

CHƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNG

BÀI 1: TỌA ĐỘ CỦA VECTO

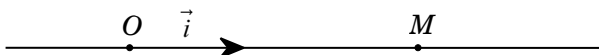


LÝ THUYẾT.

1. TỌA ĐỘ CỦA VECTO ĐỐI VỚI MỘT HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Trục tọa độ

- Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vector đơn vị $\vec{i}$.
- Điểm O gọi là gốc tọa độ.
- Hướng của vectơ đơn vị là hướng của trục.
- Ta kí hiệu trục đó là $(O; \vec{i})$.



Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O; \vec{i})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overrightarrow{OM} = x_0 \vec{i}$.

Ta gọi số x_0 đó là tọa độ của điểm M đối với trục đã cho.

Cho hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{i})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{i}$. Ta gọi số a là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho và kí hiệu $a = \overline{AB}$.

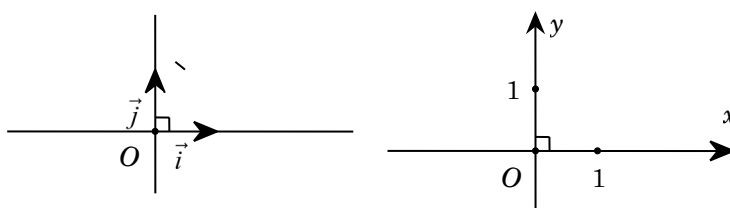
Nhận xét.

- Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{i}$ thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{i}$ thì $\overline{AB} = -AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{i})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.

Hệ tọa độ

Định nghĩa. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc với nhau.

Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $(O; \vec{i})$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox , trục $(O; \vec{j})$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy . Các vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy .



Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy .

Hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy .

Tọa độ vector

Trong mặt phẳng Oxy cho một vector $\vec{u}$ tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của vuông góc của A lên Ox và Oy . Ta có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}$ và cặp số duy nhất $(x; y)$ để $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{i}, \overrightarrow{OA_2} = y\vec{j}$. Như vậy $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Cặp số $(x; y)$ duy nhất đó được gọi là tọa độ của vector $\vec{u}$ đối với hệ tọa độ Oxy và viết $\vec{u} = (x; y)$ hoặc $\vec{u}(x; y)$. Số thứ nhất x gọi là hoành độ, số thứ hai y gọi là tung độ của vector $\vec{u}$. Như vậy

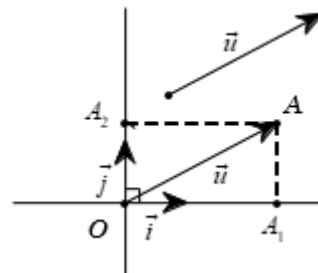
$$\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vector, ta thấy hai vector bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

Nếu $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{u}' = (x'; y')$ thì

$$\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

Như vậy, mỗi vector được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

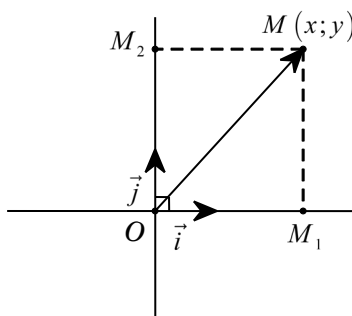


Tọa độ của một điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vector $\overrightarrow{OM}$ đối với hệ trục Oxy được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ trục đó.

Như vậy, cặp số $(x; y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = (x; y)$. Khi đó ta viết $M = (x; y)$ hoặc $M(x; y)$. Số x được gọi là hoành độ, còn số y được gọi là tung độ của điểm M . Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M , tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M .

$$M = (x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} \quad \text{và độ dài của } \overrightarrow{OM} \text{ là } |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Chú ý rằng, nếu $MM_1 \perp Ox, MM_2 \perp Oy$ thì $x = \overline{OM_1}, y = \overline{OM_2}$.

2. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP TOÁN VECTOR

Cho $\vec{u} = (x; y); \vec{v} = (x'; y')$ và số thực k . Khi đó ta có :

1) $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$

2) $k\vec{u} = (kx; ky)$

3) $\vec{u} \cdot \vec{v} = x.x' + y.y'$

$$4) \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$5) \vec{v} \text{ cùng phương } \vec{u} (\vec{u} \neq \vec{0}) \text{ khi và chỉ khi có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

3. ỨNG DỤNG CỦA TỌA ĐỘ VECTO

Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vector trong mặt phẳng

Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng

Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$\boxed{x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.}$$

Tọa độ trọng tâm của tam giác

Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$\boxed{x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.}$$

Ứng dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ và hai điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta có:

$$1) \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$$

$$2) \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow a_1 b_1 - a_2 b_2 = 0$$

$$3) |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$4) AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$5) \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}} \quad (\vec{a} = (a_1; a_2) \text{ và } \vec{b} = (b_1; b_2) \text{ đều khác } \vec{0})$$



VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Trên trục $(O; \vec{i})$ cho các điểm A , B , C lần lượt có tọa độ 1; -2; 3.

Tính độ dài đại số của các vector $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$. Từ đó suy ra hai vector $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng?

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = -2 - 1 = -3$, $\overrightarrow{BC} = 3 - (-2) = 5$. Do đó vector $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với vector $\vec{i}$ và vector $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với vector $\vec{i}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{b} = -3\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

a) Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

b) Phân tích vectơ $\vec{c}$ theo hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{a} = (2; 0)$, $\vec{b} = (0; -3)$, $\vec{c} = (3; -4)$.

Khi đó $3\vec{a} = (6; 0)$, $-2\vec{b} = (0; 6)$ nên $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (6+0; 0+6) = (6; 6)$.

b) Ta có hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tìm bộ số x , y thỏa mãn $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$

$$\text{Suy ra } x(2; 0) + y(0; -3) = (3; -4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 0 = 3 \\ 0 - 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy ta viết được $\vec{c} = \frac{3}{2}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1)$, $B(-1; -2)$, $C(-3; 2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC .

b) Chứng minh ba điểm A , B , C tạo thành một tam giác.

c) Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

a) Gọi M là trung điểm AC thì $M\left(\frac{2-3}{2}; \frac{1+2}{2}\right)$ hay $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

b) Tính được $\vec{AB} = (-3; -3)$, $\vec{AC} = (-5; 1)$ dẫn đến hai vectơ đó không cùng phương. Nói cách khác ba điểm A , B , C tạo thành một tam giác.

c) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $G\left(\frac{2-1-3}{3}; \frac{1-2+2}{3}\right)$ hay $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1)$, $B(-1; -2)$, $C(-3; 2)$.

a) Tìm tọa độ điểm E sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng EB .

b) Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

a) Do C là trung điểm của đoạn thẳng EB nên $\begin{cases} 2x_C = x_E + x_B \\ 2y_C = y_E + y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -5 \\ y_E = 6 \end{cases}$.

Vậy $E(-5; 6)$.

b) Gọi $D(x_D; y_D) \Rightarrow \vec{DC} = (-3 - x_D; 2 - y_D)$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_D = -3 \\ 2 - y_D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$.

Ta thấy A , B , C , D không thẳng hàng. Vậy $D(0; 5)$ là đáp án bài toán.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3)$, $B(4; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $3\vec{AM} + \vec{AB} = \vec{0}$?

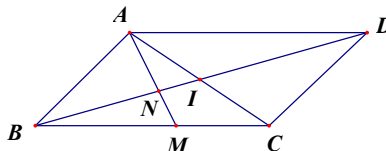
Lời giải

Giả sử $M(x_M; y_M)$ suy ra $\vec{AM} = (x_M - 1; y_M - 3)$ và $\vec{AB} = (3; -3)$.

$$\text{Ta có: } 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + 3 = 0 \\ 3(y_M - 3) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0;4).$$

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4)$, $C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là giao điểm của BD và AM . Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3};2\right)$.

Lời giải



Do I là tâm của hình bình hành $ABCD$, ta có I là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $I\left(\frac{11}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Xét tam giác ABC thì BI , AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Do đó } \begin{cases} \frac{13}{3} = \frac{3 + x_B + 8}{3} \\ 2 = \frac{4 + y_B + 1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 1 \end{cases}, \text{ vậy } B(2;1).$$

$$\text{Gọi } D(x_D; y_D). \text{ Do } I \text{ trung điểm của } BD \text{ nên } \begin{cases} 2 + x_D = 11 \\ 1 + y_D = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = 4 \end{cases} \text{ nên } D(9;4).$$

Vậy $B(2;1)$, $D(9;4)$.



BÀI TẬP.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(1;3)$, $N(4;2)$.

- Tính độ dài của các đoạn thẳng OM , ON , MN .
- Chứng minh rằng tam giác OMN vuông cân.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = (4; -1)$ và các điểm $M(-3;6)$, $N(3;-3)$

- Tìm mối liên hệ giữa các vector $\overrightarrow{MN}$ và $2\vec{a} - \vec{b}$.
- Các điểm O, M, N có thẳng hàng hay không?
- Tìm điểm $P(x; y)$ để $OMNP$ là một hình bình hành.

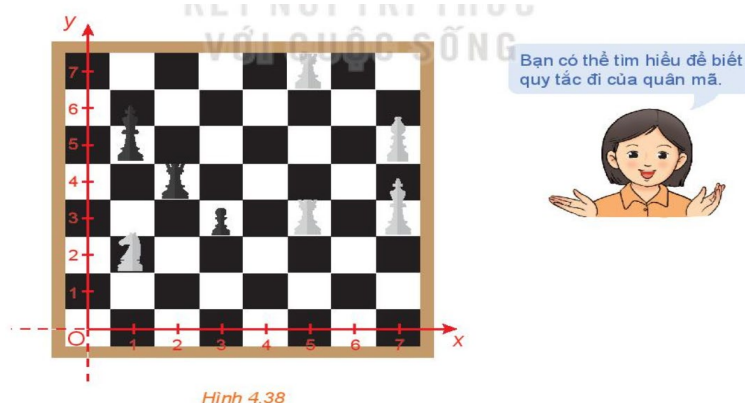
Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1;3)$, $B(2;4)$, $C(-3;2)$.

- Hãy chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
- Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB .
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

d) Tìm điểm $D(x; y)$ để $O(0; 0)$ là trọng tâm của tam giác ABD .

Câu 4. Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí $A(1; 2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vector $\vec{v} = (3; 4)$. Xác định vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 1,5 giờ.

Câu 5. Trong Hình 4.38, quân mã đang ở vị trí có tọa độ $(1; 2)$. Hỏi sau một nước đi, quân mã có thể đến những vị trí nào?



III HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ VECTO TRÊN MẶT PHẪNG Oxy

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?
- Câu 2:** Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?
- Câu 3:** Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị $(\vec{i}; \vec{j})$ như thế nào?
- Câu 4:** Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1; 3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AC}$?
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O ; C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ $\vec{i}$ là
- A. $\vec{i} = (0; 0)$. B. $\vec{i} = (0; 1)$. C. $\vec{i} = (1; 0)$. D. $\vec{i} = (1; 1)$.
- Câu 2:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5; 2)$, $B(10; 8)$ Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?

- A. (15; 10). B. (2; 4). C. (5; 6). D. (50; 16).

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho $A = (5; -2), B = (10; 8)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $\overrightarrow{AB}(15; 10)$. B. $\overrightarrow{AB}(2; 4)$. C. $\overrightarrow{AB}(5; 10)$. D. $\overrightarrow{AB}(50; 16)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 4)$ và $B(3; 5)$. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$. B. $\overrightarrow{BA} = (1; 2)$. C. $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$. D. $\overrightarrow{AB} = (4; 9)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 3), B(7; 8)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$

- A. (15; 10). B. (2; 5). C. (2; 6). D. (-2; -5).

Câu 6: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(9; 7), C(11; -1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{MN}$?

- A. (2; -8). B. (1; -4). C. (10; 6). D. (5; 3).

Câu 7: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có gốc O làm tâm hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào đúng?

- A. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = AB$. B. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng.
C. $x_A = -x_C, y_A = y_C$. D. $x_B = -x_C, y_B = -y_C$.

Câu 8: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(3; -4)$ Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy . Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{OM_1} = -3$. B. $\overrightarrow{OM_2} = 4$.
C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3; -4)$. D. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3; -4)$.

Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$, $C \in Ox$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}$ có tung độ khác 0. B. A, B có tung độ khác nhau.
C. C có hoành độ khác 0. D. $x_A + x_C - x_B = 0$.

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC . Gọi x_A, x_B, x_C lần lượt là hoành độ các điểm A, B, C . Giá trị của biểu thức $x_A + x_B + x_C$ bằng:

- A. 0. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{a}{2}$.

Câu 11: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$. B. $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$. C. $G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0\right)$. D. $G\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right)$.

Câu 12: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$. Biết $\overrightarrow{OC}$ và $\vec{i}$ cùng hướng, $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

- A. $G(0;1)$. B. $G(-1;0)$. C. $\left(\frac{1}{2};0\right)$. D. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM, VECTƠ LIÊN QUAN ĐẾN BIỂU THỨC DẠNG
 $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a}(1;3), \vec{b}(3;-4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$?

Câu 2: Cho $\vec{a} = (x;2), \vec{b} = (-5;1), \vec{c} = (x;7)$. Tìm x để Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

Câu 3: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là:

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a} = (-1; 2), \vec{b} = (5; -7)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $(6; -9)$ B. $(4; -5)$ C. $(-6; 9)$ D. $(-5; -14)$.

Câu 2: Cho $\vec{a} = (3; -4), \vec{b} = (-1; 2)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(-4; 6)$ B. $(2; -2)$ C. $(4; -6)$ D. $(-3; -8)$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A. $(0; 1)$. B. $(1; -1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(1; 1)$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (-1;3), \vec{b} = (5;-7)$. Tọa độ vectơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $(6;-19)$. B. $(13;-29)$. C. $(-6;10)$. D. $(-13;23)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (3;4)$. Tọa độ $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $\vec{c} = (-1; -4)$. B. $\vec{c} = (4; 1)$. C. $\vec{c} = (1; 4)$. D. $\vec{c} = (-1; 4)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3;-2)$ và $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$. Tọa độ của vectơ $\vec{c}$ là

- A. $(13; -4)$. B. $(13; 4)$. C. $(-13; 4)$. D. $(-13; -4)$.

Câu 7: Cho $\vec{a}(2;7), \vec{b}(-3;5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là.

- A. $(5;2)$. B. $(-1;2)$. C. $(-5;-2)$. D. $(5;-2)$.

Câu 8: Cho $\vec{a}(3;-4), \vec{b}(-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + 2\vec{b}$ là

- A. $(-4;6)$. B. $(4;-6)$. C. $(1;0)$. D. $(0;1)$.

Câu 9: Trong hệ trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của $\vec{i} - \vec{j}$ là

- A. $(0;1)$. B. $(1;1)$. C. $(1;-1)$. D. $(-1;1)$.

Câu 10: Cho $\vec{a} = (1;2)$ và $\vec{b} = (3;4)$ với $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là:

- A. $\vec{c} = (-1;4)$. B. $\vec{c} = (4;-1)$. C. $\vec{c} = (1;4)$. D. $\vec{c} = (-1;-4)$.

Câu 11: Cho $\vec{a} = (1;5)$, $\vec{b} = (-2;1)$. Tính $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = (7; 13)$. B. $\vec{c} = (1; 17)$. C. $\vec{c} = (-1; 17)$. D. $\vec{c} = (1; 16)$.

Câu 12: Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ và $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

- A. $\vec{c} = (1; -1)$. B. $\vec{c} = (3; -5)$. C. $\vec{c} = (-3; 5)$. D. $\vec{c} = (2; 7)$.

Câu 13: Cho hai vector $\vec{a} = (1;-4)$; $\vec{b} = (-6;15)$. Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$

- A. $(7;19)$. B. $(-7;19)$. C. $(7;-19)$. D. $(-7;-19)$.

Câu 14: Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{b} = \vec{0}$, $\vec{b} = (2;-3)$.

- A. $(2;-3)$. B. $(-2;-3)$. C. $(-2;3)$. D. $(2;3)$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$

- A. $(3; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(-3; -3)$. D. $(-2; -3)$.

Câu 16: Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (9; -11)$ C. $\vec{u} = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Câu 17: Cho 3 điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$, $C(3;0)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}.$$

- A. $(-2;0)$. B. $(2;0)$. C. $(-4;0)$. D. $(-5;0)$.

Câu 18: Trong hệ trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vector $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. B. $\vec{b} = (-1; 5)$. C. $\vec{a} + \vec{b} = (2; 7)$. D. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$.

Câu 19: Cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{v} = -5\vec{i} - \vec{j}$. Gọi $(X;Y)$ là tọa độ của $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ thì tích XY bằng:

- A. -57 . B. 57 . C. -63 . D. 63 .

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CÁC ĐIỂM CỦA MỘT HÌNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

Câu 3: Cho $M(2;0)$, $N(2;2)$, $P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB của ΔABC . Tọa độ B là:

- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là
- Câu 5:** Cho tam giác ABC với $AB = 5$ và $AC = 1$. Tính tọa độ điểm D là của chân đường phân giác trong góc A , biết $B(7;-2)$, $C(1;4)$.
- Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định tọa độ các điểm C , D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa tâm O của hình bình hành $ABCD$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Cho $A(4; 0)$, $B(2; -3)$, $C(9; 6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:
A. $(3; 5)$. **B.** $(5; 1)$. **C.** $(15; 9)$. **D.** $(9; 15)$.
- Câu 2:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?
A. $(-3; 4)$. **B.** $(4; 0)$. **C.** $(\sqrt{2}; 3)$. **D.** $(3; 3)$.
- Câu 3:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB
A. $(6; 4)$. **B.** $(2; 10)$. **C.** $(3; 2)$. **D.** $(8; -21)$.
- Câu 4:** Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A = (3; 5)$, $B = (1; 2)$, $C = (5; 2)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:
A. $(-3; 4)$. **B.** $(4; 0)$. **C.** $(\sqrt{2}; 3)$. **D.** $(3; 3)$.
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(-1; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là:
A. $(3; 3)$. **B.** $(2; 2)$. **C.** $(1; 1)$. **D.** $(4; 4)$.
- Câu 6:** Cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(2; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là
A. $(3; 3)$ **B.** $(2; 2)$ **C.** $(1; 1)$ **D.** $(4; 4)$.
- Câu 7:** Cho hai điểm $B(3; 2)$, $C(5; 4)$. Tọa độ trung điểm M của BC là
A. $M = (-8; 3)$. **B.** $M = (4; 3)$. **C.** $M = (2; 2)$. **D.** $M = (2; -2)$.
- Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(5; -2)$, $B(0; 3)$, $C(-5; -1)$. Khi đó trọng tâm ΔABC là:
A. $G(0; 11)$. **B.** $G(1; -1)$. **C.** $G(10; 0)$. **D.** $G(0; 0)$.
- Câu 9:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:
A. $I(6; 4)$ **B.** $I(2; 10)$. **C.** $I(3; 2)$. **D.** $I(8; -21)$.

- Câu 10:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$ và $C(2;0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- A. $G(3;7)$. B. $G(6;3)$. C. $G\left(-3;\frac{7}{3}\right)$ D. $G\left(2;\frac{7}{3}\right)$.
- Câu 11:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
- A. $I(4;7)$. B. $I(-2;3)$. C. $I\left(2;\frac{7}{2}\right)$. D. $I\left(-2;\frac{7}{2}\right)$.
- Câu 12:** Cho tam giác ABC với $A(-3;6)$; $B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là:
- A. $C(5;-4)$. B. $C(5;4)$. C. $C(-5;4)$. D. $C(-5;-4)$.
- Câu 13:** Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4;2)$, $B(1;-5)$. Tìm trọng tâm G của tam giác OAB .
- A. $G\left(\frac{5}{3};-1\right)$. B. $G\left(\frac{5}{3};2\right)$. C. $G(1;3)$. D. $G\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$.
- Câu 14:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$ và trọng tâm là gốc O . Tìm tọa độ đỉnh C ?
- A. $(-1; -7)$. B. $(2; -2)$. C. $(-3; -5)$. D. $(1; 7)$.
- Câu 15:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6; 1)$, $B(-3; 5)$ và trọng tâm $G(-1; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?
- A. $(6; -3)$. B. $(-6; 3)$. C. $(-6; -3)$. D. $(-3; 6)$.
- Câu 16:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2; 3)$, $N(0; -4)$, $P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A ?
- A. $(1; 5)$. B. $(-3; -1)$. C. $(-2; -7)$. D. $(1; -10)$.
- Câu 17:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(6; 5)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $(4; 3)$. B. $(3; 4)$. C. $(4; 4)$. D. $(8; 6)$.
- Câu 18:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $(5; 5)$. B. $(5; -2)$. C. $(5; -4)$. D. $(-1; -4)$.
- Câu 19:** Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A=(-1;3)$, $B=(2;0)$, $C=(6;2)$. Tìm tọa độ D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $(9;-1)$. B. $(3;5)$. C. $(5;3)$. D. $(-1;9)$.
- Câu 20:** Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;1)$, $B(-1;2)$, $C(0;1)$. Tọa độ điểm D là:
- A. $(2;0)$. B. $(-2;0)$ C. $(-2;2)$. D. $(2;-2)$

- Câu 21:** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CA, AB . Biết $A(1;3), B(-3;3), C(8;0)$. Giá trị của $x_M + x_N + x_P$ bằng:
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 6.
- Câu 22:** Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;0), B(0;-1), C(4;4)$. Toạ độ đỉnh D là:
- A. $D(2;3)$. B. $D(6;3)$. C. $D(6;5)$ D. $D(2;5)$.
- Câu 23:** Cho tam giác ABC với $A(-5;6), B(-4;-1)$ và $C(4;3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành:
- A. $D(3;10)$. B. $D(3;-10)$. C. $D(-3;10)$. D. $D(-3;-10)$.

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỰ CÙNG PHƯƠNG CỦA HAI VECTƠ. PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ QUA HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.
- Câu 2:** Cho các vectơ $\vec{a} = (4; -2), \vec{b} = (-1; -1), \vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vectơ $\vec{b}$ theo hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$.
- Câu 3:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1), B(2; 2-2m), C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?
- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3), B(-3; 6), C(1; -2)$. Xác định điểm E trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, E thẳng hàng.
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1), B(1;3), C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$. Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương thì:
- A. $m = -6$. B. $m = 6$. C. $m = -\frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.
- Câu 2:** Hai vectơ nào có tọa độ sau đây là cùng phương?
- A. $(1; 0)$ và $(0; 1)$. B. $(2; 1)$ và $(2; -1)$. C. $(-1; 0)$ và $(1; 0)$. D. $(3; -2)$ và $(6; 4)$.
- Câu 3:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1), B(-2; -2), C(-7; -7)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $G(2; 2)$ là trọng tâm tam giác ABC . B. B ở giữa hai điểm A và C .
C. A ở giữa hai điểm B và C . D. $\vec{AB}, \vec{AC}$ cùng hướng.

- Câu 4:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-1; 5)$, $B(5; 5)$, $C(-1; 11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. A, B, C thẳng hàng. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.
- Câu 5:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(3; -2)$, $B(7; 1)$, $C(0; 1)$, $D(-8; -5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai vectơ đối nhau. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.
- Câu 6:** Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Chọn khẳng định đúng?
- A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng. B. $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.
C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$ cùng hướng. D. $2\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}$ cùng phương.
- Câu 7:** Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng. B. $\vec{c} = (7; 3)$ là vectơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.
C. $\vec{u} = (4; 2)$, $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương. D. $\vec{a} = (6; 3)$, $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.
- Câu 8:** Các điểm và các vectơ sau đây cho trong hệ trục $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (giả thiết m, n, p, q là những số thực khác 0). Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. $\vec{a} = (m; 0) \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{i}$. B. $\vec{b} = (0; n) \Leftrightarrow \vec{b} // \vec{j}$.
C. Điểm $A(n; p) \in x'Ox \Leftrightarrow n = 0$. D. $A(0; p), B(q; p)$ thì $AB // x'Ox$.
- Câu 9:** Hai vectơ nào sau đây **không** cùng phương:
- A. $\vec{a} = (3; 5)$ và $\vec{b} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{10}{7}\right)$. B. $\vec{c}$ và $-4\vec{c}$.
C. $\vec{i} = (1; 0)$ và $\vec{m} = \left(-\frac{5}{2}; 0\right)$. D. $\vec{m} = (-\sqrt{3}; 0)$ và $\vec{n} = (0; -\sqrt{3})$.
- Câu 10:** Cho $\vec{u} = (2x-1; 3)$, $\vec{v} = (1; x+2)$. Có hai giá trị x_1, x_2 của x để $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$. Tính $x_1 x_2$.
- A. $\frac{5}{3}$. B. $-\frac{5}{3}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{3}$.
- Câu 11:** Trong mặt phẳng Oxy , cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 1)$, $\vec{c} = (-4; 2)$. Biết $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng.
- A. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{i}$. B. $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{i}$.
C. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{j}$. D. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{i}$.
- Câu 12:** Cho bốn điểm $A(2; 5)$, $B(1; 7)$, $C(1; 5)$, $D(0; 9)$. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng:
- A. A, B, C . B. A, C, D . C. B, C, D . D. A, B, D .
- Câu 13:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 4 điểm $A(3; 0)$, $B(4; -3)$, $C(8; -1)$, $D(-2; 1)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?
- A. B, C, D . B. A, B, C . C. A, B, D . D. A, C, D .
- Câu 14:** Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2m; -m)$, $B(2m; m)$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng AB đi qua O ?
- A. $m = 3$. B. $m = 5$. C. $\forall m \in \mathbb{R}$. D. Không có m .

Câu 15: Cho 2 điểm $A(-2; -3), B(4; 7)$. Tìm điểm $M \in y'Oy$ thẳng hàng với A và B .

- A. $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$. B. $M\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. C. $M(1; 0)$. D. $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

Câu 16: Ba điểm nào sau đây **không** thẳng hàng ?

- A. $M(-2; 4), N(-2; 7), P(-2; 2)$. B. $M(-2; 4), N(5; 4), P(7; 4)$.
C. $M(3; 5), N(-2; 5), P(-2; 7)$. D. $M(5; -5), N(7; -7), P(-2; 2)$.

Câu 17: Cho ba điểm $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng?

- A. $m = 10$. B. $m = -6$. C. $m = 2$. D. $m = -10$.

Câu 18: Cho $A(0; -2), B(-3; 1)$. Tìm tọa độ giao điểm M của AB với trục $x'Ox$.

- A. $M(-2; 0)$. B. $M(2; 0)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. D. $M(0; -2)$.

Câu 19: Cho bốn điểm $A(1; -1), B(2; 4), C(-2; -7), D(3; 3)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

- A. A, B, C . B. A, B, D . C. B, C, D . D. A, C, D .

Câu 20: Cho hai điểm $M(-2; 2), N(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

- A. $P(0; 4)$. B. $P(0; -4)$. C. $P(-4; 0)$. D. $P(4; 0)$.

Câu 21: Cho 3 vector $\vec{a} = (5; 3); \vec{b} = (4; 2); \vec{c} = (2; 0)$. Hãy phân tích vector $\vec{c}$ theo 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. B. $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$. C. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. D. $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

Câu 22: Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(2; 1), B(2; -1), C(-2; -3), D(-2; -1)$. Xét ba mệnh đề:

(I) $ABCD$ là hình thoi.

(II) $ABCD$ là hình bình hành.

(III) AC cắt BD tại $M(0; -1)$.

Chọn khẳng định đúng

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng.
C. Chỉ (II) và (III) đúng. D. Cả ba đều đúng.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3), B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(1; 0)$. B. $M(4; 0)$. C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3), B(-3; 6), C(1; -2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

- A. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. B. $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. C. $E\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3), B\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), C(1; -2), D(15; 0)$. Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC .

A. $I\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $I\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $I\left(-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 26: Cho ba điểm $A(-1; -1)$, $B(0; 1)$, $C(3; 0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD = 5DC$.

A. $\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$. B. $\left(-\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$. C. $\left(\frac{2}{7}; \frac{15}{7}\right)$. D. $\left(\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $A(3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(-1; -2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

A. $M_1(0; 1)$, $M_2(3; 2)$. B. $M_1(1; 0)$, $M_2(3; 2)$. C. $M_1(1; 0)$, $M_2(2; 3)$. D. $M_1(0; 1)$, $M_2(2; 3)$.

Câu 28: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2; 3)$ và tâm $I(1; 1)$. Biết điểm $K(-1; 2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B, D của hình bình hành.

A. $B(2; 1)$, $D(0; 1)$. B. $B(0; 1)$; $D(4; -1)$. C. $B(0; 1)$; $D(2; 1)$. D. $B(2; 1)$, $D(4; -1)$.

CHƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNG

BÀI 1: TỌA ĐỘ CỦA VECTO

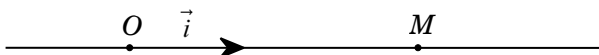


LÝ THUYẾT.

1. TỌA ĐỘ CỦA VECTO ĐỐI VỚI MỘT HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Trục tọa độ

- Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vector đơn vị $\vec{i}$.
- Điểm O gọi là gốc tọa độ.
- Hướng của vectơ đơn vị là hướng của trục.
- Ta kí hiệu trục đó là $(O; \vec{i})$.



Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O; \vec{i})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overrightarrow{OM} = x_0 \vec{i}$.

Ta gọi số x_0 đó là tọa độ của điểm M đối với trục đã cho.

Cho hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{i})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{i}$. Ta gọi số a là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho và kí hiệu $a = \overline{AB}$.

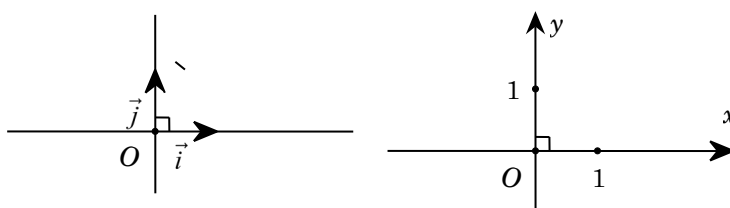
Nhận xét.

- Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{i}$ thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{i}$ thì $\overline{AB} = -AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{i})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.

Hệ tọa độ

Định nghĩa. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc với nhau.

Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $(O; \vec{i})$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox , trục $(O; \vec{j})$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy . Các vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy .



Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy .

Hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy .

Tọa độ vectơ

Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ $\vec{u}$ tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của vuông góc của A lên Ox và Oy . Ta có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}$ và cặp số duy nhất $(x; y)$ để $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{i}, \overrightarrow{OA_2} = y\vec{j}$. Như vậy $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

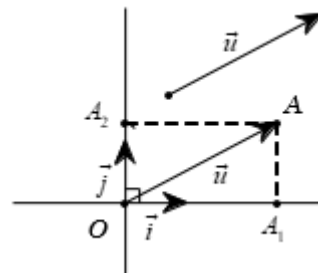
Cặp số $(x; y)$ duy nhất đó được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ đối với hệ tọa độ Oxy và viết $\vec{u} = (x; y)$ hoặc $\vec{u}(x; y)$. Số thứ nhất x gọi là hoành độ, số thứ hai y gọi là tung độ của vectơ $\vec{u}$. Như vậy

$$\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vectơ, ta thấy hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

$$\text{Nếu } \vec{u} = (x; y) \text{ và } \vec{u}' = (x'; y') \text{ thì } \vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

Như vậy, mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

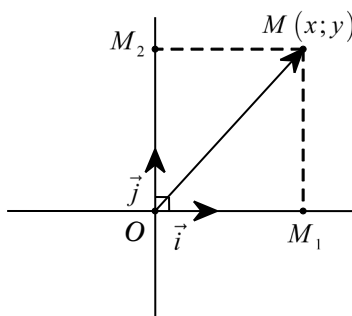


Tọa độ của một điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ đối với hệ trục Oxy được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ trục đó.

Như vậy, cặp số $(x; y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = (x; y)$. Khi đó ta viết $M = (x; y)$ hoặc $M(x; y)$. Số x được gọi là hoành độ, còn số y được gọi là tung độ của điểm M . Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M , tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M .

$$M = (x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} \text{ và độ dài của } \overrightarrow{OM} \text{ là } |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Chú ý rằng, nếu $MM_1 \perp Ox, MM_2 \perp Oy$ thì $x = \overline{OM_1}, y = \overline{OM_2}$.

2. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP TOÁN VECTO

Cho $\vec{u} = (x; y); \vec{v} = (x'; y')$ và số thực k . Khi đó ta có :

$$1) \vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$$

$$2) k\vec{u} = (kx; ky)$$

$$3) \vec{u} \cdot \vec{v} = x.x' + y.y'$$

$$4) \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$5) \vec{v} \text{ cùng phương } \vec{u} (\vec{u} \neq \vec{0}) \text{ khi và chỉ khi có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

3. ỨNG DỤNG CỦA TỌA ĐỘ VECTO

Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vector trong mặt phẳng

Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng

Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$\boxed{x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.}$$

Tọa độ trọng tâm của tam giác

Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$\boxed{x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.}$$

Ứng dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ và hai điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Ta có:

$$1) \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$$

$$2) \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow a_1 b_1 - a_2 b_2 = 0$$

$$3) |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$4) AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$5) \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}} \quad (\vec{a} = (a_1; a_2) \text{ và } \vec{b} = (b_1; b_2) \text{ đều khác } \vec{0})$$



VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Trên trục $(O; \vec{i})$ cho các điểm A, B, C lần lượt có tọa độ 1; -2; 3.

Tính độ dài đại số của các vectơ $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$. Từ đó suy ra hai vectơ $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng?

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = -2 - 1 = -3$, $\overrightarrow{BC} = 3 - (-2) = 5$. Do đó vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với vectơ $\vec{i}$ và vectơ $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với vectơ $\vec{i}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{b} = -3\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

a) Tìm tọa độ của các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

b) Phân tích vector $\vec{c}$ theo hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{a} = (2; 0)$, $\vec{b} = (0; -3)$, $\vec{c} = (3; -4)$.

Khi đó $3\vec{a} = (6; 0)$, $-2\vec{b} = (0; 6)$ nên $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (6 + 0; 0 + 6) = (6; 6)$.

b) Ta có hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tìm bộ số x , y thỏa mãn $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$

$$\text{Suy ra } x(2; 0) + y(0; -3) = (3; -4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 0 = 3 \\ 0 - 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy ta viết được $\vec{c} = \frac{3}{2}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1)$, $B(-1; -2)$, $C(-3; 2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC .

b) Chứng minh ba điểm A , B , C tạo thành một tam giác.

c) Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

a) Gọi M là trung điểm AC thì $M\left(\frac{2-3}{2}; \frac{1+2}{2}\right)$ hay $M\left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

b) Tính được $\overrightarrow{AB} = (-3; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-5; 1)$ dẫn đến hai vector đó không cùng phương. Nói cách khác ba điểm A , B , C tạo thành một tam giác.

c) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $G\left(\frac{2-1-3}{3}; \frac{1-2+2}{3}\right)$ hay $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1)$, $B(-1; -2)$, $C(-3; 2)$.

a) Tìm tọa độ điểm E sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng EB .

b) Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

a) Do C là trung điểm của đoạn thẳng EB nên $\begin{cases} 2x_C = x_E + x_B \\ 2y_C = y_E + y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -5 \\ y_E = 6 \end{cases}.$

Vậy $E(-5;6)$.

b) Gọi $D(x_D; y_D) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; 2 - y_D)$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_D = -3 \\ 2 - y_D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$.

Ta thấy A, B, C, D không thẳng hàng. Vậy $D(0;5)$ là đáp án bài toán.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$?

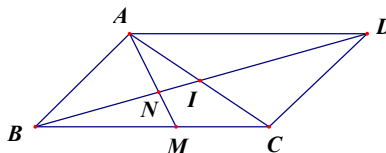
Lời giải

Giả sử $M(x_M; y_M)$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (x_M - 1; y_M - 3)$ và $\overrightarrow{AB} = (3; -3)$.

Ta có: $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + 3 = 0 \\ 3(y_M - 3) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0;4)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4), C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là giao điểm của BD và AM . Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N(\frac{13}{3}; 2)$.

Lời giải



Do I là tâm của hình bình hành $ABCD$, ta có I là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $I(\frac{11}{2}; \frac{5}{2})$.

Xét tam giác ABC thì BI, AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC .

Do đó $\begin{cases} \frac{13}{3} = \frac{3 + x_B + 8}{3} \\ 2 = \frac{4 + y_B + 1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 1 \end{cases}$, vậy $B(2;1)$.

Gọi $D(x_D; y_D)$. Do I trung điểm của BD nên $\begin{cases} 2 + x_D = 11 \\ 1 + y_D = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = 4 \end{cases}$ nên $D(9;4)$.

Vậy $B(2;1), D(9;4)$.



Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(1;3), N(4;2)$.

- Tính độ dài của các đoạn thẳng OM, ON, MN .
- Chứng minh rằng tam giác OMN vuông cân.

Lời giải

a) $OM = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, ON = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

b) $MN = \sqrt{(4-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{10}.$

Vì $OM^2 + MN^2 = 20 = ON^2$ nên tam giác OMN vuông tại M , mà $OM = MN$ nên tam giác OMN vuông cân tại M

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = (4;-1)$ và các điểm $M(-3;6), N(3;-3)$

- Tìm mối liên hệ giữa các vector $\overrightarrow{MN}$ và $2\vec{a} - \vec{b}$.
- Các điểm O, M, N có thẳng hàng hay không?
- Tìm điểm $P(x; y)$ để $OMNP$ là một hình bình hành.

Lời giải

a) $\overrightarrow{MN} = (6;-9); \vec{a} = (3;-2) \Rightarrow 2\vec{a} = (6;-4); 2\vec{a} - \vec{b} = (2;-3).$

Suy ra $\overrightarrow{MN} = 3(2\vec{a} - \vec{b}).$

b) Ta có: $\overrightarrow{OM} = (-3;6), \overrightarrow{ON} = (3;-3).$

Vì $\frac{-3}{3} \neq \frac{6}{-3}$ nên $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$ không cùng phương, suy ra O, M, N không thẳng hàng.

c) Ta có: $\overrightarrow{OM} = (-3;6), \overrightarrow{PN} = (3-x;-3-y).$

Do đó: $OMNP$ là một hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{PN} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 3-x \\ 6 = -3-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow P(6;-9).$$

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(2;4), C(-3;2)$.

- Hãy chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
- Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB .
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Tìm điểm $D(x; y)$ để $O(0;0)$ là trọng tâm của tam giác ABD .

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;1); \overrightarrow{AC} = (-4;-1)$

Vì $\frac{1}{-4} \neq \frac{1}{-1}$ nên $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ không cùng phương, suy ra A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

$$\text{b) } \begin{cases} x_M = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right).$$

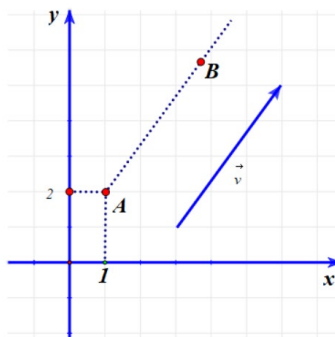
$$\text{c) } \begin{cases} x_G = \frac{1+2+(-3)}{3} = 0 \\ y_G = \frac{3+4+2}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0;3)$$

d) Gọi $D(x_D; y_D)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 0 = \frac{1+2+x_D}{3} \\ 0 = \frac{3+4+y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(-3; -7).$$

Câu 4. Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí $A(1;2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vector $\vec{v} = (3;4)$. Xác định vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 1,5 giờ.

Lời giải



Gọi $B(x; y), (y > 0)$; $|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$; $\overrightarrow{AB} = (x-1; y-2)$

Quãng đường tàu thủy chạy được sau 1,5 giờ là: $1,5 \cdot 5 = 7,5$.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = 7,5 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 7,5^2 \quad (1)$$

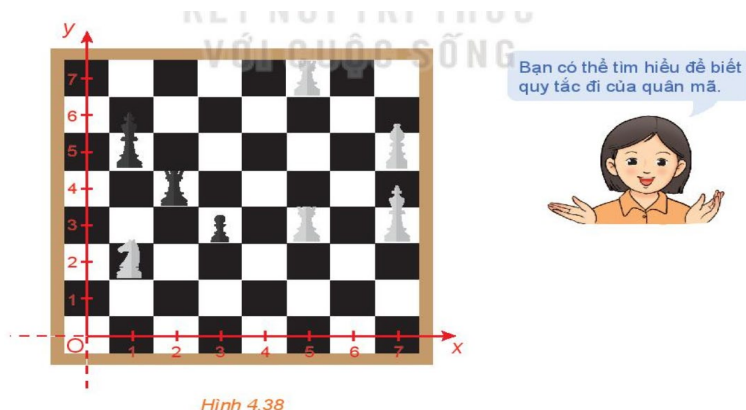
$$\overrightarrow{AB} \text{ và } \vec{v} \text{ cùng phương nên } \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y - \frac{1}{2} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\left(\frac{3}{4}y - \frac{1}{2} - 1\right)^2 + (y-2)^2 = 7,5^2 \Leftrightarrow 25y^2 - 100y - 800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \Rightarrow x = \frac{11}{2} \\ y = -4 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy $B\left(8; \frac{11}{2}\right)$.

Câu 5. Trong Hình 4.38, quân mã đang ở vị trí có tọa độ $(1; 2)$. Hỏi sau một nước đi, quân mã có thể đến những vị trí nào?

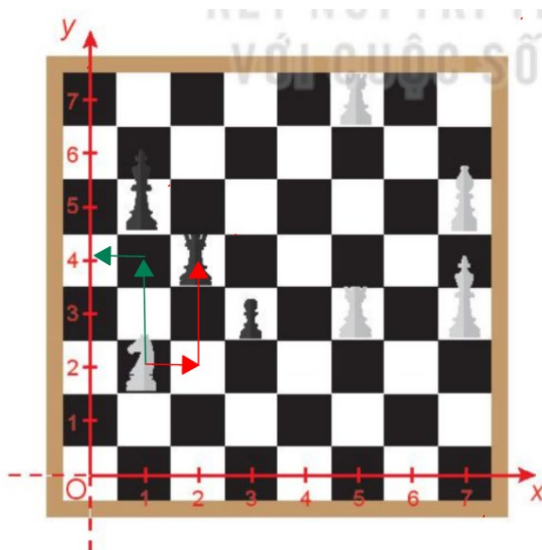


Lời giải

Quân mã di chuyển theo hình chữ L, mỗi nước đi gồm tổng cộng 3 ô: tiến 1 ô rồi quẹo trái hoặc quẹo phải 2 ô và ngược lại; tiến 2 ô rồi quẹo trái hoặc quẹo phải 1 ô và ngược lại. Khác với toàn bộ **quân cò trong bàn cờ vua**, **mã** không bị cản bởi bất cứ **quân** nào và có thể nhảy qua tất cả các **quân** khác trên **đường đi** của mình.

Theo cách đi như trên thì Quân mã có thể ở các vị trí sau:

$(2; 4), (2; 0), (3; 3), (3; 1), (0; 4), (0; 0)$



III HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ VECTƠ TRÊN MẶT PHẪNG Oxy

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?

Lời giải

M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$.

Câu 2: Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2 - 1; 3 - 2) = (-3; 1)$.

Câu 3: Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị $(\vec{i}; \vec{j})$ như thế nào?

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}$.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1; 3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AC}$?

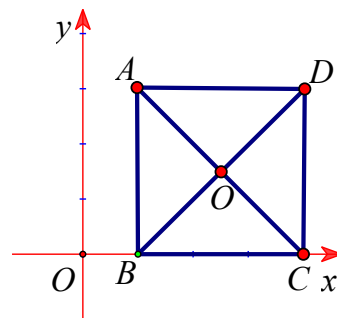
Lời giải

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên.

Vì điểm $A(1; 3)$ suy ra $AB = 3$, $OB = 1$

Do đó $B(1; 0)$, $C(4; 0)$, $D(4; 3)$

Vậy $\overrightarrow{AC} = (3; -3)$.



Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O ; C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

Lời giải

Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ

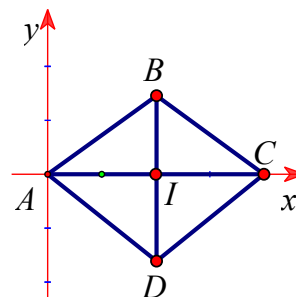
Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có

$$BI = AB \sin \widehat{BAI} = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra } A(0; 0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right).$$





BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ $\vec{i}$ là

- A. $\vec{i} = (0; 0)$. B. $\vec{i} = (0; 1)$. C. $\vec{i} = (1; 0)$. D. $\vec{i} = (1; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5; 2)$, $B(10; 8)$ Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$?

- A. $(15; 10)$. B. $(2; 4)$. C. $(5; 6)$. D. $(50; 16)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5; 6)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho $A = (5; -2)$, $B = (10; 8)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $\overrightarrow{AB}(15; 10)$. B. $\overrightarrow{AB}(2; 4)$. C. $\overrightarrow{AB}(5; 10)$. D. $\overrightarrow{AB}(50; 16)$.

Lời giải

Chọn C

$A = (5; -2)$, $B = (10; 8) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5; 10)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 4)$ và $B(3; 5)$. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$. B. $\overrightarrow{BA} = (1; 2)$. C. $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$. D. $\overrightarrow{AB} = (4; 9)$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 3)$, $B(7; 8)$. Tìm tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{AB}$

- A. $(15; 10)$. B. $(2; 5)$. C. $(2; 6)$. D. $(-2; -5)$.

Lời giải.

Chọn B.

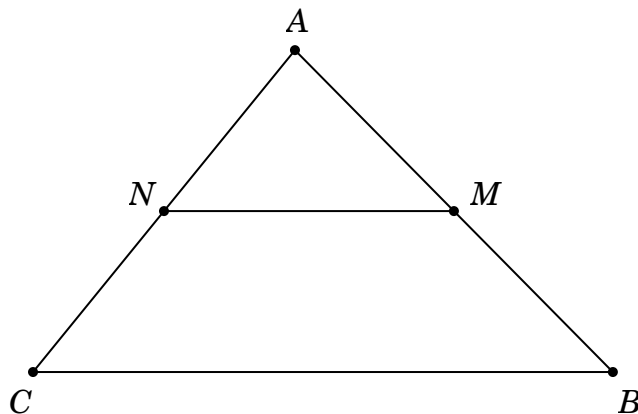
Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2; 5)$.

Câu 6: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(9; 7)$, $C(11; -1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{MN}$?

- A. $(2; -8)$. B. $(1; -4)$. C. $(10; 6)$. D. $(5; 3)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(2; -8) = (1; -4)$.

Câu 7: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có gốc O làm tâm hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào đúng?

A. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = AB$. **B.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng.

C. $x_A = -x_C, y_A = y_C$. **D.** $x_B = -x_C, y_B = -y_C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CB}| = AB$. (do $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$).

Câu 8: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(3; -4)$ Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy . Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{OM_1} = -3$. **B.** $\overrightarrow{OM_2} = 4$.

C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3; -4)$.

D. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M_1 = (3; 0), M_2 = (0; -4)$

A. Sai vì $\overrightarrow{OM_1} = 3$.

B. Sai vì $\overrightarrow{OM_2} = -4$.

C. Sai vì $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = \overrightarrow{M_2M_1} = (3; 4)$.

Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$, $C \in Ox$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ có tung độ khác 0.

B. A, B có tung độ khác nhau.

C. C có hoành độ khác 0.

D. $x_A + x_C - x_B = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $OABC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} = (x_C; 0)$.

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC . Gọi x_A, x_B, x_C lần lượt là hoành độ các điểm A, B, C . Giá trị của biểu thức $x_A + x_B + x_C$ bằng:

- A.** 0. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $-\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0\right), C\left(\frac{a}{2}; 0\right)$ suy ra $x_A + x_B + x_C = 0$.

Câu 11: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A.** $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$. **B.** $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$. **C.** $G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0\right)$. **D.** $G\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Câu 12: Trong hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$. Biết $\overrightarrow{OC}$ và $\vec{i}$ cùng hướng, $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

- A.** $G(0; 1)$. **B.** $G(-1; 0)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. **D.** $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A(-4; 0), C(4; 0), B(0; 3), D(0; -3) \Rightarrow G(0; 1)$.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM, VECTƠ LIÊN QUAN ĐẾN BIỂU THỨC DẠNG
 $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $\vec{a}(1; 3), \vec{b}(3; -4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$?

Lời giải

Ta có $\vec{a} - \vec{b} = (1 - 3; 3 - (-4)) = (-2; 7)$.

Câu 2: Cho $\vec{a} = (x; 2), \vec{b} = (-5; 1), \vec{c} = (x; 7)$. Tìm x để Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

Lời giải

Ta có $x = 2x + 3(-5) \Leftrightarrow x = 15$.

Câu 3: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_D - 1 = -3(0 - 1) \\ y_D - 0 = -3(-2 - 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(4; 6).$$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

Lời giải

$$\text{Ta có: } 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + (4 - 1) = 0 \\ 3(y_M - 3) + (0 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0; 4).$$

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$ là:

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (-5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a} = (-1; 2), \vec{b} = (5; -7)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $(6; -9)$ B. $(4; -5)$ C. $(-6; 9)$ D. $(-5; -14)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{a} - \vec{b} = (-1 - 5; 2 - (-7)) = (-6; 9).$$

Câu 2: Cho $\vec{a} = (3; -4), \vec{b} = (-1; 2)$ Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $(-4; 6)$ B. $(2; -2)$ C. $(4; -6)$ D. $(-3; -8)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); -4 + 2) = (2; -2).$$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A. $(0; 1)$. B. $(1; -1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(1; 1)$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \vec{i} = (1; 0), \vec{j} = (0; 1) \Rightarrow \vec{i} + \vec{j} = (1; 1)$$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (-1; 3)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $(6; -19)$. B. $(13; -29)$. C. $(-6; 10)$. D. $(-13; 23)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} \vec{a} = (-1; 3) \\ \vec{b} = (5; -7) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\vec{a} = (-3; 9) \\ 2\vec{b} = (10; -14) \end{cases} \Rightarrow 3\vec{a} - 2\vec{b} = (-13; 23).$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; 4)$. Tọa độ $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $\vec{c} = (-1; -4)$. B. $\vec{c} = (4; 1)$. C. $\vec{c} = (1; 4)$. D. $\vec{c} = (-1; 4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b} = 4(1; 2) - (3; 4) = (1; 4).$$

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; -2)$ và $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$. Tọa độ của vector $\vec{c}$ là

- A. $(13; -4)$. B. $(13; 4)$. C. $(-13; 4)$. D. $(-13; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(2; 1) + 3(3; -2) = (13; -4).$$

Câu 7: Cho $\vec{a} = (2; 7)$, $\vec{b} = (-3; 5)$. Tọa độ của vector $\vec{a} - \vec{b}$ là.

- A. $(5; 2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-5; -2)$. D. $(5; -2)$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \vec{a} - \vec{b} = (2; 7) - (-3; 5) = (5; 2).$$

Câu 8: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ là

- A. $(-4; 6)$. B. $(4; -6)$. C. $(1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\begin{cases} \vec{a} = (3; -4) \\ \vec{b} = (-1; 2) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{b} = (-2; 4)$$

$$\Rightarrow \vec{a} + 2\vec{b} = (1; 0).$$

Câu 9: Trong hệ trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của $\vec{i} - \vec{j}$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{i} = (1; 0) \\ \vec{j} = (0; 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{i} - \vec{j} = (1; -1).$$

Câu 10: Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$ với $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là:

A. $\vec{c} = (-1; 4)$.

B. $\vec{c} = (4; -1)$.

C. $\vec{c} = (1; 4)$.

D. $\vec{c} = (-1; -4)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b} = 4(1; 2) - (3; 4) = (1; 4).$$

Câu 11: Cho $\vec{a} = (1; 5)$, $\vec{b} = (-2; 1)$. Tính $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$.

A. $\vec{c} = (7; 13)$.

B. $\vec{c} = (1; 17)$.

C. $\vec{c} = (-1; 17)$.

D. $\vec{c} = (1; 16)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{a} = (1; 5) \\ \vec{b} = (-2; 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\vec{a} = (3; 15) \\ 2\vec{b} = (-4; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = (-1; 17).$$

Câu 12: Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ và $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

A. $\vec{c} = (1; -1)$.

B. $\vec{c} = (3; -5)$.

C. $\vec{c} = (-3; 5)$.

D. $\vec{c} = (2; 7)$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (2\vec{i} - 3\vec{j}) - (-\vec{i} + 2\vec{j}) = 3\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow \vec{c} = (3; -5).$$

Câu 13: Cho hai vector $\vec{a} = (1; -4)$; $\vec{b} = (-6; 15)$. Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$

A. $(7; 19)$.

B. $(-7; 19)$.

C. $(7; -19)$.

D. $(-7; -19)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{u} + \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{b} - \vec{a} = (-7; 19).$$

Câu 14: Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{b} = \vec{0}$, $\vec{b} = (2; -3)$.

A. $(2; -3)$.

B. $(-2; -3)$.

C. $(-2; 3)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{u} + \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = -\vec{b} = (-2; 3).$$

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

- A. $(3; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(-3; -3)$. D. $(-2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $E(x; y)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CB}$$

$$(x-1; y-1) = 2(-2; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=-4 \\ y-1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$$

Vậy $E(-3; -3)$.

Câu 16: Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (9; -11)$ C. $\vec{u} = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{u} = 2(2; -4) - (-5; 3) = (9; -11).$$

Câu 17: Cho 3 điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$, $C(3;0)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A. $(-2;0)$. B. $(2;0)$. C. $(-4;0)$. D. $(-5;0)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } M \in Ox \text{ nên } M(x;0). \text{ Do } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \text{ nên } x = \frac{-4-5+3}{3} = -2.$$

Câu 18: Trong hệ trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vector $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. B. $\vec{b} = (-1; 5)$. C. $\vec{a} + \vec{b} = (2; 7)$. D. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (-1; 5) \Rightarrow \vec{a} - \vec{b} = (4; -3).$$

Câu 19: Cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{v} = -5\vec{i} - \vec{j}$. Gọi $(X; Y)$ là tọa độ của $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ thì tích XY bằng:

- A. -57 . B. 57 . C. -63 . D. 63 .

Lời giải

Chọn A

$$\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v} = 2(2\vec{i} - 3\vec{j}) - 3(-5\vec{i} - \vec{j}) = 19\vec{i} - 3\vec{j}. \Rightarrow X = 19, Y = -3 \Rightarrow XY = -57.$$

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CÁC ĐIỂM CỦA MỘT HÌNH



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \longrightarrow G(3;3).$$

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

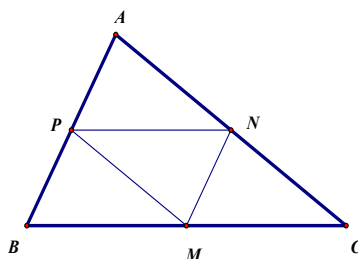
Lời giải

Gọi $C(x;y)$.

$$\text{Vì } O \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}.$$

Câu 3: Cho $M(2;0)$, $N(2;2)$, $P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB của ΔABC . Tọa độ B là:

Lời giải



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}.$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

Lời giải

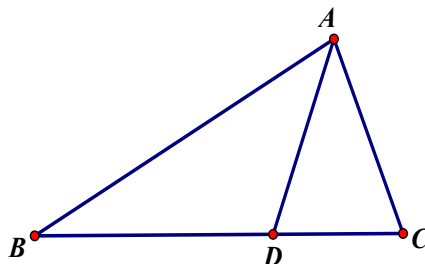
Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0;y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x;0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } MNP \text{ nên ta có: } \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0;4)$.

Câu 5: Cho tam giác ABC với $AB = 5$ và $AC = 1$. Tính toạ độ điểm D là của chân đường phân giác trong góc A , biết $B(7;-2), C(1;4)$.

Lời giải



Theo tính chất đường phân giác: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = 5 \Rightarrow DB = 5DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -5\overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DB} = (7-x; -2-y); \overrightarrow{DC} = (1-x; 4-y)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 7-x = -5(1-x) \\ -2-y = -5(4-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}.$$

Vậy $D(2;3)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $A(3;-1), B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định toạ độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm toạ tâm O của hình bình hành $ABCD$.

Lời giải

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

Suy ra $C(1;-4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-3 = 1-x_D \\ 2+1 = -4-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5;-7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $A(4; 0)$, $B(2; -3)$, $C(9; 6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A. $(3; 5)$. B. $(5; 1)$. C. $(15; 9)$. D. $(9; 15)$.

Lời giải

Chọn B

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{4+2+9}{3} \\ y_G = \frac{-3+6}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 5 \\ y_G = 1 \end{cases} \Rightarrow G(5; 1).$$

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

- A. $(-3; 4)$. B. $(4; 0)$. C. $(\sqrt{2}; 3)$. D. $(3; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có tọa độ } G = \left(\frac{3+1+5}{3}; \frac{5+2+2}{3} \right) = (3; 3).$$

Câu 3: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

- A. $(6; 4)$. B. $(2; 10)$. C. $(3; 2)$. D. $(8; -21)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } I = \left(\frac{2+4}{2}; \frac{-3+7}{2} \right) = (3; 2).$$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:

- A. $(-3; 4)$. B. $(4; 0)$. C. $(\sqrt{2}; 3)$. D. $(3; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $G(x_G; y_G)$ là trọng tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(3; 3).$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(-1; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là:

- A. $(3; 3)$. B. $(2; 2)$. C. $(1; 1)$. D. $(4; 4)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Đề } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow G(2;2).$$

Câu 6: Cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2;3)$, $B(5;4)$, $C(2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là

A. (3;3) **B. (2;2)** **C. (1;1)** **D. (4;4).**

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow G(3;3).$$

Câu 7: Cho hai điểm $B(3;2)$, $C(5;4)$. Tọa độ trung điểm M của BC là

A. $M = (-8;3)$. **B. $M(4;3)$.** **C. $M(2;2)$.** **D. $M = (2;-2)$.**

Lời giải.

Chọn B.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_M = \frac{x_C + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_C + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M(4;3).$$

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(5;-2)$, $B(0;3)$, $C(-5;-1)$. Khi đó trọng tâm ΔABC là:

A. $G(0;11)$. **B. $G(1;-1)$.** **C. $G(10;0)$.** **D. $G(0;0)$.**

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow G(0;0).$$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I(6;4)$ **B. $I(2;10)$.** **C. $I(3;2)$.** **D. $I(8;-21)$.**

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I(3;2).$$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$ và $C(2;0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

- A. $G(3;7)$. B. $G(6;3)$. C. $G\left(-3;\frac{7}{3}\right)$ **D. $G\left(2;\frac{7}{3}\right)$.**

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Đề } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow G\left(2;\frac{7}{3}\right).$$

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(4;7)$. B. $I(-2;3)$. **C. $I\left(2;\frac{7}{2}\right)$.** D. $I\left(-2;\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I\left(2;\frac{7}{2}\right).$$

Câu 12: Cho tam giác ABC với $A(-3;6)$; $B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là:

- A. $C(5;-4)$. B. $C(5;4)$. **C. $C(-5;4)$.** D. $C(-5;-4)$.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Rightarrow C(-5;4).$$

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4;2)$, $B(1;-5)$. Tìm trọng tâm G của tam giác OAB .

- A. $G\left(\frac{5}{3};-1\right)$.** B. $G\left(\frac{5}{3};2\right)$. C. $G(1;3)$. D. $G\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_A + x_B}{3} = \frac{0+4+1}{3} = \frac{5}{3} \\ y_G = \frac{y_O + y_A + y_B}{3} = \frac{0+2-5}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{5}{3};-1\right).$$

Câu 14: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$ và trọng tâm là gốc O . Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $(-1; -7)$.

B. $(2; -2)$.

C. $(-3; -5)$.

D. $(1; 7)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } C(x; y). \text{ Ta có } O \text{ là trọng tâm} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2+3+x}{3}=0 \\ \frac{2+5+y}{3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-7 \end{cases}$$

Vậy $C(-1; -7)$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6; 1)$, $B(-3; 5)$ và trọng tâm $G(-1; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $(6; -3)$.

B. $(-6; 3)$.

C. $(-6; -3)$.

D. $(-3; 6)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } C(x; y). \text{ Ta có } G \text{ là trọng tâm} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6+(-3)+x}{3}=-1 \\ \frac{1+5+y}{3}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=-3 \end{cases}$$

Vậy $C(-6; -3)$.

Câu 16: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2; 3)$, $N(0; -4)$, $P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A ?

A. $(1; 5)$.

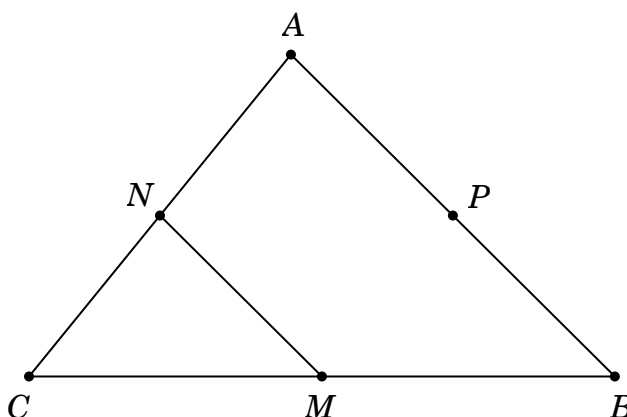
B. $(-3; -1)$.

C. $(-2; -7)$.

D. $(1; -10)$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Gọi } A(x; y). \text{ Ta có } \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow (x+1; y-6) = (-2; -7).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=-2 \\ y-6=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}. \text{ Vậy } A(-3; -1).$$

Câu 17: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(6; 5)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. (4; 3).

B. (3; 4).

C. (4; 4).

D. (8; 6).

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(x; y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-1; y-1) = (3; 3)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=3 \\ y-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$$

Vậy $D(4; 4)$.

Câu 18: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. (5; 5).

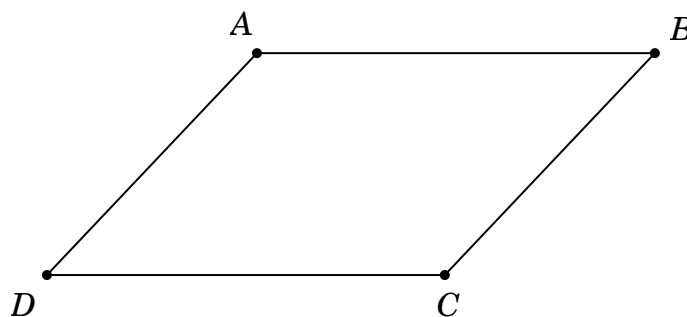
B. (5; -2).

C. (5; -4).

D. (-1; -4).

Lời giải

Chọn A



Gọi $D(x; y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-2; y-1) = (3; 4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy $D(5; 5)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(-1;3)$, $B(2;0)$, $C(6;2)$. Tìm tọa độ D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. (9;-1).

B. (3;5).

C. (5;3).

D. (-1;9).

Lời giải

Chọn B

$ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -3)$, $\overrightarrow{DC} = (6-x; 2-y)$, $D(x; y)$.

$$\text{Nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-x=3 \\ 2-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow D(3;5).$$

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;1)$, $B(-1;2)$, $C(0;1)$. Tọa độ điểm D là:

A. (2;0).

B. (-2;0)

C. (-2;2).

D. (2;-2)

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $D(x, y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (-2; 1)$, $\overrightarrow{DC} = (-x; 1 - y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -2 \\ 1 - y = 1 \end{cases} \Rightarrow D(2; 0)$.

Câu 21: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CA, AB . Biết $A(1; 3), B(-3; 3), C(8; 0)$. Giá trị của $x_M + x_N + x_P$ bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 6.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có : M là trung điểm $BC \Rightarrow x_M = \frac{5}{2}$

N là trung điểm $AC \Rightarrow x_N = \frac{9}{2}$

P là trung điểm $AB \Rightarrow x_P = -1$

$\Rightarrow x_M + x_N + x_P = \frac{5}{2} + \frac{9}{2} - 1 = 6$

Câu 22: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2; 0), B(0; -1), C(4; 4)$. Toạ độ đỉnh D là:

A. $D(2; 3)$.

B. $D(6; 3)$.

C. $D(6; 5)$

D. $D(2; 5)$.

Lời giải.

Chọn D.

Gọi $D(x, y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2; -1)$, $\overrightarrow{DC} = (4 - x; 4 - y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x = 2 \\ 4 - y = -1 \end{cases} \Rightarrow D(2; 5)$.

Câu 23: Cho tam giác ABC với $A(-5; 6), B(-4; -1)$ và $C(4; 3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành:

A. $D(3; 10)$.

B. $D(3; -10)$.

C. $D(-3; 10)$.

D. $D(-3; -10)$.

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $D(x, y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (1; -7)$, $\overrightarrow{DC} = (4 - x; 3 - y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x = 1 \\ 3 - y = -7 \end{cases} \Rightarrow D(3; 10)$.

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỰ CÙNG PHƯƠNG CỦA HAI VECTƠ. PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ QUA HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho $A(1; 2)$, $B(-2; 6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Lời giải

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4)$, $\overrightarrow{AM} = (-1; y - 2)$. Do đó, $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10$. Vậy $M(0; 10)$.

Câu 2: Cho các vectơ $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vectơ $\vec{b}$ theo hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$.

Lời giải

Giả sử $\vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}$. Vậy $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3-m; 3-2m)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 4)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3)$, $B(-3; 6)$, $C(1; -2)$. Xác định điểm E trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, E thẳng hàng.

Lời giải

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE} = (x+3; y-6)$, $\overrightarrow{EC} = (1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

Lời giải

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y = 3 \text{ thế vào (1) ta có } x = \frac{2}{3}$$

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$. Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương thì:

- A. $m = -6$. B. $m = 6$. C. $m = -\frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} = (2; -3) \text{ và } \vec{b} = (1; m) \text{ cùng phương } \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{m}{-3} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}.$$

Câu 2: Hai vectơ nào có tọa độ sau đây là cùng phương?

- A. $(1; 0)$ và $(0; 1)$. B. $(2; 1)$ và $(2; -1)$. C. $(-1; 0)$ và $(1; 0)$. D. $(3; -2)$ và $(6; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{i} = (1; 0)$ và $-\vec{i} = (-1; 0)$ cùng phương.

Câu 3: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(-2; -2)$, $C(-7; -7)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $G(2; 2)$ là trọng tâm tam giác ABC . B. B ở giữa hai điểm A và C .
C. A ở giữa hai điểm B và C . D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-3; -3), \overrightarrow{AC} = (-6; -6) \text{ và } \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$$

Vậy A ở giữa hai điểm B và C .

Câu 4: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-1; 5)$, $B(5; 5)$, $C(-1; 11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. A, B, C thẳng hàng. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.
 C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (0; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Câu 5: Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(3; -2)$, $B(7; 1)$, $C(0; 1)$, $D(-8; -5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai vector đối nhau. B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.
 C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 3)$, $\overrightarrow{CD} = (-8; -6) = -2\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

Câu 6: Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng. B. $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.
 C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$ cùng hướng. D. $2\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (4; 4)$ và $\vec{u} - \vec{v} = (2; -8)$

Xét tỉ số $\frac{4}{-4} \neq \frac{4}{4} \Rightarrow \vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \Rightarrow \vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6} = \frac{-8}{-24} = 3 > 0 \Rightarrow \vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng. B. $\vec{c} = (7; 3)$ là vector đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.
 C. $\vec{u} = (4; 2)$, $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương. D. $\vec{a} = (6; 3)$, $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = (-5; 0) = \frac{5}{4}(-4; 0) = \frac{5}{4}\vec{b} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

Câu 8: Các điểm và các vector sau đây cho trong hệ trục $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (giả thiết m, n, p, q là những số thực khác 0). Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\vec{a} = (m; 0) \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{i}$. B. $\vec{b} = (0; n) \Leftrightarrow \vec{b} // \vec{j}$.
 C. Điểm $A(n; p) \in x'Ox \Leftrightarrow n = 0$. D. $A(0; p), B(q; p)$ thì $AB // x'Ox$.

Lời giải

Chọn C

$$A(n; p) \in x'Ox \Leftrightarrow p = 0.$$

Câu 9: Hai vectơ nào sau đây **không** cùng phương:

A. $\vec{a} = (3; 5)$ và $\vec{b} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{10}{7}\right)$.

B. $\vec{c}$ và $-4\vec{c}$.

C. $\vec{i} = (1; 0)$ và $\vec{m} = \left(-\frac{5}{2}; 0\right)$.

D. $\vec{m} = (-\sqrt{3}; 0)$ và $\vec{n} = (0; -\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{m} = (-\sqrt{3}; 0) \text{ và } \vec{n} = (0; -\sqrt{3}). \text{ Ta có: } a_1b_2 - a_2b_1 = (-\sqrt{3})(-\sqrt{3}) - 0 = 3 \neq 0$$

Vậy $\vec{m}$ và $\vec{n}$ không cùng phương.

Câu 10: Cho $\vec{u} = (2x-1; 3)$, $\vec{v} = (1; x+2)$. Có hai giá trị x_1, x_2 của x để $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$. Tính $x_1.x_2$.

A. $\frac{5}{3}$.

B. $-\frac{5}{3}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{u}, \vec{v} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{2x-1}{1} = \frac{3}{x+2} \text{ (với } x \neq -2)$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0. \text{ Vậy } x_1.x_2 = -\frac{5}{2}.$$

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 1)$, $\vec{c} = (-4; 2)$. Biết $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{i}$.

B. $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{i}$.

C. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{j}$.

D. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{i}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } \vec{u} = (x; y). \text{ Ta có } \begin{cases} x = 3.1 + 2.(-3) + 4.(-4) = -19 \\ y = 3.2 + 2.1 + 4.2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (-19; 16).$$

Câu 12: Cho bốn điểm $A(2; 5)$, $B(1; 7)$, $C(1; 5)$, $D(0; 9)$. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng:

A. A, B, C .

B. A, C, D .

C. B, C, D .

D. A, B, D .

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB}(-1; 2), \overrightarrow{AC}(-1; 0), \overrightarrow{AD}(-2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow A, B, D \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy , cho 4 điểm $A(3;0), B(4;-3), C(8;-1), D(-2;1)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng ?

A. B, C, D .

B. A, B, C .

C. A, B, D .

D. A, C, D .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AC} = (5; -1); \overrightarrow{AD} = (-5; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD}$. Vậy ba điểm A, C, D thẳng hàng.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2m; -m), B(2m; m)$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng AB đi qua O ?

A. $m = 3$.

B. $m = 5$.

C. $\forall m \in \mathbb{R}$.

D. Không có m .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA} = (-2m; -m), \overrightarrow{OB} = (2m; m)$. Đường thẳng AB đi qua O khi $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ cùng phương

Mặt khác ta thấy $\overrightarrow{OA} = (-2m; -m) = -(2m; m) = -\overrightarrow{OB}, \forall m \in \mathbb{R}$ nên AB đi qua $O, \forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 15: Cho 2 điểm $A(-2; -3), B(4; 7)$. Tìm điểm $M \in y'Oy$ thẳng hàng với A và B .

A. $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$.

B. $M\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

C. $M(1; 0)$.

D. $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn B

$M \in y'Oy \Rightarrow M(0; m). \overrightarrow{AM} = (2; m+3); \overrightarrow{AB} = (6; 10).$

Để A, B, M thẳng hàng thì $\frac{2}{6} = \frac{m+3}{10} \Leftrightarrow 3(m+3) = 10 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$.

Câu 16: Ba điểm nào sau đây **không** thẳng hàng ?

A. $M(-2; 4), N(-2; 7), P(-2; 2)$.

B. $M(-2; 4), N(5; 4), P(7; 4)$.

C. $M(3; 5), N(-2; 5), P(-2; 7)$.

D. $M(5; -5), N(7; -7), P(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn C

C. $\overrightarrow{MN} = (-5; 0), \overrightarrow{MP} = (-5; 2) \Rightarrow \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$ không cùng phương
 $\Rightarrow M, N, P$ không thẳng hàng.

Câu 17: Cho ba điểm $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng?

A. $m = 10$.

B. $m = -6$.

C. $m = 2$.

D. $m = -10$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (4; 4); \overrightarrow{AC} = (m-2; 8).$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{m-2}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow m=10.$$

Câu 18: Cho $A(0; -2)$, $B(-3; 1)$. Tìm tọa độ giao điểm M của AB với trục $x'Ox$.

- A.** $M(-2; 0)$. **B.** $M(2; 0)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. **D.** $M(0; -2)$.

Lời giải

Chọn A

$$M(x; 0) \in x'Ox \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (x; 2); \overrightarrow{AB} = (-3; 3).$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x}{-3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = -2.$$

Vậy, $M(-2; 0)$.

Câu 19: Cho bốn điểm $A(1; -1)$, $B(2; 4)$, $C(-2; -7)$, $D(3; 3)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

- A.** A, B, C . **B.** A, B, D . **C.** B, C, D . **D.** A, C, D .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (1; 5), \overrightarrow{AC} = (-3; -6), \overrightarrow{AD} = (2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \Rightarrow A, C, D \text{ thẳng hàng}.$$

Câu 20: Cho hai điểm $M(-2; 2)$, $N(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

- A.** $P(0; 4)$. **B.** $P(0; -4)$. **C.** $P(-4; 0)$. **D.** $P(4; 0)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Do } P \in Ox \text{ nên } P(x; 0), \text{ mà } \overrightarrow{MP} = (x+2; -2); \overrightarrow{MN} = (3; -1)$$

$$\text{Do } M, N, P \text{ thẳng hàng nên } \frac{x+2}{3} = \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 21: Cho 3 vector $\vec{a} = (5; 3)$; $\vec{b} = (4; 2)$; $\vec{c} = (2; 0)$. Hãy phân tích vector $\vec{c}$ theo 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A.** $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. **B.** $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$. **C.** $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. **D.** $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Giả sử } \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}, \text{ ta có: } \begin{cases} 5m + 4n = 2 \\ 3m + 2n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 3 \end{cases}.$$

Câu 22: Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(2; 1)$, $B(2; -1)$, $C(-2; -3)$, $D(-2; -1)$. Xét ba mệnh đề:

(I) $ABCD$ là hình thoi.

(II) $ABCD$ là hình bình hành.

(III) AC cắt BD tại $M(0; -1)$.

Chọn khẳng định đúng

A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng.

C. Chỉ (II) và (III) đúng.

D. Cả ba đều đúng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2)$, $\overrightarrow{DC} = (0; -2) \xrightarrow{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}} ABCD$ là hình bình hành.

Trung điểm AC là $(0; -1) \Rightarrow$ (III) đúng.

$\overrightarrow{AC} = (-4; -4)$, $\overrightarrow{BD} = (-4; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 16 \neq 0 \Leftrightarrow AC, BD$ không vuông góc nhau.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1; 0)$.

B. $M(4; 0)$.

C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in Ox \Rightarrow M(m; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 7)$ và $\overrightarrow{AM} = (m-2; 3)$.

Để A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7}$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3)$, $B(-3; 6)$, $C(1; -2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

A. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

C. $E\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE} = (x+3; y-6)$, $\overrightarrow{EC} = (1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3)$, $B\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$, $C(1; -2)$, $D(15; 0)$. Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC .

A. $I\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $I\left(-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. **D.** $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của BD và AC .

Do đó $\overrightarrow{DI}(x-15; y), \overrightarrow{DB}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra $\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x+23y-15=0$ (1)

$\overrightarrow{AI}(x-6; y-3), \overrightarrow{AC}(-5; -5)$ cùng phương suy ra $\frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x-y-3=0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng BD và AC là $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 26: Cho ba điểm $A(-1; -1), B(0; 1), C(3; 0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD = 5DC$.

A. $\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$. **B.** $\left(-\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{7}; \frac{15}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\overrightarrow{BD} = 5\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BD}(x_D; y_D - 1), \overrightarrow{DC}(3 - x_D; -y_D)$

Do đó $\begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $A(3; 4), B(2; 1), C(-1; -2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

A. $M_1(0; 1), M_2(3; 2)$. **B.** $M_1(1; 0), M_2(3; 2)$. **C.** $M_1(1; 0), M_2(2; 3)$. **D.** $M_1(0; 1), M_2(2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \pm 3\overrightarrow{BM}$

Gọi $M(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BM}(x-2; y-1); \overrightarrow{BC}(-3; -3)$

Suy ra $\begin{cases} -3 = 3(x-2) \\ -3 = 3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} -3 = -3(x-2) \\ -3 = -3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1; 0), M_2(3; 2)$.

Câu 28: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B, D của hình bình hành.

A. $B(2;1), D(0;1)$. **B.** $B(0;1); D(4;-1)$. **C.** $B(0;1); D(2;1)$. **D.** $B(2;1), D(4;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có I là trung điểm AC nên $C(4;-1)$

Gọi $D(2a;a) \Rightarrow B(2-2a;2-a)$

$\overrightarrow{AK}(1;-1), \overrightarrow{AB}(4-2a;-1-a)$

Vì $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên $\frac{4-2a}{1} = \frac{-1-a}{-1} \Rightarrow a=1 \Rightarrow D(2;1), B(0;1)$.