

MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

BÀI 2: TẬP HỢP



LÝ THUYẾT.

1. Nhắc lại về tập hợp

Như đã biết ở cấp Trung học cơ sở, trong toán học, người ta dùng từ **tập hợp** để chỉ một nhóm đối tượng nào đó hoàn toàn xác định. Mỗi đối tượng trong nhóm gọi là một **phần tử** của tập hợp đó.

Tập hợp (còn gọi là tập) là một khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa.

Giả sử đã cho tập hợp A .

- Để chỉ a là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \in A$ (đọc là a thuộc A).
- Để chỉ a không phải là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \notin A$ (đọc là a không thuộc A).

Cách xác định tập hợp

Một tập hợp có thể được xác định bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Vậy ta có thể xác định một tập hợp bằng một trong hai cách sau

- Liệt kê các phần tử của nó.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Người ta thường minh họa tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường kín, gọi là biểu đồ Ven.

Tập hợp rỗng

Tập hợp rỗng, kí hiệu là $\emptyset$, là tập hợp không chứa phần tử nào.

Nếu A không phải là tập hợp rỗng thì A chứa ít nhất một phần tử.

$$A \neq \emptyset \Leftrightarrow \exists x: x \in A.$$

2. Tập con và hai tập hợp bằng nhau

Cho hai tập hợp A và B . Nếu mọi phần tử của A đều là phần tử của B thì ta nói tập hợp A là **tập con** của tập hợp B và kí hiệu $A \subset B$ (đọc là A chứa trong B), hoặc $B \supset A$ (đọc là B chứa A).

Nhận xét:

- $A \subset A$ và $\emptyset \subset A$ với mọi tập hợp A .

CHUYÊN ĐỀ I – CHƯƠNG I – MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

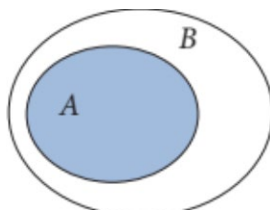
- Nếu A không phải là tập con của B thì ta kí hiệu $A \not\subset B$ (đọc là A không chứa trong B hoặc B không chứa A).

- Nếu $A \subset B$ hoặc $B \subset A$ thì ta nói A và B có quan hệ bao hàm.

Như vậy $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x: x \in A \Rightarrow x \in B)$.

Nếu A không phải là một tập con của B , ta viết $A \not\subset B$.

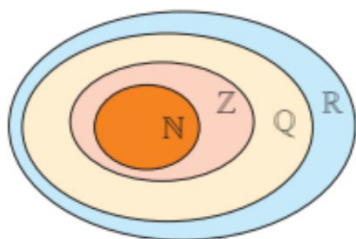
Trong toán học, người ta thường minh hoạ tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường cong kín, gọi là **biểu đồ Ven** (đặt theo tên nhà toán học, nhà triết học người Anh John Venn). Theo cách này, ta có thể minh hoạ A là tập con của B như Hình 1.



Hình 1



Hình 2. John Venn
(1834 – 1923)



Hình 3

Chú ý:

Giữa các tập hợp số quen thuộc (tập số tự nhiên, tập số nguyên, tập số hữu tỉ, tập số thực), ta có quan hệ bao hàm:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Hai tập hợp A và B gọi là **bằng nhau**, kí hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

$$A = B \Leftrightarrow (\forall x: x \in A \Leftrightarrow x \in B).$$

Nói cách khác, hai tập hợp A và B bằng nhau nếu mỗi phần tử của tập hợp này cũng là phần tử của tập hợp kia và ngược lại.

3. Một số tập con của tập hợp số thực

Sau này ta thường sử dụng các tập con của tập số thực sau đây (a và b là các số thực, $a < b$):

Tên gọi và kí hiệu	Tập hợp	Biểu diễn trên trục số
Tập số thực $(-\infty; +\infty)$	$\mathbb{R}$	
Đoạn $[a; b]$	$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
Khoảng $(a; b)$	$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
Nửa khoảng $[a; b)$	$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
Nửa khoảng $(a; b]$	$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
Nửa khoảng $(-\infty; a]$	$(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
Nửa khoảng $[a; +\infty)$	$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$	
Khoảng $(a; +\infty)$	$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
Khoảng $(-\infty; a)$	$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	

Trong các ký hiệu trên, kí hiệu $-\infty$ đọc là âm vô cực, kí hiệu $+\infty$ đọc là dương vô cực.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

🔗 DẠNG 1: XÁC ĐỊNH MỘT TẬP HỢP

PHƯƠNG PHÁP

Để xác định một tập hợp, ta có 2 cách sau:

- ♦ Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- ♦ Chỉ ra tính chất đặc trưng của tập hợp.

Bài 1. Viết lại tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\right\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Bài 2. Viết lại tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\right\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Bài 3. Viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Bài 4. Viết mỗi tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Bài 5. Viết mỗi tập hợp $A = \{9; 36; 81; 144\}$ bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Bài 6. Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp A gồm các số tự nhiên chia hết cho 3 và nhỏ hơn 25.

Bài 7. Liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

Bài 8. Viết tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (9 - x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0\}$ dưới dạng liệt kê các phần tử.

Bài 9. Viết tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (5 - x^2)(x^2 - 5x + 6) = 0\}$ dưới dạng liệt kê các phần tử.

Bài 10. Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3}{x-2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

Bài 11. Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi Hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Tính học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A?

Bài 12. Cho $A = (2; +\infty)$, $B = (m; +\infty)$. Tìm điều kiện cần và đủ của m để B là tập con của A ?

Bài 13. Xác định số phần tử của tập hợp $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n:4, n < 2017\}$.

Bài 14. Cho hai tập hợp $A = [1; 3]$ và $B = [m; m+1]$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để $B \subset A$.

Câu 15. Số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x^2 - 4x + 3| + |2x - 2| = 0\}$

Câu 16. Cho tập hợp $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x + \sqrt{2x-1} = 2(x-3)^2\}$. Hãy viết tập hợp D dưới dạng liệt kê các phần tử.

Câu 17. Tính tổng các phần tử của tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{4x+3}{x+2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 18. Liệt kê các phần tử của $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4x^2 - \sqrt{2x+3} + 4 > x^2 \sqrt{2x+3}\}$

Câu 19. Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + 3x - 8 + 2\sqrt{x^2 + 3x} = 0\}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$. Các phần tử của tập A là:

- A.** $A = 0$ **B.** $A = \{0\}$ **C.** $A = \emptyset$ **D.** $A = \{\emptyset\}$

Câu 2. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $M = \{x \in \mathbb{N} \text{ sao cho } \sqrt{x} \text{ là ước của } 8\}$.

- A.** $M = \{1; 4; 16; 64\}$. **B.** $M = \{0; 1; 4; 16; 64\}$.

C. $M = \{1; 2; 4; 8\}$.

D. $M = \{0; 1; 2; 4; 8\}$.

Câu 3. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0\}$. Các phần tử của tập A là:

A. $A = \{-1; 1\}$

B. $A = \{-\sqrt{2}; -1; 1; \sqrt{2}\}$

C. $A = \{-1\}$

D. $A = \{1\}$

Câu 4. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 > 0\}$. Tập hợp A viết lại dạng liệt kê là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\emptyset$.

C. $[-2; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Câu 5. Tập hợp nào là tập hợp rỗng, trong các tập hợp sau?

A. $\{x \in \mathbb{R} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.

B. $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$.

C. $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

Câu 6: Cho tập hợp $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 9)(x^2 - 3x) = 0\}$. Tập hợp B được viết dưới dạng liệt kê là

A. $B = \{3; 9; 1; 2\}$.

B. $B = \{3; -9; 0\}$.

C. $B = \{-9; 9; 0\}$.

D. $B = \{-3; 3; 0\}$.

Câu 7: Cho tập hợp $H = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 - 9x = 0\}$. Tập hợp H là tập con của tập hợp nào dưới đây ?

A. $A = \{-3; 0; 1; 2\}$.

B. $B = \{-3; 1; 2; 3\}$.

C. $C = \{0; 1; 2\}$.

D. $D = \{-3; 0; 2; 3\}$.

Câu 8: Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x^2 + x - 2)(x^3 + 4x) = 0\}$ có bao nhiêu phần tử?

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 9: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập rỗng?

A. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 6 = 0\}$.

B. $\{x \in \mathbb{Q} \mid 3x^2 - 5x + 2 = 0\}$.

C. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 1 = 0\}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 1 = 0\}$.

Câu 10: Cho tập hợp $P = \{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{N} \text{ và } -3 < n < 3\}$. Viết tập hợp P dưới dạng liệt kê các phần tử.

A. $P = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

B. $P = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

C. $P = \{1; 2; 5\}$.

D. $P = \{0; 1; 4\}$.

Câu 11. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước chung của } 36 \text{ và } 120\}$. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp A .

A. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

B. $A = \{1; 2; 4; 6; 8; 12\}$.

C. $A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$.

D. $A = \{2; 3; 4; 6; 12\}$.

Câu 12. Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Câu 13. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào rỗng?

A. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 4 = 0\}.$

B. $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x + 3 = 0\}.$

C. $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5 = 0\}.$

D. $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x - 12 = 0\}.$

Câu 14. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng?

A. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}.$

B. $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}.$

C. $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}.$

D. $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}.$

Câu 15. Cho hai tập hợp $A = \{0; 2\}$ và $B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $A \subset X \subset B$.

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

Câu 16. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x + 1| < 6\}$ bằng

A. 3.

B. 9.

C. 0.

D. -3.

Câu 17. Cho tập $M = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ và } x^2 + y^2 \leq 0\}$. Hỏi tập hợp M có bao nhiêu phần tử?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Câu 18. Cho tập $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 4x + 3) \cdot (x - m) = 0\}$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tổng tất cả các phần tử của tập M bằng 4?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 19. Gọi A là tập hợp các số nguyên $m \in [-7; 7]$ sao cho phương trình $x^2 - mx + m = 0$ có ít nhất một nghiệm dương. Số phần tử của tập hợp A là

A. 9.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

Câu 20. Cho tập hợp $A = \{(x; y) \mid x^2 - 25 = y(y + 6) \text{ và } x, y \in \mathbb{Z}\}$. Số phần tử của tập hợp A là

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

BÀI 2: TẬP HỢP



LÝ THUYẾT.

1. Nhắc lại về tập hợp

Như đã biết ở cấp Trung học cơ sở, trong toán học, người ta dùng từ **tập hợp** để chỉ một nhóm đối tượng nào đó hoàn toàn xác định. Mỗi đối tượng trong nhóm gọi là một **phần tử** của tập hợp đó.

Tập hợp (còn gọi là tập) là một khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa.

Giả sử đã cho tập hợp A .

- Để chỉ a là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \in A$ (đọc là a thuộc A).
- Để chỉ a không phải là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \notin A$ (đọc là a không thuộc A).

Cách xác định tập hợp

Một tập hợp có thể được xác định bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Vậy ta có thể xác định một tập hợp bằng một trong hai cách sau

- Liệt kê các phần tử của nó.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Người ta thường minh họa tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường kín, gọi là biểu đồ Ven.

Tập hợp rỗng

Tập hợp rỗng, kí hiệu là $\emptyset$, là tập hợp không chứa phần tử nào.

Nếu A không phải là tập hợp rỗng thì A chứa ít nhất một phần tử.

$$A \neq \emptyset \Leftrightarrow \exists x: x \in A.$$

2. Tập con và hai tập hợp bằng nhau

Cho hai tập hợp A và B . Nếu mọi phần tử của A đều là phần tử của B thì ta nói tập hợp A là **tập con** của tập hợp B và kí hiệu $A \subset B$ (đọc là A chứa trong B), hoặc $B \supset A$ (đọc là B chứa A).

Nhận xét:

- $A \subset A$ và $\emptyset \subset A$ với mọi tập hợp A .

CHUYÊN ĐỀ I – CHƯƠNG I – MỆNH ĐỀ TOÁN HỌC – TẬP HỢP

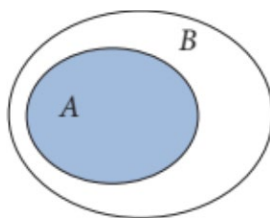
- Nếu A không phải là tập con của B thì ta kí hiệu $A \not\subset B$ (đọc là A không chứa trong B hoặc B không chứa A).

- Nếu $A \subset B$ hoặc $B \subset A$ thì ta nói A và B có quan hệ bao hàm.

Như vậy $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$.

Nếu A không phải là một tập con của B , ta viết $A \not\subset B$.

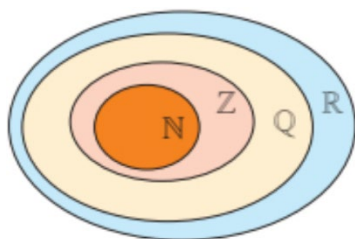
Trong toán học, người ta thường minh hoạ tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường cong kín, gọi là **biểu đồ Ven** (đặt theo tên nhà toán học, nhà triết học người Anh John Venn). Theo cách này, ta có thể minh hoạ A là tập con của B như Hình 1.



Hình 1



Hình 2. John Venn
(1834 – 1923)



Hình 3

Chú ý:

Giữa các tập hợp số quen thuộc (tập số tự nhiên, tập số nguyên, tập số hữu tỉ, tập số thực), ta có quan hệ bao hàm:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Hai tập hợp A và B gọi là **bằng nhau**, kí hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

$$A = B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B).$$

Nói cách khác, hai tập hợp A và B bằng nhau nếu mỗi phần tử của tập hợp này cũng là phần tử của tập hợp kia và ngược lại.

3. Một số tập con của tập hợp số thực

Sau này ta thường sử dụng các tập con của tập số thực sau đây (a và b là các số thực, $a < b$):

Tên gọi và kí hiệu	Tập hợp	Biểu diễn trên trục số
Tập số thực $(-\infty; +\infty)$	$\mathbb{R}$	
Đoạn $[a; b]$	$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
Khoảng $(a; b)$	$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
Nửa khoảng $[a; b)$	$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
Nửa khoảng $(a; b]$	$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
Nửa khoảng $(-\infty; a]$	$(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
Nửa khoảng $[a; +\infty)$	$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$	
Khoảng $(a; +\infty)$	$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
Khoảng $(-\infty; a)$	$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	

Trong các ký hiệu trên, kí hiệu $-\infty$ đọc là âm vô cực, kí hiệu $+\infty$ đọc là dương vô cực.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

➤ DẠNG 1: XÁC ĐỊNH MỘT TẬP HỢP

PHƯƠNG PHÁP

Để xác định một tập hợp, ta có 2 cách sau:

- ♦ Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- ♦ Chỉ ra tính chất đặc trưng của tập hợp.

Bài 1. Viết lại tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\right\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Lời giải

$$\text{Ta có } (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } x \in \mathbb{R} \text{ nên } A = \left\{1; \frac{3}{2}; 3\right\}.$$

Bài 2. Viết lại tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\right\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Lời giải

$$\text{Ta có } (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } x \in \mathbb{N} \text{ nên } A = \{1; 3\}.$$

Bài 3. Viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.

Lời giải

$$\text{Ta có } x < 5 \text{ và } x \in \mathbb{N} \text{ nên } x \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$\text{Vậy } A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

Bài 4. Viết mỗi tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Lời giải

Ta nhận thấy các phần tử của tập hợp A là các số tự nhiên và nhỏ hơn 5. Do đó $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$.

Bài 5. Viết mỗi tập hợp $A = \{9; 36; 81; 144\}$ bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

Lời giải

Ta có $9 = 3^2$, $36 = 6^2$, $81 = 9^2$, $144 = 12^2$ và các số 3, 6, 9, 12 đều là bội của 3. Do đó ta viết lại tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng là $A = \{(3k)^2 \mid k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$.

Bài 6. Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp A gồm các số tự nhiên chia hết cho 3 và nhỏ hơn 25.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 23\}.$$

Bài 7. Liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \mathbb{R} \\ x = \frac{3}{2} \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}.$$

Bài 8. Viết tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (9 - x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0\}$ dưới dạng liệt kê các phần tử.

Lời giải

$$\text{Ta có } (9 - x^2)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - x^2 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin \mathbb{N} \\ x = 3 \in \mathbb{N} \\ x = 1 \in \mathbb{N} \\ x = 2 \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } B = \{3; 1; 2\}.$$

Bài 9. Viết tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (5 - x^2)(x^2 - 5x + 6) = 0\}$ dưới dạng liệt kê các phần tử.

Lời giải

$$\text{Ta có } (5 - x^2)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x^2 = 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{5} \notin \mathbb{Q} \\ x = 3 \in \mathbb{Q} \\ x = 2 \in \mathbb{Q} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A = \{2; 3\}.$$

Bài 10. Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3}{x-2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

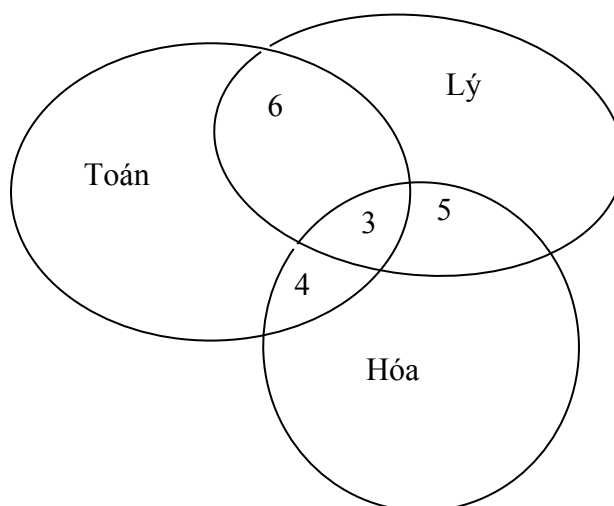
$$\text{Ta có } \frac{3}{x-2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 \mid (x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ x-2=-1 \\ x-2=3 \\ x-2=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \\ x=5 \\ x=-1 \end{cases}. \text{ Vì } x \in \mathbb{N} \text{ nên loại } x = -1.$$

Suy ra $A = \{1; 3; 5\}$. Vậy tổng tất cả các phần tử của tập hợp A là $1 + 3 + 5 = 9$.

Bài 11. Lớp 10A có 10 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Lý, 11 học sinh giỏi hóa, 6 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 5 học sinh giỏi cả Hóa và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 3 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa. Tính học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A?

Lời giải

Theo giả thiết đề bài cho, ta có biểu đồ Ven:



Dựa vào biểu đồ Ven, ta có học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

Số học sinh giỏi Toán: $6 + 4 + 3 = 13$.

Số học sinh giỏi Lý: $6 + 5 + 3 = 14$.

Số học sinh giỏi Hóa: $4 + 5 + 3 = 12$.

Ta lại có:

Số học sinh giỏi cả Toán và Lý: 6.

Số học sinh giỏi cả Toán và Hóa: 4.

Số học sinh giỏi cả Hóa và Lý: 5.

Và số học sinh giỏi cả Toán, Lý và Hóa là 3.

Số học sinh giỏi hơn một môn là $4 + 6 + 5 + 3 = 18$.

Bài 12. Cho $A = (2; +\infty)$, $B = (m; +\infty)$. Tìm điều kiện cần và đủ của m để B là tập con của A ?

Lời giải



Ta có: $B \subset A$ khi và chỉ khi $\forall x \in B \Rightarrow x \in A \Rightarrow m \geq 2$.

Bài 13. Xác định số phần tử của tập hợp $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n:4, n < 2017\}$.

Lời giải

Tập hợp X gồm các phần tử là những số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

Từ 0 đến 2015 có 2016 số tự nhiên, ta thấy cứ 4 số tự nhiên liên tiếp sẽ có duy nhất một số chia hết cho 4. Suy ra có 504 số tự nhiên chia hết cho 4 từ 0 đến 2015. Hiển nhiên $2016:4$.

Vậy có tất cả 505 số tự nhiên nhỏ hơn 2017 và chia hết cho 4.

Bài 14. Cho hai tập hợp $A = [1; 3]$ và $B = [m; m+1]$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để $B \subset A$.

Lời giải

Ta có: $B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m+1 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 2 \end{cases}$. Vậy $1 \leq m \leq 2$.

Câu 15. Số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x^2 - 4x + 3| + |2x - 2| = 0\}$

Lời giải

Ta có $|x^2 - 4x + 3| \geq 0$ và $|2x - 2| \geq 0$ nên

$$|x^2 - 4x + 3| + |2x - 2| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy tập A có đúng 1 phần tử.

Câu 16. Cho tập hợp $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x + \sqrt{2x-1} = 2(x-3)^2\}$. Hãy viết tập hợp D dưới dạng liệt kê các phần tử.

Lời giải

Giải phương trình: $x + \sqrt{2x-1} = 2(x-3)^2$ (1)

Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$ (*)

$$\text{pt(1)} \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} - 3 = 2x^2 - 13x + 15$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-10}{\sqrt{2x-1}+3} = (x-5)(2x-3) \Leftrightarrow (x-5)\left(\frac{2}{\sqrt{2x-1}+3} - 2x+3\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ \frac{2}{\sqrt{2x-1}+3} = 2x-3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Ta có } (2) \Leftrightarrow (2x-3)(\sqrt{2x-1}+3) = 2$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x-1}, \quad t \geq 0. \text{ Phương trình trở thành } (t^2-2)(t+3) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 & (l) \\ t = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} & (l) \\ t = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} & (n) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \text{ ta có } \sqrt{2x-1} = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \Leftrightarrow 2x-1 = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{11-\sqrt{17}}{4}.$$

$$\text{Vậy } E = \left\{5; \frac{11-\sqrt{17}}{4}\right\}.$$

Câu 17. Tính tổng các phần tử của tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{4x+3}{x+2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{4x+3}{x+2} = 4 - \frac{5}{x+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{5}{x+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 5 : x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=5 \\ x+2=-5 \\ x+2=1 \\ x+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \in \mathbb{Z} \\ x=-7 \in \mathbb{Z} \\ x=-1 \in \mathbb{Z} \\ x=-3 \in \mathbb{Z} \end{cases}.$$

Suy ra $A = \{3; -7; -1; -3\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập hợp A là $3 + (-7) + (-1) + (-3) = -8$.

Câu 18. Liệt kê các phần tử của $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4x^2 - \sqrt{2x+3} + 4 > x^2 \sqrt{2x+3}\}$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } 2x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{-3}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 4x^2 - \sqrt{2x+3} + 4 > x^2 \sqrt{2x+3} &\Leftrightarrow (x^2 + 1)(\sqrt{2x+3} - 4) < 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x+3} - 4 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{2x+3} < 4 \Leftrightarrow 2x+3 < 16 \Leftrightarrow 2x < 13 \Leftrightarrow x < \frac{13}{2}. \end{aligned}$$

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Vậy $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Câu 19. Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + 3x - 8 + 2\sqrt{x^2 + 3x} = 0\}$.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 3x} \geq 0$. Phương trình $x^2 + 3x - 8 + 2\sqrt{x^2 + 3x} = 0$ trở thành

$$t^2 + 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2.$$

$$+ t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 3x} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Vậy $A = \{1; -4\}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$. Các phần tử của tập A là:

A. $A = 0$

B. $A = \{0\}$

C. $A = \emptyset$

D. $A = \{\emptyset\}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$.

Vì phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm nên $A = \emptyset$.

Câu 2. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $M = \{x \in \mathbb{N} \text{ sao cho } \sqrt{x} \text{ là ước của } 8\}$.

A. $M = \{1; 4; 16; 64\}$.

B. $M = \{0; 1; 4; 16; 64\}$.

C. $M = \{1; 2; 4; 8\}$.

D. $M = \{0; 1; 2; 4; 8\}$.

Lời giải

Chọn A

A. Đúng, căn bậc hai của các số trong tập M đều là ước của 8.

B. HS hiểu nhầm số 0 là ước của mọi số tự nhiên.

C. HS hiểu nhầm x là ước của 8.

D. HS hiểu nhầm x là ước của 8 và 0 là ước của mọi số tự nhiên.

Câu 3. Cho tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0\right\}$. Các phần tử của tập A là:

A. $A = \{-1; 1\}$

B. $A = \{-\sqrt{2}; -1; 1; \sqrt{2}\}$

C. $A = \{-1\}$

D. $A = \{1\}$

Lời giải

Chọn A

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0\right\}.$$

$$\text{Ta có } (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 + 2 = 0 \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow A = \{-1; 1\}.$$

Câu 4. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 > 0\}$. Tập hợp A viết lại dạng liệt kê là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\emptyset$.

C. $[-2; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow x^2 > -4 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \text{ (Vì } x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}).$$

Câu 5. Tập hợp nào là tập hợp rỗng, trong các tập hợp sau?

A. $\{x \in \mathbb{R} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.

B. $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$.

C. $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases}. \text{ Vì } x \in \mathbb{Q} \text{ nên } x \in \emptyset.$$

Câu A sai là phương trình có 2 nghiệm hữu tỉ.

Câu B sai là bất phương trình có 1 nghiệm nguyên $x = 0$.

Câu D sai là phương trình có 2 nghiệm là $x = 1$ và $x = 3$.

Câu 6: Cho tập hợp $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 9)(x^2 - 3x) = 0\right\}$. Tập hợp B được viết dưới dạng liệt kê là

- A.** $B = \{3; 9; 1; 2\}$. **B.** $B = \{3; -9; 0\}$. **C.** $B = \{-9; 9; 0\}$. **D.** $B = \{-3; 3; 0\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} x^2 - 9 = 0 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \\ x = 3 \\ x = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } B = \{-3; 3; 0\}.$$

Câu 7: Cho tập hợp $H = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 - 9x = 0\}$. Tập hợp H là tập con của tập hợp nào dưới đây ?

- A.** $A = \{-3; 0; 1; 2\}$. **B.** $B = \{-3; 1; 2; 3\}$. **C.** $C = \{0; 1; 2\}$. **D.** $D = \{-3; 0; 2; 3\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x^3 - 9x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases}. \text{ Suy ra } H = \{0; 3\} \text{ (vì } x \in \mathbb{N} \text{)}.$$

Câu 8: Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x^2 + x - 2)(x^3 + 4x) = 0\}$ có bao nhiêu phần tử?

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (x^2 + x - 2)(x^3 + 4x) = 0 \Leftrightarrow x(x - 1)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ (do } x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}.$$

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên loại $x = -2$. Suy ra $A = \{0; 1\}$. Vậy tập hợp A có 2 phần tử.

Câu 9: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập rỗng?

- A.** $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 6 = 0\}$. **B.** $\{x \in \mathbb{Q} \mid 3x^2 - 5x + 2 = 0\}$.
C. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 1 = 0\}$. **D.** $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x - 1 = 0\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \notin \mathbb{Z} \text{ nên } \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 1 = 0\} = \emptyset.$$

Câu 10: Cho tập hợp $P = \{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{N} \text{ và } -3 < n < 3\}$. Viết tập hợp P dưới dạng liệt kê các phần tử.

A. $P = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

B. $P = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

C. $P = \{1; 2; 5\}$.

D. $P = \{0; 1; 4\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} -3 < n < 3 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = -1 \\ n = 0 \\ n = 1 \\ n = 2 \end{cases}.$$

Suy ra $P = \{1; 2; 5\}$.

Câu 11. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước chung của } 36 \text{ và } 120\}$. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp A .

A. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

B. $A = \{1; 2; 4; 6; 8; 12\}$.

C. $A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$.

D. $A = \{2; 3; 4; 6; 12\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} 36 = 2^2 \cdot 3^2 \\ 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \end{cases}.$$

Do đó $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

Câu 12. Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Vì $k \in \mathbb{Z}$ và $|k| \leq 2$ nên $k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ do đó $(k^2 + 1) \in \{1; 2; 5\}$.

Vậy A có 3 phần tử.

Câu 13. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào rỗng?

A. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 4 = 0\}$.

B. $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x + 3 = 0\}$.

C. $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5 = 0\}$.

D. $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x - 12 = 0\}$.

Lời giải

Chọn B

Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in \mathbb{N} \\ x = -2 \notin \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow A = \{2\}$.
- Đáp án B. Ta có $x^2 + 2x + 3 = 0$ (phương trình vô nghiệm) $\Rightarrow B = \emptyset$.
- Đáp án C. Ta có $x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5} \in \mathbb{R} \Rightarrow C = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.
- Đáp án D. Ta có $x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in \mathbb{Q} \\ x = -4 \in \mathbb{Q} \end{cases} \Rightarrow D = \{-4; 3\}$.

Câu 14. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng?

- A.** $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$. **B.** $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.
- C.** $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$. **D.** $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

Lời giải

Chọn C

Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $|x| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow A = \{0\}$.
- Đáp án B. Ta có $6x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{1}{6} \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow B = \{1\}$.
- Đáp án C. Ta có $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \Rightarrow C = \emptyset$.
- Đáp án D. Ta có $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in \mathbb{R} \\ x = 1 \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow D = \{1; 3\}$.

Câu 15. Cho hai tập hợp $A = \{0; 2\}$ và $B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $A \subset X \subset B$.

- A.** 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8

Lời giải

Chọn C

Ta có $A \subset X \subset B$ nên $X = A; X = B$, $X = \{0; 1; 2\}$, $X = \{0; 2; 3\}$, $X = \{0; 2; 4\}$, $X = \{0; 1; 2; 3\}$, $X = \{0; 1; 2; 4\}$, $X = \{0; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 8 tập X thỏa đề bài.

Câu 16: Tổng tất cả các phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x + 1| < 6\}$ bằng

- A.** 3. **B.** 9. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|2x+1| \leq 5 \Leftrightarrow -6 < 2x+1 < 6 \Leftrightarrow -7 < 2x < 5 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < x < \frac{5}{2}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Suy ra $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy tổng tất cả các phần tử của tập hợp A là $(-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 = -3$.

Câu 17: Cho tập $M = \{(x; y) | x, y \in \mathbb{R} \text{ và } x^2 + y^2 \leq 0\}$. Hỏi tập hợp M có bao nhiêu phần tử?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ y^2 \geq 0, \forall y \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 0$.

Mà $x^2 + y^2 \leq 0$ nên chỉ xảy ra khi $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$.

Do đó ta suy ra $M = \{(0; 0)\}$ nên tập hợp M có 1 phần tử.

Câu 18: Cho tập $M = \{x \in \mathbb{Z} | (x^2 - 4x + 3).(x - m) = 0\}$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tổng tất cả các phần tử của tập M bằng 4?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x^2 - 4x + 3).(x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = m \end{cases}$.

Nếu $\begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$ thì $M = \{1; 3\}$. Khi đó tổng các phần tử bằng 4 (thỏa mãn).

Nếu $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 3 \end{cases}$ thì $M = \{1; 3; m\}$. Khi đó $1 + 3 + m = 4 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy có 3 giá trị của tham số m để tổng tất cả các phần tử của tập M bằng 4.

Câu 19: Gọi A là tập hợp các số nguyên $m \in [-7; 7]$ sao cho phương trình $x^2 - mx + m = 0$ có ít nhất một nghiệm dương. Số phần tử của tập hợp A là

- A.** 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

TH1: Phương trình $x^2 - mx + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Mặt khác do $m \in [-7; 7]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

TH2: Phương trình $x^2 - mx + m = 0$ có nghiệm kép dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$.

TH3: Phương trình $x^2 - mx + m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt $0 \leq x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S \geq 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4m > 0 \\ S = m \geq 0 \\ P = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m-4) > 0 \\ S = m \geq 0 \\ P = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4.$$

Từ các trường hợp trên suy ra $A = \{-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy số phần tử của tập hợp A là 11.

Câu 20: Cho tập hợp $A = \{(x; y) \mid x^2 - 25 = y(y+6) \text{ và } x, y \in \mathbb{Z}\}$. Số phần tử của tập hợp A là

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 25 = y(y+6) \Leftrightarrow x^2 - (y+3)^2 = 16 \Leftrightarrow (|x|+|y+3|)(|x|-|y+3|) = 16$

Vì $|x|+|y+3| \geq |x|-|y+3|$ và $|x|+|y+3| \geq 0$ nên $|x|-|y+3| \geq 0$

Do đó $(|x|+|y+3|)(|x|-|y+3|) = 16$ khi các trường hợp sau xảy ra:

$$\text{TH1: } \begin{cases} |x|+|y+3|=16 \\ |x|-|y+3|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x|=\frac{17}{2} \\ |y+3|=\frac{15}{2} \end{cases} \text{ loại do } x, y \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} |x|+|y+3|=8 \\ |x|-|y+3|=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x|=5 \\ |y+3|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 5 \\ y+3=\pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 5 \\ y=0 \\ y=-6 \end{cases}.$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} |x|+|y+3|=4 \\ |x|-|y+3|=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x|=4 \\ |y+3|=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 4 \\ y=-3 \end{cases}.$$

Do đó $A = \{(5; 0); (5; -6); (-5; 0); (-5; -6); (4; -3); (-4; -3)\}$.

Vậy tập hợp A có 6 phần tử.