



ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 23: QUY TẮC ĐẾM



LÝ THUYẾT.

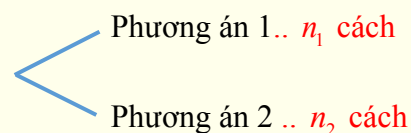
1. Quy tắc cộng và sơ đồ hình cây

Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là : $n_1 + n_2$ cách



Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.

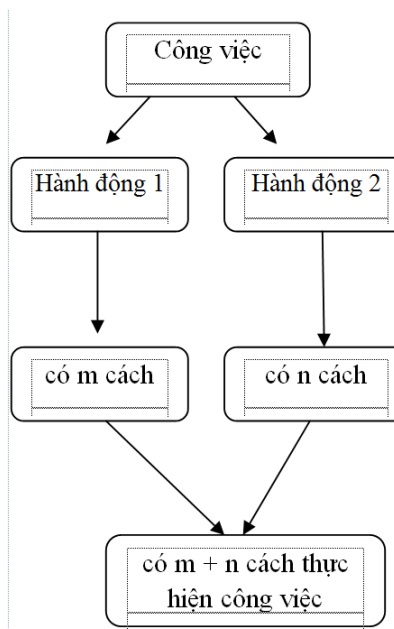
Chú ý: số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động

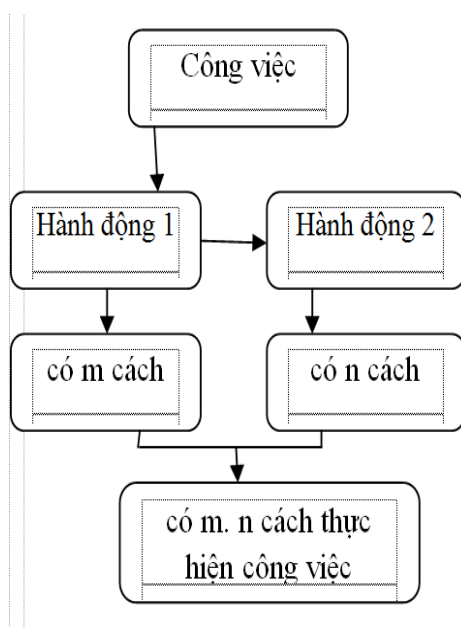
$A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, hành động A_2 có m_2 cách thực hiện, ..., hành động A_k có m_k cách thực hiện và các cách thực hiện của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có $m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k$ cách thực hiện.



2. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m.n$ cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành động $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ liên tiếp. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A_1 có m_2 cách thực hiện hành động $A_2, \dots$, có m_k cách thực hiện hành động A_k thì công việc đó có $m_1.m_2.m_3.\dots.m_k$ cách hoàn thành.



NHẬN XÉT CHUNG:

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, \dots, A_n$).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, \dots, x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, \dots, A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện công việc A bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, \dots, A_n$ hoàn thành).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, \dots, x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, \dots, A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n.$$

Cách đếm gián tiếp (đếm phần bù)

Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đi đếm phần bù của bài toán như sau:

- Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.
- Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.

Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: $a - b$.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

8.1 Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh họa và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

8.2 Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì ghi lại kết quả sấp hay ngửa. Hỏi nếu người đó gieo ba lần thì có thể có bao nhiêu khả năng xảy ra?

8.3 Ở một loài thực vật, A là gen trội quy định tình trạng hoa kép, a là gen lặn quy định tình trạng hoa đơn.

- Sự tổ hợp giữa hai gen trên tạo ra mấy kiểu gen?
- Khi giao phối ngẫu nhiên, có bao nhiêu kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó?

8.4 Có bao nhiêu số tự nhiên

- có ba chữ số khác nhau?
- là số lẻ có ba chữ số khác nhau?
- là số có ba chữ số và chia hết cho 5?
- là số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

8.5 a) Mật khẩu của chương trình máy tính quy định gồm 3 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

b) Nếu chương trình máy tính quy định mới mật khẩu vẫn gồm 3 kí tự, nhưng kí tự đầu tiên phải là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z) và 2 kí tự sau là các chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ bao nhiêu mật khẩu khác nhau?



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: QUY TẮC CỘNG

PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào nó **có thể thực hiện theo n hướng khác nhau**, trong đó:

Hướng thứ 1 có m_1 cách thực hiện

Hướng thứ 2 có m_2 cách thực hiện

.....

Hướng thứ n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1 + m_2 + \dots + m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

BÀI TẬP.

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt?

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự đại hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

DẠNG 2: QUY TẮC NHÂN



PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào đó phải hoàn thành qua n giai đoạn liên tiếp, trong đó:

Giai đoạn 1 có m_1 cách thực hiện

Giai đoạn 2 có m_2 cách thực hiện

.....

Giai đoạn n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1.m_2...m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

Ta thường gặp các bài toán sau:

Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x = \overline{a_1...a_n}$ ta cần lưu ý:

* $a_i \in \{0, 1, 2, ..., 9\}$ và $a_1 \neq 0$.

* x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn

* x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ

* x chia hết cho 3 $\Leftrightarrow a_1 + a_2 + ... + a_n$ chia hết cho 3

* x chia hết cho 4 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 4

* x chia hết cho 5 $\Leftrightarrow a_n \in \{0, 5\}$

* x chia hết cho 6 $\Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3

* x chia hết cho 8 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-2}a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 8

* x chia hết cho 9 $\Leftrightarrow a_1 + a_2 + ... + a_n$ chia hết cho 9.

* x chia hết cho 11 $\Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho 11.

* x chia hết cho 25 $\Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là 00, 25, 50, 75.

Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học



BÀI TẬP.

- Câu 1.** Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C , biết phải đi qua thành phố
- Câu 2.** Từ các số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?
- Câu 3.** Có 3 học sinh nữ và 2 hs nam. Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để:
1. 3 học sinh nữ ngồi kề nhau
 2. 2 học sinh nam ngồi kề nhau.
- Câu 4.** Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:
1. A và F ngồi ở hai đầu ghế
 2. A và F ngồi cạnh nhau
 3. A và F không ngồi cạnh nhau
- Câu 5.** Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$
- Câu 6.** Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị
- Câu 7.** Bạn An có 3 cái áo và 4 cái quần. Hỏi bạn An có mấy cách chọn
- a) Một cái quần hoặc một cái áo?
 - b) Một bộ quần áo ?
- Câu 8.** Cho hai đường thẳng song song d, d' . Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d' lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 25 đỉnh nói trên?



ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 23: QUY TẮC ĐẾM



LÝ THUYẾT.

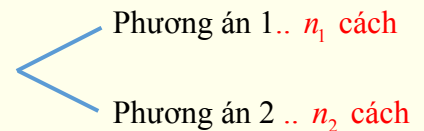
1. Quy tắc cộng và sơ đồ hình cây

Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là : $n_1 + n_2$ cách



Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.

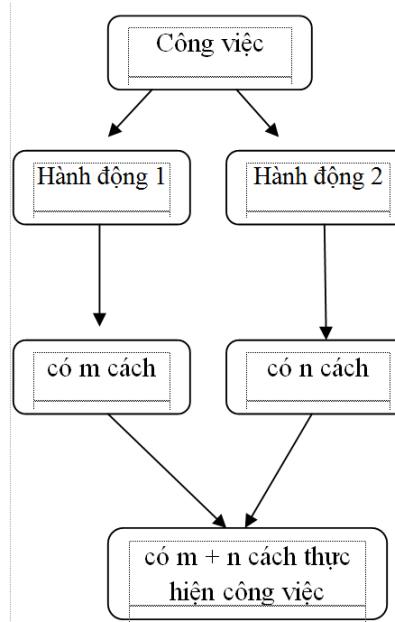
Chú ý: số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động

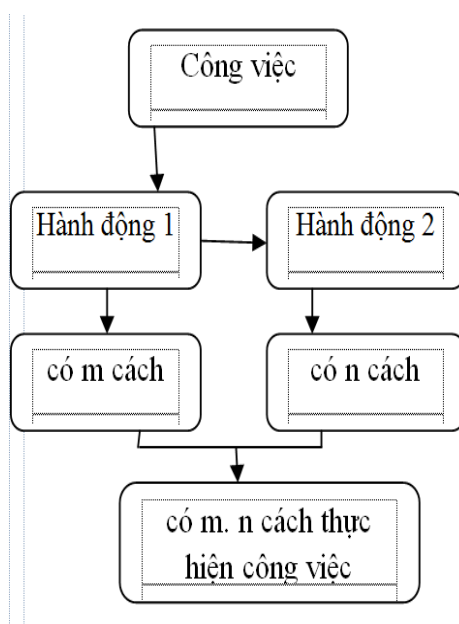
$A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, hành động A_2 có m_2 cách thực hiện, ..., hành động A_k có m_k cách thực hiện và các cách thực hiện của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có $m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k$ cách thực hiện.



2. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m.n$ cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành động $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ liên tiếp. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A_1 có m_2 cách thực hiện hành động $A_2, \dots$, có m_k cách thực hiện hành động A_k thì công việc đó có $m_1.m_2.m_3.\dots.m_k$ cách hoàn thành.



NHẬN XÉT CHUNG:

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, \dots, A_n$).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, \dots, x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, \dots, A_n$.

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

Bước 3: Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện công việc A bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, \dots, A_n$ hoàn thành).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, \dots, x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, \dots, A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n.$$

Cách đếm gián tiếp (đếm phần bù)

Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đi đếm phần bù của bài toán như sau:

- Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.
- Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.

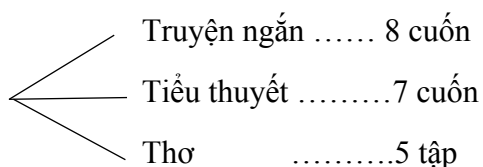
Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: $a - b$.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

8.1 Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh họa và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

Lời giải



Để chọn một cuốn sách đọc vào ngày cuối tuần, bạn Phong thực hiện 1 trong 3 sự lựa chọn sau:

Chọn một cuốn truyện ngắn : Có 8 cách.

Chọn một cuốn tiểu thuyết : Có 7 cách.

Chọn một tập thơ : Có 5 cách.

Theo quy tắc cộng thì bạn Phong có : $8 + 7 + 5 = 20$ cách.

8.2 Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì ghi lại kết quả sấp hay ngửa. Hỏi nếu người đó gieo ba lần thì có thể có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Lời giải

Lần gieo thứ nhất: Có 2 khả năng xảy ra.

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

Lần gieo thứ hai: Có 2 khả năng xảy ra.

Lần gieo thứ ba: Có 2 khả năng xảy ra.

Nếu người đó gieo ba lần thì số khả năng xảy ra là: $2.2.2 = 8$.

8.3 Ở một loài thực vật, A là gen trội quy định tính trạng hoa kép, a là gen lặn quy định tính trạng hoa đơn.

- Sự tổ hợp giữa hai gen trên tạo ra mấy kiểu gen?
- Khi giao phối ngẫu nhiên, có bao nhiêu kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó?

Lời giải

- Sự tổ hợp gen A và gen a thành các kiểu gen là: AA, Aa, aa.

Vậy có 3 kiểu gen.

- Khi giao phối ngẫu nhiên thì có các kiểu giao phối:

$$AA \times AA$$

$$aa \times aa$$

$$Aa \times Aa$$

$$AA \times aa$$

$$Aa \times AA$$

$$Aa \times aa$$

Vậy có 6 kiểu giao phối khác nhau.

8.4 Có bao nhiêu số tự nhiên

- có ba chữ số khác nhau?
- là số lẻ có ba chữ số khác nhau?
- là số có ba chữ số và chia hết cho 5?
- là số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

Lời giải

- Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a, b, c là các chữ số tự nhiên đôi một khác nhau, $a \neq 0$.

Chọn a : Có 9 cách.

Chọn b : Có 9 cách.

Chọn c : Có 8 cách.

Như vậy có $9.9.8 = 648$ số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.

- Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a, b, c là các chữ số tự nhiên đôi một khác nhau, $a \neq 0$ và c lẻ.

Chọn c : Có 5 cách.

Chọn a : Có 8 cách.

Chọn b : Có 8 cách.

Như vậy có $5.8.8 = 320$ số tự nhiên lẻ có ba chữ số khác nhau.

- Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a, b, c là các chữ số tự nhiên $a \neq 0$ và $c \in \{0; 5\}$.

Chọn a : Có 9 cách.

Chọn b : Có 10 cách.

Chọn c : Có 2 cách.

Như vậy có $9.10.2 = 180$ số tự nhiên có ba chữ số và chia hết cho 5.

d) Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a, b, c là các chữ số tự nhiên đôi một khác nhau $a \neq 0$ và $c \in \{0; 5\}$.

Trường hợp 1: $c = 0$

Chọn c : Có 1 cách.

Chọn a : Có 9 cách.

Chọn b : Có 8 cách.

Như vậy có $1.9.8 = 72$ số thỏa mãn bài toán.

Trường hợp 2: $c = 5$

Chọn c : Có 1 cách.

Chọn a : Có 8 cách.

Chọn b : Có 8 cách.

Như vậy có $1.8.8 = 64$ số thỏa mãn bài toán.

Vậy có $72 + 64 = 136$ số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

- 8.5** a) Mật khẩu của chương trình máy tính quy định gồm 3 ký tự, mỗi ký tự là một chữ số. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?
b) Nếu chương trình máy tính quy định mới mật khẩu vẫn gồm 3 ký tự, nhưng ký tự đầu tiên phải là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z) và 2 ký tự sau là các chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

Lời giải

a) Giả sử mật khẩu của máy tính gồm 3 ký tự, mỗi ký tự là một chữ số.

Chọn ký tự đầu tiên: Có 10 cách chọn.

Chọn ký tự thứ hai: Có 10 cách chọn.

Chọn ký tự thứ ba: Có 10 cách chọn.

Vậy có thể tạo được $10.10.10 = 1000$ mật khẩu khác nhau thỏa mãn bài toán.

b) Giả sử mật khẩu mới của máy tính gồm 3 ký tự, ký tự đầu là một chữ cái in hoa, 2 ký tự sau là một chữ số.

Chọn ký tự đầu tiên là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z): Có 26 cách chọn.

Chọn ký tự thứ hai là các chữ số (từ 0 đến 9): Có 10 cách chọn.

Chọn ký tự thứ ba là các chữ số (từ 0 đến 9): Có 10 cách chọn.

Vậy có thể tạo được $26.10.10 = 2600$ mật khẩu khác nhau thỏa mãn bài toán.

Do đó quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ số mật khẩu khác nhau là:

$$2600 - 1000 = 1600 \text{ (mật khẩu).}$$



DẠNG 1: QUY TẮC CỘNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào nó có thể thực hiện theo n hướng khác nhau, trong đó:

Hướng thứ 1 có m_1 cách thực hiện

Hướng thứ 2 có m_2 cách thực hiện

.....

Hướng thứ n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1 + m_2 + \dots + m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

Lời giải

Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5 + 4 = 9$ cách chọn mua áo.

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt?

Lời giải

- Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.
- Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4 + 6 + 3 = 13$ cách chọn.

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

Lời giải

- Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.
- Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 6 + 10 = 24$ cách chọn.

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn.

DẠNG 2: QUY TẮC NHÂN



PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào đó phải hoàn thành qua n giai đoạn liên tiếp, trong đó:

Giai đoạn 1 có m_1 cách thực hiện

Giai đoạn 2 có m_2 cách thực hiện

.....

Giai đoạn n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1.m_2...m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

Ta thường gặp các bài toán sau:

Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x = \overline{a_1...a_n}$ ta cần lưu ý:

* $a_i \in \{0, 1, 2, ..., 9\}$ và $a_1 \neq 0$.

* x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn

* x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ

* x chia hết cho 3 $\Leftrightarrow a_1 + a_2 + ... + a_n$ chia hết cho 3

* x chia hết cho 4 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 4

* x chia hết cho 5 $\Leftrightarrow a_n \in \{0, 5\}$

* x chia hết cho 6 $\Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3

* x chia hết cho 8 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-2}a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 8

* x chia hết cho 9 $\Leftrightarrow a_1 + a_2 + ... + a_n$ chia hết cho 9.

* x chia hết cho 11 $\Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho 11.

* x chia hết cho 25 $\Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là 00, 25, 50, 75.

Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học

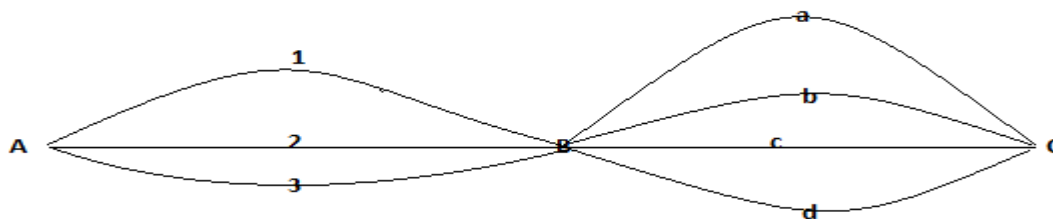


BÀI TẬP.

Câu 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C , biết phải đi qua thành phố

Lời giải

Cách 1: Làm bằng cách liệt kê các con đường đi:



Căn cứ vào sơ đồ trên, ta có các con đường đi là: 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3a, 3b, 3c, 3d. Vậy có 12 con đường

Cách 2: Sử dụng quy tắc nhân

Để đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 3 con đường để đi. Với mỗi cách đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 4 cách đi từ thành phố B đến thành phố C

Vậy có $3.4 = 12$ cách đi từ thành phố A đến.

Câu 2. Từ các số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?

Lời giải

Cách 1:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Giả sử số cần lập có các chữ số ở các vị trí như trên (Được đánh số từ 1 đến 6)

Nếu chữ số 2, 3 đứng ở các vị trí (1) và (2), thì các vị trí còn lại có P_4 , suy ra có $2.P_4 = 48$ (số)

Nếu chữ số 2, 3 không đứng ở các vị trí như trên, sẽ có 8 cách sắp xếp hai chữ số này sao cho gần nhau, các vị trí còn lại có $3.P_3$ cách sắp xếp, suy ra có $8.3.P_3 = 144$ (số)

Vậy có $144 + 48 = 192$ số cần lập

Cách 2:

Đặt $y = 23$, xét các số $x = \overline{abcde}$ trong đó a, b, c, d, e đôi một khác nhau và thuộc tập $\{0, 1, y, 4, 5\}$. Có $P_5 - P_4 = 96$ số như vậy

Khi ta hoán vị 2,3 trong y ta được hai số khác nhau

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

Nên có $96.2 = 192$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3. Có 3 học sinh nữ và 2 hs nam. Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để:

1. 3 học sinh nữ ngồi kề nhau
2. 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

Lời giải

Cách 1:

1. Giả sử các vị trí ghế được đánh số như sau:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
-----	-----	-----	-----	-----

Để sắp xếp để 3 nữ cạnh nhau, ta cần sắp xếp họ ở các vị trí: $\{1, 2, 3\}; \{2, 3, 4\}; \{3, 4, 5\}$. Và với mỗi cách có $3! = 6$ cách sắp xếp ba nữ và $2! = 2$ cách sắp xếp 2 nam. Suy ra có $3.6.2 = 36$ cách

2. Giả sử các vị trí ghế được đánh số như sau:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
-----	-----	-----	-----	-----

Để sắp xếp 2 nam ngồi cạnh nhau, ta cần sắp xếp họ ở các vị trí $\{1, 2\}; \{2, 3\}; \{3, 4\}; \{4, 5\}$. Và với mọi cách như vậy có $2!$ cách xếp các bạn nam và $3!$ Cách xếp các bạn nữ. Suy ra có $4.2!.3! = 48$ cách

Cách 2:

1. Xem 3 bạn nữ là một “phần tử đặc biệt”. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $3!.3! = 36$

2. Xem 2 bạn nam là một “phần tử đặc biệt”. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $2!.4! = 48$

Câu 4. Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:

1. A và F ngồi ở hai đầu ghế
2. A và F ngồi cạnh nhau
3. A và F không ngồi cạnh nhau

Lời giải

1. Số cách xếp A, F: $2! = 2$

Số cách xếp B, C, D, E: $4! = 24$

Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $2.24 = 48$

2. Xem AF là một phần tử X, ta có: $5! = 120$ số cách xếp

X, B, C, D, E. Khi hoán vị A, F ta có thêm được một cách xếp

Vậy có 240 cách xếp thỏa yêu cầu bài toán.

3. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $6! - 240 = 480$ cách

Câu 5. Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

Gọi $x = \overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$.

Cách 1: Tính trực tiếp

Vì x là số chẵn nên $d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

TH 1: $d = 0 \Rightarrow$ có 1 cách chọn d .

Với mỗi cách chọn d ta có 6 cách chọn $a \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn $b \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a\}$

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn $c \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a, b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $1.6.5.4 = 120$ số.

TH 2: $d \neq 0 \Rightarrow d \in \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn d

Với mỗi cách chọn d , do $a \neq 0$ nên ta có 5 cách chọn

$a \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{d\}$.

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn $b \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a\}$

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn $c \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a, b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $4.5.5.4 = 400$ số.

Vậy có tất cả $120 + 400 = 520$ số cần lập.

Cách 2: Tính gián tiếp (đếm phần bù)

Gọi $A = \{\text{số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

$B = \{\text{số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

$C = \{\text{số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

Ta có: $|C| = |A| - |B|$.

Dễ dàng tính được: $|A| = 6.6.5.4 = 720$.

Ta đi tính $|B|$?

$x = \overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1, 5\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Với mỗi cách chọn d ta có 5 cách chọn a (vì $a \neq 0, a \neq d$)

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn b

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn c

Suy ra $|B| = 2.5.5.4 = 200$

Vậy $|C| = 520$.

Câu 6. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị

Lời giải

Cách 1: Gọi $x = \overline{a_1 a_2 \dots a_6}$, $a_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là số cần lập

Theo bài ra ta có: $a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$ (1)

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và đôi một khác nhau nên

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)$

Với mỗi bộ ta có $3! \cdot 3! = 36$ số.

Vậy có cả thảy $3 \cdot 36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + c + d + e + f = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \\ a + b + c = d + e + f + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 11. \text{ Do } a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a, b, c) = (1, 4, 6); (2, 3, 6); (2, 4, 5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có 3! cách chọn a, b, c và 3! cách chọn d, e, f

Do đó có: $3 \cdot 3! \cdot 3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7. Bạn An có 3 cái áo và 4 cái quần. Hỏi bạn An có mấy cách chọn

- a) Một cái quần hoặc một cái áo? b) Một bộ quần áo ?

Lời giải

a) Để chọn một cái quần hoặc một cái áo ta có hai phương án lựa chọn

Phương án A- Chọn một cái quần: Có 4 cách thực hiện.

Phương án B- Chọn một cái áo: Có 3 cách thực hiện.

Theo quy tắc cộng ta có: $4 + 3 = 7$ cách chọn một cái quần hoặc một cái áo.

b) Để chọn một bộ quần áo, ta phải thực hiện hai công đoạn liên tiếp

Công đoạn 1- Chọn một cái quần: Có 4 cách thực hiện

Công đoạn 2- Chọn một cái áo: Có 3 cách thực hiện.

Theo quy tắc nhân ta có $4 \cdot 3 = 12$ cách chọn một bộ quần áo.

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

Câu 8. Cho hai đường thẳng song song d, d' . Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d' lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

Lời giải

- Trường hợp 1: Lấy 2 điểm thuộc d , 1 điểm thuộc d' :

Lấy điểm thứ nhất thuộc d có 10 cách, lấy điểm thứ hai thuộc d có 9 cách

Lấy điểm thuộc d' có 15 cách.

Vì sự thay đổi các đỉnh trong tam giác không tạo thành một tam giác mới nên hai đỉnh lấy trên d nếu đổi thứ tự lấy không tạo thành tam giác mới.

$$\text{Do đó có } \frac{10 \times 9}{2} \times 15 = 675 \text{ tam giác}$$

- Trường hợp 2: Lấy 1 điểm thuộc d , 2 điểm thuộc d' :

Lấy điểm thứ nhất thuộc d' có 15 cách, lấy điểm thứ hai thuộc d' có 14 cách

Lấy điểm thuộc d có 10 cách.

Vì sự thay đổi các đỉnh trong tam giác không tạo thành một tam giác mới nên hai đỉnh lấy trên d' nếu đổi thứ tự lấy không tạo thành tam giác mới.

$$\text{Do đó có } \frac{15 \times 14}{2} \times 10 = 1050 \text{ tam giác}$$

Vậy có $675 + 1050 = 1725$ tam giác.

CHƯƠNG



ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 23: QUY TẮC ĐẾM



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn?
- A. 9. B. 5. C. 4. D. 1.
- Câu 2:** Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:
- A. 13. B. 72. C. 12. D. 30.
- Câu 3:** Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:
- A. 480. B. 24. C. 48. D. 60.
- Câu 4:** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự đại hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
- A. 45. B. 280. C. 325. D. 605.
- Câu 5:** Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?
- A. 31. B. 9. C. 53. D. 682.
- Câu 6:** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?
- A. 27. B. 9. C. 6. D. 3.
- Câu 7:** Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?
- A. 20. B. 300. C. 18. D. 15.
- Câu 8:** Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?
- A. 20. B. 3360. C. 31. D. 30.

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

- Câu 9:** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.
A. 20. **B.** 11. **C.** 30. **D.** 10.
- Câu 10:** Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:
A. 5. **B.** 15. **C.** 55. **D.** 10.
- Câu 11:** Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 4 kiểu dây. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?
A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.
- Câu 12:** Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?
A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.
- Câu 13:** Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?
A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.
- Câu 14:** Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.
A. 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.
- Câu 15:** Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.
A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.
- Câu 16:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.
A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.
- Câu 17:** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.
- Câu 18:** Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?
A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.
- Câu 19:** Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?
A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.
- Câu 20:** An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?
A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 21: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



- A.** 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Câu 22: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



- A.** 1296. **B.** 784. **C.** 576. **D.** 324.

Câu 23: Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A.** 80. **B.** 60. **C.** 90. **D.** 70.

Câu 24: Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?

- A.** 20. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 36.

Câu 25: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A.** 75. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 3.

Câu 26: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

- A.** 25. **B.** 20. **C.** 50. **D.** 10.

Câu 27: Số các số tự nhiên chẵn, gồm bốn chữ số khác nhau đôi một và không tận cùng bằng 0 là :

- A.** 504. **B.** 1792. **C.** 953088. **D.** 2296.

Câu 28: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

- A.** 1000. **B.** 720. **C.** 729. **D.** 648.

Câu 29: Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

- A.** 392 **B.** 1023 **C.** 3014 **D.** 391

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

- A.** 120. **B.** 216. **C.** 256. **D.** 20.

Câu 31: Cho các số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

- A.** 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

Câu 32: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình?

- A.** 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Câu 33: Nhân mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

- A.** 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 625.

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

- Câu 34:** Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?
A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.
- Câu 35:** Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?
A. 160. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 120.
- Câu 36:** Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?
A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.
- Câu 37:** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?
A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.
- Câu 38:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?
A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.
- Câu 39:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?
A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.
- Câu 40:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?
A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.
- Câu 41:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?
A. 210. **B.** 105. **C.** 168. **D.** 145.
- Câu 42:** Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ? Câu trả lời nào đúng?
A. 40000 số. **B.** 38000 số. **C.** 44000 số. **D.** 42000 số.
- Câu 43:** Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.
A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172
- Câu 44:** Từ các số 1,2,3,4,5,6,7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ
A. 360 **B.** 343 **C.** 480 **D.** 347
- Câu 45:** Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.
A. 81 **B.** 68 **C.** 42 **D.** 98
- Câu 46:** Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?
A. 72 **B.** 74 **C.** 76 **D.** 78
- Câu 47:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:
A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.
- Câu 48:** Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:
A. 1000. **B.** 100000. **C.** 10000. **D.** 1000000.

- Câu 49:** Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.
A. 190 **B.** 182 **C.** 280 **D.** 194
- Câu 50:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 ?
A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.
- Câu 51:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?
A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.
- Câu 52:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số **chẵn** gồm 4 chữ số khác nhau?
A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.
- Câu 53:** Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2 ?
A. 8232. **B.** 1230. **C.** 1260. **D.** 2880.
- Câu 54:** Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.
A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.
- Câu 55:** Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?
A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.
- Câu 56:** Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:
A. 180 **B.** 160. **C.** 90. **D.** 45.
- Câu 57:** Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.
A. 11523 **B.** 11520 **C.** 11346 **D.** 22311
- Câu 58:** Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3.
A. 12. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 20.
- Câu 59:** Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.
A. 15120 **B.** 23523 **C.** 16862 **D.** 23145
- Câu 60:** Cho tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.
A. 660 **B.** 432 **C.** 679 **D.** 523
- Câu 61:** Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:
A. 3260. **B.** 3168. **C.** 9000. **D.** 12070.
- Câu 62:** Cho tập hợp số: $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.
A. 114 **B.** 144 **C.** 146 **D.** 148
- Câu 63:** Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

Câu 64: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 ?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Câu 65: Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

A. 72. **B.** 150. **C.** 60. **D.** 80.

Câu 66: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Câu 67: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Câu 68: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384 **B.** 120 **C.** 216 **D.** 600

Câu 69: Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **C.** 1048577. **D.** 1048576.

Câu 70: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Câu 71: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Câu 72: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Câu 73: Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

Câu 74: Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32 **B.** 16 **C.** 80 **D.** 64

Câu 75: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$ **B.** $\frac{9^{2011} - 2 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$ **C.** $\frac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9}$ **D.** $\frac{9^{2011} - 19 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

Câu 76: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

CHƯƠNG



ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 23: QUY TẮC ĐẾM



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn?

- A.** 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải.

- Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.
- Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5 + 4 = 9$ cách chọn mua áo.

Câu 2: Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

- A.** 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải.

- Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.
- Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4 + 6 + 3 = 13$ cách chọn.

Câu 3: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

- A.** 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải.

- Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.
- Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 6 + 10 = 24$ cách chọn.

Câu 4: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45.

B. 280.

C. 325.

D. 605.

Lời giải.

- Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn.

Câu 5: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31.

B. 9.

C. 53.

D. 682.

Lời giải.

- Nếu chọn một học sinh lớp 11A có 31 cách.
- Nếu chọn một học sinh lớp 12B có 22 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $31 + 22 = 53$ cách chọn.

Câu 6: Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

- Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.
- Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $6 + 3 = 9$ cách chọn.

Câu 7: Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

A. 20.

B. 300.

C. 18.

D. 15.

Lời giải.

- Nếu đi bằng ô tô có 10 cách.
- Nếu đi bằng tàu hỏa có 5 cách.
- Nếu đi bằng tàu thủy có 3 cách.
- Nếu đi bằng máy bay có 2 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $10 + 5 + 3 + 2 = 20$ cách chọn.

Câu 8: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa.

CHUYÊN ĐỀ VIII – TOÁN 10 – CHƯƠNG VIII – ĐẠI SỐ TỔ HỢP

Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

- A. 20. B. 3360. C. 31. D. 30.

Lời giải.

- Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.
- Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.
- Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.
- Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 7 + 10 + 6 = 31$ cách chọn.

Câu 9: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

- A. 20. B. 11. C. 30. D. 10.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

Câu 10: Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

- A. 5. B. 15. C. 55. D. 10.

Lời giải

Với một cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần.

Ta có 10 cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Do đó có 10 số tự nhiên cần tìm.

Câu 11: Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 4 kiểu dây. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

- A. 4. B. 7. C. 12. D. 16.

Lời giải.

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:

- Có 3 cách chọn mặt.
- Có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $3 \times 4 = 12$ cách.

Câu 12: Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

- A. 13. B. 72. C. 12. D. 30.

Lời giải.

Để chọn một bộ "quần-áo-cà vạt", ta có:

- Có 4 cách chọn quần.
- Có 6 cách chọn áo.
- Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 \times 3 = 72$ cách.

Câu 13: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

- A.** 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Lời giải.

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

- Có 12 cách chọn hộp màu đỏ.
- Có 18 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 18 = 216$ cách.

Câu 14: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

- A.** 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.

Lời giải.

Để chọn "một cây bút chì - một cây bút bi - một cuốn tập", ta có:

- Có 8 cách chọn bút chì.
- Có 6 cách chọn bút bi.
- Có 10 cách chọn cuốn tập.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8 \times 6 \times 10 = 480$ cách.

Câu 15: Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

- A.** 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Lời giải.

Để chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu, ta có:

- Có 5 cách chọn hoa hồng trắng.
- Có 6 cách chọn hoa hồng đỏ.
- Có 7 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 6 \times 7 = 210$ cách.

Câu 16: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

- A.** 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Lời giải.

Để chọn thực đơn, ta có:

- Có 5 cách chọn món ăn.
- Có 5 cách chọn quả tráng miệng.

- Có 3 cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 5 \times 3 = 75$ cách.

Câu 17: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000.

B. 91000.

C. 910.

D. 625.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 280 cách chọn học sinh nam.
- Có 325 cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $280 \times 325 = 91000$ cách.

Câu 18: Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12.

B. 220.

C. 60.

D. 3.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
- Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
- Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

Câu 19: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100.

B. 91.

C. 10.

D. 90.

Lời giải.

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

- Có 10 cách chọn người đàn ông.
- Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9 \times 10 = 90$ cách.

Câu 20: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6.

B. 4.

C. 10.

D. 24.

Lời giải.

- Từ An $\longrightarrow$ Bình có 4 cách.
- Từ Bình $\longrightarrow$ Cường có 6 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 = 24$ cách.

Câu 21: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



- A.** 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải.

- Từ A $\longrightarrow$ B có 4 cách.
- Từ B $\longrightarrow$ C có 2 cách.
- Từ C $\longrightarrow$ D có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 2 = 16$ cách.

Câu 22: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



- A.** 1296. **B.** 784. **C.** 576. **D.** 324.

Lời giải.

Từ kết quả câu trên, ta có:

- Từ A $\longrightarrow$ D có 24 cách.
- Tương tự, từ D $\longrightarrow$ A có 24 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 24 = 576$ cách.

Câu 23: Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A.** 80. **B.** 60. **C.** 90. **D.** 70.

Lời giải

Số cách chọn 1 cái bút có 10 cách, số cách chọn 1 quyển sách có 8 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là: $10 \cdot 8 = 80$ cách.

Câu 24: Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?

- A.** 20. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 36.

Lời giải

Lấy 1 bi đỏ có 5 cách.

Lấy 1 bi xanh có 4 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu là $5 \cdot 4 = 20$ cách.

Câu 25: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 75 .

B. 12 .

C. 60 .

D. 3 .

Lời giải

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.

Theo quy tắc nhân có $5.4.3 = 60$ cách chọn thực đơn.

Câu 26: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

A. 25 .

B. 20 .

C. 50 .

D. 10 .

Lời giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ là $\overline{ab}$.

Số cách chọn số a là 5 cách.

Số cách chọn số b là 5 cách.

Vậy có $5.5 = 25$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: Số các số tự nhiên chẵn, gồm bốn chữ số khác nhau đôi một và không tận cùng bằng 0 là :

A. 504 .

B. 1792 .

C. 953088 .

D. 2296 .

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$

Có 4 cách chọn d , 8 cách chọn a , 8 cách chọn b và 7 cách chọn c . Vậy có tất cả :

$$4.8.8.7 = 1792$$

Câu 28: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 1000 .

B. 720 .

C. 729 .

D. 648 .

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ có ba chữ số đôi một khác nhau.

Chữ số a có 9 cách chọn.

Chữ số b có 9 cách chọn.

Chữ số c có 8 cách chọn.

Do đó có $9.9.8 = 648$ cách lập số.

Câu 29: Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A. 392

B. 1023

C. 3014

D. 391

Lời giải

Ta chọn các quả cầu theo trình tự sau

Chọn quả xanh: 7 cách chọn

Chọn quả cầu vàng: có 7 cách chọn

Chọn quả cầu đỏ: có 8 cách chọn

Vậy có tất cả $7.7.8 = 392$ cách chọn.

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

A. 120 .

B. 216 .

C. 256 .

D. 20 .

Lời giải

Gọi số tự nhiên có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Có 6 cách chọn a .

Có 6 cách chọn b .

Có 6 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $6.6.6 = 216$.

Câu 31: Cho các số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12.

B. 24.

C. 64.

D. 256.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là: $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, khi đó:

a có 4 cách chọn

b có 3 cách chọn

c có 2 cách chọn

d có 1 cách chọn

Vậy có: $4.3.2.1 = 24$ số.

Câu 32: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình?

A. 3991680.

B. 12!.

C. 35831808.

D. 7!.

Lời giải.

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

- Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.
- Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.
- Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.
- Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.
- Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.
- Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.
- Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3991680$ cách.

Câu 33: Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624.

B. 48.

C. 600.

D. 625.

Lời giải.

Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in \{1; 2; \dots; 25\}$.

- Có 24 cách chọn phần đầu.
- Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 25 = 600$ cách.

Câu 34: Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1; 2; \dots; 9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000.

B. 234000.

C. 75.

D. 2600000.

Lời giải.

Giả sử biển số xe là $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$.

- Có 26 cách chọn a_1
- Có 9 cách chọn 1, 2, 3, 4, 5, 6
- Có 10 cách chọn a_3
- Có 10 cách chọn a_4
- Có 10 cách chọn a_5
- Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 2340000$ biển số xe.

Câu 35: Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160.

B. 240.

C. 180.

D. 120.

Lời giải.

Ta có $253125000 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^8$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m \times 3^n \times 5^p$ trong đó $m, n, p \in \mathbb{N}$ sao cho $0 \leq m \leq 3; 0 \leq n \leq 4; 0 \leq p \leq 8$.

- Có 4 cách chọn m .

$\overline{abcd}$ Có 5 cách chọn n .

- Có 9 cách chọn p .

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 5 \times 9 = 180$ ước số tự nhiên.

Câu 36: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 324.

B. 256.

C. 248.

D. 124.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

- ☐ a được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.
- ☐ b được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.
- ☐ c được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.

□ d được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ số cần tìm.

Câu 37: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99.

B. 50.

C. 20.

D. 10.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ và $a \neq 0$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 5 = 20$ số cần tìm.

Câu 38: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36.

B. 62.

C. 54.

D. 42.

Lời giải.

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 39: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154.

B. 145.

C. 144.

D. 155.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d = \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn, b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ số cần tìm.

Câu 40: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156.

B. 144.

C. 96.

D. 134.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d = \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d = \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn, b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

- Câu 41:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?
A. 210. **B.** 105. **C.** 168. **D.** 145.

Lời giải

- Gọi số có ba chữ số cần tìm là $n = \overline{abc}$, với $a \neq 0$ và c là số chẵn chọn từ các số đã cho.
- $a \neq 0$ nên có 6 cách chọn, c chẵn nên có 4 cách chọn và b tùy ý nên có 7 cách chọn.
- Vậy số các số cần tìm là $6.4.7 = 168$.

- Câu 42:** Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ? Câu trả lời nào đúng?
A. 40000 số. **B.** 38000 số. **C.** 44000 số. **D.** 42000 số.

Lời giải

Gọi số có 6 chữ số đó là $\overline{abcdef}$. Vì a lẻ nên $a \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$, vậy a có 5 lựa chọn. Vì f chẵn nên $f \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$, vậy f có 5 lựa chọn. Tiếp theo b có 8 lựa chọn, c có 7 lựa chọn, d có 6 lựa chọn, e có 5 lựa chọn. Vậy có tất cả $5.5.8.7.6.5 = 42000$ số thỏa mãn.

- Câu 43:** Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.
A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$, $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Vì x chẵn nên $d \in \{2, 4, 6, 8\}$. Đồng thời $x \leq 2011 \Rightarrow a = 1$

- $a = 1 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b, c có 7.6 cách

Suy ra có: $1.4.6.7 = 168$ số

- Câu 44:** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ
A. 360 **B.** 343 **C.** 480 **D.** 347

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ và a, b, c, d đôi một khác nhau.

Vì số x cần lập là số lẻ nên d phải là số lẻ. Ta lập x qua các công đoạn sau.

Bước 1: Có 4 cách **chọn d**

Bước 2: Có 6 cách **chọn a**

Bước 3: Có 5 cách **chọn b**

Bước 4: Có 4 cách **chọn c**

Vậy có 480 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45: Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

- A.** 81 **B.** 68 **C.** 42 **D.** 98

Lời giải

Để xếp A ta có 3 cách lên một trong ba toa

Với mỗi cách xếp A ta có 3 cách xếp B lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B ta có 3 cách xếp C lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B,C ta có 3 cách xếp D lên toa tàu

Vậy có $3.3.3.3 = 81$ cách xếp 4 người lên toa tàu.

Câu 46: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

- A.** 72 **B.** 74 **C.** 76 **D.** 78

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tùy ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phải ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phải ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1 = 72$ cách.

Câu 47: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

- A.** 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Lời giải

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: 3.2.1 cách xếp.

Xếp 3 nữ có: 3.2.1 cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 48: Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

- A.** 1000. **B.** 100000. **C.** 10000. **D.** 1000000.

Lời giải

Gọi số điện thoại cần tìm có dạng $\overline{790abcd}$.

Khi đó: a có 10 cách chọn, b có 10 cách chọn, c có 10 cách chọn, d có 10 cách chọn.

Nên có tất cả $10.10.10.10 = 10^4$ số.

Câu 49: Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

- A.** 190 **B.** 182 **C.** 280 **D.** 194

Lời giải

Cứ mỗi đội phải thi đấu với 19 đội còn lại nên có 19.20 trận đấu. Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần. Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là:

$$\frac{19.20}{2} = 190 \text{ trận.}$$

Câu 50: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 ?

- A.** 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 51: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

- A.** 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn, b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ số cần tìm.

Câu 52: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

- A.** 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d \in \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d \in \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn, b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

Câu 53: Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2 ?

A. 8232 .

B. 1230 .

C. 1260 .

D. 2880 .

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$; $a_1 \neq 0$; $a_5 \in \{0; 2; 4; 6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0 .
- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4 , mỗi chữ số có 7 lựa chọn.
- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2 .

Số số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $6 \cdot 7^3 \cdot 4 = 8232$.

Câu 54: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320 .

B. 90 .

C. 43200 .

D. 720 .

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có : $6! \cdot A_5^3 = 43200$ cách.

Câu 55: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10 . Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249 .

B. 4250 .

C. 5005 .

D. 805 .

Lời giải

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^6 = 5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6 = 1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6 = 84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^6 - C_6^6 = 461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^6 - C_6^6 = 209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là $5005 - 1 - 84 - 461 - 209 = 4250$ cách.

Câu 56: Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 180

B. 160 .

C. 90 .

D. 45 .

Lời giải

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác trong hai lượt trận sân nhà và sân khách. Có $10 \cdot 9 = 90$ trận.

Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2 \cdot 90 = 180$ trận.

Câu 57: Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

- A.** 11523 **B.** 11520 **C.** 11346 **D.** 22311

Lời giải

Vì chữ số đứng đầu chẵn nên a_1 có 4 cách chọn, chữ số đứng cuối lẻ nên a_8 có 4 cách chọn.

Các số còn lại có 6.5.4.3.2.1 cách chọn

Vậy có $4^2.6.5.4.3.2.1 = 11520$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 58: Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3.

- A.** 12. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 20.

Lời giải

Số các số tự nhiên lớn nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 96.

Số các số tự nhiên nhỏ nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 0.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là $\frac{96-0}{6}+1=17$ nên chọn C.

Câu 59: Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

- A.** 15120 **B.** 23523 **C.** 16862 **D.** 23145

Lời giải

Vì x lẻ và không chia hết cho 5 nên $d \in \{1, 3, 7\} \Rightarrow d$ có 3 cách chọn

Số các chọn các chữ số còn lại là: 7.6.5.4.3.2.1

Vậy 15120 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 60: Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

- A.** 660 **B.** 432 **C.** 679 **D.** 523

Lời giải

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập, $e \in \{0, 5\}, a \neq 0$

• $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn a, b, c, d : 6.5.4.3

Trường hợp này có 360 số

$e = 5 \Rightarrow e$ có một cách chọn, số cách chọn a, b, c, d : 5.5.4.3 = 300

Trường hợp này có 300 số

Vậy có 660 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 61: Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:

- A.** 3260. **B.** 3168. **C.** 9000. **D.** 12070.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$).

Chọn e : có 1 cách ($e = 0$)

Chọn a : có 9 cách ($a \neq 0$)

Chọn $\overline{bcd}$: có 10^3 cách

Theo quy tắc nhân, có $1.9.10^3 = 9000$.

Câu 62: Cho tập hợp số: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A. 114

B. 144

C. 146

D. 148

Lời giải

Ta có một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số chia hết cho 3. Trong tập A có các tập con các chữ số chia hết cho 3 là $\{0, 1, 2, 3\}$, $\{0, 1, 2, 6\}$, $\{0, 2, 3, 4\}$, $\{0, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$, $\{1, 3, 5, 6\}$.

Vậy số các số cần lập là: $4(4! - 3!) + 3.4! = 144$ số.

Câu 63: Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168

B. 170

C. 164

D. 172

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$, $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Vì x chẵn nên $d \in \{2, 4, 6, 8\}$. Đồng thời $x \leq 2011 \Rightarrow a = 1$

• $a = 1 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b, c có 7.6 cách

Suy ra có: $1.4.6.7 = 168$ số

Câu 64: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36.

B. 62.

C. 54.

D. 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 65: Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

A. 72.

B. 150.

C. 60.

D. 80.

Lời giải

Kí hiệu các quả cầu như hình vẽ.

Xanh						Đỏ					Vàng				
X1	X2	X3	X4	X5	X6	Đ1	Đ2	Đ3	Đ4	Đ5	V1	V2	V3	V4	V5

TH1: Có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả X6 có 1 cách.

Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 5 cách.

Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 4 cách.

Vậy có $1.5.4 = 20$.

TH2: Không có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả xanh có 5 cách.
 Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 4 cách.
 Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 3 cách.
 Vậy có $5.4.3 = 60$.
 Vậy có 80.

Câu 66: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

- A.** 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Lời giải

Chọn B

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.
 Xếp 3 nam có: 3.2.1 cách xếp.
 Xếp 3 nữ có: 3.2.1 cách xếp.
 Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 67: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

- A.** 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Do số cần lập là số lẻ và phải có mặt chữ số 3 nên ta có các trường hợp.

TH1: $a = 3$ khi đó số có dạng $\overline{3bcd}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 4 cách chọn a .

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $1.4.3.2 = 24$.

TH2: $b = 3$ khi đó số có dạng $\overline{a3cd}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 3 cách chọn a .

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$.

TH3: $c = 3$ khi đó số có dạng $\overline{ab3d}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 3 cách chọn a .

Có 3 cách chọn b .

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$.

TH4: $d = 3$ khi đó số có dạng $\overline{abc3}$.

Có 4 cách chọn a .

Có 4 cách chọn b .

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $4.4.3.1 = 48$.

Theo quy tắc cộng có $24 + 18 + 18 + 48 = 108$.

Câu 68: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384

B. 120

C. 216

D. 600

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2.5! - 4!) = 384$.

Câu 69: Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152.

B. 10001.

C. 1048577.

D. 1048576.

Lời giải

Mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn.

$\Rightarrow$ 10 câu hỏi có $4^{10} = 1048576$ phương án trả lời khác nhau.

Vậy nếu có nhiều hơn 1048576 phiếu hợp lệ thì luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống nhau nên số phiếu hợp lệ tối thiểu cần phát là 1048577 phiếu.

Câu 70: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

A. 9333420.

B. 46666200.

C. 9333240.

D. 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 5, 6, 7, 8, 9 là $5! = 120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số 5, 6, 7, 8, 9 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4) = 9333240$.

Câu 71: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32.

B. 72.

C. 36.

D. 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6 \in \{1; 3; 5\}$ và $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$

○ Với $a_6 = 1$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{4, 5\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 4, 5\} \\ a_4, a_5 \in \{3, 6\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 3$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 4; 5\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 6\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 5\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3! \cdot 2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6 \cdot 12 = 72$ số cần tìm.

Câu 72: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Lời giải

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

- ☐ Số cách tô cạnh AB : 6 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh BC : 5 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh CD : 4 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh AD : 4 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

- ☐ Số cách tô cạnh AB : 6 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh BC : 5 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh CD : 1 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh AD : 5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 = 150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480 + 150 = 630$ cách.

Câu 73: Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

Lời giải

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3 = 60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng là như nhau và bằng $60 : 5 = 12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$$S = 12 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 6) \cdot (100 + 10 + 1) = 21312.$$

Câu 74: Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32 **B.** 16 **C.** 80 **D.** 64

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_{10}}$

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ $a_1, a_3, \dots, a_9$ hoặc vị trí chẵn $a_2, a_4, \dots, a_{10}$ có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $2 \cdot 2^5 = 64$ cách.

Câu 75: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$ **B.** $\frac{9^{2011} - 2 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$ **C.** $\frac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9}$ **D.** $\frac{9^{2011} - 19 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

Lời giải

Đặt X là các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

$A = \{ \text{các số tự nhiên không vượt quá 2011 chữ số và chia hết cho 9} \}$

Với mỗi số thuộc A có m chữ số ($m \leq 2008$) thì ta có thể bổ sung thêm $2011 - m$ số 0 vào phía trước thì số có được không đổi khi chia cho 9. Do đó ta xét các số thuộc A có dạng

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A_0 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ không có chữ số } 9\}$$

$$A_1 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ có đúng 1 chữ số } 9\}$$

- Ta thấy tập A có $1 + \frac{9^{2011} - 1}{9}$ phần tử
- Tính số phần tử của A_0

Với $x \in A_0 \Rightarrow x = \overline{a_1 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 8\} \quad i = \overline{1, 2010}$ và $a_{2011} = 9 - r$ với $r \in [1; 9], r \equiv \sum_{i=1}^{2010} a_i$.

Từ đó ta suy ra A_0 có 9^{2010} phần tử

- Tính số phần tử của A_1

Để lập số của thuộc tập A_1 ta thực hiện liên tiếp hai bước sau

Bước 1: Lập một dãy gồm 2010 chữ số thuộc tập $\{0, 1, 2, \dots, 8\}$ và tổng các chữ số chia hết cho 9. Số các dãy là 9^{2009}

Bước 2: Với mỗi dãy vừa lập trên, ta bổ sung số 9 vào một vị trí bất kì ở dãy trên, ta có 2010 các bổ sung số 9

Do đó A_1 có $2010 \cdot 9^{2009}$ phần tử.

Vậy số các số cần lập là:

$$1 + \frac{9^{2011} - 1}{9} - 9^{2010} - 2010 \cdot 9^{2009} = \frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}.$$

Câu 76: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

Lời giải

Cách 1: Gọi $x = \overline{a_1 a_2 \dots a_6}$, $a_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là số cần lập

$$\text{Theo bài ra ta có: } a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$$

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và đôi một khác nhau nên

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

Từ, suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)$

Với mỗi bộ ta có $3!.3! = 36$ số.

Vậy có $3.36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a+b+c+d+e+f = 1+2+3+4+5+6 = 21 \\ a+b+c = d+e+f+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c = 11. \text{ Do } a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a, b, c) = (1, 4, 6); (2, 3, 6); (2, 4, 5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a, b, c và $3!$ cách chọn d, e, f

Do đó có: $3.3!.3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.