

CHỦ ĐỀ 6. SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ

I. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA

1. KIẾN THỨC TRONG TÂM

Xét hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và hàm số bậc nhất $y = kx + n$ có đồ thị d .

Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d : $ax^3 + bx^2 + cx + d = kx + n$ (1)

Phương trình (1) là phương trình bậc ba nên có ít nhất một nghiệm. Ta có 2 trường hợp:

- **Trường hợp 1:** Phương trình (1) có “nghiệm đẹp” x_0 .

Thường thì đề hay cho nghiệm $x_0 = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ thì khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow (x - x_0)(Ax^2 + Bx + C) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = 0 \\ Ax^2 + Bx + C = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Khi đó:

+ (C) và d có ba giao điểm \Leftrightarrow phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm x_0 . (Đây là trường hợp thường gặp)

+ (C) và d có hai giao điểm \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm x_0 hoặc phương trình (2) có nghiệm kép khác x_0 .

+ (C) và d có một giao điểm \Leftrightarrow phương trình (1) có một nghiệm \Leftrightarrow phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm kép là x_0 .

- **Trường hợp 2:** Phương trình (1) không thể nhẩm được “nghiệm đẹp” thì ta biến đổi phương trình (1) sao cho hạng tử chứa x tất cả nằm bên vế trái, các hạng tử chứa tham số m nằm bên vế phải, nghĩa là $(1) \Leftrightarrow f(x) = g(m)$.

Ta khảo sát và vẽ bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$ và biện luận số giao điểm của (C) và d theo tham số m .

2. CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Tìm giao điểm của đồ thị (C) : $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1$.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$. Vậy có

ba giao điểm $A(0;1), B(1;1), C(2;1)$.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = mx^3 - x^2 - 2x + 8m$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm $mx^3 - x^2 - 2x + 8m = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow (x + 2)[mx^2 - (2m + 1)x + 4m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ mx^2 - (2m + 1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có ba nghiệm phân biệt.

\Leftrightarrow (2) có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = -12m^2 + 4m + 1 > 0 \\ 12m + 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{6} < m < \frac{1}{2} \\ m \neq -\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{6} < m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $m \in \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right) \setminus \{0\}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $d: y = -x + 1$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1 = -x + 1 \Leftrightarrow x(2x^2 - 3mx + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 3mx + m = 0(*) \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9m^2 - 8m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{8}{9}; +\infty\right).$$

Vậy $m \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{8}{9}; +\infty\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 4: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là

$$x^3 + mx + 2 = 0.$$

Vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình, nên phương trình tương đương với

$$m = -x^2 - \frac{2}{x} \quad (x \neq 0)$$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$ với $x \neq 0$, suy ra $f'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2x^3 + 2}{x^2}$. Vậy

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

| | | | | |
|---------|-----------|-----------|------|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | | 0 | - |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $+\infty$ | -3 | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị cắt trục hoành tại một điểm duy nhất $\Leftrightarrow m > -3$. Vậy $m > -3$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 5: Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$$x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 9x = -m \quad (1)$$

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đường (C): $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ và đường thẳng $d: y = -m$. Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của (C) và d .

Khảo sát và vẽ bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm } y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | |
|------|-----------|-----|------|-----|-------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 3 | | $+\infty$ |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| y | $-\infty$ | | 5 | | -27 | | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (1) có ba nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -27 < -m < 5 \Leftrightarrow -5 < m < 27.$$

Ví dụ 6: Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0)$ với hệ số góc k ($k \in \mathbb{R}$). Tìm k để đường thẳng d cắt đồ thị hàm số (C): $y = x^3 - 3x^2 + 4$ tại ba điểm phân biệt A, B, C và tam giác OBC có diện tích bằng 1 (O là gốc tọa độ).

Hướng dẫn giải

Đường thẳng d đi qua $A(-1;0)$ và có hệ số góc k nên có dạng $y = k(x+1)$, hay

$$kx - y + k = 0.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx + k \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4 - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ g(x) = x^2 - 4x + 4 - k = 0 \quad (*) \end{cases}$$

d cắt (C) tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 0 \\ k \neq 9 \end{cases}$$

Khi đó $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 - \sqrt{k}; x = 2 + \sqrt{k}$. Vậy các giao điểm của hai đồ thị lần lượt là

$$A(-1;0), B(2 - \sqrt{k}; 3k - k\sqrt{k}), C(2 + \sqrt{k}; 3k + k\sqrt{k}).$$

Tính được $BC = 2\sqrt{k}\sqrt{1+k^2}$, $d(O, BC) = d(O, d) = \frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}}$. Khi đó

$$S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}} \cdot 2\sqrt{k}\sqrt{1+k^2} = 1 \Leftrightarrow |k|\sqrt{k} = 1 \Leftrightarrow k^3 = 1 \Leftrightarrow k = 1.$$

Vậy $k = 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

II. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẺ VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG

1. KIẾN THỨC TRONG TÂM

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và đường thẳng $y = k$ có đồ thị d .

Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: ax^4 + bx^2 + c = k$ (1)

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$) ta có phương trình $at^2 + bt + c - k = 0$ (2)

- (C) và d có bốn giao điểm $\Leftrightarrow (1)$ có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm dương phân biệt \Leftrightarrow phương trình (2) thỏa
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0. \text{ (Trường hợp này thường gặp)} \\ S > 0 \end{cases}$$
- (C) và d có ba giao điểm $\Leftrightarrow (1)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm dương và một nghiệm $t = 0$.
- (C) và d có hai giao điểm $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có nghiệm kép dương hoặc có hai nghiệm trái dấu.
- (C) và d không có giao điểm $\Leftrightarrow (1)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow (2)$ vô nghiệm hoặc chỉ có nghiệm âm.
- (C) và d có một giao điểm $\Leftrightarrow (1)$ có một nghiệm $\Leftrightarrow (2)$ có nghiệm $t = 0$ và một nghiệm âm.

2. CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Tìm giao điểm của đồ thị $(C): y = x^4 + 2x^2 - 3$ và trục hoành.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -3 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \vee x = -1$.

Vậy có hai giao điểm: $A(-1; 0)$, $B(1; 0)$.

Ví dụ 2: Tìm m để phương trình $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Hướng dẫn giải

Phương trình: $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 3 = m$ (1)

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $(C): y = x^4 - 2x^2 + 3$ và đường thẳng $d: y = m$. Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của (C) và d .

Khảo sát và vẽ bảng biến thiên của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | | | | | | | |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|---|--|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ | | | | |
| y' | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | | | | | |
| y | $+\infty$ | ↘ | | 2 | ↗ | | 3 | ↘ | | 3 | ↗ | | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (1) có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2 < m < 3$. Vậy $2 < m < 3$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 3m - 2$ (C_m). Định m để đồ thị (C_m) cắt đường thẳng $d: y = -2$ tại bốn điểm phân biệt.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d :

$$x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 3m - 2 = -2 \Leftrightarrow x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 3m = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), phương trình trở thành

$$t^2 - 2(m+1)t + m^2 - 3m = 0 \quad (2).$$

(C_m) và d có bốn giao điểm \Leftrightarrow (1) có bốn nghiệm phân biệt \Leftrightarrow (2) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m+1 > 0 \\ m^2-3m > 0 \\ 2(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{5} \\ m < 0, m > 3 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{5} < m < 0 \\ m > 3 \end{cases}$$

Vậy $m \in \left(-\frac{1}{5}; 0\right) \cup (3; +\infty)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = -1$ cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ đều nhỏ hơn 2.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: y = -1$ là

$$x^4 - (3m+2)x^2 + 3m = -1 \Leftrightarrow x^4 - (3m+2)x^2 + 3m+1 = 0.$$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), ta có phương trình

$$t^2 - (3m+2)t + 3m+1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3m+1 \end{cases}$$

Khi đó $\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3m+1 \end{cases}$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 3m+1 < 4 \\ 3m+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < m < 1$ và $m \neq 0$. Vậy

$-\frac{1}{3} < m < 1$ và $m \neq 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = x^4 - (3m+4)x^2 + m^2$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - (3m+4)x^2 + m^2 = 0$ (1)

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), phương trình (1) trở thành: $t^2 - (3m+4)t + m^2 = 0$ (2)

(C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có bốn nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có hai nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ P = m^2 > 0 \\ S = 3m + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \vee m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \\ m > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Khi đó phương trình (2) có hai nghiệm $0 < t_1 < t_2$. Suy ra phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt là $x_1 = -\sqrt{t_2} < x_2 = -\sqrt{t_1} < x_3 = \sqrt{t_1} < x_4 = \sqrt{t_2}$. Bốn nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 \Leftrightarrow -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 \quad (3)$$

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 3m + 4 & (4) \\ t_1 t_2 = m^2 & (5) \end{cases}$

Từ (3) và (4) ta suy ra được
$$\begin{cases} t_1 = \frac{3m+4}{10} \\ t_2 = \frac{9(3m+4)}{10} \end{cases} \quad (6).$$

Thay (6) vào (5) ta được
$$\frac{9}{100}(3m+4)^2 = m^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(3m+4) = 10m \\ 3(3m+4) = -10m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = -\frac{12}{19} \end{cases} \text{ (thỏa (*))}$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m = 12$; $m = -\frac{12}{19}$.

III. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

1. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0$) có đồ thị (C) và đường thẳng $y = kx+n$ có đồ thị d .

Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$\frac{ax+b}{cx+d} = kx+n \Leftrightarrow \begin{cases} Ax^2 + Bx + C = 0 & (1) \\ x \neq -\frac{d}{c} \end{cases}$$

(C) và d có hai giao điểm $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{d}{c}$.

2. CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{2x-1}$ và đường thẳng $d: y = x+2$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{2x-1} = x+2 \quad (1)$

Điều kiện: $x \neq \frac{1}{2}$. Khi đó $(1) \Leftrightarrow 2x+1 = (2x-1)(x+2) \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và $(1; 3)$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Tìm m để đường thẳng $d: y = -x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x-1} = -x+m \quad (1)$

Điều kiện: $x \neq 1$. Khi đó $(1) \Leftrightarrow 2x-1 = (-x+m)(x-1)$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m-1)x + m-1 = 0 \quad (2)$$

d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = [-(m-1)]^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1 - (m-1) \cdot 1 + m - 1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty).$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = \frac{mx-1}{x+2}$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đường thẳng $d: y = 2x-1$ cắt đồ thị (C_m) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{mx-1}{x+2} = 2x-1$ (1)

Điều kiện: $x \neq -2$. Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow mx-1 = (2x-1)(x+2) \Leftrightarrow 2x^2 - (m-3)x - 1 = 0 \quad (2)$$

d cắt (C_m) tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = [-(m-3)]^2 + 8 > 0 \\ 8 + 2m - 6 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2} \quad (*)$$

Đặt $A(x_1; 2x_1-1); B(x_2; 2x_2-1)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (2).

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-3}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$, khi đó

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 5[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 10$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{m-3}{2}\right)^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 3 \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m = 3$.

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = -2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích là $\sqrt{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$\frac{2x+1}{x+1} = -2x+m \Leftrightarrow 2x+1 = (x+1)(-2x+m) \quad (\text{điều kiện: } x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (4-m)x + 1 - m = 0 \quad (1) \quad (\text{điều kiện: } x \neq -1).$$

d cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 + 8 > 0 \quad \forall m \\ 2 \cdot (-1)^2 + (4-m)(-1) + 1 - m \neq 0 \end{cases}$$

Suy ra d luôn cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt với mọi m .

Gọi $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$, trong đó $y_1 = -2x_1+m; y_2 = -2x_2+m$ và x_1, x_2 là các nghiệm của

(1). Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-4}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{1-m}{2} \end{cases}$. Tính được:

$$d(O; AB) = \frac{|m|}{\sqrt{5}}; AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{5(x_1 + x_2)^2 - 20x_1 x_2} = \frac{\sqrt{5(m^2 + 8)}}{2}$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(O; AB) = \frac{|m|\sqrt{m^2+8}}{4} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = 2 \vee m = -2.$$

Vậy các giá trị m cần tìm là $m = 2; m = -2$.

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Tìm k để đường thẳng $d: y = kx + 2k + 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$\frac{2x+1}{x+1} = kx + 2k + 1 \Leftrightarrow 2x + 1 = (x+1)(kx + 2k + 1) \text{ (điều kiện: } x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow kx^2 + (3k-1)x + 2k = 0 \quad (1). \text{ (điều kiện: } x \neq -1)$$

d cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = k^2 - 6k + 1 > 0 \\ k(-1)^2 + (3k-1)(-1) + 2k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Khi đó: $A(x_1; kx_1 + 2k + 1), B(x_2; kx_2 + 2k + 1)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1).

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-3k+1}{k} \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$. Tính được

$$d(A; Ox) = d(B; Ox) \Leftrightarrow |kx_1 + 2k + 1| = |kx_2 + 2k + 1|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} kx_1 + 2k + 1 = kx_2 + 2k + 1 \\ kx_1 + 2k + 1 = -kx_2 - 2k - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -3.$$

Vậy $k = -3$ thỏa yêu cầu bài toán.

A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ với trục Ox là

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 2. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x+3)(x^2 + 3x + 2)$ với trục Ox là

A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 3. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 12$ và trục Ox là

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 4. Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có tọa độ là

A. $(0; 2)$. B. $(-1; 0); (2; 1)$. C. $(0; -1); (2; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 5. Đồ thị (C): $y = \frac{2x-1}{x+1}$ cắt đường thẳng $d: y = 2x - 3$ tại các điểm có tọa độ là

A. $(2; -1); \left(-\frac{1}{2}; -2\right)$. B. $(2; 1); \left(-\frac{1}{2}; -4\right)$.

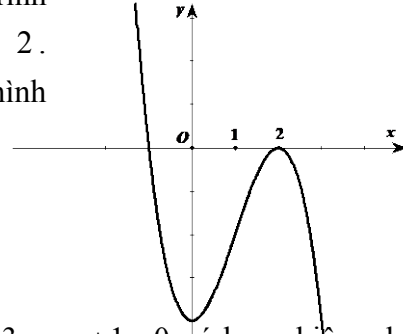
C. $(-1; -5); \left(\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 + x^3 + x^2$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x - 1$. Số giao điểm của (C) và d là
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 8.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2}$ và trục hoành là
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 9.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x - 1)(x^2 - 3x + 2)$ và trục hoành là
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 10.** Giao điểm giữa đồ thị $(C): y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$ và đường thẳng $(d): y = x + 1$ là
- A.** $A(2; -1)$. **B.** $A(0; -1)$. **C.** $A(-1; 2)$. **D.** $A(-1; 0)$.
- Câu 11.** Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đồ thị $(P): y = 1 - x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Số giao điểm của (C) và d là
- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 13.** Tọa độ giao điểm giữa đồ thị $(C): y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ và đường thẳng $d: y = x - 2$ là
- A.** $A(-1; -3); B(3; 1)$. **B.** $A(1; -1); B(0; -2)$.
C. $A(-1; -3); B(0; -2)$. **D.** $A(1; -1); B(3; 1)$.
- Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B . Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
- A.** $x_I = \frac{4}{3}$. **B.** $x_I = -\frac{3}{4}$. **C.** $x_I = \frac{3}{4}$. **D.** $x_I = -\frac{4}{3}$.
- Câu 15.** Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN với M, N là giao điểm của đường thẳng $d: y = x + 1$ và đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x + 2}{x - 1}$ là
- A.** $I(-1; -2)$. **B.** $I(-1; 2)$. **C.** $I(1; -2)$. **D.** $I(1; 2)$.
- Câu 16.** Gọi M, N là hai giao điểm của đường thẳng $d: y = x + 1$ và $(C): y = \frac{2x + 4}{x - 1}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là
- A.** 2. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{5}{2}$.
- Câu 17.** Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - x^2 + 2$ cắt đường thẳng $y = 6$ tại bao nhiêu điểm?
- A.** 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 18.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x + 2}{x + 1}$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = 2x^4 - x^2$ tại các điểm có tọa độ là
- A.** $(1; 1); (-1; 1)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(0; 1)$.
- Câu 19.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt thì tất cả các giá trị tham số m thỏa mãn là

- A.** $m > 1$. **B.** $-3 \leq m \leq 1$. **C.** $-3 < m < 1$. **D.** $m < -3$.
- Câu 20.** Đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ thì tất cả các giá trị tham số m là
A. $m > 4$. **B.** $m \geq 4$.
C. $m \leq 2$. **D.** $2 < m < 4$.
- Câu 21.** Với tất cả giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 = m + 3$ có bốn nghiệm phân biệt?
A. $m \in (-4; -3)$. **B.** $m = -3$ hoặc $m = -4$.
C. $m \in (-3; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; -4)$.
- Câu 22.** Tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x - m + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt là
A. $-1 < m < 3$. **B.** $-1 \leq m \leq 3$.
C. $m = 1$. **D.** $m < -1$ hoặc $m > 3$.
- Câu 23.** Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m$ tại ba điểm phân biệt là
A. $-2 < m < 0$. **B.** $-2 < m < 2$. **C.** $0 < m < 1$. **D.** $1 < m < 2$.
- Câu 24.** Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị $(C): y = x^4 - 2x^2 - 3$ cắt đường thẳng $d: y = m$ tại bốn điểm phân biệt là
A. $-4 < m < -3$. **B.** $m < -4$. **C.** $m > -3$. **D.** $-4 < m < -\frac{7}{2}$.
- Câu 25.** Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = m$. Tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt là
A. $-6 \leq m \leq -2$. **B.** $2 < m < 6$. **C.** $-6 < m < -2$. **D.** $2 \leq m \leq 6$.
- Câu 26.** Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là
A. $1 < m < \frac{13}{4}$. **B.** $0 < m < \frac{9}{4}$. **C.** $-\frac{9}{4} < m < 0$. **D.** $-1 < m < \frac{13}{4}$.
- Câu 27.** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + m$. Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt là
A. $0 < m < 1$. **B.** $-1 < m \leq 0$.
C. $-1 < m < 0$. **D.** $-1 \leq m < 0$.
- Câu 28.** Cho hàm số $y = (x-2)(x^2 + mx + m^2 - 3)$. Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là
A. $-2 < m < -1$. **B.** $\begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$. **C.** $-1 < m < 2$. **D.** $\begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$.
- Câu 29.** Tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là
A. $2 < m < 3$. **B.** $2 \leq m \leq 3$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m > 2$.
- Câu 30.** Tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là
A. $m > 3$. **B.** $m \geq 3$.
C. $m > 3$ hoặc $m = 2$. **D.** $m = 3$ hoặc $m = 2$.
- Câu 31.** Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 2x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 3m$ tại ba điểm phân biệt là
A. $\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m \leq \frac{1}{3}$. **D.** $m = \frac{1}{3}$.
- Câu 32.** Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $(C): y = -2x^3 + 3x^2 + 2m - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là
A. $\frac{1}{4} \leq m < \frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$. **C.** $0 < m < \frac{1}{2}$. **D.** $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ là hình bên.

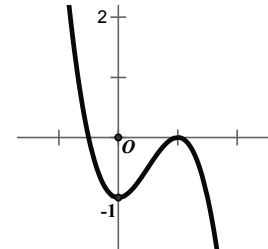


- A. $m > 0$.
- B. $m \leq -4$.
- C. $m < -4$.
- D. $m \leq -4$ hoặc $m \geq 0$.

Câu 34. Tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x - m + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt, trong đó có hai nghiệm dương là

- A. $-1 \leq m \leq 1$.
- B. $-1 < m \leq 1$.
- C. $-1 < m < 3$.
- D. $-1 < m < 1$.

Câu 35. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Dùng đồ thị (C) suy ra tất cả giá trị tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2m = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt là



- A. $0 < m < \frac{1}{2}$.
- B. $-1 < m < 0$.
- C. $0 \leq m \leq -1$.
- D. $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 36. Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ (1). Điều kiện của tham số m để (1) có ba nghiệm phân biệt thỏa $x_1 < 1 < x_2 < x_3$ khi

- A. $m = -1$.
- B. $-1 < m < 3$.
- C. $-3 < m < -1$.
- D. $-3 \leq m \leq -1$.

Câu 37. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x - 1$. Giao điểm của (C) và d lần lượt là $A(1; 0)$, B và C . Khi đó khoảng cách giữa B và C là

- A. $BC = \frac{\sqrt{30}}{2}$.
- B. $BC = \frac{\sqrt{34}}{2}$.
- C. $BC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- D. $BC = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B . Khoảng cách giữa A và B là

- A. $AB = \frac{2}{5}$.
- B. $AB = \frac{5}{2}$.
- C. $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
- D. $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - m$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B khi giá trị của tham số m thỏa

- A. $-4 - 2\sqrt{6} \leq m \leq -4 + 2\sqrt{6}$.
- B. $m \leq -4 - 2\sqrt{6}$ hoặc $m \geq -4 + 2\sqrt{6}$.
- C. $-4 - 2\sqrt{6} < m < -4 + 2\sqrt{6}$.
- D. $m < -4 - 2\sqrt{6}$ hoặc $m > -4 + 2\sqrt{6}$.

Câu 40. Cho hàm số (C): $y = \frac{x}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = x + m$. Tập tất cả các giá trị của tham số m sao cho (C) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt là

- A. $(-2; 2)$.
- B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
- C. \mathbb{R} .
- D. \emptyset .

Câu 41. Tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m^2$ cắt đồ thị hàm số (C): $y = -x^3 + 4x$ tại ba điểm phân biệt là

- A. $(-1; 1)$.
- B. $(-\infty; 1]$.
- C. \mathbb{R} .
- D. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Câu 42. Tất cả giá trị tham số m để đồ thị (C): $y = x^4$ cắt đồ thị (P): $y = (3m+4)x^2 - m^2$ tại bốn điểm phân biệt là

A. $m \in (-\infty; -4) \cup \left(-\frac{5}{4}; 0\right) \cup (0; +\infty)$. **B.** $m \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$.

C. $m \in \left(-\frac{4}{5}; 0\right) \cup (0; +\infty)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 43. Cho đồ thị $(C): y = 2x^3 - 3x^2 - 1$. Gọi d là đường thẳng qua $A(0; -1)$ có hệ số góc bằng k . Tất cả giá trị k để (C) cắt d tại ba điểm phân biệt là

A. $\begin{cases} k < \frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} k < -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} k > \frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng qua $I(1; 2)$ với hệ số góc k . Tập tất cả các giá trị của k để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt I, A, B sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $\{0\}$. **B.** \mathbb{R} . **C.** $\{-3\}$. **D.** $(-3; +\infty)$.

Câu 45. Với những giá trị nào của tham số m thì $(C_m): y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1?

A. $\frac{1}{2} < m \neq 1$. **B.** $m > \frac{1}{2}$. **C.** $m \geq \frac{1}{2}$. **D.** $m \neq 1$.

Câu 46. Cho đồ thị $(C): y = 4x^3 - 3x + 1$ và đường thẳng $d: y = m(x-1) + 2$. Tất cả giá trị tham số m để (C) cắt d tại một điểm là

A. $m = 9$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \leq 0$ hoặc $m = 9$. **D.** $m < 0$.

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Giá trị của tham số m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$ là

A. $m = 0$ hoặc $m = 6$. **B.** $m = 0$.
C. $m = 6$. **D.** $0 \leq m \leq 6$.

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) và $d: y = x + m$. Giá trị của tham số m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến tại A và B song song với nhau.

A. Không tồn tại. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 3$.

Câu 49. Cho $(P): y = x^2 - 2x - m^2$ và $d: y = 2x + 1$. Giả sử (P) cắt d tại hai điểm phân biệt A, B thì tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2; -m^2)$. **B.** $I(1; -m^2 - 1)$. **C.** $I(1; 3)$. **D.** $I(2; 5)$.

Câu 50. Giá trị nào của tham số m để đồ thị $(C_m): y = (m-1)x^3 + x^2 - m$ chỉ có một điểm chung với trục hoành?

A. $m = 1$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > \frac{4}{3}$.
C. $m < 0$. **D.** $m > \frac{4}{3}$.

Câu 51. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m - 1$ có đồ thị (C) . Giá trị của tham số m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt lập thành cấp số cộng là

A. $m = 0$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = \pm 6$.

Câu 52. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B . Với $C(-2; 5)$, giá trị của tham số m để tam giác ABC đều là

- A. $m = 1$. B. $m = 1$ hoặc $m = 5$.
 C. $m = 5$. D. $m = -5$.

Câu 53. Cho hàm số $y = x^4 - (2m-1)x^2 + 2m$ có đồ thị (C). Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2$ cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ lớn hơn 3 là

- A. $m \neq \frac{3}{2}$. B. $1 < m < \frac{11}{2}$. C. $\begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}$.

Câu 54. Cho hàm số: $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị (C). Đường thẳng $d: y = -x + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $A(0; -2)$, B và C. Với $M(3; 1)$, giá trị của tham số m để tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ là

- A. $m = -1$. B. $m = -1$ hoặc $m = 4$.
 C. $m = 4$. D. Không tồn tại m .

Câu 55. Cho đồ thị $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tất cả giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ là

- A. $m = 1$. B. $m \neq 0$. C. $m = 2$. D. $m > -\frac{1}{4}$ và $m \neq 0$.

Câu 56. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ có đồ thị (C_m) . Tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$ là

- A. $m > 1$ hoặc $m < -1$. B. $m < -1$. C. $m > 0$. D. $m > 1$.

Câu 57. Cho đồ thị (C): $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ và đường thẳng $d: y = m$. Tất cả các giá trị tham số m để (C) cắt d tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$ là

- A. $m = 1 + \sqrt{6}$. B. $m = 1 - \sqrt{6}$ hoặc $m = 1 + \sqrt{6}$.
 C. $m = 1 - \sqrt{6}$. D. $m < 1$ hoặc $m > 3$.

B. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| C | B | B | C | B | C | D | D | D | D | B | A | A | C | D | B | A | A | C | A |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| A | A | B | A | C | B | B | B | A | C | D | C | C | D | A | C | B | D | D | C |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|--|--|
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | | | |
| D | C | B | D | A | D | A | A | D | B | C | B | D | B | A | A | B | | | |

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$.
 Vậy số giao điểm là 2.

Câu 2. Chọn B.

Giải phương trình $(x+3)(x^2+3x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 3. Chọn B.

Lập phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 2x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Vậy có một giao điểm duy nhất.

Câu 4. Chọn C.

Lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x+1} = x-1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2.$

Thế vào phương trình $y = x - 1$ được tung độ tương ứng $\begin{cases} y = -1 \\ y = 1 \end{cases}.$

Vậy chọn $(0; -1), (2; 1).$

Câu 5. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Thế vào phương trình $2x - 3$ được tung độ tương ứng: $\begin{cases} y = 1 \\ y = -4 \end{cases}.$

Vậy chọn $(2; 1)$ và $(-\frac{1}{2}; -4).$

Câu 6. Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^4 + x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(2x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x + 1 = 0(VN) \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 7. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1-\sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{1+\sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 8. Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 9. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm $(x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 10. Chọn D.

Lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1} = x + 1 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0.$

Vậy chọn $(-1; 0).$

Câu 11. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 - 4x^2 - 2 = -x^2 + 1 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{21}}{2}} \vee x = -\sqrt{\frac{3 + \sqrt{21}}{2}} \\ x^2 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} < 0 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 12. Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 13. Chọn A.

Lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x+2} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -3 \end{cases}.$

Vậy chọn $A(-1; -3), B(3; 1)$.

Câu 14. Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{4}.$$

Câu 15. Chọn D.

Lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 4 \\ x = -1 \Rightarrow y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1; 2).$

Vậy chọn $I(1; 2)$.

Câu 16. Chọn B.

Lập phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+4}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{6} \\ x = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow x_I = 1.$$

Câu 17. Chọn A.

Lập phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4 - x^2 + 2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{4} \\ x^2 = \frac{1 - \sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{33}}{4}} \vee x = -\sqrt{\frac{1 + \sqrt{33}}{4}}.$$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 18. Chọn A.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C') là $y = 1$. Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^4 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow y = 1.$$

Vậy chọn $(1; 1), (-1; 1)$.

Câu 19. Chọn C.

Lập phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + 1 = m$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | |
|------|-----------|-----|-----|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| y | $-\infty$ | | 1 | | -3 | | $+\infty$ |

Do đó, đồ thị cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt khi $-3 < m < 1$.

Vậy chọn $-3 < m < 1$.

Câu 20. Chọn A.

Lập phương trình hoành độ giao điểm: $-2x^4 + 4x^2 + 2 = m$

Ta có: $y' = -8x^3 + 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = -1$.

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| y | $-\infty$ | | 4 | | 2 | | 4 | | $-\infty$ |

Do đó, đường thẳng $y = m$ **không** cắt đồ thị hàm số khi $m > 4$.

Vậy chọn $m > 4$.

Câu 21. Chọn A.

Ta khảo sát hàm số (C): $y = x^4 - 2x^2$ tìm được $y_{CT} = -1$, $y_{CB} = 0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1 < m + 3 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -3$.

Vậy chọn $m \in (-4; -3)$.

Câu 22. Chọn A.

Phương pháp tự luận:

Ta khảo sát hàm số (C): $y = x^3 - 3x + 1$ tìm được $y_{CB} = 3$, $y_{CT} = -1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1 < m < 3$. Vậy chọn $-1 < m < 3$.

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra trực tiếp đáp án

+Với $m = 2$, giải phương trình $x^3 - 3x - 1 = 0$ ta bấm máy được ba nghiệm \Rightarrow loại C, D.

+Với $m = -1$, giải phương trình $x^3 - 3x + 2 = 0$ ta bấm máy được hai nghiệm \Rightarrow loại B.

Vậy chọn $-1 < m < 3$

Câu 23. Chọn B.

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | |
|------|-----------|-----|-----|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| y | $-\infty$ | | 2 | | -2 | | $+\infty$ |

Đường thẳng $d: y = m$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi: $-2 < m < 2$.

Vậy chọn $-2 < m < 2$.

Câu 24. Chọn A.

Bảng biến thiên

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|--|------|-----|-----|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
| y' | | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| y | $+\infty$ | | | | | -3 | | | $+\infty$ |

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 -4 -4

Đường thẳng $d: y = m$ cắt (C) tại bốn điểm phân biệt khi $-4 < m < -3$.

Vậy chọn $-4 < m < -3$

Câu 25. Chọn C.

Xét hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$

Tính $y' = 4x^3 - 8x$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow y = -6 \\ x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = -6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|--|-------------|-----|-----|------|------------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | $-\sqrt{2}$ | | 0 | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
| y' | | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| y | $+\infty$ | | | | | -2 | | | $+\infty$ |

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 -6 -6

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-6 < m < -2$.

Vậy chọn $-6 < m < -2$.

Câu 26. Chọn B.

Phương trình $\Leftrightarrow m = -x^4 + 3x^2$. Đặt $(C): y = -x^4 + 3x^2$ và $d: y = m$

Xét hàm số $y = -x^4 + 3x^2$. Ta có $y' = -4x^3 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{\sqrt{6}}{2} \vee x = -\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|--|-----------------------|-----|-----|-----|----------------------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ | | 0 | | $\frac{\sqrt{6}}{2}$ | | $+\infty$ |
| y' | | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |
| y | $-\infty$ | | | | | 0 | | | $-\infty$ |

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 $\frac{9}{4}$ $\frac{9}{4}$

Phương trình có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow d$ cắt (C) tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}$.

Vậy chọn $0 < m < \frac{9}{4}$.

Câu 27. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 2x^2 + m = 0 \Leftrightarrow m = x^4 - 2x^2$.

Đặt $(C): y = x^4 - 2x^2$ và $d: y = m$

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = 1$.

Bảng biến thiên:

| | | | | | | | | | |
|------|-----------|--|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
| y' | | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| y | $+\infty$ | | | | | 0 | | | $+\infty$ |

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -1 -1

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt khi $-1 < m \leq 0$.
 Vậy chọn $-1 < m \leq 0$.

Câu 28. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $(x-2)(x^2+mx+m^2-3)=0$ (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2+mx+m^2-3=0 \end{cases} \quad (2)$$

Để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 4+2m+m^2-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2+12 > 0 \\ m^2+2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}.$$

Câu 29. Chọn A.

Tương tự ta khảo sát hàm số (C): $y = x^4 - 2x^2 + 3$ ta tìm được $y_{CT} = 2, y_{CD} = 3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2 < m < 3$. Vậy chọn $2 < m < 3$.

Câu 30. Chọn C.

Phương pháp tự luận:

Tương tự ta khảo sát hàm số (C): $y = x^4 - 2x^2 + 3$ ta tìm được $y_{CT} = 2, y_{CD} = 3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m = 2 \vee m > 3$. Vậy chọn $m = 2 \vee m > 3$.

Phương pháp trắc nghiệm:

+ Với $m = 3$, ta giải phương trình $x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2} \Rightarrow$ loại B, D.

+ Với $m = 2$, ta giải phương trình $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1 \Rightarrow$ loại A.

Câu 31. Chọn D.

Phương pháp tự luận:

Khảo sát hàm số (C): $y = -2x^4 + 2x^2 + 1$ tìm được $y_{CT} = 1, y_{CD} = \frac{3}{2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 3m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$. Vậy chọn $m = \frac{1}{3}$.

Phương pháp trắc nghiệm:

+ Với $m = \frac{1}{2}$, ta giải phương trình $-2x^4 + 2x^2 - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} \vee x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ loại B, A.

+ Với $m = 0$, ta giải phương trình

$$-2x^4 + 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ x^2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \vee x = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \text{loại C.}$$

Vậy chọn $m = \frac{1}{3}$.

Câu 32. Chọn C.

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox : $-2x^3 + 3x^2 + 2m - 1 = 0$. Ta khảo sát hàm số (C') : $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và cũng chỉ là tìm y_{CD}, y_{CT} . Cụ thể $y_{CD} = 1, y_{CT} = 0$. Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < 2m < 1 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$. Vậy chọn

$$0 < m < \frac{1}{2}$$

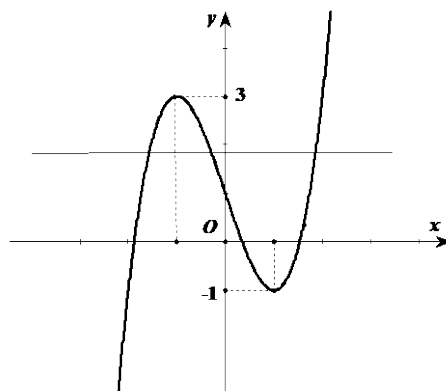
Phương pháp trắc nghiệm:

+ Với $m = 0$, ta có phương trình

$$-2x^3 + 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{loại B, D.}$$

+ Với $m = 0.1$, ta có phương trình

$$-2x^3 + 3x^2 - 0.8 = 0 \text{ có 3 nghiệm} \Rightarrow \text{loại C.}$$



Câu 33. Chọn C.

Ta có $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ (*). Xem phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = -x^3 + 3x^2 - 4$ và đường thẳng $d: y = m$. Số giao điểm của (C) và d là số nghiệm của (*). Dựa vào đồ thị hàm số, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m < -4$. Vậy chọn $m < -4$.

Câu 34. Chọn D.

Phương pháp tự luận:

Ta có đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ như hình bên.

Dựa vào đồ thị ta tìm được kết quả để đồ thị cắt hàm số tại ba điểm phân biệt là $-1 < m < 3$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1 < m < 1$. Vậy chọn $-1 < m < 1$.

Phương pháp trắc nghiệm: Xét $m = 1$, ta được phương trình $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

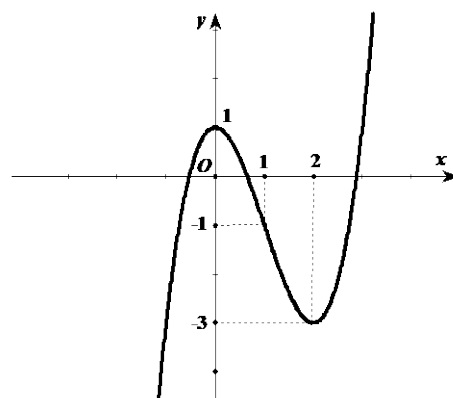
không đủ hai nghiệm dương \Rightarrow loại A, B, C. Vậy chọn $-1 < m < 1$.

Câu 35. Chọn A.

Phương trình (1) $\Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 - 1 = 2m - 1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và $d: y = 2m - 1$ (là đường thẳng song song hoặc trùng với Ox).

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (C)$ cắt d tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$.

Vậy chọn $0 < m < \frac{1}{2}$.



Câu 36. Chọn C.

Phương pháp tự luận

Ta có $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ là phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = m$ (là đường thẳng song song hoặc trùng với Ox).

Xét $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = 3x^2 - 6x$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$.

Ta có $x = 1 \Rightarrow y = -1$

Dựa vào đồ thị, số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3 < m < -1$.

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = 2$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) chỉ có một nghiệm. Suy ra loại được đáp án B.

Tiếp tục thử $m = -1$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm nhưng có một nghiệm bằng 1. Suy ra loại A.

Tiếp tục thử $m = -2$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm thỏa yêu cầu bài toán. Suy ra loại D.

Vậy C là đáp án cần tìm.

Câu 37. Chọn B.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Khi đó ta có $A(1; 0)$, $B(x_1; x_1 - 1)$ và $C(x_2; x_2 - 1)$ (x_1, x_2 là nghiệm của (1))

Ta có $\overline{BC} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1)$, suy ra

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{2\left(\frac{1}{4} + 4\right)} = \frac{\sqrt{34}}{2}.$$

Vậy chọn B.

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0.$$

- Nhập máy tính tìm nghiệm phương trình bậc ba.

- Gán hai nghiệm khác 1 vào B và C .

- Nhập máy $X - 1$. Dùng lệnh CALC tìm tung độ của điểm B và C gán vào hai biến D và E .

$$\text{Khi đó } BC = \sqrt{(C - B)^2 + (E - D)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2}.$$

Vậy chọn B.

Câu 38. Chọn D.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(2; 1) \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -4 \Rightarrow B\left(-\frac{1}{2}; -4\right) \end{cases}$$

Ta có $\overline{AB} = \left(-\frac{5}{2}; -5\right)$. Suy ra $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. Vậy chọn $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3$ ($x \neq -1$).

Dùng lệnh CALC của máy tính, ta tìm được hai nghiệm của phương trình lần lượt là $x = 2$ và $x = -\frac{1}{2}$. Suy ra $A(2; 1)$ và $B\left(-\frac{1}{2}; -4\right)$. Dùng máy tính thu được $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Vậy chọn $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Câu 39. Chọn D.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 8(1-m) > 0 \\ 2+m+1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -4 - 2\sqrt{6} \vee m > -4 + 2\sqrt{6}.$$

Vậy chọn $m < -4 - 2\sqrt{6}$ hoặc $m > -4 + 2\sqrt{6}$.

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Chọn $m = 0$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính, ta nhận thấy (1) vô nghiệm. Suy ra loại được A và C.

Tiếp tục chọn $m = -4 + 2\sqrt{6}$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính, ta nhận thấy (1) có nghiệm kép. Suy ra loại B.

Vậy chọn $m < -4 - 2\sqrt{6}$ hoặc $m > -4 + 2\sqrt{6}$.

Câu 40. Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{x}{x-1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - m = 0 \quad (1)$$

(C) cắt d tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4 > 0 \quad (\text{đúng với mọi } m).$$

Vậy chọn \mathbb{R} .

Câu 41. Chọn D.

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d : $-x^3 + 4x = x + m^2 \Leftrightarrow -x^3 + 3x = m^2$

Ta khảo sát hàm số (C): $y = -x^3 + 3x$ có đồ thị sau như hình bên.

Tìm được $y_{CT} = -2$, $y_{CD} = 2$ nên yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow -2 < m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}.$$

Vậy chọn $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Phương pháp trắc nghiệm:

+ Với $m = -3$, ta có phương trình $-x^3 + 3x - 9 = 0$, bấm máy tính ta chỉ tìm được một nghiệm \Rightarrow loại B, C.

+ Với $m = 1.4$, ta có phương trình $-x^3 + 3x - 1.4^2 = 0$, bấm máy tính ta ra được ba nghiệm \Rightarrow loại A.

Vậy chọn $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Câu 42. Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là:

$$x^4 = (3m+4)x^2 - m^2 \Leftrightarrow x^4 - (3m+4)x^2 + m^2 = 0 \quad (1).$$

(C) cắt (P) tại bốn điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ m^2 > 0 \\ 3m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \vee m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \\ m > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy chọn } \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Câu 43. Chọn B.

Phương trình đường thẳng $d: y = kx - 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$2x^3 - 3x^2 - 1 = kx - 1 \Leftrightarrow x(2x^2 - 3x - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (1) \\ 2x^2 - 3x - k & (2) \end{cases}$$

(C) cắt d tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy chọn } \begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

Câu 44. Chọn D.

Phương pháp tự luận:

Phương trình $d: y = k(x - 1) + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx - k + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - kx + k + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \underbrace{x^2 - 2x - k - 2}_{g(x)} = 0 \quad (*) \end{cases}$$

d cắt (C) tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + 3 > 0 \\ -3 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Hơn nữa theo Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên I là trung điểm AB .

Vậy chọn $k > -3$, hay $(-3; +\infty)$.

Phương pháp trắc nghiệm:

Ta tính toán đến phương trình (1)

+ Với $k = -2$, ta giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ thu được $x_1 = 2, x_2 = 0, x_I = 1$.

+ Hơn nữa $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên I là trung điểm $AB \Rightarrow$ loại A, C từ đó ta loại được B.

Vậy chọn $k > -3$.

Câu 45. Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox :

$$x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2m \\ x = m + 1 \end{cases}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < 2m \neq 2 \\ 1 < m+1 \neq 2 \\ 2m \neq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m \neq 1 \\ 0 < m \neq 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m \neq 1.$$

Vậy chọn $\frac{1}{2} < m \neq 1$.

Câu 46. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và d là $4x^3 - 3x + 1 = m(x-1) + 2$

$$\Leftrightarrow 4x^3 - (m+3)x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 4x^2 + 4x - m + 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C) cắt d tại một điểm \Leftrightarrow Phương trình (1) vô nghiệm hay phương trình (1) có nghiệm kép bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ \Delta' = 0 \\ 4 + 4 - m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m < 0 \\ 4m = 0 \\ m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Vậy chọn $m < 0$.

Câu 47. Chọn A.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm

$$\text{phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ (-1)^2 - (m-1) + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5 \quad (*)$$

Khi đó ta lại có

$$A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m) \Rightarrow \overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}|x_2 - x_1|,$$

và $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$. Từ đây ta có

$$AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (1-m)^2 - 4(m-1) = 5 \Leftrightarrow m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy chọn $m = 0 \vee m = 6$.

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = 0$ thay vào d. Ta được $\frac{2x+1}{x+1} = x$ ($x \neq -1$).

Dùng lệnh SHIFT CALC tìm được $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

$$\text{Suy ra } A\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right), B\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow \overline{AB}(-\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \Rightarrow AB = \sqrt{10}.$$

Nhận thấy $m = 0$ thỏa yêu cầu.

Tương tự chọn $m = 6$ kiểm tra tương tự $m = 0$ nhận thấy $m = 6$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy chọn $m = 0 \vee m = 6$.

Câu 48. Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m-1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1^2 - (m-1) + m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \vee m > 5 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5$$

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1) (nên ta có

$x_1 + x_2 = 1 - m$). Suy ra hệ số góc của các tiếp tuyến tại điểm A và B lần lượt là $k_A = \frac{1}{(x_1+1)^2}$

và $k_B = \frac{1}{(x_2+1)^2}$

Vì tiếp tuyến tại A và B song song, đồng thời $x_1 \neq x_2$ nên phải có $\frac{1}{(x_1+1)^2} = \frac{1}{(x_2+1)^2}$, suy ra

$$x_1 + 1 = -x_2 - 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \quad (l).$$

Vậy chọn không tồn tại.

Câu 49. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và đường thẳng d :

$$x^2 - 2x - m^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \Delta' > 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 + 5 > 0 \text{ (đúng với mọi } m) \end{aligned}$$

Hoành độ của điểm A, B là nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) và tung độ trung điểm I thỏa

$$\text{phương trình } d, \text{ nên tọa độ trung điểm } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = 2 \\ y_I = 2x_I + 1 = 5 \end{cases}.$$

Vậy chọn $I(2; 5)$.

Câu 50. Chọn B.

Phương pháp tự luận: Xét $m = 1$, phương trình $x^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm (loại).

Khi $m \neq 1$ ta thấy đồ thị hàm luôn có hai điểm cực trị. Vậy ta tìm giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số như sau:

$$y' = 3(m-1)x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -m \\ x = \frac{-2}{3(m-1)} \Rightarrow y = \frac{-27m^3 + 54m^2 - 27m + 4}{27(m-1)^2} \end{cases}$$

$$(C_m) \text{ có 1 điểm chung với } Ox \Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} > 0 \Leftrightarrow \frac{m(27m^3 - 54m^2 + 27m - 4)}{27(m-1)^2} > 0.$$

$$\Leftrightarrow m < 0 \vee m > \frac{4}{3}.$$

Vậy chọn $m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$.

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra trực tiếp các đáp án của đề bài

+ Với $m = -1$, phương trình $-2x^3 + x^2 + 1 = 0$ thu được $x = 1$ là nghiệm duy nhất \Rightarrow loại A, D.

+ Với $m = 2$, phương trình $x^3 + x^2 - 2 = 0$ thu được $x = 1$ là nghiệm duy nhất \Rightarrow loại C.

Vậy chọn $m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$.

Câu 51. Chọn C.

Phương pháp tự luận

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm phân biệt tạo thành cấp số cộng khi và chỉ khi phương trình $x^3 - 3x^2 - 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

Suy ra đường thẳng $y = m$ đi qua điểm uốn của đồ thị $y = x^3 - 3x^2 - 1$ (do đồ thị (C) nhận điểm uốn làm tâm đối xứng). Mà điểm uốn của $y = x^3 - 3x^2 - 1$ là $I(1; -3)$. Suy ra $m = -3$. Vậy chọn $m = -3$.

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = -3$ thay vào phương trình $x^3 - 3x^2 - m - 1 = 0$.

Ta được $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$. Dùng chức năng tìm nghiệm phương trình bậc ba ta được ba nghiệm $x = 1 - \sqrt{3}, x = 1, x = 1 + \sqrt{3}$ thỏa cấp số cộng.

Vậy chọn $m = -3$.

Câu 52. Chọn B.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x+1}{x-1} = x+m \quad (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 + 4(m+1) > 0 \\ 1^2 + (m-3) - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ -1 \neq 0 \end{cases}$ đúng $\forall m \in \mathbb{R}$.

Gọi $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1), theo Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$$

Gọi $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2m}{2}\right)$ là trung điểm của AB , suy ra $I\left(\frac{3-m}{2}; \frac{3+m}{2}\right)$, nên

$$\overline{CI} \left(-2 - \frac{3-m}{2}; 5 - \frac{3+m}{2}\right) \Rightarrow CI = \frac{1}{2} \sqrt{(m-7)^2 + (7-m)^2}.$$

Mặt khác $\overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$. Vậy tam giác ABC đều khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} CI = \frac{\sqrt{3}}{2} AB &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{2(m-7)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)} \\ &\Leftrightarrow (m-7)^2 = 3(m^2 - 2m + 13) \Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy chọn $m = 1 \vee m = -5$.

Câu 53. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d :

$$x^4 - (2m-1)x^2 + 2m = 2 \Leftrightarrow x^4 - (2m-1)x^2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2m - 2 \end{cases} \quad (1)$$

Đường thẳng d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 3 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 2 \neq 1 \\ 0 < 2m - 2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}.$$

Câu 54. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + 3(m-1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3(m-1) = 0(1) \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm

$$\text{phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 3 > 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m \in \mathbb{R} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Khi đó ta có: $C(x_1; -x_1 + 2), B(x_2; -x_2 + 2)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1), nên theo Viet thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 3m - 3 \end{cases} \cdot \text{Vậy}$$

$$\overline{CB} = (x_2 - x_1; -x_2 + x_1) \Rightarrow CB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)}$$

$$d(M; (d)) = \frac{|-3 - 1 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{7}$ khi và chỉ khi

$$\frac{1}{2} \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \text{ (thỏa } m \neq 1)$$

Vậy chọn $m = -1 \vee m = 4$.

Câu 55. Chọn A.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là $x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi $x_3 = 1$ còn x_1, x_2 là nghiệm phương trình (1) nên theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$. Vậy

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa } (*))$$

Vậy chọn $m = 1$.

Câu 56. Chọn A.

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d :

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (-3m+1)x - 3m-2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + \underbrace{(-3m+1)x - 3m-2}_{g(x)} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Gọi $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm phương trình (1) nên theo Viet ta có $\begin{cases} x_2 + x_3 = 3m - 1 \\ x_2 x_3 = -3m - 2 \end{cases}$.

Vậy

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 \Leftrightarrow 1 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 > 15$$

$$\Leftrightarrow (3m-1)^2 + 2(3m+2) - 14 > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \vee m < -1$$

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$.

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra ngay trên đáp án

+ Với $m = -2$, ta giải phương trình bậc ba: $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x - \frac{4}{3} = 0$ thu được 3 nghiệm

$x_1 = -6.37\dots, x_2 = 1, x_3 = -0.62\dots$ Ta chọn những giá trị nhỏ hơn các nghiệm này và kiểm tra điều kiện của bài toán.

Cụ thể ta tính $(-6.4)^2 + 1^2 + (-0.63)^2 = 42.3569 > 15 \Rightarrow$ loại C, D.

+ Với $m = 2$, ta làm tương tự thu được 3 nghiệm $x_1 = 6.27\dots, x_2 = 1, x_3 = -1.27\dots$

Tính $6.2^2 + 1^2 + (-1.3)^2 = 41.13 > 15 \Rightarrow$ loại B.

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$.

Câu 57. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và d là $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - (m+1)x + m + 1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

(C) cắt d tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+1)(m-3) > 0 \\ 1 - m - 1 + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 3 \quad (*)$$

Hoành độ giao điểm x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên theo Vi-et ta có:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$. Khi đó: $A(x_1; m), B(x_2; m)$, suy ra

$$AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 2 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 2 + \sqrt{6} \\ m + 1 = 2 - \sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{6} \\ m = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy chọn $m = 1 + \sqrt{6} \vee m = 1 - \sqrt{6}$.