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $10 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Khi đó: $(x + 3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12$

$$\Leftrightarrow (x + 3)\sqrt{10 - x^2} = (x + 3)(x - 4) \Leftrightarrow (x + 3)(\sqrt{10 - x^2} - x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \sqrt{10 - x^2} = x - 4 \end{cases} \Rightarrow x = -3.$$

Vì phương trình $\sqrt{10 - x^2} = x - 4$ vô nghiệm với mọi x thỏa $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $x - \sqrt{2x + 7} = -4$ là

A. $x = -3$.

B. $x = 1$ hoặc $x = 9$.

C. $x = 7$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình } x - \sqrt{2x + 7} = -4 \Leftrightarrow x + 4 = \sqrt{2x + 7} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ (x + 4)^2 = 2x + 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x^2 + 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3.$$

Câu 23: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6 - 5x} = 2 - x$

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } \sqrt{6 - 5x} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ 6 - 5x = 4 - 4x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $1 + (-2) = -1$.

Câu 24: Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $x_0 \in (-\infty; -4)$. **B.** $x_0 \in [-4; -2]$. **C.** $x_0 \in (-2; 10)$. **D.** $x_0 \in [10; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } 2\sqrt{x+5} + 1 = x + \sqrt{x+5} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x + 5 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = -1 \Leftrightarrow x = 4. \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4 \in (-2; 10)$.

Câu 25: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{ĐK: } x \geq -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Phương trình } (x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow (x-1)(\sqrt{5x+1} - x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{5x+1} = x + 1 \quad (*) \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 5x+1 = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là: $x = 0; x = 1; x = 3$

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x - 6$ bằng

- A.** 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sqrt{5x+6} = x - 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6 \geq 0 \\ 5x + 6 = (x - 6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 5x + 6 = x^2 - 12x + 36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2 - 17x + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x = 2(l). \text{ Vậy } S = \{15\}. \\ x = 15 \end{cases}$$

Câu 27: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-4x+3)=0$ là:

A. $S = \{2; 3\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{1; 3\}$.

D. $S = \{1; 2; 3\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \geq 2$.

Phương trình trở thành:
$$\begin{cases} x-2=0 \\ x^2-4x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 & (n) \\ x=1 & (l) \\ x=3 & (n) \end{cases}$$

Vậy $S = \{2; 3\}$.

Câu 28: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là:

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$.

C. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

D. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Câu 29: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7} = x-2$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Phương trình trở thành $3x^2-9x+7 = (x-2)^2 \Leftrightarrow 2x^2-5x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$.

So điều kiện, không có nghiệm nào thỏa mãn

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $(x^2-x-2)\sqrt{x-1}=0$ là:

A. $\{1; 2\}$.

B. $\{-1; 1; 2\}$.

C. $[1; 2]$.

D. $[-1; 2]$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $x \geq 1$

$$(x^2-x-2)\sqrt{x-1}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

Nghiệm $x = -1$ loại do không thỏa mãn điều kiện xác định. Phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 2$.

Câu 31: Tập nghiệm của phương trình $(x-3)(\sqrt{4-x^2}-x)=0$ là

- A. $\{\sqrt{2}; 3\}$. B. $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. **C. $\{\sqrt{2}\}$.** D. $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐKXĐ: } 4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

$$\text{Ta có } (x-3)(\sqrt{4-x^2}-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 & (L) \\ \sqrt{4-x^2}=x & (*) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } S=\{\sqrt{2}\}.$$

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$ là

- A. 2. **B. 1.** C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0 \quad (1)$$

$$\text{Đk: } x \geq 3$$

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ \sqrt{x-3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của phương trình là: $S=\{3\}$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; -1)$. **B. $m \in (-1; +\infty)$.** C. $m \in [-1; +\infty)$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0 \quad (1)$$

$$\text{Đk: } x > -3$$

$$(1) \Leftrightarrow x=3m$$

Đề (1) có nghiệm thì $3m > -3 \Leftrightarrow m > -1$.

Câu 34: Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $(x_1-1)(x_2-1)$.

A. 0.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x \geq 1$.

Phương trình tương đương với $\sqrt{x-1}(1+\sqrt{3}) = \sqrt{x-1}\sqrt{x+1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 0 \\ (1+\sqrt{3}) = \sqrt{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 4+2\sqrt{3} = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3+2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy ta có $(x_1-1)(x_2-1) = 0$.

Câu 35: Số nghiệm của phương trình $21x(12x^2-48)\sqrt{2018x-2018} = 0$ là :

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

- Điều kiện : $x \geq 1$.

- Với $x \geq 1$ thì phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{cases} 12x^2 - 48 = 0 \\ 2018x - 2018 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (loại)} \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 36: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-6x+17} = 2x-1$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\sqrt{x^2-6x+17} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x^2-6x+17 = (2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2+2x-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Câu 37: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$?

A. 4.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK } \begin{cases} 3x+7 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{7}{3} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1.$$

$$\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3x+7} = \sqrt{x+1} + 2.$$

$$\Leftrightarrow 3x+7 = x+1+4+4\sqrt{x+1} \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 2x+2 \Leftrightarrow (x+1) - 2\sqrt{x+1} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 0 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Tổng các nghiệm của phương trình $3+(-1)=2$.

Câu 38: Tìm tham số m để phương trình $(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0$ chỉ có một nghiệm

A. $m \geq 1$.

B. $m > 1$.

C. $0 \leq m < 1$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x \geq m(1)$.

$$(x^2 - x)\sqrt{x-m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = m \text{ (tm(1))} \end{cases}.$$

Phương trình luôn có nghiệm $x = m$. Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $x = m \geq 1$

Vậy $m \geq 1$.

Câu 39: Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $16 < m < 20$.

B. $-3 \leq m \leq 16$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m > 16$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x^2 - 10x + m} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 10x + m = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 10x + m = 4 - 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 6x = m - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{m-4}{6} \end{cases}$$

Để phương trình vô nghiệm thì $\frac{m-4}{6} > 2 \Leftrightarrow m - 4 > 12 \Leftrightarrow m > 16$.

Câu 40: Cho phương trình $\sqrt{2x+m} = x-1$ (1). Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 là khoảng $(a; b)$. Giá trị của $b-a$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình } \sqrt{2x+m} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+m = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 $\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 < x_1 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < x_1 - 1 < x_2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+m > 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) > 0 \\ x_1+x_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -3 \\ x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1+x_2 > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ 1-m-4+1 > 0 \\ 4 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 2.$$

Câu 41: Tổng các nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \geq -\frac{7}{2}$.

Ta có $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$

$$\Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7} = (x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)[\sqrt{2x+7} - x - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7} - x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \sqrt{2x+7} = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x \geq -2 \\ 2x+7 = (x+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x \geq -2 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x \geq -2 \\ x=1 \\ x=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Câu 42: Biết phương trình $3x+1-\sqrt{3x^2+7x}-\sqrt{3x-1}=0$ có một nghiệm có dạng $x = \frac{a+\sqrt{b}}{c}$ trong đó a, b, c là các nguyên tố. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 10$.

B. $S = 21$.

C. $S = 12$.

D. $S = 14$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 3x+1-\sqrt{3x-1}=\sqrt{3x^2+7x} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x-1} < 3x+1 \\ 3x-1 \geq 0 \\ 9x^2+6x+1+3x-1-2(3x+1)\sqrt{3x-1}=3x^2+7x \quad (1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2+6x \geq 0 \\ 3x-1 \geq 0 \\ 2x(3x+1)-2(3x+1)\sqrt{3x-1}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x = \sqrt{3x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x^2-3x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

Phương trình có nghiệm $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Do đó $a = 3$, $b = 5$, $c = 2 \Rightarrow S = 10$.